

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN
INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Modellazione semplificata e controllo di un veicolo subacqueo autonomo

Relatore:

PROF. LUCA SCHENATO

Laureando:

ANDREA FASOLO

ANNO ACCADEMICO 2021/2022

Indice

1	Introduzione	6
1.1	Scopo della tesi	6
1.2	Classificazione e impieghi degli AUV	6
1.3	Il REMUS 100	7
2	Modello matematico di un mezzo subacqueo	9
2.1	Sistemi di riferimento e variabili utilizzate	9
2.2	Ipotesi preliminari	10
2.3	Modello cinematico	12
2.4	Modello dinamico	13
2.4.1	Matrice d'inerzia totale	15
2.4.2	Matrice centripeta e di Coriolis	18
2.4.3	Matrice di smorzamento idrodinamico	19
2.4.4	Vettore delle forze e dei momenti di ripristino	22
2.4.5	Sistema di propulsione e di controllo	23
3	Modello di controllo dell'AUV	25
3.1	Controllo della profondità	25
3.1.1	Funzione di trasferimento dell'angolo di beccheggio	25
3.1.2	Funzione di trasferimento della profondità	26
3.1.3	Schema di controllo del beccheggio	26
3.1.4	Schema di controllo per la profondità	30
3.2	Controllo del moto di deriva	33
3.2.1	Funzione di trasferimento dell'angolo di imbardata	33
3.2.2	Funzione di trasferimento del moto di deriva	35
3.2.3	Schema di controllo dell'angolo di imbardata	35
3.2.4	Schema di controllo del moto di deriva	36
4	Conclusioni	39
4.1	Riepilogo del lavoro svolto	39

4.2	Difficoltà incontrate	39
4.3	Possibili modifiche e miglioramenti	40

Elenco delle figure

1.1	Profilo laterale del REMUS 100	7
2.1	Rappresentazione di un mezzo navale nello spazio secondo la convenzione SNAME	10
2.2	Confronto tra il profilo reale del REMUS 100 e quello di uno scafo ellissoidale della stessa lunghezza e diametro	11
3.1	Risposta al gradino unitario della funzione $G_\theta(s)$ in catena aperta	27
3.2	Schema PID di controllo del beccheggio	27
3.3	Variazione della sovraelongazione rispetto al margine di fase	29
3.4	Diagrammi di Bode di $-K_{PB}(s) \cdot G_\theta(s)$	29
3.5	Risposta al gradino per un angolo di beccheggio unitario con controllore PD	30
3.6	Schema di controllo per l'angolo di beccheggio e per la profondità del mezzo	31
3.7	Andamento della profondità con z_d pari a -1 m	32
3.8	Andamento dell'angolo di beccheggio con z_d pari a -1 m	32
3.9	Andamento della profondità rispetto al tempo con z_d pari a -1, -3, -5 m	33
3.10	Andamento dell'angolo di beccheggio con z_d pari a -1, -3, -5 m	33
3.11	Schema di controllo dell'angolo di imbardata	35
3.12	Risposta al gradino per un angolo di imbardata unitario	36
3.13	Schema di controllo del moto di deriva	36
3.14	Moto di deriva con comando di deriva unitario	37
3.15	Andamento angolo di imbardata per comando di deriva unitario	37
3.16	Moto di deriva rispetto al tempo con y_d pari a 1, 3, 5 m	38
3.17	Angolo di imbardata rispetto al tempo con y_d pari a 1, 3, 5 m	38

Elenco delle tabelle

1.1	Ambiti di applicazione degli AUV	7
1.2	Caratteristiche principali dell'AUV REMUS 100	8
2.1	Convenzione dello SNAME per i veicoli marini	9
2.2	Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice d'inerzia totale M	18
2.3	Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice centripeta e di Coriolis C	19
2.4	Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice di smorzamento idrodinamico D	22
2.5	Valori e variabili utilizzate per calcolare $g(\eta)$	23
2.6	Valori e variabili utilizzate per calcolare le componenti del vettore τ	24
3.1	Requisiti richiesti per il sistema di controllo del beccheggio	26
3.2	Influenza qualitativa delle azioni di un controllore PID sui parametri di progetto	28
3.3	Valori di ϕ_M e ω_c ottenuti nel dominio delle frequenze per alcuni valori di K_{DB}	30
3.4	Valori per la taratura del controllo di profondità	31

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Scopo della tesi

Un AUV (Autonomous Underwater Vehicle) è un veicolo subacqueo autonomo, a volte indicato anche come drone sottomarino, che viene impiegato sia in ambito civile che militare.

Lo stato dell'arte della rappresentazione matematica di un AUV prevede un modello a 6 gradi di libertà, i cui parametri fisici e idrodinamici vengono derivati sia in maniera sperimentale, misurando le prestazioni del veicolo reale, sia attraverso software di simulazione numerica complessi. Scopo della presente tesi è lo sviluppo di un modello matematico semplificato del moto di un AUV, in cui i parametri del modello possano essere ottenuti a partire da formule approssimate. Questo problema sarà affrontato, partendo dalla formulazione più generale del modello, da cui verranno derivate, sotto opportune ipotesi, delle equazioni semplificate del moto. I parametri necessari saranno calcolati a partire da formule presenti in letteratura. Poi verranno definiti gli schemi di controllo in retroazione per la profondità e il moto di deriva del veicolo e saranno tarati i relativi controllori di tipo PID, per rispondere a precise specifiche di progetto. I due modelli verranno implementati nell'ambiente Simulink di Matlab e saranno eseguite alcune simulazioni del moto del mezzo. Infine saranno presentati e discussi i risultati ottenuti. Per lo sviluppo del modello matematico dell'AUV verrà preso come riferimento un mezzo reale, il REMUS 100.

1.2 Classificazione e impieghi degli AUV

Gli AUV appartengono con i ROV (Remote Operated Vehicles) alla famiglia degli UUV (Unmanned Underwater Vehicles). Gli UUV sono veicoli subacquei capaci di operare in ambiente sottomarino con un certo grado di autonomia rispetto al controllo dell'essere umano. Gli AUV a differenza dei ROV sono autonomi dal punto di vista energetico e anche, in maniera più o meno accentuata a seconda del modello, dal punto di vista operativo. I ROV invece necessitano di un collegamento fisico costante sia energetico che operativo, con un mezzo di appoggio vicino.

I principali impieghi militari¹ e civili degli AUV sono riepilogati in Tabella 1.1.

Impieghi degli AUV	
Militari	Civili
Intelligence, sorveglianza e ricognizione	Industria estrattiva e mineraria
Operazioni di sminamento navale	Monitoraggio ambientale e cartografia
Guerra antisommergibile	Salvataggio e soccorso sottomarino
Ispezione e identificazione del bersaglio	Sicurezza della navigazione
Uso come mezzi d'attacco autonomi	Rilevazione archeologica
Comunicazione navale	Analisi e recupero di materiali da relitti
Trasporto sottomarino	Industria della pesca
Spionaggio	Raccolta di dati oceanografici

Tabella 1.1: Ambiti di applicazione degli AUV

1.3 Il REMUS 100

In questa tesi, è stato considerato come mezzo di riferimento per la forma dello scafo, le dimensioni e la velocità di crociera, l'AUV REMUS 100. La scelta è dovuta sia alla semplicità della forma del veicolo che alla presenza in letteratura di vari lavori che trattano della sua modellazione. Il REMUS 100 è inoltre un mezzo abbastanza recente e ancora diffuso, per molto tempo utilizzato anche dalla Marina degli Stati Uniti. In Figura 1.1 è riportata un'immagine del profilo laterale del mezzo. La serie REMUS (Remote Environmental Monitoring UnitS) prodotta da Hydroid Inc., è costituita da 4 veicoli subacquei autonomi: REMUS 6000, REMUS 600, REMUS 300 e REMUS 100. Il numero associato al nome indica la profondità massima a cui può arrivare il mezzo. Il REMUS 100 viene impiegato nel settore civile per



Figura 1.1: Profilo laterale del REMUS 100

la mappatura dei fondali, il monitoraggio ambientale, la pesca e le attività di ricerca e di recupero subacqueo. E' utilizzato anche in ambito militare per compiti di sorveglianza e

¹Fonte: Marina degli Stati Uniti, "Piano di impiego dei veicoli subacquei senza pilota". Tratto da Centro Militare di Studi Strategici. Ten. Ing. Andrea Perelli. "Rapporto di Ricerca 2013-AG-T-04. Sviluppi tecnologici della ricerca e dell'investigazione in campo subacqueo: analisi e valutazione delle possibili sinergie tra esigenze civili e militari."

di localizzazione di mine navali. In Tabella 1.2 sono riportate le principali caratteristiche tecniche del REMUS 100².

Parametro	Valore	Unità di misura
Lunghezza	1.6	m
Diametro	0.191	m
Velocità massima	2.5	m/s
Velocità di crociera	1.5	m/s
Autonomia massima con $v = 1.5$ m/s	22	h
Giri motore massimi	1500	rpm
Massa media	37	kg
Massima profondità operativa	100	m

Tabella 1.2: Caratteristiche principali dell'AUV REMUS 100

²Dati provenienti dalla brochure del REMUS 100 reperibile al seguente indirizzo internet: <https://pdf.nauticexpo.com/pdf/kongsberg-maritime/remus-100/31233-41039.html>

Capitolo 2

Modello matematico di un mezzo subacqueo

2.1 Sistemi di riferimento e variabili utilizzate

Per sviluppare il modello matematico dell'AUV è necessario innanzitutto definire due sistemi di riferimento differenti: uno solidale al mezzo, e uno inerziale solidale con la terra.

Il primo è indicato in letteratura anche come Body Fixed Frame o B-Frame. E' localizzato sul veicolo e si muove con esso. Viene utilizzato per definire le forze e i momenti esterni che agiscono sul mezzo. Il secondo è indicato anche come Earth Fixed Frame, Inertial Frame o I-Frame ed è un punto fisso sulla superficie terrestre necessario per misurare gli spostamenti del veicolo rispetto a quel punto fisso. Verrà utilizzato per definire le equazioni cinematiche del veicolo. I due sistemi di riferimento sono rappresentati in Figura 2.1.

Per il moto di un corpo nello spazio è anche utile definire una serie di variabili standard per indicare gli spostamenti, le velocità, le forze e i momenti dello stesso nelle varie direzioni di moto sia nel sistema di riferimento solidale con il corpo, sia in quello inerziale. In questa tesi verrà seguita la convenzione definita dallo SNAME³. La notazione completa per un mezzo che si muove nello spazio con sei gradi di libertà è riepilogata nella seguente tabella:

Tipo di moto	Nome	Forze e momenti	Velocità	Posiz. e angoli di Eulero
Moto lungo x	Surge (abbrivio)	$X(N)$	$u(ms^{-1})$	$x(m)$
Moto lungo y	Sway (deriva)	$Y(N)$	$v(ms^{-1})$	$y(m)$
Moto lungo z	Heave (sussulto)	$Z(N)$	$w(ms^{-1})$	$z(m)$
Rotazione su x	Roll (rollio)	$K(Nm)$	$p(rads^{-1})$	$\phi(rad)$
Rotazione su y	Pitch (beccheggio)	$M(Nm)$	$q(rads^{-1})$	$\theta(rad)$
Rotazione su z	Yaw (imbardata)	$N(Nm)$	$r(rads^{-1})$	$\psi(rad)$

Tabella 2.1: Convenzione dello SNAME per i veicoli marini

³Society of Naval Architects and Marine Engineers. Si tratta di un'organizzazione internazionale senza fini di lucro che raggruppa professionisti nel campo dell'industria navale e off-shore.

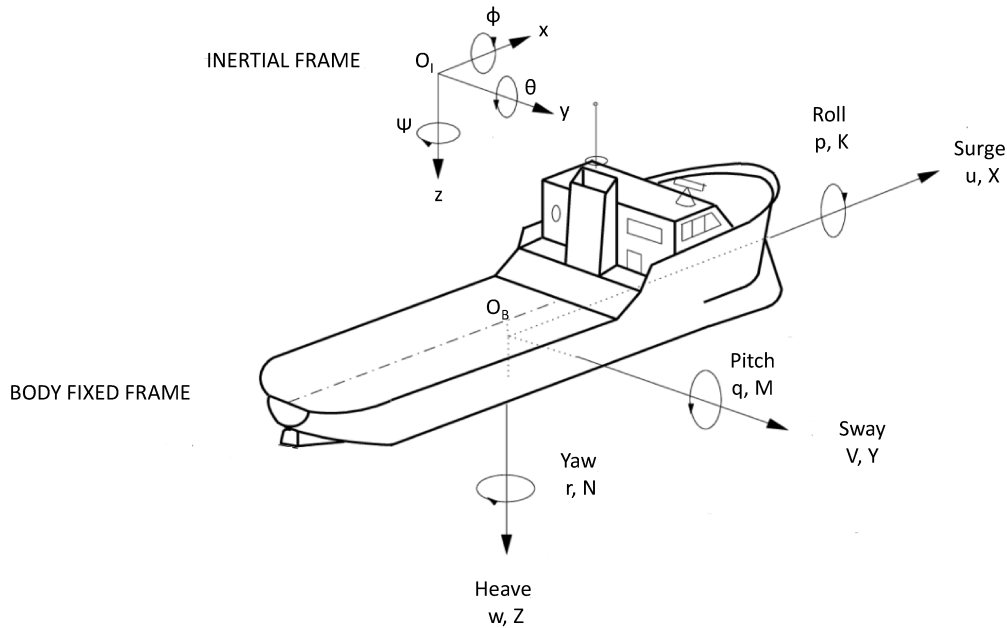


Figura 2.1: Rappresentazione di un mezzo navale nello spazio secondo la convenzione SNAME

Le variabili riportate in Tabella 2.1 possono essere rappresentate in maniera più compatta definendo:

- il vettore $\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ che rappresenta la posizione lineare e quella angolare del mezzo nel sistema di riferimento inerziale;
- il vettore $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$ che rappresenta la velocità lineare e quella angolare del veicolo nel sistema di riferimento solidale al mezzo;
- il vettore $\tau_{RB} = [X, Y, Z, K, M, N]^T$ che contiene le forze e i momenti che agiscono sul veicolo nel sistema di riferimento solidale al mezzo.

2.2 Ipotesi preliminari

Prima di procedere con lo sviluppo del modello matematico dell'AUV devono essere fatte alcune assunzioni preliminari, necessarie a semplificare la trattazione matematica del problema, permettendo comunque di ottenere risultati che descrivano con un'approssimazione accettabile, il comportamento del mezzo reale.

In primo luogo l'AUV viene considerato indeformabile e quindi può essere trattato come un corpo rigido permettendo l'applicazione delle note equazioni della meccanica razionale. Un'altra approssimazione che può essere fatta riguarda il profilo del veicolo. Lo scafo del REMUS 100 è caratterizzato da una forma detta 'torpedo shape' o a siluro che, come si può verificare dalla Figura 2.2 è molto simile a quella di un elissoide. La differenza tra le due curve, risulta minima nella poppa e nel corpo dell'AUV, mentre è maggiore a prua, dove il profilo reale risulta più grande. La sostituzione nella trattazione matematica della forma

reale del veicolo con uno scafo ellissoidale permetterà di utilizzare delle formule semplificate per calcolare molti parametri del modello.

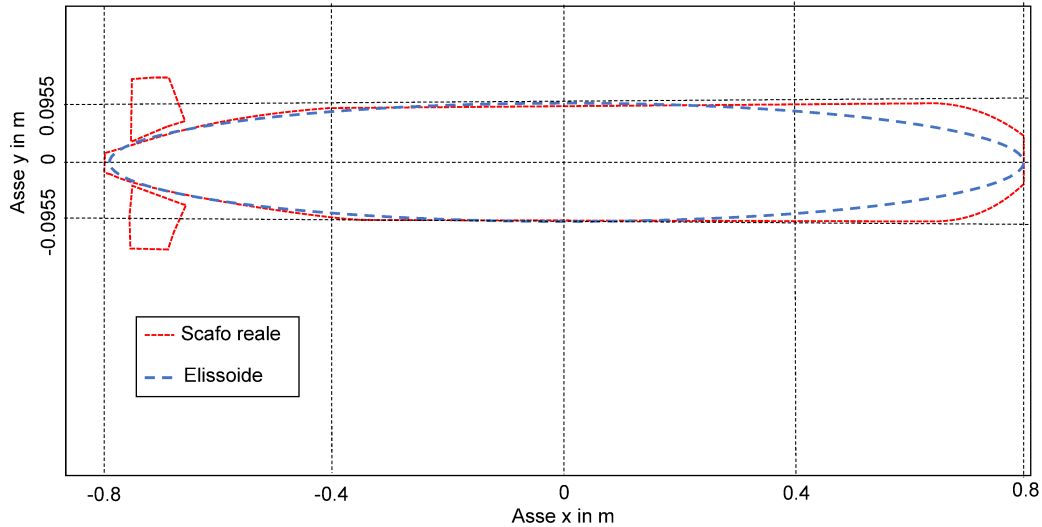


Figura 2.2: Confronto tra il profilo reale del REMUS 100 e quello di uno scafo ellissoidale della stessa lunghezza e diametro

Inoltre in accordo con Fossen ([3]) si ipotizza che il sistema costituito dal modello matematico del veicolo possa essere disaccoppiato, suddividendolo in due sottosistemi la cui mutua iterazione è considerata trascurabile.

Il primo è chiamato sottosistema longitudinale ed è caratterizzato dalle variabili u , w , q , e θ . Se le oscillazioni del veicolo lungo l'asse z sono piccole, anche w può essere considerata trascurabile. Ponendo u costante si ottiene un'ulteriore semplificazione del sottosistema longitudinale che risulta rappresentabile nelle variabili θ e q . Questo sottomodello viene utilizzato per descrivere la risposta del sistema dato in input un certo angolo di beccheggio e verrà impiegato per costruire lo schema di controllo della profondità del veicolo.

Il secondo sottosistema è quello laterale e comprende le variabili v , p , ϕ , r e ψ . Considerando il movimento di rollio del veicolo molto piccolo, ϕ e p possono essere considerate trascurabili. Con u costante si ottiene un sottomodello semplificato in v , r e ψ per descrivere la risposta del veicolo dato in input un certo angolo di imbardata. Questo sottomodello sarà utilizzato per implementare lo schema di controllo del moto di deriva del veicolo a profondità costante.

Infine verranno considerati trascurabili gli eventuali contributi dovuti a fattori ambientali come il moto ondoso, il vento e le correnti marine.

2.3 Modello cinematico

Nell'analisi del moto di un veicolo, è utile poter passare dal Body Fixed Frame all'Earth Fixed Frame, per poter ad esempio ottenere la sua traiettoria. Ricordando che il vettore $\eta = [x, y, z, \phi, \theta, \psi]^T$ definisce le variabili relative all'I-Frame e $\nu = [u, v, w, p, q, r]^T$ quelle nel B-Frame, è possibile utilizzare la relazione:

$$\dot{\eta} = J \cdot \nu \quad (2.1)$$

Dove J è chiamata matrice di rotazione di Eulero e può essere definita come:

$$J = \begin{bmatrix} J_1(\nu_2) & 0_{3 \times 3} \\ 0_{3 \times 3} & J_2(\nu_2) \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Con $0_{3 \times 3}$ matrice nulla e $J_1(\nu_2)$, $J_2(\nu_2)$ uguali a:

$$J_1(\nu_2) = \begin{bmatrix} \cos \psi \cos \theta & \cos \psi \sin \phi \sin \theta - \sin \psi \cos \phi & \sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta \\ \sin \psi \cos \theta & \cos \psi \cos \theta + \sin \theta \sin \psi \sin \phi & \sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi \\ -\sin \theta & \cos \theta \sin \phi & \cos \phi \cos \theta \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

$$J_2(\nu_2) = \begin{bmatrix} 1 & \sin \phi \tan \theta & \cos \phi \tan \theta \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & \frac{\sin \phi}{\cos \theta} & \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

Da notare che la matrice J non è univoca. In questa sede è stata utilizzata la convenzione x, y, z per specificare l'ordine di rotazione degli angoli di Eulero. Esprimendo in forma estesa l'Equazione 2.1 si possono quindi scrivere le equazioni cinematiche del veicolo:

$$\dot{x} = u \cos \psi \cos \theta + v(\cos \psi \sin \phi \sin \theta - \sin \psi \cos \phi) + w(\sin \psi \sin \phi + \cos \psi \cos \phi \sin \theta) \quad (2.5)$$

$$\dot{y} = u \sin \psi \cos \theta + v(\cos \psi \cos \theta + \sin \theta \sin \psi \sin \phi) + w(\sin \theta \sin \psi \cos \phi - \cos \psi \sin \phi) \quad (2.6)$$

$$\dot{z} = -u \sin \theta + v \cos \theta \sin \phi + w \cos \phi \cos \theta \quad (2.7)$$

$$\dot{\phi} = p + q \sin \phi \tan \theta + r \cos \phi \tan \theta \quad (2.8)$$

$$\dot{\theta} = q \cos \phi - r \sin \phi \quad (2.9)$$

$$\dot{\psi} = q \frac{\sin \phi}{\cos \theta} + r \frac{\cos \phi}{\cos \theta} \quad (2.10)$$

Nell'ipotesi di modello disaccoppiato possiamo considerare w , p , v e ϕ trascurabili e quindi uguali a zero. Inoltre le pale del veicolo sono fisse e il cambiamento di direzione e profondità

viene ottenuto con alette poste in coda al mezzo. Quindi la velocità lungo l'asse x del veicolo u può essere considerata costante e uguale a u_0 . Per angoli θ e ψ piccoli, i seni si possono confondere con gli angoli stessi e i coseni possono essere considerati uguali a 1, per cui si ottiene:

$$\dot{x} = u_0 \quad (2.11)$$

$$\dot{y} = u_0\psi \quad (2.12)$$

$$\dot{z} = -u_0\theta \quad (2.13)$$

$$\dot{\phi} = p \quad (2.14)$$

$$\dot{\theta} = q \quad (2.15)$$

$$\dot{\psi} = r \quad (2.16)$$

2.4 Modello dinamico

Per derivare il modello dinamico dell'AUV verranno utilizzate le equazioni della dinamica di Eulero per la conservazione della quantità di moto \vec{p}_c e del momento angolare \vec{h}_c :

$$\begin{aligned} \dot{\vec{p}}_c &= \vec{f}_c \quad \text{con} \quad \vec{p}_c = m\vec{v}_c \\ \dot{\vec{h}}_c &= \vec{m}_c \quad \text{con} \quad \vec{h}_c = I_c\vec{\omega}_{ib} \end{aligned} \quad (2.17)$$

Con \vec{f}_c e \vec{m}_c vengono indicate le forze e i momenti che agiscono nel centro di gravità del corpo rigido e con I_c e $\vec{\omega}_c$ rispettivamente il momento d'inerzia riferito al centro di massa del veicolo e il vettore della velocità angolare. Sviluppando tali espressioni si ottiene il modello dinamico a sei gradi di libertà del corpo rigido. Le prime tre equazioni descrivono il moto traslatorio del corpo e le ultime tre il moto rotatorio del corpo.

$$\begin{aligned} m[\dot{u} - vr + wq - x_g(q^2 + r^2) + y_g(pq - \dot{r}) + z_g(pr + \dot{q})] &= X \\ m[\dot{v} - wp + ur - y_g(r^2 + p^2) + z_g(qr - \dot{p}) + x_g(qp + \dot{r})] &= Y \\ m[\dot{w} - uq + vp - z_g(q^2 + p^2) + x_g(rp - \dot{q}) + y_g(rp + \dot{p})] &= Z \\ I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr - (\dot{r} + pq)I_{xz} + (r^2 - q^2)I_{xy} + (pr - \dot{q})I_{xz} \\ + m[y_g(\dot{W} - uq + vp) - z_g(\dot{v} - wp + ur)] &= K \\ I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp - (\dot{p} + qr)I_{yx} + (p^2 - r^2)I_{yy} + (qp - \dot{r})I_{yz} \\ + m[z_g(\dot{u} - vr + wq) - x_g(\dot{v} - uq + vp)] &= M \\ I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq - (\dot{q} + rp)I_{xz} + (q^2 - p^2)I_{zy} + (rq - \dot{p})I_{zz} \\ + m[x_g(\dot{v} - wp + ur) - y_g(\dot{u} - vr + qw)] &= N \end{aligned} \quad (2.18)$$

Dove m è la massa del mezzo, x_g , y_g e z_g sono le componenti del vettore r_g che misura la distanza tra il baricentro e il centro del sistema di riferimento del corpo rigido, $I_{i,j}$, $\forall i, j \in x, y, z$ il suo tensore d'inerzia e X, Y, Z, M, N, K i valori delle forze e dei momenti esterni. Ipotizzando che il centro del sistema di riferimento solidale al corpo rigido coincida con il baricentro dello stesso, il vettore r_g ha componenti nulle e il tensore d'inerzia ha valori non nulli solo sulla diagonale, ottenendo una versione semplificata delle equazioni di cui al punto (2.18):

$$\begin{aligned}
 m(\dot{u} - vr + wq) &= X \\
 m(\dot{v} - wp + ur) &= Y \\
 m[\dot{w} - uq + vp] &= Z \\
 I_{xx}\dot{p} + (I_{zz} - I_{yy})qr &= K \\
 I_{yy}\dot{q} + (I_{xx} - I_{zz})rp &= M \\
 I_{zz}\dot{r} + (I_{yy} - I_{xx})pq &= N
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Fossen in [3] ha sviluppato una forma compatta delle Equazioni in (2.19) per descrivere la dinamica del corpo rigido applicata ai mezzi navali e subacquei. Ponendo:

$$M_{RB} = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{xx} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & I_{zz} \end{bmatrix} \tag{2.20}$$

$$C_{RB} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & mw & -mv \\ 0 & 0 & 0 & -mw & 0 & mu \\ 0 & 0 & 0 & mv & -mu & 0 \\ 0 & mw & -mv & 0 & I_{zz}r & -I_{yy}q \\ -mw & 0 & mu & I_{xx}r & 0 & -I_{zz}p \\ mv & -mu & 0 & I_{yy}q & -I_{xx}p & 0 \end{bmatrix} \tag{2.21}$$

Si ottiene l'equazione:

$$M_{RB}\dot{\nu} + C_{RB}(\nu)\nu = \tau_{RB} \tag{2.22}$$

Dove:

- M_{RB} è la matrice d'inerzia del corpo rigido;
- C_{RB} è la matrice centripeta e di Coriolis del corpo rigido;

- τ_{RB} è il vettore delle forze e dei momenti esterni;
- $\dot{\nu} = [\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}, \dot{p}, \dot{q}, \dot{r}]$ è il vettore delle accelerazioni nel sistema di riferimento solidale al corpo rigido;
- $\nu = [u, v, w, p, q, r]$ è il vettore delle velocità nel sistema di riferimento solidale al corpo rigido.

In τ_{RB} vengono raggruppati tutti i termini relativi alle forze e ai momenti esterni che agiscono sul mezzo mentre questo viaggia immerso in un liquido. Sempre Fossen ha sviluppato per τ_{RB} la seguente espressione:

$$\tau_{RB} = -M_A \dot{\nu} - C_A(\nu)\nu - D(\nu)\nu - g(\eta) + \tau \quad (2.23)$$

Dove:

- M_A è la matrice d'inerzia delle masse aggiunte;
- C_A è la matrice centripeta e di Coriolis delle masse aggiunte;
- D è la matrice di smorzamento idrodinamico;
- $g(\eta)$ è il vettore delle forze e dei momenti di ripristino;
- τ descrive gli effetti del sistema di propulsione e delle superfici di controllo del mezzo, come le alette verticali per il controllo della deriva e le alette laterali per il controllo della profondità.

Si potrebbero aggiungere anche altri termini che tengono conto degli effetti ambientali, come il vento, le onde superficiali e le correnti sottomarine, che qui però verranno considerati trascurabili. Sostituendo l'espressione di τ_{RB} nell'Equazione 2.22 e raggruppando M_{RB} e M_A in M e C_{RB} e C_A in C si ottiene la forma più generale dell'equazione di Fossen per i mezzi navali e subacquei:

$$\begin{aligned} M\dot{\nu} + C(\nu)\nu + D(\nu)\nu + g(\eta) &= \tau \\ M &= M_{RB} + M_A \quad , \quad C = C_{RB} + C_A \end{aligned} \quad (2.24)$$

Nei prossimi paragrafi verranno sviluppate le componenti dell'Equazione 2.24 nel caso di modello disaccoppiato e ne verranno calcolati i valori numerici.

2.4.1 Matrice d'inerzia totale

Quando un veicolo subacqueo si muove sott'acqua, il suo moto accelera la massa di fluido a contatto con lo scafo. Il fluido accelerato produce una forza che si oppone al moto del

mezzo. Questa forza può anche essere vista come una massa aggiuntiva rispetto a quella del veicolo. Per tener conto di questo fenomeno viene aggiunta alla matrice d'inerzia del veicolo M_{RB} una matrice delle masse e dei momenti d'inerzia aggiunti M_A necessaria a tener conto di questo fenomeno. La loro somma viene chiamata M matrice d'inerzia totale.

$$M_A = - \begin{bmatrix} X_{\dot{u}} & X_{\dot{v}} & X_{\dot{w}} & X_{\dot{p}} & X_{\dot{q}} & X_{\dot{r}} \\ Y_{\dot{u}} & Y_{\dot{v}} & Y_{\dot{w}} & Y_{\dot{p}} & Y_{\dot{q}} & Y_{\dot{r}} \\ Z_{\dot{u}} & Z_{\dot{v}} & Z_{\dot{w}} & Z_{\dot{p}} & Z_{\dot{q}} & Z_{\dot{r}} \\ K_{\dot{u}} & K_{\dot{v}} & K_{\dot{w}} & K_{\dot{p}} & K_{\dot{q}} & K_{\dot{r}} \\ M_{\dot{u}} & M_{\dot{v}} & M_{\dot{w}} & M_{\dot{p}} & M_{\dot{q}} & M_{\dot{r}} \\ N_{\dot{u}} & N_{\dot{v}} & N_{\dot{w}} & N_{\dot{p}} & N_{\dot{q}} & N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.25)$$

I componenti della matrice M_A possono essere caratterizzati come massa aggiunta lungo un certo asse, prodotta dall'accelerazione del fluido lungo un altro asse. Ad esempio la massa aggiunta $Y_{\dot{u}}$ è quella prodotta lungo l'asse y dall'accelerazione \dot{u} del fluido lungo l'asse x , secondo la formula:

$$Y_{\dot{u}} = \frac{\partial Y}{\partial \dot{u}} \quad (2.26)$$

Quindi la matrice M può essere scritta come:

$$M = \begin{bmatrix} m - X_{\dot{u}} & -X_{\dot{v}} & -X_{\dot{w}} & -X_{\dot{p}} & -X_{\dot{q}} & -X_{\dot{r}} \\ -Y_{\dot{u}} & m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{w}} & -Y_{\dot{p}} & -Y_{\dot{q}} & -Y_{\dot{r}} \\ -Z_{\dot{u}} & -Z_{\dot{v}} & m - Z_{\dot{w}} & -Z_{\dot{p}} & -Z_{\dot{q}} & -Z_{\dot{r}} \\ -K_{\dot{u}} & -K_{\dot{v}} & -K_{\dot{w}} & I_{xx} - K_{\dot{p}} & -K_{\dot{q}} & -K_{\dot{r}} \\ -M_{\dot{u}} & -M_{\dot{v}} & -M_{\dot{w}} & -M_{\dot{p}} & I_{yy} - M_{\dot{q}} & -M_{\dot{r}} \\ -N_{\dot{u}} & -N_{\dot{v}} & -N_{\dot{w}} & -N_{\dot{p}} & -N_{\dot{q}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

E applicando l'ipotesi di spezzare il modello in due sottosistemi disaccoppiati si ottiene infine:

$$M = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m - Y_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{r}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 \\ 0 & -N_{\dot{v}} & 0 & 0 & 0 & I_{zz} - N_{\dot{r}} \end{bmatrix} \quad (2.28)$$

Per il calcolo della maggior parte dei valori della matrice M sono state utilizzate le formule sviluppate da Imlay ([4]) per uno scafo di forma ellissoidale, dove viene trascurato il contributo

delle masse aggiunte dalle alette di coda del mezzo:

$$m = \frac{4}{3}\pi\rho ab^2 \quad (2.29)$$

$$I_{yy} = \frac{m}{5}(a^2 + b^2) \quad (2.30)$$

$$I_{zz} = I_{yy} \quad (2.31)$$

$$e = \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} \quad (2.32)$$

$$\alpha_0 = 2 \left(\frac{1 - e^2}{e^3} \right) \left(0.5 \log \frac{1 + e}{1 - e} - e \right) \quad (2.33)$$

$$\beta_0 = \frac{1}{e^2} - \left(\frac{1 - e^2}{2e^3} \right) \left(\frac{\log(1 + e)}{1 - e} \right) \quad (2.34)$$

$$Y_{\dot{v}} = \left(\frac{-\beta_0}{2 - \beta_0} \right) m \quad (2.35)$$

$$M_{\dot{q}} = - \left(\frac{m}{5} \right) \frac{(b^2 - a^2)^2(\alpha_0 - \beta_0)}{2(b^2 - a^2) + (b^2 + a^2)(\alpha_0 - \beta_0)} \quad (2.36)$$

$$N_{\dot{r}} = M_{\dot{q}} \quad (2.37)$$

Per il calcolo di $Y_{\dot{r}}$ e $N_{\dot{v}}$ verrà utilizzata la teoria della striscia applicata allo scafo del veicolo, come riportato da Mishra ([2]) e da Prestero ([5]). La massa per unità di lunghezza dello scafo m_a può essere scritta come:

$$m_a(x) = \pi\rho R^2(x) \quad (2.38)$$

Mentre per il raggio $R(x)$ dello scafo in funzione della coordinata x può essere utilizzata la seguente funzione che interpola un ellissoide:

$$R(x) = -0.007147x^4 + 1.16^{-16}x^3 - 0.02901x^2 - 2.089^{-17}x + 0.07787 \quad (2.39)$$

Che porta infine a:

$$Y_{\dot{r}} = N_{\dot{v}} = \int_{-l/2}^{l/2} x \cdot m_a(x) dx \quad (2.40)$$

Nome	Valore	Unità di misura	Descrizione
ρ	1030	kg/m^3	Densità dell'acqua salata
g	9.81	m/s^2	Accelerazione di gravità
m	31.48	kg	Massa del mezzo
I_{yy}	4.09	$kg \cdot m^2$	Componente del tensore d'inerzia lungo y
I_{zz}	4.09	$kg \cdot m^2$	Componente del tensore d'inerzia lungo z
l	1.6	m	Lunghezza dello scafo
d	0.191	m	Diametro massimo dello scafo
a	0.8	m	Semiassse maggiore dell'elissoide che approssima lo scafo
b	0.0955	m	Semiassse minore dell'elissoide che approssima lo scafo
e	0.9928	–	Eccentricità elisse
α_0	0.0531	–	Coefficiente di Imlay per il semiassse a
β_0	0.973	–	Coefficiente di Imlay per il semiassse b
$Y_{\dot{v}}$	-29.85	kg	Massa aggiunta lungo y dall'acc. del fluido lungo y
$Y_{\dot{r}}$	≈ 0	$kg \cdot m$	Massa per unità di lung. lungo y dall'acc. del fluido lungo z
$M_{\dot{q}}$	-3.47	$kg \cdot m^2$	M. d'inerzia agg. lungo y dall'acc. angolare lungo y
$N_{\dot{v}}$	≈ 0	$kg \cdot m$	Massa per unità di lung. lungo z dall'acc. lungo y
$N_{\dot{r}}$	-3.47	$kg \cdot m^2$	M. d'inerzia agg. lungo y dall'acc. angolare lungo z

Tabella 2.2: Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice d'inerzia totale M

In Tabella 2.2 vengono riepilogati i valori della matrice d'inerzia totale M e quelli delle variabili utilizzate nelle formule per calcolarli.

2.4.2 Matrice centripeta e di Coriolis

Per la matrice centripeta e di Coriolis valgono le stesse considerazioni fatte per la matrice d'inerzia. Il fluido spostato dal mezzo in movimento genera delle masse apparenti che aumentano la forza centripeta e di Coriolis che agisce effettivamente sul veicolo. La matrice C_A può essere scritta come:

$$C_A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v \\ 0 & 0 & 0 & Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u \\ 0 & 0 & 0 & -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 \\ 0 & -Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v & 0 & -N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q \\ Z_{\dot{w}}w & 0 & -X_{\dot{u}}u & N_{\dot{r}}r & 0 & -K_{\dot{p}}p \\ -Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u & 0 & -M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Che sommata a C_{RB} porta a:

$$C = \begin{bmatrix} 0_{3 \times 3} & C_1 \\ C_2 & C_3 \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Con:

$$C_1 = \begin{bmatrix} 0 & mw - Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v - mv \\ Z_{\dot{w}}w - mw & 0 & mu - X_{\dot{u}}u \\ mv - Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u - mu & 0 \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

$$C_2 = \begin{bmatrix} 0 & mw - Z_{\dot{w}}w & Y_{\dot{v}}v - mv \\ Z_{\dot{w}}w - mw & 0 & X_{\dot{u}}u + mu \\ mv - Y_{\dot{v}}v & X_{\dot{u}}u - mu & 0 \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

$$C_3 = \begin{bmatrix} 0 & I_z r - N_{\dot{r}}r & M_{\dot{q}}q - I_y q \\ N_{\dot{r}}r + I_x r & 0 & -I_z p - K_{\dot{p}}p \\ I_y q - M_{\dot{q}}q & K_{\dot{p}}p - I_x p & 0 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Applicando l'ipotesi di spezzare il modello in due sottosistemi disaccoppiati e fissando $u = u_0$ si ottiene infine:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & u_0(m - X_{\dot{u}}) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -u_0(m - X_{\dot{u}}) & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Per il calcolo di $X_{\dot{u}}$ si usa una delle espressioni di Imlay già utilizzate per la matrice M :

$$X_{\dot{u}} = -m \left(\frac{\alpha_0}{2 - \alpha_0} \right) \quad (2.47)$$

I valori e le variabili utilizzate per calcolare la matrice centripeta e di Coriolis C sono riportati in Tabella 2.3.

Nome	Valore	Unità di misura	Descrizione
u_0	1.5	m/s	Velocità del mezzo lungo l'asse x
$X_{\dot{u}}$	-0.86	kg	Massa agg. lungo x dall'acc. del fluido lungo x
$u_0(m - X_{\dot{u}})$	48.51	$kg \cdot m/s$	-

Tabella 2.3: Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice centripeta e di Coriolis C

2.4.3 Matrice di smorzamento idrodinamico

Quando un veicolo subacqueo si muove in un fluido viscoso, genera forze di resistenza e di portanza che sono rappresentate dalla matrice D di smorzamento idrodinamico. Utilizzando l'approccio contenuto in Mishra ([2]), la generica componente della matrice D , può essere

scritta come somma della resistenza dello scafo e delle masse aggiunte e della portanza dello scafo e delle alette per il controllo del mezzo. Ad esempio Y_v può essere calcolato come somma di: Y_{vc} resistenza dello scafo, Y_{va} resistenza dovuta alle masse aggiunte, Y_{vl} portanza dello scafo e Y_{vf} portanza delle alette.

$$D = - \begin{bmatrix} X_u & X_v & X_w & X_p & X_q & X_r \\ Y_u & Y_v & Y_w & Y_p & Y_q & Y_r \\ Z_u & Z_v & Z_w & Z_p & Z_q & Z_r \\ K_u & K_v & K_w & K_p & K_q & K_r \\ M_u & M_v & M_w & M_p & M_q & M_r \\ N_u & N_v & N_w & N_p & N_q & N_r \end{bmatrix} \quad (2.48)$$

Applicando l'ipotesi di spezzare il modello in due sottosistemi disaccoppiati e fissando $u = u_0$, dalla matrice del punto (2.48) si ottiene infine:

$$D = - \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Y_v & 0 & 0 & 0 & Y_r \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & M_q & 0 \\ 0 & N_v & 0 & 0 & 0 & N_r \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Di seguito sono riepilogate le formule usate per calcolare i valori non nulli della matrice di smorzamento idrodinamico D . In Tabella 2.4 invece vengono riepilogati i valori numerici ottenuti e quelli delle variabili utilizzate per calcolarli. I coefficienti utilizzati sono derivati dal lavoro di Prestero ([5]) e da quello di Mishra ([2]).

$$\begin{aligned} Y_v &= Y_{vc} + Y_{vl} + Y_{vf} + Y_{va} \\ Y_{vc} &= -\frac{1}{2} \cdot m_v \cdot \rho \cdot C_{dc} \int_{-l/2}^{l/2} 2 \cdot R(x) dx - \rho \cdot S_{fin} \cdot C_{dc} \cdot m_v \\ Y_{vl} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d^2 \cdot C_{yd\beta} \cdot u_0 \\ Y_{vf} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{L\alpha} \cdot S_{fin} \cdot u_0 \\ Y_{va} &\approx 0 \end{aligned} \quad (2.50)$$

$$\begin{aligned}
Y_r &= Y_{rc} + Y_{rl} + Y_{rf} + Y_{ra} \\
Y_{rc} &= -\frac{1}{2} \cdot m_v \cdot \rho \cdot C_{dc} \int_{-l/2}^{l/2} 2 \cdot R(x) \cdot x^2 dx - \rho \cdot S_{fin} \cdot C_{dc} \cdot m_v \\
Y_{rl} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d^2 \cdot C_{y d \beta} \cdot u_0 \cdot x_{cp}^2 \\
Y_{rf} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{L\alpha} \cdot S_{fin} \cdot u_0 \cdot x_{fin} \\
Y_{ra} &= X_{\dot{u}} \cdot u_0
\end{aligned} \tag{2.51}$$

$$\begin{aligned}
N_v &= N_{vc} + N_{vl} + N_{vf} + N_{va} \\
N_{vc} &= -\frac{1}{2} \cdot m_v \cdot \rho \cdot C_{dc} \int_{-l/2}^{l/2} 2 \cdot R(x) \cdot x dx - \rho \cdot S_{fin} \cdot C_{dc} \cdot m_v \cdot x_{fin} \\
N_{vl} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d^2 \cdot C_{y d \beta} \cdot u_0 \cdot x_{cp} \\
N_{vf} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{L\alpha} \cdot S_{fin} \cdot u_0 \cdot x_{fin} \\
N_{va} &= -(X_{\dot{u}} - Y_{\dot{v}}) \cdot u_0
\end{aligned} \tag{2.52}$$

$$\begin{aligned}
N_r &= N_{rc} + N_{rl} + N_{rf} + N_{ra} \\
N_{rc} &= -\frac{1}{2} \cdot m_v \cdot \rho \cdot C_{dc} \int_{-l/2}^{l/2} 2 \cdot R(x) \cdot x^3 dx - \rho \cdot S_{fin} \cdot C_{dc} \cdot m_v \cdot x_{fin}^3 \\
N_{rl} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot d^2 \cdot C_{y d \beta} \cdot u_0 \cdot x_{cp}^2 \\
N_{rf} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{L\alpha} \cdot S_{fin} \cdot u_0 \cdot x_{fin}^2 \\
N_{ra} &= Y_r \cdot u_0
\end{aligned} \tag{2.53}$$

$$\begin{aligned}
M_q &= M_{qf} + M_{qa} + M_{qc} + M_{ql} \\
M_{qc} &= -\frac{1}{2} \cdot m_q \cdot \rho \cdot C_{dc} \int_{-l/2}^{l/2} 2 \cdot R(x) \cdot x^3 dx - \rho \cdot S_{fin} \cdot C_{dc} \cdot m_q \cdot x_{fin}^3 \\
M_{qa} &= -Z_q \cdot u_0 \\
M_{qc} &= -\frac{1}{2} \cdot \rho \cdot C_{L\alpha} \cdot S_{fin} \cdot u_0 \cdot x_{fin}^2 \\
M_{ql} &\approx 0
\end{aligned} \tag{2.54}$$

Nome	Valore	Unità di misura	Descrizione
m_v	0.12	m/s	Coefficiente della velocità di deriva
m_q	0.3	m/s	Coefficiente della velocità di beccheggio
C_{dc}	1.10	–	Coefficiente di portanza cilindrica
S_{fin}	0.00665	m^2	Superficie totale alette
C_{ydB}	1.2	–	Coefficiente di portanza di Hoerner
$C_{L\alpha}$	3.12	–	Coefficiente di portanza alette
x_{cp}	–0.321	m	Centro di pressione
x_{fin}	–0.638	m	Distanza asse alette dal centro di massa
M_q	–9.79	$kg \cdot m^2/s$	Coeff. di portanza att. x dovuto al moto di beccheggio
N_r	–6.31	$kg \cdot m^2/s$	Coeff. di portanza att. z dovuto al moto di imbardata
N_v	–40.80	$kg \cdot m/s$	Coeff. di portanza att. z dovuto al moto di abbrivio
Y_r	4.43	$kg \cdot m/s$	Coeff. di portanza lungo y dovuto al moto di imbardata
Y_v	–66.21	kg/s	Coeff. di portanza lungo y dovuto al moto di deriva

Tabella 2.4: Valori e variabili utilizzate per calcolare la matrice di smorzamento idrodinamico D

2.4.4 Vettore delle forze e dei momenti di ripristino

Le forze e i momenti di ripristino tengono conto degli effetti delle forze di gravità e di galleggiamento sul moto del mezzo. Il vettore $g(\eta)$ può essere scritto come:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} (W - B) \sin \theta \\ -(W - B) \cos \theta \sin \phi \\ -(W - B) \cos \theta \cos \phi \\ -(y_g W - y_b B) \cos \theta \cos \phi + (z_g W - z_b B) \cos \theta \sin \phi \\ (z_g W - z_b B) \sin \theta + (x_g W - x_b B) \cos \theta \cos \phi \\ -(x_g W - x_b B) \cos \theta \sin \phi - (y_g W - y_b B) \sin \phi \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

Dove con W viene indicata la forza peso del veicolo, con B la forza di galleggiamento e con $r_b = [x_b, y_b, z_b]^T$ il vettore che indica la distanza tra l'origine del B-frame e il centro di galleggiamento del veicolo. Inoltre per garantire la stabilità al rollio del mezzo è necessario che il centro di galleggiamento sia posizionato sull'asse z, sopra il centro di massa. Ricordando che il centro di massa è posizionato nell'origine del B-Frame avremo che $r_b = [0, 0, z_b]^T$. Per piccoli angoli, avremo anche che i seni degli angoli riportati in $g(\eta)$ possono essere approssimati con l'angolo stesso, mentre i coseni possono essere considerati uguale a 1. Inoltre, secondo Fossen, per veicoli subacquei di densità simile a quella dell'acqua, si può supporre $W = B$. Queste considerazioni portano a ottenere:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -z_b B \phi \\ -z_b B \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

Ponendo poi $M_\theta = -z_b B$ e facendo l'ipotesi di modello disaccoppiato, $g(\eta)$ diventa:

$$g(\eta) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ M_\theta \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.57)$$

Le variabili e i valori utilizzati per calcolare $g(\eta)$ sono ricapitolati in Tabella 2.5.

Nome	Valore	Unità di misura	Descrizione
B	308.81	N	Forza di galleggiamento
z_b	0.02	m	Coordinata z del centro di galleggiamento
M_θ	-6.18	$N \cdot m$	Coefficiente delle forze di ripristino

Tabella 2.5: Valori e variabili utilizzate per calcolare $g(\eta)$

2.4.5 Sistema di propulsione e di controllo

Il REMUS 100 presenta un sistema di propulsione elettrico, fornito di una singola elica ad asse fisso a tre pale. E' dotato di 4 alette direzionali a poppa del mezzo: due laterali per il controllo della profondità e due verticali per il controllo della direzione. Le alette laterali e verticali sono indipendenti e lavorano a coppie. La derivazione delle forze originate dal sistema di propulsione e controllo è ripresa da Fossen ([3]) e Prestero ([5]).

L'azione del sistema di propulsione genera una forza X_{prop} in abbrivio (surge) e un momento di rollio (roll) K_{prop} . La forza generata dalle alette verticali che controllano la direzione del mezzo ha una componente X_{rudder} di abbrivio e Y_{rudder} di deriva e momento N_{rudder} di imbardata. La forza generata dalle alette laterali che controllano la profondità del mezzo ha una componente X_{stern} di sussulto e Z_{stern} di abbrivio e momento M_{stern} di beccheggio (pitch). Da queste considerazioni discende che il vettore τ delle forze e dei momenti di controllo e propulsione può essere scritto come:

$$\tau = \begin{bmatrix} X_{prop} + X_{rudder} + X_{stern} \\ Y_{rudder} \\ Z_{stern} \\ K_{prop} \\ M_{stern} \\ N_{rudder} \end{bmatrix} \quad (2.58)$$

Facendo l'ipotesi di modello disaccoppiato, τ diventa:

$$\tau = \begin{bmatrix} 0 \\ Y_{rudder} \\ 0 \\ 0 \\ M_{stern} \\ N_{rudder} \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Prestero ([5]) suggerisce le seguenti formule per ricavare gli elementi non nulli del vettore τ , le cui variabili e valori sono ricapitolati in Tabella 2.6. Gli angoli di deflessione delle alette sono legati agli angoli di beccheggio e imbardata e quindi sono variabili di ingresso del modello del veicolo.

$$\begin{aligned} Y_{rudder} &= Y_{\delta_r} \cdot \delta_r \quad \text{con} \quad Y_{\delta_r} = -\rho \cdot S_{fin} \cdot C_{L\alpha} \cdot u_0^2 \\ N_{rudder} &= N_{\delta_r} \cdot \delta_r \quad \text{con} \quad N_{\delta_r} = -\rho \cdot S_{fin} \cdot C_{L\alpha} \cdot u_0^2 \cdot x_r \\ M_{stern} &= M_{\delta_s} \cdot \delta_s \quad \text{con} \quad M_{\delta_s} = -\rho \cdot S_{fin} \cdot C_{L\alpha} \cdot u_0^2 \cdot x_s \end{aligned} \quad (2.60)$$

Nome	Valore	Unità di misura	Descrizione
δ_r	—	<i>rad</i>	Angolo di deflessione alette verticali
δ_s	—	<i>rad</i>	Angolo di deflessione alette laterali
x_s	0.8	<i>m</i>	Pos. alette laterali rispetto centro di massa
x_r	0.8	<i>m</i>	Pos. alette verticali rispetto centro di massa
Y_{δ_r}	-48.08	<i>N</i>	Coeff. della forza di contr. delle alette vert.
N_{δ_r}	-38.47	<i>N · m</i>	Coeff. del momento di contr. delle alette vert.
M_{δ_s}	-38.47	<i>N · m</i>	Coeff. del momento di contr. delle alette lat.

Tabella 2.6: Valori e variabili utilizzate per calcolare le componenti del vettore τ

Capitolo 3

Modello di controllo dell'AUV

3.1 Controllo della profondità

3.1.1 Funzione di trasferimento dell'angolo di beccheggio

Il controllo della profondità dell'AUV è collegato, dal punto di vista matematico, al controllo dell'angolo di beccheggio del mezzo. Infatti l'Equazione 2.13, della cinematica del veicolo, lega la derivata della profondità con l'angolo di beccheggio:

$$\dot{z} = -u_0\theta \quad (3.1)$$

Partendo dall'Equazione 2.24 possiamo ricavare la seguente equazione di bilancio per il moto di beccheggio in q :

$$(I_{yy} - M_{\dot{q}})\dot{q} - M_q q - M_\theta \theta = M_{\delta_s} \delta_s \quad (3.2)$$

Questa può essere riferita all'angolo di beccheggio θ utilizzando l'equazione cinematica:

$$\dot{\theta} = q \quad (3.3)$$

In forma più compatta si può anche scrivere:

$$\begin{bmatrix} I_{yy} - M_{\dot{q}} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{z} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -M_q & 0 & -M_\theta \\ 0 & 0 & u_0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} q \\ z \\ \theta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{\delta_s} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_s \end{bmatrix} \quad (3.4)$$

Applicando la trasformata di Laplace alle Equazioni 3.2 e 3.3 si ottiene la funzione di trasferimento che lega l'angolo delle alette laterali δ_s con l'angolo di beccheggio θ :

$$(I_{yy} - M_{\dot{q}})sQ - M_q Q - M_\theta \Theta = M_{\delta_s} \cdot \delta_s \quad (3.5)$$

$$Q = s\Theta \quad (3.6)$$

Sostituendo l'Equazione 3.6 nell'Equazione 3.5 si ottiene:

$$(I_{yy} - M_{\dot{q}})s^2\Theta - M_q s\Theta - M_\theta\Theta = M_{\delta_s} \cdot \delta_s \quad (3.7)$$

Da cui si ricava la funzione di trasferimento del veicolo:

$$G_\theta(s) = \frac{\Theta(s)}{\delta_s(s)} = \frac{M_{\delta_s}}{(I_{yy} - M_{\dot{q}})s^2 - M_q s - M_\theta} \quad (3.8)$$

Inserendo i valori numerici dei parametri ricavati nel Paragrafo 2.4 si arriva infine a:

$$\frac{\Theta(s)}{\delta_s(s)} = \frac{-5.089}{s^2 + 1.296 \cdot s + 0.8171} \quad (3.9)$$

3.1.2 Funzione di trasferimento della profondità

Per legare l'angolo di beccheggio con la profondità si può applicare la trasformata di Laplace all'Equazione 3.1 ottenendo:

$$Z(s) = -\frac{u_0 \cdot \Theta(s)}{s} \quad (3.10)$$

E sostituendo il valore numerico della velocità del mezzo nell'Equazione 3.26:

$$G_z(s) = \frac{Z(s)}{\Theta(s)} = -\frac{u_0}{s} = -\frac{1.5}{s} \quad (3.11)$$

3.1.3 Schema di controllo del beccheggio

Lo schema di controllo della profondità dell'AUV è costituito da due controllori PID, uno interno per il controllo dell'angolo di beccheggio e uno esterno per il controllo della profondità. In questo paragrafo verrà definita la struttura dell'anello di controllo di beccheggio. Per prima cosa verranno fissate le specifiche di progetto che il sistema deve soddisfare. I requisiti richiesti sono riportati in Tabella 3.1.

Simbolo	Valore Massimo	Unità di misura	Descrizione
T_r	0.2	s	Tempo di salita o rise time
$e(\infty)$	0.02	—	Errore a regime o steady state error
OS	10	%	Overshoot o sovraelongazione percentuale

Tabella 3.1: Requisiti richiesti per il sistema di controllo del beccheggio

In secondo luogo deve essere verificato con una simulazione, il rispetto di tali requisiti da parte della funzione di trasferimento $G_\theta(s)$ in catena aperta.

L'ambiente di modellazione e simulazione utilizzato per questo elaborato è l'applicativo Simulink di Matlab. Il solutore utilizzato è un ODE-45 (Dormand-Prince) a passo variabile. Le simulazioni hanno tutte una durata di 20 secondi.

Applicando un angolo di beccheggio unitario a $G_\theta(s)$ si ottiene la risposta al gradino di Figura 3.1.

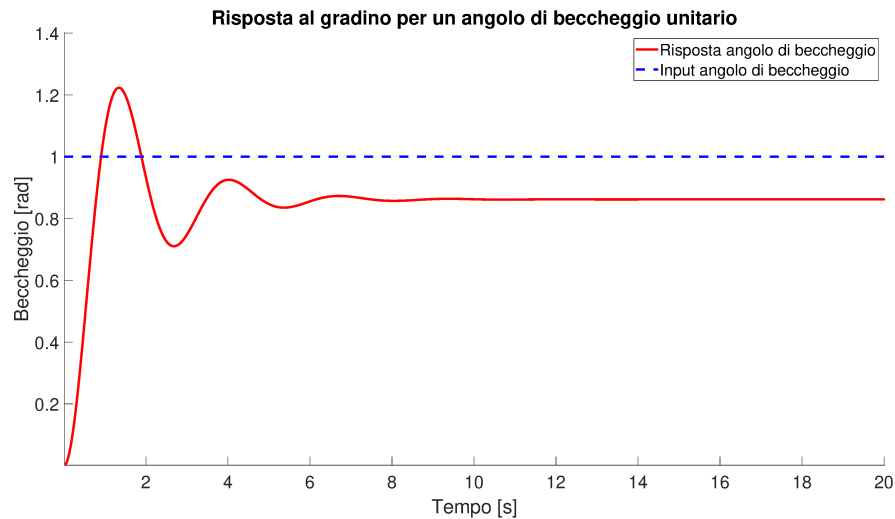


Figura 3.1: Risposta al gradino unitario della funzione $G_\theta(s)$ in catena aperta

Dalla simulazione si ottiene $T_r = 0.527s$, $e(\infty) = 0.138$ e $OS\% = 41.9\%$. Quindi nessuno dei valori trovati risulta accettabile.

Per cercare di ottenere le specifiche desiderate la funzione $G_\theta(s)$ verrà dotata di un sistema di controllo di tipo PID.

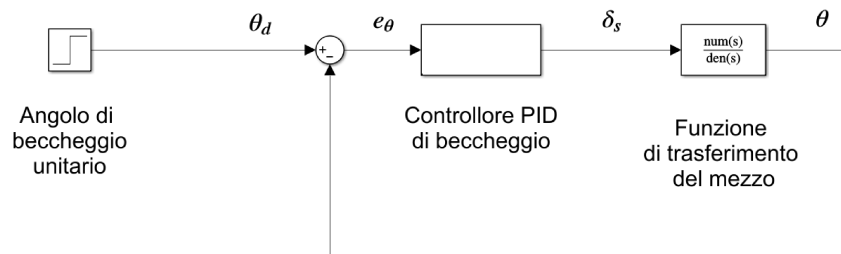


Figura 3.2: Schema PID di controllo del beccheggio

Con riferimento alla Figura 3.2, θ_d è l'angolo di beccheggio di riferimento, θ l'angolo di beccheggio attuale, e_θ l'errore di beccheggio e δ_s l'angolo di deflessione delle alette laterali.

La scelta di un controllore PID è dovuta sia alla semplicità dello stesso sia al fatto che la scelta dei parametri del controllore può essere fatta in molti modi diversi, ad esempio con l'analisi in frequenza o il luogo delle radici. Dato che non può essere deciso a priori il tipo di controllore (P, PD, PI, PID), verrà inizialmente impiegato un controllore P proporzionale, verificando poi che soddisfi i requisiti prestazionali richiesti. In caso contrario verrà aggiunta un'altra azione di controllo fino ad ottenere il risultato desiderato. Il controllore P di beccheggio è caratterizzato dal solo guadagno proporzionale $-K_{PB}$. Il segno meno del controllore è dovuto alla differenza di segno tra l'angolo di beccheggio e quello delle alette laterali. Infatti un angolo positivo delle alette genera un angolo di beccheggio negativo e viceversa. La scelta di K_{PB} è stata fatta utilizzando la formula dell'errore a regime per sistemi di tipo 0:

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{1}{1 - G_\theta(s) \cdot K_{PB}} < 0.02 \quad (3.12)$$

Inserendo i valori numerici nella formula 3.12 risulta che K_{PB} deve essere maggiore di 7.87. Prendendo $K_{PB} = 8$ si ottengono: $e(\infty) = 0.0197$, $T_r = 0.17s$ e $OS\% = 72.79\%$. L'errore a regime e il tempo di salita sono quindi inferiori ai valori di progetto. L'overshoot è invece particolarmente alto.

Azione	T_r	$OS\%$	$e(\infty)$
K_P	Diminuisce	Aumenta	Diminuisce
K_I	Diminuisce	Aumenta	Si annulla
K_D	Non cambia	Diminuisce	Non cambia

Tabella 3.2: Influenza qualitativa delle azioni di un controllore PID sui parametri di progetto

A questo punto si deve scegliere se aggiungere all'azione proporzionale del PID, un'azione integrale, un'azione derivativa o entrambe. La decisione può essere presa in maniera qualitativa consultando la Tabella 3.2 dove è riepilogato il comportamento di $e(\infty)$, T_r e $OS\%$ all'aumentare di K_P , K_D e K_I . Dato che è necessario diminuire $OS\%$ il controllore P sarà sostituito con un controllore PD. Il controllore PD di beccheggio avrà la forma:

$$C_{PDB} = -(K_{DB} \cdot s + K_{PB}) \quad (3.13)$$

Il segno negativo del controllore riprende la convenzione già citata sull'angolo di beccheggio. Utilizzando $K_{PB} = 8$, un valore accettabile di K_{DB} può essere trovato analizzando la funzione $-K_{PB} \cdot G_\theta(s)$ nel dominio delle frequenze. I valori di progetto di T_r e $OS\%$ hanno come parametri equivalenti nel dominio delle frequenze la frequenza di attraversamento ω_c e il margine di fase ϕ_M . Il valore equivalente di ω_c può essere ricavato dalla formula:

$$\omega_c = \frac{2.5}{T_r} \quad (3.14)$$

Si può ottenere invece ϕ_M dal grafico di Figura 3.3 che lega la sovralongazione e il margine di fase.

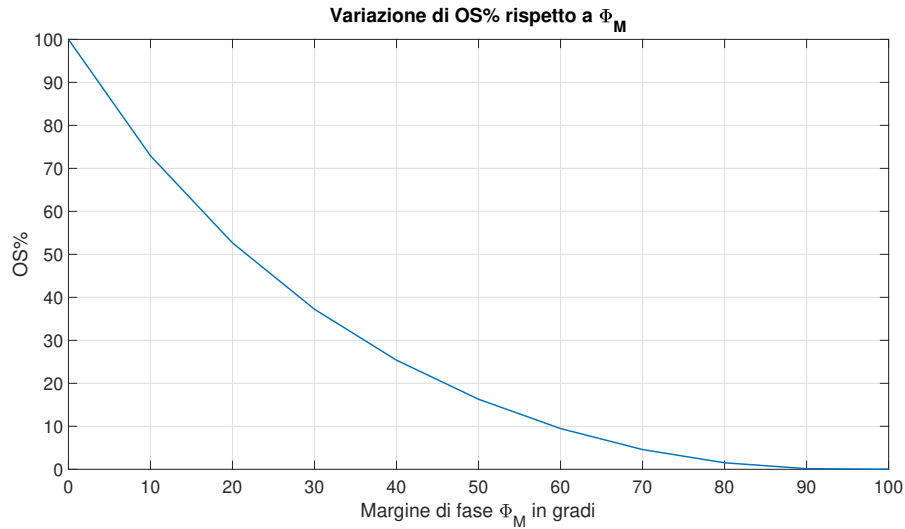


Figura 3.3: Variazione della sovralongazione rispetto al margine di fase

I valori da rispettare saranno quindi $\phi_M = 60^\circ$ e $\omega_c = 12.5 \text{ rad/s}$. I diagrammi di Bode di $-K_{PB} \cdot G_\theta(s)$ riportati in Figura 3.4, mostrano che $\phi_M = 11.7^\circ$ e $\omega_c = 6.38 \text{ rad/s}$.

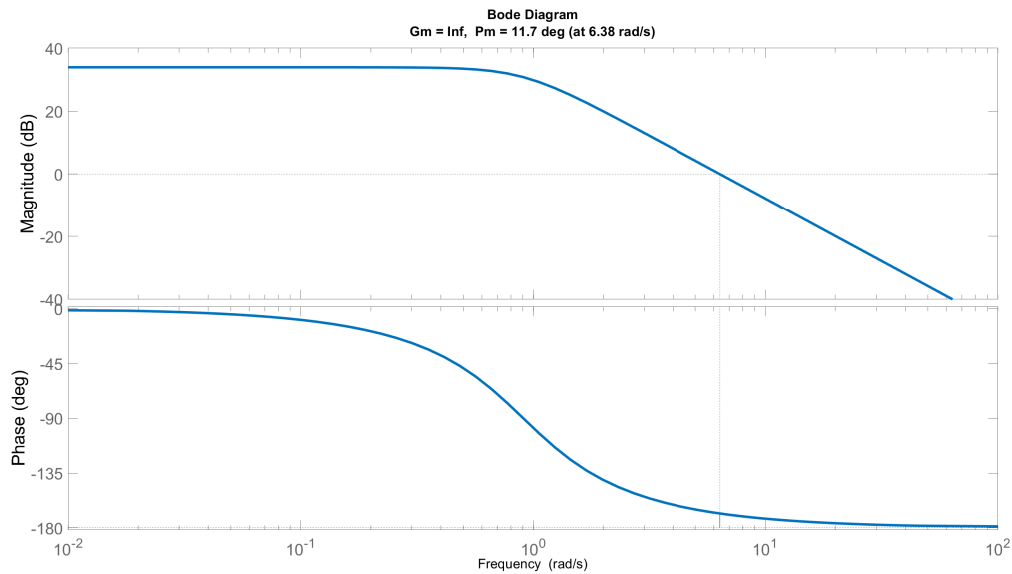


Figura 3.4: Diagrammi di Bode di $-K_{PB}(s) \cdot G_\theta(s)$

Per rispettare le specifiche sarà quindi necessario aumentare ϕ_M e ω_c . Questo effetto può essere ottenuto inserendo uno zero reale in posizione opportuna. La posizione dello zero dipende da K_{PB} e K_{DB} in quanto $s = -K_{PB}/K_{DB}$. Quindi fissato $K_{PB} = 8$, il posizionamento dello zero si riduce alla scelta di K_{DB} . Procedendo per tentativi si ottengono i risultati riportati in Tabella 3.3.

K_{PB}	K_{DB}	ϕ_M	ω_c
-	-	deg	rad/s
8	1	53	7.46
8	2	76.6	10.8
8	3	85	15.5

Tabella 3.3: Valori di ϕ_M e ω_c ottenuti nel dominio delle frequenze per alcuni valori di K_{DB}

Quindi per rispettare le specifiche di progetto si può usare $K_{PB} = 8$ e $K_{DB} = 3$. Implementando in Simulink lo schema di Figura 3.2 con questi valori, si ottengono i seguenti risultati che rispettano i requisiti richiesti: $e(\infty) = 0.0197$, $T_r = 0.095s$ e $OS\% = 6.3\%$. La risposta ad un angolo di beccheggio unitario del sistema con tali parametri è mostrata in Figura 3.5.

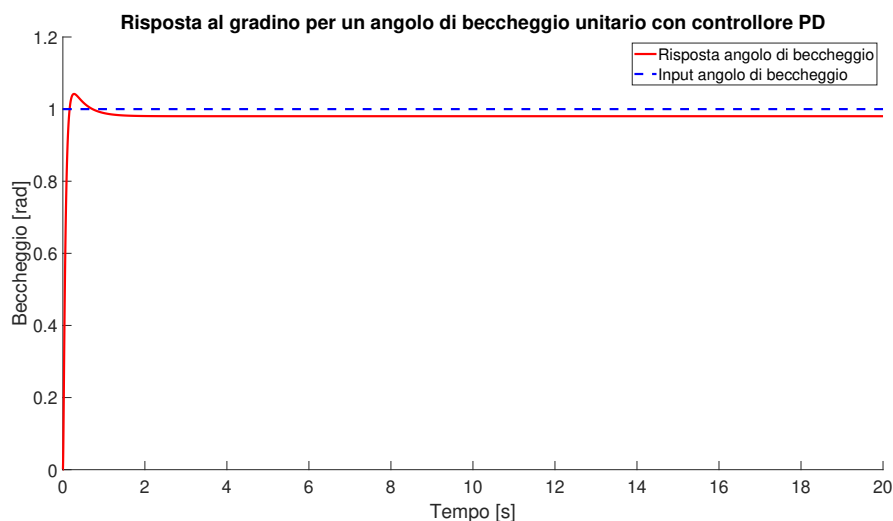


Figura 3.5: Risposta al gradino per un angolo di beccheggio unitario con controllore PD

3.1.4 Schema di controllo per la profondità

Per il controllo della profondità può essere aggiunta in cascata allo schema di controllo del beccheggio di Figura 3.2, la funzione di trasferimento $G_z(s)$, che lega l'angolo di beccheggio e la profondità. Il tutto viene inserito all'interno di un ulteriore schema di controllo PID, che chiameremo controllore di profondità. Lo schema ottenuto è riportato in Figura 3.6. Con z_d viene indicato il valore di profondità desiderato, con z il valore di profondità attuale e con e_z l'errore di profondità.

Per evitare che valori di beccheggio troppo elevati mettano in pericolo la stabilità del mezzo o la sua integrità strutturale è stato inserito un blocco di saturazione dopo il controllore di profondità. Inoltre è stato inserito un altro blocco di saturazione dopo il controllore di beccheggio per evitare di inviare in input alle alette del veicolo valori troppo elevati che

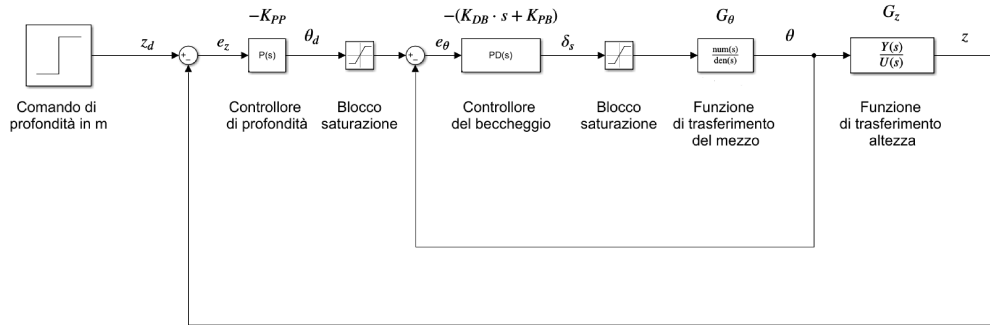


Figura 3.6: Schema di controllo per l'angolo di beccheggio e per la profondità del mezzo

possano danneggiarle. Entrambi i blocchi di saturazione limitano gli angoli in input tra -35° e 35° .

Per tarare l'anello esterno di retroazione si considera un controllore di profondità di tipo P, di guadagno $-K_{PP}$ e si procede eseguendo alcune simulazioni di prova con valori di K_{PP} che variano ad esempio da 0 a 0.6 con passo 0.2. L'ingresso al sistema sarà un gradino unitario che rappresenta un comando di profondità in m. I risultati ottenuti sono contenuti nella Tabella 3.4. Quindi è possibile utilizzare $K_{PP} = 0.6$ per avere $e(\infty)$ e $OS\%$ nulle e un valore di T_r molto basso.

K_{PB}	K_{DB}	K_{PP}	$e(\infty)$	T_r	$OS\%$
-	-	-	-	s	%
8	3	0.20	0.003077	7.393	0.0000
8	3	0.40	0.000010	3.8262	0.0000
8	3	0.60	0.000000	2.6475	0.0000

Tabella 3.4: Valori per la taratura del controllo di profondità

I parametri ottenuti sono stati utilizzati per simulare una discesa dell'AUV dalla quota 0 (superficie del mare) ad una profondità di -1 m. I risultati sono riportati in Figura 3.7 e Figura 3.8.

In Figura 3.7 si può notare come la discesa dell'AUV sia realistica in quanto il veicolo continua il suo moto da 0 a -1, senza oscillazioni e poi si assesta su di una traiettoria a profondità costante. L'angolo di beccheggio, rappresentato in Figura 3.8, raggiunge il suo valore massimo per un tempo limitato e poi torna a zero.

E' possibile anche valutare in via quantitativa se l'angolo di beccheggio calcolato è coerente con la profondità richiesta. Considerando l'AUV come un punto materiale, il modulo della profondità raggiunta può essere calcolata con $z = u_0 \cdot t \cdot \text{sen}\theta$. Considerando che l'angolo di beccheggio mantiene un'ampiezza di 0.35 radianti, corrispondenti a circa 20° per circa 2 s e

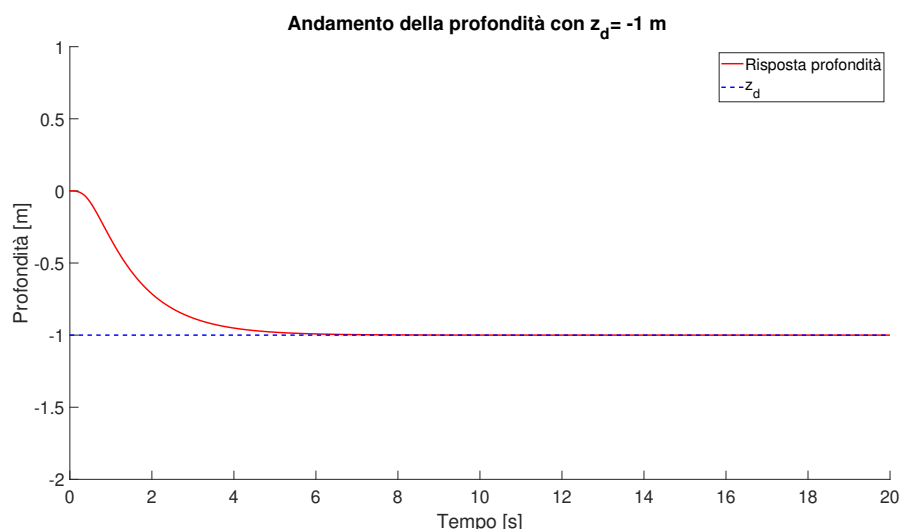


Figura 3.7: Andamento della profondità con z_d pari a -1 m

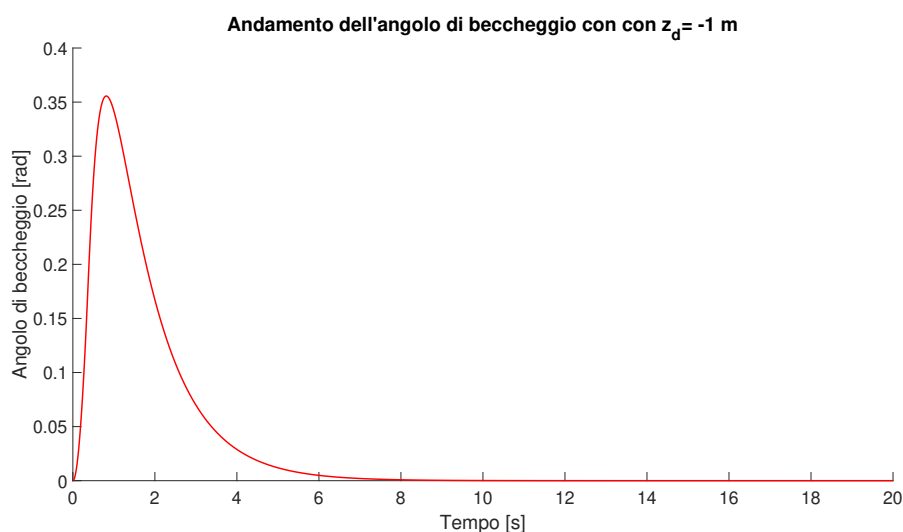


Figura 3.8: Andamento dell'angolo di beccheggio con z_d pari a -1 m

che la velocità lungo l'asse x dell'AUV è di circa 1.5 m/s allora la profondità sarà di circa un metro, come confermato dalla simulazione.

Si vuole ora verificare come variano i risultati delle simulazioni variando la profondità. Verranno presi in considerazione comandi di profondità z_d pari a -1, -3, e -5 m.

In Figura 3.9 si nota come il tempo di discesa aumenta con la profondità coerentemente con il fatto che sia attivo il blocco di saturazione. L'azione della saturazione può essere vista ancora più chiaramente in Figura 3.10. L'andamento dell'angolo di beccheggio per z_d pari a -3 e -5 metri, mostra un tratto piatto più lungo in quanto le alette laterali devono essere mantenute in deflessione per un tempo maggiore per garantire la profondità desiderata. Si può quindi concludere che nel caso del controllo di profondità il modello che è stato derivato sia coerente con il comportamento di un mezzo reale.

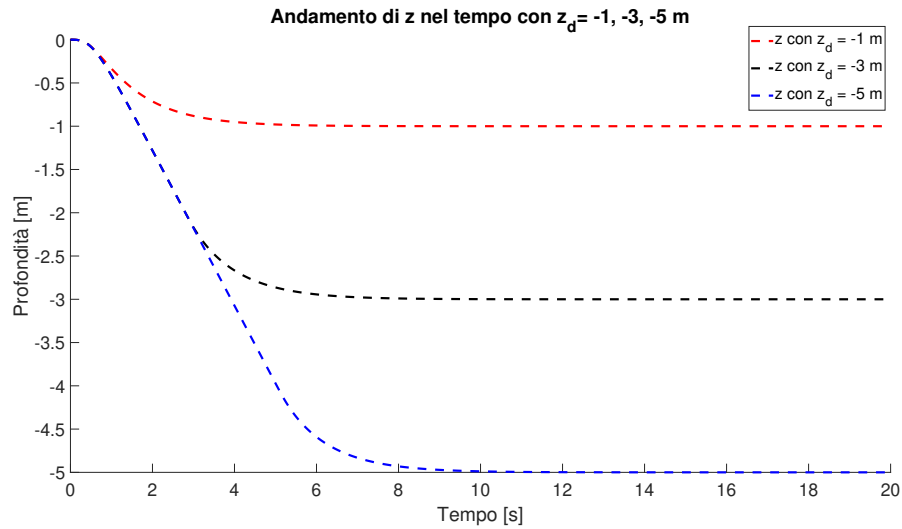


Figura 3.9: Andamento della profondità rispetto al tempo con z_d pari a -1, -3, -5 m

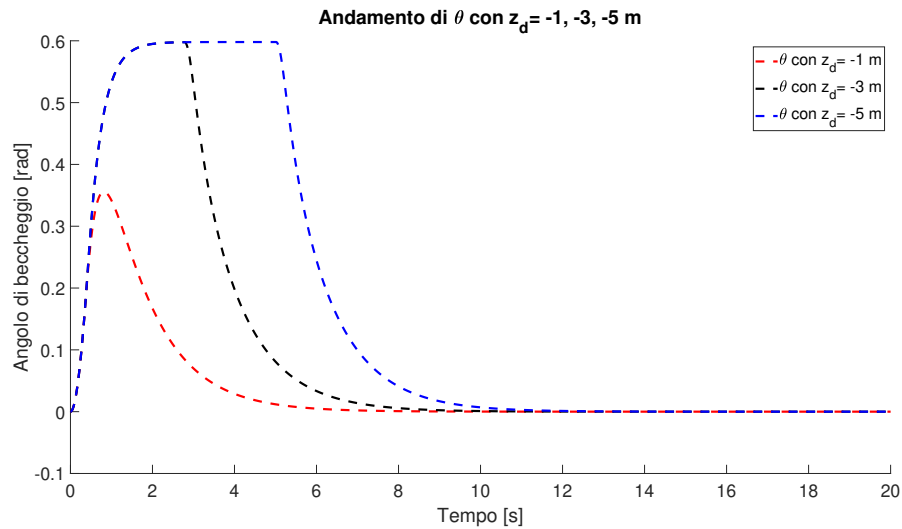


Figura 3.10: Andamento dell'angolo di beccheggio con z_d pari a -1, -3, -5 m

3.2 Controllo del moto di deriva

3.2.1 Funzione di trasferimento dell'angolo di imbardata

In accordo con quanto riportato da Mostafa in [1] è possibile applicare quanto sviluppato nei paragrafi precedenti per il controllo della profondità al moto di deriva di un AUV. Per il controllo del moto di deriva, nel caso di modello disaccoppiato di un veicolo subacqueo possiamo partire dall'Equazione 2.24 per ottenere le seguenti equazioni di bilancio del moto di deriva (Sway) e imbardata (Yaw):

$$(m - Y_{\dot{v}})\dot{v} - Y_r\dot{r} + u_0(m - X_{\dot{u}})r - Y_v v - Y_r r = Y_{\delta r}\delta_r \quad (3.15)$$

$$(I_{zz} - N_{\dot{r}})\dot{r} - N_{\dot{v}}\dot{v} - u_0(m - X_{\dot{u}})v - N_v v - N_r r = N_{\delta r} \delta_r \quad (3.16)$$

A cui può essere aggiunta la seguente equazione cinematica:

$$\dot{\psi} = r \quad (3.17)$$

Riscrivendo il tutto in forma matriciale si ottiene:

$$\begin{bmatrix} m - Y_{\dot{v}} & -Y_{\dot{r}} & 0 \\ -N_{\dot{v}} & I_{zz} - N_{\dot{r}} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{r} \\ \dot{\psi} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -Y_v & u_0(m - X_{\dot{u}}) - Y_r & 0 \\ -u_0(m - X_{\dot{u}}) - N_v & -N_r & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ r \\ \psi \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{\delta r} \\ N_{\delta r} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

Ovvero:

$$M \cdot \dot{x} + N \cdot x = \tau \cdot \delta_r \quad (3.19)$$

Risolvendo tutto rispetto a \dot{x} ,

$$\dot{x} = -M^{-1} \cdot N \cdot x + M^{-1} \cdot \tau \cdot \delta_r \quad (3.20)$$

e ponendo:

$$A = -M^{-1} \cdot N \quad \text{e} \quad B = M^{-1} \cdot \tau \quad (3.21)$$

si può rappresentare il problema nello spazio di stato come:

$$\dot{x} = A \cdot x + B \cdot u \quad \text{e} \quad y = C \cdot x + D \cdot u \quad (3.22)$$

con

$$x = [v, r, \psi]^T \quad \text{e} \quad u = [\delta_r] \quad (3.23)$$

Sostituendo nelle equazioni i valori numerici trovati nel Paragrafo 2.4 si ottengono infine:

$$A = \begin{bmatrix} -1.08 & -0.72 & 0 \\ 1.02 & -0.84 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} -0.78 \\ -5.09 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Da cui può essere ricavata la seguente funzione di trasferimento che lega l'angolo di imbardata e l'angolo di deflessione delle alette verticali:

$$G_\psi(s) = \frac{\Psi(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-5.089s - 6.294}{s^3 + 1.914s^2 + 1.634s} \quad (3.25)$$

3.2.2 Funzione di trasferimento del moto di deriva

Per legare l'angolo di imbardata con la coordinata y si può applicare la trasformata di Laplace all'Equazione 2.12 ottenendo:

$$Y(s) = \frac{u_0 \cdot \psi(s)}{s} \quad (3.26)$$

E sostituendo il valore numerico della velocità lungo l'asse x del mezzo nell'Equazione 3.26:

$$G_y(s) = \frac{Y(s)}{\Phi(s)} = \frac{u_0}{s} = \frac{1.5}{s} \quad (3.27)$$

3.2.3 Schema di controllo dell'angolo di imbardata

Per il controllo dell'angolo di imbardata si userà uno schema che rispecchia quello impiegato per l'angolo di beccheggio.

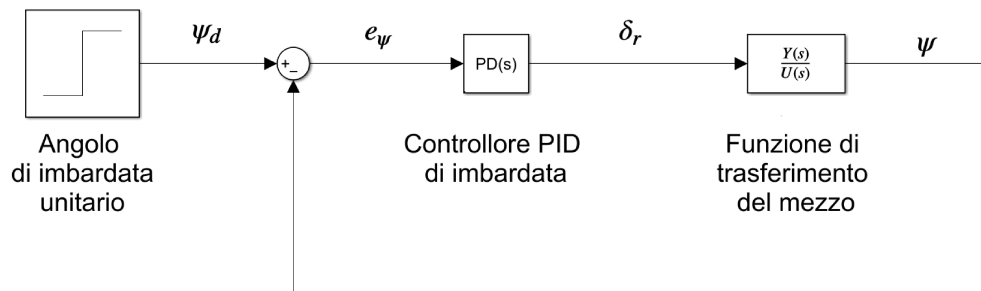


Figura 3.11: Schema di controllo dell'angolo di imbardata

Con riferimento alla Figura 3.11, ψ_d è l'angolo di imbardata di riferimento, ψ l'angolo di imbardata attuale, e_ψ l'errore di imbardata e δ_r l'angolo di deflessione delle alette verticali. I parametri prestazionali presi come riferimento sono gli stessi utilizzati per l'angolo di beccheggio. Con la stessa procedura utilizzata per lo schema di controllo dell'angolo di beccheggio, è stato scelto un controllore PID di imbardata di tipo PD che è stato tarato nello stesso modo ottenendo come parametri $K_{PI} = 7$ e $K_{DI} = 3$. La risposta al gradino per un angolo di imbardata unitario del sistema è riportata in Figura 3.11.

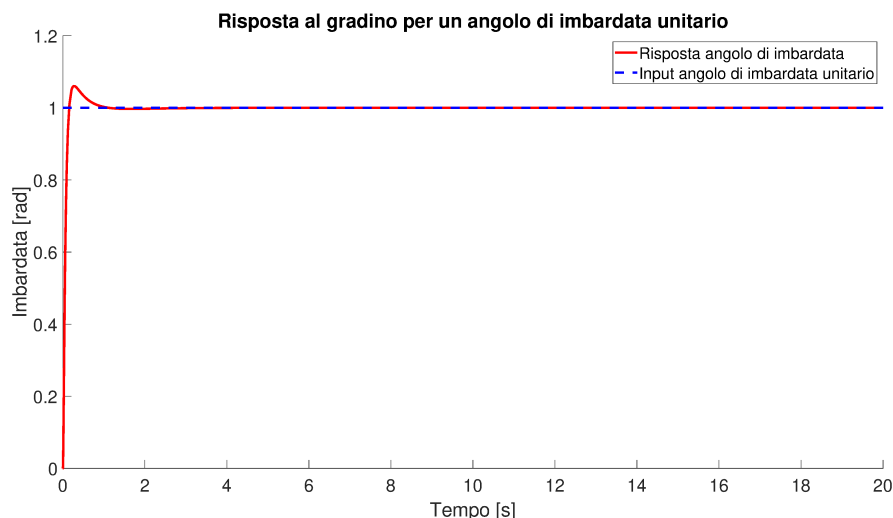


Figura 3.12: Risposta al gradino per un angolo di imbardata unitario

3.2.4 Schema di controllo del moto di deriva

Per il controllo del moto di deriva può essere aggiunta in cascata allo schema di controllo dell'imbardata di Figura 3.11, la funzione di trasferimento $G_y(s)$, che lega l'angolo di imbardata e la coordinata y . Il tutto viene inserito all'interno di un ulteriore schema di controllo PID, che sarà indicato come controllore di deriva. Lo schema ottenuto è riportato in Figura 3.13. Con y_d viene indicato il valore della coordinata di deriva desiderata, con y il suo valore attuale e con e_y l'errore relativo.

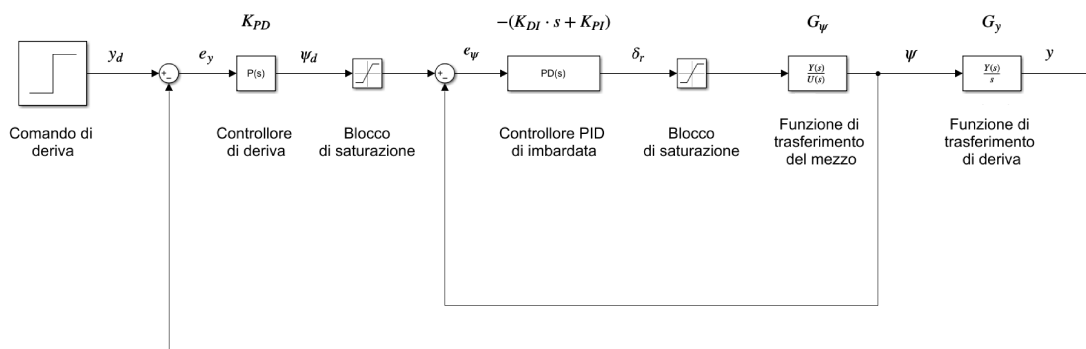


Figura 3.13: Schema di controllo del moto di deriva

Lo schema di controllo è dotato anche in questo caso di due blocchi di saturazione, uno dopo il controllore di deriva e l'altro dopo il controllore di imbardata. Entrambi i blocchi di saturazione fanno in modo che gli angoli di imbardata e di deflessione siano limitati tra i

-35° e 35° . L'anello esterno di retroazione è dotato di un controllore di tipo P, la cui taratura ha portato ad un guadagno del controllore di deriva $K_{PD} = 0.6$.

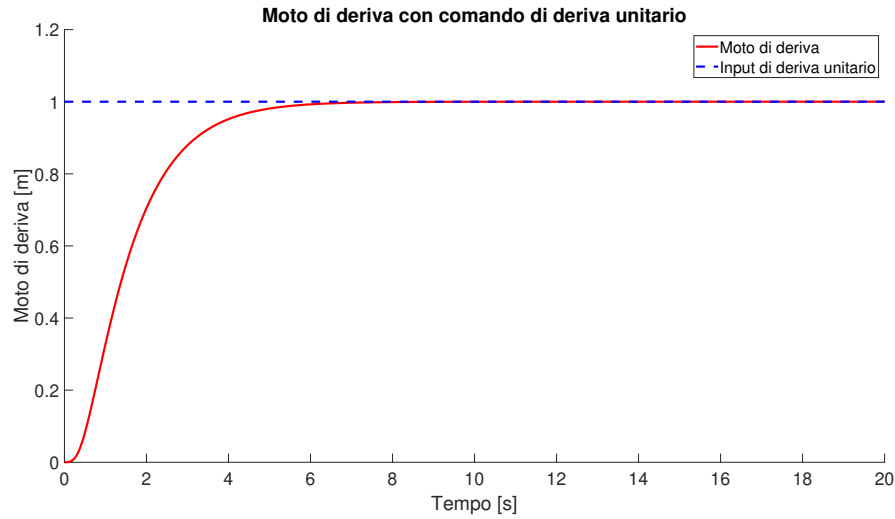


Figura 3.14: Moto di deriva con comando di deriva unitario

Con i guadagni ottenuti è stata eseguita una simulazione in cui il mezzo si porta da una traiettoria che coincide con l'asse delle x ($y=0$) a una che lo segue parallela alla distanza di 1 m. Partendo dall'origine il moto dell'AUV segue una rotta che corrisponde alla variazione dell'angolo di imbardata. Infatti l'inclinazione del veicolo aumenta all'aumentare dell'angolo di imbardata, e poi diminuisce fino a che l'angolo di imbardata diventa nullo.

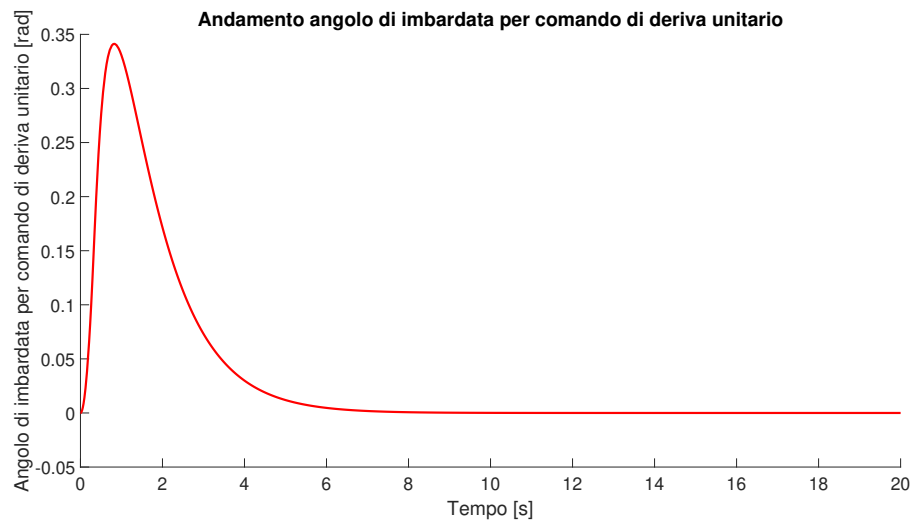


Figura 3.15: Andamento angolo di imbardata per comando di deriva unitario

I risultati della simulazione sono riportati in Figura 3.14 e Figura 3.15. Come si può notare dalla Figura 3.15, un moto di deriva positivo è legato ad un angolo di imbardata positivo in quanto una deflessione positiva delle alette verticali porta ad un angolo di imbardata positivo.

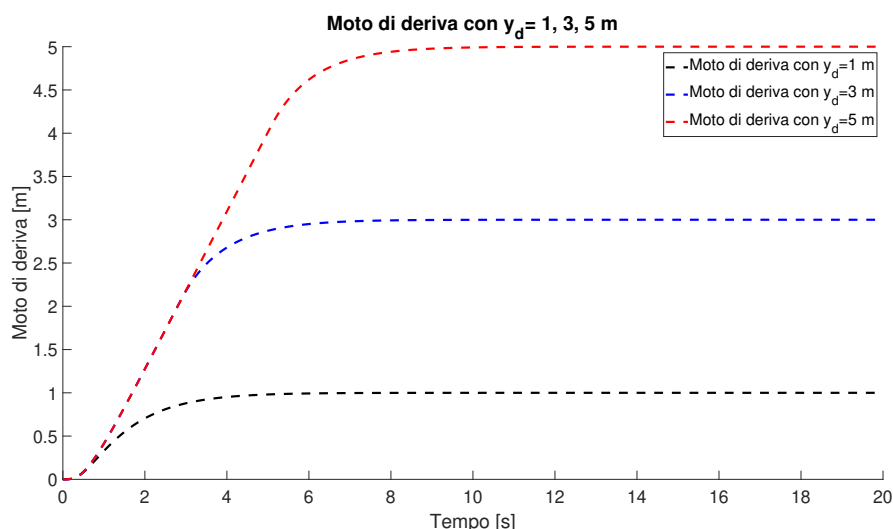


Figura 3.16: Moto di deriva rispetto al tempo con y_d pari a 1, 3, 5 m

Anche per il moto di deriva sono state fatte delle prove per verificare come si comporta il modello per vari valori di input. Sono stati utilizzati valori di y_d pari a 1, 3, e 5 m.

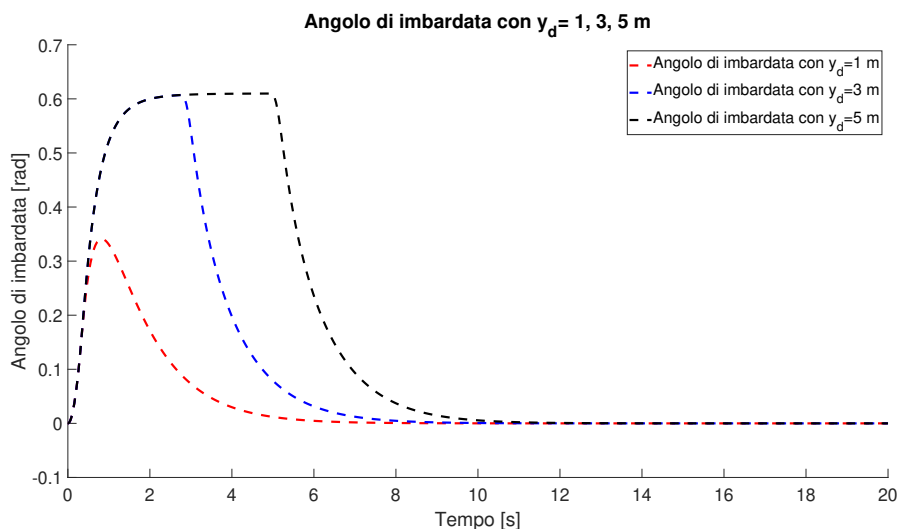


Figura 3.17: Angolo di imbardata rispetto al tempo con y_d pari a 1, 3, 5 m

In Figura 3.16 si nota come il tempo che è necessario al veicolo per arrivare al valore di regime aumenta all'aumentare di y_d . Questo fatto è legato alla presenza dei blocchi di saturazione che limitano i valori ammessi dell'angolo di imbardata. Una volta che è stato raggiunto il valore di saturazione le alette verticali devono restare attive per più tempo per garantire un valore di deriva sufficiente. L'effetto dei blocchi di saturazione si può vedere chiaramente anche in Figura 3.17 dove per y_d pari a 3 e 5 m, il valore dell'angolo massimo di beccheggio resta fisso a 0.6 rad. Questo schema di controllo ha il difetto di permettere traiettorie che siano solo parallele all'asse delle x. Quindi non permette di definire una traiettoria dell'AUV tra due punti qualsiasi.

Capitolo 4

Conclusioni

4.1 Riepilogo del lavoro svolto

Nel presente lavoro, partendo dalla letteratura tecnica disponibile è stato sviluppato un modello semplificato per il moto di un mezzo subacqueo autonomo (AUV). E' stato scelto come mezzo reale di riferimento l'AUV REMUS 100, in quanto la sua modellazione è stata oggetto di vari studi che possono essere presi come fonte. Lo studio è partito dall'equazione sviluppata da Fossen per i mezzi navali e sottomarini. Per semplificare la rappresentazione matematica del veicolo, sono state fatte alcune ipotesi semplificative. La prima riguarda lo scafo che è stato considerato di forma ellissoidale. In secondo luogo il modello dell'AUV è stato diviso in due sottomodelli uno per il controllo della profondità e un altro per il controllo del moto di deriva. Entrambi i sottomodelli sono stati considerati tra loro disaccoppiati e quindi senza alcuna mutua iterazione. Una volta definite le equazioni dei due modelli, sono stati calcolati i parametri associati, con delle formule analitiche derivate dalla letteratura. Dalle equazioni così ottenute sono state derivate le funzioni di trasferimento caratteristiche del mezzo. Queste sono state utilizzate in schemi di controllo di tipo PID che sono stati implementati attraverso l'ambiente Simulink di Matlab, e con cui sono state eseguite delle simulazioni per verificare il comportamento dei modelli. Il comportamento del sottomodello per il controllo della profondità è risultato coerente con quello di un mezzo reale. Anche il sottomodello del moto di deriva si comporta in maniera realistica anche se è limitato dal fatto che può tracciare solo traiettorie parallele all'asse delle x.

4.2 Difficoltà incontrate

La principale difficoltà nella modellazione dell'AUV è stata il calcolo analitico dei valori numerici delle matrici dell'equazione di Fossen. Il calcolo analitico con formule approssimate è risultato possibile solo dalle semplificazioni introdotte nel modello che hanno ridotto notevolmente il numero di parametri necessari. Inoltre molti dati sono stati ottenuti dalla letteratura disponibile per il REMUS 100. Questo approccio quindi potrebbe essere diffi-

cilmente applicabile a modelli molto più complessi che non siano stati ampiamente trattati nella letteratura tecnica.

4.3 Possibili modifiche e miglioramenti

Il controllo dell'AUV in questo elaborato è stato attuato con dei controllori di tipo PID. Questa scelta è giustificata dalla semplicità di implementazione di questi controlli. L'uso di questo approccio, si è dimostrato comunque adeguato per le esigenze limitate di questo lavoro. In letteratura sono presenti altri studi sulla modellazione degli AUV, che utilizzano metodi di controllo alternativi (LQR, LQG, Fuzzy Logic, ecc.). Una possibile modifica al presente studio potrebbe essere quella di applicare altre tecniche di controllo al modello ottenuto.

Inoltre il modello potrebbe essere reso più realistico inserendo negli schemi di controllo dei disturbi, che tengano conto ad esempio delle correnti marine che sono spesso presenti nell'utilizzo reale degli AUV in mare aperto.

Un'ulteriore sviluppo di questo studio potrebbe essere costituito dalla costruzione di un modello completo del veicolo che permetta il controllo congiunto di profondità, rotta e velocità. Tale argomento potrebbe essere l'oggetto di una successiva Tesi di Laurea Magistrale.

Bibliografia

- [1] Sherif Mostafa e al. “Control system design for steering and depth subsystems of autonomous underwater vehicle”. In: *Journal of Physics*. Conference Series 1721. (Anno 2021).
- [2] Suraj Mishra e Dinesh Karanki. “Heading control of an underwater vehicle”. Tesi di dottorato. Department of Electrical Engineering, National Institute of Technology Rourkela, Anno 2012.
- [3] Thor Fossen. *Handbook of Marine Craft Hydrodynamics and Motion Control*. John Wiley e Sons, Anno 2011.
- [4] Frederick H. Imlay. *The complete expressions of added mass of a rigid body moving in an ideal fluid*. Rapp. tecn. Department of United States Navy, Anno 1961.
- [5] T.J. Presterio. “Verification of a Six-degree of Freedom Simulation Model for the REMUS Autonomous Underwater Vehicle”. Tesi di dottorato. University of California, Anno 1994.