

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Studio della reazione di Fusione Nucleare sotto barriera

per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$

Relatore

Prof.ssa Giovanna Montagnoli

Correlatore

Dr. Alberto Stefanini

Laureando

Federica Niola

Anno Accademico 2017/2018

A Mattia, il mio Beren
che mi ha insegnato a essere la persona che ho sempre sognato di diventare
e che ha combattuto con me in ogni momento.

Indice

1	Introduzione	3
2	Modello unidimensionale per la fusione di ioni pesanti	5
2.1	Il potenziale ione-ione e la Barriera Coulombiana unidimensionale	5
2.2	Sezione d'urto e funzione di eccitazione di fusione	6
2.3	Stima di Wong	7
2.4	Confronto con le funzioni di eccitazione sperimentali	9
3	Effetti della struttura nucleare	11
3.1	Struttura del sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$	12
4	Il modello a canali accoppiati	15
4.1	Il programma CCFULL	16
5	Risultati sperimentali	19
5.1	Analisi dei dati	19
5.1.1	Calcolo della perdita di energia nel bersaglio	19
5.1.2	Confronto con le previsioni teoriche	19
5.2	Confronto con dati precedenti	21
6	<i>Hindrance</i> a energie molto inferiori alla barriera	25
6.1	Evidenze sperimentali	26
6.2	Il caso di $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$	28
6.2.1	Derivata logaritmica	28
6.2.2	Fattore astrofisico	28
7	Conclusioni	31
	References	34

Capitolo 1

Introduzione

Questo lavoro di tesi ha come oggetto la fusione di ioni pesanti a energie vicine e inferiori alla barriera Coulombiana, nello specifico per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$. Nell'ambito della fisica nucleare, si parla di fusione quando due nuclei separati si combinano per formare un nucleo composto. Questo processo è governato dall'azione di due potenziali: quello Coulombiano a lungo raggio, che inibisce l'avvicinamento dei due nuclei collidenti, e il potenziale nucleare a corto raggio, che è invece attrattivo. A una certa distanza relativa tra i due nuclei, la sovrapposizione dei due potenziali genera un massimo, chiamato barriera Coulombiana. Per quanto riguarda gli ioni pesanti, la fusione nucleare è, in generale, una reazione piuttosto complessa che pertanto è oggetto di numerosi studi, sia teorici che sperimentali, da diversi decenni [1]. Questo tipo di ricerche sono indispensabili per la comprensione della sintesi di elementi molto pesanti e della nucleosintesi stellare e, in particolare, è interessante l'analisi della dinamica vicino alla barriera Coulombiana, che fa emergere diversi fenomeni legati all'influenza della struttura nucleare.

In prima approssimazione, una reazione di fusione a energie prossime a quelle della barriera Coulombiana è governata dall'effetto tunnel quantistico. Questo permette l'attraversamento di una barriera di potenziale unidimensionale, con una probabilità non nulla, anche a energie sotto-barriera, quando ciò non sarebbe possibile classicamente. Considerando come unico grado di libertà il moto relativo tra i nuclei e assumendo quindi che sia il nucleo proiettile che il nucleo bersaglio siano privi di struttura, si ottiene un'espressione analitica che lega la sezione d'urto di fusione all'energia: la formula di Wong. Le curve teoriche ottenute attraverso l'uso di questa formula riproducono bene i dati sperimentali per quanto riguarda la fusione tra nuclei leggeri, ma falliscono a energie sotto-barriera per la fusione tra ioni pesanti. Infatti, si osserva in molti sistemi che le sezioni d'urto sperimentali a energie sotto-barriera sono superiori rispetto a quelle previste dal modello unidimensionale. Tale fenomeno viene chiamato *enhancement* ed è dovuto alla struttura dei nuclei interagenti. Oltre al moto relativo, i gradi di libertà da considerare nello studio della fusione nucleare sono quelli dovuti a deformazioni nucleari, a vibrazioni di natura collettiva e all'esistenza di canali di trasferimento di nucleoni. Il modello a canali accoppiati (CC) associa la struttura nucleare dei due nuclei interagenti al loro moto relativo e le sezioni d'urto teoriche calcolate a partire da esso possono essere ottenute utilizzando il programma CCFULL. Il modello a canali accoppiati riproduce il fenomeno di *enhancement* nella maggior parte dei casi, ma in alcuni sistemi, per energie molto inferiori alla barriera Coulombiana, si manifesta una tendenza opposta all'*enhancement*, chiamata *hindrance*: la sezione d'urto di fusione sperimentale diminuisce al decrescere dell'energia più rapidamente di quanto previsto dal modello a canali accoppiati. Le ragioni di questa discrepanza sono attualmente oggetto di studio.

Anche nel sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ analizzato in questa tesi, la fusione nucleare è influenzata dalla struttura dei nuclei coinvolti. In particolar modo, attraverso il confronto con le previsioni del modello a canali accoppiati delle sezioni d'urto sperimentali, misurate presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL) [2], si vuole evidenziare il ruolo dello stato vibrazionale di quadrupolo del ^{100}Mo e della deformazione statica di tipo oblato del ^{28}Si . Per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ sono anche presenti dei canali di trasferimento di neutroni a Q -valore positivo che possono dare un contributo ulteriore all'*enhancement* della sezione d'urto a basse energie e che verranno trascurati nell'analisi seguente, a causa del fatto

che CCFULL non li calcola rigorosamente. Le sezioni d'urto sperimentali saranno anche confrontate con i dati pubblicati nel 1996 [3] e si verificherà l'assenza del fenomeno di *hindrance* nell'intervallo di energia misurato.

Capitolo 2

Modello unidimensionale per la fusione di ioni pesanti

2.1 Il potenziale ione-ione e la Barriera Coulombiana unidimensionale

Per descrivere una reazione di fusione che coinvolge ioni pesanti è possibile, in prima approssimazione, considerare un potenziale di interazione unidimensionale, assumendo che sia il nucleo proiettile che il nucleo bersaglio siano privi di struttura [4]. Nel caso di uno scattering elastico, il potenziale in questione $U(r)$ è dato da due contributi che dipendono dalla distanza mutua r tra i due ioni [5, cap.III]:

$$U(r) = U^C(r) + U^N(r) \quad (2.1)$$

Il primo contributo alla (2.1) è dato dal campo Coulombiano:

$$U^C(r) = \begin{cases} \frac{Z_p Z_t e^2}{4\pi\epsilon_0 r} & r \geq R_p^c + R_t^c \\ \frac{(3r_c^2 - r^2) Z_p Z_t e^2}{8\pi\epsilon_0 r_c^3} & r < R_p^c + R_t^c \end{cases} \quad (2.2)$$

dove $r_c = R_p^c + R_t^c$ e dove $R_p^c = r_0 A_p^{1/3}$ e $R_t^c = r_0 A_t^{1/3}$ sono i raggi nucleari, con $r_0 \simeq 1.2$ fm. A distanze prossime al raggio Coulombiano r_c , quando i nuclei entrano nel raggio di azione delle forze nucleari, la dinamica è influenzata dall'attrazione mutua esercitata dalle superfici nucleari. Il potenziale medio che corrisponde a questa interazione è il secondo termine della (2.1), detto *potenziale nucleare ione-ione*. Quest'ultimo è fondamentale in tutte le reazioni tra ioni pesanti ed è determinato dalle forze che agiscono tra i nucleoni, che sono estremamente complicate. Il contributo di questo potenziale può essere stimato impiegando forme empiriche derivate da esperimenti di scattering e a partire dalle caratteristiche della forza nucleare che emergono da studi di sistemi semplici come il deutone [6]. Un potenziale che è possibile usare è quello di Woods-Saxon [5]:

$$U_{p,t}^N(r) = \frac{-V_0}{1 + e^{\frac{r-R_0}{a}}} \quad (2.3)$$

con i parametri V_0 , R_0 e a determinati empiricamente in base ai dati sperimentali disponibili di scattering elastico. Con questa parametrizzazione, dovuta ad Akyüz e Winther [7], si ha che

$$V_0 = 16\pi\gamma\bar{R}_{p,t}a$$

dove

$$\gamma = 0.95 \left[1 - 1.8 \left(\frac{N_p - Z_p}{A_p} \right) \left(\frac{N_t - Z_t}{A_t} \right) \right] \text{ MeV fm}^{-2}$$

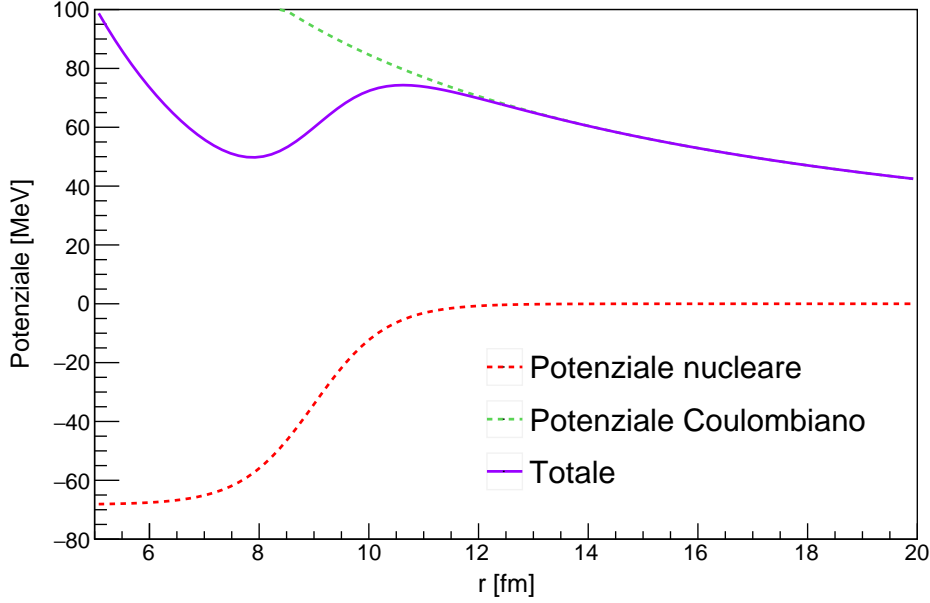


Figura 2.1: Barriera Coulombiana per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$, ricavata attraverso l'utilizzo della parametrizzazione di Akyüz-Winther, con parametri $V_0 = 68.27$ MeV, $R_0 = 9.06$ fm, $a = 0.66$ fm. La barriera prevista in questo caso ha un'altezza pari a $V_B = 73.90$ MeV e si trova a $R_B = 10.69$ fm.

rappresenta una tensione superficiale, e $\bar{R}_{p,t} = \frac{R_p R_t}{R_p + R_t}$ è il raggio ridotto. Il parametro R_0 è dato da

$$R_0 = R_p + R_t$$

con $R_i = \left(1.20 A_i^{\frac{1}{3}} - 0.09\right)$ fm, dove $i = p$ nel caso del nucleo proiettile e $i = t$ per il nucleo bersaglio. La diffusività a è data dall'espressione

$$1/a = 1.17 \left[1 + 0.53 \left(A_p^{-\frac{1}{3}} + A_t^{-\frac{1}{3}} \right) \right] \text{ fm}^{-1}.$$

La forma complessiva del potenziale in funzione del raggio (2.1) è riportata in Figura 2.1. Come si può notare, è presente un massimo in corrispondenza della distanza radiale in cui i due potenziali si bilanciano (R_B). Questo massimo viene chiamato *barriera Coulombiana* o *barriera di fusione* e deve essere superato perché la fusione possa aver luogo. Per distanze inferiori a R_B nel potenziale è presente una buca attrattiva, che intrappola i nuclei abbastanza a lungo perché la fusione possa avvenire. La probabilità di attraversare una barriera di potenziale è chiamata penetrabilità. Si denoti con $T(E)$ l'espressione di questa probabilità in funzione dell'energia. Classicamente, per una barriera unidimensionale di altezza V_B , si ha che

$$\begin{cases} T(E) = 0 & \text{se } E < V_B \\ T(E) = 1 & \text{se } E > V_B \end{cases} \quad (2.4)$$

Pertanto il superamento della barriera accade soltanto se l'energia del sistema nel centro di massa è superiore all'altezza della barriera. Il coefficiente di trasmissione $T(E)$ classico è messo a confronto con quello per un sistema quantistico nella Figura 2.2. La barriera può essere quindi superata per effetto tunnel quantistico, poiché, come si può osservare, a energie minori di V_B il valore di $T(E)$ è non nullo.

2.2 Sezione d'urto e funzione di eccitazione di fusione

La maggior parte degli esperimenti in fisica nucleare avviene bombardando un bersaglio fisso tramite un fascio di particelle. Se un nucleo viaggia all'interno di un qualsiasi materiale avrà una certa proba-

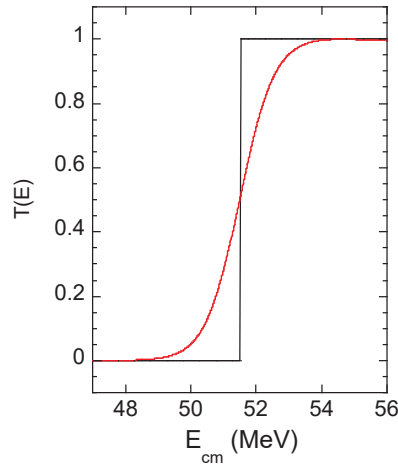


Figura 2.2: Funzione di trasmissione classica (curva nera) e quantistica (curva rossa) calcolate per il sistema $^{48}\text{Ca} + ^{48}\text{Ca}$. Figura tratta da [1].

bilità di interagire con i nuclei che lo compongono. In un materiale molto sottile, questa probabilità è proporzionale allo spessore dello strato attraversato e al numero delle potenziali particelle bersaglio per unità di volume nel materiale. Inoltre, questa probabilità dipenderà dalla natura dell'interazione. La probabilità è espressa tramite la cosiddetta *sezione d'urto*. Se una particella attraversa perpendicolarmente uno spessore di materiale infinitesimo, la probabilità di interazione e la sezione d'urto sono legate dall'equazione $dW = dxN\sigma$, dove dW è la probabilità di avere un'interazione di un certo tipo (per esempio una fusione), dx è lo spessore di una sottile strato del materiale e N è il numero di centri di diffusione (o di *scattering*) per unità di volume. La sezione d'urto ha le dimensioni di una superficie e spesso si misura in *barn*, dove $1 \text{ barn} = 10^{-24} \text{ cm}^2$ [8, p.23]. Nel caso di energie molto superiori a V_B si trova l'espressione classica per la sezione d'urto, calcolata considerando la cattura di una particella carica da parte di un nucleo [9]:

$$\sigma_c(E) = \pi R_B^2 \left(1 - \frac{V_B}{E}\right). \quad (2.5)$$

Dato lo stretto collegamento tra sezione d'urto e probabilità di interazione, è utile rappresentare le sezioni d'urto sperimentali in funzione dell'energia nel sistema di riferimento del centro di massa, ottenendo così la *funzione di eccitazione* sperimentale. Per capire la dinamica dell'interazione è necessario poter effettuare un confronto tra la funzione di eccitazione sperimentale e la sezione d'urto stimata a partire da un modello teorico.

2.3 Stima di Wong

Nel 1973, C.Y. Wong [10] propose una semplice espressione analitica per esprimere la sezione d'urto totale in funzione dell'energia, usando un approccio semi-classico, a partire dal modello unidimensionale, e approssimando la sommità della barriera Coulombiana con una parabola. La probabilità di attraversare quest'ultima per effetto tunnel, cioè il coefficiente di trasmissione $T(E)$, è legata alla sezione d'urto.

Il punto di partenza per calcolare questa probabilità è la risoluzione dell'equazione di Schrödinger radiale [4], [9]. Questa si ottiene considerando i nuclei collidenti come somme di onde parziali Ψ_ℓ , ciascuna con un valore l del momento angolare orbitale, che si propagano nel sistema di riferimento del centro di massa in cui è presente un potenziale centrale (come il (2.1)). A ogni onda parziale è associato un potenziale $V_\ell(r)$, che descrive l'interazione tra i due nuclei. L'equazione di Schrödinger radiale per ciascuna onda $\Psi_\ell(r)$ si può scrivere come:

$$\frac{d^2\Psi_\ell(r)}{dr^2} + k_\ell^2(r)\Psi_\ell(r) = 0 \quad (2.6)$$

dove

$$k_\ell^2(r) = \frac{2\mu}{\hbar^2} [E - V_\ell(r)], \quad (2.7)$$

con μ massa ridotta. Il termine k_ℓ , definito dalla (2.7), è chiamato numero d'onda locale. Il potenziale $V_\ell(r)$ è un potenziale efficace, risultato della somma tra quello dato dalla (2.1), cioè la somma tra termine coulombiano e termine nucleare, e il potenziale centrifugo dato da:

$$U_{centr}(r) = \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu r^2}.$$

La presenza di quest'ultimo è dovuta al fatto che l'equazione (2.6) è stata scritta utilizzando coordinate radiali.

L'equazione di Schrödinger si può risolvere assumendo che vi siano solamente onde entranti nella regione interna alla barriera, e solamente onde incidenti e riflesse nella zona esterna alla barriera. Questo descrive una condizione di forte assorbimento, una situazione cioè in cui il nucleo è nero e non esistono riflessioni a partire dal suo interno. Questa assunzione si traduce nell'applicazione di una condizione al contorno che viene chiamata *ingoing-wave boundary condition* (IWBC) [9]. In particolare, usando questo approccio si specifica il valore della derivata logaritmica della funzione d'onda radiale a un certo raggio R_{bc} , che ha la caratteristica di essere inferiore alla posizione R_B del massimo del potenziale di interazione V_B . Quindi si assume che nelle vicinanze di R_{bc} vi siano solo onde che vanno verso l'origine. Questa condizione al contorno sostituisce quella usuale che impone che la funzione d'onda sia regolare nell'origine. Si trova che la funzione d'onda ℓ -esima ha la forma

$$\Psi_\ell(r) = \sqrt{\frac{k}{k_\ell(r)}} \mathcal{T}_\ell \exp\left(-i \int_{R_{bc}}^r k_\ell(r') dr'\right) \quad (2.8)$$

dove $k = \sqrt{\frac{2\mu E}{\hbar^2}}$ è il numero d'onda associato all'energia incidente E e il valore \mathcal{T}_ℓ nella (2.8) è il coefficiente di trasmissione. Si ha che le sezione d'urto parziali sono legate a questo dalla:

$$\sigma_\ell = \frac{\pi}{k^2} \sum_\ell (2l+1) P_\ell(E) \quad (2.9)$$

dove $P_\ell(E) = |\mathcal{T}_\ell|^2$ è detta *penetrabilità*, ed esprime la probabilità di assorbimento per l'onda parziale ℓ -esima.

La sezione d'urto di fusione si ottiene sommando su tutte le onde parziali che contribuiscono alla somma:

$$\sigma_{fus}(E) = \sum_\ell \sigma_\ell. \quad (2.10)$$

Oltre alla IWBC, Wong utilizzò un'approssimazione parabolica della barriera di potenziale, sostituendo il termine coulombiano e quello nucleare con un oscillatore armonico invertito [10] di altezza E_ℓ e frequenza ω_ℓ . Il potenziale $V_\ell(r)$ nella (2.7) diventa quindi:

$$V_\ell(r) = E_\ell - \frac{1}{2} \mu \omega_\ell^2 (r - R_{B\ell})^2$$

dove E_ℓ è l'altezza della barriera di potenziale effettiva per l'onda parziale ℓ -esima:

$$E_\ell = V_\ell(R_{B\ell}) = V_{B\ell} + \frac{\hbar^2 l(l+1)}{2\mu R_{B\ell}^2}$$

ottenuta dalla condizione di punto stazionario $\left. \frac{dV_\ell(r)}{dr} \right|_{R_{B\ell}} = 0$. Il valore

$$\hbar\omega_\ell = \hbar \sqrt{-\left. \frac{d^2 V_\ell(r)}{dr^2} \right|_{R_{B\ell}}} \frac{1}{\mu}$$

rappresenta invece la curvatura della barriera ℓ -esima.

In questo modo, la penetrabilità $P_\ell(E)$ può essere scritta nella forma di Hill-Wheeler [10]:

$$P_\ell(E) = \frac{1}{1 + \exp\left(\frac{2\pi(E_\ell - E)}{\hbar\omega_\ell}\right)}. \quad (2.11)$$

L'assunzione fatta da Wong a questo punto è che R_ℓ e la curvatura $\hbar\omega_\ell$ siano indipendenti dal momento angolare l . Pertanto la (2.11) si può riscrivere con le sostituzioni:

$$E_\ell \cong V_B + \hbar^2 \frac{l(l+1)}{2\mu R_0^2} \quad \hbar\omega_\ell \cong \hbar\omega_0 = \hbar\omega$$

e la sezione d'urto di fusione si calcola con la (2.10). Se a questa sommatoria contribuiscono molte onde parziali, si può trattare l come una variabile continua e si può sostituire la sommatoria con un integrale. Integrando, si ottiene la formula di Wong:

$$\sigma_{fus}(E) = \frac{\hbar\omega R_0^2}{2E} \ln \left[1 + \exp\left(\frac{2\pi}{\hbar\omega}(E - V_B)\right) \right]. \quad (2.12)$$

A energie superiori a quelle della barriera la formula si riduce a quella classica data dalla (2.5).

2.4 Confronto con le funzioni di eccitazione sperimentali

Si vuole ora confrontare il risultato di Wong (2.12) con la funzione di eccitazione sperimentale. Nei

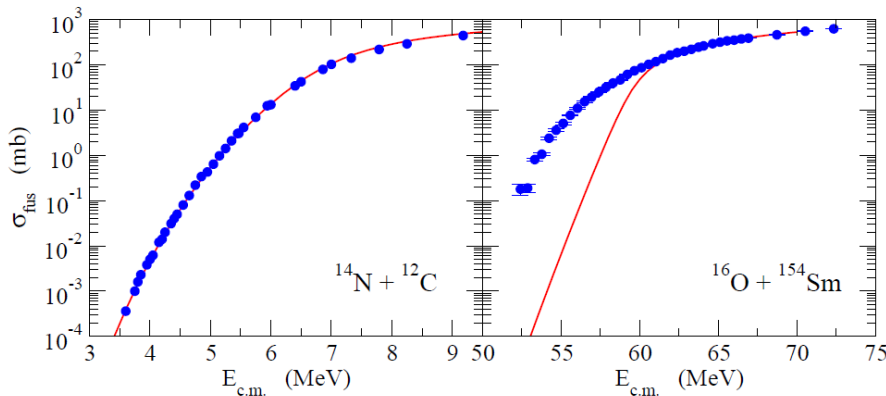


Figura 2.3: Confronto fra le sezioni d'urto sperimentali (punti blu) per il sistema $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (a sinistra) e $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ (a destra), con i risultati ottenuti dal modello di Wong (curva rossa). Figura tratta da [4].

grafici in Figura 2.3 sono mostrate le funzioni di eccitazione per i sistemi $^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$ (a sinistra) e $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ (a destra). Le sezioni d'urto sono riportate in scala logaritmica: quelle sperimentali sono i punti, mentre le linee continue rappresentano le previsioni a partire dal modello di Wong. Come si può notare, questo modello riproduce bene i dati sperimentali per il sistema più leggero ($^{14}\text{N} + ^{12}\text{C}$), ma sottostima le sezioni d'urto di fusione per il sistema più pesante ($^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$) a energie inferiori alla barriera Coulombiana, che in questo ultimo caso è di circa 59 MeV. Questa sottostima prende il nome di *enhancement*: si trova che, in generale, questo fenomeno si verifica per i sistemi pesanti a energie inferiori all'altezza della barriera, mentre le sezioni d'urto sperimentali per i sistemi più leggeri sono ben riprodotte dalla formula di Wong. Anche per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ è presente il fenomeno di *enhancement*. Come si può osservare dalla Figura 2.4, la sezione d'urto a energie sotto-barriera è superiore, anche di diversi ordini di grandezza, a quella prevista dalla formula di Wong.

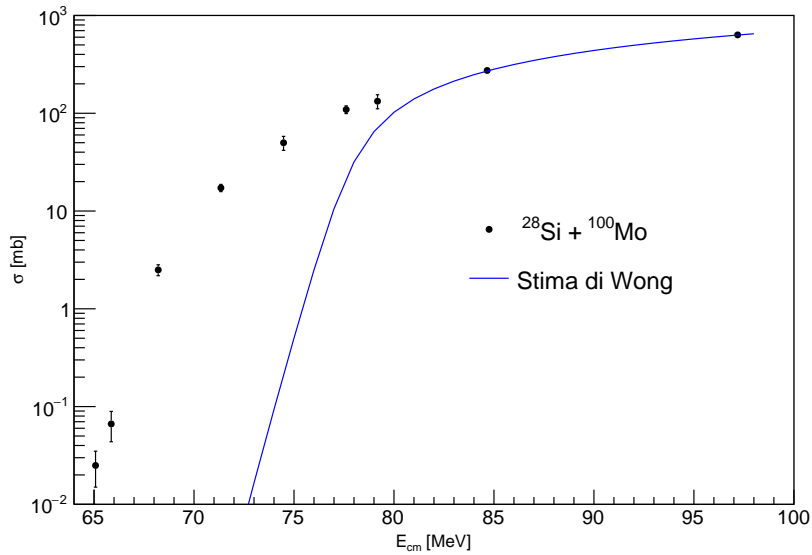


Figura 2.4: Funzione di eccitazione teorica calcolata con la stima di Wong a confronto con la sezione d'urto sperimentale per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$. La curva teorica (in blu) è stata ottenuta considerando un potenziale della forma di Woods-Saxon con parametri $V_0 = 68.27$ MeV, $R_0 = 8.60$ fm, $a = 0.66$. In questo caso l'altezza della barriera di potenziale corrisponde a $V_b = 77.49$ MeV e si trova a $R_b = 10.15$ fm.

Capitolo 3

Effetti della struttura nucleare

Si è visto che il modello sopra descritto riproduce bene i dati sperimentali per nuclei leggeri, ma le sezioni d'urto di fusione per sistemi più pesanti, a energie inferiori alla barriera, risultano superiori a quelle previste [1]. Si potrebbe ipotizzare che questo fenomeno di *enhancement* sia dovuto all'utilizzo di una forma errata del potenziale, ma ciò è stato escluso da Balantekin *et al* nel 1983 [11]. Infatti, estraendo un potenziale efficace, tramite l'inversione dei dati sperimentali, per sistemi pesanti si ottiene un potenziale internucleare non fisico. Per ioni più leggeri invece il potenziale ottenuto è consistente con i modelli empirici. Da questa analisi emerge che le discrepanze sono dovute all'inadeguatezza delle assunzioni del modello utilizzato, in cui si considerano i nuclei sferici e inerti, interagenti attraverso un potenziale unidimensionale. È necessaria una descrizione microscopica che tenga in considerazione i fenomeni fisici che possono influenzare la fusione, come ad esempio la struttura dei nuclei interagenti. Una delle prime evidenze sperimentali dell'effetto della struttura dei nuclei interagenti fu trovata da Stokstad *et al.* [12], che misurarono le sezioni d'urto di fusione dei sistemi $^{16}\text{O} + ^{148, 150, 152, 154}\text{Sm}$ a energie intorno a quelle della barriera. Le funzioni di eccitazione sono influenzate dalla deformazione

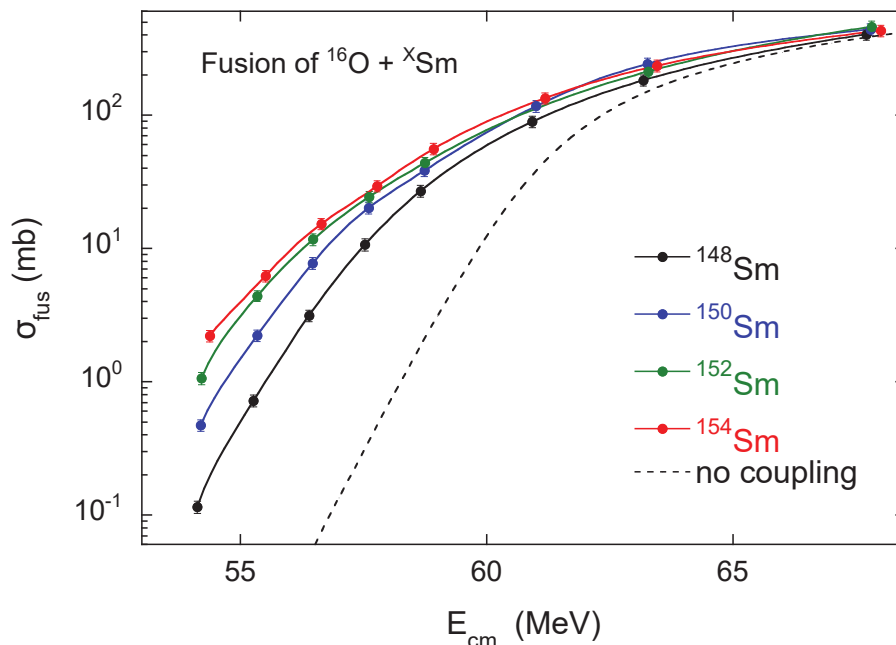


Figura 3.1: Funzioni di eccitazione di fusione per $^{16}\text{O} + ^{148, 150, 152, 154}\text{Sm}$, confrontate con la curva teorica di Wong (linea tratteggiata). Figura tratta da [1].

di uno dei nuclei: come è possibile vedere dalla Figura 3.1, c'è un'importante differenza nella funzione di eccitazione sperimentale tra il bersaglio sferico ^{148}Sm e gli altri suoi isotopi più pesanti e deformati staticamente. Mentre alle energie più alte le sezioni d'urto ottenute per i diversi isotopi sono quasi identiche, a energie inferiori è presente una variazione sistematica, in cui gli isotopi più deformati

mostrano sezioni d'urto sempre maggiori relativamente a quelli meno deformati. Per esempio, si può osservare che a circa 54 MeV, il sistema $^{16}\text{O} + ^{154}\text{Sm}$ presenta una σ_{fus} maggiore di un fattore 20 rispetto a quella del sistema $^{16}\text{O} + ^{148}\text{Sm}$.

Se si considerano i nuclei sferici, non vi sono differenze nella barriera Coulombiana, ma se si assume che il bersaglio sia deformato, si può dare una spiegazione geometrica qualitativa alle differenze sperimentali riscontrate [13]: la barriera Coulombiana varia al variare dell'orientazione del bersaglio di Sm deformato rispetto allo ione di ^{16}O incidente. In questo modo, quando il proiettile si avvicina al "polo" del bersaglio la barriera ha un'altezza inferiore, mentre quando si avvicina all'"equatore" la barriera ha un'altezza superiore. Per prevedere correttamente le sezioni d'urto è necessario tenere conto di tutte le possibili orientazioni, pertanto è necessario includere nell'interazione almeno questo altro grado di libertà aggiuntivo: l'orientazione del bersaglio deformato.

Un altro caso sperimentale significativo è quello della fusione tra isotopi del Nichel, riportato in Figura 3.2 (Beckerman *et al.* nel 1980 [14] [9]). La funzione di eccitazione sperimentale del sistema $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$

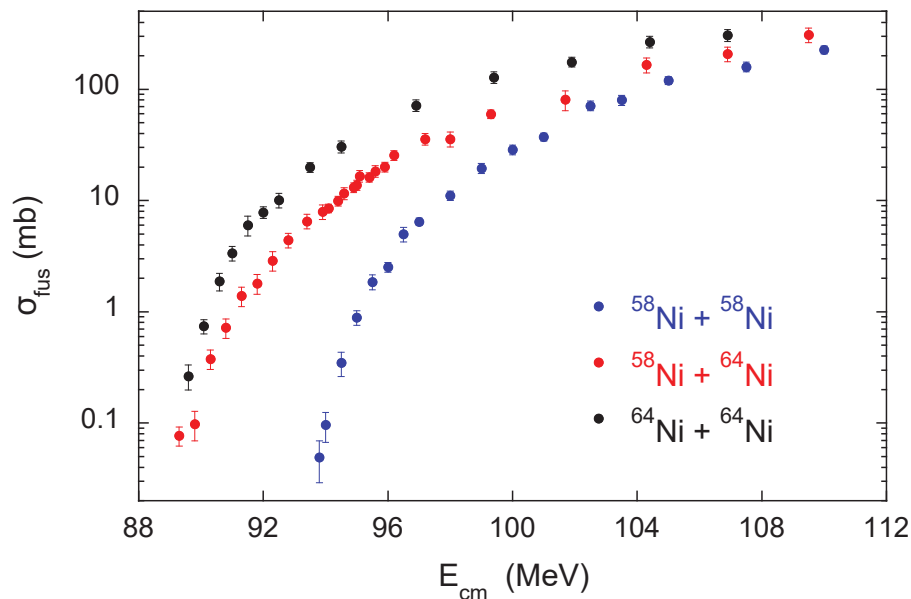


Figura 3.2: Funzioni di eccitazione sperimentali per gli isotopi del Nichel. Figura tratta da [1].

è stata confrontata con quella ottenuta per i due sistemi simmetrici $^{58}\text{Ni} + ^{58}\text{Ni}$ e $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$: le sezioni d'urto per $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ decrescono più lentamente al diminuire dell'energia. Questa differenza fu successivamente associata alla presenza di canali di trasferimento di neutroni con Q -valori positivi nel sistema $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$. I fenomeni di *enhancement* osservati non sono solo dovuti a deformazioni statiche dei nuclei, o alla presenza dei canali di trasferimento di nucleoni (come quelli presenti per il sistema $^{58}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$). Per i nuclei pesanti esistono altri gradi di libertà da tenere in considerazione, ad esempio eccitazioni collettive a bassa energia (*low-lying*) [1] di natura vibrazionale. Il confronto tra i sistemi $^{48}\text{Ti} + ^{58}\text{Fe}$ e $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$ [15] è un ottimo esempio di come le diverse strutture dei nuclei coinvolti influenzino le funzioni di eccitazione di fusione sotto la barriera. I nuclei di ^{48}Ti e di ^{58}Fe sono "soffici" e hanno un'eccitazione di quadrupolo 2^+ a 800 – 900 keV, invece i nuclei di ^{58}Ni e di ^{54}Fe hanno shell chiuse (per i protoni il primo, per i neutroni il secondo) e sono piuttosto rigidi, visto che i primi stati 2^+ si trovano a circa 1400 – 1500 keV. Le funzioni di eccitazione sperimentali sono riportate in Figura 3.3. Si osserva che è presente un *enhancement* nel sistema $^{48}\text{Ti} + ^{58}\text{Fe}$ rispetto a $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$, prodotto dalla forte eccitazione di quadrupolo nei nuclei ^{48}Ti e ^{58}Fe .

3.1 Struttura del sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$

Si vuole ora analizzare la struttura nel caso del sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$, in modo da capire quali stati dei due nuclei possono influenzare il processo di fusione. Ciascuno di questi, oltre a essere caratterizzato da un modo di eccitazione e da un'energia, ha una certa probabilità di transizione B allo

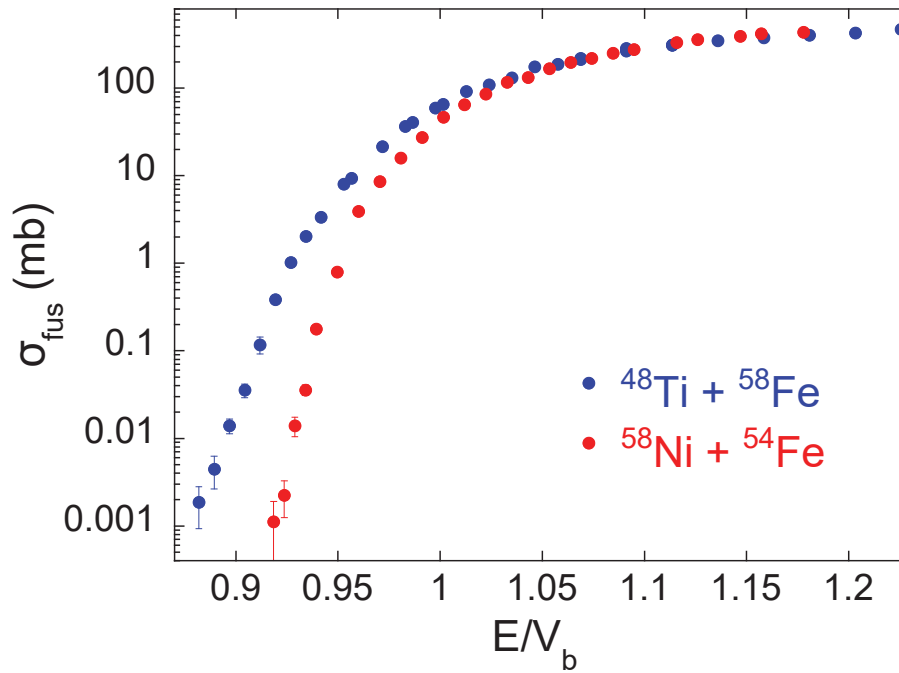


Figura 3.3: Funzioni di eccitazione di fusione per i sistemi $^{48}\text{Ti} + ^{58}\text{Fe}$ (blu) e $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$ (rosso). Le energie in ascissa sono state normalizzate rispetto all'altezza della barriera Coulombiana V_B per poter confrontare i due sistemi.

stato fondamentale. Quest'ultima è legata a un parametro di deformazione, chiamato β . In generale, i livelli eccitati modificano sia il termine coulombiano che il termine nucleare dell'interazione tra i nuclei collidenti, quindi si avranno dei valori β_C e β_N diversi. Da un punto di vista teorico, la probabilità B dipende dalla derivata del potenziale di interazione e nel caso inelastico, a energie pari a V_B , la derivata del potenziale totale si annulla: questo significa che la derivata della componente nucleare del potenziale è uguale e opposta a quella della componente coulombiana. Pertanto, intorno alla barriera si può considerare $\beta_N = \beta_C = \beta$. Il valore di β si calcola a partire dalle probabilità di interazione sperimentali.

Il nucleo ^{28}Si presenta una deformazione statica di tipo oblatto. Lo stato eccitato a energia inferiore

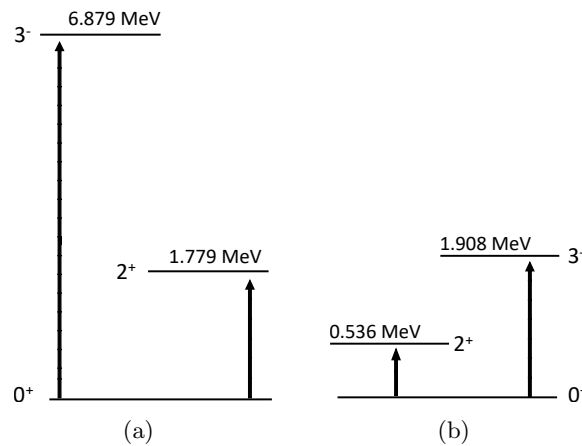


Figura 3.4: Schema dei livelli a energia più bassa per i nuclei di ^{28}Si a sinistra e ^{100}Mo a destra.

è uno stato 2^+ che ha energia pari a 1.779 MeV e associato a una transizione di tipo $E2$ allo stato fondamentale, con $\beta = 0.41$. Un altro stato da tenere in considerazione è quello di ottupolo con energia 6.879 MeV, associato a una transizione di tipo $E3$ con un $\beta = 0.40$. Lo schema dei primi stati eccitati del ^{28}Si riportato in Figura 3.4(a). Per quanto riguarda il ^{100}Mo , si hanno una vibrazione di quadrupolo e una di ottupolo. Lo stato eccitato a energia inferiore è uno stato vibrazionale di quadrupolo 2^+ a cui si associa una transizione di tipo $E2$, che ha energia pari a 0.536 MeV e $\beta = 0.23$. Un altro

stato da tenere in considerazione è quello di ottupolo con energia pari a 1.908 MeV, associato a una transizione di tipo $E3$ con $\beta = 0.22$. In Figura 3.4(b) si può vedere uno schema dei primi stati eccitati del ^{100}Mo .

Secondo quanto detto finora, per analizzare la probabilità di fusione tra ioni pesanti è necessario tener conto di:

- deformazioni o eccitazioni di stati collettivi;
- scambio di nucleoni tra i nuclei (canali di trasferimento).

Per farlo, è stato sviluppato il modello a canali accoppiati (CC) che verrà discusso nel prossimo capitolo e quindi utilizzato per il confronto con i dati sperimentali del sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$.

Capitolo 4

Il modello a canali accoppiati

Il modello a canali accoppiati associa la struttura nucleare dei due nuclei interagenti al loro moto relativo e riproduce in vari casi il forte *enhancement* della sezione d'urto di fusione presente nei sistemi di ioni pesanti. Considerando la collisione tra due nuclei in cui le strutture interne sono descritte dalla variabile ξ , l'Hamiltoniana totale del sistema si può scrivere come:

$$H(\mathbf{r}, \xi) = H_k + V_\ell(r) + H_o(\xi) + V_{int}(\mathbf{r}, \xi) \quad (4.1)$$

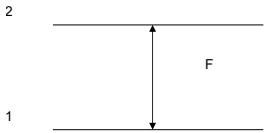
dove $H_k = -(\hbar^2/2\mu)\nabla^2$ indica l'energia cinetica, μ è la massa ridotta e $V_\ell(r)$ è il potenziale ione-ione per l'onda ℓ -esima. $H_o(\xi)$ descrive la struttura interna del proiettile e del nucleo bersaglio, mentre $V_{int}(\mathbf{r}, \xi)$ è il potenziale di accoppiamento del loro moto relativo al canale di reazione. Ponendo le solite condizioni al contorno utilizzate nel paragrafo 2.3 e fattorizzando opportunamente l'interazione di accoppiamento, l'equazione stazionaria di Schrödinger si può scrivere come:

$$\left[\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla^2 + V_\ell(r) - E \right] \chi_n(r) = - \sum_m M_{nm} \chi_m(r) \quad (4.2)$$

dove χ_n e χ_m sono le funzioni d'onda del moto relativo corrispondenti rispettivamente agli autostati $|n\rangle$ e $|m\rangle$ di H_o , e M_{nm} esprime l'effetto dell'interazione di accoppiamento e la struttura nucleare [1].

Per comprendere meglio l'idea su cui si basa il modello a canali accoppiati, si consideri il caso semplice dell'accoppiamento tra due soli canali di reazione [17]: il canale di ingresso (1) e quello corrispondente all'eccitazione inelastica di uno dei due nuclei interagenti (2). I canali (1) e (2) interagiscono tramite un potenziale $F(x)$ (Figura 4.1). In questo caso, le equazioni accoppiate sono:

Figura 4.1: Figura tratta da [16].



$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E \right] \chi_1 = F(x) \chi_2 \quad (4.3)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) - E \right] \chi_2 = F(x) \chi_1 \quad (4.4)$$

dove χ_1 e χ_2 sono le funzioni d'onda che descrivono il moto relativo nel canale (1) e (2). È possibile disaccoppiare le precedenti equazioni definendo le funzioni

$$\chi_+ = \chi_1 + \chi_2 \quad (4.5)$$

$$\chi_- = \chi_1 - \chi_2 \quad (4.6)$$

e ottenendo in questo modo:

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) + F(x) - E \right] \chi_- = 0 \quad (4.7)$$

$$\left[-\frac{\hbar^2}{2\mu} \frac{d^2}{dx^2} + V(x) + F(x) - E \right] \chi_+ = 0 \quad (4.8)$$

Il coefficiente di trasmissione può essere espresso in funzione di T_+ e T_- come:

$$T(E) = T_1(E) + T_2(E) = [T_+(E) + T_-(E)]/2.$$

L'effetto dell'accoppiamento è quindi quello di dividere la barriera che si ha in assenza di esso in due barriere di altezza $V_B + F$ e $V_B - F$ (Figura 4.2). La funzione di trasmissione, che, per il caso

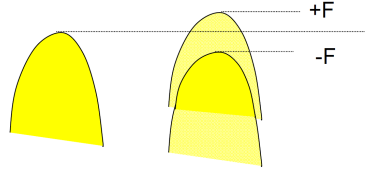


Figura 4.2: Effetto dell'accoppiamento sulla barriera Coulombiana. Figura tratta da [16].

di un singolo canale, ha la forma vista in Figura 2.2, è anch'essa divisa in due (Figura 4.3(a)). La probabilità di trasmissione per energie $E < V_B$ aumenta, mentre quella per $E > V_B$ diminuisce. Nella Figura 4.3(b) è riportato il coefficiente di trasmissione in scala logaritmica: si può notare l'aumento della probabilità di fusione al di sotto della barriera, come evidenziato dalla freccia. Dato che la sezione d'urto di fusione viene calcolata come sovrapposizione dei coefficienti di trasmissione per le diverse onde parziali, l'effetto si traduce nel fenomeno di *enhancement*. In generale si ha un numero di canali di reazione superiore a due, e ognuno di essi contribuisce in maniera diversa alla probabilità di fusione. L'effetto dell'accoppiamento per ciascun valore del momento angolare è quello di sostituire la barriera originale con un set di barriere viste dal flusso d'ingresso.

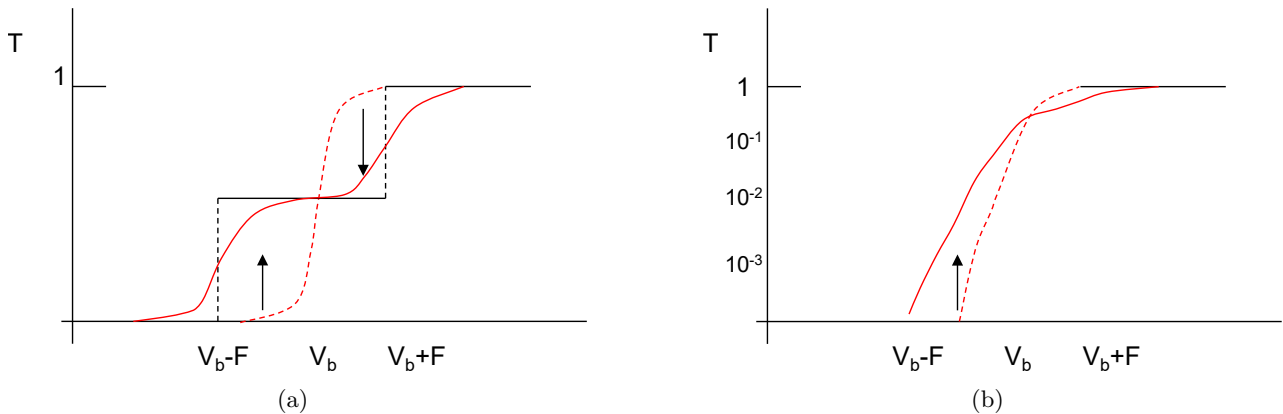


Figura 4.3: A sinistra: la curva continua rossa è la funzione di trasmissione nel caso di due canali accoppiati: si noti l'aumento per energie inferiori a V_B . La linea tratteggiata corrisponde al caso di barriera unidimensionale, mentre la linea nera corrisponde al caso classico corrispondente a uno spettro di barriere a gradino. A destra: funzione di trasmissione in scala logaritmica. Figura tratta da [16].

4.1 Il programma CCFULL

Il programma CCFULL [18], scritto in FORTRAN 77, permette di calcolare le sezioni d'urto di fusione del nucleo composto a partire dal modello teorico precedentemente descritto, risolvendo le equazioni a canali accoppiati attraverso degli algoritmi. In passato si era soliti usare un'approssimazione lineare, in cui il potenziale di accoppiamento veniva espresso come potenze del parametro di deformazione, tenendo soltanto il termine lineare. Questo tipo di approssimazione però non era adeguata, poiché gli accoppiamenti non-lineari influenzano in maniera significativa il processo di fusione, quindi CCFULL risolve le equazioni a canali accoppiati tenendo in considerazione gli accoppiamenti non lineari a tutti gli ordini. Per ridurre la dimensione delle equazioni, in generale troppo grande per poter essere gestita

praticamente, CCFULL utilizza l'approssimazione isocentrifuga (*no-Coriolis*), che assume che il cambiamento nel valore del momento angolare orbitale a causa dell'eccitazione dei gradi di libertà intrinseci sia trascurabile. Inoltre, il programma tiene completamente conto dell'energia di eccitazione finita dei modi intrinseci, include le eccitazioni coulombiane e utilizza l'approssimazione IWBC all'interno della barriera Coulombiana. Per questo, mentre il contributo dei canali di eccitazione inelastica in cui vi è un considerevole accoppiamento con lo stato fondamentale viene stimato adeguatamente, il possibile contributo dovuto all'accoppiamento con canali di trasferimento di nucleoni non viene calcolato in maniera rigorosa. Il potenziale nucleare che viene utilizzato è della forma di Woods-Saxon (equazione (2.3)) e i parametri V_0 , r_0 e a possono essere inseriti in input dall'utente. Inoltre, è possibile inserire in input fino a due stati eccitati per nucleo. Nel caso di accoppiamento vibrazionale, per ciascuno degli stati è possibile specificare il valore dell'energia E , il valore di β , il tipo di multipolarità λ e il numero massimo di fononi da includere nel calcolo. CCFULL utilizza come modello per l'accoppiamento vibrazionale un oscillatore armonico, pertanto l'energia di eccitazione dello stato corrispondente al fonone n -esimo è data da n volte l'energia E . Se il numero di fononi inserito è diverso da zero, il programma chiede quali canali di eccitazione mutua si vogliono tenere in considerazione nel calcolo. Nel caso di un accoppiamento di tipo rotazionale, è possibile inserire in input l'energia di eccitazione del primo stato 2^+ nella banda rotazionale fondamentale, i parametri di deformazione di quadrupolo ed esadecapolo e , infine, il numero di livelli da includere nella banda rotazionale. Oltre a quelli sopra elencati, è possibile inserire in input altri parametri, che verranno discussi all'occorrenza nel corso dell'analisi dei dati.

Capitolo 5

Risultati sperimentali

Il bersaglio di ^{100}Mo utilizzato aveva uno spessore di $\sim 150 \mu\text{g}/\text{cm}^2$, su un supporto di $\sim 15 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ di Carbonio. I residui di evaporazione sono stati rilevati attraverso l'apparato sperimentale PISOLO, basato su un separatore elettrostatico di fascio.

5.1 Analisi dei dati

5.1.1 Calcolo della perdita di energia nel bersaglio

Per poter calcolare l'energia effettiva nel sistema del centro di massa, è necessario tenere conto della perdita di energia del fascio di ^{28}Si nell'attraversare il bersaglio di ^{100}Mo e del suo supporto di Carbonio. Nel sistema di riferimento del laboratorio, l'energia effettiva del fascio E_{lab} è la differenza tra l'energia nominale E_{nom} e le perdite di energia per frenamento ΔE nel bersaglio:

$$E_{lab} = E_{nom} - \Delta E_C - \Delta E_{Mo}.$$

I valori ΔE_C e ΔE_{Mo} sono stati calcolati utilizzando il programma SRIM [19], considerando uno spessore lineare per il supporto di Carbonio pari a $x_C = 15 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ e a $x_{Mo} = 75 \mu\text{g}/\text{cm}^2$ per il Molibdeno (metà bersaglio). Mediamente, la correzione delle energie effettuata è stata di $\sim 0.67 \text{ MeV}$.

5.1.2 Confronto con le previsioni teoriche

I dati sperimentali per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ sono riportati in Tabella 5.1.

E_{cm} (MeV)	σ (mb)	err_σ (mb)
65.08	0.025	0.010
65.86	0.066	0.023
68.21	2.50	0.32
71.34	17.3	1.5
74.48	50.0	8.2
77.61	109	10
79.18	133	22
84.66	274	21
97.19	633	43

Tabella 5.1: Dati sperimentali per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$. Nella prima colonna è riportata l'energia effettiva del sistema nel centro di massa E_{cm} , nella seconda colonna la sezione d'urto sperimentale σ e nella terza colonna l'errore su quest'ultima, indicato con err_σ .

Per analizzarli è stato usato il programma CCFULL. I parametri del potenziale nucleare inseriti inizialmente in input sono stati calcolati utilizzando la parametrizzazione di Akyüz-Winther e sono riportati in Tabella 5.2. Questi producono il potenziale rappresentato precedentemente in Figura 2.1.

$V_0(\text{MeV})$	$r_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$
68.27	1.18	0.66

Tabella 5.2: Parametri di Akyüz-Winther utilizzati inizialmente

La barriera prevista in questo caso ha un'altezza pari a $V_B = 73.90$ MeV e si trova a una distanza di $R_B = 10.69$ fm, con una curvatura pari a $\hbar\omega = 3.92$ MeV. Nella tabella seguente sono riportati i parametri inseriti in input nell'analisi con CCFULL che caratterizzano i possibili accoppiamenti ai modi di eccitazione dei due nuclei. Il programma permette di inserire solamente due stati per nucleo, quindi sono stati scelti i modi di eccitazione che influenzano maggiormente la sezione d'urto, cioè quelli a energia inferiore.

Nucleo	$E(\text{MeV})$	β	λ	N_{ph}
^{28}Si	1.78	0.41	2	1
	6.88	0.40	3	1
^{100}Mo	0.54	0.23	2	1
	1.91	0.22	3	1

Tabella 5.3: Parametri inseriti nell'input di CCFULL. E è l'energia di eccitazione, β è il parametro di deformazione, λ indica il tipo di vibrazione (quadrupolo, ottupolo...), mentre il parametro N_{ph} indica il numero di fononi considerati.

Nella seconda e nella terza colonna sono riportati rispettivamente l'energia di eccitazione E e il parametro di deformazione β corrispondente al livello considerato. Il parametro λ indica il tipo di multipolarità: $\lambda = 2$ o $\lambda = 3$ per una vibrazione quadrupolare o ottupolare rispettivamente. Il parametro N_{ph} indica il numero di fononi considerati. L'accoppiamento relativo al nucleo di ^{28}Si è stato considerato di tipo vibrazionale per semplicità di calcolo. Nel calcolo, per entrambi i nuclei il parametro radiale usato nell'Hamiltoniana di accoppiamento è stato considerato uguale a 1.2 fm. Il range di energia inserito in input è 60 – 100 MeV, con passo di 1.0 MeV. Per quanto riguarda i parametri di controllo dell'accuratezza del calcolo, sono stati inseriti i valori $R_{max} = 30$ fm come massima distanza tra i nuclei al quale vengono risolte le equazioni, e $DR = 0.05$ fm come passo per l'integrazione.

Come si può osservare in Figura 5.1, il risultato non è soddisfacente: la curva blu, corrispondente al calcolo effettuato, sembra traslata in energia rispetto alla funzione di eccitazione sperimentale. È necessario alzare la barriera V_B di una certa quantità per adattare i parametri del potenziale inserito in input alla curva sperimentale, così da avere una buona riproduzione dei dati intorno alla barriera. Dalla distanza media in energia tra dati sperimentali e curva teorica intorno alla barriera, si trova che la barriera va alzata di 2.90 MeV. Si calcolano quindi, attraverso un programma appropriato, i parametri del potenziale rinormalizzato da inserire in input al posto di quelli in Tabella 5.2, variando di poco il raggio r_0 per evitare di avere una buca di potenziale troppo poco profonda, che porterebbe a problemi di calcolo. Una buca di potenziale poco profonda infatti è causa di oscillazioni di natura computazionale nella funzione di eccitazione calcolata da CCFULL, poiché l'approssimazione IWBC non è più valida.

Si inseriscono quindi nuovi parametri del potenziale:

$V_0(\text{MeV})$	$r_0(\text{fm})$	$a(\text{fm})$
76.6	1.12	0.66

Tabella 5.4: Parametri del potenziale rinormalizzato

La barriera è stata alzata fino a $V_B = 76.82$ MeV e si trova a una distanza di $R_B = 10.26$ fm, con una curvatura pari a $\hbar\omega = 4.09$ MeV. La curva rossa in Figura 5.3 rappresenta il calcolo effettuato usando i parametri di struttura indicati in Tabella 5.3. Si osserva che nella regione sotto barriera i calcoli CCFULL sottostimano i dati. Si inseriscono quindi nell'input di CCFULL due fononi di quadrupolo per entrambi i nuclei invece che uno solo. Si pone cioè (vedi Tabella 5.5):

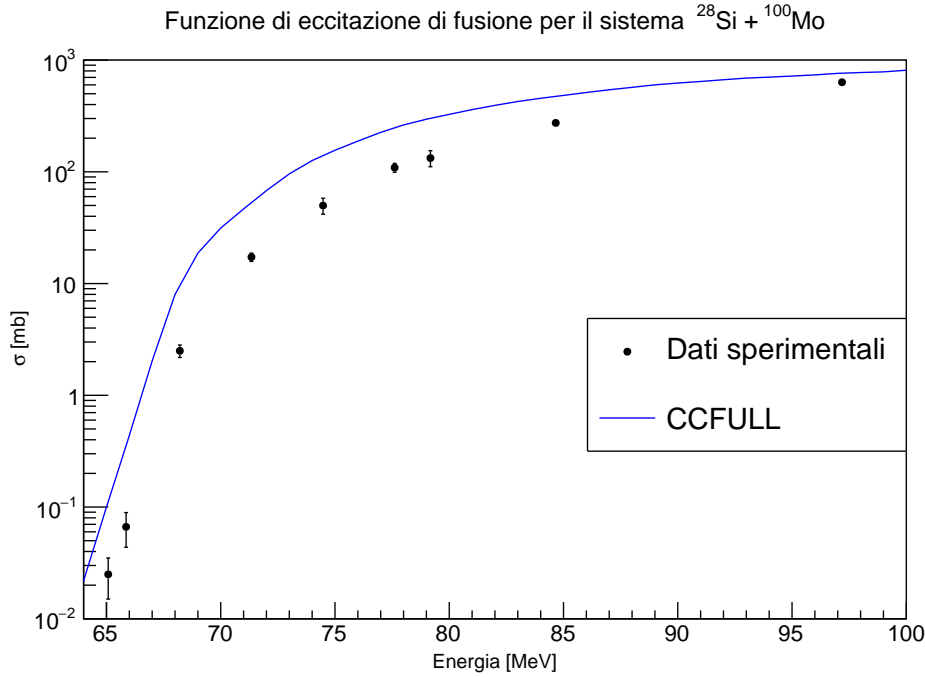


Figura 5.1: Funzione di eccitazione di fusione sperimentale confrontata con il calcolo in CCFULL (curva blu), effettuato inserendo in input i parametri $V_0 = 68.27$ MeV, $r_0 = 1.18$ fm, $a = 0.66$ fm. Sono stati inclusi nel calcolo un fonone di quadrupolo e un fonone di ottupolo per entrambi i nuclei, e sono state considerate tutte le eccitazioni mutue.

Nucleo	$E(\text{MeV})$	β	λ	N_{ph}
^{28}Si	1.78	0.41	2	2
	6.88	0.40	3	1
^{100}Mo	0.54	0.23	2	2
	1.91	0.22	3	1

Tabella 5.5: Parametri inseriti nell'input di CCFULL, in cui vengono considerati due fononi di quadrupolo.

In Figura 5.2 è rappresentato uno schema dei livelli dei due nuclei, in cui sono indicati gli accoppiamenti inseriti nell'input di CCFULL. Considerando tutti i canali di eccitazione mutua per il nucleo bersaglio, e solo un canale di eccitazione mutua per il nucleo proiettile, cioè quello con energia di eccitazione inferiore e che quindi dà un effetto maggiore, si ottiene la curva blu in Figura 5.3. L'effetto di includere due fononi di quadrupolo non è particolarmente grande, ma dà una descrizione migliore rispetto al caso di un singolo fonone.

Nonostante ciò, le sezioni d'urto sono ancora sottostimate da CCFULL. Probabilmente, per avere un'analisi più accurata, sarebbe necessario considerare l'accoppiamento con canali di trasferimento. Per questo sistema, infatti, esistono canali di trasferimento di neutroni con Q -valori positivi, che producono l'effetto di aumentare la sezione d'urto a basse energie. Tuttavia, in questa analisi non saranno considerati poiché non sono calcolati in maniera rigorosa da CCFULL.

5.2 Confronto con dati precedenti

Si vogliono ora confrontare i dati sperimentali recenti appena analizzati con i dati precedentemente pubblicati da Ackermann *et al.* nel 1996 [3]. Come si può notare dal grafico 5.4, le sezioni d'urto sperimentali corrispondenti ai dati precedenti (in rosso), hanno un andamento abbastanza irregolare in tutto il range di energie misurato. In particolare, considerando il punto a energia $E_{cm} = 65.8$ MeV, si ha una sezione d'urto pari a $\sigma = 0.0012 \pm 0.0003$ mb, che è più di due ordini di grandezza inferiore

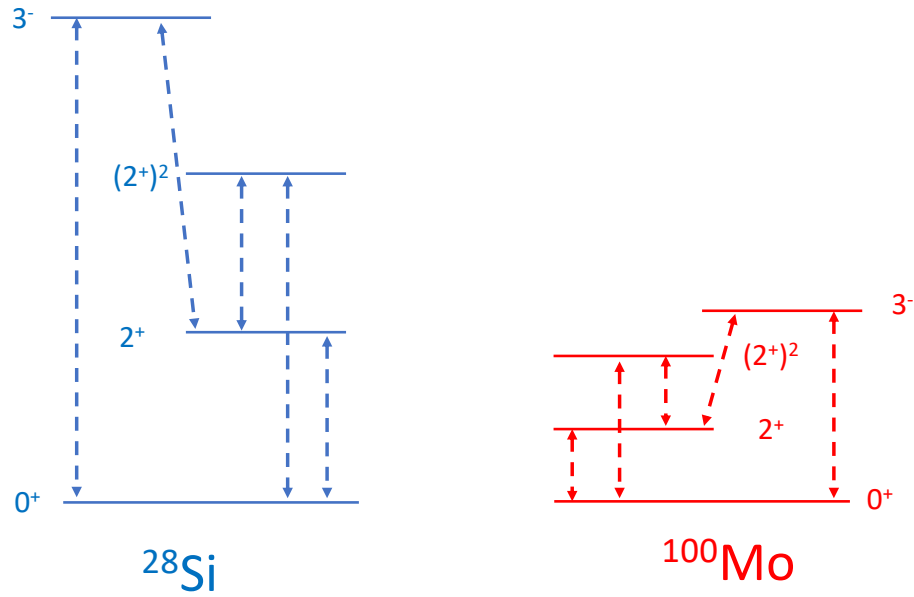


Figura 5.2: Livelli dei due nuclei ^{28}Si e ^{100}Mo . Le linee tratteggiate indicano inoltre gli accoppiamenti inseriti nell'input del CCFULL; le eccitazioni mutue tra i due nuclei sono automaticamente tenute in conto dal programma.

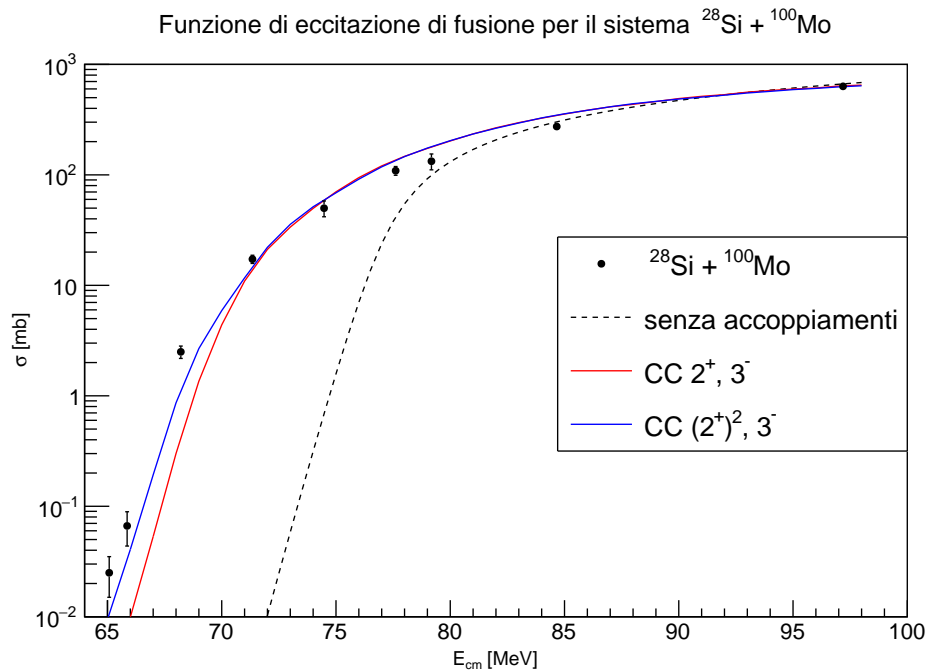


Figura 5.3: Funzione di eccitazione di fusione sperimentale a confronto con quelle teoriche secondo il modello a canali accoppiati. La curva tratteggiate rappresenta la situazione senza considerare gli accoppiamenti, la curva rossa è stata calcolata tenendo in considerazione un fonone di quadrupolo per entrambi i nuclei (Tabella 5.3), mentre la curva blu è stata calcolata considerando inoltre un secondo fonone di quadrupolo per entrambi i nuclei (Tabella 5.5). I parametri del potenziale utilizzati sono riportati in Tabella 5.4.

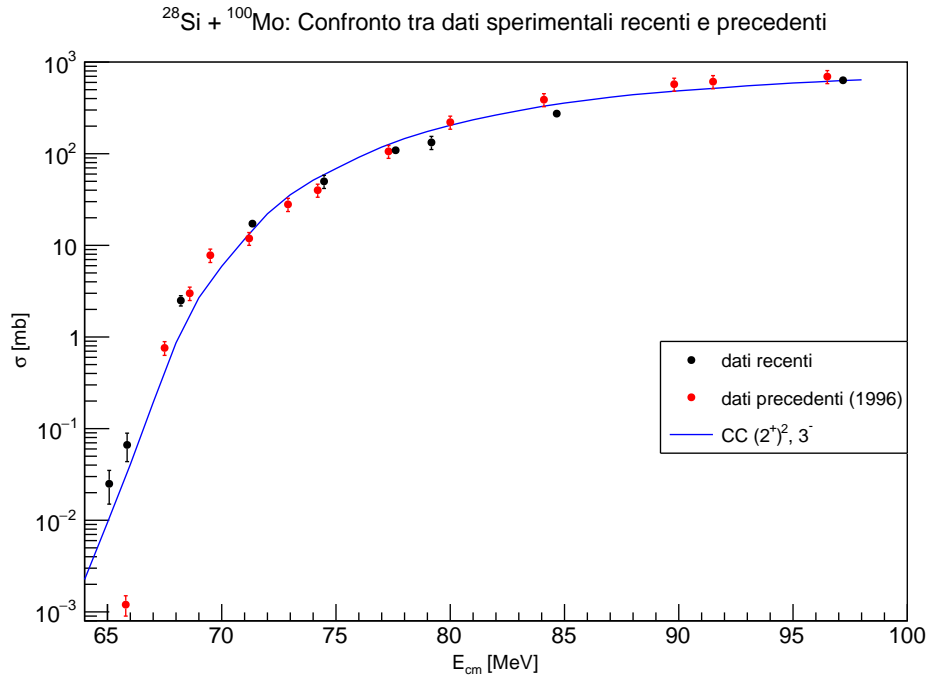


Figura 5.4: Confronto tra le funzioni di eccitazione di fusione sperimentali per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$: i dati precedenti [3] sono rappresentati in rosso, i dati recenti in nero. La curva blu corrisponde al calcolo in CCFULL effettuato considerando due fononi di quadrupolo.

alla sezione d'urto misurata a un'energia appena superiore: a $E_{cm} = 67.5$ MeV infatti si ha una sezione d'urto pari a $\sigma = 0.76 \pm 0.13$ mb. Anche dal confronto di questo punto con quello a energia simile appartenente al set di dati più recenti risulta una discrepanza: a $E_{cm} = 65.86$ MeV si ha $\sigma = 0.066 \pm 0.023$ mb, che differisce dalla misura precedente di due ordini di grandezza. Inoltre, se si coinvolge nel confronto anche il calcolo teorico effettuato con CCFULL, che riproduce l'andamento delle sezioni d'urto sperimentali recenti (sebbene non perfettamente, a causa del fatto che non si considera l'influenza dei canali di trasferimento), si trova che sezioni d'urto dell'ordine di 10^{-3} mb si potrebbero avere solo a energie molto inferiori al range misurato.

Da questa analisi emerge che le sezioni d'urto misurate recentemente sono più affidabili rispetto a quelle precedentemente pubblicate e, una volta ottimizzato l'andamento della funzione di eccitazione teorica ai dati sperimentali, possono essere utilizzate per le ulteriori analisi descritte nel capitolo successivo.

Capitolo 6

Hindrance a energie molto inferiori alla barriera

A energie molto inferiori alla barriera Coulombiana, diversi sistemi presentano un comportamento inaspettato: la sezione d'urto di fusione sperimentale decresce al diminuire dell'energia molto più rapidamente di quanto calcolato dal modello a canali accoppiati (CC), quindi le funzioni di eccitazione sono molto più ripide del previsto (vedi Figura 6.1 e 6.2). Questo effetto viene chiamato *hindrance* e ha carattere generale per quanto riguarda la fusione di ioni pesanti, ma si manifesta con aspetti diversi che sono attualmente oggetto di ricerca [1]. Per evidenziare il fenomeno di *hindrance*, oltre a mettere in luce la discrepanza con i calcoli CC nella sezione d'urto di fusione in funzione dell'energia, si utilizzano spesso due ulteriori quantità: la derivata logaritmica $L(E)$ [20] della funzione di eccitazione e il fattore astrofisico $S(E)$ [21]. Queste si ricavano dalle sezioni d'urto misurate e sono definite come segue:

$$L(E) = d[\ln(E\sigma)]/dE = \frac{1}{E\sigma} \frac{d(E\sigma)}{dE} \quad (6.1)$$

$$S(E) = E\sigma(E) \exp(2\pi\eta) \quad (6.2)$$

η è il parametro di Sommerfeld e si calcola come

$$\eta = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar v} = 0.157 \frac{Z_1 Z_2}{\sqrt{E_{cm}/\mu}},$$

dove v è velocità del fascio, e μ è la massa ridotta del sistema.

La derivata logaritmica è una rappresentazione della pendenza della funzione di eccitazione di fusione ed è quindi utile a evidenziarne i cambiamenti che caratterizzano la *hindrance*. Il valore di $L(E)$ aumenta al decrescere dell'energia per energie inferiori alla barriera, come si può vedere dal grafico in alto in Figura 6.3.

Il fattore astrofisico S si utilizza nello studio dei fenomeni di fusione nucleare grazie alla sua debole dipendenza dall'energia al di sotto della barriera. Infatti, nella formula (6.2) si normalizza per il fattore di Gamow $\exp(-2\pi\eta)$, che genera gran parte della forte dipendenza dall'energia della sezione d'urto. Un esempio è mostrato nel grafico in basso in Figura 6.3.

La derivata logaritmica e il fattore astrofisico sono collegate algebricamente. Infatti, derivando rispetto all'energia il fattore astrofisico si trova:

$$\frac{dS}{dE} = S(E) \left[L(E) - \frac{\pi\eta}{E} \right],$$

che si annulla quando $L(E) = \frac{\pi\eta}{E} = L_{CS}$. Il valore L_{CS} corrisponde a un massimo del fattore S e viene spesso considerato come soglia empirica per il fenomeno di *hindrance*. La presenza di un massimo nel fattore astrofisico coincide con il raggiungimento (o con il superamento) del valore L_{CS} da parte della derivata logaritmica calcolata a partire dai dati sperimentali, e questo indica la presenza di *hindrance* per il sistema in esame. Tuttavia, può accadere che il fenomeno si verifichi comunque, anche in assenza di un massimo del fattore S .

6.1 Evidenze sperimentali

Il fenomeno di *hindrance* è stato osservato per la prima volta da Jiang *et al.* nel sistema $^{60}\text{Ni} + ^{89}\text{Y}$ [20]. Successivamente, diverse misure a energie sotto-barriera per altri sistemi misero in luce lo stesso effetto: un importante esempio è il sistema $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$ [22] ed è mostrato in Figura 6.1. Le sezioni d'urto a energie molto inferiori a quelle della barriera Coulombiana sono evidentemente minori rispetto a quelle attese dal modello a canali accoppiati (linea rossa). La curva blu è stata ottenuta utilizzando un potenziale basato sull'interazione M3Y con l'aggiunta di una repulsione a piccole distanze. Questo potenziale è stato introdotto da Ş. Mişicu e H. Esbensen [23], [24] per riprodurre il fenomeno della *hindrance*. Un altro caso di *hindrance* si osserva nel sistema $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$ [25]. In Figura 6.2 è evidente

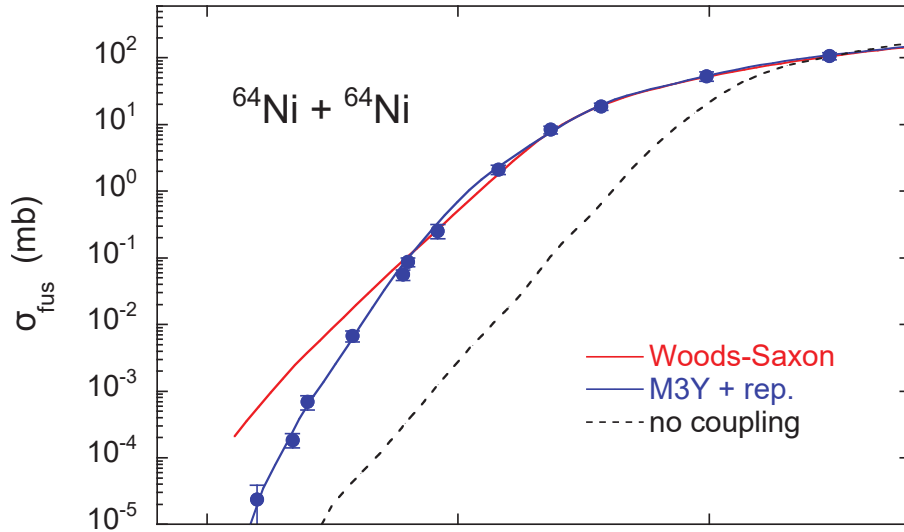


Figura 6.1: Funzione di eccitazione sperimentale per il sistema $^{64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$, a confronto con il calcolo in CC indicato dalla linea rossa. A energie inferiori a 90 MeV è visibile il fenomeno di *hindrance*. La curva blu, che riproduce bene i dati, è stata ottenuta utilizzando un potenziale basato sull'interazione M3Y con l'aggiunta di una repulsione a piccole distanze [23], [24]. Figura tratta da [1].

la sovrastima della sezione d'urto a energie sotto barriera da parte del calcolo CC, che per valori della sezione d'urto inferiori a $\simeq 220\mu\text{b}$ arriva a essere pari a un'ordine di grandezza. Un altro modo per

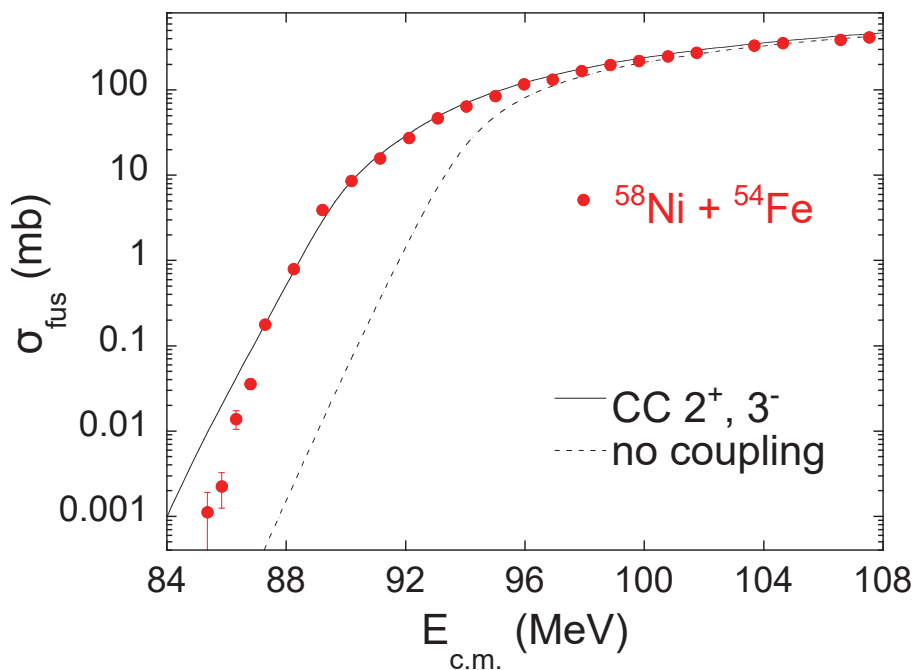


Figura 6.2: Funzione di eccitazione di fusione per il sistema $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$. Figura tratta da [15].

rilevare il fenomeno di *hindrance* è, come descritto nella parte iniziale di questo capitolo, il calcolo di $L(E)$ e del fattore S . Per il sistema $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$, nella Figura 6.3 (in alto) si può osservare l'andamento della derivata logaritmica, riportata in funzione dell'energia. $L(E)$ continua ad aumentare al diminuire dell'energia, raggiungendo e superando il valore di soglia L_{CS} per $E = E_{CS} \simeq 86.7$ MeV. Come ci si aspetta, in corrispondenza di questo valore è presente un massimo nel fattore astrofisico $S(E)$, mostrato nella Figura 6.3 (in basso).

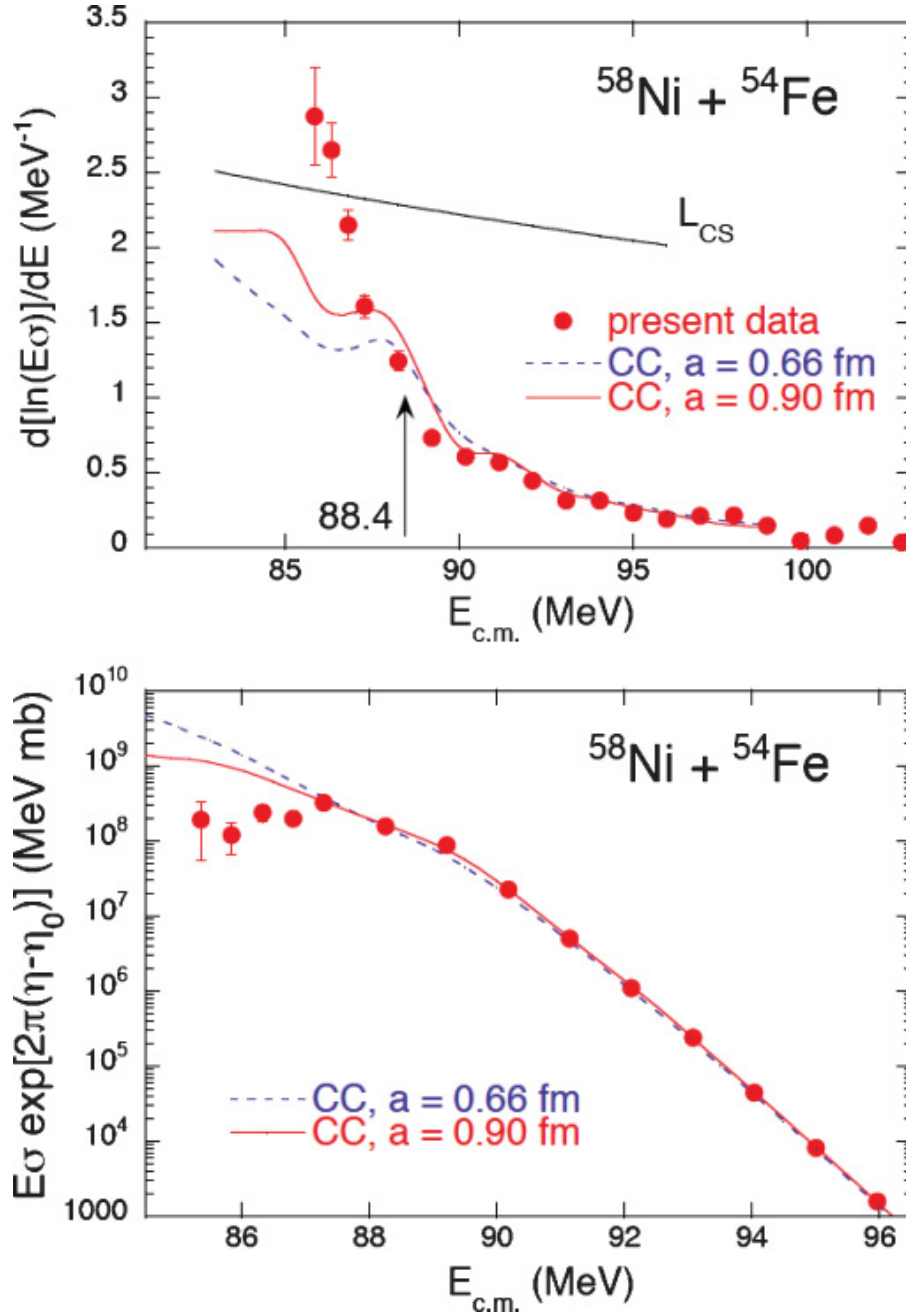


Figura 6.3: Derivata logaritmica della funzione di eccitazione (in alto) e fattore astrofisico (in basso) in funzione dell'energia per il sistema $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$. Le due curve teoriche (rossa e tratteggiata) si riferiscono a calcoli in CC effettuati utilizzando un potenziale Woods-Saxon con diverse diffusività a , nel tentativo di spiegare i dati sperimentali. Figure tratte da [25].

6.2 Il caso di $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$

Come si può notare dalla Figura 5.3, nell'intervallo di energia misurato non si osserva il fenomeno di *hindrance* per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ rispetto a un confronto con il modello a canali accoppiati. Tuttavia è da tenere in considerazione il fatto che l'analisi teorica precedente non è completa, perché non viene inclusa nel calcolo l'influenza dell'accoppiamento con i canali di trasferimento esistenti, pertanto la presenza di *hindrance* non può essere esclusa completamente. Si ricorre quindi al calcolo della derivata logaritmica $L(E)$ e del fattore astrofisico $S(E)$, che permettono di dare una descrizione indipendente dal modello teorico.

6.2.1 Derivata logaritmica

La derivata logaritmica si può ottenere a partire dai dati sperimentali calcolando il rapporto incrementale tra $\ln(E_i\sigma_i)$ ed E_i per coppie di punti successivi, cioè come:

$$L(E)_i = \frac{\ln(E_{i+1}\sigma_{i+1}) - \ln(E_i\sigma_i)}{E_{i+1} - E_i}.$$

L'errore associato ai valori ottenuti è stato calcolato come: $\delta_L = \sqrt{2}\delta_\sigma/\sigma\Delta_E$, dove δ_σ è l'errore sulla sezione d'urto sperimentale σ e $\Delta_E = E_{i+1} - E_i$ è lo step di energia usato nel rapporto incrementale. Come si può notare dal grafico (6.4), i valori di $L(E)$ sperimentali non superano il valore di soglia L_{CS} , che corrisponde all'esistenza di un massimo del fattore S nell'intervallo di energie misurato.

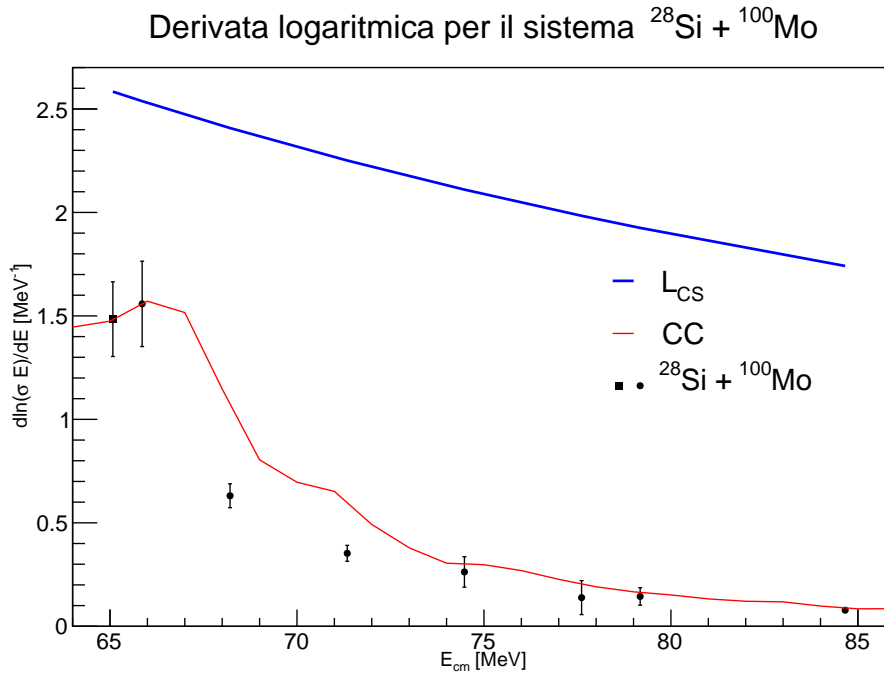


Figura 6.4: Derivata logaritmica per il sistema. La curva blu è il valore L_{CS} , quella rossa corrisponde al calcolo effettuato con CCFULL. Il punto a energia più bassa, indicato con un quadrato, è stato calcolato attraverso il rapporto incrementale con il terzo punto, in modo da ottenere un errore inferiore rispetto a quello che si sarebbe avuto considerando il successivo, troppo vicino in energia.

6.2.2 Fattore astrofisico

Il fattore astrofisico per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ è riportato in Figura 6.5. Il calcolo degli errori è stato effettuato utilizzando quello sulla sezione d'urto, considerando gli errori sull'energia trascurabili. È evidente che il fattore astrofisico non presenta un massimo alle energie misurate.

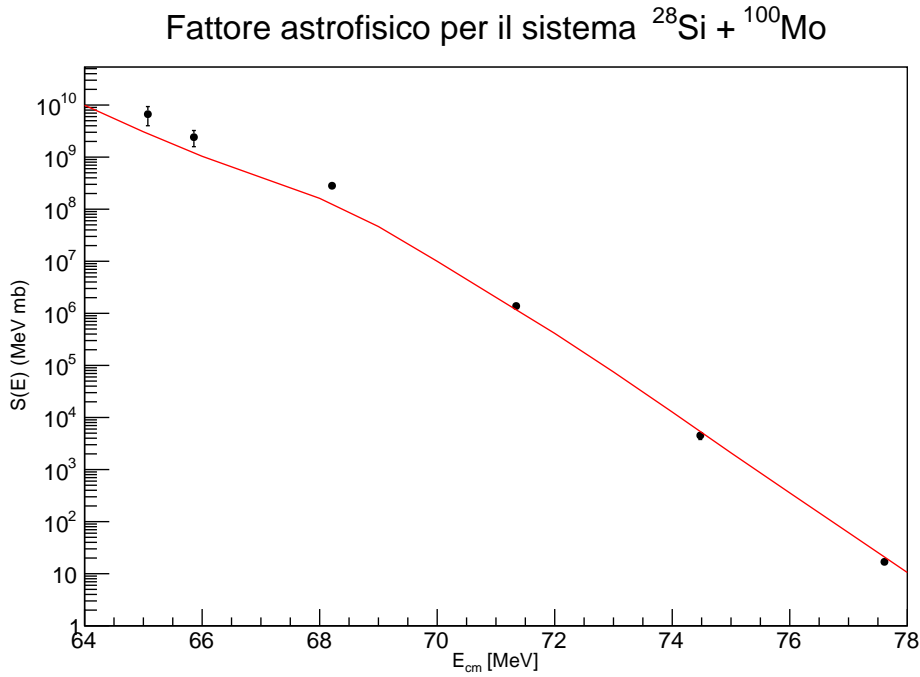


Figura 6.5: Il fattore astrofisico mostrato in figura è stato diviso per il valore arbitrario $\exp(2\pi\eta_0)$, con $\eta_0 = 50$, in modo da evitare di avere numeri enormi nella scala. In altre parole, il fattore astrofisico definito nell'equazione (6.2) qui è stato sostituito da $S(E) = E\sigma(E) \exp[2\pi(\eta - \eta_0)]$.

Dall'analisi del fattore astrofisico e della derivata logaritmica si può confermare il risultato del confronto con i calcoli risultanti dal modello a canali accoppiati: il fenomeno di *hindrance* non si osserva per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ all'interno del range di energia misurato. Ciò potrebbe essere causato dall'accoppiamento con i canali di trasferimento, che a basse energie genera un forte *enhancement* che contrasta l'eventuale *hindrance* e la porterebbe a manifestarsi a energie di molto inferiori a quelle misurate. In effetti, in questo sistema, ci si aspetta che sia così: infatti, per $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$, si ha un Q -valore di fusione negativo (pari a $Q = -22.3$ MeV), e a energie pari a $E = -Q$ la sezione d'urto deve necessariamente annullarsi. Questo è dovuto al fatto che per il nucleo composto l'energia di eccitazione è $E_x = E_{cm} + Q$ e pertanto con $E_{cm} < 22.3$ MeV si avrebbe E_x negativa non fisicamente accettabile. Anche il fattore S dovrebbe annullarsi a 22.3 MeV, un'energia molto inferiore a quelle misurate, in cui S ha un valore finito. Da ciò si può concludere che il fattore astrofisico S ha un massimo S_{max} che risulta $22.3 \text{ MeV} < S_{max} < 65.8 \text{ MeV}$, cioè si trova a un'energia intermedia tra quella in cui si annulla e la minima misurata.

Capitolo 7

Conclusioni

In questa tesi è stata studiata la reazione di fusione nucleare per il sistema $^{28}\text{Si} + ^{100}\text{Mo}$ a energie vicine alla barriera Coulombiana. L'analisi dei dati sperimentali più recenti ha permesso di mettere in luce la sottostima della sezione d'urto teorica data dal modello unidimensionale, dovuta agli effetti della struttura dei nuclei interagenti, che aggiungono ulteriori gradi di libertà che è necessario tenere in considerazione. Per farlo, nell'analisi è stato utilizzato il modello a canali accoppiati, e dal confronto delle previsioni di questo modello con i dati sperimentali, è stato ottenuto un buon accordo. Questo risultato evidenzia l'importanza della struttura interna dei nuclei nel processo di fusione, in particolare per quanto riguarda gli stati collettivi a bassa energia: il ruolo degli stati 2^+ è dominante rispetto agli stati di ottupolo a energie superiori, e gli stati vibrazionali del ^{100}Mo producono un effetto maggiore per via della loro bassa energia e della loro maggiore collettività. L'accordo ottenuto non è tuttavia perfetto: questo è dovuto alla presenza di canali di trasferimento di nucleoni che non sono stati considerati nel calcolo con CCFULL, e dimostra che l'influenza di questi canali non è trascurabile a energie sotto-barriera.

Oltre al confronto con le previsioni teoriche effettuate con CCFULL, sono stati confrontati i dati recenti con quelli già pubblicati nel 1996 [3], mostrando che le sezioni d'urto misurate recentemente sono più affidabili rispetto a quelle precedenti, poiché seguono un andamento più regolare anche alle energie più basse misurate. Infine, a partire dalle sezioni d'urto sperimentali più recenti, sono stati calcolati la derivata logaritmica e il fattore astrofisico, utili a mettere in evidenza l'eventuale presenza del fenomeno di *hindrance*. All'interno del range di energie misurato la derivata logaritmica rimane sotto il valore di soglia L_{CS} anche alle energie più basse, mentre il fattore astrofisico continua a crescere al diminuire dell'energia senza mostrare un massimo, quindi il fenomeno della *hindrance* non si manifesta. Tuttavia, per questo sistema, ci si aspetta che si verifichi a energie più basse, comprese tra 22.3 MeV e 65.8 MeV.

Bibliografia

- [1] G. Montagnoli and A.M. Stefanini, *Recent experimental results in sub-and near-barrier heavy-ion fusion reactions*, The European Physical Journal A **53** (2017), no. 8, 169.
- [2] G. Montagnoli, A.M. Stefanini, G. Colucci, H. Esbensen, C.L. Jiang, P. Colovic, L. Corradi, S. Courtin, E. Fioretto, G. Fruet, F. Galtarossa, A. Goasduff, J. Grebosz, F. Haas, M. Mazzocco, D. Montanari, F. Scarlassara, E. Strano, S. Szilner, and N. Vukman, *Sub-barrier fusion of $^{28}\text{Si} + ^{94,100}\text{Mo}$: discriminating between the sudden and the adiabatic models (a proposal for the XTU Tandem accelerator)*, January 2017.
- [3] D. Ackermann, P. Bednarczyk, L. Corradi, D.R. Napoli, C.M. Petrache, P. Spolaore, A.M. Stefanini, K.M. Varier, H. Zhang, F. Scarlassara, S. Beghini, G. Montagnoli, L. Müller, G.F. Segato, F. Soramel, and C. Signorini, *Cross sections and average angular momenta in the fusion of $^{28}\text{Si} + ^{94,100}\text{Mo}$ and $^{58,64}\text{Ni} + ^{64}\text{Ni}$* , Nuclear Physics A **609** (1996), no. 1, 91 – 107.
- [4] K. Hagino and N. Takigawa, *Subbarrier fusion reactions and many-particle quantum tunneling*, Progress of theoretical physics **128** (2012), no. 6, 1061–1106.
- [5] Ricardo A. Broglia and Aage Winther, *Heavy ion reactions : the elementary processes, parts 1 and 2*, Frontiers in physics, vol. 52, Westview Press, 2004.
- [6] John Lilley, *Nuclear physics: principles and applications*, John Wiley & Sons, 2013.
- [7] O. Akyüz and A. Winther, *Nuclear structure and heavy-ion reactions*, Proceedings of Enrico Fermi Summer School of Physics. North Holland (1981).
- [8] S. Tavernier, *Experimental techniques in nuclear and particle physics*, Springer Berlin Heidelberg, 2010.
- [9] M. Beckerman, *Sub-barrier fusion of two nuclei*, Reports on Progress in Physics **51** (1988), no. 8, 1047.
- [10] C. Y. Wong, *Interaction barrier in charged-particle nuclear reactions*, Physical Review Letters **31** (1973), no. 12, 766.
- [11] A. B. Balantekin, S. E. Koonin, and J. W. Negele, *Inversion formula for the internucleus potential using sub-barrier fusion cross sections*, Phys. Rev. C **28** (1983), 1565–1569.
- [12] S. Kaplanis D. Pelte U. Smilansky R. G. Stokstad, Y. Eisen and I. Tserruya, *of nuclear deformation on heavy-ion fusion*, Phys. Rev. Lett. **41** (1978), 465.
- [13] M. Dasgupta, D.J. Hinde, N. Rowley, and A.M. Stefanini, *Measuring barriers to fusion*, Annual Review of Nuclear and Particle Science **48** (1998), no. 1, 401–461.
- [14] M. Beckerman, M. Salomaa, A. Sperduto, H. Enge, J. Ball, A. DiRienzo, S. Gazes, Yan Chen, J.D. Molitoris, and Mao Nai-Feng, *Dynamic influence of valence neutrons upon the complete fusion of massive nuclei*, Physical Review Letters **45** (1980), no. 18, 1472.
- [15] A. M. Stefanini, G. Montagnoli, L. Corradi, S. Courtin, D. Bourgin, E. Fioretto, A. Goasduff, J. Grebosz, F. Haas, M. Mazzocco, et al., *Fusion of $^{48}\text{Ti} + ^{48}\text{Fe}$ and $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$ below the Coulomb barrier*, Physical Review C **92** (2015), no. 6, 064607.

- [16] S.M. Lenzi and G. Montagnoli, *Slides delle lezioni del Corso Nuclear Physics*, (2017-2018).
- [17] C.H. Dasso, *Effects of reaction channels in subbarrier fusion reactions*, Bormio Conference (1984).
- [18] K. Hagino, N. Rowley, and A.T. Kruppa, *A program for coupled-channel calculations with all order couplings for heavy-ion fusion reactions*, Computer Physics Communications **123** (1999), no. 1-3, 143–152.
- [19] J.F. Ziegler, M.D. Ziegler, and J.P. Biersack, *Srim—the stopping and range of ions in matter (2010)*, Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms **268** (2010), no. 11-12, 1818–1823.
- [20] C. L. Jiang, H. Esbensen, K. E. Rehm, B. B. Back, R. V. F. Janssens, J. A. Caggiano, P. Collon, J. Greene, A. M. Heinz, D. J. Henderson, I. Nishinaka, T. O. Pennington, and D. Seweryniak, *Unexpected behavior of heavy-ion fusion cross sections at extreme sub-barrier energies*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002), 052701.
- [21] E. Margaret Burbidge, G. R. Burbidge, William A. Fowler, and F. Hoyle, *Synthesis of the elements in stars*, Rev. Mod. Phys. **29** (1957), 547–650.
- [22] C. L. Jiang, K. E. Rehm, R. V. F. Janssens, H. Esbensen, I. Ahmad, B. B. Back, P. Collon, C. N. Davids, J. P. Greene, D. J. Henderson, G. Mukherjee, R. C. Pardo, M. Paul, T. O. Pennington, D. Seweryniak, S. Sinha, and Z. Zhou, *Influence of nuclear structure on sub-barrier hindrance in Ni + Ni fusion*, Phys. Rev. Lett. **93** (2004), 012701.
- [23] Ş. Mişicu and H. Esbensen, *Hindrance of heavy-ion fusion due to nuclear incompressibility*, Physical review letters **96** (2006), no. 11, 112701.
- [24] Ş. Mişicu and H. Esbensen, *Signature of shallow potentials in deep sub-barrier fusion reactions*, Physical Review C **75** (2007), no. 3, 034606.
- [25] A. M. Stefanini, G. Montagnoli, L. Corradi, S. Courtin, E. Fioretto, A. Goasduff, F. Haas, P. Mason, R. Silvestri, Pushpendra P. Singh, F. Scarlassara, and S. Szilner, *Fusion hindrance for $^{58}\text{Ni} + ^{54}\text{Fe}$* , Phys. Rev. C **82** (2010).