

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Studio delle oscillazioni di sapore dei mesoni con beauty
con il rivelatore CMS

Relatore

Prof. Franco Simonetto

Laureando

Nicolò Salimbeni

Anno Accademico 2021/2022

Indice

Introduzione	4
1.1 Abstract	4
1.2 Presentazione del problema	4
1.3 Formulazione matematica del problema	5
1.4 Approcci risolutivi sperimentati	6
Misura dell'angolo di diffusione	7
Analisi approssimata	10
3.4.1 Analisi collineare	10
3.4.2 Analisi collineare migliorata e non collineare migliorata	12
Analisi analitiche	13
4.5 Problema matematico	13
4.6 Possibili discriminanti analizzati	13
4.6.1 Soluzione maggiore	14
4.6.2 Soluzione minore	16
4.6.3 Soluzione media tra sol_+ sol_-	17
4.6.4 Soluzione casuale	18
4.6.5 Soluzione prossima all'approssimazione collineare	19
4.6.6 Eventi con $\Delta < 0$ nell'equazione di secondo grado	19
4.6.7 Soluzione a posteriori	20
4.7 Correzioni a posteriori	20
4.8 Analisi proiezioni	23
4.9 Approssimazione $\cos \theta = 1$	26
Conclusioni	27
5.10 Considerazioni finali sulle analisi eseguite	27
5.10.1 Confronto stime migliori	27

Introduzione

1.1 Abstract

Nelle collisioni pp del Large Hadron Collider vengono prodotti tra i tanti adroni dei mesoni B neutri, che possono trasformarsi nella loro antiparticella (oscillazione di sapore). In particolare CMS [1] intende misurare il fenomeno mediante il decadimento: $B \rightarrow D \mu \nu$, dove il B può essere un B^0 oppure un B_s , e quindi il D un D^+ oppure un D_s^+ .

In tale processo si perde l'informazione dovuta al neutrino che non può essere rivelato, rendendo difficile la ricostruzione del quadrimpulso del B iniziale. Lo scopo della tesi è studiare come poter ricostruire tale quadrimpulso, e validare il metodo usando dei campioni di B completamente ricostruiti.

1.2 Presentazione del problema

In questa tesi si intende trattare uno specifico tipo di decadimenti a 2 o più corpi, nei quali non è possibile misurare per questioni sperimentali le informazioni su energia e quantità di moto di una delle particelle figlie, ad esempio:

$$B_s^0 \rightarrow D_s^+ \mu^- \bar{\nu}_\mu$$

In tal caso il neutrino interagendo solo tramite interazione debole non può essere rivelato con le apparecchiature attuali negli acceleratori di particelle. Se si necessita per analisi successive del quadrimpulso $\vec{P} = (E, \vec{p})$ del B ci si trova di fronte ad un problema risolvibile sia analiticamente che con metodi approssimati.

In un lavoro parallelo [2] si utilizzano simulazioni di decadimenti semileptonici per sviluppare delle tecniche di misura del quadrimpulso del B. Questa tesi, viceversa, è dedicata allo studio di campioni di controllo che potrebbero essere utilizzati anche nei dati reali per validare i risultati delle simulazioni. Si intende usare dei campioni di eventi da decadimenti adronici del B completamente ricostruiti, in cui una particella viene rimossa per emulare l'effetto del neutrino non misurato. In particolare si considerano i seguenti decadimenti:

- $B^\pm \rightarrow K^\pm \mu^+ \mu^-$ (campione di $\approx 5.5 \times 10^6$ eventi);
- $B^0 \rightarrow J/\psi(\mu^+ \mu^-) K^\pm \pi^\mp$ (campione di $\approx 6.1 \times 10^6$ eventi);

Come si può notare, nella pratica non c'è alcuna particella che presenta problemi nella rivelazione, quindi per simulare il comportamento del neutrino nel primo campione di dati è stato scartato uno dei due muoni, scelto a caso, nel secondo insieme invece è sempre stato scartato il π . Facendo ciò si ottengono degli insiemi di dati con la massa visibile distribuita come in figura 1.1. Lo studio per il momento è basato su eventi simulati, ma può essere facilmente replicato sui dati reali.

Il primo campione copre l'intervallo di massa visibile [1.5,4] GeV ed il secondo [3.7,5] GeV, così da avere statistica per tutti i possibili valori di massa visibile utili. Per massa visibile si intende $m = \sqrt{E_{vis}^2 - p_{vis}^2}$, dove E_{vis} e p_{vis} sono energia e impulso delle particelle rivelabili.

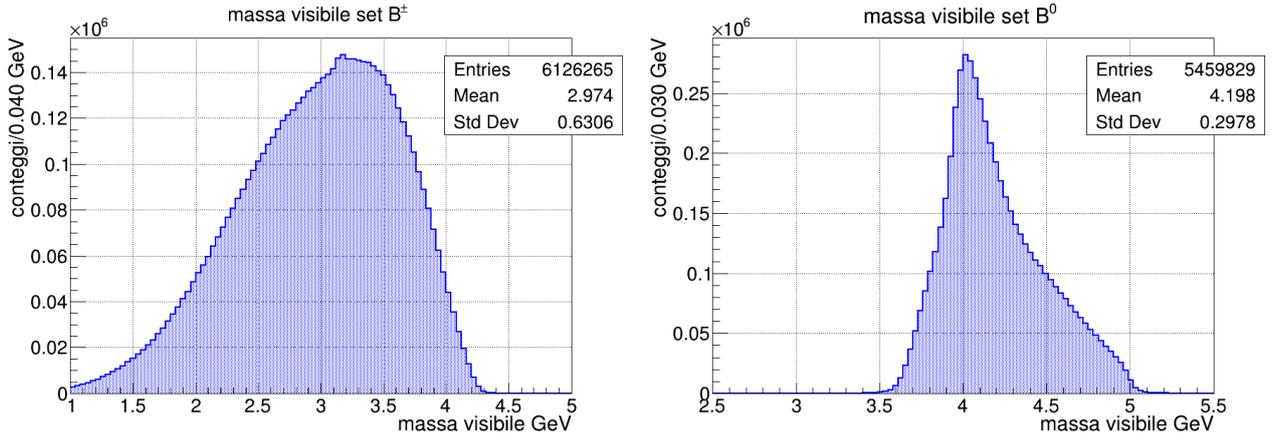


Figura 1.1: distribuzione di massa visibile per i due insiemi di dati utilizzati

1.3 Formulazione matematica del problema

In generale che si stia parlando dell'insieme di dati provenienti dai B^\pm o dai B^0 la formulazione è analoga. È possibile condensare i quadrivettori $\vec{\mathcal{P}} = (E, \vec{p})$ delle varie particelle coinvolte nelle seguenti definizioni:

- $\vec{\mathcal{P}}_B$: quadrivettore del B che decade;
- $\vec{\mathcal{P}}_V$: definito come la somma di tutti i quadrivettori delle particelle considerate visibili;
- $\vec{\mathcal{P}}_\nu$: quadrivettore della particella considerata non visibile
- $\cos \theta = \frac{\vec{p}_V \cdot \vec{p}_B}{|p_V||p_B|}$
- $\cos \phi = \frac{\vec{p}_\nu \cdot \vec{p}_B}{|p_\nu||p_B|}$

Imponendo la conservazione $\vec{\mathcal{P}}_i = \vec{\mathcal{P}}_f$ si ottiene (per brevità ci si riferisce a $p := |\vec{p}|$):

$$\begin{cases} E_B = E_V + E_\nu \\ 0 = p_\nu \sin \phi + p_V \sin \theta \\ p_B = p_V \cos \theta + p_\nu \cos \phi \end{cases} \quad \xrightarrow{\text{quadrando si trova}} \quad \begin{cases} p_\nu^2 \cos^2 \phi = (p_B - p_V \cos \theta)^2 \\ p_\nu^2 \sin^2 \phi = p_V^2 \sin^2 \theta \end{cases} \quad (1.1)$$

sommando le precedenti si ricava¹:

$$p_\nu^2 = p_B^2 - 2p_B p_V \cos \theta + p_V^2 = (E_B - E_V)^2 \quad (1.2)$$

dalla seconda uguaglianza segue:

$$m_B^2 + m_V^2 = 2E_B E_V - 2p_B p_V \cos \theta \quad (1.3)$$

dalla quale si intende ricavare l'energia del B decaduto.

Per risolvere il problema nelle equazioni testé descritte è necessario conoscere l'angolo θ tra la direzione del B e quella del vettore V che rappresenta l'impulso complessivo delle particelle osservabili. La direzione del B (che, ricordiamo, non viene interamente ricostruito) si può ottenere dalla retta congiungente il punto della collisione in cui il B viene prodotto, con il punto in cui il B decade, determinato intersecando tutti i prodotti di decadimento osservati; in una approssimazione più grossolana, si controllerà anche l'approccio semplificato di considerare $\cos \theta = 1$.

¹Nell'equazione 1.2 si scrive $p_\nu^2 = (E_B - E_V)^2$, che non è propriamente corretto in quanto né i neutrini (per quanto se ne sa attualmente) né i pioni o i muoni hanno massa nulla. L'approssimazione però risulta valida poiché le energie in gioco nei moderni acceleratori di particelle sono maggiori delle masse di vari ordini di grandezza.

1.4 Approcci risolutivi sperimentati

Chiamando m_B la massa del B e m_V la massa visibile:

1. *Collineare*: metodo utilizzato in letteratura (approssimato)

$$E_B = E_V \times \frac{m_B}{m_V} \quad (1.4)$$

2. *Collineare migliorato*: approssimando $E_B = p_B$, $\cos \theta = 1$

$$E_B = \frac{m_B^2 + m_V^2}{2(E_V - p_V)} \quad (1.5)$$

3. *Non collineare migliorato*: approssimando $E_B = p_B$

$$E_B = \frac{m_B^2 + m_V^2}{2(E_V - p_V \cos \theta)} \quad (1.6)$$

4. *Metodo analitico*: ricordando che $p_B = \sqrt{E_B^2 - m_B^2}$ si trova che

$$E_B^2 (E_V^2 - p_V^2 \cos^2 \theta) - E_B E_V (m_B^2 + m_V^2) + \frac{(m_B^2 + m_V^2)^2}{4} + m_B^2 p_V^2 \cos^2 \theta = 0 \quad (1.7)$$

Detti:

$$a = (E_V^2 - p_V^2 \cos^2 \theta) \quad b = -E_V (m_B^2 + m_V^2) \quad c = \frac{(m_B^2 + m_V^2)^2}{4} + m_B^2 p_V^2 \cos^2 \theta \quad (1.8)$$

Le soluzioni vengono chiamate:

$$sol_+ := \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \quad sol_- := \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \quad \Delta = b^2 - 4ac \quad (1.9)$$

Fatte le dovute premesse a questo punto è possibile addentrarsi nell'analisi dati.

Misura dell'angolo di diffusione

Come evidenziato nel paragrafo precedente, è necessaria la direzione del mesone B, da cui si ricava il valore dell'angolo θ che compare nell'eq. 1.7. Bisogna quindi ricostruirne la posizione del vertice di produzione e di decadimento studiando come l'effetto delle incertezze dei rivelatori ne infici la direzione di volo misurata.

Per farlo è stato stampato un istogramma bidimensionale (figura 2.2) con in ascissa la lunghezza di volo diviso il suo errore $\frac{L}{\sigma_L}$ (questo rapporto, detto significanza d'ora in poi per brevità verrà chiamato S_L) e in ordinata l'angolo α compreso tra la direzione di volo misurata e quella reale. La prima è stata ricavata unendo con un vettore il punto di produzione e di decadimento del B, la seconda proviene invece dalla somma dei quadrivettori delle particelle figlie, senza eliminarne nessuna.

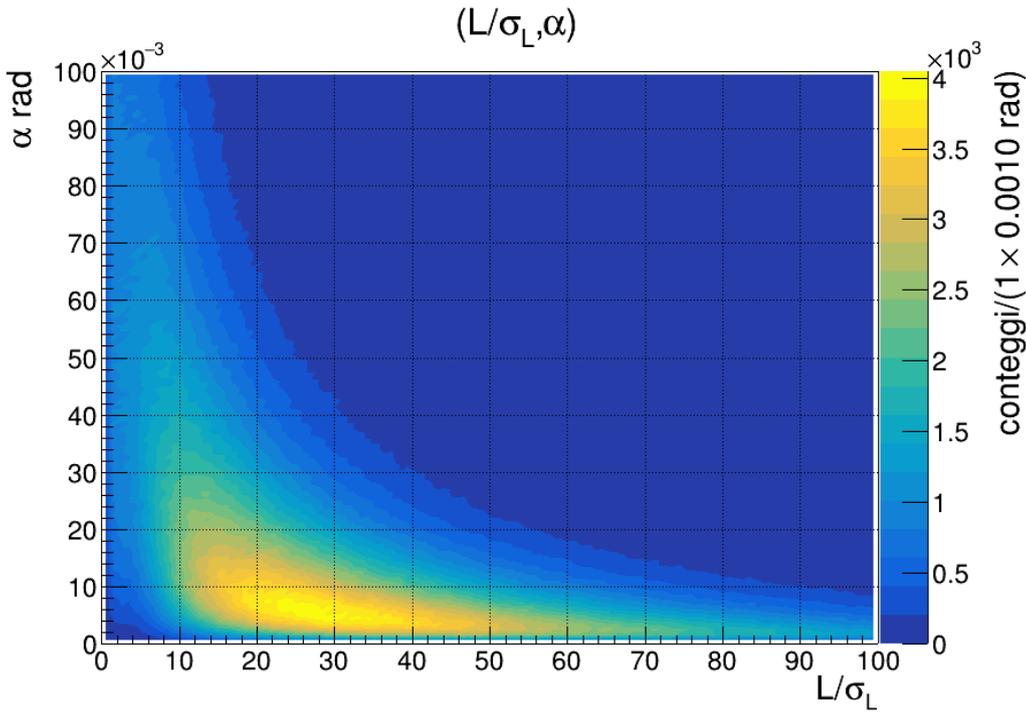


Figura 2.2: istogramma bidimensionale (S_L, α)

L'angolo α atteso è chiaramente $\alpha = 0$ in quanto le due direzioni dovrebbe essere identiche, ma a causa dell'imprecisione nella misura della posizione del vertice primario e secondario, α si distribuirà sperabilmente attorno allo zero secondo una funzione da valutare. Per studiare tale distribuzione l'istogramma è stato sezionato in 9 intervalli di S_L ($[0,10], [10,20], \dots [80,90]$), per poi proiettare all'interno di ogni intervallo l'istogramma sull'angolo trovato. Successivamente è stata fatta una correzione sul contenuto degli istogrammi: ogni bin, delimitato da α_{min} e α_{max} , è stato normalizzato tramite l'area della sezione sferica, detta S, contenuta tra tali angoli per compensare la differenza dello spazio

delle fasi. Detta h l'altezza dei bin, h' dopo la normalizzazione si ottiene come segue:

$$h' = \frac{h}{S} \quad \text{con} \quad S = \int_0^{2\pi} d\phi \int_{\alpha_{min}}^{\alpha_{max}} d\theta \sin \theta = 2\pi (\cos \alpha_{min} - \cos \alpha_{max})$$

A questo punto è possibile procedere con lo studio della distribuzione angolare. Per indagare tale

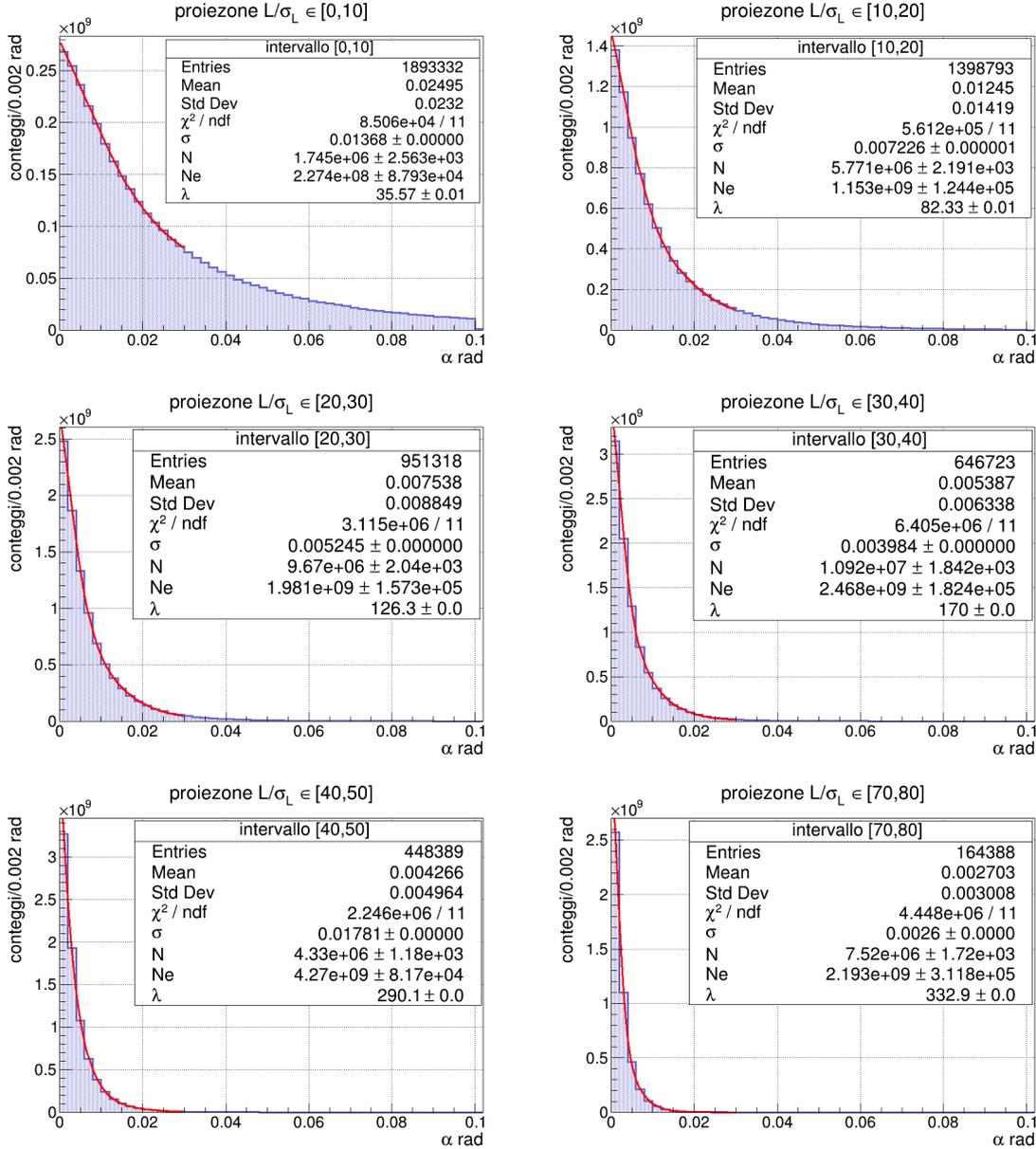


Figura 2.3: fit proiezioni dell'angolo α , 6 dei 9 intervalli studiati, i tre non riportati sono analoghi a quelli presenti e vengono omessi per brevità

distribuzione sono stati operati dei fit tramite root (algoritmo utilizzato: MINUIT con metodo del minimo χ^2) adoperando come funzione una gaussiana sommata ad un esponenziale decrescente:

$$f(\alpha) = \frac{N}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\left(\frac{\alpha-\mu}{\sigma}\right)^2} + N_e e^{-\lambda\alpha} \quad (2.10)$$

Per prima cosa è stato verificato che il picco della gaussiana si trovasse ad $\alpha = 0$ come previsto, fatto ciò per ridurre il numero di parametri del fit il centroide di tutte le gaussiane è stato fissato a $\mu = 0$. I fit, sebbene i χ^2 alti, risultano soddisfacenti e permettono di modellizzare con adeguata accuratezza quanto misurato sperimentalmente. Si rende necessario però, prima di proseguire in altre analisi, fare

una considerazione sui grafici ottenuti dai primi due intervalli $[0,10]$, $[10,20]$: questi saranno affetti a priori da un errore dovuto alla misurazione dell'angolo α , infatti per valori di S_L piccoli (cioè per le particelle con breve lunghezza di volo, o con errore su di essa molto grande) l'errore sulla direzione non è trascurabile. Di conseguenza rigettiamo questo insieme di eventi.

Analisi approssimata

Prima di ogni analisi è necessaria una premessa: la stima dell'energia del B è stata svolta sia sull'insieme di dati dei B^\pm sia del B^0 così da coprire tutto lo spettro di massa visibile di interesse, però per brevità a meno che non si renda necessario sono riportati solamente i grafici provenienti dall'insieme dei B^0 .

Per indagare i vari metodi di analisi, sia approssimati che analitici in seguito, sono stati stampati 3 grafici l'uno:

- un istogramma in una dimensione per la risoluzione: $r = \frac{E_B^{vera} - E_B^{stimata}}{E_B^{vera}}$;
- un istogramma bidimensionale (massa visibile, risoluzione);
- un profilo (massa visibile, risoluzione): descrive come la media della risoluzione si modifica al variare della massa visibile;

Ogni terna di questi grafici inoltre è stata ristampata dopo aver applicato una correzione a posteriori. Il profilo, descrivendo l'andamento della risoluzione in funzione della massa visibile, offre intuitivamente un metodo correttivo per quanto ottenuto negli istogrammi: detta $f(m)$ la funzione che descrive l'andamento del profilo si correggono le risoluzioni ottenute (dette r_i) come segue:

$$r'_i = r_i - f(m_i) \quad \text{con } m_i \text{ la massa visibile per l'evento } i\text{-esimo} \quad (3.11)$$

Per la funzione $f(m)$, in quanto non deve rappresentare una teoria fisica ma solamente una modellizzazione matematica di quanto osservato, è stato sempre usato un polinomio di decimo grado. Fittando con il fitter MINUIT ed utilizzando il metodo del minimo χ^2 sono stati raggiunti risultati considerati soddisfacenti per la precisione ricercata.

L'effettiva riuscita di questo processo può essere verificata in due modi: da un lato ci si aspetta che l'istogramma monodimensionale della risoluzione sia all'incirca centrato sullo zero, dall'altro lato il nuovo profilo, stampato dopo la correzione, deve essere una retta orizzontale del tipo $y=0$. Entrambe queste condizioni verranno sempre verificate nelle analisi che seguono, confermando la bontà di quanto proposto.

3.4.1 Analisi collineare

Utilizzando la formula [1.4](#) per la stima di E_B sono stati ottenuti i grafici [3.4](#) [3.5](#) [3.6](#).

Il dato di maggiore interesse è il comportamento del profilo all'aumentare della massa visibile. La media della risoluzione si avvicina sempre di più allo zero, ciò è confortante poiché, come ci si aspetta intuitivamente, significa che meno energia viene "portata via" dalla particella non rivelata, più la stima di E_B può essere considerata affidabile.

La seconda considerazione da addurre riguarda il fit attuato. Dal grafico [3.6](#) si nota che la funzione utilizzata descrive adeguatamente i dati nell'intervallo $[3.6, 5.1]$ GeV, sebbene ci fosse ulteriore margine di miglioramento utilizzando algoritmi più sofisticati o sondando meglio lo spazio dei parametri liberi ci si ritiene soddisfatti di quanto ottenuto. L'intervallo descritto infatti contiene la quasi totalità degli eventi, come si può notare in figura [3.4](#) permettendo di fatto di non migliorare ulteriormente i fit, data la precisione ricercata.

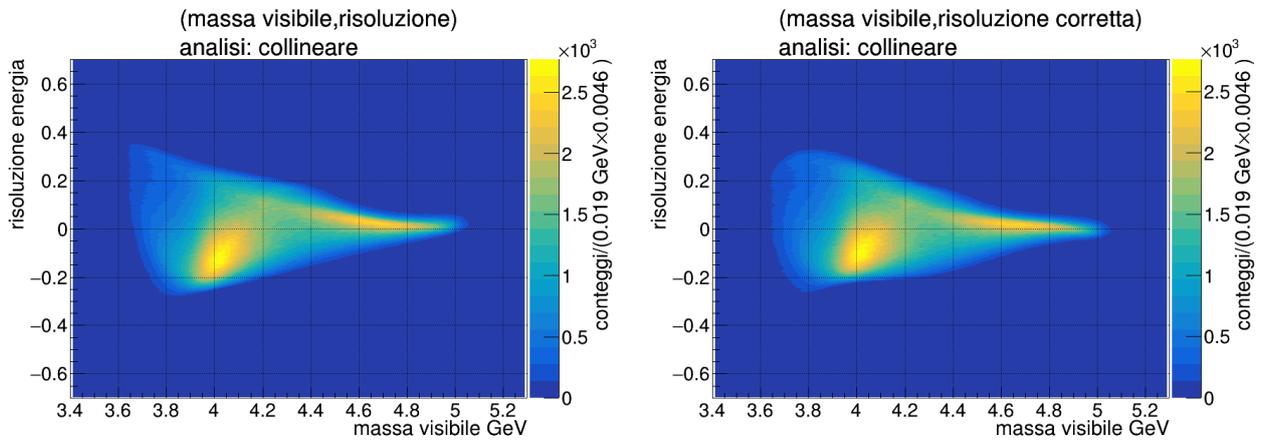


Figura 3.4: istogramma bidimensionale (massa visibile,risoluzione) prima (a sinistra) e dopo (a destra) la correzione.

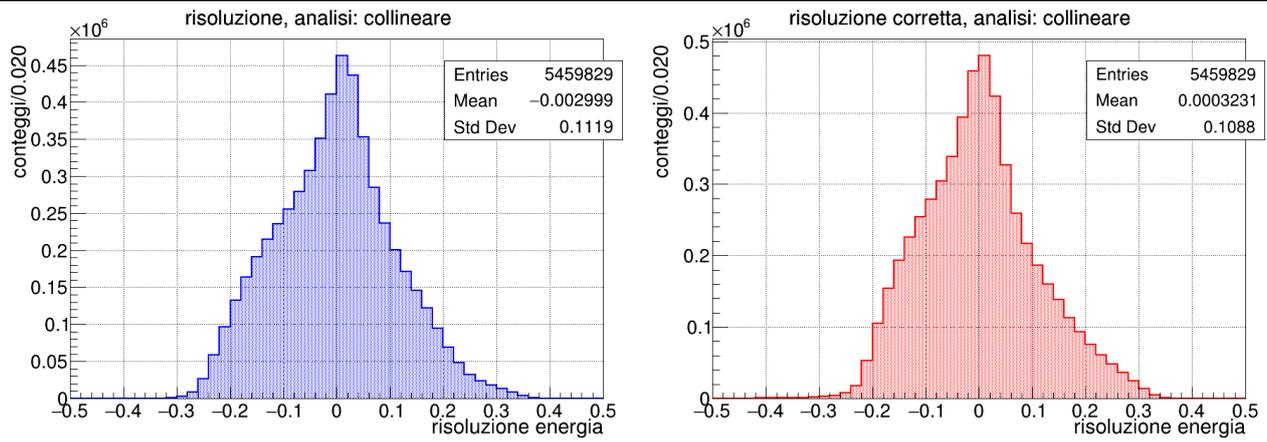


Figura 3.5: istogramma risoluzione, prima (a sinistra) e dopo (a destra) la correzione.

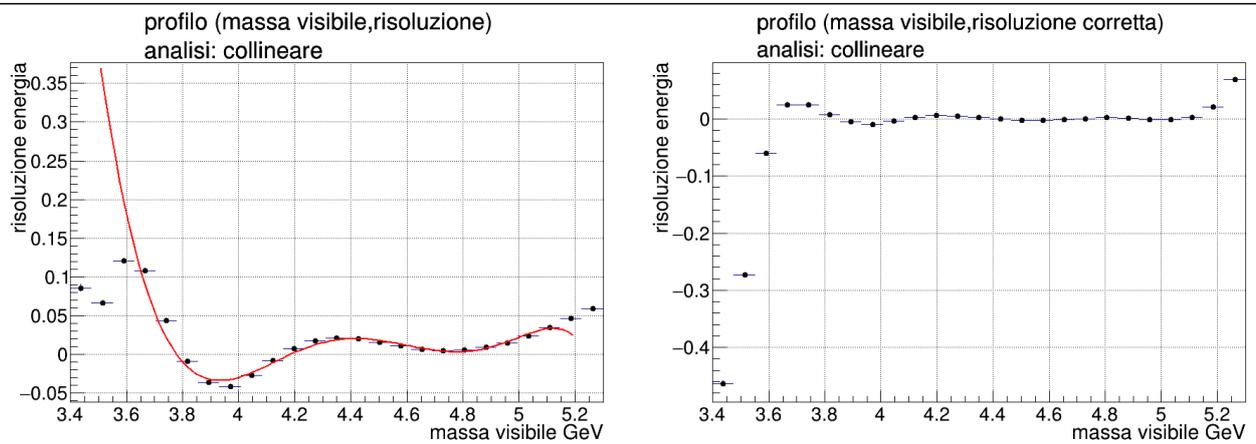


Figura 3.6: profili (massa visibile,risoluzione) prima (a sinistra) e dopo (a destra) la correzione

3.4.2 Analisi collineare migliorata e non collineare migliorata

Al contrario del metodo collinare il collineare migliorato e il non collineare migliorato portano a stime non soddisfacenti. Per mostrarlo sono state stampate le proiezioni sulla risoluzione in vari intervalli di massa visibile, in rosso i dati della collineare, in blu della collineare migliorata e in verde la non collineare migliorata (figura 3.7). Dal grafico 3.5 si nota che al limite l'errore su E_B risulta essere di circa il 30%, mentre per i metodi trattati in questo paragrafo si attesta intorno al 100% di media. Sia la stima con $\cos\theta = 1$ che con $\cos\theta$ ricavato dai dati risultano ugualmente inaccurate, questo ci suggerisce che l'approssimazione $E_B = p_B$ non è corretta. Tali metodi di analisi quindi non sono stati approfonditi ulteriormente in quanto ritenuti errati.

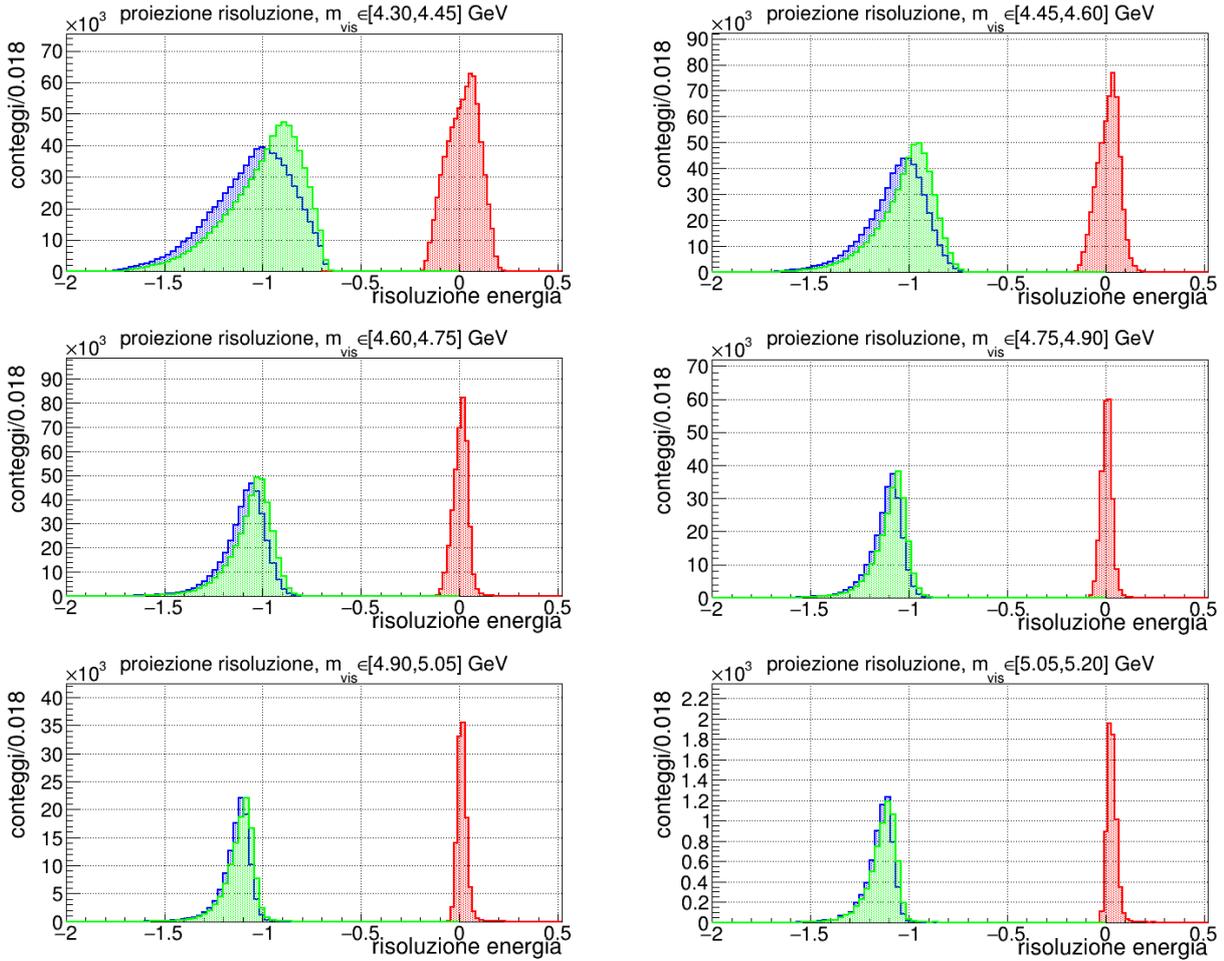


Figura 3.7: in rosso la distribuzione della risoluzione energetica per l'analisi collineare, in blu quella per la collineare migliorata e in verde per la non collineare migliorata

Analisi analitiche

Dopo aver svolto tutte le analisi approssimate proposte è possibile proseguire con lo studio dei metodi analitici. Per tutte le analisi che seguono sono sempre stati stampati l'istogramma bidimensionale (massa visibile, risoluzione), il profilo e l'istogramma monodimensionale della risoluzione, sia prima che dopo aver effettuato la correzione a posteriori tramite il fit del profilo. Non saranno però riportati tutti i plot effettuati per brevità, ma solamente quelli utili alle discussioni seguenti.

4.5 Problema matematico

L'analisi analitica consiste nella risoluzione di un sistema di 4 equazioni $\vec{\mathcal{P}}_i = \vec{\mathcal{P}}_f$. Questo però non è lineare e l'equazione che descrive E_B risulta essere di secondo grado:

$$E_B^2 (E_V^2 - p_V^2 \cos^2 \theta) - E_B E_V (m_B^2 + m_V^2) + \frac{(m_B^2 + m_V^2)^2}{4} + m_B^2 p_V^2 \cos^2 \theta = 0 \quad (4.12)$$

L'obbiettivo è trovare un buon test, che sia matematico, fisico o statistico per discriminare quale tra le due soluzioni ottenute è quella corretta.

Chiaramente molte delle grandezze di cui si dispone, provenienti da una simulazione numerica, non sono disponibili nel caso di un'analisi di dati veri. Per tenere conto di queste variabili i calcoli sono stati svolti sia utilizzando le quantità simulate (più precise, ma che si conoscono solo in quanto il campione è stato simulato), sia facendo finta di utilizzare dati veri, usando le quantità approssimate stimate a partire da essi. Ad esempio: per il $\cos \theta$ può essere utilizzato sia il valore stimato dai soli impulsi di tutte le particelle figlie, le quali si conoscono completamente solo nel caso simulato, sia quello proveniente dalle particelle figlie visibili e dal punto di creazione e decadimento del B, disponibili sperimentalmente. Un altro esempio è la massa del B, questa nella realtà è considerabile come costante: $m_{B^0} = 5279.66 \pm 0.12 \text{ MeV}$ con $m_{B^0} - m_{B^\pm} = 0.32 \pm 0.05 \text{ MeV}$ [3]. In una simulazione che tiene conto delle imprecisioni dei rivelatori la massa del B però sembra non essere sempre costante, $m_B = \sqrt{E_B^2 - p_B^2}$ dipende dagli errori sia su E che su p, che tra le altre cose sono proprio le quantità che si vogliono trovare. Tutto questo include un ulteriore fattore di imprecisione nelle analisi analitiche che porta a problemi non trascurabili che verranno studiati meglio di seguito. In ogni caso, per emulare un esperimento reale è stato scelto di considerare m_B costante, uguale ai valori tabulati nel PDG [3]. Per brevità nelle analisi che seguono, come in quelle approssimate, vengono riportati solamente i grafici provenienti dal campione dei B^0 a meno che non sia necessario fare altrimenti. Inoltre come accennato precedentemente verranno studiati sia il caso con $\cos \theta$ misurato, stimato come il coseno dell'angolo formato tra il tri-impulso delle particelle visibili e il vettore che unisce punto di creazione e decadimento del B, sia con il $\cos \theta$ vero, stimato come il coseno dell'angolo compreso tra il tri-vettore somma dei tri-impulsi di tutte le particelle figlie, e il tri-impulso somma delle particelle figlie considerate visibili.

4.6 Possibili discriminanti analizzati

Per selezionare la soluzione esatta sono stati tentati vari metodi, questi sono elencati di seguito e verranno trattati adeguatamente uno ad uno:

- sempre la soluzione maggiore;
- sempre la soluzione minore;
- la media delle due soluzioni;
- la soluzione più vicina all'approssimazione collineare;
- soluzione scelta casualmente tra le due;
- solo per completezza sono stampati i grafici anche con la soluzione esatta scelta a posteriori;

Chiaramente in quanto il metodo utilizzato è analitico (considerando le assunzioni fatte nell'eq. [1.2](#)) alcune di queste opzioni portano sicuramente a risultati imprecisi, ad esempio la media delle due soluzioni non può restituire mai il valore corretto in quanto con certezza è possibile affermare che quello corretto è uno tra sol_+ e sol_- . L'idea però non è solamente trovare la soluzione esatta ma anche cercare di mantenere contenuta la dispersione dei valori attorno a quelli esatti, per poi applicare la correzione basata sul fit del profilo.

Vanno fatte due premesse prima di procedere nell'analisi, l'utilizzo della vera massa del B e non di $m_B = \sqrt{E_B^2 - p_B^2}$ porta talvolta a equazioni di secondo grado con delta negativo. Queste per non inficiare le analisi sono state escluse dai grafici seguenti e verranno trattate a parte adeguatamente. Inoltre come anticipato è presente un'ambiguità sull'angolo θ , che da ora in poi verrà diviso ogni volta in due casi, angolo *misurato* e angolo *vero*. Per comparare entrambi i casi gli istogrammi verranno sempre posti uno accanto all'altro.

4.6.1 Soluzione maggiore

In figura [4.8](#) si riportano i grafici riempiti con la soluzione $E_B = sol_+$. Come si può notare la risoluzione (detta r, che ricordiamo essere $r = \frac{E_B^{vera} - E_B^{stimata}}{E_B^{vera}}$) risulta principalmente negativa, il che era prevedibile in quanto è stata scelta sempre la soluzione "più grande". Inoltre, come aspettato, all'aumentare della massa visibile r si restringe su valori sempre più prossimi allo zero.

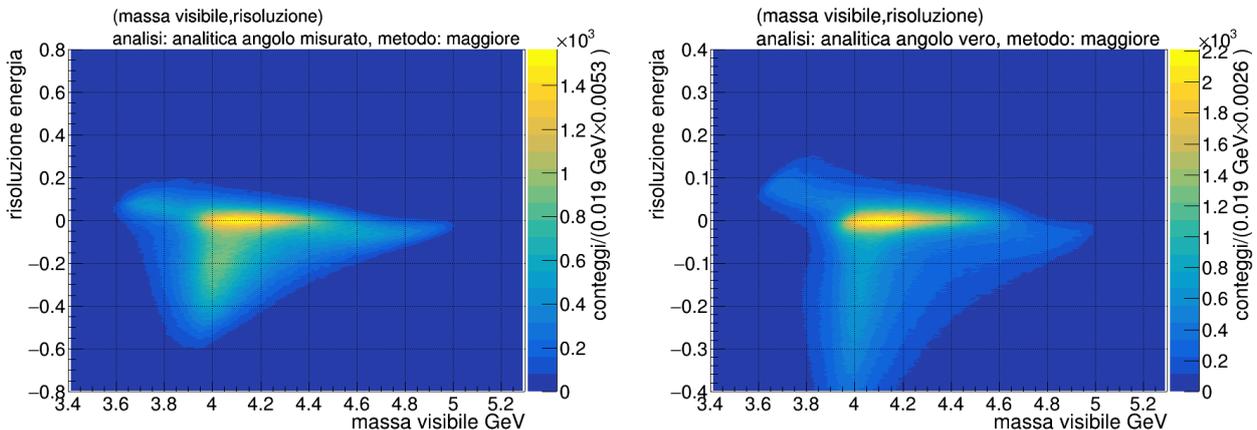


Figura 4.8: distribuzione risoluzione scegliendo sempre sol_+ .

È presente una criticità, avendo scelto sempre la soluzione maggiore ci si aspetta che nei casi in cui questa è esatta le risoluzioni siano prossime allo zero, mentre nei casi in cui è errata siano negative. Il problema è che sono presenti, sebbene in quantità minore, anche risoluzioni positive. Questo comportamento, messo in evidenza dalle proiezioni sulla risoluzione (nelle figure [4.10](#)) è da imputare all'aver utilizzato come massa la massa del B e non la massa proveniente da $m_B = \sqrt{E_B^2 - p_B^2}$, che come discusso in precedenza introduce un ulteriore fattore di errore nelle stime ricercate.

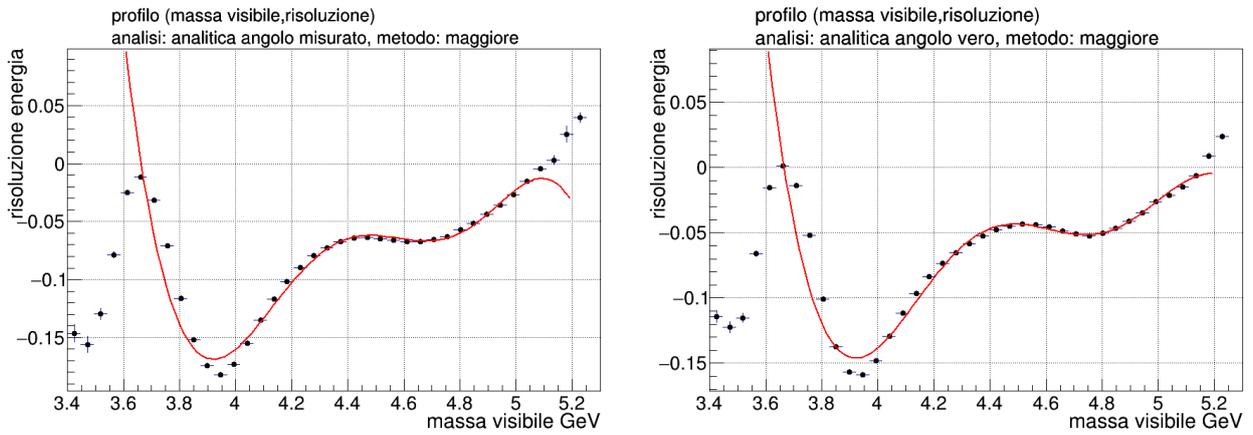


Figura 4.9: andamento della media della risoluzione al variare della massa visibile scegliendo $E_B = sol_+$.

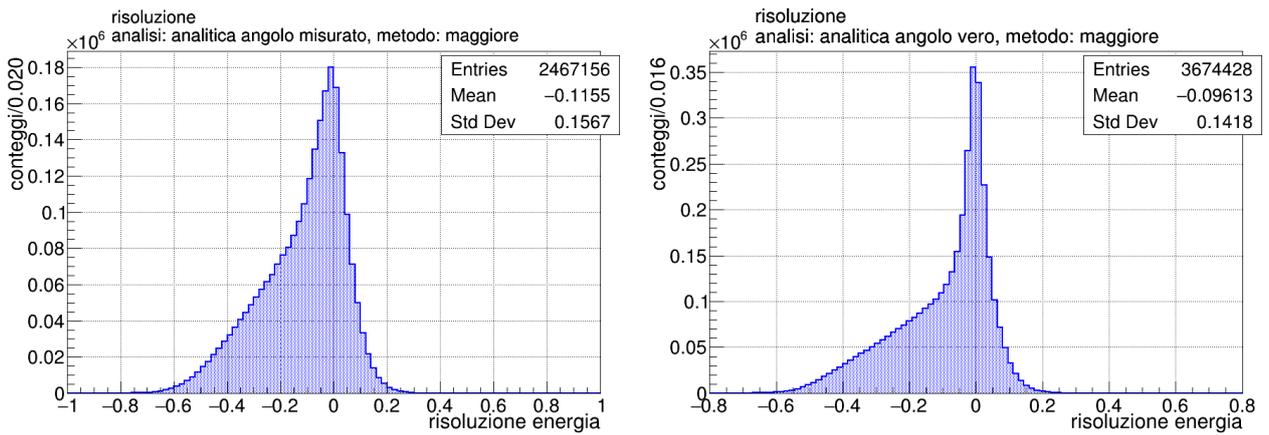


Figura 4.10: proiezione per tutto l'intervallo della massa visibile sulla risoluzione, scegliendo sempre $E_B = sol_+$.

4.6.2 Soluzione minore

Per quanto riguarda la scelta di $E_B = sol_-$ valgono le stesse considerazioni addotte per il paragrafo precedente, i grafici vengono riportati nelle figure [4.11](#), [4.12](#). Si ottiene una distribuzione della risoluzione asimmetrica che in questo caso ha una coda verso $r > 0$, e che presenta dati a valori di r negativi imputabili all'utilizzo di m_B come in precedenza.

C'è però una nota incoraggiante, mentre l'analisi con l'angolo misurato non presenta nulla di strano, l'analisi con l'angolo vero sembra essere molto precisa. Si può notare dall'istogramma bidimensionale un numero molto elevato (più del quadruplo) di conteggi nei pressi dello zero rispetto al caso con l'angolo misurato. Anche dal relativo profilo la risoluzione media si attesta molto rapidamente nei pressi dello zero, non esattamente su di esso a causa della dispersione di dati nella coda a $r > 0$. Chiaramente ciò non è sufficiente per dire che questo metodo per stimare E_B sia quello esatto, ma lascia un buon margine di miglioramento se si volesse approfondire l'argomento ulteriormente.

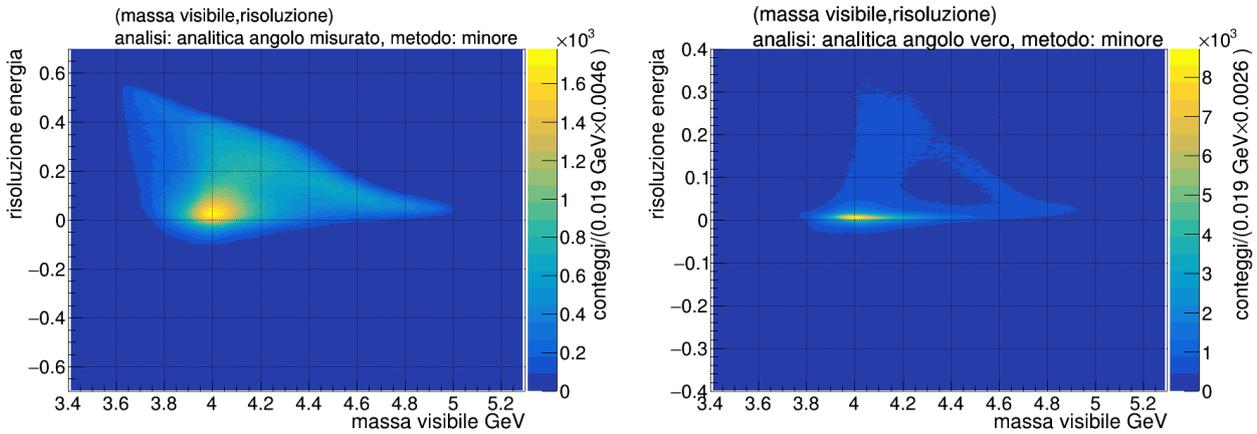


Figura 4.11: distribuzione risoluzione scegliendo sempre sol_- .

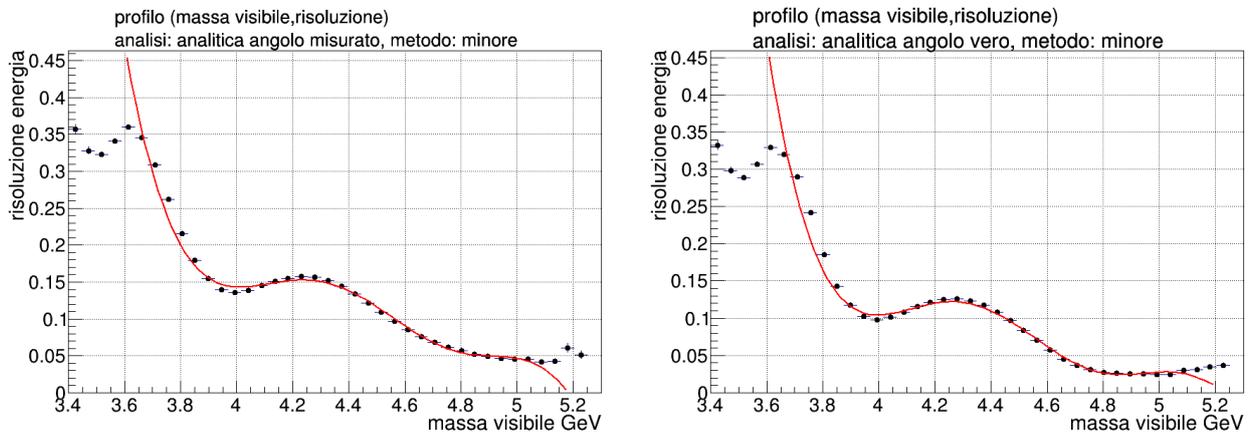


Figura 4.12: andamento della media della risoluzione al variare della massa visibile scegliendo $E_B = sol_-$.

4.6.3 Soluzione media tra sol_+ e sol_-

La media delle due soluzioni, in un caso perfettamente teorico, non può essere una buona stima di E_B in quanto provenendo da un metodo analitico la soluzione esatta deve essere una tra sol_- e sol_+ . Sfortunatamente non è questo il caso, gli errori dovuti alle incertezze dei rivelatori inseriscono nel sistema variabili molto difficili da trattare analiticamente, può far comodo quindi ricorrere anche a studi di carattere più qualitativo e statistico.

Nel caso della media (di seguito in figura 4.13) si nota maggiore simmetria rispetto ai due casi proposti in precedenza, ovviamente se per sol_+ si presentavano delle code a $r < 0$ e per sol_- delle code a $r > 0$, mediando i due risultati le code si smorzano considerevolmente ottenendo una distribuzione più simmetrica centrata sullo zero.

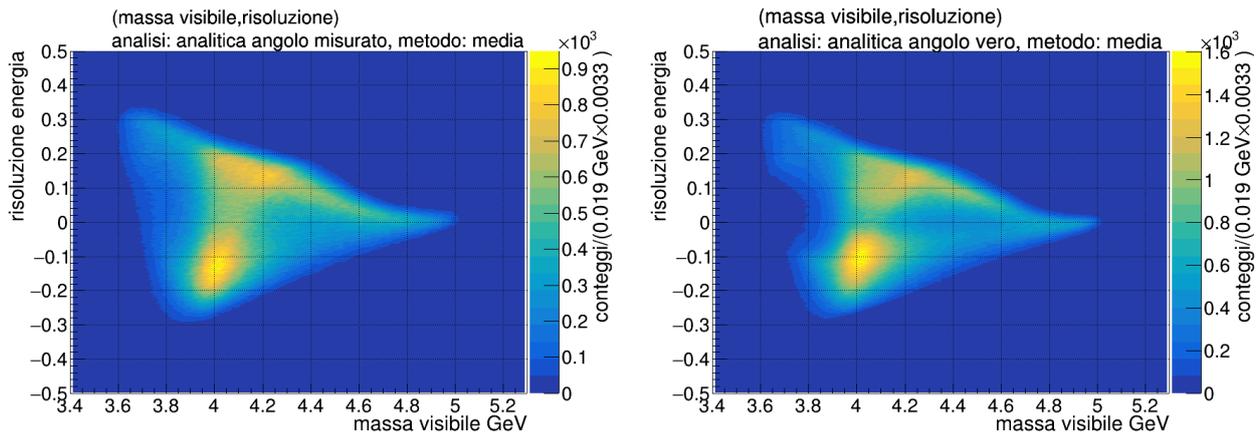


Figura 4.13: distribuzione risoluzione scegliendo sempre la media tra sol_+ e sol_- .

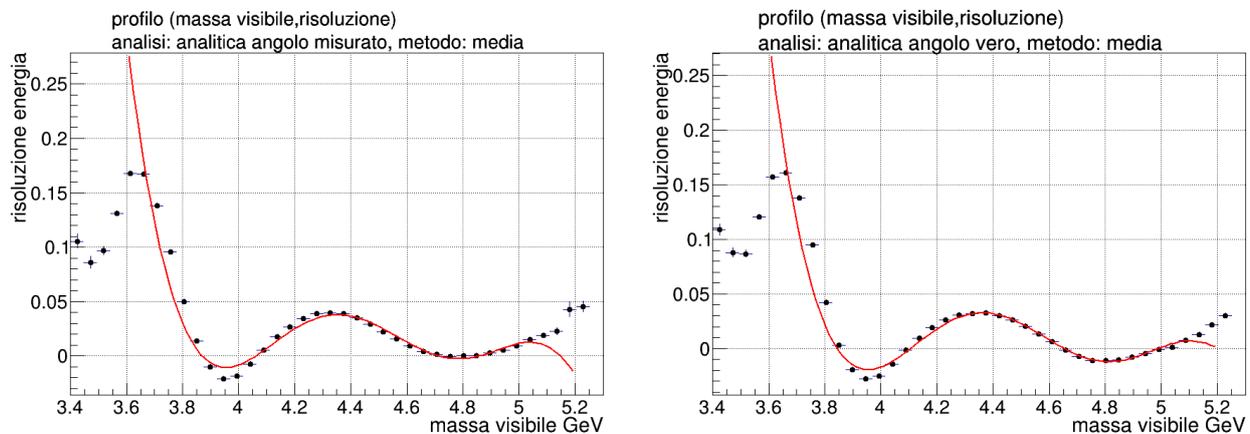


Figura 4.14: andamento della media della risoluzione al variare della massa visibile scegliendo $E_B = (sol_- + sol_+)/2$.

Questa simmetria si riflette nei profili (figura 4.14), sebbene questi non siano esattamente piatti sullo zero la risoluzione media oscilla tra -0.05 e 0.05. Ciò sembra essere molto incoraggiante, ma in realtà la media nulla non è causata tanto da valori di r prossimi a zero quanto dalla simmetria dei conteggi rispetto all'asse x . Per come è costruita l'analisi il grafico ottenuto risulta simmetrico rispetto all'ascissa, ma la dispersione dei dati attorno ad essa è considerevole. Le principali zone popolate dai conteggi infatti si presentano per $r \approx -0.15$ e $r \approx 0.15$ portando di fatto a una soluzione paragonabile alla collineare utilizzata in letteratura.

4.6.4 Soluzione casuale

Questa analisi non ha lo scopo di discernere tra la soluzione esatta e quella errata dell'equazione di secondo grado, ma si propone di indagare un situazione perfettamente simmetrica: 50% sol_+ , 50% sol_- , per evidenziare eventuali asimmetrie negli istogrammi. Dai grafici [4.15](#) si può estrarre un'informazione interessante.

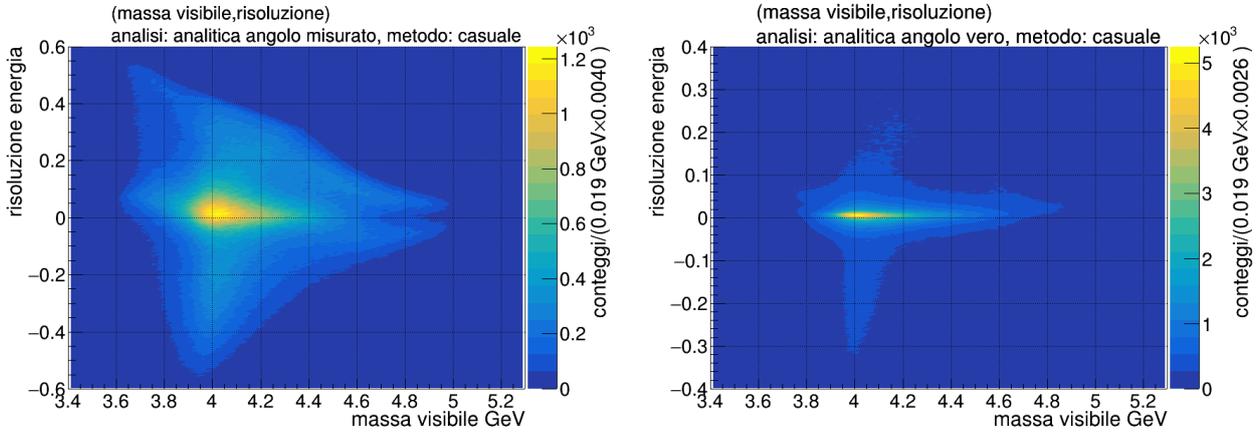


Figura 4.15: distribuzione risoluzione scegliendo casualmente tra sol_+ e sol_- con probabilità 50%.

Proiettando gli istogrammi sulla risoluzione in vari intervalli di massa visibile, per quelli a m_{vis} prossima a m_B sembra che le risoluzioni positive (quindi per $E_B = sol_-$) siano più piccate vicino allo zero e meno disperse di quelle negative. Questo comportamento, evidenziato sia per l'angolo vero che per l'angolo misurato (grafici [4.16](#)), suggerisce che sol_- risulta essere la stima corretta più frequentemente di sol_+ , almeno nei casi in cui la massa visibile è molto vicina a quella effettiva del B.

In tal caso i profili con massa visibile e media non vengono riportati, essendo un metodo costruito per definizione in modo simmetrico si ottiene un profilo nei pressi di $r=0$ come previsto, senza anomalie particolari.

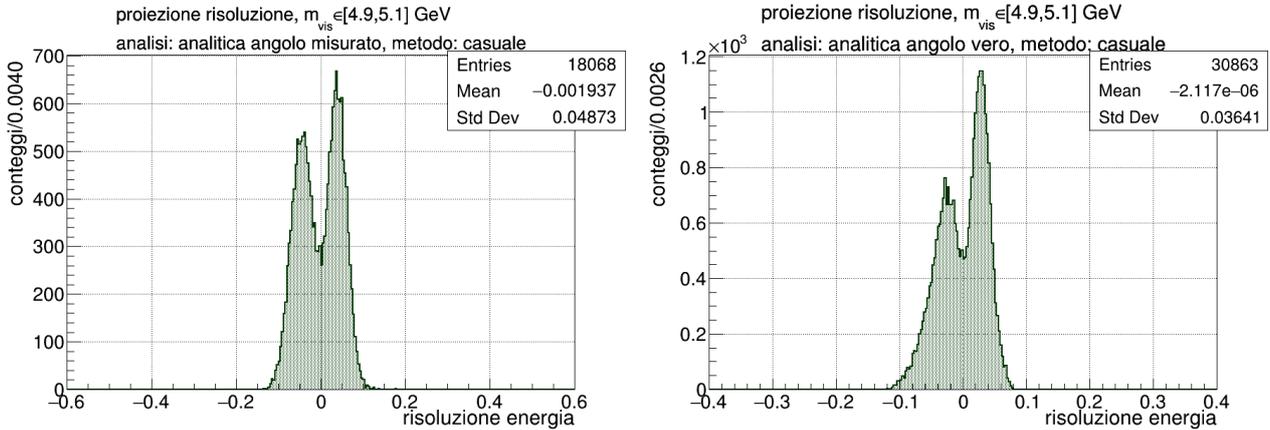


Figura 4.16: proiezioni sulla risoluzione nell'intervallo di massa visibile $[4.9, 5.1]$ GeV per la soluzione scelta casualmente tra sol_+ e sol_- .

4.6.5 Soluzione prossima all'approssimazione collineare

In questa analisi è stata scelta sempre l'energia più prossima a quella stimata tramite il metodo collineare solitamente utilizzato in letteratura. I grafici ottenuti sono riportati in figura [4.17](#).

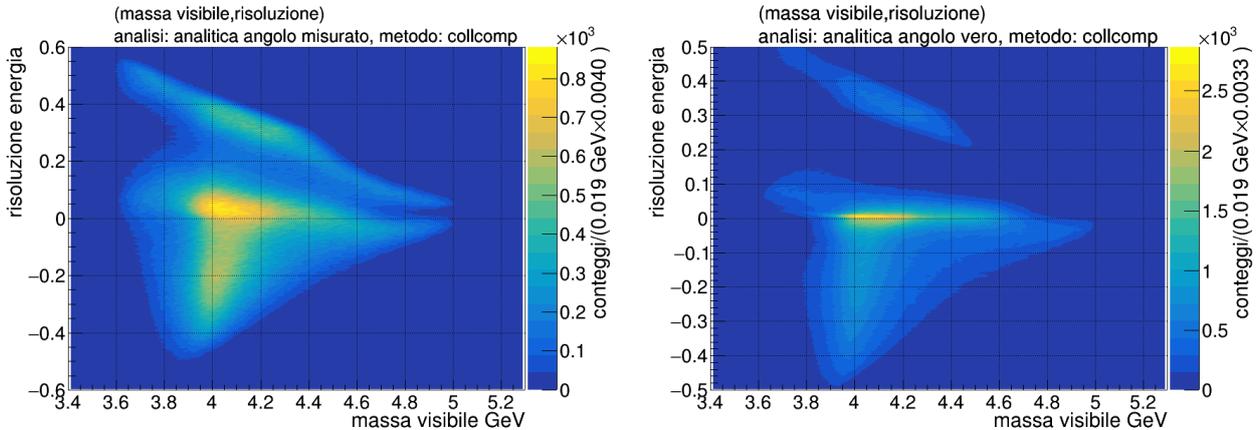


Figura 4.17: distribuzione risoluzione scegliendo la soluzione più vicina all'approssimazione collineare.

Si nota che il piano cartesiano (x,y) è densamente popolato di eventi in due regioni ben distinte, sia per l'angolo misurato che quello vero. Non sono state messe in atto ulteriori indagini per studiare questo comportamento, che meriterebbe un approfondimento futuro.

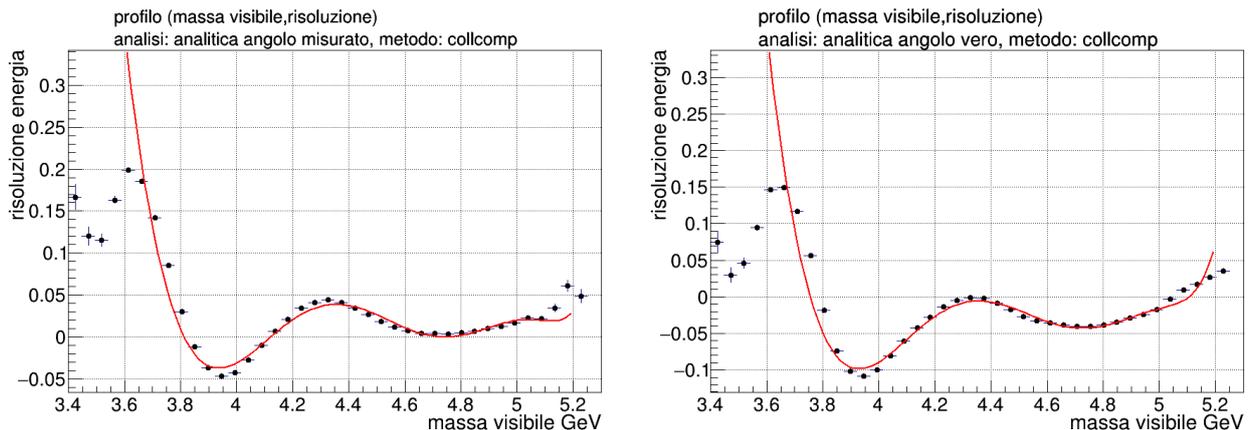


Figura 4.18: andamento della media della risoluzione al variare della massa visibile scegliendo la soluzione più vicina all'approssimazione collineare.

4.6.6 Eventi con $\Delta < 0$ nell'equazione di secondo grado

Le soluzioni sol_+ e sol_- provengono da un'equazione di secondo grado, la quale dipende anche da $\sqrt{\Delta}$ con $\Delta = b^2 - 4ac$. In condizioni ideali, con rivelatori di sensibilità infinita, non ci si aspetta mai di rivelare eventi con $\Delta < 0$. Avendo tenuto conto degli errori sperimentali, circa nel 30% dei casi per l'angolo vero e nel 57% per l'angolo misurato si presentano proprio eventi del genere. Questo si è visto essere da imputare quasi totalmente alla differenza tra la m_B del PDG e $m_B = \sqrt{E_B^2 - p_B^2}$ dove E_B e p_B provengono dalla simulazione.

In tal caso le strade percorribili sono 2: si scartano gli eventi problematici e si tengono i restanti, oppure si trova un modo di analizzare tali eventi nello specifico, in questa sede di analisi sarebbe possibile scartare dati impunemente, provenendo da simulazioni numeriche, ma nell'ottica di analizzare dati veri chiaramente il problema è differente. In tal caso è preferibile fare di tutto per non scartare eventi, a meno che non strettamente necessario, in quanto effettuare più collisioni è dispendioso sia in tempo che in denaro. Poiché lo scopo di questa tesi è proiettato all'analisi di dati reali è chiaro che la strada da percorrere è la seconda citata.

Non potendo utilizzare il termine $\sqrt{\Delta}$ questo è stato messo a zero, restituendo di fatto un'unica soluzione: $sol = \frac{-b}{2a}$, la quale equivale in tutto e per tutto alla strategia di utilizzare come miglior stima di E_B la media tra sol_+ e sol_- . I grafici ottenuti sono i seguenti:

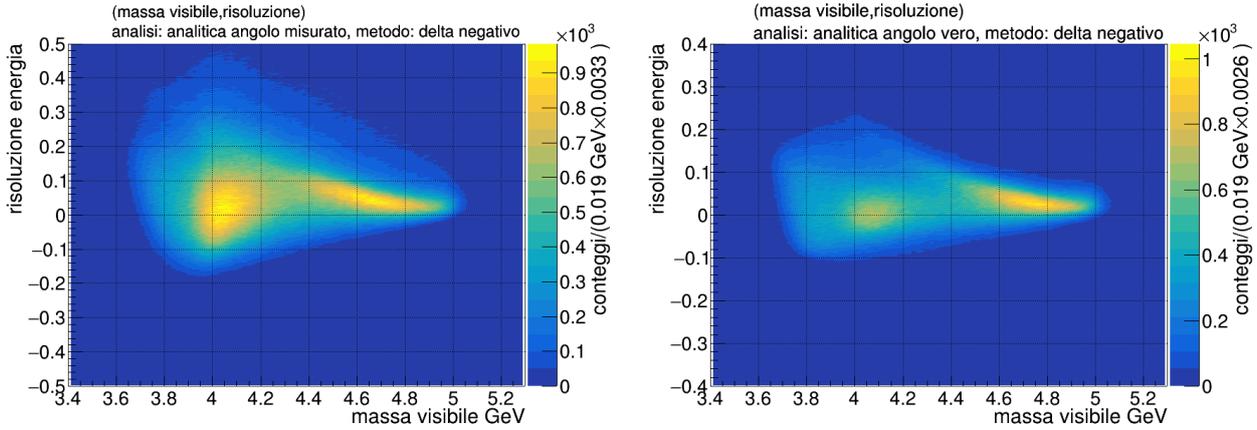


Figura 4.19: distribuzione risoluzione con E_B stimata pari a $\frac{-b}{2a}$ per i soli eventi con $\Delta < 0$.

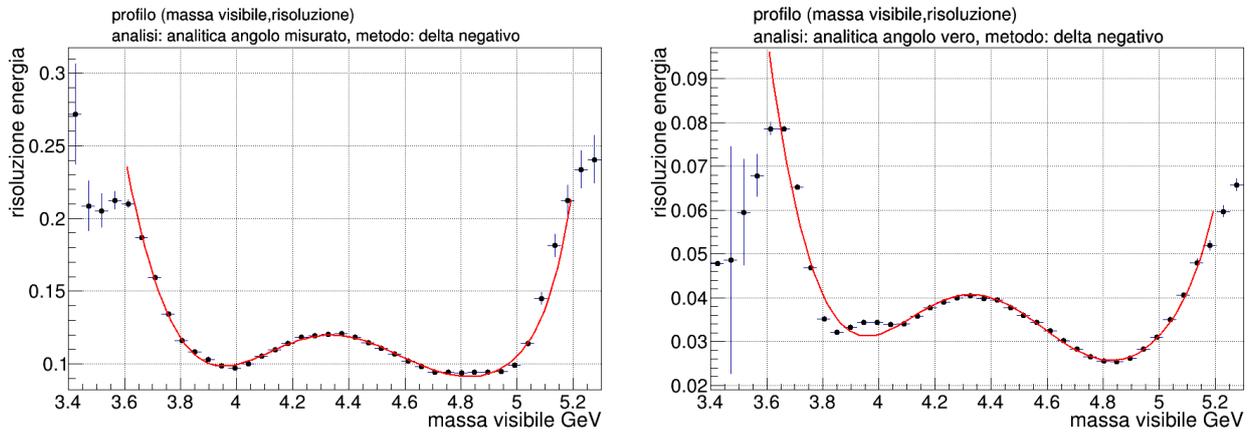


Figura 4.20: andamento della media della risoluzione al variare della massa visibile con E_B stimata pari a $\frac{-b}{2a}$ per i soli eventi con $\Delta < 0$.

Per analizzare un intero insieme di dati quindi bisognerà sempre adottare almeno due metodi per la stima di E_B , uno per gli eventi con $\Delta > 0$, i quali permettono un maggiore spazio di manovra su che strategia utilizzare, uno per tutti gli eventi con $\Delta < 0$, per poi unire i due risultati.

La strategia messa in atto in questo caso risulta non essere particolarmente efficace, come si nota dal profilo la media della risoluzione per l'angolo misurato si attesta a $r \approx 10\%$, valore peggiore rispetto all'approssimazione collineare, andrà quindi approfondita con indagini future.

4.6.7 Soluzione a posteriori

Utilizzando dati simulati si dispone anche dei valori corretti delle stime cercate. È di particolare utilità confrontare sol_+ e sol_- con il valore vero. Gli istogrammi costruiti scegliendo la soluzione corretta a posteriori possono fornire il modello a cui aspirare utilizzando i metodi proposti in precedenza (grafici in figura 4.21). In questa analisi è palese un effetto mostrato anche nei grafici precedenti, l'utilizzo dell'angolo vero piuttosto che quello misurato gioca un ruolo determinante nella precisione delle stime ottenute. In questo caso la dispersione massima sembra essere essenzialmente dimezzata.

4.7 Correzioni a posteriori

Come mostrato anche per l'approssimazione collineare in questo caso ad ogni analisi dati fatta è stata applicata una correzione a posteriori nella forma della 3.11. Si riportano di seguito i risultati per le

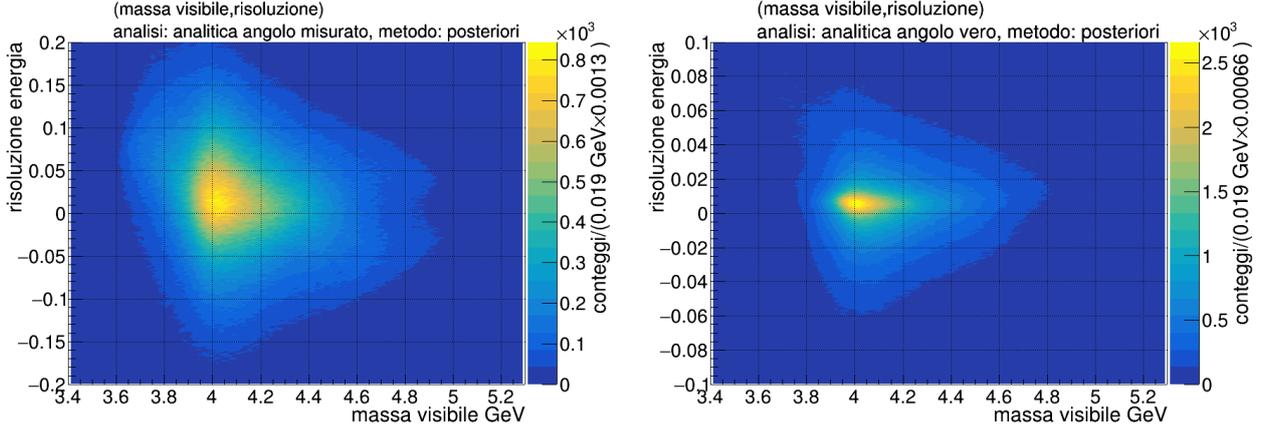


Figura 4.21: distribuzione risoluzione con E_B stimata scegliendo sol_+ o sol_- a posteriori.

distribuzioni più asimmetriche, nelle quali il cambiamento è facilmente apprezzabile ad occhio nudo, solamente nel caso dell'angolo misurato per brevità (figure 4.24 e 4.23). I risultati presentati sono analoghi in tutti gli istogrammi ottenuti senza particolari menzioni da aggiungere. Questo da un lato è di conforto, avendo operato una correzione a posteriori di carattere prettamente statistico matematico ci si aspetta lo stesso comportamento in tutti i casi, indipendentemente che il metodo utilizzato per costruire gli istogrammi fosse corretto o no. Inoltre a conferma della riuscita della correzione, oltre all'istogramma bidimensionale con le nuove risoluzioni si riportano anche i nuovi profili, i quali nell'intervallo in cui il fit descrive adeguatamente l'andamento del profilo prima della correzione, sono approssimabili con una retta a risoluzione nulla come previsto.

Oltre ad annullarne la media questo processo rimodellando la forma dell'istogramma modifica anche le proiezioni sull'asse della risoluzione. È riportata di seguito a titolo di esempio la proiezione per il metodo $E_B = sol_-$ nel caso dell'angolo misurato, ma tale comportamento è presente in ogni analisi. Va sottolineato che la correzione non comporta una semplice traslazione essendo la proiezione

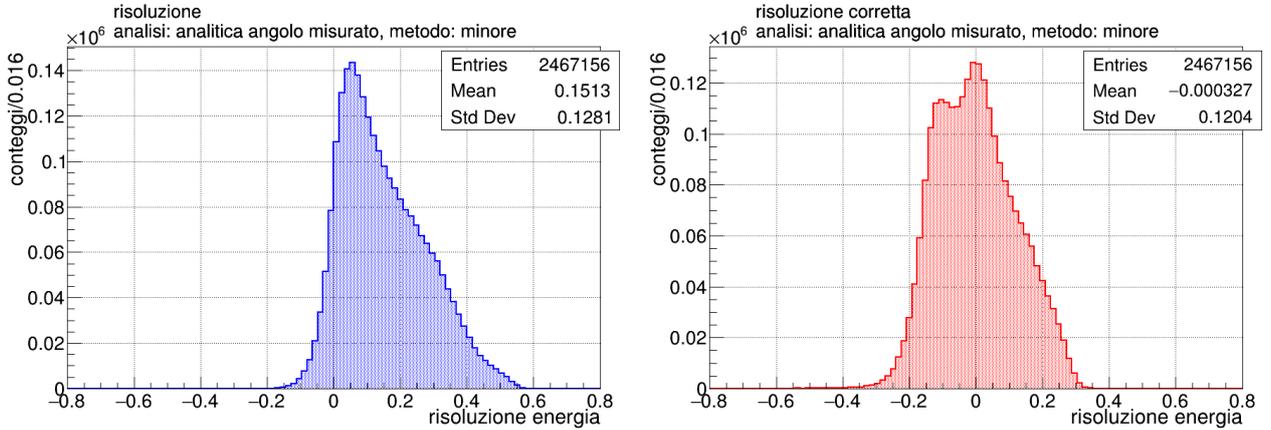


Figura 4.22: proiezione sulla risoluzione prima (sinistra) e dopo (destra) la correzione, per $E_B = sol_-$.

di un istogramma bidimensionale. Questo può essere constatato dalla diminuzione della deviazione standard² che nel caso presentato diminuisce di circa il 6%. Si riporta nella tabella seguente la variazione percentuale nel caso dell'angolo misurato: $\frac{\sigma - \sigma_{corr}}{\sigma}$ per i vari metodi di selezione di E_B . Inoltre calcolando il coefficiente di compatibilità $\rho = \frac{|x_i - x_j|}{\sqrt{\sigma_i^2 + \sigma_j^2}}$ tra la σ prima e dopo la correzione si ottiene sempre $\rho \gg 10$, confermando quanto appena detto. L'unica deviazione standard che aumenta invece di diminuire è quella per i dati con $\Delta < 0$, questo comportamento è stato ignorato in quanto come detto in precedenza tali stime risultano di massima e andranno approfondite tramite indagini future.

²Non si riportano gli errori della media e della deviazione standard, questi provenendo da campioni di dati molto ingenti sono dell'ordine di 10^{-4} o inferiore, vengono quindi considerati trascurabili per i fini perseguiti.

maggiore	-3.12%	minore	-6.01%
media	-3.52%	più simile alla collineare	-2.06%
casuale	-1.28%	delta negativo	+7.04%
posteriori	-1.56%		

Tabella 4.1: variazione percentuale $\frac{\sigma - \sigma_{corr}}{\sigma}$ della deviazione standard dovuta alla correzione per i vari metodi di selezione tra sol_+ e sol_- .

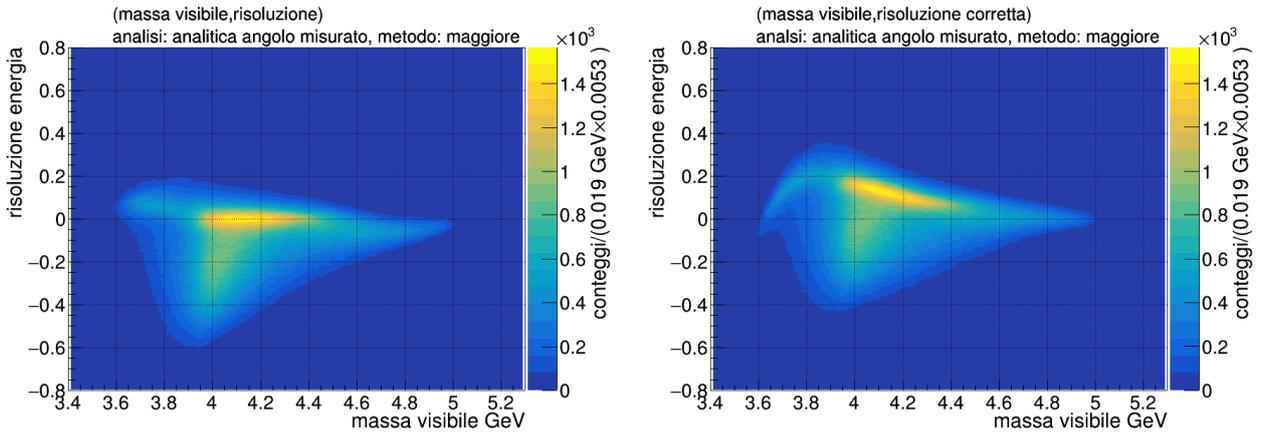


Figura 4.23: grafico prima e dopo la correzione per $E_B = sol_+$.

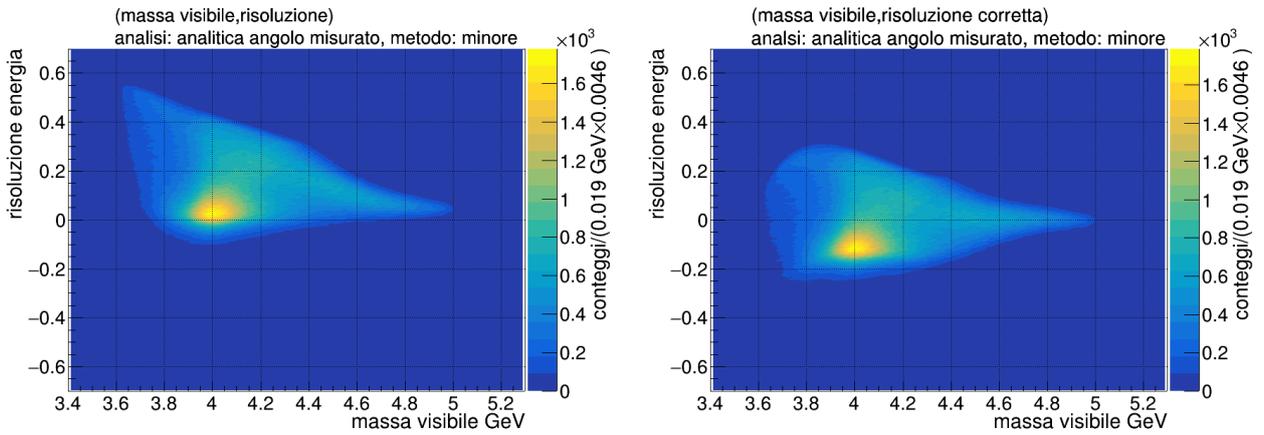


Figura 4.24: grafico prima e dopo la correzione per $E_B = sol_-$.

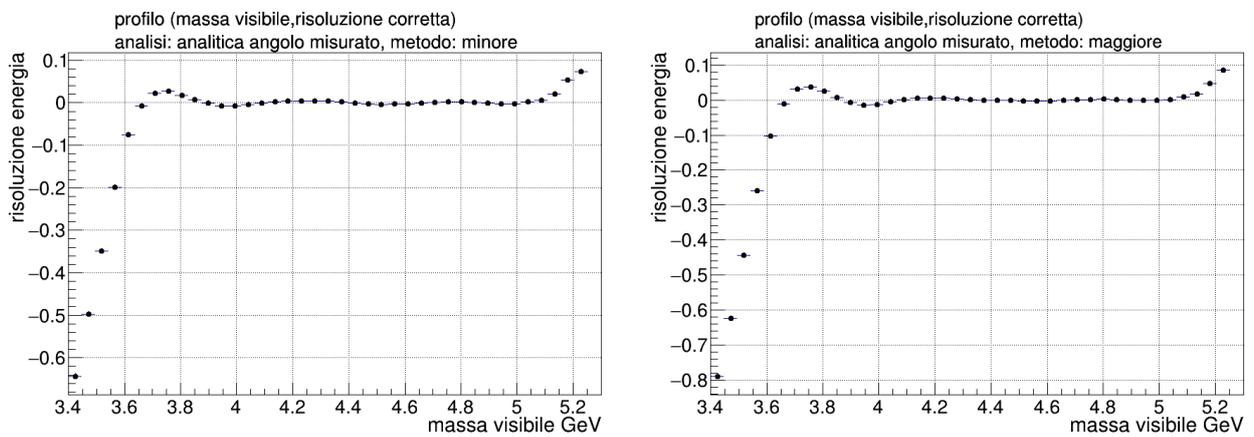


Figura 4.25: profili dopo la correzione per verificarne la riuscita.

4.8 Analisi proiezioni

Dopo aver stampato tutti i grafici e aver corretto le risoluzioni centrandonole sullo zero è stata fatta un'analisi conclusiva per verificare che all'aumentare della massa visibile la stima di E_B migliorasse. Questo a primo impatto è facile da verificare qualitativamente per tutti gli istogrammi bidimensionali riportati. La regione di piano cartesiano popolata dei eventi bene o male ha la forma di un cono, largo per massa visibile nei pressi di [3.5,3.7] GeV e molto più stretto arrivando a [4.9,5.1] GeV. Per verificare quantitativamente tale comportamento l'istogramma è stato sezionato nei due rispettivi intervalli di massa visibile e proiettato sulla risoluzione. Mettendo a confronto le varie deviazioni standard dei grafici ottenuti è possibile quantificare questo fenomeno. Per completezza va menzionato che oltre ai grafici provenienti dalle analisi analitiche sono riportati gli istogrammi anche per l'approssimazione collineare (figura 4.33), così da poterli confrontare agevolmente. Inoltre nelle statistiche riportate in ogni istogramma l'errore sulle media e sulla deviazione standard stimate è sempre dell'ordine di 10^{-4} o minore (provenendo da campioni di dati molto ingenti), viene quindi considerato trascurabile per i fini proposti e non è riportato per non appesantire la notazione (figure fino a fine paragrafo).

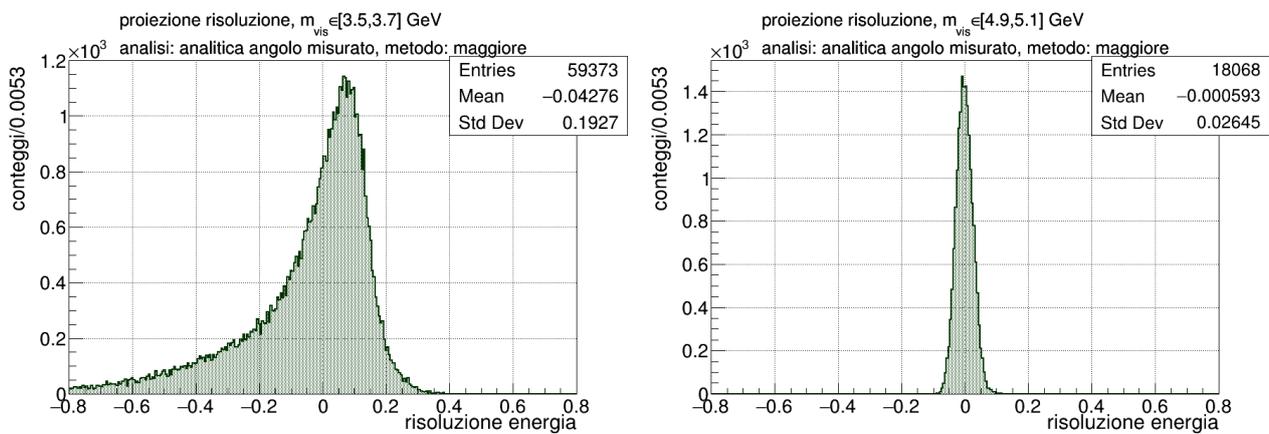


Figura 4.26: proiezioni risoluzione per metodo $E_B = sol_+$.

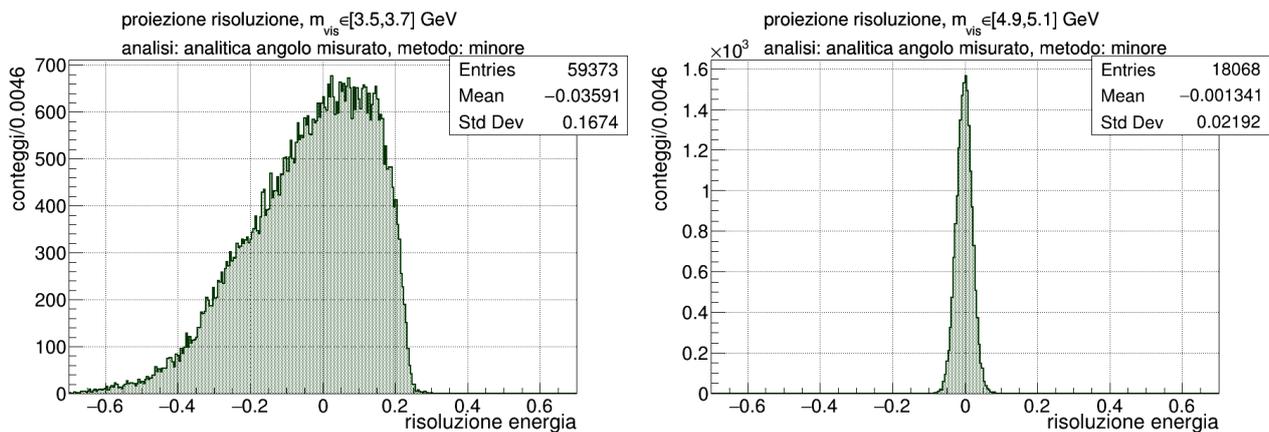


Figura 4.27: proiezioni risoluzione per metodo $E_B = sol_-$.

L'andamento ricercato è chiaramente verificato, la distribuzione della risoluzione si restringe sensibilmente all'aumentare della massa visibile, indipendentemente da come è stato costruito l'istogramma. Unica nota rilevante riguarda la soluzione a posteriori, per brevità non sono state riportate tutte le sezioni, ma la sua deviazione standard varia in [0.033,0.077], mentre per tutti gli altri istogrammi si muove in un intervallo molto più ampio. Questo è confortante poiché essendo un metodo analitico, sebbene le problematiche legate alla rivelazione, la risoluzione per la scelta a posteriori dovrebbe presentare sempre un andamento gaussiano centrato nello zero con dispersione dovuta quasi esclusivamente alle imprecisioni strumentali. Non è la stessa cosa invece per tutti i grafici costruiti seguendo gli altri criteri studiati, i quali possono rivelarsi più o meno fallimentari a seconda del valore della massa visibile in questione.

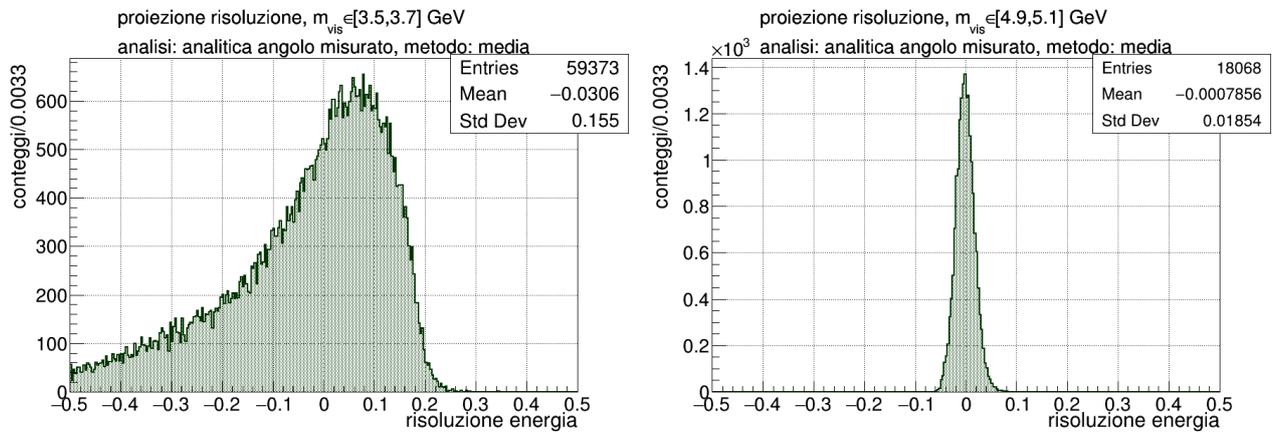


Figura 4.28: proiezioni risoluzione per metodo $E_B = (sol_- + sol_+)/2$.

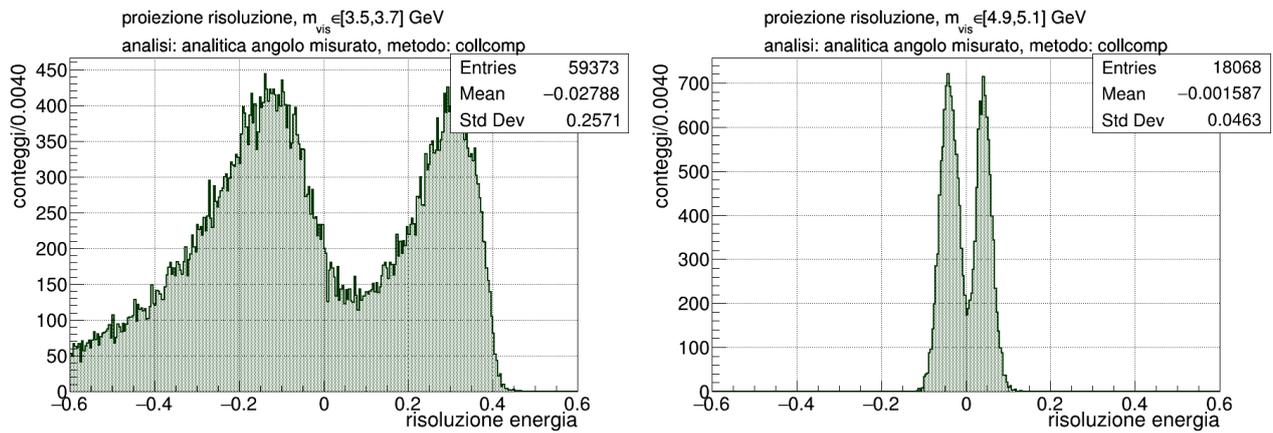


Figura 4.29: proiezioni risoluzione per E_B più vicina all'approssimazione collineare.

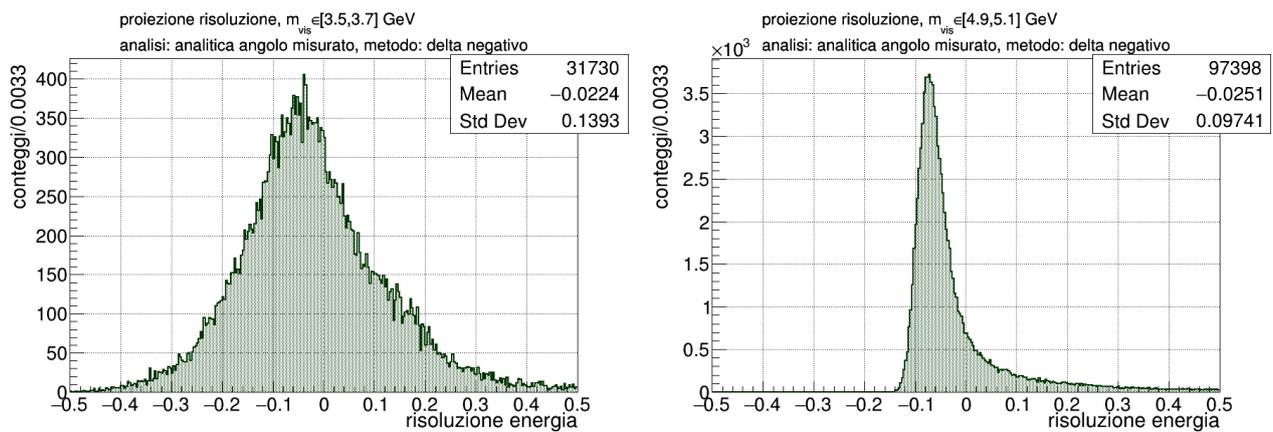


Figura 4.30: proiezioni risoluzione per eventi con $\Delta < 0$.

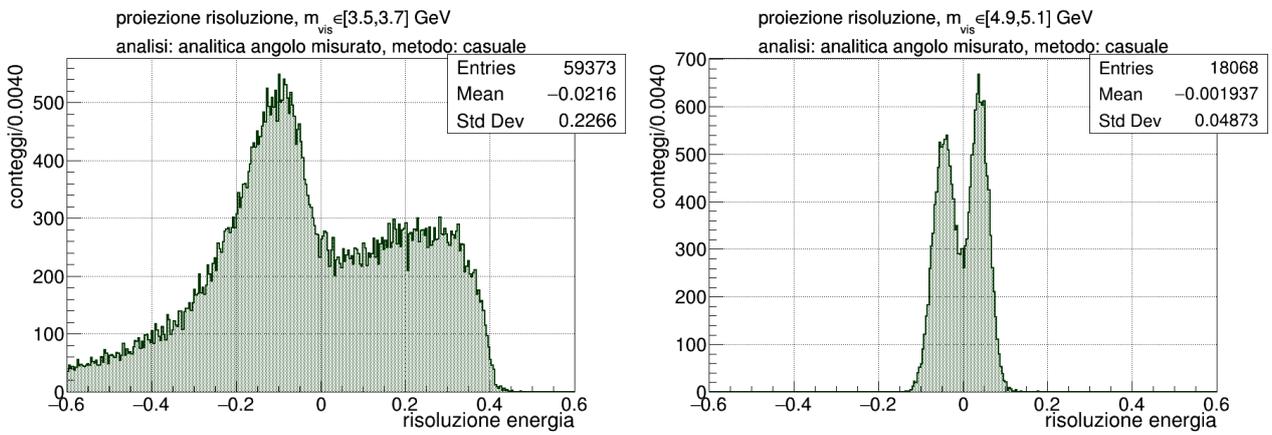


Figura 4.31: proiezioni risoluzione per metodo casuale.

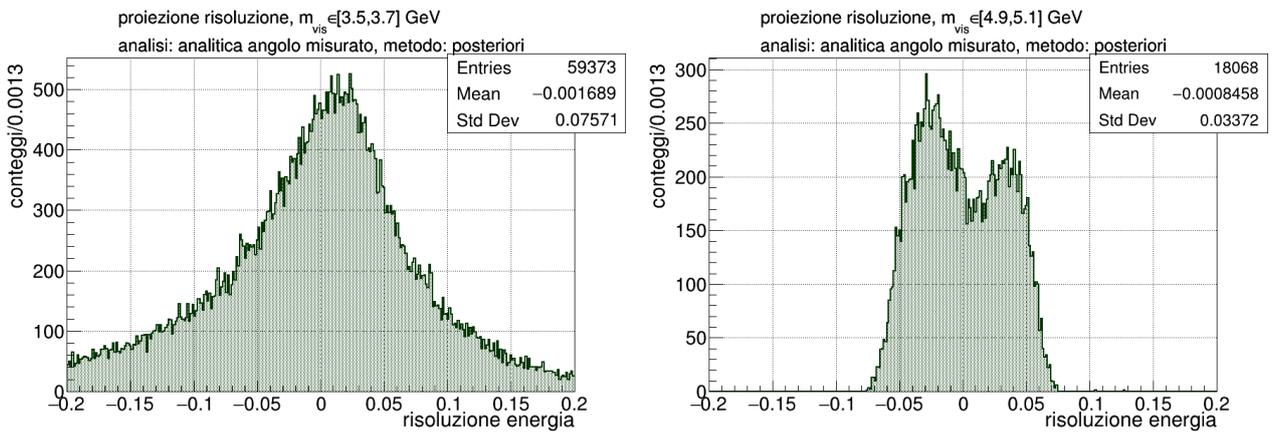


Figura 4.32: proiezioni risoluzione per E_B scelta a posteriori.

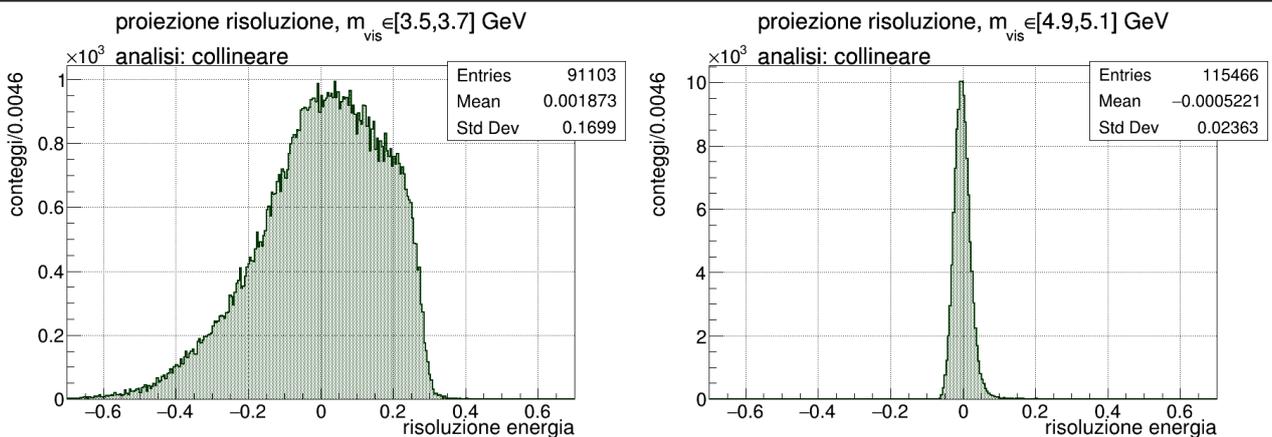


Figura 4.33: proiezioni risoluzione per l'approssimazione collineare.

4.9 Approssimazione $\cos \theta = 1$

Nel fare l'analisi analitica è stato utilizzato il coseno dell'angolo tra l'impulso del B e quello delle particelle visibili. È possibile approssimare tale coseno ad 1 data la velocità a cui tali particelle si muovono negli acceleratori. Facendo ciò si ottiene un'equazione di secondo grado analoga alla [1.7](#) in cui $\cos \theta = 1$. Rimane nuovamente da selezionare una soluzione tra sol_+ e sol_- . Anche in questo caso sono state eseguite tutte le analisi mostrate in precedenza, e di seguito a titolo di esempio si riportano gli istogrammi bidimensionali per la soluzione minore (che fino ad ora sembra essere la più promettente) e per quella a posteriori.

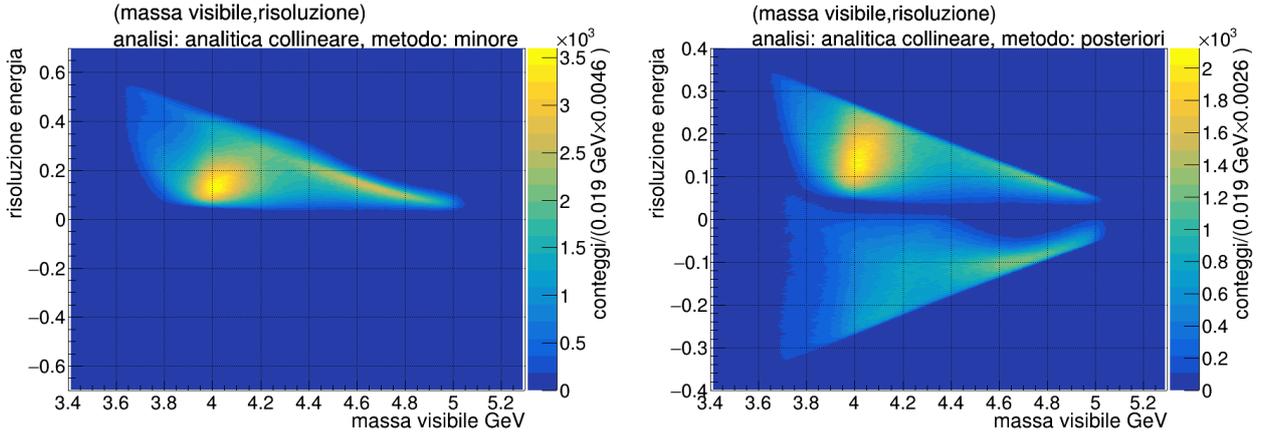


Figura 4.34: istogrammi bidimensionali (massa visibile,risoluzione) per il metodo analitico con approssimazione $\cos \theta = 1$ nel caso di $E_B = sol_-$ e per la soluzione scelta a posteriori.

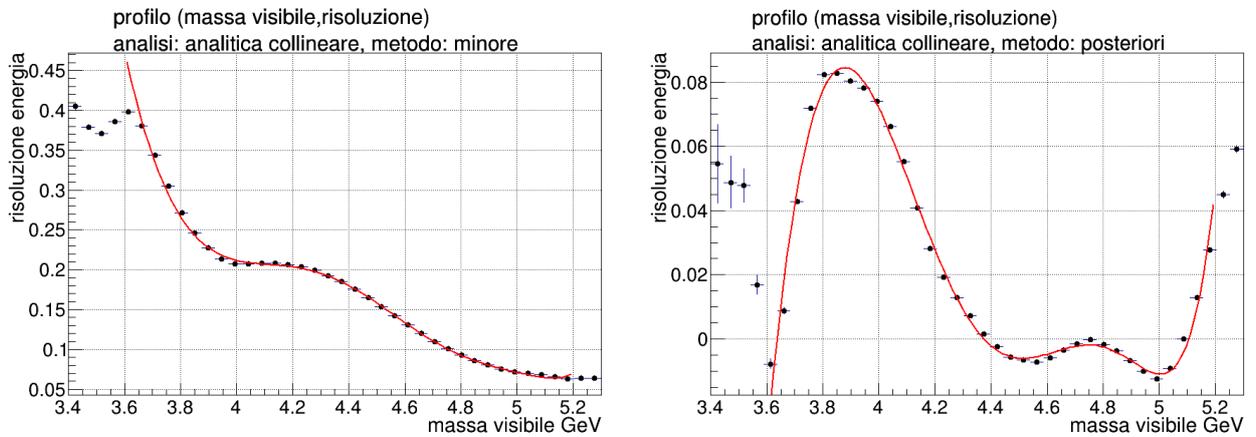


Figura 4.35: fit profili istogrammi bidimensionali per il metodo analitico con approssimazione $\cos \theta = 1$ nel caso di $E_B = sol_-$ e per la soluzione scelta a posteriori.

Si verificano comportamenti analoghi al caso $\cos \theta \neq 1$, con un generale peggioramento delle stime dovuto all'approssimazione fatta.

Ci sarebbe però un motivo per preferire questa analisi all'utilizzo dell'angolo misurato, gli eventi con $\Delta < 0$, che in precedenza sono stati trattati separatamente in questo caso non sono presenti. Ciò permetterebbe di utilizzare lo stesso criterio per scegliere tra sol_+ e sol_- in tutti i dati, donando maggiore consistenza alla selezione.

Conclusioni

5.10 Considerazioni finali sulle analisi eseguite

Riassumendo quanto discusso precedentemente: l'obbiettivo iniziale è trovare un buon metodo per la stima dell'energia di un B decaduto in particelle visibili (rivelabili) e in un neutrino (non rivelabile). In letteratura la strategia più comune è l'approssimazione collineare, cioè ragionare nell'assunto che le particelle figlie proseguano nella stessa direzione di volo del B. In questa tesi sono stati proposti alcuni metodi alternativi: due approssimati che si sono rivelati immediatamente fallimentari, e uno analitico. Lavorando con dati simulati inoltre si dispone anche dei valori veri delle stime ottenute, e dell'angolo di diffusione vero delle particelle figlie, permettendo dei confronti che normalmente non è possibile eseguire.

Il metodo analitico conduce ad un'equazione di secondo grado, che idealmente dovrebbe fornire con certezza la soluzione esatta. I problemi che si presentano sono due:

- il processo di misura non ideale introduce degli errori non eliminabili nell'analisi;
- l'equazione di secondo grado fornisce due soluzioni, entrambe fisicamente accettabili: $E_B = sol_+$ e $E_B = sol_-$, ma di cui solo una è corretta;

Insieme questi due fattori rendono piuttosto difficile selezionare la soluzione corretta tra sol_+ e sol_- . Se non ci fossero gli errori sperimentali la distinzione tra le due sarebbe più marcata semplificando il processo.

Dalle varie strategie adottate per scegliere E_B nessuna si è rivelata particolarmente efficiente. Sono stati notati però dei comportamenti interessanti per i vari tipi di analisi. Scegliendo sempre $E_B = sol_-$ nel caso dell'angolo vero si ottiene un istogramma della risoluzione con dispersione molto contenuta, questo permetterebbe di scegliere "alla cieca" la soluzione minore commettendo un errore accettabile almeno nei casi in cui la massa visibile è prossima a quella del B.

Scegliendo sempre la media tra sol_+ e sol_- si ottiene un istogramma bidimensionale meno diffuso, il quale infatti come si può notare dalle proiezioni dei grafici nella sezione [4.8](#) ha la deviazione standard più bassa sia ad alti che a bassi valori di massa visibile.

Parlando invece dei dati con $\Delta < 0$ l'aver imposto $\Delta = 0$ porta ad una dispersione della risoluzione non trascurabile nemmeno a valori di massa visibile alti, $\sigma \approx 9\%$ per $m_{vis} \in [4.9, 5.1] GeV$. Questa analisi quindi si ritiene solamente un'approssimazione di massima per quanto cercato e sicuramente andrà migliorata da indagini future.

Nel paragrafo che segue come conclusione delle strategie studiate si mettono a confronto l'approssimazione collineare, e la soluzione analitica scegliendo sempre $E_B = sol_-$ (che sembra essere la più promettente) nel caso $\cos\theta$ misurato e $\cos\theta = 1$, in tutti i casi dopo la correzione tramite il profilo.

5.10.1 Confronto stime migliori

Per confrontare il metodo utilizzato in letteratura, che ricordiamo essere l'approssimazione collineare, ed il metodo più promettente tra quelli studiati precedentemente, $E_B = sol_-$, sono stati stampati gli istogrammi in figure [5.36](#) e [5.37](#). In questi, per vari intervalli di massa visibile sono state sovrapposte le sezioni degli istogrammi bidimensionali (m_{vis} , risoluzione) dopo la correzione tramite il profilo, sia per il campione di B^\pm che per i B^0 , avendo così statistica su tutto l'intervallo di massa visibile di

interesse.

Per prima cosa salta all'occhio che il metodo analitico con $\cos\theta$ misurato (in verde) contiene meno dati degli altri istogrammi. Questo come detto è dovuto al $\Delta < 0$ in molti degli eventi studiati.

In secondo luogo si osserva che l'approssimazione collineare (in rosso) per intervalli di $m_{vis} < 4$ ha una dispersione maggiore rispetto ai metodi analitici, mentre a valori superiori di 4 è essenzialmente sovrapponibile al caso analitico con $\cos\theta = 1$.

Queste considerazioni portano a concludere che, il metodo analitico risulta essere conveniente per bassi valori di massa visibile, con una preferenza per l'approssimazione $\cos\theta = 1$ dovuta sia all'assenza di eventi con $\Delta < 0$, sia al non dover unire il metodo $E_B = sol_-$ nei casi $\Delta > 0$ con il metodo $E_B = -\frac{b}{2a}$ nei casi con $\Delta < 0$, che come è stato mostrato nella sezione 4.8 in figura 4.30 non è particolarmente efficiente.

Miglioramenti futuri

A questo punto, dopo aver presentato i risultati trovati, è possibile suggerire alcune modifiche da tentare in futuro per migliorare quanto ottenuto. Per prima cosa la correzione utilizzando il profilo, che ricordiamo descrivere la media della risoluzione al variare della massa visibile, risulta valida nei casi in cui la distribuzione della risoluzione è simmetrica, come nel caso di $E_B = (sol_+ + sol_-)/2$, mentre per i casi asimmetrici come $E_B = sol_+$ ed $E_B = sol_-$ si potrebbe tentare di correggere le stime ottenute utilizzando la moda. Inoltre dato il considerevole miglioramento dei valori ottenuti tramite il $\cos\theta$ vero invece che quello misurato si potrebbe prima studiare una strategia per stimare con maggiore precisione il $\cos\theta$ misurato, per poi proseguire nell'analisi come mostrato in precedenza. Questi miglioramenti potrebbero portare ad una stima considerevolmente migliore dei valori cercati, giustificando l'utilizzo di uno dei metodi proposti rispetto all'approssimazione collineare utilizzata in letteratura.

CAMPIONE B^\pm

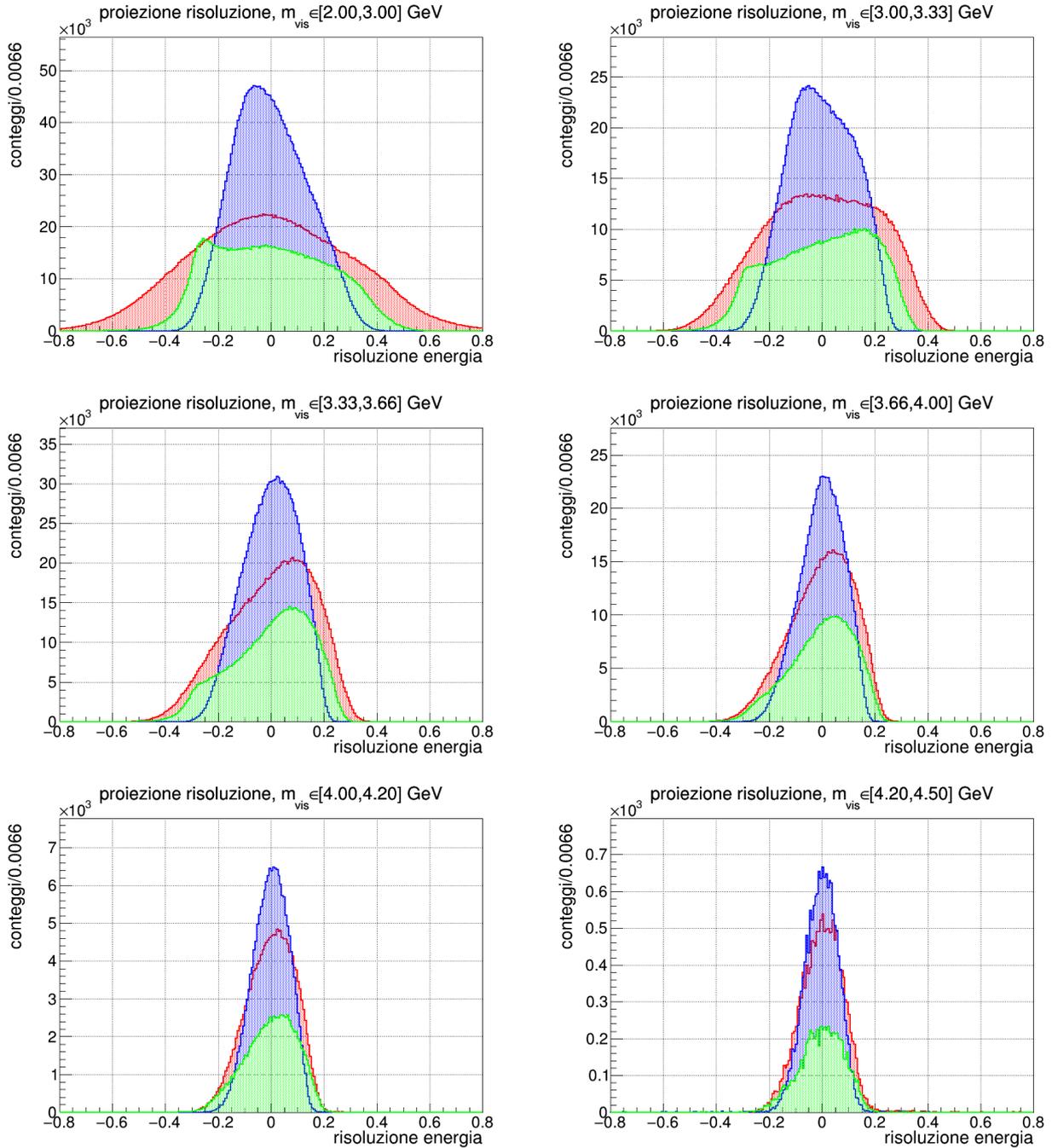


Figura 5.36: confronto sezioni della risoluzione per vari intervalli di massa visibile nel caso collineare (rosso), analitico con $E_B = sol_-$ e $\cos\theta$ misurato (verde) e nel caso $\cos\theta = 1$ (blu). Campione di B^\pm .

CAMPIONE B^0

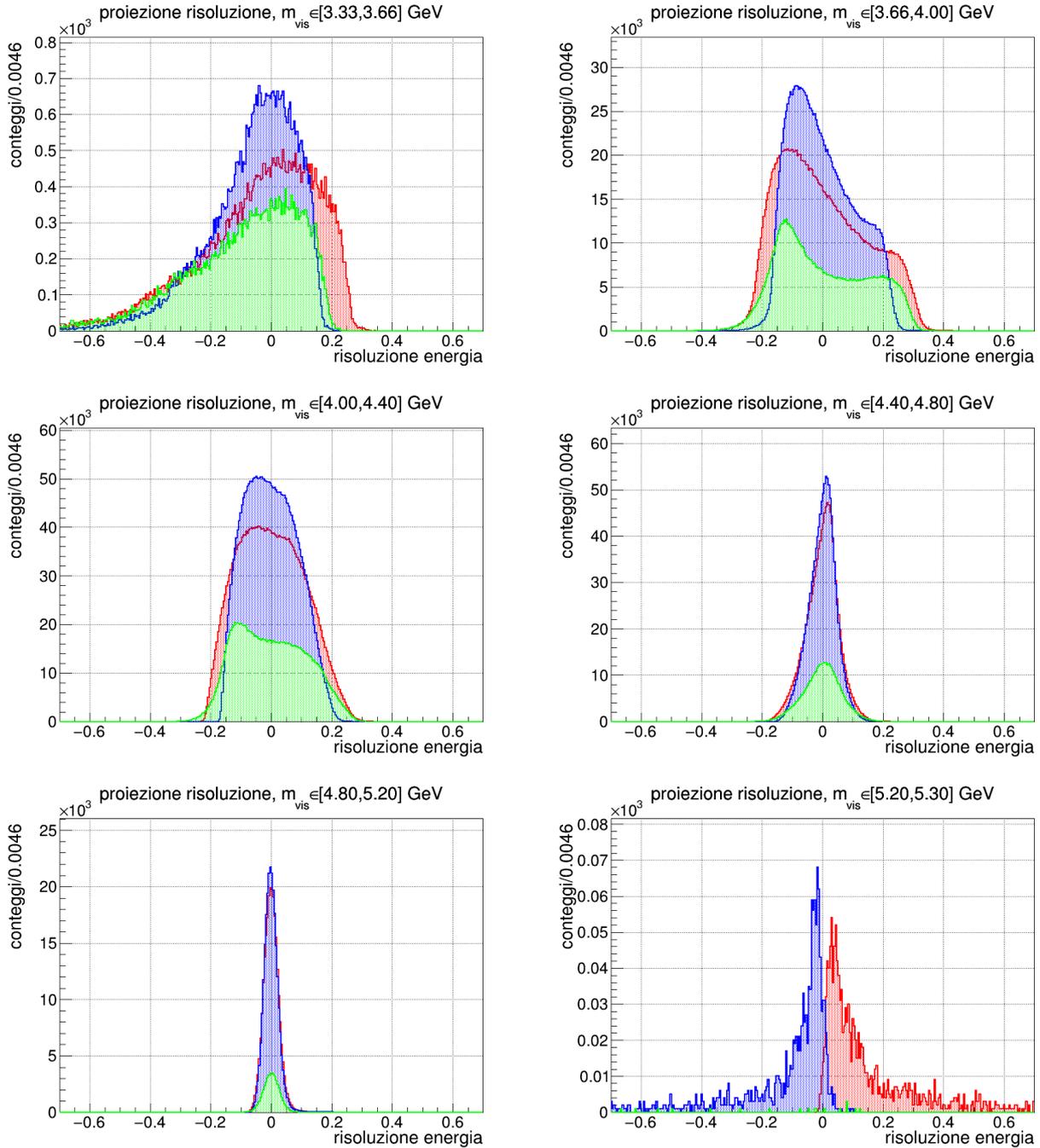


Figura 5.37: confronto sezioni della risoluzione per vari intervalli di massa visibile nel caso collineare (rosso), analitico con $E_B = sol_-$ e $\cos\theta$ misurato (verde) e nel caso $\cos\theta = 1$ (blu). Campione di B^0 .

Bibliografia

- [1] Chatrchyan, S (2008) *The CMS experiment at the CERN LHC*, Journal of Instrumentation.
- [2] Mupo Camilla (2022) *Studio delle proprietà degli adroni con beauty con il rivelatore CMS*.
- [3] R.L. Workman et al. (Particle Data Group), Prog.Theor.Exp.Phys. 2022, 083C01 (2022)