

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA Dipartimento di Ingegneria Civile, Edile e Ambientale Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile

TESI DI LAUREA

TELERILEVAMENTO E MODELLI DI RISPOSTA IDROLOGICA NEL BACINO IDROGRAFICO DEL FIUME BACCHIGLIONE

Relatore: Ch.mo Prof. ANDREA RINALDO

Correlatrici: Ing. ENRICA BELLUCO Ing. GIULIA PASSADORE

Laureando: FRANCESCO MAINARDI

ANNO ACCADEMICO 2012-2013

Premessa

La presente tesi ha come primo obiettivo lo studio dell'evoluzione nel tempo delle caratteristiche territoriali dell'Alta e Media Pianura vicentina, al fine di produrre una classificazione dettagliata dell'area di interesse. Scopo ultimo di tale caratterizzazione è la valutazione del ruolo delle trasformazioni dell'uso del suolo sul progressivo degrado della sicurezza idraulica di un vasto comprensorio, riferito indicativamente al bacino del Fiume Bacchiglione chiuso a Montegalda.

I cambiamenti dell'uso del suolo degli ultimi decenni sono stati valutati per mezzo di tecniche di telerilevamento sulla cui base sono state ricavate delle carte tematiche che descrivono la distribuzione spaziale degli usi del suolo di interesse idrologico. Questa analisi fornisce indicazioni sui contributi di piena all'area in esame e sulla loro variabilità temporale.

La seconda parte del lavoro riguarda lo studio morfologico del bacino in questione, ottenibile dai moderni modelli digitali di elevazione, che permettono, attraverso l'uso di opportune procedure, di identificare la rete canalizzata in modo automatico ed obiettivo. È possibile, quindi, applicare un adatto modello geomorfologico della risposta idrologica al bacino del fiume Bacchiglione, analizzando in particolare l'effetto sui deflussi delle caratteristiche e dell'uso del suolo.

Il risultato finale risulta soddisfacente in relazione al confronto con le osservazioni sperimentali e di qualche rilevanza circa la previsione della risposta idrologica del bacino considerato. Il modello ha inoltre consentito di svolgere interessanti considerazioni intorno alla variabilità temporale dei contributi di piena con riferimento a diversi usi del suolo.

Indice

1	Inq	uadramento territoriale e rischio idraulico	1
	1.1	Inquadramento geografico e idraulico	1
	1.2	Assetto idrogeologico del territorio	4
		1.2.1 Effetti dell'espansione urbana sulle risorse idriche \ldots .	7
	1.3	Rischio idraulico del territorio	7
		1.3.1 Individuazione delle cause	9
2	Tele	erilevamento	13
	2.1	Introduzione	13
	2.2	I sensori per il telerilevamento	15
	2.3	L' elaborazione dei dati telerilevati $\ \ldots \ \ldots$	18
		2.3.1 Calibrazione radiometrica	19
		2.3.2 Correzione geometrica	19
		2.3.3 Georeferenziazione	19
		2.3.4 Correzione atmosferica	20
	2.4	La classificazione dell'immagine	23
	2.5	La matrice di confusione	31
3	Cla	ssificazione del territorio	35
	3.1	Introduzione	35
	3.2	Scelta del classificatore	36
	3.3	Analisi multitemporale del territorio	53
		3.3.1 Analisi di Change Detection	62

4	Dat	i		71
	4.1	Dati i	drologici	71
	4.2	Dati t	elerilevati	79
5	Ana	alisi de	i dati	81
	5.1	Analis	i geomorfologica	81
	5.2	Il Krig	ging	85
		5.2.1	Il Kriging nel campo omogeneo	87
		5.2.2	Il Kriging nel campo non omogeneo	90
		5.2.3	Distribuzione delle precipitazioni nello spazio	
			e nel tempo	93
6	Mo	delli m	atematici	97
	6.1	I mod	elli di risposta idrologica	97
		6.1.1	Separazione dei contributi di deflusso \hdots	98
		6.1.2	L'idrogramma unitario istantane o $\ .\ .\ .\ .\ .\ .$.	101
		6.1.3	Il modello geomorfologico	103
-	4	licorio	one del modello di risposta idrologica al bacino del	
1	App	JIICazio		
7	App Fiu	me Ba	cchiglione	117
1	Fiu 7.1	me Ba Estraz	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini	1 117 118
7	App Fiur 7.1 7.2	me Ba Estraz Analis	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini	1117 118 120
1	 App Fiu: 7.1 7.2 7.3 	me Ba Estraz Analis Analis	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini	1117 118 120 121
1	Fiu 7.1 7.2 7.3	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini i dei dati pluviometrici	117 118 120 121 121
1	 App Fiu 7.1 7.2 7.3 7.4 	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1 Analis	cchiglione i dei dati pluviometrici i di sensibilità e calibrazione del modello I Parametri i di sensibilità	117 118 120 121 121 137
7	App Fiu: 7.1 7.2 7.3 7.4	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1 Analis 7.4.1	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini i dei dati pluviometrici i di sensibilità e calibrazione del modello I Parametri i di sensibilità chi di sensibilità contractore e validazione contractore e validazione	1117 118 120 121 121 137 152
7	App Fiu: 7.1 7.2 7.3 7.4 7.5	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1 Analis 7.4.1 Effetto	cchiglione i dei dati pluviometrici i di sensibilità e calibrazione del modello I Parametri i di sensibilità cchiglione i di sensibilità cchiglione di sensibilità cchiglione i di sensibilità cchiglione cchiglione di sensibilità constructione constructione </th <th>1117 118 120 121 121 137 152 160</th>	1117 118 120 121 121 137 152 160
Co	App Fiu: 7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 onclustic	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1 Analis 7.4.1 Effetto usioni	cchiglione ione della rete e suddivisione in sottobacini i dei dati pluviometrici i di sensibilità e calibrazione del modello I Parametri i di sensibilità chi di sensibilità control dello control dello <td< th=""><th> 117 118 120 121 121 137 152 160 167 </th></td<>	 117 118 120 121 121 137 152 160 167
Co Bi	App Fiu: 7.1 7.2 7.3 7.4 7.5 onclusion ibliog	me Ba Estraz Analis Analis 7.3.1 Analis 7.4.1 Effetto usioni grafia	cchiglione i dei dati pluviometrici i di sensibilità e calibrazione del modello I Parametri i di sensibilità cchiglione i di sensibilità construction del dati pluviometrici construction i di sensibilità construction construction del sensibilità construction construction dell'espansione urbana sui deflussi construction	 117 118 120 121 121 137 152 160 167 169

Elenco delle figure

1.1	Inquadramento geografico	2
1.2	Bacino del fiume Bacchiglione chiuso a Montegalda	3
1.3	Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura veneta	6
1.4	Carta della criticità idraulica del bacino del Brenta-Bacchiglione	
	(Progetto di Piano Stralcio per l'Assetto Idrogeologico, 2007)	8
2.1	Schema della radiazione osservata da un sensore	14
2.2	Spettro elettromagnetico	16
2.3	Esempio di spettro relativo ad pixel di un'immagine $\ldots \ldots \ldots$	17
2.4	Georeferenziazione	20
2.5	Schematizzazione delle interazioni tra raggio luminoso e atmosfera	
	e tra raggio luminoso e superficie terrestre	21
2.6	Schematizzazione delle interazioni tra la radiazione elettromagne-	
	tica, l'atmosfera e il bersaglio	22
2.7	Andamento del coefficiente di trasmissione della radiazione elet-	
	tromagnetica in atmosfera	23
2.8	Supervised classification.	25
2.9	Classificazione non controllata.	26
2.10	Sequenza dei risultati di un algoritmo di clustering applicato ad	
	un insieme di dati campione	28
2.11	Spazio generato da due bande di acquisizione con SAM	30

3.1	Rappresentazione a colori naturali dei dati Landsat 5 acquisiti nel	
	2002	37
3.2	Combinazioni di banda RGB (a sinistra 432, a destra 742)	39
3.3	NDVI calcolato sui dati Landsat 5 acquisiti nel 2002	40
3.4	Classificazione ottenuta con K-MEANS del bacino di studio (anno	
	2002)	42
3.5	Classificazione ottenuta con SAM del bacino di studio (anno 2002).	44
3.6	Classificazione ottenuta con ML del bacino di studio (anno 2002).	47
3.7	Classificazione ottenuta con ML del bacino di studio con una pro-	
	babilità minima del 95% (anno 2002)	49
3.8	Immagine ottenuta a seguito dell'applicazione delle tecniche di	
	post-classificazione (anno 2002)	52
3.9	Classificazione ottenuta con KM dell'area di studio (anno 1972)	54
3.10	Classificazione ottenuta con ML dell'area di studio (anno 1986).	55
3.11	$Classificazione\ ottenuta\ con\ ML\ dell'area\ di\ studio\ (anno\ 1994).$	56
3.12	$Classificazione\ ottenuta\ con\ ML\ dell'area\ di\ studio\ (anno\ 2002).$	57
3.13	$Classificazione\ ottenuta\ con\ ML\ dell'area\ di\ studio\ (anno\ 2009).$	58
3.14	Inquadramento dell'area oggetto di studio nella provincia di Vicenza.	64
3.15	Espansione urbana del territorio tra il 1972 e il 2009	65
3.16	Espansione urbana tra il 1972 e il 2009	67
3.17	Espansione urbana nella zona di Schio tra il 1972 e il 2009	68
3.18	Espansione urbana nella zona di Thiene tra il 1972 e il 2009	68
3.19	Espansione urbana nella zona di Torre di Quartesolo tra il 1986 e	
	<i>il 2002</i>	69
4.1	Stazioni pluviometriche utilizzate per gli eventi del 2009 e del 2011	
	$(30 \ stazioni)$	72
4.2	Stazioni idrometriche utilizzate per gli eventi del 2009 e del 2011.	73
4.3	Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle	
	portate osservate alla sezione di Montegalda, Vicenza e Bolzano	
	Vicentino durante l'evento del 2009	75

ELENCO DELLE FIGURE

4.4	Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle	
	portate osservate alla sezione di Montegalda, Vicenza e Bolzano	
	Vicentino durante l'evento del 2011	76
4.5	Sottobacini principali chiusi in corrispondenza delle stazioni idro-	
	metriche utilizzate.	77
6.1	Schema del volume di controllo utilizzato nella formulazione del	
	modello di separazione dei contributi di deflusso	101
6.2	Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa m. $% \left({{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{\left[{{{{\left[{{{{\left[{{{{\left[{{{{\left[{{{{}}}}}} \right]}}}} \right.}$	104
6.3	Identificazione dei percorsi accessibili ad una particella d'acqua in	
	un generico bacino idrografico	108
7.1	Estrazione del reticolo idrografico: rete estratta con 140 sottobacini 1	19
7.2	Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2009	120
7.3	Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2011	121
7.4	Suddivisione del bacino del Bacchiglione in macroaree pedologica-	
	mente uniformi	125
7.5	Valori di conducibilità idraulica K_c per ciascun sottobacino 1	126
7.6	Andamento delle curvature all'interno del bacino di studio in se-	
	guito all'operazione di filtraggio	127
7.7	Aree concave, piane e convesse all'interno del bacino di studio 1	129
7.8	Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino	
	<i>di studio (anno 1972).</i>	130
7.9	Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino	
	<i>di studio (anno 1986).</i>	131
7.10	Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino	
	<i>di studio (anno 1994).</i>	132
7.11	Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino	
	<i>di studio (anno 2002).</i>	133
7.12	Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino	
	<i>di studio (anno 2009).</i>	134

7.13	Valori dello spessore dello strato collaborante $Z(i)$ per ciascunsottobacino.135
7.14	Risposta idrologica del modello al variare di K_c (conducibilità idrau- lica a esturazione) 140
7.15	$V(ca \ a \ saturazione)$
	turazione)
7.16	Portata subsuperficiale al variare di K_c (conducibilità idraulica a saturazione)
7.17	Portata profonda al variare di K_c (conducibilità idraulica a satu-
	razione)
7.18	Risposta idrologica del modello al variare di b (esponente della
	relazione che lega contenuto d'acqua e percentuale di aree sature). 142
7.19	Risposta idrologica del modello al variare di α (coefficiente di ri-
	$partizione \ dell'infiltrazione \ tra \ i \ percorsi \ subsuperficiale \ e \ profondo). 142$
7.20	Risposta idrologica del modello al variare di Z_r (spessore di suolo
	collaborante).
7.21	Portata superficiale al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante).143
7.22	Portata subsuperficiale al variare di Z_r (spessore di suolo collabo-
	<i>rante</i>)
7.23	Portata profonda al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante). 144
7.24	Risposta idrologica del modello al variare di c (esponente di Clapp-
	<i>Hornberger</i>)
7.25	Portata superficiale al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).145
7.26	Portata subsuperficiale al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).146
7.27	Portata profonda al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger). 146
7.28	Risposta idrologica del modello al variare di s (contenuto d'acqua
	medio del suolo).
7.29	Risposta idrologica del modello al variare di a (celerità di propa-
	gazione dell'onda).

7.30	Risposta idrologica del modello al variare di T_{urb} (tempo di resi- denza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso
	<i>urbano</i>)
7.31	Portata urbana al variare di T_{urb} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso urbano)
7.32	Risposta idrologica del modello al variare di T_{sup} (tempo di resi- denza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso superficiale)
7.33	Portata superficiale al variare di T_{sup} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso superficiale). 149
7.34	Risposta idrologica del modello al variare di T_{sub} (tempo di resi- denza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso subsuperficiale)
7.35	Portata subsuperficiale al variare di T_{sub} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso subsuperficiale).150
7.36	Risposta idrologica del modello al variare di T_{prof} (tempo di resi- denza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso profondo)
7.37	Portata profonda al variare di T_{prof} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso profondo) 151
7.38	Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle portate modellate e osservate alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009
7.39	Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009
7.40	Contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e pro- fondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009

7.41	Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle
	portate modellate e osservate alla sezione di Montegalda durante
	<i>l'evento del 2011.</i>
7.42	Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, subsuperfi-
	ciale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante
	<i>l'evento del 2011.</i>
7.43	Contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e pro-
	fondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del
	2011
7.44	Espansione delle aree impermeabili nel bacino del Bacchiglione tra
	<i>il 1972 e il 2009.</i>
7.45	Curve di portata urbana a Montegalda tra il 1972 e il 2009 163
7.46	Curve di portata subsuperficiale a Montegalda tra il 1972 e il 2009. 163
7.47	Curve di portata profonda a Montegalda tra il 1972 e il 2009 164
7.48	Curve di portata totale a Montegalda tra il 1972 e il 2009 164
7.49	Trend di incremento del picco di deflusso urbano a Montegalda tra
	<i>il 1972 e il 2009.</i>
7.50	Trend di incremento del volume urbano defluito a Montegalda tra
	<i>il 1972 e il 2009.</i>

Elenco delle tabelle

1.1	Estensione delle varie categorie d'uso del suolo lungo la zona ana-		
	lizzata	11	
2.1	Principali intervalli dello spettro elettromagnetico	15	
2.2	Esempio di matrice di confusione	33	
3.1	Classi caratteristiche scelte per la classificazione	41	
3.2	Matrice di confusione della classificazione K-Means (anno 2002)	43	
3.3	Principali indici della classificazione K-Means (anno 2002). \ldots .	43	
3.4	Matrice di confusione della classificazione SAM (anno 2002). \ldots .	45	
3.5	Principali indici della classificazione SAM (anno 2002). \ldots .	46	
3.6	Matrice di confusione della classificazione ML (anno 2002)	46	
3.7	Principali indici della classificazione ML (anno 2002)	48	
3.8	Matrice di confusione della classificazione ML con una probabilità		
	minima del 95%. \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots	50	
3.9	Principali indici della classificazione ML con una probabilità mi-		
	nima del 95%	50	
3.10	Matrice di confusione della classificazione del 1972	59	
3.11	Matrice di confusione della classificazione del 1986	60	
3.12	Matrice di confusione della classificazione del 1994	60	
3.13	Matrice di confusione della classificazione del 2002	61	
3.14	Matrice di confusione della classificazione del 2009	61	

3.15	Statistiche sull'espansione urbana tra il 1972 e il 2009 dell'area di
	studio
3.16	Statistiche sull'espansione urbana tra il 1972 e il 2009 nei comuni
	di Schio, Thiene e Torri di Quartesolo
4.1	Eventi considerati nel presente studio e dati utilizzati
4.2	Aree e volumi defluiti relativi durante l'evento del 2009 78
4.3	Aree e volumi defluiti relativi durante l'evento del 2011 78
7.1	Valori tipici di conducibilità idraulica relativi alle 9 macroaree
	pedologicamente uniformi
7.2	Parametri oggetto dell'analisi di sensibilità
7.3	Set di parametri ottenuti dalla calibrazione sulla base degli del
	2009 e del 2011
7.4	Confronto tra portate massime modellate e osservate
7.5	Confronto tra volumi defluiti modellati e osservati
7.6	Incremento percentuale delle aree impermeabili nel bacino di stu-
	dio con riferimento al 1972 e rispettivi tempi di residenza urbani
	adottati
7.7	Picchi di portata a Montegalda tra il 1972 e il 2009
7.8	Volumi defluiti a Montegalda tra il 1972 e il 2009 (i valori sono
	espressi in milioni di m^3)

Capitolo 1

Inquadramento territoriale e rischio idraulico

1.1 Inquadramento geografico e idraulico

L'area di studio è costituita dalla pianura alluvionale che si estende a nord-ovest della regione Veneto, interessa gran parte della provincia di Vicenza e comprende anche una piccola parte della provincia di Trento. L'area lambisce a ovest i monti Lessini e Berici ed è estesa a est oltre il fiume Brenta (Fig. 1.1).

Il territorio considerato copre un'area di 2947 km^2 ed è attraversato da alcuni corsi d'acqua il cui bacino idrografico è particolarmente esteso. Il bacino è quello del Bacchiglione e sottende una superficie di circa 1400 km^2 (Figura 1.2); di questi, circa 800 km^2 sono riconducibili al bacino dell'Astico-Tesina, suo principale affluente, mentre circa 600 km^2 sono riferibili al Bacchiglione vero e proprio al nodo di Vicenza.

Le piene del Bacchiglione a Vicenza sono sostanzialmente quelle generate dal sistema Leogra-Timonchio-Orolo. All'altezza di Marano, il Leogra e il Timonchio confluiscono e proseguono con il nome di Timonchio. Solo all'altezza di Caldogno e Dueville, dopo l'immissione dell'Igna e del Bacchiglioncello (fiumicello di risorgiva), il corso d'acqua assume il nome di Bacchiglione.



Figura 1.1: Inquadramento geografico

L'ingresso in comune di Vicenza avviene al Ponte del Marchese; circa 2 km a valle, in località Capitello, il Bacchiglione riceve in destra idrografica l'Orolo ed entra nella città di Vicenza, dove in un percorso di circa 5 km l'alveo del fiume è interessato da numerosi attraversamenti.

Il tratto urbano del Bacchiglione in attraversamento a Vicenza, per le caratteristiche geometriche delle sue sezioni, forma un vero e proprio imbuto per le acque provenienti da monte, costrette a fluire entro spazi limitati, superando



Figura 1.2: Bacino del fiume Bacchiglione chiuso a Montegalda

ripetuti ostacoli.

Dei tre corsi principali che sostanzialmente generano le piene del Bacchiglione a Vicenza (Leogra, Timonchio e Orolo) il maggior contribuente è il Leogra, sia per la maggiore estensione del suo bacino sia per la sua maggiore piovosità.

Infine il Bacchiglione, dopo aver ricevuto nel tratto cittadino il Retrone, scorre in direzione di Montegalda e Padova, delimitato da ampie golene. Superato il sostegno di Debba, all'altezza di Longare il fiume riceve in sinistra l'Astico-Tesina.

Le problematiche del Retrone sono principalmente ricollegabili ai ponti storici che lo attraversano, i quali, in concomitanza di elevati livelli del Bacchiglione alla confluenza, rigurgitano il Retrone stesso, ostacolando il flusso delle maggiori portate attese. Il sistema Astico-Tesina, invece, rappresenta il maggior pericolo idraulico per i comuni vicentini rivieraschi e per la città di Padova.

Le portate massime di piena del Bacchiglione-Astico-Tesina a Longare arrivano pressochè inalterate a Montegalda e poi a Padova, essendo modesta la laminazione da parte delle golene nella loro attuale configurazione. Esse, infatti, si allagano quasi subito, annullando di fatto qualsiasi beneficio in termini di riduzione delle portate al colmo.

1.2 Assetto idrogeologico del territorio

All'interno della zona pianeggiante le pendenze sono decrescenti da nord-ovest verso sud-est. L'area presenta una marcata differenziazione tra la parte occidentale e quella orientale; studi geologico-strutturali infatti suggeriscono di suddividerla in due zone: un settore occidentale o sub-bacino Astico e un settore orientale o sub-bacino Brenta, differenziati dalla presenza di uno spartiacque dinamico che separa i deflussi sotterranei dei due bacini. La potenza e la produttività degli acquiferi del sub-bacino Astico sono alquanto superiori a quelle delle falde del sub-bacino Brenta, come si può evincere dal numero di pozzi presenti e dalle portate emunte. L'Alta e la Media pianura vicentina, dunque, sono caratterizzate da un patrimonio idrico sotterraneo di importanza notevole: gli acquiferi di questa zona, infatti, costituiscono la fonte di approvvigionamento idrico per la maggior parte del territorio provinciale vicentino e contribuiscono ad alimentare la rete acquedottistica di buona parte della provincia di Padova. Questa ricchezza delle falde è presente grazie agli stretti rapporti tra acque superficiali ed acque sotterranee, che consentono efficaci ricariche degli acquiferi esistenti.

La pianura alluvionale può essere suddivisa in tre zone principali (Fig. 1.3) :

- la zona di ricarica dei sistemi acquiferi profondi, individuata dal materasso alluvionale (ghiaioso-sabbioso) indifferenziato che caratterizza la parte a nord delle risorgive, detta Alta pianura. Questa zona è caratterizzata dalla presenza di un'unica falda a superficie libera che regola, da un punto di vista idraulico, le variazioni delle riserve idriche profonde a sud, interessate dalle attività di emungimento. Nella parte più meridionale di questa zona compare un orizzonte argilloso che separa l'acquifero libero superficiale da uno più profondo in pressione, creando una fascia di transizione tra l'acquifero indifferenziato regolatore a monte ed il sistema multistrato a valle delle risorgive.
- la zona delle risorgive (o fontanili), in corrispondenza delle quali si ha la naturale fuoriuscita dalla falda sotterranea delle portate idriche eccedenti, con deflussi molto rilevanti. Queste acque emergenti originano un reticolo superficiale molto fitto ed esteso da cui si originano sia corsi d'acqua quali il Bacchiglione e l'Astichello, sia zone umide, aree di particolare bellezza ed importanza ecologica, come, ad esempio, il Bosco di Villaverla. La posizione della linea delle risorgive migra stagionalmente in funzione delle variazioni dei diversi fattori del bilancio idrico, interessando una fascia di larghezza variabile fra 2 e 10 km.
- la zona di accumulo, a sud delle risorgive, caratterizzata da una differenziazione in falde sovrapposte in pressione che danno luogo ad un complesso

acquifero multistrato tipico della Media pianura. Gli strati limosi-argillosi presenti nell'Alta pianura sotto forma di lenti discontinue di dimensioni limitate diventano in questa zona dei veri e propri strati continui; essi delimitano acquiferi che nel sub-bacino Astico raggiungono spessori di qualche decina di metri. Tutti gli strati permeabili presentano un progressivo assottigliamento da ovest verso est e da nord a sud, con un aumento di strutture lenticolari nelle stesse direzioni ed una diminuzione granulometrica. Nel sistema multistrato si distinguono sei fasce sovrapposte ad elevata permeabilità orizzontale, localizzate a circa 30, 50, 90, 120, 160, 210 metri di profondità. Un'ulteriore falda presente, quella più superficiale, compresa nei 25 metri sotto il piano campagna e con caratteristiche semi-artesiane, è poco utilizzata. La prima falda artesiana in pressione, alla profondità media di 30 metri, è sottoposta ad un utilizzo più consistente. Le prime due fasce sembrano non essere nettamente delimitate tra di loro; a profondità maggiore la distinzione tra le altre fasce diviene più netta: la quarta e la quinta sono separate da un livello impermeabile che si ispessisce verso SE. Le falde più profonde costituiscono la più importante fonte di approvvigionamento a scopi acquedottistici.



Figura 1.3: Schema idrogeologico dell'Alta e Media pianura veneta.

1.2.1 Effetti dell'espansione urbana sulle risorse idriche

Meno noto dell'effetto sulla sicurezza idraulica è l'effetto del consumo del territorio sulla disponibilità della risorsa idrica e sui contributi specifici di piena.

Le falde della pianura vicentina, come già detto, sono ricche di grandi quantità d'acqua, preziosa risorsa che alimenta una fitta rete di sistemi acquedottistici che la trasportano anche a grande distanza, si pensi per esempio alle aree in alta pianura (altopiani caratterizzati da carsismo) naturalmente povere di acque superficiali.

Tuttavia, verso la fine degli anni '70, la portata di molte risorgive ha iniziato a diminuire. Secondo un'indagine condotta nel 1997 dal Consorzio di Bonifica Pedemontano Brenta negli ultimi 30 anni le risorgive principali attive sono passate da 66 a 41 e la loro portata complessiva è passata dai 15 m^3/sec degli anni '60 a 3-4 m^3/sec [5].

Le cause della progressiva scomparsa delle risorgive e del conseguente impoverimento idrico del territorio provinciale sono molteplici, tuttavia l'espansione del sistema insediativo risulta essere la causa principale. Di fatto l'impermeabilizzazione del territorio non permette più all'acqua di infiltrarsi nel suolo e di andare a ricostruire le risorse dell'unico accumulo di cui si dispone, e cioè quello sotterraneo costituito dalle falde.

1.3 Rischio idraulico del territorio

Il Veneto è attraversato da alcuni dei maggiori fiumi italiani, che lo espongono a gravi pericoli di inondazione, soprattutto nella bassa pianura.

Gli eventi alluvionali verificatesi negli ultimi decenni hanno portato all'attenzione di tutte le problematiche legate al dissesto idraulico e alla vulnerabilità di un territorio, come quello della Regione Veneto, caratterizzato dalla presenza di fiumi antropizzati, con migliaia di chilometri di arginature e un reticolo idrografico minore in grave sofferenza.



Figura 1.4: Carta della criticità idraulica del bacino del Brenta-Bacchiglione (Progetto di Piano Stralcio per l'Assetto Idrogeologico, 2007).

Se da un lato la natura influisce sull'aumento della pericolosità di fenomeni estremi, dall'altro va evidenziato quanto continue trasformazioni dettate da necessità produttive, insediamenti e interessi urbanistici hanno contribuito all'incremento della vulnerabilità del territorio.

La realtà è che in passato ci si è posti una generalizzata minor attenzione al tema della sicurezza idraulica causando l'aumento dell'esposizione al rischio.

Una dimostrazione concreta della precarietà di un territorio fortemente vulnerabile di fronte agli eventi naturali si è avuta in occasione della piena del Novembre 1966, quando in modo generalizzato tutti i fiumi veneti furono interessati da un evento straordinario. L'evento mise in crisi principalmente il sistema Astico-Tesina, il quale ruppe in sinistra a Camatte e fece fuoriuscire (Commissione De Marchi) circa $40 \div 50$ milioni di m^3 .

Si pensi, ancora, all'alluvione dei santi del Novembre 2010 che ha interessato il solo bacino del Bacchiglione (in particolare il bacino del Leogra e del Posina) e durante la quale sono stati allagati 140 km^2 di territorio veneto. La città di Vicenza e decine di Comuni hanno subito danni e devastazioni enormi. Le piogge persistenti generate in tutta la regione hanno superato diffusamente i 300 mm complessivi, cumulativamente per l'intero evento, con punte massime locali anche superiori a 500 mm di pioggia.

Gli eventi del 1966 e del 2010, insieme, hanno confermato una profonda sofferenza idraulica e diffuse situazioni di dissesto geologico in tutto il territorio regionale.

1.3.1 Individuazione delle cause

Durante gli eventi alluvionali, nei diversi casi, i corsi d'acqua principali e le reti di bonifica e di smaltimento delle acque meteoriche si sono dimostrate inadeguate a garantire la difesa dei territori di pertinenza.

Negli ultimi decenni continui mutamenti del suolo dettati da necessità produttive, insediamenti e interessi urbanistici hanno provocato nel tempo una forte antropizzazione del territorio ponendo attenzione alla funzionalità e al profitto senza però tener conto del rischio idraulico e, tanto meno, dell'impatto di queste trasformazioni sulla sicurezza idraulica delle zone circostanti.

La diffusa espansione urbana che ha interessato consistenti superfici dei territori in precedenza agricoli ha comportato allagamenti frequenti di aree urbane abitate da tempo e interessate solo di recente dagli effetti di questi fenomeni. In effetti quando si rende impermeabile il suolo, l'acqua piovana non viene più assorbita dal terreno e non può essere neppure accumulata e rallentata nei fossi ma perviene rapidamente a canali e fiumi. Proprio per questo la portata scaricata da una zona urbana risulta anche 20 volte superiore rispetto a quella di un'area agricola della stessa superficie.

Anche la rete idrografica principale ha subito importanti cambiamenti nel corso dei decenni. I corsi d'acqua sono stati poco rispettati, si è assistito infatti alla crescente occupazione delle zone di espansione naturale con abitazioni ed insediamenti industriali e zootecnici. Il sorgere di fabbricati e infrastrutture nelle immediate adiacenze dell'alveo ha segnato una trasformazione d'uso difficilmente reversibile che produce due principali effetti: una limitazione delle possibilità di espansione del corso d'acqua e la conseguente domanda di difesa dei manufatti così esposti alla dinamica del fiume.

In un'analisi delle variazioni temporali dell'uso del suolo lungo il corso dell'Astico-Tesina (Accademia Olimpica Vicenza, 2004) sono state analizzate le variazioni d'uso del suolo verificatesi a partire dagli anni '50 in una fascia di territorio adiacente al sistema torrentizio-fluviale, nel tratto di 42 km compreso tra lo sbocco del bacino montano e la confluenza con il Bacchiglione. La zona analizzata non identifica una vera e propria fascia di pertinenza fluviale, ma fa più semplicemente riferimento ad una striscia larga 500 metri con asse lungo il corso d'acqua. La Tabella 1.1 riporta la frazione percentuale delle diverse categorie nei diversi momenti storici rispetto al totale dell'area analizzata pari a 2918 ettari.

Dalla Tabella 1.1 emergono alcune linee di tendenza: la riduzione della superficie dell'alveo attivo che risulta quasi dimezzata, il significativo incremento della superficie occupata da insediamenti urbani e industriali che risulta più che triplicata.

USO DEL SUOLO	sup. 1954 $[\%]$	sup. 1981 [%]	sup. 1999 [%]
Alveo attivo	9.7	6.7	5.2
Vegetazione	84.7	76.5	76.4
Aree urb. e indust.	4.3	12.9	14.7
Altre forme d'acqua	0.7	1.1	1.7
Cave	0.6	2.8	2.0

Tabella 1.1: Estensione delle varie categorie d'uso del suolo lungo la zona analizzata.

L'aumento delle superfici impermeabili, la riduzione degli invasi non regolamentati, i bruschi restringimenti di aste fluviali, la sottrazione di zone appartenenti ai corsi d'acqua per la realizzazione di nuovi insediamenti, il mantenimento di reti di smaltimento non più adeguate alle recenti urbanizzazioni e una minore generale attenzione al tema del deflusso delle acque sono tutte condizioni che comportano un aumento dell'esposizione al rischio.

12 INQUADRAMENTO TERRITORIALE E RISCHIO IDRAULICO

Capitolo 2

Telerilevamento

2.1 Introduzione

Il Telerilevamento si può definire come l'insieme di tecniche, strumenti e mezzi interpretativi che permettono di determinare le caratteristiche delle superfici a terra attraverso informazioni mediate delle onde elettromagnetiche da esse riflesse od emesse. Queste tecniche introducono metodi di misura e monitoraggio ambientale di aree le cui dimensioni ne rendono impossibile una caratterizzazione da terra sincrona e spazialmente distribuita. L'indagine sulla natura di superfici poste lontano dall'osservatore per mezzo di onde elettromagnetiche, può avvenire a distanze che variano da qualche metro (*proximal sensing*) fino a migliaia di chilometri (*remote sensing*, e.g. le osservazioni satellitari).

L'acquisizione dei dati telerilevati avviene per mezzo di sensori montati su aerei o satelliti i quali misurano il flusso di energia associato alla radiazione elettromagnetica che le superfici emettono o riflettono. Onde elettromagnetiche sono infatti emesse da qualsiasi corpo, su lunghezze d'onda che dipendono dalla temperatura del corpo stesso e dalle caratteristiche fisiche, chimiche e geometriche della sua superficie. Se si considera un'onda elettromagnetica incidente su una superficie, essa viene in parte assorbita, in parte trasmessa e in parte riflessa (Figura 2.1). Il rapporto tra il flusso di energia riflessa ed il flusso di energia incidente è strettamente legato alle proprietà chimico-fisiche dell'oggetto. Numerose



Figura 2.1: Schema della radiazione osservata da un sensore.

classi di oggetti o tipologie di superficie possono essere pertanto identificate definendo la loro *firma spettrale*, ovvero la funzione caratteristica che esprime la frazione di flusso radiante (riflettanza) riflessa al variare della lunghezza d'onda. Ad esempio, è rilevante da un punto di vista idrologico essere in grado di mappare spazialmente la presenza di diversi tipi di vegetazione (quali seminativi o vegetazioni ad alto fusto di diverso tipo). Ciò può ottenersi osservando che la firma spettrale della vegetazione presenta caratteri tipici che dipendono dal contenuto e dal tipo di clorofilla (la quale assorbe fortemente negli intervalli del rosso e del blu, mentre riflette nel campo del verde) e dalla struttura fogliare. E' possibile dunque, come si vedrà in seguito, discriminare, per mezzo del telerilevamento, diverse specie vegetali, come anche seguirne il loro ciclo vegetativo (le foglie appaiono più verdi in primavera-estate quando il contenuto di clorofilla è maggiore, mentre nel periodo di senescenza autunnale si riduce l'assorbimento nelle bande spettrali del rosso). Anche la risposta spettrale dell'acqua, un'altra tipologia superficiale di interesse idrologico, risulta riconoscibile attraverso il telerilevamento, in quanto caratterizzata da un assorbimento accentuato per le lunghezze d'onda maggiori del visibile e del vicino infrarosso.

Da questi esempi si deduce dunque che, misurando l'energia che viene riflessa dalla superficie terrestre in corrispondenza a diverse lunghezze d'onda (Tabella 2.1 e Figura 2.2) si può costruire la risposta spettrale dei diversi oggetti presenti nella scena di ripresa e, per mezzo di questa, si può inferire la natura delle superfici che la compongono.

Regione dello spettro	Limiti
Raggi gamma	< 0.03 nm
Raggi X	$0.03 \div 300 \text{ nm}$
Ultravioletto	$0.30 \div 0.38 \mu{\rm m}$
Visibile	$0.38 \div 0.72 \mu{\rm m}$
Radiazione infrarossa	
Vicino infrarosso	$0.72 \div 1.30 \mu{\rm m}$
Medio infrarosso	$1.30 \div 3.00 \mu{\rm m}$
Lontano infrarosso	$3.00 \div 1000 \mu{\rm m} \ (1 \ {\rm mm})$
Microonde	$1 \text{ mm} \div 30 \text{ cm}$
Onde radio	\geq 30 cm

Tabella 2.1: Principali intervalli dello spettro elettromagnetico.

2.2 I sensori per il telerilevamento

Molti dei sensori ideati per le osservazioni ed il monitoraggio ambientali, cui si farà riferimento nel seguito, sono di tipo passivo, ovvero misurano la radiazione



Figura 2.2: Spettro elettromagnetico.

solare riflessa dalle superfici e dai corpi presenti al suolo in un insieme discreto di intervalli di lunghezze d'onda (*bande*) nel campo del visibile e del vicino infrarosso. Per ogni elemento (*pixel*) della scena acquisita il sensore fornisce dunque il valore del flusso radiativo osservato (e.g. misurato in termini di 'radianza', ovvero flusso di energia per unità di superficie ed unità di angolo solido in funzione della frequenza centrale di ogni banda di acquisizione (cfr. Figura 2.3). I dati telerilevati cosí ottenuti sono caratterizzati da risoluzioni che definiscono l'accuratezza con la quale sono rappresentate le informazioni da un punto di vista spaziale, spettrale e radiometrico. La risoluzione geometrica è definita dalle dimensioni dell'area elementare al suolo (i.e. il pixel) sulla quale è misurato il flusso medio di energia riflessa. La risoluzione spettrale è legata all'ampiezza delle bande nelle quali sono discretizzati gli spettri rilevati. La risoluzione radiometrica è data dall'accuratezza con la quale viene rappresentata la misura del flusso di energia in forma digitale. Questa rappresentazione avviene per mezzo di un numero intero, *Digital Number* (DN), di lunghezza prefissata (ad esempio 8 bit, come nel caso del Landsat 5).



Figura 2.3: Esempio di spettro relativo ad pixel di un'immagine.

Nella presente tesi si sono utilizzati i dati acquisiti dai satelliti Landsat 1, Landsat 5 e Landsat 7.

Nel 1972 è stato lanciato nello spazio il satellite Landsat 1, a bordo del quale il sensore MultiSpectral Scanner (MSS) acquisiva immagini in quattro bande spettrali: blu, verde, rosso e il vicino infrarosso. Nel 1978 il satellite è stato disattivato.

Il sensore satellitare Thematic Mapper a bordo del satellite Landsat 5 fornisce una risoluzione geometrica al suolo di 30 m ed una risoluzione radiometrica di 7 bande nello spettro visibile ed infrarosso. La buona risoluzione radiometrica consente di esaltare alcune caratteristiche particolari della superficie, che differenziano gli oggetti presenti, associandole ad ognuno dei colori di una rappresentazione policroma.

Il satellite Landsat 5 è stato lanciato il primo marzo del 1984 e sorvola la terra a 750 km di distanza, percorrendo un'orbita quasi polare ed eliosincrona di 98° con un tempo di ciclo di copertura che dura 16 giorni. Il sistema di ripresa Thematic Mapper esegue una scansione della superficie in 7 diverse bande dello spettro elettromagnetico: la Banda 1 corrispondente al blu $(0, 45 - 0, 52\mu m)$, la

2 corrispondente al verde $(0, 52 - 0, 60\mu \text{ m})$, la 3 corrispondente al rosso $(0, 62 - 0, 69\mu\text{m})$, la 4 relativa all'infrarosso vicino $(0, 76 - 0, 90\mu\text{m})$, la 5 relativa al primo infrarosso medio $(1, 55 - 1, 75\mu\text{m})$, la 6 relativa all'infrarosso termico $(10, 4 - 12, 5\mu\text{m})$, la 7 relativa al secondo infrarosso medio $(2, 08 - 2, 35\mu\text{m})$; la risoluzione geometrica al suolo nelle bande 1-5 e 7 è di 30 metri, mentre nella banda 6 (termica) è di 120 m; l'ampiezza della striscia di ripresa al suolo è di 185 km.

Nel 1999 è diventato operativo il Landsat 7, che monta un sistema di ripresa migliorato (Enhanced Thematic Mapper Plus, ETM+), con il quale risulta disponibile una ottava banda pancromatica con 15 m di risoluzione al suolo , mentre la banda 6 presenta una risoluzione geometrica migliorata a 60 m; le sue caratteristiche orbitali sono le medesime del LS5, rispetto al quale ha una sfasatura di volo di 8 giorni.

2.3 L'elaborazione dei dati telerilevati

L'utilizzo di dati telerilevati per mappature ambientali quantitative ed affidabili è normalmente preceduto da alcune elaborazioni intese ad eliminare le inaccuratezze indotte dalle inevitabili incertezze di osservazione e dalle interferenze atmosferiche. La procedura di elaborazione spesso prevede i seguenti passi:

- 1. Calibrazione radiometrica;
- 2. Correzione atmosferica;
- 3. Correzione geometrica;
- 4. Georeferenziazione;
- 5. Confronto dei dati satellitari con informazioni ancillari a terra.

2.3.1 Calibrazione radiometrica

La calibrazione radiometrica dei dati è necessaria al fine di trasformare i dati acquisiti dal sensore remoto in forma di Digital Number in forma di flusso di energia. Le funzioni di trasformazione necessarie alle procedure di calibrazione radiometrica sono dipendenti dal sensore da cui l'immagine è stata acquisita e dal momento dell'acquisizione e sono normalmente forniti contestualmente ai dati.

2.3.2 Correzione geometrica

La correzione geometrica si rende necessaria per correggere deformazioni dovute a variazioni nelle condizioni di ripresa o alle caratteristiche delle ottiche impiegate per l'osservazione. È assolutamente necessaria nel caso di dati acquisiti da sensori aerei, a causa delle frequenti ed inevitabili oscillazioni di assetto dell'aeromobile, mentre è solitamente già effettuata dalle agenzie di gestione dei sensori satellitari prima della consegna del dato.

2.3.3 Georeferenziazione

La georeferenziazione è la procedura con la quale si effettua una precisa collocazione geografica dei dati telerilevati sulla base di una cartografia accurata dell'area di interesse utilizzando un sistema di coordinate metrico, (e.g. solitamente le Carte Tecniche Regionali in coordinate Gauss-Boaga). La georeferenziazione avviene tramite l'identificazione di un adeguato numero di punti notevoli (GCP: *Ground Control Points*) nell'immagine telerilevata dei quali siano note le coordinate nella cartografia di riferimento. L'immagine da georeferenziare viene quindi deformata secondo funzioni predefinite in modo da minimizzare la somma delle differenze quadratiche tra i valori delle coordinate dei GCP assunti dopo la deformazione e i valori delle coordinate degli stessi punti nella cartografia di riferimento.

Una volta deformata l'immagine, ovvero ridefinita la posizione di ciascun pixel, il problema diviene quello di decidere come meglio stimare i valori di radianza



Figura 2.4: Georeferenziazione.

da attribuire a ciascuno dei nuovi pixel. La scelta più immediata, e qui utilizzata, consiste nell'attribuire ad ogni pixel della nuova configurazione il valore del più vicino pixel nell'immagine prima della deformazione. Questo metodo, detto del 'più prossimo vicino', ha il vantaggio di preservare i valori originali di radianza della scena acquisita. Altri metodi calcolano i valori di radianza del pixel corretto come media pesata dei pixel non corretti vicini, ma presentano lo svantaggio di non conservare i valori di radianza dell'immagine acquisita inizialmente, con possibili effetti negativi sui successivi passi di elaborazione dell'immagine.

2.3.4 Correzione atmosferica

Le onde elettromagnetiche che giungono al suolo interagiscono con l'atmosfera terrestre, ed in modo particolare con i gas (anidride carbonica, ossigeno, ozono, ecc.), il vapor d'acqua e le polveri fini che in essa si trovano (Figura 2.5). Questa interazione dipende sia dalla lunghezza del percorso che l'onda compie prima di giungere al sensore, sia dalle condizioni atmosferiche al momento dell'osservazione.

I processi di interazione radiativa in atmosfera di principale interesse ai fini del telerilevamento sono lo *scattering* e l'*assorbimento*.

Il fenomeno dello scattering si verifica per interazione delle particelle fini o gassose dell'atmosfera con la radiazione elettromagnetica, che produce la diffu-



Figura 2.5: Schematizzazione delle interazioni tra raggio luminoso e atmosfera e tra raggio luminoso e superficie terrestre

sione delle onde elettromagnetiche stesse (Figura 2.5). Questo fenomeno dipende dalla lunghezza d'onda della radiazione (un'onda elettromagnetica può interagire con un particella quando la sua lunghezza d'onda sia paragonabile alle dimensioni caratteristiche di questa). L'effetto di scattering, per quanto riguarda l'acquisizione di immagini telerilevate, si traduce in un minore contrasto degli oggetti a terra perchè alla loro radianza $i_{\lambda,\beta,\phi}$ va a sommarsi quella dovuta alla diffusione atmosferica $i^s_{\lambda,\beta,\phi}$ ma anche quella riflessa dalle superfici circostanti $i^l_{\lambda,\beta,\phi}$, che, per effetto di scattering multiplo, giungono al sensore (Figura 2.6). La radianza osservata dal sensore $i^r_{\lambda,\beta,\phi}$ risulta dunque dal contributo di componenti multiple:

$$i_{\lambda,\beta,\phi}^r = i_{\lambda,\beta,\phi} + i_{\lambda,\beta,\phi}^s + i_{\lambda,\beta,\phi}^l.$$
(2.1)

L'assorbimento si verifica per interazione della radiazione elettromagnetica con i gas presenti in atmosfera. Questi sono in grado di assorbire parte dell'energia elettromagnetica che li attraversa per poi riemetterla sotto forma di energia radiante con lunghezza d'onda maggiore (nell'intervallo dell'infrarosso



Figura 2.6: Schematizzazione delle interazioni tra la radiazione elettromagnetica, l'atmosfera e il bersaglio. I_O è l'energia che arriva al sensore per effetto di scattering atmosferico, I_S l'energia riflessa dal bersaglio che arriva direttamente al sensore, I_D l'energia che arriva al sensore per effetto di scattering dell'energia riflessa da altri corpi presenti sulla scena.

termico). La trasmittanza, $\tau_{\lambda,\beta,\phi}$, frazione dell'energia incidente che emerge dal gas, è funzione della lunghezza d'onda, come evidenziato anche in Figura 2.7.

I modelli di correzione atmosferica tengono conto dei processi di trasferimento radiativo sommariamente descritti e possono essere applicati a dati telerilevati per ridurne o rimuoverne gli effetti. Questi modelli trasformano, tipicamente, i dati di radianza in dati di riflettanza, indipendenti, quindi, dalle particolari condizioni atmosferiche al momento dell'osservazione. La correzione atmosferica rende quindi gli spettri rilevati in remoto confrontabili con spettri rilevati in loco da strumenti portatili, e con quelli rilevati da altri sensori remoti in diverse condizioni. L'operazione può inoltre permettere di creare una libreria spettrale che, definite le caratteristiche fisiche delle tipologie di superficie di interesse, ne raccoglie le firme spettrali. Tale libreria può essere quindi usata per il riconoscimento dei bersagli all'interno di immagini raccolte nella stessa area geografica ma in tempi diversi, oppure su aree geografiche diverse ma dove vi siano target analoghi.


Figura 2.7: Andamento del coefficiente di trasmissione della radiazione elettromagnetica in atmosfera in funzione della lunghezza d'onda espressa in μm .

2.4 La classificazione dell'immagine

Lo classificazione di un insieme di dati telerilevati è una procedura che consente di raggruppare in insiemi con caratteristiche fisiche omogenee (classi) i diversi elementi presenti nella scena di interesse, creando una carta tematica che descriva la variabilità spaziale delle caratteristiche al suolo rilevanti. È importante notare che per effettuare un riconoscimento affidabile delle diverse superfici presenti non è sufficiente la mera applicazione di algoritmi per la loro discriminazione, ma è necessaria una diretta conoscenza dell'area analizzata. È quindi importante lo svolgimento di uno studio preliminare a terra delle caratteristiche dell'area di osservazione, in particolare determinando quali siano le classi rilevanti per l'applicazione di interesse e se queste siano spettralmente discriminabili.

Le procedure di classificazione possono essere suddivise in due principali tipologie:

1. Classificazione controllata: la Classificazione controllata può essere definita come il processo attraverso il quale si assegnano ad una classe di appartenenza i pixel incogniti dell'immagine in base alla somiglianza delle loro caratteristiche spettrali con quelle di zone di riferimento, o ROI (Region Of Interest), che rappresentano ciascuna una classe di interesse. Le ROI sono operativamente costituite da insiemi di pixel, le cui caratteristiche fisiche a terra sono note, selezionati all'interno della scena sulla base della conoscenza diretta del territorio (Figura 2.8). La scelta oculata delle ROI ha riflessi decisivi sul risultato della classificazione e deve basarsi su informazioni certe.

I vantaggi principali della classificazione guidata possono essere così riassunti:

- l'operatore ha il massimo controllo sulle classi d'informazione da analizzare, stabilendo a priori le loro caratteristiche, ed il loro numero;
- il risultato della classificazione produce direttamente una partizione del territorio nelle classi di uso del suolo di interesse;
- l'operatore può rendersi facilmente conto di eventuali problemi nella discriminazione di alcune classi verificando la corretta classificazione delle ROI selezionate.

Gli svantaggi e le limitazioni della classificazione controllata sono invece:

- l'operatore impone a priori una divisione in classi che può, in mancanza di una completa conoscenza del territorio, essere inadeguata alla descrizione dell'area in esame; all'interno di una stessa classe potrebbero infatti nascondersi caratteristiche di più classi di interesse aventi caratteristiche spettrali simili;
- le ROI sono spesso scelte in base alla loro rapprentatività della categoria di interesse senza considerarne l'uniformità nelle caratteristiche spettrali. Un'unica ROI rappresentativa di una foresta, ad esempio, è insufficiente a caratterizzare completamente questa categoria perchè al suo interno vi sono molteplici specie vegetali con diverse firme spettrali. Si rende necessaria perciò, un'adeguata conoscenza delle caratteristiche spettrali delle classi di interesse;
- la selezione di una ROI rappresentativa di una classe di interesse che risulti infrequente all'interno dell'area o che occupi zone di piccola

estensione (rispetto alla dimensione del pixel) può risultare difficoltosa od imprecisa.

La scelta delle aree di riferimento è, come si è detto, il passo più importante della classificazione controllata. Le ROI selezionate per ciascuna categoria devono essere il più possibile rappresentative ed è quindi necessario che siano sufficientemente estese, distribuite nell'immagine e che mostrino una sufficiente uniformità spettrale. Per quanto riguarda le dimensioni, è importante che ciascuna ROI non sia troppo piccola, affinchè sia statisticamente significativa, e che non sia troppo grande, affinchè le caratteristiche spettrali della categoria di interesse non siano mescolate con quelle di altre categorie confinanti. L'esperienza indica che è da preferire una scelta di numerose ROI di dimensioni ridotte, piuttosto che poche ROI di grandi dimensioni.



Figura 2.8: Supervised classification.

2. *Classificazione non controllata* : è il processo inverso al precedente. Le classi spettrali sono inizialmente raggruppate unicamente sulla base della somiglianza tra le loro caratteristiche spettrali e solo in seguito sono rag-



gruppate dall'utente in classi di informazione rilevanti dal punto di vista

Figura 2.9: Classificazione non controllata.

fisico (Figura 2.9). Solitamente si indica preliminarmente quanti siano i gruppi o famiglie da individuare e si specificano alcuni parametri spettrali in relazione alla distanza di separazione e alla variabilità tra le varie aree. Il processo di classificazione è di solito iterativo, raggruppando progressivamente i pixel nel numero di classi stabilito. Al termine dell'aggregazione dei pixel in gruppi, l'intervento dell'operatore è richiesto per riconoscere il significato fisico (qualora esista) delle classi determinate sulla base della sola somiglianza spettrale. La classificazione non controllata non è quindi priva di intervento umano, ma ha il vantaggio di non richiere a priori la specificazione di un insieme di classi predeterminate.

Il funzionamento dell'algoritmo che implementa l'Unsupervised Classification, come per esempio l'algoritmo **K-means**, è semplice da spiegare. I dati relativi alla radianza o riflettanza di tutti i pixel possono essere riportati in quello che viene chiamato *scatter plot*: un grafico generato nell'iperspazio delle bande di registrazione dove le coordinate di ogni punto rappresentano i valori di radianza o riflettanza per ogni banda.

Il classificatore K-means è un metodo iterativo, che aggiusta ripetutamente e progressivamente i centri degli aggruppamenti. L'operatore deve definire il massimo numero di cluster all'interno dell'insieme dei dati. Sulla base di questo vengono allocate le medie arbitrarie dei vettori come punti centrali dei cluster. Ogni pixel viene quindi assegnato ad un cluster attraverso la regola di decisione della minima distanza dal centroide del cluster. Una volta che tutti i pixel sono stati etichettati vengono ricalcolati i centri dei cluster e il processo viene ripetuto finché non vengono trovati gli esatti centri dei cluster e i pixel sono etichettati in modo appropriato. Le iterazioni si interrompono quando i centri dei cluster non cambiano più. Ad ogni iterazione i cluster (le classi) con meno di un certo numero di pixel prefissato vengono eliminati. Quando la ripartizione in classi è terminata, si effettua una analisi della vicinanza e della separabilità dei cluster attraverso le misure di media e deviazione standard delle distanze tra cluster. Per ridurre il numero di suddivisioni non necessarie si può effettuare la fusione di quelle classi che non possono essere distinte; questo viene effettuato utilizzando un valore di soglia predefinito. L'operatore deve definire il numero massimo di cluster/classi, la distanza tra i centri dei due cluster, il raggio di un cluster, e il numero minimo di pixel come numero soglia per l'eliminazione di una classe. L'analisi della compattezza del cluster attorno al suo centro è realizzata per mezzo della deviazione standard definita dall'utente per ciascuna banda spettrale. L'analisi della vicinanza dei cluster è realizzata invece misurando la distanza tra i centri dei due cluster. Se tale distanza è minore di una soglia predefinita, avviene la fusione dei due cluster. Ad ogni iterazione vengono eliminati quei cluster con un numero di pixel inferiori ad una certa soglia. I cluster che rimangono dopo questo processo iterativo sono descritti attraverso le loro statistiche. La Figura 2.10 mostra il risultato dell'algoritmo di raggruppamento applicato ad un insieme di dati. Come si può osservare i centri dei cluster coincidono con le aree ad alta densità nello spazio delle caratteristiche. Le statistiche dei cluster ottenuti vengono utilizzate per classificare l'immagine completa usando un algoritmo di classificazione prescelto. Riassumendo si può dire che il classificatore K-means:

- trova raggruppamenti naturali di pixel entro un insieme di dati multispettrali;
- richiede all'utente pochi dati in ingresso;
- richiede che le classi trovate siano etichettate dopo l'estrazione.



Figura 2.10: Sequenza dei risultati di un algoritmo di clustering applicato ad un insieme di dati campione.

Per quanto riguarda la classificazione di tipo controllato, i metodi maggiormente utilizzati sono l'algoritmo dell'Angolo spettrale ("Spectral Angle Mapper", SAM) e l'algoritmo della Massima Verosimiglianza (Maximum Likelihood").

Algoritmo dell'Angolo Spettrale

Si consideri il caso di un'immagine nella quale le informazioni spettrali siano contenute in due bande spettrali. Lo spettro di un generico pixel può rappresentarsi come un vettore in un diagramma cartesiano in cui gli assi esprimono i valori di radianza per ciascuna banda. Il metodo SAM considera gli spettri medi di ogni ROI come rappresentativi delle diverse classi e ne calcola il vettore corrispondente nello spazio delle bande. Un pixel incognito viene quindi classificato confrontandone lo spettro con quello rappresentativo di ciascuna delle classi di interesse per mezzo dell'angolo (spettrale) compreso tra i due vettori nello spazio delle bande. La classe di appartenenza del pixel incognito viene determinata identificando l'angolo minimo tra tutti quelli calcolati. Il pixel resta, invece, non classificato se le distanze angolari dai vettori rappresentativi delle diverse classi risultano tutte superiori ad una soglia fissata, che viene determinata per calibrazione. Nella Figura 2.11 è rappresentato l'angolo spettrale nel caso esemplificativo di due sole bande. Considerato il caso generale di n bande, l'angolo spettrale è semplicemente definito considerando il prodotto scalare tra due vettori, $\vec{u} \cdot \vec{v}$:

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \sum_{i=1}^{n} (u_i v_i) = uv \cos \alpha \tag{2.2}$$

dove $u_i \in v_i$ sono le componenti dei due vettori nell'iperspazio delle bande, mentre $u \in v$ sono i moduli dei vettori stessi. Dalla 2.2 si ottiene facilmente l'angolo spettrale α :

$$\alpha = \arccos\left(\frac{\sum_{i=1}^{n} (u_i v_i)}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} u_i^2} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}}\right)$$
(2.3)

Il vantaggio più rilevante del metodo SAM è che esso può produrre risultati corretti anche quando sia applicato ad una scena non uniformemente illuminata o nella quale gli effetti atmosferici siano fortemente variabili nello spazio. L'angolo formato da due spettri della medesima categoria e relativi a diverse condizioni di illuminazione è infatti nullo, nella misura in cui si possa assumere che le condizioni di illuminazione condizionino unicamente il flusso di energia totale incidente e riflessa e dunque solo il modulo dei vettori in questione.



Figura 2.11: Spazio generato da due bande di acquisizione: α angolo spettrale (SAM) tra lo spettro medio di una classe e quello del pixel da classificare.

Algoritmo della Massima Verosimiglianza

Il classificatore di massima verosimiglianza si basa sulla definizione della probabilità che il pixel che si intende classificare appartenga alla i-esima classe C_i , condizionata al fatto che il suo spettro sia \mathbf{x} (vettore n-dimensionale avente come componenti i valori di radianza o riflettanza osservati nel pixel considerato). Indicata con $P[C_i|\mathbf{x}]$ tale probabilità, il classificatore assegnerà il pixel alla classe per la quale essa risulta massima. Tramite la definizione Bayesiana di probabilità condizionale è possibile esprimere la $P[C_i|\mathbf{x}]$ nel modo seguente:

$$P[C_i|\mathbf{x}] = \frac{f[\mathbf{x}|C_i]P[C_i]}{f(\mathbf{x})}$$
(2.4)

dove $P[C_i]$ è la probabilità della classe i-esima, $f(\mathbf{x})$ è la densità di probabilità dello spettro \mathbf{x} indipendentemente dalla classe di appartenenza, mentre $f[\mathbf{x}|C_i]$ è la densità di probabilità dello spettro \mathbf{x} condizionata, per gli spettri provenienti dalla classe i-esima. La classificazione procede attraverso il calcolo della probabilità (2.4) per tutte le classi e determinando la classe C_k per la quale essa è massima. Poichè dunque il denominatore della (2.4) è uguale qualsiasi sia la classe considerata, il suo calcolo può essere tralasciato. La densità di probabilità condizionata $f[\mathbf{x}|C_i]$ può essere stimata se si dispone di campioni degli spettri provenienti da ciascuna classe: a tale scopo devono essere individuate nella scena delle aree campione il cui uso del suolo sia noto. La $f[\mathbf{x}|C_i]$ viene solitamente assunta essere Gaussiana (multivariata) e diviene possibile, utilizzando gli spettri dei pixel appartenenti a tali aree, stimare i parametri che la definiscono (ad es. con il metodo dei momenti) fornendone la forma analitica necessaria all'utilizzo della (2.4). Per quanto riguarda i termini $P[C_i]$, spesso indicati col nome di *pesi bayesiani*, essi rappresentano la probabilità che, scelto un pixel a caso nell'immagine, esso appartenga alla classe C_i . Tali probabilità non sono note a priori e spesso vengono supposte uguali e pari all'unità. In alternativa, essendo disponibile da parte dell'operatore una conoscenza a priori della zona, è possibile assegnare dei valori a tali pesi che riflettano un'approssimativa distribuzione degli usi del suolo.

2.5 La matrice di confusione

Una volta eseguita la procedura di classificazione è necessario determinare una misura degli errori commessi ovvero valutare la possibilità di errate assegnazioni dei pixel alle diverse classi. Un primo tipo di errore è commesso in quei casi in cui un pixel non può essere assegnato dal classificatore ad alcuna classe. Se tale errore avviene in un gran numero di casi può indicare che esistono nella scena ulteriori classi che non sono state prese in considerazione.

Gli errori di maggior interesse sono quelli di commissione ed omissione. Si ha un errore di omissione quando un pixel appartenente alla generica classe j non viene ad essa assegnato. Un errore di commissione si verifica invece quando un pixel non appartenente alla classe j viene ad essa assegnato. Un modo comune per rappresentare i diversi tipi di errore è rappresentato dalla **matrice di confusione**:

- gli elementi delle colonne *j* di tale matrice, indicano il numero di pixel appartenenti alla classe *j*, che il metodo di classificazione assegna alle diverse classi, ciascuna rappresentata da una riga;
- l'elemento j della colonna j (cioè l'elemento diagonale) indica il numero di pixel appartenenti alla classe j che sono stati correttamente assegnati dal classificatore alla classe j di riferimento. I rimanenti elementi della colonna j indicano il numero di pixel della stessa classe j che sono stati assegnati in maniera errata dal classificatore ad altre classi.

Per la costruzione della matrice di confusione vengono individuate delle aree di validazione, distinte dalle aree di interesse utilizzate per la classificazione, aventi caratteristiche note.

Si possono definire alcuni indici che, sulla base della matrice di confusione, danno un'indicazione generale sul grado di correttezza della classificazione. Questi indici vanno considerati non in maniera assoluta, ma solo allo scopo di confrontare diversi metodi di classificazione per i quali si utilizzano le medesime aree di riferimento e le stesse aree di validazione.

I due indici più utilizzati sono l'accuratezza della classificazione (A) e il coefficiente kappa (K) e vengono così definiti:

accuratezza della classificazione:
$$A = \frac{\sum_{i=1}^{r} c_{ii}}{N}$$
 (2.5)

dove c_{ii} sono gli elementi diagonali della matrice quadrata di confusione, r la sua dimensione e N il numero complessivo di pixel di tutte le aree test.

coefficiente kappa:
$$K = \frac{N \sum_{i=1}^{r} c_{ii} - \sum_{i=1}^{r} c_{i_{Col}} c_{i_{Rig}}}{N^2 - \sum_{i=1}^{r} c_{i_{Col}} c_{i_{Rig}}}$$
(2.6)

 $c_{i_{Col}}$ è la somma degli elementi della colonna i e $c_{i_{Rig}}$ è, invece, la somma degli elementi della riga i.

Vengono calcolati l'accuratezza della classificazione e il coefficiente kappa per la

ipotetica matrice di confusione in Tabella 2.2 con 6 aree di riferimento (6 classi nell'immagine) e di conseguenza 6 aree test.

Aree test									
Classi	1	2	3	4	5	6	$C_{i_{Rig}}$		
1	50	3	0	0	2	5	60		
2	4	62	3	0	0	1	70		
3	4	4	70	0	8	3	89		
4	0	0	0	64	0	0	64		
5	3	0	2	0	71	1	77		
6	10	3	1	3	0	33	50		
$c_{i_{Col}}$	71	72	76	67	81	43	N=410		

Tabella 2.2: Esempio di matrice di confusione.

$$\sum_{i=1}^{6} c_{ii} = (50 + 62 + 70 + 64 + 71 + 33) = 350$$
$$A = \frac{\sum_{i=1}^{r} c_{ii}}{N} = \frac{350}{410} = 0.85 = 85\%$$

 $\sum_{i=1}^{r} c_{i_{Col}} c_{i_{Rig}} = 71 \cdot 60 + 72 \cdot 70 + 76 \cdot 89 + 67 \cdot 64 + 81 \cdot 77 + 43 \cdot 50 = 28739$

$$K = \frac{N\sum_{i=1}^{r} c_{ii} - \sum_{i=1}^{r} c_{i_{Col}} c_{i_{Rig}}}{N^2 - \sum_{i=1}^{r} c_{i_{Col}} c_{i_{Rig}}} = \frac{410 \cdot 350 - 28739}{168100 - 28739} = \frac{114761}{139361} = 0.82$$

-*Errori di "commissione":* Nell'esempio di Tabella 2.2 per la Classe 1 l'errore di commissione è 10/60 = 0.167.

-*Errori di "omissione":* Nel nostro caso, per l'Area test 1 l'errore di omissione è 21/71 = 0.296.

Altri indici utili alla valutazione della qualità di una classificazione sono:

-Producer Accuracy misura che indica la probabilità che il classificatore assegni un pixel alla classe A tra quelle che effettivamente appartengono all'area test A. Nel nostro caso per l'area test 1 la Producer Accuracy vale 50/71 = 0.704.

-*User Accuracy* misura che indica la probabilità che un pixel classificato come classe A appartenga realmente all'area test A. Per la classe 1 dell'esempio, l'User Accuracy vale 50/60 = 0.833.

Anche se non è possibile stabilire relazioni di carattere generale, una classificazione puó assumersi normalmente soddisfacente quando tutti gli elementi diagonali della matrice di confusione siano superiori all'80% (e.g. Foody, 2002).

Capitolo 3

Classificazione del territorio

3.1 Introduzione

Nella prima parte del seguente capitolo si mettono a punto alcuni metodi propri del Telerilevamento ottico, verificando attraverso procedure specifiche quale sia il classificatore migliore e più adeguato all'area di studio. In seguito si procede alla definitiva mappatura dell'uso del suolo a partire dagli anni settanta fino ad oggi con un passo temporale di circa dieci anni al fine di identificare e valutare le modificazioni del territorio, in particolare per quanto riguarda l'espansione urbana.

Una particolare attenzione è stata rivolta alla scelta delle immagini satellitari, attività di fondamentale importanza per le successive fasi di realizzazione dello studio in questione.

Sono state acquisite le seguenti scene:

- 1972: sensore MSS, satellite LS1, acquisita il 12-08;
- 1986: sensore TM, satellite LS5, acquisita il 09-08;
- 1994: sensore TM, satellite LS5, acquisita il 14-07;
- 2002: sensore ETM+, satellite LS7, acquisita il 13-08;

• 2009: sensore TM, satellite LS5, acquisita il 23-07.

La risoluzione geometrica delle immagini multispettrali selezionate è di 30 metri, fatta eccezione per la scena del 1972 avente risoluzione spaziale pari a 60 metri. I dati acquisiti sono Level 1T, risultano cioè già radiometricamente e geometricamente corretti mediante l'utilizzo di GCP (Ground Control Points) e di modelli digitali per migliorare la precisione e correggere eventuali errori di parallasse.

Inoltre si è deciso di utilizzare per ogni anno delle immagini relative al mese con la maggiore copertura vegetazionale (tipicamente luglio e agosto).

Non è stata applicata alcuna correzione atmosferica poiché le condizioni di illuminazione per le varie immagini sono risultate analoghe, sia per l'omogeneità dei periodi di ripresa (luglio-agosto) sia per l'assenza totale di copertura nuvolosa nell'area oggetto principale della classificazione (zona valliva). A conferma di ciò si è applicata comunque la correzione atmosferica ad un'immagine di prova e si è potuto constatare che il risultato della classificazione non variava.

3.2 Scelta del classificatore

Nel seguente paragrafo si identifica, tramite una serie di confronti, quale sia l'algoritmo che meglio rappresenti il bacino di studio. Si è scelto di utilizzare, per confrontare le classificazioni ottenute con i diversi algoritmi, l'immagine del satellite LS7 (sensore ETM+) relativa all'anno 2002 (Figura 3.1).

Prima di classificare la scena Landsat, si sono ricercati dati inerenti la tipologia dei terreni appartenenti al bacino in analisi. Osservando attentamente fotografie aeree e carte tematiche di uso del suolo sono state così individuate diverse regioni di interesse (ROI) per ogni classe caratteristica scelta.

Gli algoritmi utilizzati sono il Spectral Angle Mapper e il Maximum Likelihood per quanto riguarda la classificazione supervisionata e il K-Means per quanto riguarda quella non supervisionata. Si studiano le diverse classificazioni ottenute dapprima visivamente e in seguito andando ad analizzare le matrici di



Figura 3.1: Rappresentazione a colori naturali dei dati Landsat 5 acquisiti nel 2002.

confusione e i parametri che denotano il livello di correttezza della classificazione. Le matrici di confusione non sono relative alle *aree di riferimento* o ROI utilizzate per le classificazioni, ma sono costruite sulla base di *aree test* e cioè zone diverse dalle precedenti utilizzate come validazione del metodo di classificazione e delle quali si conoscono le caratteristiche a terra.

La scelta delle aree di riferimento è molto importante. La prima operazione compiuta è stata quella di interpretare visivamente l'immagine enfatizzando le caratteristiche dell'area in esame attraverso l'utilizzo di opportune combinazioni fra le diverse bande spettrali a disposizione. Infatti, la visualizzazione di un'immagine attraverso l'utilizzo del colore è ottenuta combinando tre immagini acquisite in intervalli spettrali diversi. A seguire vengono riportate alcune delle caratteristiche identificabili attraverso le principali visualizzazioni a falsi colori utilizzate:

- 4,3,2: tipica rappresentazione delle immagini a falsi colori, utile per lo studio della vegetazione. La vegetazione appare in tonalità di rosso, il suolo in una moltitudine di colori, la neve e le nuvole in bianco o ciano chiaro e l'acqua in nero. Tonalità di rosso scuro indicano vegetazione più sana, mentre i rossi più chiari identificano pascoli o aree scarsamente vegetate; alberi di conifere appariranno più scuri rispetto a quelli di latifoglie;
- 7,4,2: la vegetazione appare nei toni del verde, dal più scuro al più chiaro, a seconda dello stato di salute e di crescita fogliare, le zone urbane appaiono in grigio, ciano o viola, l'acqua è nero o blu scuro. Tonalità di verde dall'oliva al brillante indicano normalmente aree forestate, con le foreste di conifere di un verde più scuro rispetto alle decidue; macchie di verde chiaro all'interno delle città indicano coperture erbose del terreno;
- 4,5,3: con questa combinazione il terreno appare azzurro, la tipologia di vegetazione e le relative condizioni appaiono in una varietà di sfumature: marroni, arancioni e verdi. Utilizzando più bande di infrarossi, questa combinazione mostra anche le differenze di umidità ed è utile per l'analisi delle condizioni del suolo e della vegetazione. In generale, più umido è il terreno, più scuro appare, a causa della capacità di assorbimento nell'infrarosso dell'acqua;
- 4,5,1: in questa combinazione la vegetazione sana appare in tonalità di rossi, marroni, arancioni e gialli. I terreni possono essere in verde e marrone, le caratteristiche urbane sono in bianco, ciano e grigio.

Inoltre, per poter eseguire una classificazione che rappresentasse nella maniera più fedele possibile la realtà del territorio ci si è serviti degli indici spettrali di vegetazione per valutare al meglio il grado di vegetazione delle superfici.



Figura 3.2: Combinazioni di banda RGB (a sinistra 432, a destra 742).

Gi indici spettrali di vegetazione vengono utilizzati per ricavare indicazioni sulla discriminazione fra la vegetazione e i suoli: queste due tipologie di copertura, infatti, mostrano un comportamento spettrale piuttosto contrastante a cavallo della regione del rosso e dell'infrarosso vicino, che può quindi essere utilizzata per differenziarle. L'indice spettrale di vegetazione più utilizzato è l'NDVI (Normalized Difference Vegetation Index [7]), basato sulla differenza normalizzata dei valori di riflettività ρ nell'infrarosso vicino ($\lambda = 0.75 \div 1.1 \ \mu m$) e nel rosso ($\lambda =$ $0.58 \div 0.75 \ \mu m$), espresso matematicamente dalla seguente relazione:

$$NDVI = \frac{\rho_{NIR} - \rho_{ROSSO}}{\rho_{NIR} + \rho_{ROSSO}}$$
(3.1)

L'indice NDVI (Figura 3.3) assume valori compresi nell'intervallo $[-1 \div 1]$ e, generalmente, i valori negativi corrispondono all'acqua, i valori vicini allo zero, ma positivi, corrispondono ai suoli, mentre i valori più elevati indicano la presenza di superfici vegetate. Si sottolinea che gli indici spettrali di vegetazione



Figura 3.3: NDVI calcolato sui dati Landsat 5 acquisiti nel 2002.

non possono essere assunti come un riferimento assoluto, poiché estremamente sensibili alle proprietà ottiche dei suoli, per cui sono di difficile interpretazione quando sia sconosciuta la tipologia del suolo. A tali indici può essere comunque associato il seguente livello di interpretazione: più elevato è il valore che assumono, maggiore è la probabilità che l'area geografica in esame sia occupata da una copertura vegetale verde e rigogliosa.

Avendo a disposizione immagini a media risoluzione spaziale, si è deciso di definire una legenda formata da un limitato numero di classi tematiche, realizzando quindi una classificazione non eccessivamente dettagliata, cercando di individuare e classificare le principali tipologie di copertura presenti.

Durante il processo di classificazione si è fatta particolare attenzione alla classe impermeabile; tale classe risulta molto utile se si vuole effettuare, come nel caso specifico, un monitoraggio dei cambiamenti (macroscopici) del tessuto urbano.

Dopo un lungo processo di studio, confronto ed incrocio di tutte le tipologie di informazioni a disposizione, sono state definite circa 60 regioni di interesse per le 7 classi caratteristiche riportate in Tabella 3.1.

Classi	Colore attribuito
Agricolo	Giallo
Acqua	Blu
Bosco	Verde acqua
Impermeabile	Rosso
Ghiaia	Ciano
Prato	Verde
Nuvole	Acquamarina

Tabella 3.1: Classi caratteristiche.

Sono state messe a punto numerose elaborazioni con le differenti tecniche di classificazione scelte in precedenza, al fine di valutare e confrontare le mappe tematiche risultanti.

Per quanto riguarda la classificazione con K-MEANS (paragrafo 2.4) si è impostato come numero di cluster un valore iniziale di 50, un numero di iterazioni pari a 10 e una soglia del 5%. Per i pixel non riconoscibili sulla base delle classi caratteristiche scelte, e cioè quelli per cui non si è riusciti ad individuare una classe di appartenenza nella fase successiva di etichettamento, si è attuata una seconda classificazione con gli stessi parametri della prima. Così facendo si è riusciti ad effettuare un campionamento più dettagliato in modo da rendere questi pixel incerti ben distinguibili. Da un punto di vista dell'analisi visiva, il risultato ottenuto con K-MEANS (Figura 3.4) risulta abbastanza buono. Tuttavia alcune superfici sono state classificate erroneamente, ad esempio alcuni suoli agricoli sono stati scambiati per aree edificate e alcuni fabbricati industriali per ghiaia.



Figura 3.4: Classificazione ottenuta con K-MEANS del bacino di studio (anno 2002).

	Aree test (%)									
Classi	bosco	acqua	agricolo	imperm.	prato	ghiaia	Totale			
inclass.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00			
bosco	92.65	0.00	0.00	0.00	15.83	0.00	26.81			
acqua	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	4.76	5.80			
agricolo	0.00	0.00	68.48	0.00	12.95	0.00	14.67			
imperm.	0.00	0.00	18.48	85.09	0.00	30.95	23.01			
prato	7.35	0.00	13.04	0.00	71.22	0.00	21.92			
ghiaia	0.00	0.00	0.00	14.04	0.00	64.29	7.79			
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00			

La matrice di confusione risulta:

Tabella 3.2: Matrice di	confusione de	ella classificazione	K-Means	(anno 1	2002).
-------------------------	---------------	----------------------	---------	---------	--------

I parametri che denotano il grado di correttezza della classificazione risultano:

$$A = 79.89\%$$

 $K = 0.75$

mentre gli altri indici per la valutazione della bontà della classificazione sono riassunti in Tabella 3.3.

Classi	$\operatorname{Commiss.}(\%)$	Omiss.(%)	Prod. Acc.(%)	User Acc.(%)
bosco	14.86	7.35	92.65	85.14
acqua	9.38	0.00	100.00	90.63
agricolo	22.22	31.52	68.48	77.78
imperm.	23.62	14.91	85.09	76.38
prato	18.18	28.78	71.22	81.82
ghaia	37.21	35.71	64.29	62.79

Tabella 3.3: Principali indici della classificazione K-Means (anno 2002).

Osservando i dati sopra riportati si può dire che la classificazione ottenuta con K-Means non risulta soddisfacente.

Anche la classificazione ottenuta con SAM risulta non idonea al caso specifico; osservando la Figura 3.5, infatti, si possono notare diversi errori soprattutto per quanto riguarda le zone agricole e quelle edificate. Inoltre, come si può vedere dall'immagine, molti pixel risultano non classificati.



Figura 3.5: Classificazione ottenuta con SAM del bacino di studio (anno 2002).

La matrice di confusione (Tabella 3.4) e gli indici di correttezza della classificazione confermano quanto detto, e cioè che anche l'algoritmo SAM, sulla base delle ROI selezionate nel caso specifico, non restituisce i risultati sperati.

E' necessario specificare che, trattandosi di un confronto preliminare tra i vari algoritmi, si è deciso di non modificare e/o aggiungere altre ROI e di non intervenire su alcuni parametri quali la soglia dell'algoritmo e le soglie differenziate tra le varie classi di verità a terra al fine di ottimizzare il risultato del campionamento.

	Aree test (%)								
Classi	acqua	agricolo	bosco	ghiaia	prato	imperm.	Totale		
inclass.	17.05	7.61	0.74	16.67	0.00	7.02	6.22		
acqua	82.95	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	11.95		
agricolo	0.00	57.61	20.59	0.00	12.95	8.77	17.84		
bosco	0.00	26.09	73.53	0.00	2.16	0.00	20.79		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	69.05	0.00	5.26	5.73		
prato	0.00	8.70	5.15	0.00	84.89	0.00	21.77		
imperm.	0.00	0.00	0.00	14.29	0.00	78.95	15.71		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.4: Matrice di confusione della classificazione SAM (anno 2002).

I parametri che denotano il grado di correttezza della classificazione risultano:

$$A = 75.78\%$$

 $K = 0.71$

mentre gli altri indici per la valutazione della bontà della classificazione sono riassunti in Tabella 3.5.

Quello che si è potuto constatare è che i risultati qualitativamente migliori e più rappresentativi per il territorio osservato sono stati ottenuti con l'algoritmo di Massima Verosimiglianza (Maximum Likelihood). La Figura 3.6 costituisce una prima dimostrazione del buon livello qualitativo della classificazione ottenuta con l'algoritmo ML.

Classi	Commiss.(%)	Omiss.(%)	Prod. Acc.(%)	User Acc.(%)
acqua	0.00	17.05	82.95	100.00
agricolo	51.38	42.39	57.61	48.62
bosco	21.26	26.47	73.53	78.74
ghiaia	17.14	30.95	69.05	82.86
prato	11.28	15.11	84.89	88.72
imperm.	6.25	21.05	78.95	93.75

Tabella 3.5: Principali indici della classificazione SAM (anno 2002).

Sulla base delle informazioni di letteratura, l'utilizzo del classificatore Maximum Likelihood rappresenta nella maggior parte dei casi la strategia migliore da adottare quando esistono problemi di ambiguità fra le classi.

Per confermare il buon risultato della classificazione si è costruita la matrice di confusione che è mostrata in Tabella 3.6.

	Aree test (%)								
Classi	acqua	agricolo	bosco	ghiaia	prato	imperm.	Totale		
inclass.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
acqua	97.73	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	14.08		
agricolo	0.00	46.74	0.00	0.00	5.04	0.00	8.18		
bosco	0.00	0.00	100.00	0.00	6.47	0.00	23.73		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	35.71	0.00	2.63	2.95		
prato	0.00	50.00	0.00	0.00	88.49	0.00	27.66		
imperm.	2.27	3.26	0.00	64.29	0.00	97.37	23.40		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.6: Matrice di confusione della classificazione ML (anno 2002).

I parametri che denotano il livello di correttezza della classificazione risultano:



Figura 3.6: Classificazione ottenuta con ML del bacino di studio (anno 2002).

A = 84.12%K = 0.80

mentre gli altri indici per la valutazione della bontà della classificazione sono riassunti in Tabella 3.7.

Classi	Commiss.(%)	Omiss.(%)	Prod. Acc.(%)	User Acc.(%)
acqua	0.00	2.27	97.73	100.00
agricolo	14.00	53.26	46.74	86.00
bosco	6.21	0.00	100.00	93.79
ghiaia	16.67	64.29	35.71	83.33
prato	27.22	11.51	88.49	72.78
imperm.	22.38	2.63	97.37	77.62

Tabella 3.7: Principali indici della classificazione ML (anno 2002).

In seguito, per incrementare l'accuratezza della mappatura ottenuta con ML, si è eseguita una seconda classificazione sfruttando per ognuna delle circa 60 regioni di interesse il comando *grow* [1], il quale in base a determinati parametri estende una ROI ai pixel adiacenti più simili. In questo caso si è imposta alla classificazione una soglia, uguale per tutte le classi, e pari a 0.95: questo significa che un pixel viene assegnato ad una classe solo se presenta una probabilità minima del 95% di appartenere a quella determinata classe.



Figura 3.7: Classificazione ottenuta con ML del bacino di studio con una probabilità minima del 95% (anno 2002).

I parametri che denotano il livello di correttezza della classificazione sono:

$$A = 97.41\%$$

 $K = 0.97$

mentre la matrice di confusione e gli indici della classificazione risultano:

I dati sopra riportati confermano l'elevato livello di correttezza dell'ultima classificazione ottenuta con ML. Infatti, sfruttando il comando *grow* ed andando a intervenire sul parametro soglia della classificazione si è riusciti ad ottenere una mappatura che meglio rappresentasse la realtà del territorio.

	Aree test (%)									
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale		
inclass.	0.00	0.00	0.00	2.63	0.00	0.00	0.00	0.46		
agricolo	94.57	0.00	0.00	0.88	0.00	5.04	0.00	14.48		
acqua	1.09	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	13.57		
bosco	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.73		
imperm.	0.00	0.00	0.00	96.49	2.38	0.00	0.00	16.92		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	0.00	97.62	0.00	0.00	6.25		
prato	4.35	0.00	0.00	0.00	0.00	94.96	0.00	20.73		
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	6.86		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.8: Matrice di confusione della classificazione ML con una probabilità minima del 95%.

Classi	$\operatorname{Commiss.}(\%)$	Omiss.(%)	Prod. Acc.(%)	User Acc.(%)
agricolo	8.42	5.43	94.57	91.58
acqua	1.12	0.00	100.00	98.88
bosco	0.00	0.00	100.00	100.00
imperm.	0.90	3.51	96.49	99.10
ghiaia	0.00	2.38	97.62	100.00
prato	2.94	5.04	94.96	97.06
nuvole	0.00	0.00	100.00	100.00

Tabella 3.9: Principali indici della classificazione ML con una probabilità minima del 95%.

All'immagine così ottenuta sono state applicate le tecniche di post-classificazione per consentire di omogeneizzare la mappa tematica, risolvendo le problematiche connesse alle presenza di pixel isolati ed alla mancanza di coerenza spaziale. Nel dettaglio sono state utilizzate, in sequenza, le due funzioni seguenti:

- Sieve, che opera un filtraggio all'interno di una medesima classe, eliminando cioè quei pixel isolati appartenenti ad altre classi;
- Clump, che applica un'operazione di raggruppamento all'interno di una medesima classe, andando a campionare i buchi lasciati dalla funzione precedente in modo da avere una certa omogeneità nella classificazione.

Tali metodi funzionano come fossero filtri passo basso, riducendo quindi il rumore e diminuendo la frequenza spaziale dell'immagine. A seguito dell'applicazione di queste metodologie di post-classificazione, al posto dei pixel classificati, per i quali non risultino soddisfatte determinate condizioni di coerenza con quelli vicini, è lasciata un'area nera, ossia una zona non classificata.

Nello specifico, si è deciso di utilizzare tali due funzioni impostando i parametri minimi di funzionamento in maniera tale da non modificare e non alterare eccessivamente la classificazione ottenuta, acquisendo l'immagine sotto riportata.



Figura 3.8: Immagine ottenuta a seguito dell'applicazione delle tecniche di postclassificazione (anno 2002).

3.3 Analisi multitemporale del territorio

Nella provincia di Vicenza l'attività antropica ha causato un forte sviluppo e una rapida espansione delle aree urbane durante gli ultimi 40 anni, soprattutto nelle aree vallive [6]. Questa situazione ha modificato le modalità di smaltimento degli afflussi meteorici verso la rete fognaria; i volumi d'acqua vengono trasportati a valle molto rapidamente per effetto delle grandi superfici impermeabilizzate (asfaltature, pavimentazioni, coperture di abitazioni e di insediamenti industriali), e di conseguenza i tempi di corrivazione diminuiscono.

Allo scopo di mostrare i cambiamenti sopra descritti per effetto dell'aumento di superficie impermeabile, si sono create cinque mappe d'uso del suolo della zona di nostro interesse a partire da immagini Landsat acquisite rispettivamente nel 1972, nel 1986, nel 1994, nel 2002 e infine nel 2009.

E' necessario specificare che, essendo le immagini utilizzate a media risoluzione (risoluzione geometrica uguale a 30 metri), la restituzione analitica non potrà restituire dati ad alta risoluzione. Tali dati risultano comunque utili per valutare i trend di ampio periodo sulle trasformazioni d'uso del.

Le immagini sono state classificate tramite l'algoritmo Maximum Likelihood. Sulla base delle stesse classi caratteristiche scelte e applicando le medesime metodologie riportate nel paragrafo precedente, si sono ottenute le classificazioni visibili in Figura 3.9, 3.10, 3.11, 3.12 e 3.13.

L'immagine LS1 del 1972, avendo risoluzione geometrica pari a 60 metri, risulta essere di difficile interpretazione; dunque, a causa delle difficoltà di selezione delle ROI necessarie, è stata classificata utilizzando l'algoritmo di classificazione non supervisionata K-Means.



Figura 3.9: Classificazione ottenuta con KM dell'area di studio (anno 1972).



Figura 3.10: Classificazione ottenuta con ML dell'area di studio (anno 1986).



Figura 3.11: Classificazione ottenuta con ML dell'area di studio (anno 1994).



Figura 3.12: Classificazione ottenuta con ML dell'area di studio (anno 2002).



Figura 3.13: Classificazione ottenuta con ML dell'area di studio (anno 2009).
Di seguito sono riportati gli indici di correttezza delle classificazione e le rispettive matrici di confusione.

A = 91.14%	K = 0.89	per i dati LS1 del 1972
A = 94.70%	K = 0.94	per i dati LS5 del 1986
A = 94.77%	K = 0.94	per i dati LS5 del 1994
A = 97.41%	K = 0.97	per i dati LS7 del 2002
A = 97.30%	K = 0.97	per i dati LS5 del 2009

Aree test (%)										
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale		
inclass.	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00		
agricolo	95.00	0.00	0.00	14.29	0.00	4.17	0.00	16.07		
acqua	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	11.07		
bosco	2.50	0.00	100.00	0.00	0.00	14.58	0.00	17.14		
imperm.	0.00	0.00	0.00	85.71	0.00	0.00	0.00	10.71		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	0.00	94.12	0.00	0.00	5.71		
prato	2.50	0.00	0.00	0.00	0.00	81.25	0.00	14.29		
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	5.88	0.00	100.00	25.00		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.10: Matrice di confusione della classificazione del 1972.

	Aree test (%)										
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale			
inclass.	0.00	1.28	0.00	0.88	0.00	0.00	0.00	0.26			
agricolo	88.04	0.00	1.47	7.89	0.00	0.00	0.00	11.90			
acqua	0.00	98.72	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	9.96			
bosco	0.00	0.00	91.91	0.00	0.00	0.73	0.00	16.30			
imperm.	11.96	0.00	0.00	86.84	6.25	0.00	0.00	14.49			
ghiaia	0.00	0.00	0.00	3.51	93.75	0.00	0.00	4.40			
prato	0.00	0.00	6.62	0.88	0.00	99.27	0.00	18.89			
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	23.80			
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00			

Tabella 3.11: Matrice di confusione della classificazione del 1986.

	Aree test (%)										
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale			
inclass.	1.09	0.00	0.74	0.88	0.00	0.00	0.00	0.41			
agricolo	97.83	0.00	1.47	4.39	0.00	6.47	0.00	14.56			
acqua	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	11.68			
bosco	0.00	0.00	95.59	0.00	0.00	0.72	0.00	17.99			
imperm.	0.00	0.00	0.00	92.11	6.67	0.72	0.00	14.97			
ghiaia	0.00	0.00	0.00	0.88	93.33	0.00	0.00	5.91			
prato	1.09	0.00	2.21	1.75	0.00	92.09	0.00	18.41			
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	16.07			
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00			

Tabella 3.12: Matrice di confusione della classificazione del 1994.

Aree test (%)										
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale		
inclass.	0.00	0.00	0.00	2.63	0.00	0.00	0.00	0.46		
agricolo	94.57	0.00	0.00	0.88	0.00	5.04	0.00	14.48		
acqua	1.09	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	13.57		
bosco	0.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.73		
imperm.	0.00	0.00	0.00	96.49	2.38	0.00	0.00	16.92		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	0.00	97.62	0.00	0.00	6.25		
prato	4.35	0.00	0.00	0.00	0.00	94.96	0.00	20.73		
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	6.86		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.13: Matrice di confusione della classificazione del 2002.

Aree test (%)										
Classi	agricolo	acqua	bosco	imperm.	ghiaia	prato	nuvole	Totale		
inclass.	0.00	0.00	0.00	0.88	2.94	0.00	0.00	0.28		
agricolo	85.00	0.00	0.00	0.00	0.00	1.44	0.00	12.34		
acqua	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	12.20		
bosco	2.00	0.00	100.00	0.00	0.00	0.00	0.00	20.14		
imperm.	12.00	0.00	0.00	99.12	0.00	0.00	0.00	17.59		
ghiaia	0.00	0.00	0.00	0.00	97.06	0.00	0.00	4.68		
prato	1.00	0.00	0.00	0.00	0.00	98.56	0.00	19.57		
nuvole	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	100.00	13.19		
Totale	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00		

Tabella 3.14: Matrice di confusione della classificazione del 2009.

Dall'analisi delle cinque matrici di confusione si trovano delle discordanze nelle percentuali di copertura delle classi Bosco e Prato; tali classi dovrebbero rimanere pressoché invariate nel corso degli anni, invece a causa della diversa distribuzione delle nuvole nelle immagini subiscono delle variazioni.

Inoltre, nella mappa del 1972, si osserva che le zone d'ombra delle nuvole sono per lo più classificate come Acqua a causa della somiglianza dei rispettivi spettri elettromagnetici.

Osservando nel dettaglio le classificazioni ottenute si nota che aree aventi radiometria uniforme presentano alcuni errori di classificazione. Ad esempio, alcuni campi agricoli, avendo lo stesso colore dei tetti, vengono classificati come edifici e viceversa; tale incertezza è dovuta alla similarità spettrale tra queste due categorie di copertura del suolo [8].

In definitiva, nonostante qualche approssimazione, il tema di maggior interesse ossia le aree urbanizzate risulta essere piuttosto dettagliato e leggibile sulle immagini a partire dal 1986, mentre alcuni problemi e incertezze si sono verificati sull'immagine Landsat1 del 1972. La classificazione di quest'ultima, avendo risoluzione spaziale pari a 60 metri, non coglie alcuni dettagli che nelle altre scene vengono campionati correttamente (ad esempio aree edificate coesistenti con le superfici agricole) e dunque risulta meno precisa e particolareggiata.

3.3.1 Analisi di Change Detection

E' possibile visualizzare le classificazioni ottenute in modalità multi-temporale per eseguire analisi di Change Detection. Tale studio permette di quantificare i cambiamenti di destinazione di uso del suolo, individuando i pixel che hanno cambiato classe informativa.

Nello specifico ci si vuole concentrare sulla classe impermeabile andando ad evidenziare l'evoluzione urbana del territorio analizzato nel corso degli anni. Per quanto concerne le altre classi caratteristiche, i risultati ottenuti hanno valenza principalmente indicativa. L'analisi delle variazioni della classe informativa dal 1972 al 2009 riguarda solamente la zona valliva del territorio (Figura 3.14), dove si concentrano principalmente le aree urbane. In particolare le aree oggetto di studio sono:

- Valle del Chiampo: comuni di Chiampo, Altissimo, Crespadoro, Nogarole Vicentino, San Pietro Mussolino, Arzignano, Montecchio Maggiore, Sovizzo, Montorso, Zermeghedo;
- Valle dell'Agno: comuni di Brogliano, Castelgomberto, Cornedo Vicentino, Trissino, Valdagno, Recoaro Terme, Gambugliano;
- Vicenza e comuni della cintura: comuni di Arcugnano, Bolzano Vicentino, Costabissara, Creazzo, Monteviale, Monticello Conte Otto, Altavilla Vicentina, Caldogno, Dueville, Longare, Quinto Vicentino, Torri di Quartesolo, Vicenza;
- Alto Vicentino Schio-Thiene: comuni di Caltrano, Calvene, Carrè, Chiuppano, Cogollo del Cengio, Isola Vicentina, Malo, Monte di Malo, Marano Vicentino, San Vito di Leguzzano, Santorso, Sarcedo, Schio, Thiene, Torrebelvicino, Villaverla, Zanè, Zugliano.

I risultati generati dalla procedura di change detection (Figura 3.15) possono essere quantificati sia in funzione del numero di pixel sia in termini di area e/o di percentuale. In questa trattazione si riportano solamente le statistiche in termini di area e di espansione percentuale della classe impermeabile (Tabella 3.15).

I dati ottenuti dal 1986 al 2002 verranno confrontati con uno studio sul consumo del territorio nella provincia di Vicenza (Accademia Olimpica di Vicenza, 2004) compreso tra gli inizi degli anni '80 e gli inizi del 2000. Lo studio in questione è stato condotto su due cartografie a scala 1:10.000 (C.T.R. della Regione Veneto realizzata per la provincia di Vicenza con il sussidio di rilievi aereofotogrammetrici datati 1981-1983 e l'ortofotocarta Italia-2000 realizzata con voli della seconda metà del 1999 dalla Compagnia Riprese Aeree di Parma) attraverso la delimitazione diretta delle aree urbane.



Figura 3.14: Inquadramento dell'area oggetto di studio nella provincia di Vicenza.



Figura 3.15: Espansione urbana del territorio tra il 1972 e il 2009.

I valori ed il grafico sotto riportati, ottenuti dal presente lavoro, mettono in evidenza una forte crescita delle aree impermeabili nel territorio vicentino. Complessivamente negli ultimi 40 anni si ha un incremento delle aree edificate di oltre il 100% con un picco del 54% circa tra gli inizi degli anni '70 e la metà degli anni '80. Si stima che il trend di espansione urbana sia circa pari a 260 ettari all'anno (Figura 3.16).

Classe imperm.	1972	1986	1994	2002	2009
area $[km^2]$	90.90	140.23	160.47	176.94	187.79

Classe imperm.	72-86	86-94	94-02	02-09
espansione $[\%]$	54.28	14.43	10.27	6.13

Tabella 3.15: Statistiche dell'espansione urbana dal 1972 al 2009 dell'area di studio.

Mentre lo studio dell'Accademia Olimpica di Vicenza registra un aumento medio delle aree artificiali nel territorio in esame di circa il 29% tra il 1982 e il 2000 [6], nella presente analisi l'espansione urbana tra il 1986 e il 2002 si assesta sul 26%. Tenendo conto del diverso approccio di analisi e delle piccole differenze di periodo di studio, si può dire che i valori di percentuale risultanti siano ben confrontabili.

Oltre al dato complessivo è apparso interessante esaminare come si sia evoluto lo sviluppo delle aree artificiali in alcune zone della provincia. In particolare si vuole evidenziare l'intensa espansione urbana nei comuni di Schio, Thiene e Torri di Quartesolo. L'analisi di quest'ultima zona risulta interessante al fine di sottolineare l'importante trasformazione dell'uso del suolo nelle immediate vicinanze dell'alveo (in questo caso dell'Astico-Tesina) con la conseguente riduzione dello spazio a disposizione del corso d'acqua.

Le Figure 3.17 e 3.18 rappresentano le variazioni di uso del suolo nelle zone di Schio e Thiene tra il 1972 e il 2009.



Figura 3.16: Espansione urbana tra il 1972 e il 2009.

La Tabella 3.16 riporta l'espansione della classe impermeabile in termini di area $[km^2]$ e di incremento percentuale.

Nei due comuni di Schio e Thiene, tra il 1986 e il 2002, si evidenzia rispettivamente un incremento percentuale del 36% e del 31%, mentre nello studio dell'Accademia Olimpica si registra un aumento delle aree impermeabili del 36% e del 30% [6].

Per quanto riguarda il comune di Torri di Quartesolo, un'analisi dei mutamenti avvenuti all'interno di una zona classificata a pericolo di esondazione nel comune stesso evidenzia un'espansione piuttosto importante dell'area urbana all'interno di detta area con un picco che dal 9.6% del 1954 giunge al 62.4% nel 1999 [6]. Il sorgere di fabbricati e insediamenti nelle vicinanze dell'alveo comporta, come giá detto, una riduzione dello spazio a disposizione del corso d'acqua e un conseguente peggioramento della situazione in termini di sicurezza idraulica.



Figura 3.17: Espansione urbana nella zona di Schio tra il 1972 e il 2009.



Figura 3.18: Espansione urbana nella zona di Thiene tra il 1972 e il 2009.

Classe imperm.	1972	1986	1994	2002	2009	esp. 86-02 [%]
Schio	6.20	8.92	11.02	12.18	12.80	36.59
Thiene	4.49	6.86	8.29	9.02	9.46	31.57
T. di Quartesolo	3.30	4.00	4.12	5.07	5.15	26.64

Tabella 3.16: Statistiche sull'espansione urbana tra il 1972 e il 2009 nei comuni di Schio, Thiene e Torri di Quartesolo (i valori di superficie sono espressi in km^2).

A conferma di quanto appena detto si riporta la Figura 3.19 nella quale si rappresenta l'evoluzione della classe impermeabile tra il 1986 e il 2002.



Figura 3.19: Espansione urbana nella zona di Torre di Quartesolo tra il 1986 e il 2002.

Anche per la zona in questione si confrontano i dati ottenuti con quelli relativi allo studio dell'Accademia Olimpica. Il presente lavoro registra un'espansione delle aree edificate del 27%, mentre lo studio dell'Accademia Olimpica riporta una crescita percentuale del 25% [6].

Anche in questo caso la tendenza del fenomeno risulta confermata.

CLASSIFICAZIONE DEL TERRITORIO

Capitolo 4

Dati

4.1 Dati idrologici

La calibrazione e la validazione di un modello di trasformazione afflussi/deflussi richiede la disponibilitá di una adeguata base di dati di portata e precipitazione misurate. I dati idrologici (forniti dall'A.R.P.A.V.) qui utilizzati per la calibrazione e la validazione del modello possono essere riassunti nel modo seguente:

- registrazioni a scansione temporale oraria delle precipitazioni misurate dai pluviografi posizionati all'interno o in vicinanza del bacino del Bacchiglione;
- registrazioni di altezza idrometrica e di portata durante gli eventi considerati, con scansione temporale oraria, nella sezione di controllo a Vicenza, Bolzano Vicentino e Montegalda;

Gli eventi utilizzati per la calibrazione e validazione del modello idrologico, per i quali sono stati reperiti i dati di precipitazione e di portata, sono riportati nella Tabella 4.1.

La mappa riportata nella Figura 4.1 riporta la posizione delle stazioni pluviometriche utilizzate per l'applicazione del Kriging. Nella Figura 4.2 vengono riportate le stazioni idrometriche utilizzate per conoscere i valori orari di portata.



Figura 4.1: Stazioni pluviometriche utilizzate per gli eventi del 2009 e del 2011 (30 stazioni).



Figura 4.2: Stazioni idrometriche utilizzate per gli eventi del 2009 e del 2011.

Anno	Data del colmo	Portata $[m^3/s]$	Intervallo dati
2009	28 Aprile	345	26/04, ore 0 - $06/05$, ore 20
2011	08 Novembre	278	05/11, ore 11 - $14/11$, ore 20

Tabella 4.1: Eventi considerati nel presente studio e dati utilizzati.

Si riportano nelle Figure seguenti le precipitazioni medie sul bacino e le curve di portata relative alle stazioni idrometriche utilizzate per i due eventi. In corrispondenza di Sant'Agostino non si hanno a disposizione valori di portata.

E' interessante osservare la ripartizione dei volumi defluiti all'interno del bacino del Bacchiglione. Esso comprende il bacino dell'Astico-Tesina a est e quello del Leogra ad ovest, cui contribuiscono, ai margini Sud-occidentali, i piccoli bacini inferiori e secondari del Timonchio, dell'Orolo e del Retrone (Figura 4.5).

Le tabelle 4.2 e 4.3 riportano le aree e i volumi defluiti relativi ai tre sottobacini principali.



Figura 4.3: Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle portate osservate alla sezione di Montegalda, Vicenza e Bolzano Vicentino durante l'evento del 2009.



Figura 4.4: Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle portate osservate alla sezione di Montegalda, Vicenza e Bolzano Vicentino durante l'evento del 2011.



Figura 4.5: Sottobacini principali chiusi in corrispondenza delle stazioni idrometriche utilizzate.

Nell'evento del 2009 si nota come il bacino dell'Astico-Tesina sia il maggior contribuente con una percentuale del 47% rispetto al volume totale defluito in corrispondenza della sezione di Montegalda. Il bacino del Leogra-Timonchio-Orolo contribuisce a far defluire una percentuale di volume rispettivamente pari al 36%. Per quanto riguarda il bacino del Retrone non sono disponibili misure di portata. Si stima che, essendo l'area di quest'ultimo pari al 10% circa dell'area totale del bacino, ci sia una tale corrispondenza anche per quanto riguarda i volumi defluiti; osservando la tabella risulta un 18% di volume rimanente che si può attribuire quindi al bacino del Retrone insieme ad una piccola porzione di area (tratteggiata in Figura 4.5).

Nell'evento del 2011 le percentuali di volume defluito dai sistemi Astico-Tesina e Leogra-Timonchio-Orolo sono rispettivamente pari al 42% e al 38% circa. Rimane un 20% attribuibile al bacino del Retrone insieme alla restante area di bacino.

Inoltre tali osservazioni sui volumi defluiti sono utili per verificare la correttezza delle curve di portata nelle diverse sezioni idrometriche. Data l'esattezza delle percentuali dei volumi, si può dire che le scale di deflusso, sulla base delle quali si sono ricostruite le portate, risultano appropriate.

Bacino	area $[Km^2]$	Vdefl. $[m^3]$	Vdefl./Vtot. [%]
Astico-Tesina	755	$55.71 \mathrm{x} 10^{6}$	47.32
Leogra-Timonchio-Orolo	401	$42.73 \text{x} 10^{6}$	36.30
Bacchiglione	1390	$117.73 x 10^{6}$	100

Tabella 4.2: Aree e volumi defluiti relativi durante l'evento del 200	9
---	---

Bacino	area $[Km^2]$	Vdefl. $[m^3]$	Vdefl./Vtot. [%]
Astico-Tesina	755	35.14×10^{6}	41.94
Leogra-Timonchio-Orolo	401	31.76×10^{6}	37.91
Bacchiglione	1390	$83.79 \mathrm{x} 10^{6}$	100

Tabella 4.3: Aree e volumi defluiti relativi durante l'evento del 2011.

4.2 Dati telerilevati

Per quanto riguarda le classificazioni dell'uso del suolo, ottenute a partire dal 1972, si fa riferimento al paragrafo 3.3.

DATI

80

Capitolo 5

Analisi dei dati

5.1 Analisi geomorfologica

Le mappe digitali del terreno (DTM, Digital Terrain Map) rendono possibile l'analisi obiettiva delle proprietà geomorfologiche in bacini anche di grande estensione. Le rappresentazioni digitali delle reti idrografiche che le mappe digitali consentono di ottenere sono inoltre di centrale interesse nei modelli idrologici distribuiti o semi-distribuiti in quanto contengono molte informazioni utili sulle modalità secondo cui il flusso idrologico si organizza e trasferisce massa ed energia verso la sezione di chiusura di un bacino.

Un DTM consiste in una griglia per ciascuno degli elementi (pixel) della quale è specificata l'elevazione media, ricavata per mezzo di interpolazioni di mappe analogiche tradizionali o da rilievi laser altimetrici. Nel caso presente, il bacino del Fiume Bacchiglione chiuso a Montegalda è stato discretizzato in una matrice di 802 X 1240 elementi di lato pari a 50 m.

Il primo passo nella procedura di determinazione della rete di canali consiste nell'assegnare la direzione di drenaggio che compete ad ogni pixel del bacino, in base alla direzione di massima pendenza in base ad algoritmi a direzione singola (D8) o Multipla (Dinf)([11]). Successivamente, si procede al calcolo dell'area drenata da ciascun pixel (ossia quella porzione di area del bacino che contribuisce al deflusso che attraversa il pixel considerato): tale valore è una misura di come il flusso si organizza e corrisponde alla portata localmente prodotta da una precipitazione uniforme sul bacino.

L'individuazione dei siti canalizzati appartenenti alla regione studiata è ottenuta tramite l'imposizione di soglie topografiche, che rappresentano le portate minime in corrispondenza delle quali si ha l'incisione del sedimento. La corretta determinazione della rete canalizzata svolge un ruolo importante nella caratterizzazione idrologica di un bacino: la struttura di drenaggio determina infatti l'imprinting geomorfologico della risposta idrologica del corso d'acqua, e modula in maniera decisiva anche gli effetti macroscopici dovuti alla presenza di pattern caratteristici di pioggia oppure legati alle diverse dinamiche di propagazione tipiche dei versanti e dei canali.

L'individuazione dei pixel canalizzati all'interno della mappa è avvenuta tramite due distinti criteri geomorfologici. Ciascun metodo è stato a sua volta verificato variando il valore della soglia di canalizzazione, in modo da ottenere reticoli idrografici caratterizzati da diverse densità di drenaggio (i.e. il reciproco della distanza media da percorrere all'interno del bacino seguendo le direzioni di drenaggio prima di incontrare il primo pixel canalizzato).

Soglia sull'area drenata

Inizialmente è stata imposta una soglia per la canalizzazione sulla sola area cumulata, classificando cioè come canalizzati quei pixel per cui il valore dell'area drenata A_i ecceda una soglia fissata A_s :

$$A_i \ge A_s \tag{5.1}$$

Questo metodo si fonda sull'ipotesi che le strutture permanenti di drenaggio si formino nelle zone di un bacino dove il flusso maggiormente si concentra. Solitamente la soglia A_s si sceglie cercando di approssimare al meglio le reti idrografiche riportate nella cartografia ufficiale, sebbene essa sia generalmente 'povera' e tralasci molti canali di primo ordine.

In linea generale, osserviamo che al crescere della densità di drenaggio aumenta la precisione con cui vengono individuate le strutture permanenti di drenaggio presenti nel territorio. Al di sotto di un certo valore di soglia, tuttavia, la rete estratta si infittisce fino a comprendere anche strutture di drenaggio temporanee (e.g. rivoli) caratterizzate da proprietà dinamiche chiaramente distinte da quelle dei veri e propri canali. È inoltre evidente come, ai fini della determinazione della risposta globale del bacino, il prezzo da pagare in termini computazionali per ottenere il massimo dettaglio possibile sia del tutto inadeguato rispetto ai vantaggi che una simile operazione comporterebbe: già per densità di drenaggio superiori a 0.4 km^{-1} il numero di canali della rete diventa dell'ordine di 10³ unità, allungando i tempi di calcolo della risposta idrologica in modo sensibile. Nella scelta della soglia di canalizzazione più opportuna è importante considerare il legame tra le caratteristiche geomorfologiche del sito in esame ed i processi di concentrazione del flusso, se si vuole conferire a tale soglia un più preciso significato fisico. Quando si assuma che la 'testa' del canale possa essere individuata sulla base della mole di materiale trasportato dal flusso, appare adeguato porre una soglia sull'area cumulata; secondo questa impostazione, il depositarsi del trasporto solido nei versanti darebbe luogo a profili *convessi*, mentre nei canali produrrebbe profili concavi. La testa dei canali coinciderebbe quindi con il punto di transizione tra forme *concave* e *convesse* della topografia.

Il criterio basato sulla sola area cumulata risulta più adatto ad individuare il passaggio da versante a valle che non il punto di transizione tra versanti e canali. Per definire in modo più accurato una appropriata scala spaziale caratteristica dei versanti (e quindi il passaggio fra versanti e canali), si introdurrà qui di seguito un criterio basato sulla relazione tra area drenata e pendenza, in grado quindi di discriminare gli stati versante da quelli canale sulla base delle differenze nei processi di incisione che hanno luogo (secondo l'ipotesi che il canale inizi dopo che una certa zona è stata erosa oltre un assegnato limite).

Soglia sul prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza

Poichè le reti naturali manifestano in generale la proprietà di essere maggiormente drenate nella loro parte montana, è stata utilizzata anche una metodologia di estrazione basata sull'imposizione di soglie topografiche che coinvolgano tanto l'area cumulata quanto la pendenza, ed in grado quindi di riprodurre la disuniformità spaziale delle densità di drenaggio tipica dei bacini reali. È stato pertanto impiegato un criterio di estrazione ([12]) secondo cui risultano canalizzati quei siti per i quali il prodotto fra l'area drenata A_i e la potenza k-sima della pendenza locale ∇z_i ecceda un certo valore di soglia S:

$$A_i \nabla z_i^k \ge S \tag{5.2}$$

Questo criterio rende conto di come i fenomeni di canalizzazione siano, a parità di flusso, favoriti dalla presenza di zone ad elevata pendenza. Nel considerare una soglia che tenga conto anche della pendenza locale del sito allo studio, si assume che il meccanismo dominante sia l'erosione, ossia che la testa del canale si verifichi in corrispondenza di un cambiamento nei processi di trasporto. È stato infatti dimostrato (e.g. [13]) che al di sotto di una certa area critica i meccanismi di trasporto dipendono solo dalla pendenza, mentre al di sopra di tale soglia diventa limitante la portata. Il criterio basato sull'imposizione di una soglia sul prodotto area-pendenza, è stato validato anche sperimentalmente in numerosi bacini (e.g. [14]), per i quali è stato dimostrato come i punti di inizio dei canali siano caratterizzati da un valore costante del prodotto fra area cumulata e quadrato della pendenza.

Le reti di drenaggio estratte mediante l'applicazione di una soglia sul prodotto area-pendenza risultano caratterizzate da densità di drenaggio decrescenti da monte verso valle, per via della naturale diminuzione delle pendenze in gioco nelle zone più prossime alla sezione di chiusura del bacino, rendendo conto pertanto delle disomogeneità spaziali delle reti naturali. Si noti infine che il valore prescelto dell'esponente k nell'equazione (5.2) è solitamente assunto pari a 2, cosicchè la quantità a primo membro nell'equazione (5.2) possa essere proporzionale al quadrato dello sforzo tangenziale al fondo prodotto dal flusso in transito (e.g. [15]).

5.2 Il Kriging

La precipitazione è un fenomeno che presenta una grande variabilità sia spaziale che temporale. Nei modelli di previsione dei deflussi è necessario descrivere con precisione i campi di pioggia a partire dalle misure registrate nelle stazioni pluviometriche sparse nel territorio. Nel caso in cui il bacino idrografico abbia dimensione confrontabile con le dimensioni caratteristiche dei fronti perturbativi, è possibile ritenere l'evento di precipitazione costante nello spazio; se, invece, la dimensione del bacino è maggiore di quella dell'evento di pioggia, risulta inaccettabile l'assunzione di una precipitazione spazialmente omogenea. Il Kriging rappresenta un efficace mezzo di interpolazione statistica dei dati di pioggia misurati, essendo uno strumento di stima lineare ed ottimale (privo di errore sistematico). Esso permette, a partire da una serie di dati osservati in diverse stazioni di misura, di calcolare il più probabile valore di precipitazione in un punto generico. Ripetendo il calcolo per i centri di ogni cella di una griglia regolare, è possibile determinare la distribuzione della pioggia nello spazio.

Si assume che la precipitazione al suolo $z(\bar{x})$ sia una funzione delle coordinate spaziali \bar{x} che costituisce la realizzazione di un campo aleatorio. Tale funzione non è nota in tutti i punti della regione ma deve essere ricostruita a partire dalle misure disponibili e da considerazioni legate alla natura del fenomeno fisico che è alla sua origine. Per questo motivo la funzione $z(\bar{x})$ viene considerata una tra le infinite possibili realizzazioni generabili da un campo aleatorio. Per descrivere in maniera sperimentalmente accessibile tale funzione aleatoria continua si utilizzano solitamente i suoi momenti fino al secondo ordine:

- la media

$$\mu = E(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot d[F(z)] = \int_{-\infty}^{+\infty} z \cdot f(z) \cdot dz$$
 (5.3)

• la varianza

$$\sigma_z^2 = E[(z-\mu)^2] = \int_{-\infty}^{+\infty} (z-\mu)^2 \cdot d(F(z)) = \int_{-\infty}^{+\infty} (z-\mu)^2 \cdot f(z) \cdot dz \quad (5.4)$$

• il variogramma

$$\gamma(\overline{x},\overline{h}) = 1/2 \ \sigma^2[Z(\overline{x}+\overline{h}) - Z(\overline{h})] =$$
(5.5)
$$= 1/2E \left\{ \left[[Z(\overline{x}+\overline{h}) - Z(\overline{x})] - E[Z(\overline{x}+\overline{h}) - Z(\overline{x})] \right]^2 \right\}$$

dove \overline{x} rappresenta il vettore coordinate di un punto generico dello spazio e $\overline{x} + \overline{h}$ il vettore coordinate di un punto che dista \overline{h} da \overline{x} ;

- l' autocovarianza

$$C(\overline{x},\overline{h}) = E\{[Z(\overline{x}+\overline{h})-\mu] \cdot [Z(\overline{x})-\mu]\}.$$
(5.6)

Tra le ultime due grandezze, nell'ipotesi che sia definita la varianza $\sigma^2(\bar{x})$, esiste una relazione, che può essere ricavata partendo dalla definizione di variogramma, sviluppandone il quadrato e sfruttando le proprietà di linearità dell'operatore valore atteso:

$$2\gamma(\overline{x},\overline{h}) = \sigma^2(\overline{x},\overline{h}) + \sigma^2(\overline{x}) - 2C(\overline{x},\overline{h})$$
(5.7)

Per rendere trattabile il problema dell'interpolazione spaziale si assumono valere due proprietà statistiche:

- *omogeneità* (o *stazionarietà*): in un campo omogeneo e stazionario le proprietà statistiche del campo stesso non variano nello spazio e nel tempo;
- ergodicità: le realizzazioni disponibili sono rappresentative dell'intera popolazione in esame, cioè possiedono le stesse proprietà statistiche dell'insieme di tutte le possibili realizzazioni.

In particolare, la stazionarietà del secondo ordine implica le seguenti proprietà:

$$E[z(\overline{x})] = \mu$$
$$C(\overline{x}, \overline{h}) = C(\overline{h})$$
$$\gamma(\overline{x}, \overline{h}) = \gamma(\overline{h})$$

Si noti come, nel caso di campo omogeneo, l'equazione (5.7) si possa scrivere:

$$\gamma(\overline{h}) = \sigma^2(z) - C_z(h) \tag{5.8}$$

Al tendere di h ad infinito, la covarianza tende ad annullarsi e quindi il variogramma tende alla varianza; mentre al tendere di h a 0, anche il variogramma tende a 0. Questo significa che, il valore assunto dalla variabile aleatoria in un punto dello spazio è tanto più correlato al valore assunto in un altro punto quanto minore è la distanza che separa i due punti. Quindi il variogramma fornisce una misura del grado di correlazione del campo: meno il campo è correlato e più rapidamente il variogramma si avvicina al suo valore massimo, cioè alla varianza. Nel caso del campo delle precipitazioni si approssima usualmente l'andamento del variogramma al crescere della distanza tramite una legge esponenziale:

$$\gamma_h(r) = \sigma_h^2 [1 - e^{-Z}] \qquad Z = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \tag{5.9}$$

dove $r_x e r_y$ rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato $\sigma^2(h)$ è la varianza della variabile aleatoria h, I è una grandezza chiamata *scala integrale* di h, che rappresenta la distanza alla quale il campo aleatorio cessa di essere correlato.

5.2.1 Il Kriging nel campo omogeneo

Si consideri una variabile aleatoria z(x,y) appartenente ad un campo omogeneo (Eq. 5.8), di cui sia noto il valore misurato in alcuni punti di un determinato dominio, e si voglia stimare z in un generico punto di coordinate (x_0, y_0) . Una stima ottimale $\hat{z}(x_0, y_0)$ è definita dalle condizioni: i) assenza di errore sistematico (i.e. errore medio nullo) e ii) varianza dell'errore minima:

$$E(\hat{z}_0 - z_0) = 0$$

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = min$$
(5.10)

Il Kriging si limita a considerare le possibili stime lineari del tipo:

$$\widehat{z} = \sum \lambda_{i0} \cdot z_i \tag{5.11}$$

dove $z_i(x_i, y_i)$ sono i valori di z in n Sostituendo l'eespressione (5.11) nella prima delle (5.10) e sfruttando la linearità dell'operatore valore atteso, si ottiene una prima condizione per la stima ottimale:

$$E[\hat{z}_0 - z_0] = E[\sum \lambda_{i0} z_i - z_0] = \mu - \mu = 0$$
(5.12)

La seconda condizione, introducendo la definizione di varianza e sfruttando la relazione appena ricavata (Eq. 5.12), risulta

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = E[((\hat{z}_0 - z_0) - E(\hat{z}_0 - z_0))^2] = E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = min \quad (5.13)$$

Al fine di semplificare la trattazione è opportuno trasformare il campo originario in un campo a media nulla, definendo la variabile Y(x, y): $[Y(x, y) = z(x, y) - \mu]$, in modo da ridurre il problema ad una stima lineare:

$$\widehat{Y}_0 = \sum \lambda_i \cdot Y_i \tag{5.14}$$

L'equazione (5.13) diventa quindi:

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = var(\hat{Y}_0 - Y_0) = E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2]$$
(5.15)

Sviluppando il quadrato e sfruttando la proprietà di linearità del valore atteso, si ottiene:

$$E[(\hat{Y}_0 - Y_0)^2] = \sum_i \sum_j \lambda_{0i} \lambda_{0j} E[Y_i Y_j] + \sigma_Y^2 - 2\sum_i \lambda_{0i} E[Y_0 Y_i]$$
(5.16)

dove $E[(Y_iY_k)]$ rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria Y(x, y), valutata nei punti (x_i, y_i) e

 (x_k, y_k) :

$$E[(Y_i Y_k)] = C[(x_i, y_i) - (x_k, y_k)] = C(\overline{r}_{ik})$$
(5.17)

avendo posto $\sum \lambda_{0i} C(\bar{r}_{ik}) = C(\bar{r}_{0k})$ e $\bar{r}_{ik} = (x_i - x_k), \bar{r}_{0k} = (x_0 - x_k).$ Sostituendo l'equazione (5.17) nella (5.16) si ottiene l'espressione finale per la funzione obiettivo:

$$var(\hat{Y}_0 - Y_0) = \sum_i \sum_j \lambda_{0i} \lambda_{j0} C(\bar{r}_{ij}) + \sigma_Y^2 - 2 \sum \lambda_{0i} C(\bar{r}_{0i})$$
(5.18)

Si tratta ora di determinare i valori dei parametri λ che minimizzano tale funzione:

$$\frac{\partial [var(\hat{Y}_0 - Y_0)]}{\partial \lambda_{k0}} = 0 \qquad k = 1, 2, \dots, n$$
(5.19)

La soluzione delle (5.19) è data dal seguente sistema lineare, scritto in forma matriciale:

$$\widetilde{C}\overline{\lambda} = \overline{C}_0 \tag{5.20}$$

da cui si possono ricavare i valori dei parametri $\overline{\lambda}=\widetilde{C}^{-1}\cdot\overline{C}_0,$ dove

- \tilde{C} è la matrice delle covarianze, in cui il generico elemento \tilde{C}_{ij} rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria fra punti che distano tra loro r_{ij} , cioè $C(\bar{r}_{ij})$:

$$\tilde{C} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & \dots & C_{1n} \\ C_{21} & C_{22} & \dots & C_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ C_{n1} & \dots & \dots & C_{nn} \end{bmatrix};$$

- \overline{C}_0 è il vettore il cui generico elemento C_{0i} rappresenta l'autocovarianza della variabile aleatoria valutata nel punto (x_0, y_0) per tutte le n osservazioni.

Risolvendo il sistema lineare si determinano quindi i pesi λ_{0i} che inseriti nell'Equazione (5.11) permettono il calcolo di \hat{z}_0 . In corrispondenza della soluzione del sistema lineare la funzione obiettivo (Equazione 5.16) presenta un minimo:

$$\sum \lambda_{0i} C(\overline{r}_{ik}) = C(\overline{r}_{0k})$$

Quindi:

$$[var(\widehat{Y}_0 - Y_0)]_{MIN} = \sigma_Y^2 - \sum \lambda_i C(\overline{r}_{0i})$$
(5.21)

da cui si deduce infine che la varianza dell'errore è più piccola della varianza della variabile. Quanto più il campo è correlato, tanto più grande è $C(\bar{r}_{0i})$ e tanto minore è l'errore che viene commesso nella stima.

5.2.2 Il Kriging nel campo non omogeneo

Si consideri un dominio nello spazio, per semplicità quadrato, di lato L in cui sia possibile definire le grandezze

$$m_z = \frac{1}{L^2} \int_{L \times L} z(\overline{x}) d\overline{x} \tag{5.22}$$

$$s^{2}(z) = \frac{1}{L^{2}} \int_{L \times L} [z(\overline{x}) - m_{z}]^{2} d\overline{x}$$

$$(5.23)$$

Mentre, in generale, al tendere di L ad infinito m_z tende alla media, non in tutti i campi di variabili aleatorie, al tendere di L ad infinito, la $s^2(z)$ tende asintoticamente ad un valore finito pari alla varianza. In alcuni casi, infatti, intervengono delle eterogeneità tali per cui la $s^2(z)$ tende ad infinito. Questo implica la non esistenza della varianza. Per lavorare in campi non omogenei si presenta quindi la necessità di utilizzare uno strumento più generale (i.e. l'autocovarianza). Al fine di poter applicare ugualmente le tecniche di Kriging per interpolare i dati osservati, si introduce l'*ipotesi intrinseca*, assumendo che il campo degli incrementi sia omogeneo:

$$E[z(\overline{x} + \overline{h}) - z(\overline{x})] = \mu_{\Delta}(\overline{h})$$

$$var[z(\overline{x} + \overline{h}) - z(\overline{x})] = 2\gamma(\overline{x}, \overline{h}) = 2\gamma(\overline{h})$$
(5.24)

La funzione variogramma, γ , è una generalizzazione della funzione di autocovarianza, in quanto, a differenza di quest'ultima, il variogramma esiste anche quando la varianza non è finita. La formulazione del Kriging nell'ipotesi intrinseca risulta essere analoga a quella del caso omogeneo:

$$E(\hat{z}_0) = \mu$$

$$var(\hat{z}_0 - z_0) = min$$
(5.25)

Sviluppando la prima delle (5.25), si ottiene

$$E\left(\sum_{i}^{n}\lambda_{i0}z_{i}\right) = \sum_{i}^{n}\lambda_{i0}E(z_{i}) = \mu\sum_{i}^{n}\lambda_{i0}$$
(5.26)

da cui

$$\sum_{i}^{n} \lambda_{i0} = 1 \tag{5.27}$$

In questo modo si ottiene un vincolo in più rispetto al caso stazionario, che potrà essere usato per la determinazione della soluzione. Dalla seconda delle (5.25), si ottiene

$$E\left[\sum_{i}^{n} (\lambda_{i0} z_i - z_0)^2\right] = min \tag{5.28}$$

Il variogramma fornisce informazioni sulla correlazione dei diversi valori del campo. Nell'ipotesi in cui la varianza, σ_z^2 , esista, si può valutare la relazione tra covarianza e variogramma:

$$\gamma(\overline{r}) = \frac{1}{2} E[z^2(\overline{x} + \overline{r}) + z^2(\overline{x}) - 2z(\overline{x} + \overline{r})z(\overline{x})]$$
(5.29)

Nel caso di stazionarietà del secondo ordine $E[z(\overline{x})] = \mu = cost$, sfruttando la proprietà di linearità del valore atteso, è possibile scrivere l'uguaglianza:

$$\sigma_z^2 = E[(z(\overline{x} + \overline{r}) - \mu)^2] = E[z^2(\overline{x} + \overline{r})] - \mu^2$$
(5.30)

Sostituendo l'equazione (5.30) nella (5.29), si ottiene:

$$\gamma(\overline{r}) = (\sigma_z^2 + \mu^2) - E[z(\overline{x} + \overline{r}) \cdot z(\overline{x})]; \qquad (5.31)$$

Ricordando la definizione di covarianza:

$$C(\overline{r}) = E[z(\overline{x} + \overline{r}) \cdot z(\overline{x})] - \mu^2$$
(5.32)

Sviluppando il prodotto a secondo termine dell' equazione (5.32), ed utilizzando le proprietà di linearità del valore atteso E, si perviene alla seguente espressione:

$$\gamma(\overline{r}) = \sigma_z^2 - C(\overline{r}) \tag{5.33}$$

in cui si nota come il variogramma contenga informazioni sulla correlazione del campo, anche nel caso in cui la varianza non esista, e σ_z^2 e $C(\bar{r})$ perdano di significato. Nel caso non stazionario, in cui il variogramma non sia asintotico ad un valore finito, il problema può essere ugualmente risolto richiamando l'ipotesi intrinseca:

$$E[z(\overline{x})] = \mu$$

$$\gamma(\overline{r}) = 1/2E\left[\left(z(\overline{x} + \overline{r}) - z(\overline{x})\right)^2\right]$$
(5.34)

Si deve ora minimizzare la (5.28). Sviluppando il quadrato come prodotto di due sommatorie si ottiene:

$$E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = E\left[\left(\sum_i \lambda_{0i}(z_i - z_0)\right) \cdot \left(\sum_j \lambda_{0j}(z_j - z_0)\right)\right]$$
(5.35)

Aggiungendo e sottraendo z_0 nell'Equazione (5.29) si ottiene:

$$\gamma(\overline{r}_{ij}) = \frac{1}{2}E[(z_i - z_j)^2] = \frac{1}{2}E[((z_i - z_0) - (z_j - z_0))^2]$$
(5.36)

Sviluppando questo quadrato, sostituendo nella (5.35) e applicando il vincolo espresso dall'equazione (5.27) si ricava:

$$E[(\hat{z}_0 - z_0)^2] = 2\sum_i \lambda_{i0}\gamma(\overline{r}_{i0}) - \sum_i \sum_j \lambda_{i0}\lambda_{0j}\gamma(\overline{r}_{ij})$$
(5.37)

L'espressione ottenuta ha una forma molto simile a quella del caso omogeneo (i.e. equazione (5.16)), con la differenza che qui si ha un caso di *minimizzazione vincolata*. Per determinare la soluzione si utilizza il metodo dei moltiplicatori di Lagrange, ovvero si costruisce una nuova funzione obiettivo in cui sia presente quella di partenza, imponendo il vincolo sui pesi. Il problema diventa, allora, ricercare la seguente condizione:

$$\min\left\{\frac{1}{2}E\left[(\widehat{z}_0 - z_0)^2\right] - \alpha\left(\sum \lambda_{i0} - 1\right)\right\}$$
(5.38)

a cui imporre il vincolo:

$$\sum_{i=1}^{n} \lambda_{i0} = 1.$$

Derivando l'Equazione (5.38), rispetto a $\lambda_{i0} \in \alpha$, si ottengono le seguenti condizioni:

$$\begin{cases} \frac{\partial f}{\partial \lambda_{0k}} = \gamma(\bar{r}_{0k}) - \sum \lambda_{i0} \gamma(\bar{r}_{ik}) - \alpha = 0 \qquad k = 1, 2, \dots, n \\ \frac{\partial f}{\partial \alpha} = \sum \lambda_i - 1 = 0 \end{cases}$$
(5.39)

La soluzione del problema diviene

$$\begin{cases} \gamma(\overline{r}_{k0}) = \sum \lambda_{0i} \gamma(\overline{r}_{ik}) + \alpha = 0\\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

Scrivendo il sistema in forma compatta:

$$\begin{cases} \overline{\gamma}_0 = \widetilde{\Gamma} \overline{\lambda} + \alpha \\ \sum \lambda_i = 1 \end{cases}$$

dove

$$\overline{\lambda} = [\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n, \alpha] \quad \overline{\gamma}_0 = [\gamma_{10}, \gamma_{20}, \dots, \gamma_{n0}, \alpha]$$
$$\widetilde{\Gamma} = \begin{bmatrix} \gamma(r_{11}) & \dots & \gamma(r_{1n}) & 1\\ \gamma(r_{21}) & \dots & \gamma(r_{2n}) & 1\\ \dots & \dots & \dots & \dots\\ 1 & \dots & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

si ottiene una rappresentazione della soluzione generale del problema di interpolazione spaziale di dati misurati in campi aleatori, valida quindi anche nel caso di campo omogeneo.

5.2.3 Distribuzione delle precipitazioni nello spazio e nel tempo

Per ciascun evento di piena osservato, in corrispondenza del quale si dispone di misure puntuali di precipitazione si è determinata la distribuzione delle precipitazioni nello spazio e nel tempo a partire dalle misure dei pluviografi. Questa operazione è stata effettuata in due fasi :

1. calcolo del variogramma sperimentale e delle proprietà statistiche del campo di pioggia (Varianza e scala integrale); 2. determinazione della distribuzione spaziale della pioggia attraverso l'interpolazione delle misure, effettuata utilizzando l'interpolatore geostatistico Kriging.

Per ogni evento si è calcolato il variogramma della variabile aleatoria h, l'altezza di precipitazione misurata nell'intervallo temporale di riferimento. Il variogramma è stato ottenuto come media dei variogrammi calcolati in ognuno degli intervalli temporali considerati. Il variogramma sperimentale è stato poi interpolato mediante la seguente legge esponenziale:

$$\gamma_h(r) = \sigma_h^2 [1 - e^{-Z}] \qquad Z = \sqrt{\left(\frac{r_x}{I}\right)^2 + \left(\frac{r_y}{I}\right)^2} \tag{5.40}$$

nella quale r_x e r_y rappresentano le componenti secondo gli assi coordinati della distanza fra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato, I è la scala integrale di h e σ_h^2 è la varianza della variabile aleatoria h. Questo modo di operare implica a priori un'ipotesi di stazionarietà nello spazio e nel tempo delle caratteristiche delle precipitazioni. La stima dei parametri del modello, $\sigma^2(h)$ e I, è stata ottenuta mediante il metodo dei minimi quadrati. Nell'ipotesi di stazionarietà del campo di pioggia la macroscala I dipende solamente dalla distanza r_i tra i due punti rispetto ai quali il variogramma è calcolato; indicando con $\gamma_i(r_i)$ la serie dei variogrammi sperimentali l'equazione (5.40) si può scrivere nel modo seguente:

$$\gamma_i(r_i) = \sigma^2 [1 - e^{-r_i/I}] \tag{5.41}$$

dove, per non appesantire la notazione, si è omesso il pedice h. Si tratta di determinare i valori dei parametri che meglio approssimano la serie sperimentale ovvero di determinare i valori dei parametri che rendono minimo l'errore quadratico Φ definito come:

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n} [\gamma_i(r_i) - \sigma^2 [1 - e^{-r_i/I}]]^2$$
(5.42)

dove n è il numero di dati sperimentali. Imponendo la condizione di minimo:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \sigma^2} = \frac{\partial \Phi}{\partial I} = 0 \tag{5.43}$$
si ottiene il seguente sistema:

$$\sigma^{2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \gamma_{i}(r_{i})(1 - e^{-r_{i}/I})}{\sum_{i=1}^{n} (1 - e^{-r_{i}/I})^{2}}$$
$$\sum_{i=1}^{n} \gamma_{i}(r_{i})r_{i}e^{-r_{i}/I} - \sigma^{2}\sum_{i=1}^{n} (r_{i})e^{-r_{i}/I}(1 - e^{-r_{i}/I}) = 0$$
(5.44)

Risolvendo la seconda equazione delle (5.44) per tentativi (e.g. mediante il metodo della bisezione), si ricava il valore della scala integrale I, che, sostituito nella prima, permette di determinare σ^2 .

Una volta stimate le proprietà statistiche, attraverso l'interpolatore geostatistico Kriging, a partire dalle osservazioni puntuali registrate in corrispondenza delle stazioni pluviografiche sparse sul territorio, si determina la distribuzione spaziale della pioggia, in corrispondenza ad una maglia con risoluzione 100mcomprendente l'intero bacino.

ANALISI DEI DATI

Capitolo 6

Modelli matematici

6.1 I modelli di risposta idrologica

La risposta idrologica di un bacino è il risultato di complessi processi fisici e biologici. Tali processi vanno spesso valutati a scale spaziali relativamente ampie per determinare la risposta di un bacino ad un evento meteorico.

I principali processi che determinano la risposta idrologica di un bacino idrografico possono essere enumerati come segue:

- processi di infiltrazione e separazione dei deflussi alla superficie e all'interno del suolo come risultato dell'interazione tra l'intensità della precipitazione e le dinamiche del contenuto d'acqua del suolo;
- le diverse componenti del deflusso, superficiale, sub-superficiale e profondo si muovono all'interno dei versanti (o al di sopra di essi) fino a raggiungere la rete canalizzata;
- il trasporto all'interno dei canali della rete di drenaggio e l'interazione fra i diversi contributi idrologici originati dalle diverse porzioni del bacino dànno luogo alla formazione della portata.

Il modello utilizzato in questo studio è concentrato nei parametri ma distribuito nella descrizione dei processi, poichè utilizza informazioni ottenute dai modelli digitali del terreno, da interpolazioni geostatistiche delle osservazioni puntuali di pioggia e da tecniche di telerilevamento delle caratteristiche della pedologia e dell'uso del suolo. I meccanismi di infiltrazione e separazione dei diversi contributi che concorreranno alla formazione del deflusso complessivo sono descritti attraverso un approccio che trae ispirazione dal Topmodel ([16]), il quale permette di descrivere con un modello semplice e basato sulle caratteristiche topografiche i meccanismi di produzione di deflusso superficiale, subsuperficiale e profondo. I processi di trasporto, illustrati nei paragrafi successivi, sono invece descritti utilizzando un approccio stocastico Lagrangiano basato sulle distribuzioni dei tempi di residenza dell'acqua all'interno del bacino. Il metodo trova il suo fondamento nella teoria geomorfologica della risposta idrologica per cui le distribuzioni dei tempi di residenza nei possibili percorsi all'interno del sistema sono legate all'idrogramma unitario istantaneo del bacino (e.g. [17]).

6.1.1 Separazione dei contributi di deflusso

La descrizione dei meccanismi di infiltrazione e redistribuzione dell'acqua alla superficie del suolo utilizzati all'interno del modello idrologico sviluppato, come precedentemente accennato, trae ispirazione dalla formulazione del TOPMODEL ([16]). A partire dalla descrizione delle caratteristiche topografiche del bacino prodotta dal DTM è possibile calcolare, per ciascun sottobacino la percentuale di aree sature. L'individuazione delle aree sature, che si dimostrano essere strettamente connesse ai pixel canale, consente di assumere che la pioggia che cade su di esse concorra tutta alla formazione di deflusso superficiale, mentre la precipitazione che cade su terreno non saturo si infiltra completamente. La portata superficiale viene dunque calcolata esclusivamente attraverso un meccanismo di Dunne, secondo il quale il suolo è caratterizzato da un volume finito. Terminato il volume disponibile per l'invaso della precipitazione il suolo si satura e la precipitazione è convertita in deflusso superficiale. Le zone sature del bacino sono anche quelle che danno luogo alla produzione di portata subsuperficiale, mentre il deflusso profondo è costituito dai contributi di percolazione provenienti dalle aree insature del bacino; i contributi provenienti dalle aree sature vengono trascurati, poichè in queste zone è dominante il flusso laterale che determina la formazione di portata subsuperficiale.

Nella valutazione del deflusso superficiale si tiene conto di un contributo, denominato urbano, legato esclusivamente alle aree impermeabili. Tali deflussi, insieme al subsuperficiale e al profondo, vengono definiti tramite l'introduzione di serbatoi lineari. I volumi d'acqua contenuti nei diversi serbatoi vengono calcolati risolvendo i seguenti bilanci:

- deflusso superficiale:

$$\frac{dV_{sup}}{dt} = P \cdot (A_{sat}) - Q_{sup} \tag{6.1}$$

dove A_{sat} indica le aree sature e Q_{sup} viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{sup} = K_{sup} \cdot V_{sup} \tag{6.2}$$

dove K_{sup} è il coefficiente di propagazione del deflusso superficiale.

- deflusso urbano:

$$\frac{dV_{urb}}{dt} = P \cdot (A_{urb}) - Q_{urb} \tag{6.3}$$

dove A_{urb} indica le aree impermeabili e Q_{urb} viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{urb} = K_{urb} \cdot V_{urb} \tag{6.4}$$

dove K_{urb} è il coefficiente di propagazione del deflusso urbano.

- deflusso subsuperficiale:

$$\frac{dV_{sub}}{dt} = L_{sub} - Q_{sub} \tag{6.5}$$

dove L_{sub} indica il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo e Q_{sub} viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{sub} = K_{sub} \cdot V_{sub} \tag{6.6}$$

dove K_{sub} è il coefficiente di propagazione del deflusso subsuperficiale.

- deflusso profondo:

$$\frac{dV_{prof}}{dt} = L_{prof} - Q_{prof} \tag{6.7}$$

dove L_{prof} indica il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo e Q_{prof} viene espresso attraverso la convoluzione:

$$Q_{prof} = K_{prof} \cdot V_{prof} \tag{6.8}$$

dove K_{prof} è il coefficiente di propagazione del deflusso profondo.

Per poter risolvere l'equazione 6.1 è necessario conoscere la variazione dell'area satura A_{sat} di ciascun sottobacino in funzione del contenuto medio d'acqua s. L'area satura è definita tramite la seguente relazione:

$$A_{sat} = s^b \cdot (A_{sc}) + A_{cu} \tag{6.9}$$

Il termine A_{sc} indica l'area dello strato collaborante coincidente con l'area del bilancio di ogni singolo sottobacino:

$$A_{sc} = AA - A_{urb} - A_{cu} \tag{6.10}$$

dove $AA \in A_{cu}$ indicano rispettivamente le aree totali e le aree concave.

Della precipitazione caduta sul bacino di studio si ha una frazione che concorre alla formazione del deflusso superficiale relativa alle aree urbane A_{urb} e sature A_{sat} e una frazione che contribuisce a innescare il deflusso subsuperficiale e profondo. Quest'ultima si ricava:

$$I = P \cdot \left(1 - \frac{A_{sat} + A_{urb}}{AA}\right) \tag{6.11}$$

Dunque, il bilancio del contenuto d'acqua del suolo all'interno di un volume di controllo corrispondente alla strato di suolo collaborante (Figura 6.1) si esprime:

$$\frac{dV_{sc}}{dt} = I - L - ET \tag{6.12}$$

Il volume V_{sc} è definito:

$$V_{sc} = A_{sc} \cdot n \cdot Z \cdot s \tag{6.13}$$



Figura 6.1: Schema del volume di controllo utilizzato nella formulazione del modello di separazione dei contributi di deflusso.

I termini $n \in Z$ indicano rispettivamente la porosità del suolo e lo spessore dello strato collaborante di ciascun sottobacino. Il flusso d'acqua in uscita dal volume di controllo è:

$$L = K_0 s^c \tag{6.14}$$

dove K_0 rappresenta la conducibilità idraulica a saturazione e c è il coefficiente di Clapp e Hornberger ([18]).

Il flusso d'acqua in uscita si suddivide nelle due componenti subsuperficiale e profonda:

$$L_{sub} = \alpha \cdot L \cdot A_{sc} \tag{6.15}$$

$$L_{prof} = (1 - \alpha) \cdot L \cdot A_{sc} \tag{6.16}$$

indicando con α parametro di calibrazione che determina la ripartizione tra i percorsi subsuperficiale e profondo del flusso d'acqua.

6.1.2 L'idrogramma unitario istantaneo

Il problema della trasformazione degli afflussi di precipitazione ad un bacino idrologico nei deflussi alla sua sezione di chiusura, si traduce nella ricerca di un operatore $F(\theta, t, \tau)$ che effettui la trasformazione:

$$Q(t) = F(\theta, t, \tau)[j(\tau)]$$

Il tempo τ è calcolato rispetto all'inizio dell'evento corrente $j(\tau)$. Il tempo θ viene computato da un'origine lontana del tempo e, quindi, tiene conto della 'storia' del bacino, precedente all'evento attuale. Il tempo t è un tempo cronologico che considera la dipendenza dei processi idrologici dal periodo considerato (potendosi pensare, cioè, di distinguere, ad esempio, tra estate ed inverno). L'approccio scelto tiene in considerazione la dipendenza della risposta idrologica sia dagli eventi precedenti, sia dal tempo cronologico. I processi di trasporto all'interno di un bacino idrologico possono essere infatti assunti sostanzialmente costanti rispetto alla 'storia idrologica' del sistema e rispetto alla stagione; la variabilità delle caratteristiche delle superfici, invece, dipende dal loro stato di umidità e risulta pesantemente influenzata da questi due fattori.

La teoria dell'idrogramma unitario istantaneo si fonda su due ipotesi: l'invarianza e la linearità del processo che trasforma i deflussi efficaci in portate. L'invarianza dell'operatore comporta che la risposta idrologica del bacino sia indipendente dal tempo: cioè che essa dipenda solo dall'intensità dell'impulso senza riguardo al momento nel quale esso sia prodotto, i.e. lo stesso impulso deve dare sempre la stessa risposta. La linerità impone che, date le intensità di precipitazione efficace $j_{eff}^{(1)}(\tau)$, $j_{eff}^{(2)}(\tau)$ e le relative risposte idrologiche del bacino $Q_1(t)$, $Q_2(t)$, la risposta ad una precipitazione del tipo:

$$j_{eff}(\tau) = \alpha_1 j_{eff}^{(1)}(\tau) + \alpha_2 j_{eff}^{(2)}(\tau), \qquad (6.17)$$

sia:

$$Q(t) = \alpha_1 Q_1(t) + \alpha_2 Q_2(t).$$
(6.18)

Un modo del tutto generale di rappresentare la risposta di un bacino, nell'ipotesi di linearità, fa capo alla definizione della risposta impulsiva del sistema. È questa la risposta del bacino (i.e. l'idrogramma di piena) corrispondente ad un volume di pioggia unitario iniettato istantaneamente nel sistema ed uniformemente nello spazio. Tale risposta impulsiva u(t) è detta idrogramma unitario istantaneo. Si sostituisce, così, ad una distribuzione discreta di j, una continua; si può dimostrare che la risposta Q(t) ($[L^3/T]$) prodotta da una precipitazione efficace j(t) ([L/T]) su di un bacino di superficie S ($[L^2]$) può essere espressa mediante la:

$$Q(t) = S \, \int_0^t j(\tau) \, u(t-\tau) \, d\tau, \qquad (6.19)$$

dove con j(t) si intende un'intensità mediata sull'area del bacino, assumendo che la scala caratteristica dei fronti di perturbazione sia molto più grande della scala del bacino stesso. La formulazione che si basa sull'idrogramma unitario istantaneo può dare luogo ad una quantità di modelli diversi; le differenze dipendono dalla forma attribuita alla funzione u(t).

6.1.3 Il modello geomorfologico

Il modello utilizzato nel presente lavoro appartiene alla classe di modelli descritti in precedenza, ed è il modello geomorfologico: tale modello consente di determinare la risposta idrologica di un bacino a partire dalle sue caratteristiche morfologiche. Il modello geomorfologico si fonda sulla considerazione che il tempo necessario ad una goccia d'acqua, iniettata in un punto generico del bacino, per giungere alla sezione di controllo, sia legato al cammino percorso e quindi alla morfologia della rete di drenaggio. La molteplicità delle situazioni che caratterizzano le vicende delle gocce d'acqua all'interno di un bacino rende inverosimile una trattazione deterministica del problema e richiede il ricorso ad un'impostazione probabilistica. Devono quindi essere specificate le grandezze probabilistiche associate a ciascun possibile cammino della goccia d'acqua individuato dallo studio cartografico della morfologia del bacino in esame. A questo proposito vale la pena notare come la scala utilizzata abbia una grande influenza sulle caratteristiche attribuite al bacino. Per tale ragione la scala deve essere scelta sulla base delle dimensioni del bacino considerato, richiedendosi, generalmente, una definizione più precisa della rete per i bacini di dimensioni inferiori. Lo studio delle distribuzioni dei tempi di residenza è lo strumento adatto a trattare i complessi processi coinvolti nella risposta idrologica a scala di bacino. Tale complessità deriva dal fatto che i mezzi fisici in cui hanno luogo i processi di trasformazione afflussi/deflussi costituiscono un insieme di formazioni naturali eterogenee. In base a questa eterogeneità, è accettato che i modelli deterministici siano troppo grossolani per descrivere i processi idrologici (e.g. [20]).

Si consideri una particella in moto all'interno di un volume di controllo, soggetta ad un moto convettivo di natura idrologica; tale particella possiede una traiettoria che, al tempo $t \neq 0$ sia solo parzialmente nota, ovvero, sia nota con una certa probabilità.



Figura 6.2: Schematizzazione della traiettoria di una particella di massa m.

Sia $m(\mathbf{x}_0, t_0)$ la massa iniziale di una particella d'acqua iniettata al tempo t_0 nella posizione iniziale $\mathbf{X}_0(t_0) = \mathbf{x}_0$ (si veda la Figura 6.2); ogni traiettoria è definita dalle coordinate lagrangiane:

$$\mathbf{X}(t) = \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0) = \mathbf{x}_0 + \int_0^t \mathbf{u}(\mathbf{X}(\tau), \tau) d\tau$$
(6.20)

dove $\mathbf{u}(\mathbf{X}, t)$ rappresenta il vettore velocità. Si noti come la notazione (cfr. equazione 6.20) sottolinei il carattere lagrangiano dell'analisi in cui tutte le proprietà dipendono dalla traiettoria della particella. La distribuzione spaziale della concentrazione nel volume di controllo ν è data da (Taylor, 1921):

$$C(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) = \frac{m}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x} - \mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0))$$
(6.21)

dove:

i)
$$\phi$$
 è la porosità del terreno, ovvero la porzione attiva del volume di trasporto;

ii) $\int_{\nu} C\phi d\mathbf{x} = m;$

iii) $\delta()$ è la funzione Delta di Dirac.

La distribuzione δ è definita, semplicemente, da due proprietà integrali:

$$\int_{-\infty}^{\infty} d\mathbf{x} \delta(\mathbf{x}) = 1 \tag{6.22}$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(\mathbf{x})\delta(\mathbf{x} - \mathbf{x}_0)d\mathbf{x} = f(\mathbf{x}_0)$$
(6.23)

L'equazione (6.21) indica che la concentrazione è diversa da zero solo nel punto in cui si trova la particella (i.e. sulla sua traiettoria). È da notare come il sistema sopra descritto debba essere generalizzato al fine di essere applicato alla teoria della risposta idrologica, la quale è tipicamente caratterizzata da vaste aree di iniezione e da pronunciate variabilità temporali.

I processi idrologici definiscono l'evoluzione nel tempo e nello spazio della traiettoria della particella, $\mathbf{X}(t; \mathbf{x}_0, t_0)$, la quale è trattata come una variabile aleatoria, caratterizzata dalla distribuzione di probabilità degli spostamenti $g(\mathbf{x}, t)$; quindi $g(\mathbf{x}, t)d\mathbf{X}$ è la probabilità che la particella si trovi, al tempo t, nell'intorno di un generico punto \mathbf{x} . La media d'insieme sulle n possibili realizzazioni (i.e. percorsi delle particelle), diverse a causa della natura strutturalmente non ripetitiva dei sistemi naturali, porta alla relazione (e.g. Dagan, 1989; Taylor, 1921):

$$\langle C(\mathbf{x},t) \rangle = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{m(\mathbf{X},t)}{\phi} \cdot \delta(\mathbf{x}-\mathbf{X})g(\mathbf{X},t)d\mathbf{X}$$
 (6.24)

Il caso particolare di soluto passivo, ovvero di un soluto la cui massa si conserva nel tempo e nello spazio, risulta significativo per lo studio dei processi di trasporto rilevanti alla risposta idrologica a scala di bacino. Nell'ipotesi di essere di soluto passivo si può porre $m(\mathbf{x}, t) \approx m$, ed assumere che la materia trasportata non influenzi il campo di moto. L'integrazione dell'equazione (6.24) (e.g. Taylor, 1921) porta alla:

$$\langle C(\mathbf{x},t) \rangle = \frac{m}{\phi}g(\mathbf{x},t)$$
 (6.25)

nella quale la media d'insieme della concentrazione è proporzionale alla densità di probabilità degli spostamenti delle particelle.

Un'importante connessione tra il metodo lagrangiano descritto ed un approccio euleriano consiste nella determinazione di una relazione tra la densità di probabilità degli spostamenti delle particelle, $g(\mathbf{x}, t)$, e la distribuzione dei tempi di residenza in una sezione di controllo coincidente con la sezione di chiusura del bacino; tale sezione viene rappresentata come una barriera assorbente attraverso cui ogni particella iniettata nel volume di controllo, ν , debba transitare in un tempo finito, τ , con probabilità pari ad uno. Il tempo di primo passaggio, τ , o tempo di residenza, è definito come l'intervallo di tempo tra l'iniezione della particella ed il transito di essa attraverso la sezione di controllo.

L'incertezza che caratterizza la traiettoria **X** implica che il tempo di arrivo τ sia una variabile aleatoria caratterizzata da una probabilità di non superamento $P(\tau < t) = P(t; \mathbf{x_0}, t_0)$. Il collegamento tra gli approcci euleriano e lagrangiano è definito dalla seguente relazione:

$$P(\tau < t) = 1 - P(\tau > t) = 1 - \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$$
(6.26)

Infatti $\int_{\nu} g(\mathbf{x}, t; \mathbf{x}_0, t_0) d\mathbf{x}$ rappresenta la probabilità che la particella si trovi all'interno del volume di controllo al tempo t, ossia che il tempo di residenza sia maggiore di t.

Sostituendo la (6.25) nella (6.26), si ottiene la fondamentale relazione:

$$P(\tau > t) = \frac{\phi}{m} \int_{\nu} \langle C(\mathbf{x}, t) \rangle d\mathbf{x} = \frac{\langle M(t) \rangle}{m}$$

dove $\langle M(t) \rangle$ è la media d'insieme della massa presente nel volume di controllo al tempo t, mentre m rappresenta la massa totale iniettata. Derivando ambo i membri e ricordando che f(t) è la densità di probabilità dei tempi di residenza, si ottiene, per un'iniezione di massa unitaria:

$$f(t) = \frac{dP(\tau < t)}{dt} = -\frac{dP(\tau > t)}{dt} = -\frac{1}{m}\frac{d < M(t) >}{dt}$$
(6.27)

Per intervalli di tempo successivi all'iniezione, il bilancio di massa all'interno del volume di controllo impone che:

$$\frac{d < M >}{dt} = -Q(t) \tag{6.28}$$

dove Q(t) è la portata di massa in uscita dal volume di controllo, ν . Da quest'ultima osservazione e dalla (6.27), si ottiene:

$$f(t) = \frac{Q(t)}{m} \tag{6.29}$$

La densità di probabilità dei tempi di residenza coincide, quindi, con la portata di massa in uscita dal volume di controllo a seguito di una iniezione istantanea di massa unitaria m; il significato fisico risulta evidente: nell'idrologia superficiale, quando l'input è la pioggia efficace unitaria, la densità di probabilità dei tempi di residenza risulta essere l'idrogramma unitario istantaneo. La determinazione di f(t) si riconduce all'identificazione della distribuzione di probabilità relativa ai diversi percorsi disponibili alle particelle che cadano sulla superficie del bacino. Per fare questo si individuano, all'interno del bacino, degli stati, dalla cui composizione si ottengono tutti i percorsi possibili attraverso i quali le particelle d'acqua devono transitare. Indicato con Ω l'ordine del bacino, si definisce c_i , $1 \leq i \leq \Omega$, lo stato canale i secondo la numerazione di Strahler; si definisce v_i , $1 \leq i \leq \Omega$, lo stato versante del bacino che drena nel canale i. Si assume ([21]) che le particelle si trovino, inizialmente, negli stati versante. Di conseguenza le particelle, inizialmente poste in una delle regioni v_i , si trovano a dover seguire le seguenti regole:

a) l'unica transizione fuori da uno stato v_i permessa è del tipo $v_i \longrightarrow c_i, 1 \le i \le \Omega;$

- b) l'unica transizione fuori da uno stato c_i permessa è del tipo $c_i \longrightarrow c_j$ con $j \downarrow i, i = 1, 2, ..., \Omega;$
- c) lo stato $c_{\Omega+1}$ definisce le sezione di chiusura del bacino idrografico (i.e. la barriera assorbente).



Figura 6.3: Identificazione dei percorsi accessibili ad una particella d'acqua in un generico bacino idrografico.

Tali regole definiscono un insieme, Γ , di percorsi, γ , che una particella potrebbe seguire nel suo percorso fino alla sezione di chiusura (e.g. 6.3). Ogni particella d'acqua passerà un certo tempo, T_x , in ogni singolo stato che attraversa; tale tempo è una variabile aleatoria caratterizzata da una densità di probabilità $f_x(t)$. Nell'ipotesi di indipendenza statistica dei tempi di residenza all'interno di due stati differenti, si ha che il tempo di residenza complessivo all'interno del generico percorso γ_i , è dato da:

$$T_{\gamma} = T_{x_1} + T_{x_2} + \ldots + T_{x_k} \tag{6.30}$$

con $x_1, \ldots, x_k \in (v_1, \ldots, v_{\Omega}, c_1, \ldots, c_{\Omega})$. Dall'indipendenza statistica della variabile aleatoria T_{x_i} risulta che la densità di probabilità della somma dei tempi di residenza, T_{γ} , è la convoluzione delle singole densità di probabilità:

$$f_{\gamma}(t) = f_{x_1} * \dots * f_{x_k}$$
 (6.31)

dove l'asterisco indica il termine di convoluzione.

j

La distribuzione della densità dei tempi di residenza f(t) alla sezione di chiusura di un sistema la cui massa iniziale sia distribuita sull'intero dominio (e.g. [21]; [22]) è data da:

$$f(t) = \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) f_{\gamma}(t)$$
(6.32)

dove $p(\gamma)$ rappresenta la probabilità che una particella si trovi a seguire il generico percorso $\gamma = \{x_1, \ldots, x_k\}$; tale probabilità, nel caso di precipitazione uniforme, è data dal rapporto tra l'area afferente al percorso γ e l'area totale. L'equazione (6.32) mostra come, durante il processo di trasporto, l'impulso di precipitazione subisca una dispersione legata all'eterogeneità dei possibili percorsi delle particelle (i.e. dispersione geomorfologica, e.g. [20]). La questione dei tempi di residenza nello stato versante impone alcune considerazioni con riferimento sia ai processi di trasporto della massa sia al fatto che la velocità delle particelle aumenti di almeno un ordine di grandezza una volta che l'acqua abbia raggiunto gli stati canale. Al fine di determinare i tempi di residenza fuori rete si introduce una densità di probabilità di tipo esponenziale:

$$f_{h_i}(t) = \lambda_{h_i} e^{-\lambda_{h_i} t} \tag{6.33}$$

dove con h_i si indica l'i-esimo stato fuori rete, e

$$\lambda_{h_i} = \frac{1}{2D \cdot V_h},$$

dove D è la densità di drenaggio locale e V_h è una caratteristica scala di velocità nei versanti.

Il trasporto di massa con dispersione

La componente geomorfologica non è l'unica sorgente di dispersione presente nel sistema; esiste infatti una componente dispersiva idrodinamica agente nei singoli tratti dei corsi d'acqua legata alle fluttuazioni turbolente di velocità.

Per rendere conto di tali fenomeni e quantificarli si consideri il moto del fluido in un generico tratto di corso d'acqua di lunghezza L. Il campo di moto $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ all'interno del tratto al tempo t può essere scomposto in due termini: una componente media $\langle \mathbf{u} \rangle = E[\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)]$ ed una fluttuante $\mathbf{u}'(\mathbf{x}, \mathbf{t})$:

$$\mathbf{u}(\mathbf{x},t) = <\mathbf{u}> +\mathbf{u}'(\mathbf{x},\mathbf{t}) \tag{6.34}$$

Integrando l'equazione (6.34) è possibile esprimere la posizione $\mathbf{x}(t)$ della particella, al tempo t:

$$\mathbf{X}(t) = <\mathbf{X}> + \mathbf{X}'(t; \mathbf{X}_0, t_0) + \mathbf{X}_B(t)$$

dove

$$<\mathbf{X}>=<\mathbf{u}>t$$

 $\mathbf{X}'(t) = \int_0^t \mathbf{u}'(\mathbf{x}(\tau), \tau) d au$

e \mathbf{x}_o è la posizione della particella al tempo t = 0; il termine $\mathbf{X}_B(t)$ definisce una componente isotropica e browniana del moto, la quale viene matematicamente definita da $\langle \mathbf{X}_B \rangle = 0$, media nulla, e varianza pari a $\langle \mathbf{X}_B^2 \rangle = 2D_B t$, con D_B coefficiente di diffusione. Al fine di caratterizzare la densità di probabilità degli spostamenti $g(\mathbf{x}, t)$, si utilizza il modello di Fokker-Planck:

$$\frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{\partial t} + \sum_{i} \langle u \rangle_{i} \frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{x_{i}} = \sum_{i} \sum_{j} D_{ij}(t) \frac{\partial^{2} g(\mathbf{x},t)}{\partial x_{i} \partial x_{j}}$$
(6.35)

dove $D_{ij}(t)$ è il tensore di dispersione. La funzione $g(\mathbf{x}, t)$ caratterizza la probabilità che la traiettoria di una particella sia in \mathbf{x} , al tempo t; la probabilità massima è data dalla traiettoria media $\langle X \rangle_i = \langle u \rangle_i t$. Il termine $\sum_i \langle u \rangle_i \frac{\partial g(\mathbf{x},t)}{x_i}$ tende a spostare la probabilità massima lungo la traiettoria media, mentre il secondo membro dell'uguaglianza considera la probabilità di avere degli scostamenti dalla traiettoria media, dovuti alle fluttuazioni turbolente della velocità. È da notare che, matematicamente, il termine diffusivo è generalmente anisotropo e dipendente dal tempo (poichè è legato alla struttura eterogenea dei campi convettivi), ma indipendente dallo spazio (e.g. [17]), in contrasto con i modelli di tipo Fickiano.

Si vogliano, ora, tradurre le equazioni di fondamento idrodinamico che descrivono la dipendenza spazio-temporale della profondità y(x,t) del moto, in equazioni che determinano la forma della densità di probabilità g(x,t). Si consideri, pertanto, l'equazione di De Saint-Venant:

$$\frac{\partial E}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} \left(\alpha \frac{v^2}{2g} + \frac{P}{\gamma} + h \right) = -\frac{\beta}{g} \frac{\partial V}{\partial t} - j \tag{6.36}$$

dove v è la velocità media nella sezione, P la pressione in un generico punto al suo interno e h la quota di tale punto rispetto ad un piano di riferimento. Si noti che:

$$\frac{p}{\gamma} + h = y + z$$

dove y è appunto la profondità del moto, mentre z è la quota del fondo rispetto al piano di riferimento. Ponendo α , il coefficiente di Coriolis, pari ad 1, come usuale i problemi fluviali (e.g. Rodriguez-Iturbe e Rinaldo, 1997) l'equazione (6.36) diviene:

$$\frac{1}{g}V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} - j$$
(6.37)

ovvero:

$$\frac{1}{g}V\frac{\partial V}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial x} = -\frac{1}{g}\frac{\partial V}{\partial t} + i_f - j$$
(6.38)

dove $i_f = -\partial z / \partial x$ è la pendenza del fondo.

A questa equazione si aggiunga l'equazione di continuità per una corrente lineare:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{6.39}$$

Il sistema di equazioni dato dalla (6.38) e dalla (6.39) permette di risolvere la propagazione di un'onda di piena.

Se si ipotizza una successione di moti permanenti $(\partial V/\partial t = 0)$ e, se si trascurano le accelerazioni locali $(\partial V/\partial x = 0)$, si ottiene il modello dell'onda parabolica:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{6.40}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{6.41}$$

È questa una buona approssimazione quando le onde non sono molto ripide e dunque ben sia adatta allo studio della propagazione di un onda di piena in un corso d'acqua.

Supponiamo ora, per semplicità di calcolo, che il canale sia rettangolare, cioè che valga: A = B y. Le equazioni che reggono il moto sono dunque:

$$j = i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \tag{6.42}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + B\frac{\partial y}{\partial t} = 0 \tag{6.43}$$

Assumendo valide le formule di moto permanente si ha:

$$Q = CA^{\gamma} j^{1/2} = CA^{\gamma} \left(i_f - \frac{\partial y}{\partial x} \right)$$
(6.44)

dove $\gamma = 3/2$.

La derivata spaziale della portata è dunque:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A}\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial j}{\partial x} = \frac{\partial Q}{\partial A}B\frac{\partial y}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$
(6.45)

nella cui formulazione si è sfruttata la (6.42) per esprimere la derivata spaziale di j. Utilizzando la (6.45), la (6.43) può ora essere riscritta:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial A}\frac{\partial y}{\partial x} = \frac{1}{B}\frac{\partial Q}{\partial j}\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{6.46}$$

Si utilizzi ora la (6.44) per esprimere le derivate di Q rispetto ad $A \in j$:

$$\frac{\partial Q}{\partial A} = C\gamma A^{\gamma-1} j^{1/2} = \frac{3}{2} V = a$$

$$\frac{1}{B} \frac{\partial Q}{\partial j} = \frac{A}{B\gamma j} C\gamma A^{\gamma-1} \frac{1}{2} j^{1/2} = \frac{ay}{3\sqrt{i_f - \frac{\partial y}{\partial x}}} \cong \frac{ay_0}{3i_f} = D_H$$
(6.47)

Il parametro a si definisce celerità di propagazione dell'onda di piena, mentre D_H rappresenta il coefficiente di dispersione idrodinamica.

La (6.46) diviene quindi:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + a \frac{\partial y}{\partial x} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} \tag{6.48}$$

che è un'equazione del tipo dispersione-diffusione (dispersione idrodinamica espressa da D_H) con una componente di natura convettiva (celerità di propagazione a); tale equazione è del tipo della (6.35). Infatti si può dimostrare che, nelle ipotesi descritte, valga la porporzionalità $y(x,t) \propto g(x,t)^{-1}$.

¹Indicata con x la coordinata intrinseca, parallela in ogni sezione alla velocità media $\langle \mathbf{u} \rangle$, sia g(x,t) la probabilità che la particella rilasciata in x_0 in t = 0 si trovi in (x, x + dx) al tempo t. La probabilità che al tempo t la particella si trovi ancora all'interno del ramo considerato è $P[T \ge t] = \int_0^L g(x,t)dx$, ovvero $P[T \le t] = 1 - \int_0^L g(x,t)dx$. La densità di probabilità del tempo di residenza nel tratto considerato è dunque $f(t) = -\frac{d}{dt} \int_0^L g(x,t)dx$, e ricordando che $f(t) = u(t) = -\frac{dV}{dt}$, si ha $\frac{dV}{dt} = \frac{d}{dt} \int_0^L g(x,t)dx$, ovvero $V = \int_0^L g(x,t)dx$. Se il canale è prismatico si ha d'altra parte $V = \int_0^L y(x,t)dx$, da cui $y(x,t) \propto g(x,t)$, c.v.d.

Senza perdita di generalità si può semplificare la (6.48) introducendo la nuova variabile indipendente s = x - at. La (6.48) diviene così:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = D_H \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} \tag{6.49}$$

Moltiplicando la (6.49) per s^2 e integrando tra $-\infty e +\infty$, si ottiene:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial t} ds = \int_{-\infty}^{+\infty} D_H s^2 \frac{\partial^2 y}{\partial s^2} ds = D_H \left| s^2 \frac{\partial y}{\partial s} - 2sy \right| + 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds \quad (6.50)$$
Se:

Se:

$$\lim_{s \to \pm \infty} s^2 \frac{\partial y}{\partial s} = 0$$

e:

$$\lim_{s \to \pm \infty} sy = 0$$

allora la (6.50) può essere riscritta:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{-\infty}^{+\infty} s^2 y ds = 2D_H \int_{-\infty}^{+\infty} y ds ds \tag{6.51}$$

Si noti che, assumendo come riferimento di coordinate il baricentro di y(s), la varianza di y(s) è definita:

$$\sigma^{2}(t) = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} s^{2}yds}{\int_{-\infty}^{+\infty} yds}$$
(6.52)

La varianza costituisce una misura di quanto 'dispersa' sia la massa rispetto al baricentro della distribuzione. La (6.51) fornisce allora:

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2D_H \tag{6.53}$$

nella quale si è tenuto conto del fatto che

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_{-\infty}^{+\infty}yds=\frac{\partial M}{\partial t}=0$$

poichè la massa totale M deve conservarsi.

La (6.53) porge allora:

$$\sigma^2(t) \propto 2D_H t \tag{6.54}$$

Questa relazione indica che la varianza di y(s) cresce linearmente nel tempo e proporzionalmente al coefficiente di dispersione. È questa una proprietà generale dell'equazione della dispersione (6.48).

L'idrogramma unitario istantaneo geomorfologico

Dalla relazione $f(t) = -d/dt \int_{\nu} g(\mathbf{x}, t) d\mathbf{x}$ e risolvendo la (6.35) con le opportune condizioni al contorno, si ottiene la densità di probabilità dei tempi di residenza. Le appropriate condizioni al contorno per risolvere la (6.35) sono le seguenti:

i) g(x,0) = 0 per $x \neq 0$; per x = 0 vale:

$$| \langle u \rangle g(x,t) - D_L \frac{\partial g}{\partial x}|_{x=0} = \delta(t)$$
(6.55)

ii) barriera assorbente per x = L, per cui g(L, t) = 0.

Al fine di ottenere una soluzione forma chiusa è utile introdurre la trasformata di Laplace:

$$\hat{f}(s) = \int_0^\infty f(t) e^{-st} dt$$

Mentre la sua inversa è:

$$f(t) = \int_0^\infty \hat{f}(s) e^{st} ds$$

La trasformata di Laplace gode della proprietà seguente:

$$(f \ast g)(s) = \hat{f}(s)\,\hat{g}(s)$$

La soluzione risulta, quindi:

$$f_x(t) = \frac{L(\gamma)}{\left(4\pi D_H t^3\right)^{1/2}} exp\left\{\left(-\frac{(L-a\,t)^2}{4\,D_H\,t}\right)\right\},\tag{6.56}$$

Dal sistema di equazioni composto dalla (6.32) e dalla (6.56) si ottiene la soluzione, per una rete di canalizzazioni:

$$f(t) = \frac{1}{(4\pi D_H)^{1/2}} \sum_{\gamma \in \Gamma} p(\gamma) L(\gamma) * t^{-3/2} exp\left\{ \left(-\frac{(L(\gamma) - at)^2}{4 D_H t} \right) \right\}, \quad (6.57)$$

dove $L(\gamma)$ è la lunghezza del percorso γ .

MODELLI MATEMATICI

Capitolo 7

Applicazione del modello di risposta idrologica al bacino del Fiume Bacchiglione

Il modello di risposta idrologica è costituito da due distinti moduli:

- 1. un modulo per il calcolo della distribuzione spazio-temporale delle precipitazioni.
- 2. un modulo che procede alla separazione dei volumi affluiti nei diversi termini di deflusso superficiale, subsuperficiale e profondo. Lo stesso modulo effettua la convoluzione dei diversi contributi con gli appropriati idrogrammi unitari istantanei.

Si riportano nel seguito la caratterizzazione della struttura della rete ottenuta da DTM e la risultante suddivisione in sottobacini, componenti essenziali del modello idrologico geomorfologico sviluppato. Si riporta, inoltre, una sommaria illustrazione della distribuzione della precipitazione negli eventi meteorici utilizzati nella calibrazione e validazione del modello. Infine, si esegue un'analisi di sensibilità del modello rispetto ai principali parametri e si illustra la calibrazione definitiva del modello stesso.

7.1 Estrazione della rete e suddivisione in sottobacini

La rete di drenaggio del bacino del Fiume Bacchiglione (Figura 7.1), ottenuta attraverso l'analisi geomorfologica delle carte digitali del terreno (DTM con pixel di 50 m), è costituita da 140 sottobacini. L'estrazione è stata ottenuta ponendo soglie differenti sull'area cumulata per i vari bacini secondari:

- Bacino dell'Astico-Tesina: soglia pari a 2000 pixel;
- Bacino del Leogra-Timonchio-Orolo: soglia pari a 700 pixel;
- Bacino del Retrone: soglia pari a 1500.

ottenendo una densità di drenaggio pari a $0.379 \ km^{-1}$ calcolata sull'intero bacino. La dimensione dei sottobacini risulta fondamentale per la corretta definizione dei parametri del modello idrologico, assunti uniformi all'interno degli stessi sottobacini, considerati come unità morfologiche elementari. Le soglie sull'area cumulata sono state identificate in modo da riprodurre in maniera soddisfacente l'idrografia desunta dai dati cartografici forniti dalla Regione del Veneto.

Come noto dalla letteratura [15], nella zona valliva, a causa delle deboli pendenze, si sono riscontrati alcuni problemi relativi all'estrazione della rete. Dal confronto con i dati cartografici, alcuni percorsi della rete idrografica estratta sono risultati errati in particolare in corrispondenza delle confluenze. E' stata effettuata una seconda estrazione ottenuta tramite l'utilizzo di un DTM con pixel di 10 m ed una terza con DTM con pixel di 5 m; nonostante ciò si sono presentati ancora alcuni errori, anche se in misura minore. E' stato necessario, dunque, apportare delle modifiche manuali nei punti in cui la rete idrografica non risultava aderente alla realtà. Tale procedura manuale ha permesso di aggirare gli errori e di ottenere una rete di drenaggio corretta.

7.1. ESTRAZIONE DELLA RETE E SUDDIVISIONE IN SOTTOBACINI119



Figura 7.1: Estrazione del reticolo idrografico: rete estratta con 140 sottobacini

7.2 Analisi dei dati pluviometrici

L'accurata determinazione della distribuzione spazio-temporale delle precipitazioni è di fondamentale importanza per la modellazione della risposta idrologica del bacino del Fiume Bacchiglione. Le distribuzioni spaziali della pioggia sono ottenute, a partire dai valori osservati nelle stazioni di misura disponibili, attraverso le tecniche di interpolazione geostatistica descritte nel paragrafo 5.2. Nelle Figure 7.2 e 7.3 si riportano le rappresentazioni spaziali delle precipitazioni cumulate per gli eventi di piena considerati nelle procedure di calibrazione e validazione descritte nel seguito.



Figura 7.2: Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2009.



Figura 7.3: Distribuzione spaziale delle piogge cumulate: evento del 2011.

7.3 Analisi di sensibilità e calibrazione del modello

7.3.1 I Parametri

Il modello sviluppato si basa sui seguenti parametri:

- 1. parametri di produzione dei deflussi:
 - conducibilità idraulica del terreno in condizioni di saturazione, $K_c [mm/h]$;

- esponente b da introdurre nella relazione che lega contenuto d'acqua e percentuale di aree sature;
- coefficiente di ripartizione, α , dell'infiltrazione tra i percorsi subsuperficiale e profondo;
- spessore dello strato collaborante, $Z_r[mm]$;
- esponente di Clapp-Hornberger, c ([18]), che consente di esprimere il termine di percolazione come funzione non lineare del contenuto d'acqua;
- contenuto d'acqua medio del suolo all'inizio dell'evento di precipitazione (s_0) ;
- 2. parametri idrodinamici:
 - celerità di propagazione dell'onda di piena a [m/s], calcolata tramite la seguente legge empirica:

$$a = \frac{3}{2} \cdot v$$

dove v rappresenta la velocità del corso d'acqua;

- tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso urbano $T_{urb}[h];$
- tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso superficiale $T_{sup}[h]$;
- tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso subsuperficiale $T_{sub}[h];$
- tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso profondo $T_{prof}[h];$
- livello iniziale nel deflusso profondo $h_{prof} [mm]$.

Si nota come il contenuto d'acqua medio all'inizio di un evento, s_0 , non rappresenta una proprietà intrinseca del sistema. Esso potrà quindi variare da evento a evento. Sono stati considerati uniformi, e non soggetti ad alcuna taratura, i seguenti parametri:

- porosità del suolo n;

- coefficiente di dispersione idrodinamica $D_h [m^2/s]$:

$$D_h = \frac{y \cdot a}{3i_f} \tag{7.1}$$

essendo i_f la pendenza dell'alveo e y il tirante d'acqua

Tali parametri sono stati fissati in dipendenza dalle caratteristiche pedologiche e topografiche del terreno e dell'alveo.

La conducibilità idraulica è fatta dipendere dalla natura del terreno e, dunque, dalla caratterizzazione geo-pedologica dello stesso. Per l'applicazione del metodo di separazione dei deflussi si individuano all'interno del bacino 9 zone omogenee dal punto di vista pedo-morfologico (Figura 7.4), ciascuna caratterizzata da un valore tipico di conducibilità, come riportato nella Tabella 7.1.

Le sigle che identificano ciascuna zona vengono qui descritte sinteticamente:

- RC: rilievi collinari prealpini posti al piede dei massicci (calcari marnosi, conglomerati calcarei, calcareniti, marne, argilliti);
- SM-SI: versanti rettilinei molto pendenti costituite da rocce dolomitiche;
- VB: fondovalle alluvionali dei principali corsi d'acqua alpini e prealpini;
- SA-PD-LB: rilievi prealpini costituite da rocce calcaree;
- AR: alta pianura recente, ghiaiosa e calcarea, costituita da conoidi e terrazzi dei fiumi alpini e secondariamente da piane alluvionali dei torrenti prealpini;
- AA: alta pianura antica, ghiaiosa e calcarea, costituita da conoidi fluvioglaciali localmente terrazzati;

- BA: bassa pianura antica, calcarea, a valle della linea delle risorgive, con modello deposizionale a dossi sabbiosi e piane alluvionali a depositi fini;
- BR: bassa pianura recente, calcarea, a valle della linea delle risorgive, con modello deposizionale a dossi sabbiosi e piane e depressioni a depositi fini;
- BA-BR: bassa pianura, calcarea, a valle della linea delle risorgive.

In virtù di tali considerazioni si assume un valore di conducibilità per l'n-esimo sottobacino (Figura 7.5) calcolato come:

$$(K_0)_n = K_c \cdot \frac{\sum_{i=1}^N K_i \cdot p_i}{\overline{K}}$$
(7.2)

dove

- K_c è un parametro di taratura;
- p_i è la frazione di area dell'n-esimo sottobacino ricadente nella i-esima zona;
- K_i è la conducibilità idraulica attribuita alla i-esima zona;
- \overline{K} è la conducibilità idraulica media dell'intero bacino;

Macroarea	$K_i \left[mm/h \right]$
RC	360
SM-SI	$3,\!60$
VB	360
SA-PD-LB	36
AR	2880
AA	2880
BA	1800
BR	1800
BA-BR	1800

Tabella 7.1: Valori tipici di conducibilità idraulica relativi alle 9 macroaree pedologicamente uniformi.



Figura 7.4: Suddivisione del bacino del Bacchiglione in macroaree pedologicamente uniformi.



Figura 7.5: Valori di conducibilità idraulica K_c per ciascun sottobacino.

Analisi delle curvature

Per quanto riguarda la distribuzione spaziale dello spessore dello strato collaborante si è condotta un'analisi sulle curvature. A partire dal DEM, si è ricavato l'andamento delle stesse all'interno del bacino di studio. In seguito tali curvature sono state filtrate in modo da ottenere un range non troppo esteso compreso tra -0.685 e 0.739 (Figura 7.6).



Figura 7.6: Andamento delle curvature all'interno del bacino di studio in seguito all'operazione di filtraggio.

All'interno di tale range si sono scelte delle soglie in modo da poter definire 3 tipi di aree: aree concave, aree piane e aree convesse. Di seguito si riportano le soglie utilizzate:

- aree concave: $-0.685 \div -0.20$
- aree piane: $-0.20 \div 0.02$
- aree convesse: $0.02 \div 0.739$

In Figura 7.7 si possono visualizzare tali aree; nelle zone montane è interessante osservare come le aree concave si dispongano lungo la rete idrografica mentre le aree convesse in corrispondenza dei versanti.

Combinando le aree appena definite con le aree impermeabili (dati telerilevati, paragrafo 3.3) si ottengono le Figure 7.8, 7.9, 7.10, 7.11 e 7.12 relative ai diversi periodi di studio.

Lo spessore dello strato collaborante è espresso in ogni sottobacino come una media pesata tra lo spessore Z_r nelle aree piane e lo spessore Z_{cd} nelle aree convesse, dove Z_r è un parametro di taratura mentre Z_{cd} è rappresentato dalla funzione lineare:

$$Z_{cd}(i) = (1/0.2) \cdot Z_r \cdot (0.2 - CurvCD(i))$$
(7.3)

Il termine CurvCD(i) esprime le curvature medie del sottobacino i-esimo nelle sole aree convesse. La funzione lineare è limitata superiormente se CurvCD =0 ed è pari a $Z_{cd} = Z_r$, è limitata inferiormente se CurvCD = 0.2 ed è pari a $Z_{cd} = 0$.

Dunque, lo spessore dello strato collaborante Z(i) nel sottobacino i-esimo è dato da:

$$Z(i) = \frac{Z_r \cdot A_{cn}(i) + Z_{cd}(i) \cdot A_{cd}(i)}{A_{cn}(i) + A_{cd}(i)}$$
(7.4)

dove $A_{cn}(i)$ e $A_{cd}(i)$ sono rispettivamente le aree piane e le aree convesse. Nelle aree urbane e concave, invece, lo spessore Z(i) è pari a zero.

In Figura 7.13 è possibile visualizzare la distribuzione di Z(i) per ciascun sottobacino.



Figura 7.7: Aree concave, piane e convesse all'interno del bacino di studio.



Figura 7.8: Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino di studio (anno 1972).


Figura 7.9: Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino di studio (anno 1986).



Figura 7.10: Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino di studio (anno 1994).



Figura 7.11: Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino di studio (anno 2002).



Figura 7.12: Aree concave, piane, convesse e impermeabili all'interno del bacino di studio (anno 2009).



Figura 7.13: Valori dello spessore dello strato collaborante Z(i) per ciascun sottobacino.

In definitiva il modello sviluppato utilizza un file, denominato *geometria* (vedi Appendice), che raggruppa tutte le informazioni sui sottobacini e sulla rete idrografica estratta.

7.4 Analisi di sensibilità

Gli obiettivi di un modello di risposta idrologica in condizioni di piena riguardano soprattutto la corretta valutazione dei colmi, in termini di tempo e valore di portata. Per fare ciò è necessario operare un'attenta analisi di sensibilità al fine di definire un set di parametri ottimale per l'evento studiato. Tale analisi ha dunque il merito di evidenziare la sensibilità dei risultati del modello alla variazione dei singoli parametri.

I parametri oggetto di questa analisi, con riferimento all'evento del 2009, sono riportati in Tabella 7.2.

Parametri di calibrazione
$K_c \left[mm/h\right]$
b
α
$Z_r [mm]$
С
s ₀
$a \left[m/s ight]$
$T_{urb}\left[h\right]$
$T_{sup}\left[h\right]$
$T_{sub}\left[h\right]$
$T_{prof}\left[h\right]$

Tabella 7.2: Parametri oggetto dell'analisi di sensibilità.

La variazione della conducibilità idraulica a saturazione, K_c , modifica la risposta del modello in maniera significativa perchè comporta la variazione della distribuzione del deflusso tra i contributi superficiale, subsuperficiale e profondo. Per valori di K_c maggiori la portata superficiale tende a diminuire (Figura 7.15), poichè aumenta la velocità con cui viene ricaricato il serbatoio profondo e la quantità d'acqua che, seguendo percorsi subsuperficiali, viene scaricata nel canale ricettore, determinando quindi una minore probabilità di raggiungere la saturazione nello strato di suolo radicale, condizione che innesca il deflusso superficiale. Osservando le Figure 7.16 e 7.17 si può osservare, infatti, che il deflusso subsuperficiale e profondo aumenta per valori di K_c maggiori.

In Figura 7.18 si osserva la risposta idrologica del modello al variare dell'esponente b relativo alla relazione che lega contenuto d'acqua e percentuale di aree sature. Aumentando il valore di tale parametro l'idrogramma si abbassa; tale variazione è giustificata dal fatto che la percentuale di aree sature che concorre alla formazione del deflusso superficiale diminuisce. Viceversa, per valori di bminori la portata totale diminuisce.

Per quanto riguarda l'effetto del coefficiente α , quando questo tende a zero scompare il contributo subsuperficiale e di conseguenza aumenta il deflusso profondo. Inoltre, la portata totale (Figura 7.19) tende a presentare valori minori, piochè aumenta il volume d'acqua immagazzinato negli strati profondi che viene restituito molto più lentamente rispetto a quello che segue il percorso subsuperficiale. Quando invece α tende a 1 si annulla il contributo profondo e si presenta un deflusso subsuperficiale maggiore che determina anche una portata totale maggiore a scala di evento.

La variazione della profondità dello strato collaborante Z_r determina due cambiamenti significativi nella risposta idrologica del bacino. Il primo cambiamento interessa il picco di piena che, come si può osservare nella Figura 7.20, tende ad abbassarsi per valori di Z_r maggiori e ad alzarsi per Z_r minori. Questo effetto è determinato dal fatto che al diminuire di Z_r il massimo volume invasabile nel terreno diminuisce e quindi il contenuto d'acqua medio presenta più spesso valori vicini alla saturazione o comunque più alti; di conseguenza aumentano la portata subsuperficiale (Figura 7.22) e anche la risposta superficiale (Figura 7.21). Per Z_r più grandi, al contrario, la portata subsuperficiale diminuisce, in relazione al fatto che il contenuto d'acqua medio assume valori minori, essendo necessaria una maggiore quantità di pioggia per riempire il maggiore volume disponibile nel terreno.

Come si osserva in Figura 7.25, per valori di c grandi la portata superficiale aumenta molto significativamente, perchè la quantità d'acqua che concorre alla formazione di portata subsuperficiale e alla ricarica del volume profondo risulta molto ridotta; all'aumentare di c, infatti, la frazione che percola dallo strato radicale tende a zero causando un aumento cospicuo della portata superficiale dovuto al maggior contenuto d'acqua nello strato collaborante. Se invece c è minore, il maggior flusso di percolazione tende a formare principalmente deflusso subsuperficiale e profondo, riducendo di molto il contributo superficiale. Analizzando la risposta subsuperficiale (Figura 7.26) si nota che, oltre al verificarsi di deflussi subsuperficiali maggiori al diminuire di c per i motivi appena visti, anche la curva di recessione ne risente: la restituzione dell'acqua al ricettore infatti sarà tanto più rapida quanto più il valore di c è piccolo.

Il modello risulta sensibile anche al contenuto d'acqua iniziale s. Aumentando tale parametro, infatti, si ha una maggiore risposta idrologica del sistema (Figura 7.28); l'effetto del contenuto d'acqua iniziale risulta molto marcato nella fase di crescita, mentre tende ad esaurirsi nel tempo rendendo la risposta idrologica nella fase di recessione indipendente dal suo valore iniziale.

La variazione della celerità di propagazione dell'onda di piena determina dei cambiamenti significativi nei risultati del modello: per valori di *a* minori, infatti, il colmo di piena viaggia più lentamente e l'onda di piena tende ad allargarsi e ad avere code più alte, mentre per valori di *a* maggiori il picco viene anticipato e l'onda si restringe, determinando anche un innalzamento dei valori di portata al picco (Figura 7.29).

Infine, è interessante osservare le variazioni dei deflussi in relazione ai tempi di residenza fuori rete delle particelle d'acqua. Come si può intuire, al diminuire o all'aumentare dei tempi di residenza si hanno rispettivamente valori di portata maggiori o minori. Osservando in particolare le variazioni sul deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo si nota un notevole aumento dell'ampiezza dei picchi e della ripidità della fase di recessione per tempi di residenza maggiori, viceversa per tempi minori.



Figura 7.14: Risposta idrologica del modello al variare di K_c (conducibilità idraulica a saturazione).



Figura 7.15: Portata superficiale al variare di K_c (conducibilità idraulica a saturazione).



Figura 7.16: Portata subsuperficiale al variare di K_c (conducibilità idraulica a saturazione).



Figura 7.17: Portata profonda al variare di K_c (conducibilità idraulica a saturazione).



Figura 7.18: Risposta idrologica del modello al variare di b (esponente della relazione che lega contenuto d'acqua e percentuale di aree sature).



Figura 7.19: Risposta idrologica del modello al variare di α (coefficiente di ripartizione dell'infiltrazione tra i percorsi subsuperficiale e profondo).



Figura 7.20: Risposta idrologica del modello al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante).



Figura 7.21: Portata superficiale al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante).



Figura 7.22: Portata subsuperficiale al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante).



Figura 7.23: Portata profonda al variare di Z_r (spessore di suolo collaborante).



Figura 7.24: Risposta idrologica del modello al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).



Figura 7.25: Portata superficiale al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).



Figura 7.26: Portata subsuperficiale al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).



Figura 7.27: Portata profonda al variare di c (esponente di Clapp-Hornberger).



Figura 7.28: Risposta idrologica del modello al variare di s (contenuto d'acqua medio del suolo).



Figura 7.29: Risposta idrologica del modello al variare di a (celerità di propagazione dell'onda).



Figura 7.30: Risposta idrologica del modello al variare di T_{urb} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso urbano).



Figura 7.31: Portata urbana al variare di T_{urb} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso urbano).



Figura 7.32: Risposta idrologica del modello al variare di T_{sup} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso superficiale).



Figura 7.33: Portata superficiale al variare di T_{sup} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso superficiale).



Figura 7.34: Risposta idrologica del modello al variare di T_{sub} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso subsuperficiale).



Figura 7.35: Portata subsuperficiale al variare di T_{sub} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso subsuperficiale).



Figura 7.36: Risposta idrologica del modello al variare di T_{prof} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso profondo).



Figura 7.37: Portata profonda al variare di T_{prof} (tempo di residenza fuori rete delle particelle d'acqua appartenenti al deflusso profondo).

7.4.1 Calibrazione e validazione

La corretta valutazione delle performance del modello richiede la definizione di una metrica che permetta di quantificare l'adattamento della risposta idrologica modellata a quella osservata. La maggior parte delle misure di adattamento per idrogrammi di piena è basata sullo scarto quadratico medio o varianza dell'errore, definito come:

$$\sigma_{\epsilon}^{2} = \frac{1}{T-1} \sum_{T}^{t=1} (\hat{y}_{t} - y_{t})^{2}$$
(7.5)

dove \hat{y}_t è il valore predetto della variabile y al tempo t = 1, 2, ..., N. Una metrica molto diffusa basata su σ^2 è l'efficienza di Nash-Sutcliffe:

$$E = \left[1 - \frac{\sigma_{\epsilon}^2}{\sigma_o^2}\right] \tag{7.6}$$

dove σ_o^2 è la varianza delle osservazioni. Questo punteggio ha valore E = 1 per un adattamento perfetto (cioè quando $\sigma_{\epsilon}^2 = 0$) e valori tanto più bassi quanto più la curva modellata si discosta da quella osservata.

Nel caso specifico, i set ottimali di parametri che presentano punteggi di Nash-Sutcliffe pari a 0.954 e 0.956 rispettivamente per l'evento del 2009 e del 2011 sono riportati in Tabella 7.3. Nei due casi studiati il set di parametri corrisponde, fatta eccezione per il contenuto d'acqua iniziale che può variare da evento a evento; inoltre è stato necessario apportare delle piccole modifiche per quanto riguarda il parametro α .

Nelle Figure seguenti si riportano gli idrogrammi modellati e osservati e i vari contributi alla portata per i due eventi di piena. Per entrambi i casi di studio si osserva un buon accordo tra l'idrogramma di piena calcolato dal modello matematico e la curva di portata registrata. Le fasi crescenti e i picchi vengono stimati dal modello in buon accordo con le osservazioni, mentre le fasi di recessione delle piene si discostano leggermente; la forma delle curva modellata in fase di decrescita risulta infatti meno ripida rispetto ai dati registrati.

Le Tabelle 7.4 e 7.4 mostrano un confronto tra i dati modellati e osservati in termini di portate massime e di volumi defluiti. Nel caso del 2009 il modello

Parametri di calibrazione	2009	2011
$K_c \left[mm/h ight]$	560	560
b	6	6
α	0.45	0.22
$Z_r [mm]$	420	420
С	8	8
<i>s</i> ₀	0.19	0.30
$a \left[m/s ight]$	2.3	2.3
$T_{urb}\left[h ight]$	15	15
$T_{sup}\left[h\right]$	25	25
$T_{sub}\left[h\right]$	35	35
$T_{prof}\left[h\right]$	900	900

Tabella 7.3: Set di parametri ottenuti dalla calibrazione sulla base degli del 2009 e del 2011.

	2009	2011
$Q_{max}^{oss} \left[m^3/s ight]$	345.28	278.43
$Q_{max}^{mod} \left[m^3/s ight]$	346.28	284.74
differenza [%]	0.29	2.27

Tabella 7.4: Confronto tra portate massime modellate e osservate.

sovrastima il picco di portata del 0.3% e sottostima il volume del 0.27%. Nel caso del 2011, invece, la sovrastima è pari al 2.3% e 13.2%. Nella piena del 2009 il modello restituisce picchi moderatamente accentuati a differenza della curva osservata che presenta una forma più morbida in fase di colmo.

In linea di massima si può dire che il modello geomorfologico sviluppato risponda correttamente agli eventi di piena considerati. La corrispondenza tra i due set di parametri, inoltre, conferma la buona robustezza del modello adottato.

Nelle figure 7.39, 7.40, 7.42, 7.43, invece, si riportano i contributi cumulati e non di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata.

	2009	2011
$V_{defl}^{oss}\left[m^3 ight]$	$117.73 x 10^{6}$	83.79×10^{6}
$V_{defl}^{mod} \left[m^3 \right]$	117.41×10^{6}	$94.84 \text{x} 10^{6}$
differenza [%]	0.27	13.20

Tabella 7.5: Confronto tra volumi defluiti modellati e osservati.



Figura 7.38: Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle portate modellate e osservate alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009.



Figura 7.39: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009.



Figura 7.40: Contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2009.



Figura 7.41: Evoluzione temporale delle precipitazioni medie sul bacino e delle portate modellate e osservate alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2011.



Figura 7.42: Contributi cumulati di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2011.



Figura 7.43: Contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo alla portata alla sezione di Montegalda durante l'evento del 2011.

7.5 Effetto dell'espansione urbana sui deflussi

In questo paragrafo si vuole porre l'attenzione sull'impatto delle continue trasformazioni del suolo sui deflussi. Come già detto, negli ultimi decenni si è assistito a una forte antropizzazione del territorio vicentino senza però tener conto del rischio idraulico e dell'effetto di questi mutamenti sulla sicurezza idraulica.

L'analisi, compresa tra il 1972 e il 2009, vuole evidenziare le variazioni in termini di portate massime e di volumi defluiti con riferimento ai diversi usi del suolo. In particolare si esamina l'impatto dell'urbanizzazione sui deflussi urbani, e si osserva come l'aumento di tale contributo possa influire sulla portata massima di piena.

Facendo riferimento all'evento modellato del 2009 e variando solamente le aree impermeabili (ricavate dalle classificazioni, paragrafo 3.3) e proporzionalmente con queste i tempi di residenza urbani (Tabella 7.6), si ottiene una serie di curve di portata che si ipotizza possano rappresentare idrologicamente gli anni passati (1972, 1986, 1994, 2002 e 2009).

	1972	1986	1994	2002	2009
espansione $[\%]$	-	41.1	60.4	84.3	91.5
T_{urb} [h]	25	20.5	18.4	15.8	15

Tabella 7.6: Incremento percentuale delle aree impermeabili nel bacino di studio con riferimento al 1972 e rispettivi tempi di residenza urbani adottati.

In Figura 7.45 e 7.48 si riportano le risposte idrologiche con riferimento ai diversi anni di studio, rispettivamente per quanto riguarda il deflusso urbano e il deflusso totale. La portata di picco relativa al deflusso urbano passa da 39 a 89 m^3/s con un aumento percentuale del 128%, mentre il volume urbano defluito passa da 12.4 milioni di m^3 nel 1972 a 23.1 milioni di m^3 nel 2009, con una crescita in percentuale che si assesta sull'86%.

I volumi subsuperficiali e profondi sono diminuiti rispettivamente del 13% e 5% a partire dagli anni '70. Tale diminuzione è dovuta al fatto che l'impermeabilizzazione del territorio non permette più all'acqua di infiltarsi nel suolo; l'acqua



Figura 7.44: Espansione delle aree impermeabili nel bacino del Bacchiglione tra il 1972 e il 2009.

che non concorre più al deflusso subsuperficiale e profondo, di fatto, si trasforma in deflusso urbano.

Per quanto riguarda gli effetti sulla portata di piena si ha un aumento tra il 1972 e il 2009 di quasi il 9%. L'aumento di deflusso urbano comporta, secondo il modello adottato, la conseguente diminuzione del deflusso sub-superficiale e profondo. Queste variazioni si compensano e dunque l'effetto sulla portata totale non è così rilevante, tuttavia l'incremento non è da ritenersi trascurabile.

In Figura 7.49 e 7.50 sono rappresentati i trend di crescita del picco di deflusso urbano e del volume urbano defluito a Montegalda. Il deflusso urbano ha subito un incremento annuo di quasi 1.5 m^3/s mentre il volume urbano è aumentato a partire dagli anni '70 di circa 289000 m^3 all'anno. Interessante anche il dato

Deflussi	1972	1986	1994	2002	2009	72-09 [%]
$Q_{urb} \left[m^3 / s \right]$	39.03	55.97	68.14	88.20	89.10	128.30
$Q_{sub} \left[m^3 / s \right]$	135.44	127.25	123.85	119.06	118.25	-12.70
$Q_{prof} \left[m^3/s \right]$	30.70	29.91	29.60	29.08	29.08	-5.28
$Q_{tot} \left[m^3/s ight]$	318.87	328.69	334.10	343.92	346.28	8.60

relativo all'aumento di volume urbano defluito per ettaro edificato pari a circa 1100 $m^3.$

Tabella 7.7: Picchi di portata a Montegalda tra il 1972 e il 2009.

Volumi	1972	1986	1994	2002	2009	72-09 [%]
Vurb	12.39	16.67	19.17	22.58	23.08	86.28
V_{sub}	51.12	48.02	46.74	45.00	44.68	-12.60
V_{prof}	24.47	23.93	23.72	23.37	23.36	-4.54
V _{tot}	114.56	115.64	116.19	116.16	117.41	2.50

Tabella 7.8: Volumi defluiti a Montegalda tra il 1972 e il 2009 (i valori sono espressi in milioni di m^3).



Figura 7.45: Curve di portata urbana a Montegalda tra il 1972 e il 2009.



Figura 7.46: Curve di portata subsuperficiale a Montegalda tra il 1972 e il 2009.



Figura 7.47: Curve di portata profonda a Montegalda tra il 1972 e il 2009.



Figura 7.48: Curve di portata totale a Montegalda tra il 1972 e il 2009.



Figura 7.49: Trend di incremento del picco di deflusso urbano a Montegalda tra il 1972 e il 2009.



Figura 7.50: Trend di incremento del volume urbano defluito a Montegalda tra il 1972 e il 2009.

APPLICAZIONE DEL MODELLO

166
Conclusioni

Il presente lavoro ha messo in luce il problema dell'eccessivo consumo di suolo nel territorio vicentino a partire dagli anni '70 e il conseguente impatto che tale antropizzazione può avere sui deflussi di piena.

La prima parte dello studio analizza il processo di espansione urbana tra il 1972 e il 2009 tramite le tecniche di telerilevamento. Si sono confrontati diversi algoritmi di classificazione al fine di ottenere mappe d'uso del suolo che meglio rappresentassero l'area di studio. I risultati delle classificazioni evidenziano il percorso involutivo del territorio e forniscono dati allarmanti sul trend di crescita delle superfici artificiali negli ultimi decenni. Si stima un incremento delle aree impermeabili di circa il 105% con riferimento alla zona valliva del territorio vicentino (Valle del Chiampo, Valle dell'Agno, Vicenza e comuni della cintura, Alto Vicentino Schio-Thiene); il trend di urbanizzazione, sempre relativo alla stessa zona, è pari a 260 ettari all'anno.

In seguito si è sviluppato un modello idrologico con riferimento al bacino idrografico del Bacchiglione chiuso a Montegalda in grado di restituire dati utili sui vari contributi di piena. Il modello di previsione, accoppiato ad un accurato studio morfologico del territorio, è risultato in buon accordo con le osservazioni sperimentali.

Sulla base del modello geomorfologico adottato e dei dati telerilevati relativi alle aree impermeabili si è condotta un'analisi dell'effetto di variazione di uso del suolo sui contributi di piena nel periodo di studio. I risultati hanno mostrato un forte aumento del deflusso urbano, con percentuali di incremento del 128% e 86% rispettivamente per quanto riguarda il picco di portata urbana e il volume urbano defluito. In particolare si stima che l'aumento di volume annuo sia di 289000 m^3 mentre l'incremento per ettaro di superficie edificata sia di circa 1100 m^3 . Questo forte aumento dei volumi urbani defluiti vuole porre l'attenzione sul problema del mantenimento di reti di smaltimento non più adeguate alle recenti urbanizzazioni; tale condizione, infatti, contribuisce ad aumentare l'esposizione al rischio idraulico. Da quanto esposto emerge come il legame tra insediamenti antropici e, in generale, il sistema di difesa idraulica necessiti di una idonea pianificazione e programmazione.

Il consumo di suolo e l'antropizzazione sono dunque concause degli eventi catastrofici di carattere alluvionale; l'impermeabilizzazione del suolo infatti non permette una efficace percolazione delle precipitazioni nel sottosuolo e contemporaneamente aumenta la velocità di scorrimento delle acque superficiali.

Gli strumenti messi a punto nella presente tesi si propongono dunque come metodi accurati ed affidabili; da una parte il telerilevamento per l'analisi della distribuzione spaziale degli usi del suolo, dall'altra il modello geomorfologico per la valutazione della risposta idrologica del bacino idrografico di interesse e per l'analisi della variazione dei contributi di piena con riferimento a differenti usi del suolo.

Bibliografia

- [1] Enviromental Systems Research Institute, Arcview GIS 3.2 User's Guide 1992-1999.
- [2] Sartori, M., Contributi allo studio dei regimi idrogeologici del comprensorio Alto Vicentino Tesi di laurea, Università degli Studi di Padova, 2004.
- [3] Rinaldo, A., Altissimo, L., Marani, M., Passadore, G., Sartori, M., Bacino del Bacchiglione: studi e ricerche idrologiche finalizzati alla messa a punto di modelli matematici per la tutela e la gestione delle risorse idriche sotterranee Relazione finale, Università degli Studi di Padova, Centro Internazionale di Idrologia, Maggio 2004.
- [4] Marani, M., Processi e Modelli dell'Idrometeorologia Università degli Studi di Padova - Dip. IMAGE, 2003.
- [5] Mezzalira, G., I riflessi sulle risorse idriche Consumo del Territorio nella provincia di Vicenza - Accademia Olimpica Vicenza, 2004.
- [6] Sottani, N., *Risultati dell'indagine* Consumo del Territorio nella provincia di Vicenza - Accademia Olimpica Vicenza, 2004.
- [7] Mather Paul, M., Computer Processing of Remotely sensed Images John Wiley & sons, 1999.
- [8] Haack, B., Craven, D., McDonald Jampoler, S., Processing techniques for mapping urban growth: Kathmandu, Nepal Geocarto International, 1997.

- [9] Marani, M., et al., Modellazione matematica del bacino idrografico del fiume Brenta Volume I, Modellazione idrologica, 2010.
- [10] Rinaldo, A., et al., Modello matematico della risposta idrologica del fiume Tanaro, Relazione, Rapporto intermedio, 2004.
- [11] Tarboton, D. G., A new method for the determination of flow directions and upslope areas in grid digital elevation models, Water Resour. Res., 33, 309-319, 1997.
- [12] Montgomery, D. R., e W.E. Dietrich (1989), Source areas, drainage density and channel initiation, Water Resour. Res., 25, 1907-1918.
- [13] Dietrich, W.E., e T., Dunne (1993), The channel head, Channel Network Hydroloy, edited by K. Beven and M.J. Kirkby, pp. 176-219, John Wiley, New York.
- [14] Montgomery, D.R., e W.E. Dietrich (1992), Channel initiation and the problem of landscape scale, Science, 255, 826-830.
- [15] Montgomery, D.R. (1991), Channel initiation and landscape evolution, Univ. of Calif., Berkeley.
- [16] Beven, K.J. (2001), Rainfall-Runoff Modelling, Wiley., Chichester.
- [17] Rodriguez-Iturbe, I., e A. Rinaldo (1997), Fractal River Basins, Cambridge University Press.
- [18] Clapp, R.B., e G.N. Hornberger (1978), Empirical equations for some soils hydraulic properties, Water Resour. Res., 14(8), 601-604.
- [19] Tarboton D.G. (2003), Rainfall-Runoff Processes, Utah State University.
- [20] Rinaldo A., e I. Rodriguez-Iturbe (1996), Geomorphological theory of the hydrologic response, Hydrol. Processes, 10(6), 803-844.

- [21] Rodriguez-Iturbe I. e J.B. Valdes (1979), The geomorphologic structure of hydrologic response, Water Resour. Res., 15(6), 1409-1420.
- [22] Gupta, V.K., E. Waymire e C.T. Wang (1980), A Representation of a Unit Hydrograph from Geomorphology, Water Resources Research, 16, 5, 855-862.

BIBLIOGRAFIA

Appendice

File di input

Riportiamo la lista dei file di input per il modello idrologico del fiume Bacchiglione e una breve spiegazione del loro contenuto.

- *geometria.txt*: file che raggruppa tutte le informazioni sui sottobacini e sulla rete idrografica estratta. Il file è composto di 10 colonne:
 - 1. ID sottobacino in ordine progressivo [ID];
 - 2. ID sottobacino seguente $[D_R]$;
 - 3. distanza dalla testa del tronco alla sezione di chiusura [LD];
 - 4. area sottobacino [AA];
 - 5. area impermeabile nel sottobacino [Aurb];
 - 6. area concava nel sottobacino [Acu];
 - 7. area piana nel sottobacino [Acn];
 - 8. area convessa nel sottobacino [Acd];
 - 9. curvatura media del sottobacino nelle sole aree convesse [CurvCD];
 - 10. rapporto tra la conducibilità idraulica media del sottobacino e la conducibilità media del bacino intero [pesiK].
- *param.txt*: contiene il valore dei parametri di calibrazione del modello, il valore delle condizioni di contenuto d'acqua del suolo all'istante iniziale del

periodo di interesse e la frazione di ora che si desidera utilizzare come passo temporale di calcolo;

- *date.txt*: contiene le date di inizio e fine del periodo di interesse e una data di riferimento per l'evento in analisi pari al 31 dicembre dell'anno precedente a quello in cui si è verificato l'evento;
- *sezioni_controllo.txt*: contiene il codice identificativo delle sezioni in cui si desidera conoscere i valori della portata modellata;
- *precipitazioni.mat*: valori di precipitazione a passo orario per ciascun sottobacino appartenente al bacino del Bacchiglione (questo file si ottiene al termine delle operazioni di interpolazione geostatistica);
- *MODE.txt*: contiene le scelte riguardanti l'attivazione o meno del modulo di accumulo e scioglimento nivale e del modulo di evapotraspirazione. Nel modello adottato entrambi i moduli non sono attivi.
- *montegalda.txt*: contiene le registrazioni della portata osservata nella sezione di chiusura a Montegalda.

File di output

Riportiamo la lista dei file forniti come output dal modello idrologico del fiume Bacchiglione e una breve spiegazione del loro contenuto.

portate.mat: valori delle portate (in m³/s) con passo temporale pari a quello scelto per la simulazione, nell'intervallo temporale di interesse, a Montegal-da, sezione di chiusura del bacino del fiume Bacchiglione (variabile Qtot_fin) e alle sezioni intermedie eventualmente scelte (variabile Qtot_int; le colonne della matrice contengono i dati riferiti alle diverse sezioni, nell'ordine riportato nel file di output ordine_sezioni_controllo);

- moisture.mat: contiene il valore del contenuto d'acqua dello strato radicale del suolo (variabile s_start) e il volume d'acqua contenuto negli strati più profondi del suolo (variabile Sprof_start) nell'ultimo istante temporale della simulazione, dati che permettono di utilizzare il modello 'in continuo' utilizzandoli come condizioni iniziali di simulazioni successive;
- Q_contributi.fig: figura che mostra i contributi di deflusso urbano, superficiale, subsuperficiale e profondo della portata modellata;
- Q_montegalda.fig: figura che mostra la sequenza delle portate alla sezione di chiusura a Montegalda;