



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Astronomia

Tesi di Laurea

## Ricostruzione di sorgenti gravitazionalmente lensate con PYAUTOLENS

**Relatore:**

Prof.ssa Giulia Rodighiero

**Correlatore:**

Dr. Andrea Enia

**Laureanda:**

Beatrice Munari

Anno Accademico 2018/2019



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Il formalismo del lensing gravitazionale</b>	<b>5</b>
1.1 La metrica di Schwarzschild . . . . .	6
1.2 Moto di un fotone in un campo $\varphi$ . . . . .	7
1.3 L'equazione della lente . . . . .	10
1.4 Gli effetti del lensing sull'immagine . . . . .	13
1.4.1 La magnificazione . . . . .	13
1.4.2 Conservazione della brillantezza superficiale . . . . .	16
1.5 Le caustiche e le linee critiche . . . . .	16
<b>2 Ricostruzione di una sorgente simulata</b>	<b>19</b>
2.1 Simulazione di una sorgente lensata . . . . .	19
2.2 Ricostruzione con metodo parametrico . . . . .	22
2.2.1 Ricostruzione con tre profili Sérsic . . . . .	24
2.3 La Regularized Semilinear Inversion . . . . .	25
2.3.1 Semilinear Inversion . . . . .	25
2.4 Ricostruzione con metodo semiparametrico . . . . .	28
<b>3 Ricostruzione di una sorgente reale</b>	<b>31</b>
3.1 La sorgente SDP.9 . . . . .	31
3.2 Ricostruzione di SDP.9 con metodo parametrico . . . . .	32
3.3 Ricostruzione di SDP.9 con metodo semiparametrico . . . . .	34
<b>Conclusioni</b>	<b>37</b>



# Introduzione

Il fenomeno di lente gravitazionale (o *gravitational lensing*) descrive la deflessione dei fotoni da parte di un qualsiasi campo gravitazionale. I campi gravitazionali generati da galassie, ammassi o buchi neri - i cosiddetti *deflettori* - comportano infatti una deformazione della metrica spaziotemporale e una conseguente deviazione della radiazione proveniente da qualsiasi sorgente in background. Tale fenomeno è chiamato lente gravitazionale con chiaro riferimento alle lenti usate in esperimenti ottici. L'immagine della sorgente viene in questo processo magnificata e deformata se comparata all'immagine che si osserverebbe in assenza di lente. Inoltre, sotto determinate condizioni si possono ottenere immagini multiple della stessa singola sorgente.

L'idea che la luce venga deflessa da campi gravitazionali era già stata introdotta da Newton quando nella sua opera *Opticks* affermava: "*Are not the Rays of Light very small Bodies emitted from shining Substances? [...] When I made the foregoing Observations, I design'd to repeat most of them with more care and exactness, and to make some new ones for determining the manner how the Rays of Light are bent in their passage by Bodies.*" (Newton, 1931). Così, sotto l'assunzione rivelatasi falsa che le particelle della luce fossero dotate di massa, ottenne un angolo di deflessione pari alla metà di quello predetto poi dalla Teoria della Relatività Generale di Einstein. Fu quest'ultima infatti a descrivere la gravità come una manifestazione vera e propria delle proprietà geometriche dello spaziotempo: qualunque corpo dotato di massa o energia curva lo spaziotempo e tale curvatura si manifesta come gravità. Al contempo la geometria dello spaziotempo e la sua curvatura impongono a ogni corpo al suo interno una traiettoria. Citando il fisico statunitense John Wheeler "*matter tells space how to curve, space tells matter how to move*". Conseguenza della Relatività Generale è il lensing gravitazionale.

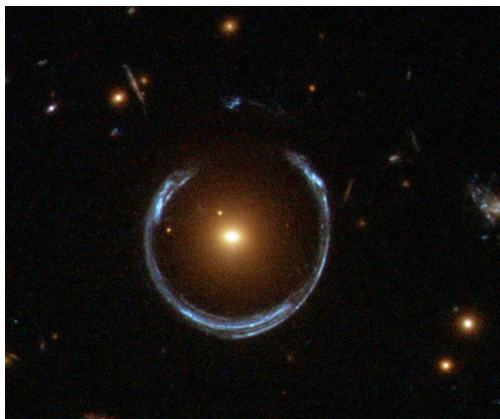
La prima conferma sperimentale della teoria enunciata da Einstein avvenne nel 1920 quando Arthur Eddington, astrofisico inglese, osservò durante un'eclissi che la posizione reciproca di stelle vicine al bordo solare momentaneamente coperto dalla Luna risultava diversa dalle misurazioni effettuate

quando le stesse non si trovavano in prossimità del Sole. Nonostante l'alta incertezza delle misurazioni - circa  $0.3''$  - le osservazioni confermarono la teoria di Einstein. Tuttavia, fino agli anni '20 l'esistenza di altre galassie esterne alla nostra Via Lattea era dibattuta e per questo il lensing non suscitò particolare interesse negli studiosi. Le cose cambiarono un poco quando, nel 1937 l'astronomo svizzero Fritz Zwicky enunciò l'enorme potenzialità che esso nascondeva: la sorgente viene ingrandita dal deflettore permettendo uno studio che sarebbe stato altrimenti impossibile effettuare (Zwicky, 1937). Ma i telescopi dell'epoca non consentivano di osservare il fenomeno, nemmeno nel caso di ammassi di galassie. Bisogna così aspettare gli anni '70 e i radiotelescopi per una vera e propria rivoluzione nel campo del lensing gravitazionale con la prima osservazione diretta, nel 1979, da parte di B. Carswell, D. Walsh e R. Weymann, presso l'Osservatorio Astronomico di Kitt Peak, di immagini multiple del quasar Q0957+561 (meglio noto come Twin Quasar, Walsh et al., 1979). Da quel momento in poi lo studio del lensing gravitazionale coinvolge in attività di ricerca astrofisici e cosmologi ed è diventato uno strumento prezioso per investigare le proprietà dell'Universo e delle strutture al suo interno.

Gli scienziati oggi sono soliti dividere il lensing gravitazionale in tre categorie a seconda dell'entità del fenomeno e dei parametri fisici in gioco.

1. Si parla di **microlensing** quando la separazione angolare dell'immagine della sorgente è così piccola da non poter essere risolta con gli attuali strumenti a disposizione. Lo studio di questi fenomeni si concentra sull'aumento del flusso e sulla curva di luce della sorgente lensata. L'effetto di microlensing è stato utilizzato per la ricerca nell'alone galattico di MACHOs (*Massive Compact Halo Objects*), oggetti compatti come le nane marroni la cui emissione è troppo debole per essere rilevata.
2. Si parla di **strong lensing** quando la configurazione spaziale tra deflettore e sorgente è ottimale e si producono immagini multiple della sorgente e alcuni tra gli effetti più affascinanti del lensing gravitazionale come archi o anelli di Einstein. Un esempio è riportato in Fig.(1).
3. Infine, si parla di **weak lensing** se la posizione reciproca tra deflettore e sorgente è grande, non riuscendo a generare immagini multiple della sorgente, ma deformazioni statistiche visibili solo su grandi aree di cielo e più sorgenti in background.

Oggi le applicazioni del fenomeno sono innumerevoli e costituiscono una risorsa enorme per ottenere importanti informazioni cosmologiche. Il lensing gravitazionale è utilizzato per descrivere la distribuzione di massa gravitante



**Figura 1:** Fenomeno di strong lensing subito dalla sorgente LRG3-757. La configurazione tra lente, sorgente e osservatore è ottimale tanto da formare un Anello di Einstein quasi completo. Immagine ottenuta da HST.

e in particolare della materia oscura; fornisce un metodo indipendente dalla CMB (*Cosmic Microwave Background*) per ottenere uno dei parametri più importanti e più difficili da calcolare con esperienze dirette della cosmologia moderna,  $\Omega_\Lambda$ ; permette lo studio approfondito di *dark object* della Via Lattea e offre una stima accurata del valore della costante di Hubble  $H_0$ . Oltre a implicazioni che si possono definire indirette come quelle sopra citate l'effetto di lensing, date le sue caratteristiche ha due applicazioni fondamentali. In primo luogo, come previsto da Zwicky, una lente gravitazionale può ingrandire una sorgente in background anche centinaia di volte rispetto a quanto potrebbe essere visto senza deflettore, e in questo modo fornisce un metodo di osservazione diretta di sorgenti ad alto redshift o, se si considerano degli ammassi come deflettori, di sorgenti primordiali come proto-Globular Clusters. In secondo luogo gli archi gravitazionali descrivono, a seconda della loro entità, orientazione e forma, la natura del deflettore e la sua distribuzione di massa permettendo una descrizione fisica della materia oscura, altrimenti invisibile.

La ricerca cosmologica cerca, per queste e svariate altre applicazioni, di investire tempo e operosità nello studio di tale fenomeno. I tools informatici finora utilizzati per modellare fenomeni di lensing richiedono un processo di elaborazione dati che può prolungarsi fino a diverse settimane. Ciò è dovuto al fatto che il numero di parametri necessari per descrivere la sorgente o ancor più la lente è altissimo (la descrizione di un ammasso necessita un maggior numero di parametri dato l'enorme numero di oggetti diversi che lo popolano). Recentemente sono stati introdotti e testati in questo ambito

## *INTRODUZIONE*

scientifico diversi codici, tra cui una libreria di Python chiamata `PYAUTOLENS` (Nightingale et al., 2018) che discuteremo in seguito e sarà oggetto di questa tesi. Pertanto tale elaborato vuole da una parte fornire al lettore una visione organica e completa del fenomeno e del formalismo del lensing gravitazionale, dall'altra unire a tale base teorica una applicazione pratica di ricostruzione di una sorgente lensata, con l'utilizzo del codice sopra citato. A tale fine si è deciso di dividere il lavoro in due fasi: la prima consiste in un approccio semplicistico a `PYAUTOLENS` in cui si simula una sorgente lensata, poi ricostruita attraverso due diversi metodi (parametrico e semiparametrico), la seconda vede l'applicazione pratica del codice su una sorgente reale e la ricostruzione vera e propria della sorgente.



# Capitolo 1

## Il formalismo del lensing gravitazionale

Nel 1915 Albert Einstein pubblicò una nuova teoria della gravità: la Relatività Generale (GR, Einstein, 1915). La teoria si basa sul "*principio di equivalenza*": la versione debole afferma che la massa inerziale, la massa gravitazionale attiva e la massa gravitazionale passiva sono la stessa cosa; la versione forte afferma l'impossibilità di distinguere localmente un sistema di riferimento a riposo in un campo gravitazionale e un sistema di riferimento linearmente accelerato. La GR è quindi seguita dall'introduzione di una nuova descrizione della gravità come manifestazione della curvatura dello spaziotempo dovuta alla presenza di un corpo dotato di massa e da un abbandono completo di sistemi di riferimento privilegiati: non è infatti possibile sincronizzare due orologi situati in un punti diversi perché la gravità agisce sullo scorrere del tempo.

Einstein intuì quindi che la presenza di materia o energia curva la geometria dello spaziotempo e che la gravità è una manifestazione di questa curvatura. In questo modo, sapendo dalla Relatività Speciale che i fotoni nel loro percorso seguono una geodetica con  $ds^2 = 0$ , la curvatura dello spaziotempo impone alla radiazione una deflessione dalla traiettoria rettilinea che si avrebbe in assenza di gravità.

Einstein riassunse tale teoria nella nota **equazione di campo relativistica**:

$$R_{ik} - \frac{1}{2}g_{ik}R - \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{ik}$$

dove viene indicato con  $R_{ik}$  il tensore di Ricci dato dalla contrazione del tensore di Riemann  $R^l_{ilk}$ ,  $g_{ik}$  la metrica,  $R$  lo scalare di curvatura dato dalla contrazione del tensore di Ricci con il tensore metrico e  $T_{ik}$  il tensore energia-impulso, che contiene informazioni sulla sorgente di campo gravita-

zionale. La costante  $\Lambda$ , introdotta prima da Einstein stesso per far sì che l'Universo fosse eterno e statico e poi da lui eliminata considerandola "il suo più grande errore" dopo la scoperta da parte di Hubble di un Universo in espansione costante, venne rivalutata alla fine degli anni '90 quando osservazioni di Supernovae di tipo Ia portarono alla scoperta dell'espansione accelerata dell'Universo (Perlmutter et al., 1998).

La trattazione dell'equazione di campo relativistica è in realtà molto più articolata, ma non ha fini utili per la prosecuzione dell'elaborato, ci limitiamo per tale motivo ad avere solamente un'idea generale.

## 1.1 La metrica di Schwarzschild

Soluzioni analitiche dell'equazione di campo furono considerate anche da Einstein stesso estremamente complicate da trovare. La prima soluzione esatta ottenuta, la quale descrive un campo gravitazionale statico a simmetria sferica, che con buona approssimazione rappresenta il campo della Terra, del Sole, e degli oggetti celesti, porta il nome di metrica di Schwarzschild, dal suo scopritore Karl Schwarzschild<sup>1</sup>(Schwarzschild, 1916). Tale soluzione parte da varie ipotesi che semplificano la trattazione. Si considera:

- $\Lambda = 0$  in quanto gli effetti dovuti a tale costante cosmologica si fanno rilevanti solo a intervalli di distanza elevati ed è invece irrilevante su tratti brevi come quelli utilizzati nel nostro studio;
- $T_{ik} = 0$ , in quanto siamo interessati a soluzioni esterne alla massa che genera il campo gravitazionale;
- la massa in questione non rotante e priva di carica elettrica.

Chiamando  $M$  la massa del corpo che genera il campo gravitazionale e  $r$  la distanza da quest'ultima, si ha:

$$ds^2 = \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right) c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2GM}{rc^2}\right)^{-1} dr^2 - r^2(\sin^2 \theta d\phi^2 + d\theta^2)$$

L'espressione presenta due singolarità. Oltre a quella in  $r = 0$ , si ottiene  $r_S = 2GM/c^2$  meglio nota come **raggio di Schwarzschild**. Un'approssimazione della metrica nei limiti di campo debole si ottiene passando alle

---

<sup>1</sup>Astronomo, astrofisico, collega di Albert Einstein riuscì a ottenere nel Gennaio 1916, solo tre mesi dopo l'introduzione della Relatività Generale, la prima soluzione esatta dell'equazione di campo inducendo meraviglia e stupore nel collega. Noto anche per aver sostenuto studi importanti circa le atmosfere stellari, morì durante la Prima Guerra Mondiale in trincea russa qualche mese dopo, nel Maggio 1916.

## 1.2. MOTO DI UN FOTONE IN UN CAMPO $\varphi$

coordinate radiali, considerando  $r = R/(1 + GM/2Rc^2)^2$  e successivamente alle coordinate cartesiane con  $x = R \sin \theta \cos \phi$ ,  $y = R \sin \theta \sin \phi$  e  $z = R \cos \theta$ . Risulta quindi:

$$ds^2 = \left( \frac{1 - \frac{GM}{2Rc^2}}{1 + \frac{GM}{2Rc^2}} \right)^2 c^2 dt^2 - \left( 1 - \frac{GM}{2Rc^2} \right)^4 (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

Nell'ipotesi di campo gravitazionale debole,  $|\varphi| = \frac{GM}{R} \ll c^2$ , in cui si possono trascurare tutti i termini dal secondo ordine in poi, otteniamo:

$$ds^2 = \left( 1 + \frac{2\varphi}{c^2} \right) c^2 dt^2 - \left( 1 - \frac{2\varphi}{c^2} \right) (dx^2 + dy^2 + dz^2)$$

## 1.2 Moto di un fotone in un campo $\varphi$

Analizziamo ora il moto di un fotone in campo gravitazionale debole sotto le leggi precedentemente descritte dividendo il caso di una lente puntiforme e il caso di una distribuzione estesa di massa.

**Lente puntiforme** Consideriamo in prima analisi un campo puntiforme dovuto a una massa  $M$ . Come già accennato il percorso effettuato dal fotone segue la geodetica dettata da  $ds^2 = 0$  e da ciò è possibile ricavare la velocità secondo:

$$v = \frac{dl}{dt} = c \sqrt{\frac{1 - \frac{2|\varphi|}{c^2}}{1 + \frac{2|\varphi|}{c^2}}} \approx c \left( 1 - \frac{2|\varphi|}{c^2} \right)$$

che come si nota è inferiore a quella del vuoto. Questo risultato porta alla possibilità di esprimere il cambio di velocità in termini di indice di rifrazione: il passaggio del fotone in una zona con distribuzione di massa non nulla è comparabile effettivamente al passaggio del raggio di luce in una lente con indice di rifrazione

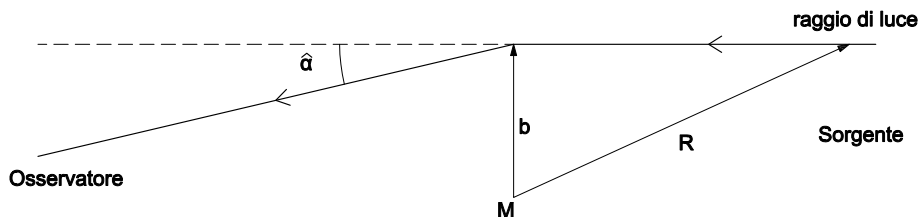
$$n = \frac{c}{v} = \left( 1 + \frac{2GM}{Rc^2} \right)$$

Indichiamo con  $b$  la distanza minima tra la lente e il raggio di luce come indicato in Fig.(1.1). Con l'ipotesi della validità della metrica di Schwarzschild, otteniamo l'angolo di deflessione totale subito dal raggio di luce:

$$\hat{\alpha} = \frac{4GM}{bc^2} \tag{1.1}$$

## CAPITOLO 1. IL FORMALISMO DEL LENSING GRAVITAZIONALE

La deflessione subita dal raggio di luce nel passaggio è dunque direttamente proporzionale alla massa del deflettore e inversamente proporzionale alla minima distanza tra esso e il fotone. Oltre alle ipotesi espresse all'inizio del paragrafo, si considera il parametro  $b$  molto grande rispetto al raggio di Schwarzschild  $r_S$  in modo tale che l'angolo  $\hat{\alpha} = 2r_S/b$  sia piccolo<sup>2</sup>.



**Figura 1.1:** Schema geometrico della deflessione della luce dovuta alla presenza di una lente puntiforme di massa  $M$ . La quantità  $\alpha$  è l'angolo di deflessione come descritto nell'Eq.(1.1), il parametro di impatto è indicato con  $b$  e si riferisce alla minima distanza del raggio luminoso dalla lente.

Per continuare la trattazione enunciamo anzitutto il Principio Cosmologico: l'Universo visto da osservatori fondamentali appare omogeneo e isotropo. Nell'enunciato l'osservatore fondamentale è inteso come sistema di riferimento solidale e *comoving* con il substrato cosmico, con il termine omogeneo si intende che ogni osservatore fondamentale vede la stessa struttura generale dell'Universo a un dato tempo cosmico, con il termine isotropo si intende che in qualunque direzioni si guardi l'Universo questo risulti lo stesso per tutti gli osservatori fondamentali a un dato tempo cosmico. La metrica utilizzata per la descrizione di un Universo dove si assume valido il Principio Cosmologico è la metrica di Robertson-Walker (RW) definita come:

$$ds^2 = dt^2 - \frac{1}{c^2} \left[ \frac{dx^2}{1 - kx^2} + x^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2) \right]$$

con  $\theta$ ,  $x$ ,  $\phi$  coordinate proprie e  $k$  parametro che descrive la geometria dell'Universo. In un fenomeno di lensing la luce segue RW in tutto il tragitto dalla sorgente all'osservatore, tranne nel breve tratto in cui entra nel campo

<sup>2</sup>Nella trattazione classica il risultato ottenuto è esattamente la metà. Si consideri infatti l'accelerazione  $a = \frac{GM}{r^2} \sin \theta$  con  $\sin \theta = \frac{b}{r}$  e  $r = c^2 t^2 + b$  allora si ottiene che la velocità della luce nel passaggio nel campo gravitazionale risulta essere  $v = \int_{-\infty}^{+\infty} a dt = \frac{2GM}{cb}$  e l'angolo di deflessione  $\hat{\alpha}_{Newton} = \frac{2GM}{bc} = \frac{\hat{\alpha}}{2}$ . Si giunge a un risultato di questo tipo perché nella teoria classica Newtoniana si tiene conto dell'effetto che la gravità ha sulla componente temporale, dilatandola ma non dell'effetto che ha nella componente spaziale.

## 1.2. MOTO DI UN FOTONE IN UN CAMPO $\varphi$

gravitazionale della lente. Se chiamiamo  $z$  l'asse ottico,  $dz$  la distanza co-moving e consideriamo il potenziale di Poisson definito come  $\nabla^2\varphi = 4\pi G\rho$  possiamo esprimere il potenziale attraverso:

$$\varphi(b, z) = -\frac{GM}{(b^2 + z^2)^2}$$

il cui gradiente calcolato ortogonalmente a  $z$  è:

$$\nabla_{\perp}\varphi(b, z) = \frac{\partial\varphi}{\partial b} = \frac{GMb}{(b^2 + z^2)^{\frac{3}{2}}}$$

e quindi riottenere che:

$$\hat{\alpha} = \frac{2}{c^2} \int_{-\infty}^{+\infty} \nabla_{\perp}\varphi(b, z) dz = \frac{4GM}{c^2 b} \quad (1.2)$$

Dall'Eq.(1.2) si nota che l'angolo di deflessione, dato un determinato valore di impatto  $b$ , è dovuto alla variazione di potenziale gravitazionale lungo la direzione perpendicolare integrato lungo il cammino della luce.

**Lente estesa** Poniamo ora l'attenzione su una lente sottile non puntiforme la cui distribuzione di massa è espressa in termini della densità di massa, ossia la massa contenuta nel piano perpendicolare alla linea di vista e passante per il baricentro della lente. Chiamiamo  $\vec{\xi}$  il parametro di impatto cioè il vettore contenuto nel piano della lente che unisce il deflettore al raggio di luce e consideriamo la lente come formata da tante masse infinitesime  $m_i$  poste a una distanza  $\vec{\xi}_i$  dal baricentro della lente. Per non perdere di generalità non assumiamo per ora alcuna simmetria e attraverso l'Eq.(1.2) riscriviamo l'angolo come:

$$\vec{\hat{\alpha}}(\vec{\xi}) = \frac{4G}{c^2} \sum_i m_i \frac{\vec{\xi} - \vec{\xi}_i}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}_i|^2} \approx \frac{4G}{c^2} \int_{lente} \frac{(\vec{\xi} - \vec{\xi}_i)\Sigma(\xi)}{|\vec{\xi} - \vec{\xi}_i|^2} d^2\xi^2$$

dove è indicato con  $\Sigma(\xi)$  la densità di massa della lente proiettata sul piano della lente, che prendendo un punto di coordinate  $(\xi', z)$  con densità  $\rho(\xi', z)$  ha espressione:

$$\Sigma(\xi) = \int_{-\infty}^{+\infty} \rho(\xi, z) dz$$

Per ottenere una relazione analoga a Eq.(1.2) in forma integrale è necessario riscrivere la deflessione dell'angolo in termini di potenziale gravitazionale deproiettato:

$$\psi(\vec{\xi}) \equiv \int \varphi(\vec{\xi}, z) dz \quad (1.3)$$

e utilizzando come fatto in precedenza la relazione di Poisson questa volta definita come  $\nabla_{\xi}^2 \psi(\vec{\xi}) = 4\pi G \Sigma(\vec{\xi})$  ottenere l'angolo di deflessione proporzionale al gradiente di potenziale proiettato:

$$\vec{\alpha}(\vec{\xi}) = \frac{2}{c^2} \nabla_{\xi} \psi(\vec{\xi})$$

Un caso di particolare interesse e utile a fini pratici è considerare una distribuzione di massa a simmetria sferica. In questo caso la densità di massa dipende solamente dal modulo del parametro di impatto,  $\xi \equiv |\vec{\xi}|$  e data la simmetria del problema l'angolo di deflessione assume lo stesso valore assoluto in tutte le circonferenze aventi uguale raggio. Assumendo valida tale simmetria l'angolo di deflessione viene descritto da una forma analoga all'Eq.(1.2) ovvero:

$$\hat{\alpha}(\xi) = \frac{4GM(\xi)}{c^2 \xi}$$

assumendo  $M(\xi)$  la massa contenuta in un raggio  $\xi$  seconda l'equazione:

$$M(\xi) = 2\pi \int_0^{\xi} \xi' \Sigma(\xi) d\xi'$$

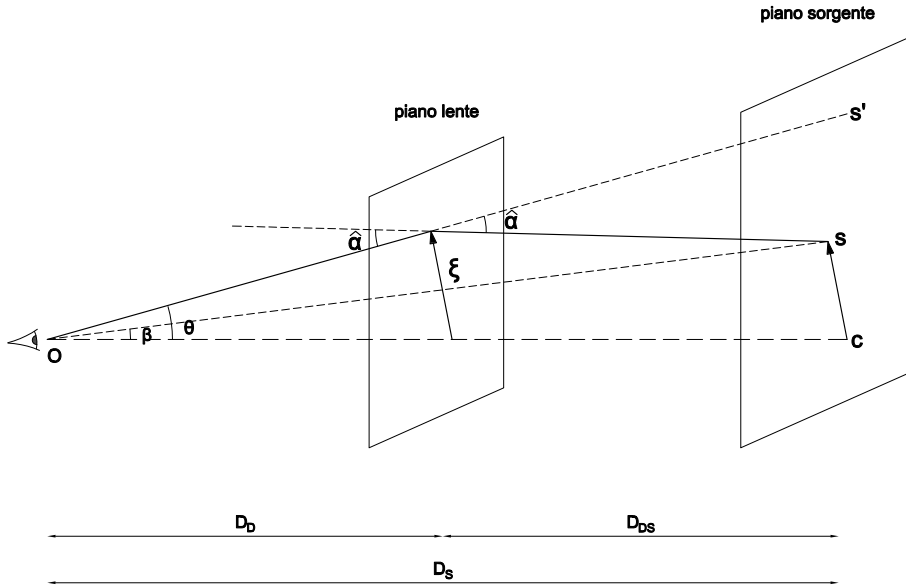
Si deduce dunque che per una distribuzione descritta da simmetria sferica l'angolo di deflessione non dipende dal profilo radiale della lente ma solamente dalla quantità di materia contenuta all'interno del parametro di impatto.

### 1.3 L'equazione della lente

Il fenomeno di lensing gravitazionale è ben descritto dall'ottica geometrica. La seguente trattazione sarà effettuata in approssimazione di lente sottile, in questo modo si assume che lo spessore della lente sia trascurabile se confrontato alle altre lunghezze in gioco, e che essendo la lente assimilata ad un piano si possa trascurare ciò che avviene all'interno durante il passaggio dei raggi di luce.

In riferimento alla Fig.(1.2), un osservatore terrestre, non conoscendo la massa  $M$ , non riesce né a misurare l'angolo di deflessione  $\hat{\alpha}$ , né l'angolo che descrive la posizione reale della sorgente  $\beta$ , ma solamente l'angolo  $\theta$  in cui si osserva l'immagine della sorgente. E' necessario dunque trovare una correlazione tra essi e per farlo si introducono tre misure:

### 1.3. L'EQUAZIONE DELLALENTE



**Figura 1.2:** Descrizione geometrica della traiettoria del raggio di luce proveniente dalla sorgente S con parametro di impatto  $\xi$ .

- $D_D$ , la distanza tra l'osservatore e il piano della lente (detto anche piano immagine);
- $D_S$ , la distanza tra l'osservatore e il piano della sorgente;
- $D_{DS}$ , la distanza tra il piano della lente e il piano della sorgente.

Considerando una lente puntiforme, è evidente dalla Fig.(1.2) che:

$$\theta D_S = \beta D_S + \hat{\alpha} D_{DS}$$

Infine introducendo l'*angolo di deflessione ridotto* definito come:

$$\alpha = \frac{D_{DS}}{D_S} \hat{\alpha}$$

si ricava **l'equazione della lente**:

$$\theta = \beta + \alpha$$

Dalla Eq.(1.2) e notando che  $b = \theta D_D$  si ottiene:

$$\theta = \beta + \frac{4GM}{c^2} \frac{D_{DS}}{\theta D_D D_S} \quad (1.4)$$

## CAPITOLO 1. IL FORMALISMO DEL LENSING GRAVITAZIONALE

A questo punto si introduce il *raggio di Einstein* definito come:

$$\theta_E = \sqrt{\frac{4GM}{c^2} \frac{D_{DS}}{D_D D_S}} \quad (1.5)$$

e si ottiene dalla Eq.(1.4):

$$\theta^2 - \beta\theta - \theta_E^2 = 0$$

Una sorgente posta a un angolo  $\beta \neq 0$  descrive la soluzione generale e la formazione di due immagini fittizie la cui posizione angolare è descritta da:

$$\theta_{\pm} = \frac{\beta}{2} \pm \theta_E \sqrt{1 + \frac{\beta^2}{4\theta_E^2}} \quad (1.6)$$

Un risultato interessante si ottiene considerando una sorgente posta a  $\beta = 0$ , lungo la linea di vista. In questo caso la soluzione è  $\theta = \theta_E$  e l'immagine della sorgente creata dalla deformazione dei raggi è un anello chiamato *anello di Einstein* o *Einstein ring*. La stessa immagine si otterrebbe considerando una lente estesa a simmetria sferica in cui la sorgente è posta lungo la linea di vista. Infine notiamo che, come si evince dalla Eq.(1.5), la dimensione dell'anello di Einstein dipende solo dalla quantità di materia (visibile e non) entro  $\theta_E$  da cui è formata la lente.

**Lente reale** Se si considera una lente estesa come una galassia la situazione è pressoché simile a quanto appena discusso. Data la bidimensionalità del problema gli angoli considerati diventeranno vettoriali mentre il potenziale gravitazionale si riscriverà come potenziale gravitazionale proiettato utilizzando l'Eq.(1.3) e assumendo che (Mollerach and Roulet, 2002):

$$\Psi \equiv \frac{2}{c^2} \frac{D_{DS}}{D_S D_D} \psi$$

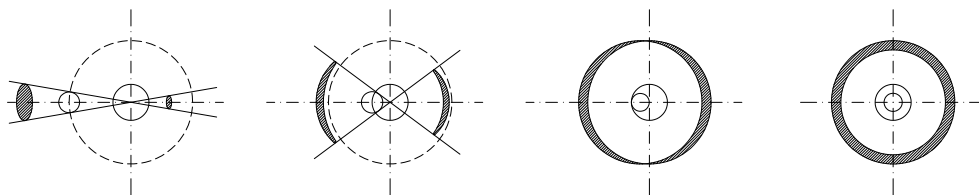
Se si analizza il caso particolare in cui la lente ha densità superficiale di massa  $\Sigma(\xi)$  costante e grandezza illimitata, allora la massa entro un parametro di impatto  $\xi$  è descritta da  $M(< \xi) = \pi\xi^2\Sigma$  e l'angolo di deflessione ottenuto è dato da:

$$\alpha(\theta) = \frac{4G\pi\xi^2\Sigma}{C^2\xi} \frac{D_{DS}}{D_S} = \frac{4G\pi\Sigma}{c^2} \frac{D_{DS}D_D}{D_S} \theta$$

in cui si è utilizzato  $\xi = D_D\theta$ . Una lente a simmetria sferica viene descritta in modo analogo a quanto appena esposto considerando un profilo di distribuzione di massa dato da  $M(\xi)$ .



## 1.4. GLI EFFETTI DEL LENSING SULL'IMMAGINE



**Figura 1.3:** Schema della creazione di immagini multiple in un fenomeno di lensing. Da sinistra a destra la sorgente si avvicina sempre di più alla linea di vista fino a sovrapporsi così che le immagini della sorgente passano da due singole e ben distinte ad un anello di Einstein.

A questo punto definita la densità superficiale critica:

$$\Sigma^* = \frac{c^2 D_S}{4G\pi D_{DS} D_D}$$

abbiamo che  $\alpha(\theta) = \theta$  per ogni valore di  $\theta$ , ossia  $\beta = 0$  e quindi si ottiene un anello di Einstein ogni qualvolta che la densità superficiale eguaglia quella critica. In altri casi si formeranno due immagini distinte e ingrandite che, come in Fig.(1.3), si troveranno una all'interno del raggio definito da  $\theta_E$ , e l'altra all'esterno. L'estensione dell'immagine della lente si verifica essere ottenuta tracciando le due linee rette colleganti il baricentro della lente con il bordo della sorgente non perturbata.

## 1.4 Gli effetti del lensing sull'immagine

La deflessione della luce proveniente dalla sorgente a causa della presenza di una lente nell'Universo provoca una distorsione dell'immagine della sorgente. Questa subisce nel complesso una magnificazione, a cui corrisponde un ingrandimento della dimensione angolare della sorgente e un aumento in flusso. Nei successivi paragrafi si discute in dettaglio questi due effetti di lensing indispensabili per comprendere pienamente il fenomeno.

### 1.4.1 La magnificazione

L'ingrandimento dell'immagine della sorgente per effetto del lensing si riferisce all'incremento dell'angolo sotteso dalla sorgente. Considerando quindi grandezze angolari si ha che la magnificazione è definita come:

$$A = \frac{d\Omega}{d\Omega_0}$$

CAPITOLO 1. IL FORMALISMO DEL LENSING GRAVITAZIONALE

dove viene indicato con  $d\Omega$  l'angolo solido sotteso dall'immagine della sorgente e con  $d\Omega_0$  l'angolo sotteso dall'immagine in assenza di deflettore. Ugualmente utilizzando gli angoli descritti in precedenza abbiamo, a seconda delle due immagini:

$$A = \frac{\theta_{\pm} d\theta_{\pm}}{\beta d\beta} = \frac{1}{2} \pm \frac{\beta^2 + 2\theta_E^2}{2\beta\sqrt{\beta^2 + 4\theta_E^2}}$$

dove, per la seconda uguaglianza si è usata la relazione trovata in Eq.(1.6) e il segno negativo che accompagna una soluzione di  $\theta$  indica che l'immagine della sorgente è capovolta rispetto all'immagine reale.

Il calcolo separato dell'ingrandimento positivo  $A_+$  e di quello negativo  $A_-$  dipende dalla possibilità che si riesca effettivamente a risolvere l'immagine in questione. Più volte capita che le singole immagini non possano essere risolte, e l'unica misurazione possibile è il flusso totale, e quindi la magnificazione totale ottenuta sommando i due contributi in valore assoluto ossia,  $A = A_+ + |A_-|$ .

Nel caso di lente estesa gli angoli  $\vec{\beta}$  e  $\vec{\theta}$  diventano grandezze vettoriali e la definizione di ingrandimento diventa più complessa. Analizziamo le trasformazioni dal piano immagine al piano della sorgente. In questo modo l'ingrandimento si descrive con la matrice di grandezze angolari:

$$A_{ij} = \frac{\partial\beta_i}{\partial\theta_j} = \delta_{ij} - \frac{\partial^2\Psi(\vec{\theta})}{\partial\theta_i\partial\theta_j}$$

Lo Jacobiano della matrice  $A_{ij}$  si asserisce essere esattamente l'inverso del tensore di magnificazione  $M_{ij}$  così l'ingrandimento è dato da:

$$\det M_{ij} = \frac{1}{\det A_{ij}}$$

Definiamo la **convergenza**  $K$  come

$$K(\theta) \equiv \frac{\Sigma(\theta)}{\Sigma^*}$$

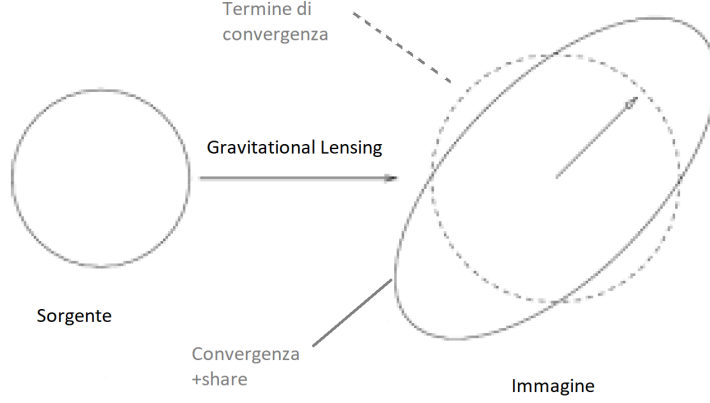
che risulta essere uguale a :

$$K(\theta) = \frac{1}{2} \nabla_{\vec{\theta}}^2 \Psi = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_1^2} + \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_2^2} \right)$$

La matrice che descrive la mappa tra la sorgente e l'immagine della sorgente ha come elemento principale il tensore di distorsione o **shear** ottenuto come combinazione di:

$$\gamma_1 \equiv \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \Psi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_1^2} - \frac{\partial^2 \Psi^2(\vec{\theta})}{\partial \theta_2^2} \right) = \gamma(\vec{\theta}) \cos(\varphi), \gamma_2 \equiv \frac{\partial^2 \Psi(\vec{\theta})}{\partial \theta_1 \partial \theta_2} = \gamma(\vec{\theta}) \sin(\varphi)$$

#### 1.4. GLI EFFETTI DEL LENSING SULL'IMMAGINE



**Figura 1.4:** Illustrazione degli effetti gravitazionali di convergenza e shear in una sorgente circolare.

avendo considerato il tensore di distorsione come:

$$\gamma(\vec{\theta}) = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}$$

In questo modo la matrice jacobiana  $A_{ij}$  della trasformazione è data da:

$$A = (1-K(\theta)) \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - \gamma(\vec{\theta}) \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \\ \sin \varphi & -\cos \varphi \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1-K-\gamma_1 & -\gamma_2 \\ -\gamma_2 & 1-K+\gamma_1 \end{pmatrix} \quad (1.7)$$

Dal determinante della matrice, dunque, l'ingrandimento è uguale a:

$$A = \frac{1}{(1-K^2) - \gamma^2} \quad (1.8)$$

I due termini dell'Eq.(1.7) hanno significati distinti e assumono ruoli diversi nella formazione dell'immagine della sorgente come si vede in Fig.(1.4):

- il primo è chiamato *termine di convergenza*, descrive tutte le variazioni di superficie a parità di forma;
- il secondo termine si definisce *termine di shear* e introduce le anisotropie, descrivendo tutte le variazioni di forma a parità di superficie. In particolare la quantità  $\gamma$  descrive l'entità della distorsione, mentre  $\varphi$  indica l'orientazione dello shear.

### 1.4.2 Conservazione della brillantezza superficiale

Dall'effetto di ingrandimento sopra descritto consegue un aumento di flusso apparente della sorgente, effetto particolarmente importante se si considerano le implicazioni scientifiche. Ciò accade perchè, in un fenomeno di lensing, la brillantezza superficiale si conserva.

La brillantezza superficiale  $I_\nu$  è definita come il flusso di energia di una sorgente in una certa banda  $\nu$  che passa attraverso una superficie di area unitaria perpendicolare alla direzione di propagazione in unità di tempo, di angolo solido e di frequenza. In uno spazio Euclideo la conservazione della brillantezza superficiale è garantita (può accadere che ci siano assorbimenti all'interno della sorgente come in una galassia a causa delle polveri ma questo non verrà trattato), tuttavia in regime relativistico l'invariante non è la brillantezza superficiale ma il rapporto di essa con il cubo del suo momento  $\vec{p}$  ed avendo, dalla teoria, che il momento è direttamente proporzionale alla frequenza otteniamo che:

$$\frac{I_\nu}{\nu^3} = k$$

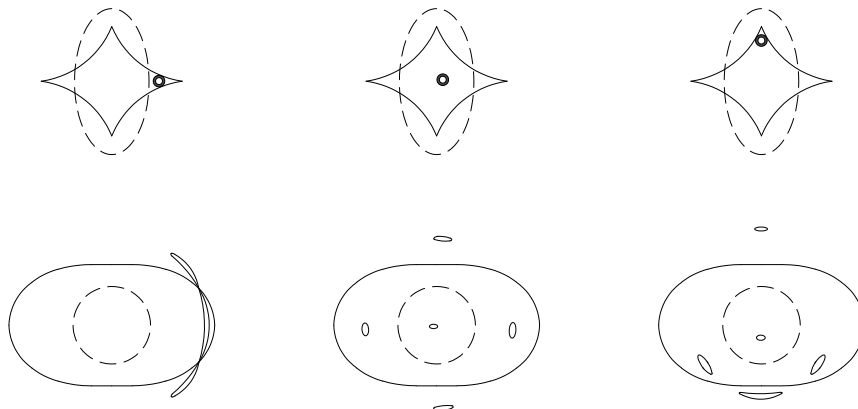
con  $k$  costante arbitraria. Quando un fotone entra nel pozzo gravitazionale della lente, acquista energia, venendo quindi blueshiftato, ma in assenza di variazioni significative nel potenziale gravitazionale della lente, assunzione valida nei fenomeni di lensing gravitazionale, la stessa energia viene persa dal fotone per uscirne, venendo quindi redshiftato della stessa quantità. Se ne deduce che nel complesso la frequenza del fotone non cambia, e di conseguenza nemmeno la brillantezza superficiale.

## 1.5 Le caustiche e le linee critiche

Data una configurazione lente-sorgente esistono delle zone dove la magnificazione tende all'infinito, tali zone nel piano della sorgente vengono chiamate caustiche. L'immagine delle caustiche nel piano della lente forma le cosiddette linee, o curve, critiche. Nella realtà la magnificazione tende a un valore elevato ma comunque finito, questo perché la sorgente reale è un oggetto esteso e la magnificazione totale è data dalla media pesata sulla brillantezza superficiale della magnificazione sulla superficie che è finita. In generale cuspidi e linee critiche sono curve chiuse che descrivono il luogo dei punti in cui  $K$  e  $\gamma$  dell'Eq.(1.8) annullano il denominatore.

Un caso particolare si ha considerando una lente puntiforme e un angolo  $\beta = 0$ , in modo che la sorgente sia perfettamente allineata con la lente. Con questa configurazione la caustica è il punto singolo lungo la linea di vista, mentre la linea critica è rappresentata dall'anello di Einstein. In generale

### 1.5. LE CAUSTICHE E LE LINEE CRITICHE



**Figura 1.5:** Schema di una sorgente circolare lensata da una lente ellittica non singolare con tre diverse posizioni della sorgente. Nella prima riga sono riportate caustiche e posizione della sorgente, nella seconda riga le linee critiche e le immagini multiple e deformate della sorgente.

questa configurazione non accade, ma lo studio delle caustiche e linee critiche rivela comunque proprietà importanti sulla parità e sul numero delle immagini. Secondo il teorema di Burke (Burke, 1981), il numero totale di immagini prodotte da una lente non singolare è dispari. Se la sorgente è abbastanza lontana dalla distribuzione di massa che funge da lente l'immagine risultante è singola. Man mano che la sorgente si avvicina alla linea di vista le immagini si aggiungono in coppia: ogni qual volta che la sorgente interseca una caustica si forma una nuova coppia di immagini. Ciò nonostante per sorgenti non singolari osservare tutte le immagini è spesso difficile, in quanto alcune di esse appaiono demagnificate o localizzate vicino al centro della distribuzione della lente, dove generalmente si trova la galassia.

Quando la sorgente si muove all'interno della caustica allontanandosi da essa, un osservatore vede le due immagini allontanarsi in direzione opposta lungo le linee critiche. Per tale motivo le linee critiche dividono il piano della lente in zone di parità definita così che una immagine abbia parità positiva e l'altra parità negativa. Si noti infine che le immagini che si formano nella regione compresa tra due linee critiche sono sempre invertite, mentre nel resto dell'IP le immagini hanno parità positiva.

Il teorema di Burke può non essere valido se la sorgente considerata è singolare. Si tratta di una ipotesi importante se si considerano fenomeni di microlensing o sistemi in cui le lenti sono galassie modellate da SIS (*Singular Isothermal Sphere*). Le immagini ottenute con questa configurazione sono

## CAPITOLO 1. IL FORMALISMO DEL LENSING GRAVITAZIONALE

sempre due con parità opposta per ogni posizione della lente.

La forma assunta dalle caustiche e dalle linee critiche dipende dalla lente e dalla sua distribuzione. Lenti puntiformi o a simmetria circolare sono descritti da caustiche e linee critiche puntiformi e circolari, mentre la situazione diviene più complessa se si considerano lenti ellittiche. In questo caso, la caustica puntiforme, tipica di lenti a simmetria sferica, viene sostituita da una caustica a quattro cuspidi, mentre quella circolare viene deformata in una ellisse. La Fig.(1.5) descrive la formazione delle immagini della sorgente dovute alla presenza di una lente ellittica. Le immagini in alto descrivono la sorgente e le caustiche, quelle in basso le linee critiche e l'immagine deformata della sorgente nel piano immagine. Nel passaggio dal piano della sorgente al piano immagine, la caustica formata dalle quattro cuspidi (linea continua) viene trasformata nell'ellisse esterna (linea continua), mentre la caustica ellittica (linea tratteggiata) ha come immagine la circonferenza interna (linea tratteggiata). Nella prima configurazione partendo da sinistra, l'immagine vicina alla linea critica esterna è allungata tangenzialmente, in questo modo la linea critica prende il nome di linea critica tangenziale e la rispettiva caustica è chiamata caustica tangenziale. La linea critica interna viene invece chiamata radiale, lo stesso accade per la rispettiva caustica.

## Capitolo 2

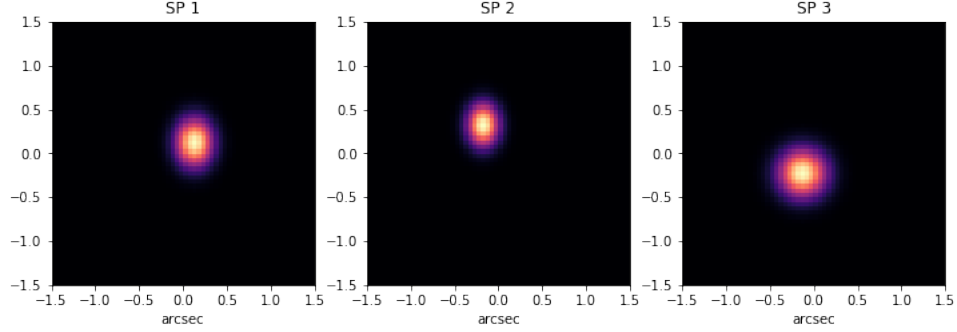
# Ricostruzione di una sorgente simulata

In questo capitolo simuleremo e ricostruiremo una sorgente gravitazionalmente lensata. Il linguaggio di programmazione utilizzato a tale scopo è Python, e per la ricostruzione ci si servirà della libreria PYAUTOLENS. PYAUTOLENS è una libreria di Python introdotta appositamente per lo studio di fenomeni di lensing gravitazionale e la ricostruzione di sorgenti lensate. Caratteristiche fondamentali del codice sono la maggiore velocità di processione dei dati rispetto a simili codici, il suo essere liberamente disponibile e l'automazione: obiettivo di PYAUTOLENS è ricostruire grandi set di immagini provenienti da surveys riducendo al minimo l'apporto dello scienziato. Per la ricostruzione della sorgente sono stati utilizzati due diversi metodi, uno parametrico e uno semiparametrico, le cui caratteristiche verranno descritte di seguito.

### 2.1 Simulazione di una sorgente lensata

In questo paragrafo simuleremo una tipica osservazione di un fenomeno di galaxy-galaxy strong lensing. Per prima cosa si genera un piano immagine (o Image Plane, IP) e un piano sorgente (o Source Plane, SP), scegliendo per entrambi una griglia quadrata di  $200 \times 200$  pixel con una pixel scale di  $0.05''$ . Si passa poi alla simulazione di una sorgente lensata ad alto redshift. A differenza di quanto accade nell'Universo locale dove vale la ben nota sequenza morfologica di Hubble e i tassi di formazione stellare sono in media sulla decina di  $M_{\odot}/yr$ , spostandosi ad alti- $z$  le Galassie sono spesso oscurate da polveri, irregolari, con tassi di formazione stellare di centinaia di  $M_{\odot}/yr$ . Come sorgenti sono stati quindi creati tre blobs ad alta formazione stellare

## CAPITOLO 2. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE SIMULATA



**Figura 2.1:** Simulazione di tre blob ad alto- $z$

( $SFR \sim 10^3 - 10^4 M_{\odot}/yr$ ). I singoli elementi sono riportati in Fig.(2.1), mentre la somma finale in Fig.(2.2).

Il modello di lente utilizzato nella simulazione è uno dei modelli più utilizzati nel lensing gravitazionale su scala galattica, il *Single Isothermal Ellipsoid* (o SIE, Kormann et al., 1994). Il profilo di densità di massa di un SIE è descritto da:

$$\rho(r) = \frac{\sigma_{SIE}^2}{2\pi G r^2}$$

I parametri di un SIE sono:

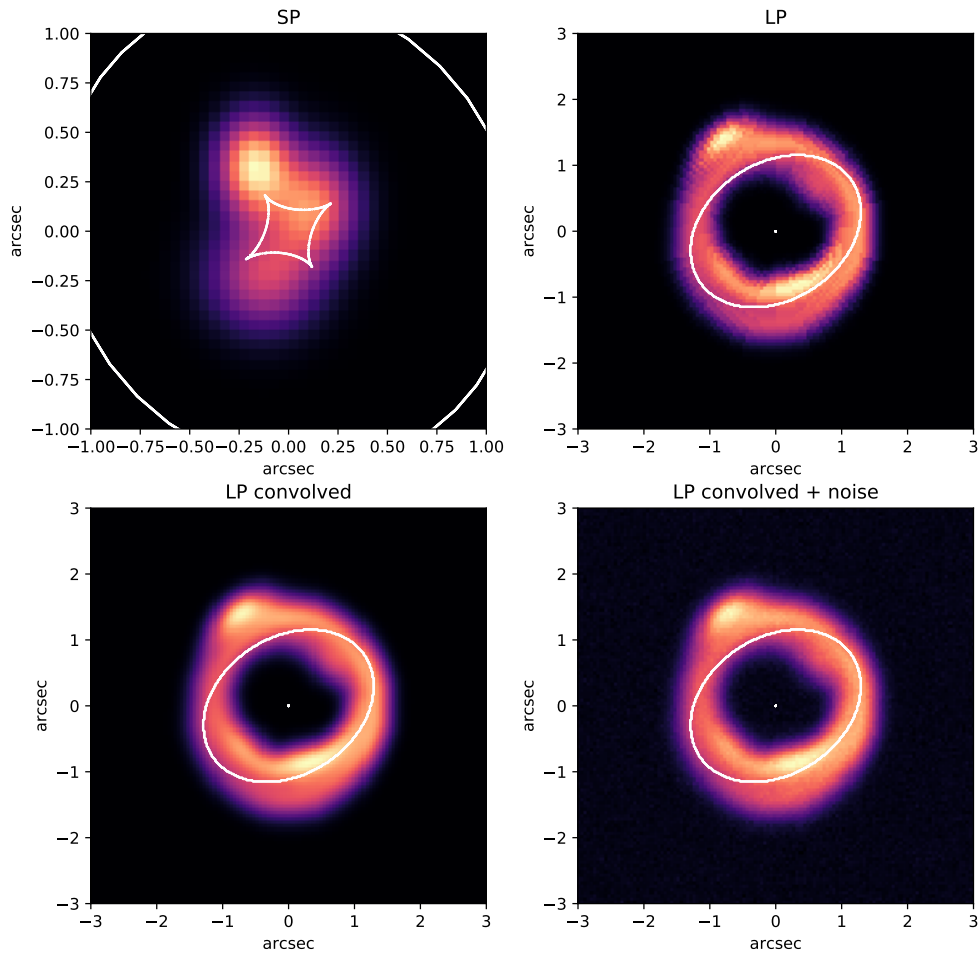
- la *posizione* del centro della lente rispetto al centro dell'immagine, che nel nostro caso coincidono;
- l'*ellitticità*  $q$  dove con  $q = 1$  si intende una sorgente sferica e con  $q = 0$  una retta. In questo caso è stato scelto  $q = 0.75$ ;
- l'*angolo di posizione* della lente  $\theta_{rot}$  misurato in senso antiorario a partire da Est che è stato scelto di  $33.3^{\circ}$ .
- l'*Einstein radius*  $r_{Ein}$ , misurato in arcosecondi.

Dopo aver creato la lente si procede lensando la sorgente simulata. In approssimazione di lente piana, lensare una sorgente coincide con spostare ogni pixel in base a quanto previsto dall'angolo di deflessione  $\alpha$ . Avendo in realtà due dimensioni su cui agire e più pixel su cui lavorare, l'angolo di deflessione è descritto da due matrici  $(\alpha_x, \alpha_y)$  in cui ogni elemento rappresenta lo spostamento lungo  $x$  e  $y$  di ogni singolo pixel.

Una volta misurato il valore dell'angolo di deflessione per entrambe le direzioni si procede con la creazione dell'immagine lensata della lente, ossia con il risolvere l'equazione della lente  $\theta = \beta - \alpha$ . Il risultato di questo processo è riportato in Fig.2.2.



## 2.1. SIMULAZIONE DI UNA SORGENTE LENSATA



**Figura 2.2:** Simulazione di un galaxy-galaxy strong lensing. In alto a sinistra è riportato il SP simulato, in alto a destra l'IP ottenuto lensando il SP. In basso a sinistra l'IP convoluto con la PSF, in basso a destra l'immagine finale a cui è stato aggiunto il noise.

**La PSF e il noise** Per simulare una osservazione è necessario effettuare ulteriori due passaggi. Ogni osservazione astrofisica è condizionata dal limite di diffrazione che assieme a altri effetti come il seeing e caratteristiche strumentali contribuiscono a far sì che l'immagine di un punto non sia ancora un punto, ma una funzione. Tale funzione è chiamata *Point Spread Function* (PSF). Dunque per simulare una osservazione è necessario convolvere l'immagine simulata con una PSF, che in questo caso è stata scelta con una FWHM (*Full Width at Half Maximum*) di  $0.2''$ . Infine sappiamo che ogni osservazione è affetta da un livello non trascurabile di rumore (noise). Lo si aggiunge dunque con una intensità di circa il 5% dell'intensità massima. I risultati ottenuti sono riportati in Fig.(2.2).

Come ultima cosa è necessario tenere conto che il valore esatto del noise di una osservazione astrofisica non è mai noto, ma può essere stimato. In questo caso, essendo una simulazione, il noise è noto, e per tale motivo è possibile servirsi del valore di questo per generale la noise map che verrà poi utilizzata nel lens modelling.

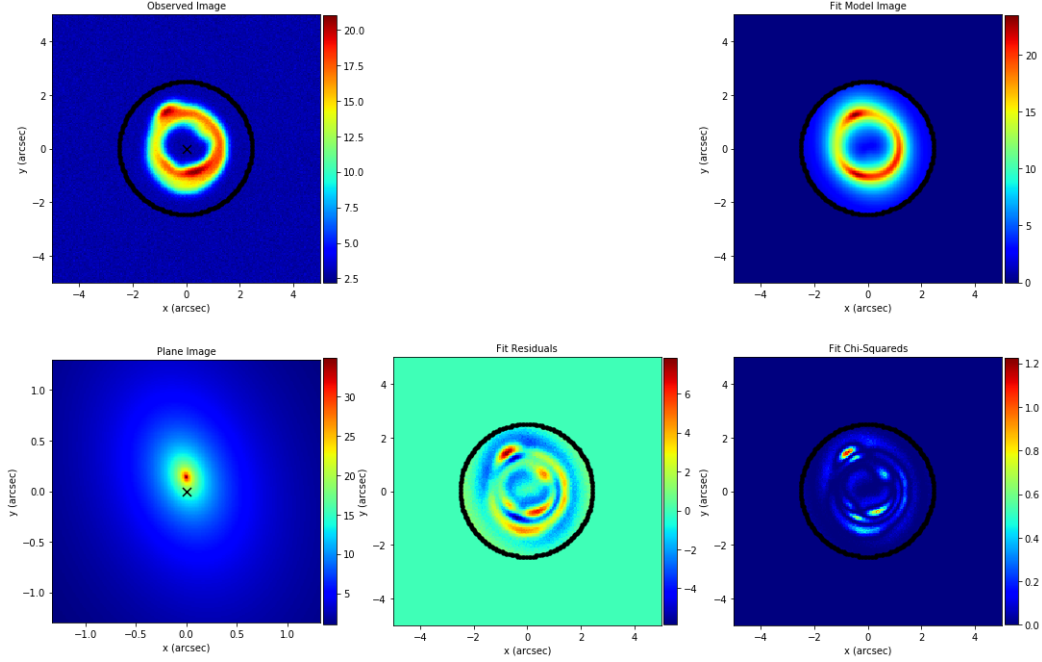
## 2.2 Ricostruzione con metodo parametrico

Il primo metodo utilizzato per ricostruire la sorgente è un metodo *parametrico*. I metodi parametrici descrivono lente e sorgente con modelli analitici descritti da parametri: in questo caso la lente è descritta da un SIE, la sorgente da un profilo Sérsic. Si tratta, per tale motivo, di un metodo semplice fin tanto che i parametri utilizzati per descrivere lente e sorgente sono limitati, ma con il rilevante svantaggio di descrivere la sorgente originaria con un singolo profilo Sérsic (che non necessariamente è una rappresentazione soddisfacente del vero profilo di una sorgente ad alto- $z$ ). Aggiungere più profili comporterebbe un calcolo computazionale troppo lungo e complesso e l'insorgere di degenerazioni tra parametri difficilmente districabili.

I metodi parametrici funzionano nel seguente modo. Come prima cosa si genera un profilo Sérsic, che è descritto da sette parametri, nel piano della sorgente. Successivamente si lensa la sorgente con una lente, che in questo caso è un SIE. Una volta creato l'IP si confronta con quello osservato. L'obiettivo è trovare il set di parametri del profilo Sérsic e della lente SIE per cui questa differenza pixel-by-pixel è minima. In termini matematici questo significa minimizzare il  $\chi^2$  definito come:

$$\chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^J \left( \frac{\sum_{i=1}^I d_j^{\text{model}} - d_j^{\text{observed}}}{\sigma_j} \right)^2 \quad (2.1)$$

## 2.2. RICOSTRUZIONE CON METODO PARAMETRICO



**Figura 2.3:** Ricostruzione della sorgente con metodo parametrico. In alto a sinistra l’IP, a destra l’IP ricostruito. In basso al centro i residui del fit. In basso a sinistra la sorgente ricostruita, a destra il valore del  $\chi^2$  sui singoli pixels.

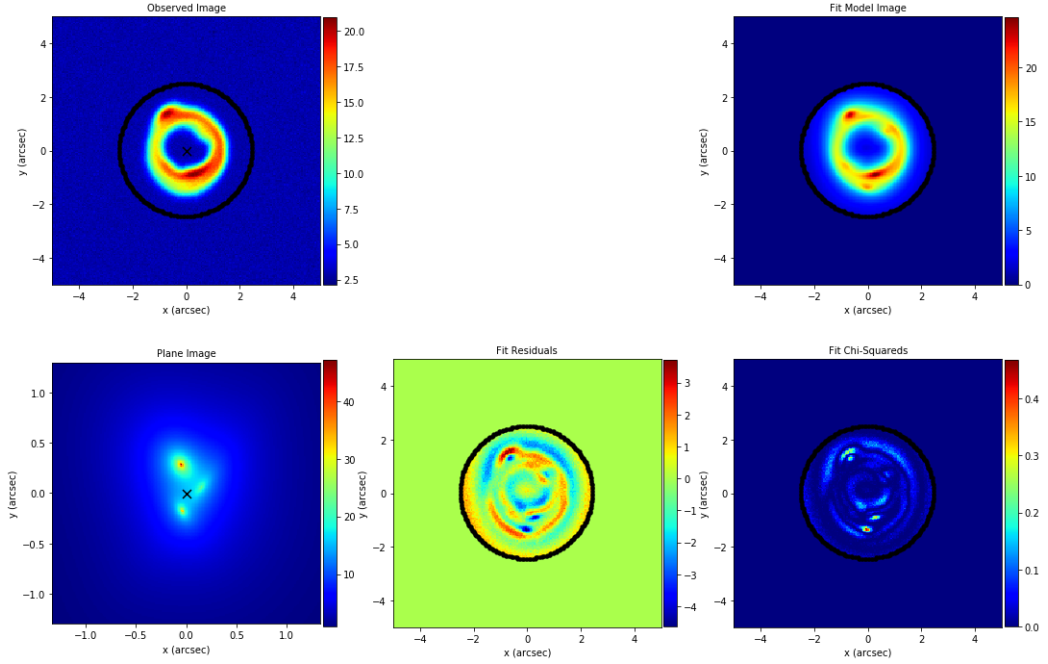
dove  $d_j^{\text{model}}$  sono i pixel del modello che si ha generato in precedenza,  $d_j^{\text{observed}}$  quelli osservati.

Si esplora quindi lo spazio dei parametri alla ricerca dei dodici per cui quel  $\chi^2$  è minimo. Questa ricerca viene fatta con metodi MonteCarlo che implementano tecniche Bayesiane come EMCEE (Foreman-Mackey et al., 2013) o MULTINEST (Feroz and Hobson, 2008, Feroz et al., 2009) costruiti in modo tale da minimizzare i tempi di ricerca.

Un espediente utilizzato per ridurre i tempi di elaborazione del programma è quello di inserire nell’IP originale una maschera. Misurare il  $\chi^2$  in ogni singolo pixel dell’IP non è necessario perché non in tutti c’è segnale proveniente dalla sorgente. Per questo motivo si valuta il  $\chi^2$  solo nei pixel che stanno all’interno di una maschera contenente il segnale della sorgente. Nel nostro caso questa è una maschera circolare di raggio  $2.50''$ .

Anche ridurre il range dei *priors* consente un notevole risparmio di tempo. In senso lato, i *priors* definiscono lo spazio dei parametri entro cui cercare la soluzione, limitando l’esplorazione a zone dello spazio dei parametri realistiche. Da una veloce analisi dell’IP è direttamente visibile come l’anello di

## CAPITOLO 2. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE SIMULATA



**Figura 2.4:** Ricostruzione della sorgente con metodo parametrico utilizzando tre diversi profili Sérsic. In alto a sinistra l'IP, a destra l'IP ricostruito. In basso al centro i residui del fit. In basso a sinistra la sorgente ricostruita, a destra il valore del  $\chi^2$  sui singoli pixels.

Einstein descritto dalla sorgente è racchiuso entro due raggi, in questo caso sono  $0.50''$  e  $2.00''$ . Si esplorerà quindi lo spazio dei parametri per  $\theta_{Ein}$  solo entro quei due valori.

Dal risultato ottenuto riportato in Fig.(2.3) è immediatamente visibile come l'IP ottenuto (*Fit Model Image*) è somigliante a quello osservato ma con dei residui evidenti, conseguenza del fatto che la sorgente è descritta con un singolo profilo Sérsic. Nonostante questo i parametri della lente ritrovati hanno valori che non si discostano troppo da quelli che sappiamo essere reali. In conclusione i metodi semiparametrici sono da considerare se si vuole avere una idea generale in un tempo limitato senza la pretesa di ottenere una sorgente ricostruita affidabile e con residui trascurabili.

### 2.2.1 Ricostruzione con tre profili Sérsic

Considerare un profilo Sérsic ottimizza i tempi del processo, ma comporta una perdita di accuratezza nel risultato finale. Ci si pone dunque la seguente domanda: cosa accadrebbe se invece di ricostruire la sorgente con un singolo profilo si desse la possibilità di utilizzarne tre?

### 2.3. LA REGULARIZED SEMILINEAR INVERSION

La scelta di tre profili Sérsic non è casuale, essendo il numero esatto di blob con cui abbiamo generato la sorgente simulata. Lo scopo di questa sezione è infatti cercare di capire se aumentando il numero di profili Sérsic con cui ricostruire la sorgente il risultato migliora. Ciò non accade nelle osservazioni reali: definire a priori se si tratta di una singola sorgente o di più blob non è così elementare. Applicando in questo caso tre profili Sérsic il fit è, come ci si aspetta, più accurato, ma l'aumento del numero di parametri necessari per descrivere i profili conduce a degenerazioni nello spazio dei parametri. Anche se i parametri della lente sono simili a quelli trovati con un singolo profilo Sérsic e, come si vede in Fig.(2.4), la soluzione non rassomiglia al SP simulato e i residui sono elevati. Per avere risultati più precisi e una ricostruzione migliore bisogna necessariamente cambiare metodo di lavoro.

## 2.3 La Regularized Semilinear Inversion

I metodi semiparametrici sono metodi di lens modelling in cui la morfologia della sorgente da ricostruire è lasciata completamente libera di variare. Per fare ciò PYAUTOLENS si basa sulla **Regularized Semilinear Inversion** (RSI, Dye et al., 2008, Nightingale and Dye, 2015, Warren and Dye, 2003).

### 2.3.1 Semilinear Inversion

Il concetto alla base del metodo è il seguente. Piuttosto che modellare la sorgente con un profilo analitico, si preferisce in questo caso descriverla con una griglia di pixel, ricercando per questi il valore di surface brightness ottimale. Si vogliono quindi trovare i conteggi sul SP per cui, per un dato modello di lente, il  $\chi^2$  è minimo. In prima analisi, una trattazione di questo tipo comporterebbe una ricerca pixel-by-pixel di un numero di parametri elevatissimo. Ogni pixel si considererebbe infatti come un parametro libero, così nel nostro caso, si avrebbero migliaia di parametri. Si tratta di un numero troppo alto che porterebbe a degenerazioni. In realtà ciò non accade, come si vedrà nella successiva trattazione matematica del metodo.

L'IP e il SP sono descritti da griglie di pixel, i cui valori rappresentano una conteggio di brillantezza superficiale del cielo. Queste griglie bidimensionali vengono matematicamente descritte da due arrays unidimensionali:

- nell'IP, i conteggi sono descritti dagli elementi  $d_j$ ,  $j = 1 \dots \mathcal{J}$ , con  $\mathcal{J}$  il numero totale di pixel nell'IP. A ogni pixel è associato il classico errore  $\sigma_j$ ;

## CAPITOLO 2. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE SIMULATA

- nel SP, i conteggi sono dentro un array  $\mathbf{S}$  di elementi  $s_i$ ,  $i = 1 \dots \mathcal{I}$ , con  $\mathcal{I}$  il numero totale di pixel nel SP.

Per un dato set di parametri della lente, l'IP e il SP sono collegati da una matrice rettangolare di elementi  $f_{ij}$ . Questa contiene tutte le informazioni relative al potenziale gravitazionale della lente. Se si hanno dei conteggi  $\hat{s}_i$  sul SP e un modello di lente e si vuole vedere come viene costruito l'IP e quali sono i conteggi  $\hat{d}_j^{\text{model}}$ , la relazione è data da  $\hat{d}_j^{\text{model}} = \hat{s}_i f_{ij}$ .

La costruzione della matrice  $f_{ij}$  è semplice. Si considera l' $i$ -esimo nel SP a cui si attribuisce un valore di brillantezza superficiale uguale a uno, mentre a tutti gli altri il valore zero. Si lensa questo SP unitario e si genera un IP, convoluto con una PSF per simulare una osservazione. Il valore  $f_{ij}$  corrisponde al  $j$ -esimo pixel su questo IP.

Ripetendo il procedimento per ogni pixel si costruisce la matrice di elementi  $f_{ij}$ .

### Unregularized Semilinear Inversion

Il  $\chi^2$  da minimizzare in questo caso è tra dei conteggi osservati  $d_j$  e un modello  $d_j^{\text{model}} = s_i f_{ij}$ , ovvero:

$$G = \frac{1}{2} \chi^2 = \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \left( \frac{\sum_{i=1}^{\mathcal{I}} s_i f_{ij} - d_j}{\sigma_j} \right)^2 \quad (2.2)$$

Per trovare il minimo della funzione pongo la derivata parziale in  $s_i$  uguale a zero e ottengo:

$$\frac{\partial G}{\partial s_i} = \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \left[ \frac{f_{ij} (\sum_{k=1}^{\mathcal{I}} s_k f_{kj} - d_j)}{\sigma_j^2} \right] = 0$$

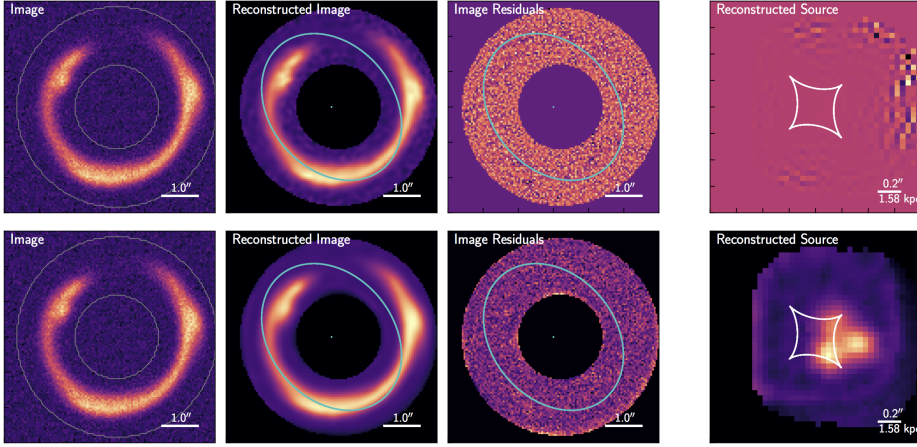
Si definiscono ora due arrays:

- $\mathbf{S} = [s_1, s_2, \dots, s_{\mathcal{I}}]$
- $\mathbf{D} = \left[ \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \frac{f_{1j} d_j}{\sigma_j^2}, \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \frac{f_{2j} d_j}{\sigma_j^2}, \dots, \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \frac{f_{\mathcal{I}j} d_j}{\sigma_j^2} \right]$

e la matrice  $\mathbf{F}$  di elementi:

$$F_{ik} = \sum_{j=1}^{\mathcal{J}} \frac{f_{ij} f_{kj}}{\sigma_j^2}$$

### 2.3. LA REGULARIZED SEMILINEAR INVERSION



**Figura 2.5:** *Pannelli superiori:* ricostruzione di una sorgente utilizzando la Semilinear Inversion non regolarizzata. *Pannelli inferiori:* ricostruzione della sorgente utilizzando la Semilinear Inversion regolarizzata.

Con queste definizioni, l'equazione di sopra viene riscritta nel seguente modo:

$$\sum_{k=1}^{\mathcal{I}} F_{ik} \cdot s_k = D_i \implies \mathbf{F} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{D}$$

e quindi il set di conteggi nel SP che minimizzano il  $\chi^2$  si trova calcolando:

$$\mathbf{S} = \mathbf{F}^{-1}\mathbf{D}.$$

Dunque, per un dato set di parametri della lente, per il quale esiste un'univoca matrice  $\mathbf{F}$ , i conteggi nel SP ricostruito che minimizzano il  $\chi^2$  sono ottenuti con il semplice prodotto tra le matrici sopra riportato.

#### Regularized Semilinear Inversion

In realtà il metodo precedente produce risultati insoddisfacenti perché cerca di fittare oltre al segnale della sorgente anche il rumore. Ogni pixel infatti agisce in modo indipendente l'uno dall'altro e di conseguenza possono esserci forti discontinuità tra un pixel e l'altro dell'SP ricostruito. Nonostante questo, come si vede nel pannello superiore di Fig.(2.5), il metodo porta a IP modellati sensati con residui praticamente perfetti anche se al contempo la sorgente ricostruita non ha nessuna somiglianza con la realtà.

Tale problema è risolvibile se si impone matematicamente che ogni singolo pixel del SP ricostruito non sia troppo diverso da quelli circostanti. Per fare

## CAPITOLO 2. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE SIMULATA

ciò si inserisce una regolarizzazione nella funzione  $G$  dell'Eq.(2.2) che diventa:

$$G_\lambda = \frac{1}{2}\chi^2 + \lambda E_{\text{reg}} = \frac{1}{2}\chi^2 + \lambda \frac{1}{2} \mathbf{S}^T \mathbf{H} \mathbf{S}$$

con  $\lambda$  nota come *regularization constant*, che controlla l'intensità della regolarizzazione, e  $\mathbf{H}$  la *regularization matrix*.

La nuova soluzione è data da:

$$\mathbf{S} = [\mathbf{F} + \lambda \mathbf{H}]^{-1} \mathbf{D}$$

In questo modo la ricostruzione del SP porta a risultati soddisfacenti, come si vede nel pannello inferiore di Fig.(2.5).

Costruire  $\mathbf{F}$  e calcolare  $\lambda$  per ogni set di parametri della lente è la parte più dispendiosa del metodo in termini di tempo, si passa da pochi secondi a iterazione fino ad alcuni minuti se si tratta di immagine interferometriche.

### Adaptive grid

Negli ultimi anni sono stati raffinati i metodi al fine di ottenere soluzioni più soddisfacenti possibili. Un metodo importante per ottenere un SP ricostruito più sensato consiste nell'avere più pixel dove la magnificazione è maggiore e meno dove questa è minore. Ciò ha portato a nuove formulazione della Semilinear Inversion con griglie adattive (Enia et al., 2018, Nightingale and Dye, 2015), non più pixel rettangolari, ma tasselli di dimensione variabile a seconda del pattern di magnificazione della lente.

## 2.4 Ricostruzione con metodo semiparametrico

Si può ora passare alla parte pratica della ricostruzione della sorgente utilizzando il metodo sopra descritto. Il procedimento iniziale è analogo a quanto descritto per il metodo parametrico, il cambiamento sta nella costruzione della pipeline. Il lens modelling è in questo caso composto da una pipeline divisa in due fasi. La prima è di nuovo una fase parametrica in cui si modella come già fatto la lente con un SIE e la sorgente con un profilo Sérsic. Questo processo serve per ottimizzare i tempi: come già visto i parametri della lente trovati con questo metodo non erano troppo dissimili da quelli reali. Si utilizza, dunque, questa fase preliminare per circoscrivere la zona in cui cercare i parametri della lente. La sorgente ricostruita è quella già riportata in Fig.(2.3).



## 2.4. RICOSTRUZIONE CON METODO SEMIPARAMETRICO

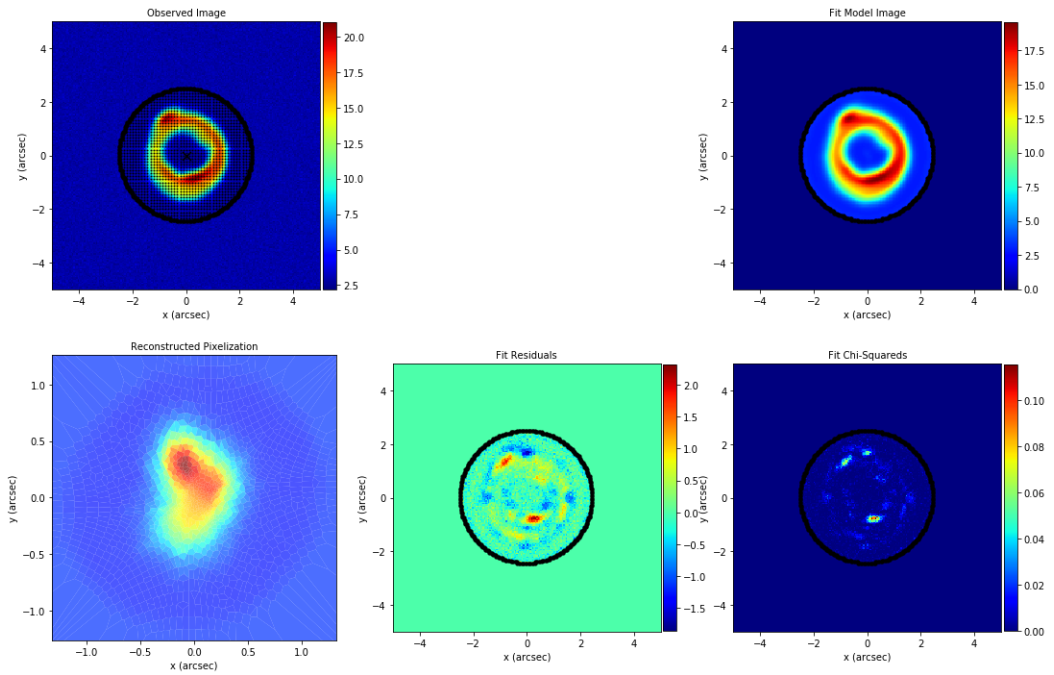
**Tabella 2.1:** Parametri della lente ottenuti come risultato del metodo semiparametrico. Sono riportati in ordine: la posizione  $dx$  e  $dy$  del centro della lente rispetto al centro dell'immagine in arcosecondi, l'ellitticità della lente indicata con  $q$ , l'angolo di rotazione  $\phi$  in arcosecondi, la dimensione del raggio di Einstein  $r_{Ein}$  in arcosecondi.

$dx_{lens}$	$dy_{lens}$	$q$	$\phi$	$r_{Ein}$
[arcsec]	[arcsec]		deg	[arcsec]
$0.009^{+0.075}_{-0.053}$	$0.049^{+0.049}_{-0.067}$	$0.731^{+0.033}_{-0.086}$	$30.25^{+8.38}_{-4.11}$	$1.218^{+0.012}_{-0.021}$

La seconda fase si sviluppa a sua volta in due sottofasi. In primo luogo si fissano i parametri della lente a quelli ottenuti nella fase precedente per avere una idea generica del valore ottimale da assegnare al termine di regolarizzazione  $\lambda$ . Successivamente, si cercano i parametri della lente restringendo la ricerca a valori simili a quelli trovati nella prima fase e il termine di regolarizzazione nei dintorni di quanto ottenuto nella prima parte della seconda fase. La ricostruzione della sorgente finale è riportata in Fig.(2.6).

Come si può vedere dall'immagine della sorgente ricostruita, nella seconda fase si è utilizzata una pixelizzazione adattiva, o *Adaptive Magnification* su tasselli di Voronoi. Si noti che l'immagine del SP ottenuta si avvicina moltissimo alla sorgente modellata all'inizio del capitolo, ma è necessario specificare che tale accuratezza è conseguenza del fatto che stiamo modellando una immagine simulata ad alta risoluzione, cose che non accadono nei casi reali. Infatti quando si analizzano sorgenti non modellate, come si vedrà nel prossimo capitolo, queste possono risultare irregolari o disomogenee, il background può contenere sorgenti di disturbo per la ricostruzione dell'immagine o ancora la lente può non essere facilmente modellabile come in questo caso. Come si riporta in Tab.2.1, i parametri utilizzati per la simulazione si trovano all'interno di  $1\sigma$  dei parametri ritrovati, segno che i metodi e il codice utilizzati operano in modo corretto.

## CAPITOLO 2. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE SIMULATA



**Figura 2.6:** Ricostruzione della sorgente con modello semiparametrico in cui i parametri della lente sono liberi di variare nei dintorni di quanto ottenuto nella fase parametrica e il termine di regolarizzazione  $\lambda$  nei dintorni di quanto ottenuto nella prima parte del metodo semiparametrico. In alto a sinistra l'IP, a destra l'IP ricostruito. In basso al centro i residui del fit. In basso a sinistra la sorgente ricostruita, a destra il valore del  $\chi^2$  sui singoli pixels.

# Capitolo 3

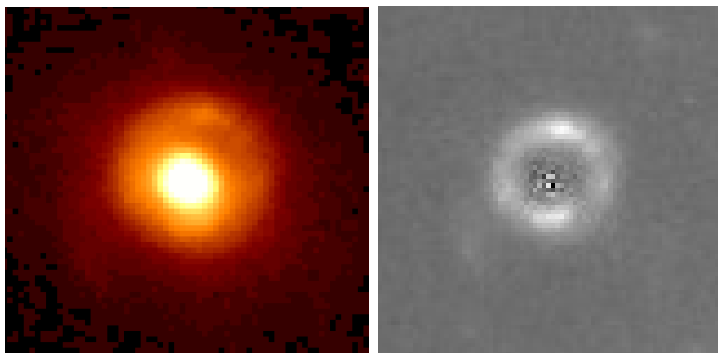
## Ricostruzione di una sorgente reale

In questo Capitolo verrà analizzata e ricostruita una sorgente reale, utilizzando i metodi descritti nel Capitolo precedente. Si utilizzeranno in primo luogo i metodi parametrici in modo da avere un'idea generale dello spazio dei parametri, poi i metodi semiparametrici per la vera e propria ricostruzione dell'immagine della sorgente nel SP.

### 3.1 La sorgente SDP.9

L'osservazione di un fenomeno di strong lensing, come già accennato, è stata fino a una decina di anni fa solamente frutto di serendipity e di scoperte casuali. Oggi, al contrario, esistono diversi metodi sistematici per trovare fenomeni di questo genere. Ne è un esempio la survey SLACS (Sloan Lens Advanced Camera for Survey, Bolton, 2004), un progetto che combina l'enorme volume di dati della SDSS (*Sloan Digital Sky Survey*) con l'impareggiabile capacità di imaging del Telescopio Spaziale Hubble per identificare e studiare un campione ampio e uniforme di fenomeni di strong lensing. Per farlo si ricerca la presenza di feature spettrali provenienti da redshift diversi lungo la stessa linea di vista. Anche CLASS (Cosmic Lens All-Sky Survey, Browne et al., 2003) è un programma multinazionale volto alla stesura di un campione statistico di lenti gravitazionali nel radio. Con l'utilizzo di VLA (*Very Large Array*) sono stati finora scoperti sedici sistemi di lenti gravitazionali.

Altri esempi di galassie lensate si trovano sistematicamente in surveys farIR/sub-millimetriche: si è visto che tutte (o quasi) le sorgenti con un flusso a lunghezza d'onda di  $500\mu\text{m}$  superiore a  $100\text{ mJy}$  sono lensate. Esempi di surveys di questo tipo sono HerMES (Herschel Multi-tiered Extragalactic



**Figura 3.1:** A sinistra, il piano immagine di SDP.9, in cui è ben visibile la lente, la cui emissione domina su quella pur intuibile della sorgente. A destra, SDP.9 dopo che la lente è stata modellata e rimossa con GALFIT.

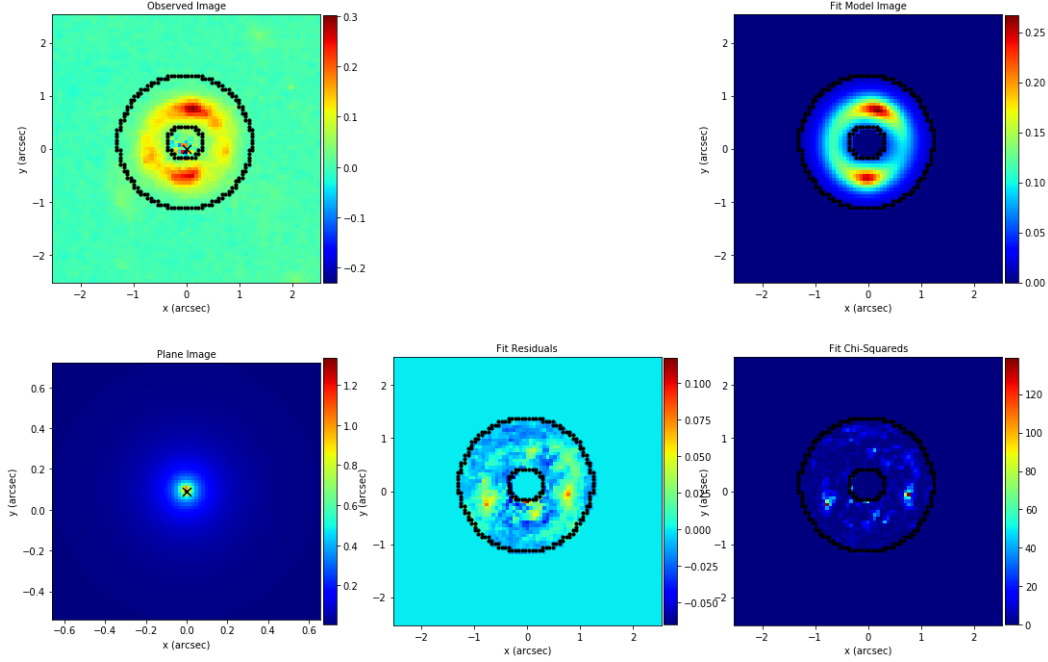
Survey, Oliver et al., 2012) e *H-ATLAS* (Herschel Astrophysical Terahertz Large Area Survey, Eales et al., 2010, Negrello et al., 2017). Come si evince dal nome in entrambi i casi si tratta di surveys basate su osservazioni di *Herschel Space Observatory* dell'ESA (Pilbratt, 2010). Dal progetto *H-ATLAS*, il più grande progetto astronomico fondamentale assegnato a *Herschel*, sono state trovate 250.000 galassie dall'Universo vicino a redshift da tre a quattro, in un'area di  $600 \text{ deg}^2$ , di cui 80 galassie candidate a essere lente gravitazionali. Venticinque di queste sono già state confermate, e in essere troviamo *H-ATLAS J090740-004200* (meglio nota come SDP.9, Negrello et al., 2014), la galassia scelta per lo studio di questa tesi. Si tratta di un fenomeno di galaxy-galaxy strong lensing come si può intuire dalla Fig.(3.1).

Nel sistema studiato la sorgente in background è una galassia a  $z = 1.577$  mentre la lente, una galassia ellittica, si trova a  $z = 0.6129$ .

## 3.2 Ricostruzione di SDP.9 con metodo parametrico

Prima di procedere con la ricostruzione vera e propria è necessario eseguire un'operazione preliminare. Al contrario di quanto previsto dalla nostra simulazione, nell'immagine ottenuta da HST e riportata in Fig.3.1 è presente la lente, causa della deflessione della galassia in background. È bene sottolineare che nel sub-millimetro galassie ellittiche con popolazioni vecchie non emettono e per questo in quelle bande la lente non si vede. L'immagine studiata in questo elaborato è un'osservazione di HST/WFC3 (Wide Field Camera 3 Negrello et al., 2014) nel vicino infrarosso, a  $1.6 \mu m$ .

### 3.2. RICOSTRUZIONE DI SDP.9 CON METODO PARAMETRICO



**Figura 3.2:** Ricostruzione di SDP.9 con metodo parametrico. In alto a sinistra l'IP, a destra l'IP ricostruito. In basso al centro i residui del fit. In basso a sinistra la sorgente ricostruita, a destra il valore del  $\chi^2$  sui singoli pixels.

Si inizia dunque modellando e rimuovendo la lente con il software GALFIT (Peng et al., 2002). Una volta completata l'operazione l'immagine si presenta come nel pannello a destra in Fig.(3.1). Come è stato fatto nel capitolo precedente procediamo anche in questo caso con una prima ricostruzione della sorgente utilizzando un metodo parametrico. I passaggi effettuati per arrivare al risultato sono analoghi a quelli già descritti e per questo vengono tralasciati. Il risultato è riportato in Fig.(3.2). Come si nota, i residui del fit sono notevoli. Questo accade perché, come si è già spiegato, i metodi parametrici forzano il codice a generare il SP con un solo profilo Sérsic. Da ciò si può già intuire che la galassia sorgente ha quindi una struttura più irregolare e frastagliata di un singolo profilo Sérsic, come solitamente accade per tipo di sorgenti in un quel range di  $z$ . Ci si aspetta dunque che lasciando la morfologia della sorgente libera di variare il risultato dia residui più bassi.

**Tabella 3.1:** Parametri ottenuti come risultato del metodo semiparametrico sull’analisi di SDP.9. Sono riportati in ordine: la posizione  $x$  e  $y$  del centro della lente rispetto al centro dell’immagine in arcosecondi, l’ellitticità della lente indicata con  $q$ , l’angolo di rotazione  $\phi$  in arcosecondi, la dimensione del raggio di Einstein  $r_{Ein}$  in arcosecondi.

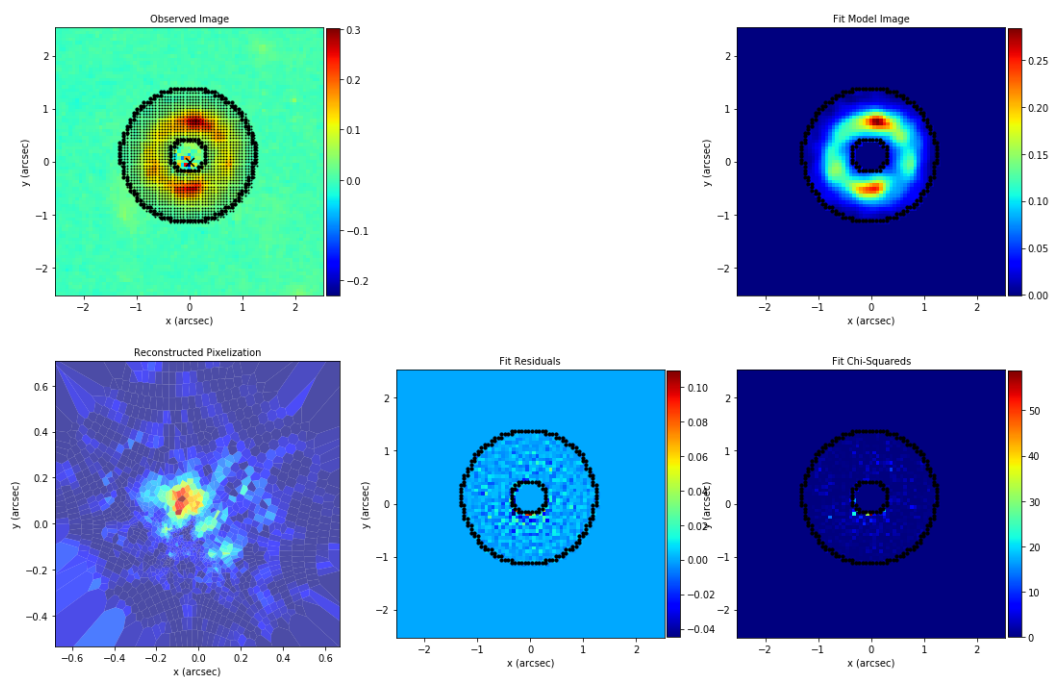
$dx_{lens}$	$dy_{lens}$	$q$	$\phi$	$r_{Ein}$
[arcsec]	[arcsec]		deg	[arcsec]
$0.072^{+0.034}_{-0.007}$	$0.083^{+0.008}_{-0.025}$	$0.753^{+0.020}_{-0.034}$	$145.9^{+1.0}_{-4.9}$	$0.659^{+0.576}_{-0.002}$

### 3.3 Ricostruzione di SDP.9 con metodo semiparametrico

Arrivati a questo punto si ha un’idea generale della situazione. Si sa che la sorgente reale ha una struttura simile a quella ricavata con il metodo parametrico, ma al contempo ci si aspetta che, dati i rilevanti residui, il metodo semiparametrico resituisca un fit della sorgente migliore. Ed è effettivamente ciò che avviene. Ancora una volta, lasciare la morfologia della sorgente in background libera di variare, permette al codice una rielaborazione più accurata nonostante un copioso impiego di tempo, rispetto al precedente metodo (nulla a che vedere tuttavia con i codici precedenti a PYAUTOLENS i quali anziché impiegare ore, lavoravano per più giorni). L’immagine della sorgente ottenuta è riportata in Fig.(3.2). Nella Tab.(3.1) vengono riportati i principali parametri che descrivono la lente ricavati automaticamente dal codice dalla *posterior distribution function* (PDF) dei parametri riportata in Fig.(3.4). Si noti infine che i parametri ottenuti sono in accordo con quanto presente in letteratura (Enia et al., 2018, Massardi et al., 2018).

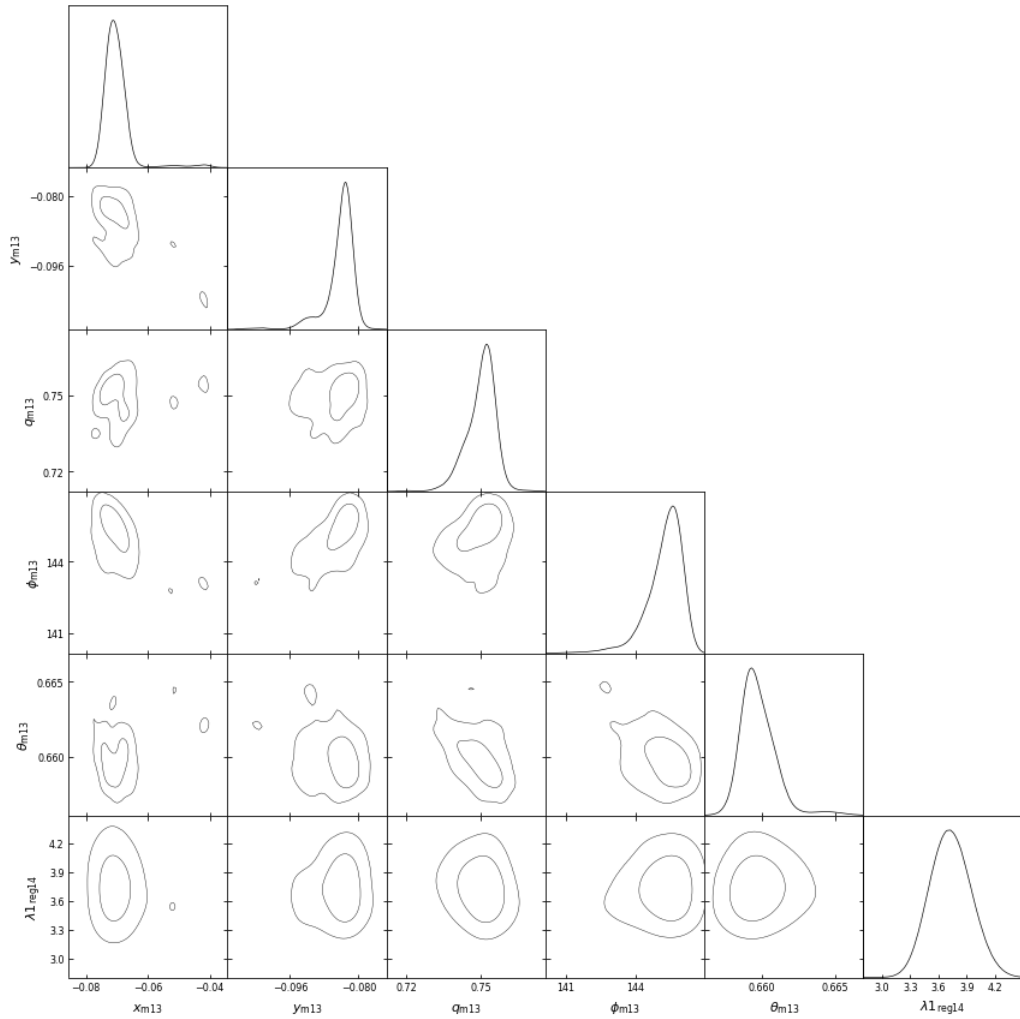
La sorgente ricostruita si mostra frastagliata e clumpy, come previsto, tracciando direttamente l’emissione stellare non oscurata da polveri in quanto osservata nel near-IR. Allo stato attuale, PYAUTOLENS non fornisce ancora uno strumento per misurare la magnificazione e le proprietà fisiche della sorgente. Per ottenere queste quantità abbiamo fatto uso di altri codici, stimando la magnificazione  $\mu$  e la dimensione fisica della sorgente per 1000 perturbazioni dei parametri della lente attorno al valore di best fit. Il risultato è una superficie di  $\Sigma = 14.7 \pm 1.6 \text{ kpc}^2$ , a cui corrisponde un raggio efficace di  $r_{\text{eff}} = 2.17 \pm 0.17 \text{ kpc}$  ricordando che  $\Sigma = \pi r_{\text{eff}}^2$ , mentre la magnificazione totale subita dalla sorgente per effetto della lente è  $\mu = 7.50 \pm 0.32$ . Questo è in linea con quanto osservato per sorgenti simili ad alto- $z$ , e in accordo con altre analisi presenti in letteratura della stessa sorgente.

### 3.3. RICOSTRUZIONE DI SDP.9 CON METODO SEMIPARAMETRICO



**Figura 3.3:** Ricostruzione di SDP.9 con modello semiparametrico in cui i parametri della lente sono liberi di variare nei dintorni di quanto ottenuto nella fase parametrica e il termine di regolarizzazione  $\lambda$  nei dintorni di quanto ottenuto nella prima parte del metodo semiparametrico. In alto a sinistra l'IP, a destra l'IP ricostruito. In basso al centro i residui del fit. In basso a sinistra la sorgente ricostruita, a destra il valore del  $\chi^2$  sui singoli pixels.

CAPITOLO 3. RICOSTRUZIONE DI UNA SORGENTE REALE



**Figura 3.4:** Posterior distribution function dei parametri. Da destra a sinistra troviamo  $x$  e  $y$  del centro della sorgente rispetto al centro dell'immagine in arcosecondi, l'ellitticità  $q$ , l'angolo di rotazione  $\phi$  in arcosecondi, il raggio di Einstein qui indicato con  $\theta$  in arcosecondi, il termine di regolarizzazione  $\lambda$ .



# Conclusioni

Con il seguente elaborato si è voluto presentare al lettore una trattazione circa il formalismo e il fenomeno di lensing gravitazionale, in particolare del cosiddetto strong lensing. Si sono introdotte le principali quantità in gioco tra le quali l'angolo di deflessione, il raggio di Einstein e la magnificazione, necessarie per la ricostruzione di una sorgente lensata.

Lo studio ha inoltre voluto appurare la correttezza e l'efficacia di codici che eseguono lens modelling, in particolare PYAUTOLENS, attraverso una simulazione di sorgente lensata prima, e in un secondo momento, attraverso una ricostruzione di una galassia reale, SDP.9. Si è verificato che i metodi parametrici utilizzati danno risultati importanti per indicare un range di valori all'interno dei quali possono stare i parametri di modelling della lente, ma anche che tali metodi non riescono a fornire un risultato del tutto soddisfacente. Per tale motivo è stato introdotto il metodo dell'Inversione Semilineare Regolarizzata, al fine di ottenere una sorgente strongly lensed ricostruita il più possibile verosimile. I risultati ottenuti sono soddisfacenti, aderendo a quanto già presente in letteratura per la stessa sorgente. Si tratta di un risultato strabiliante, che fino a pochi anni fa, non poteva essere ottenuto se non dopo più giorni di processione dati.

Il fenomeno di lensing gravitazionale, offre opportunità importanti per capire la natura stessa dell'Universo, ricalca la distribuzione di materia ed energia delle lenti permettendo studi di distribuzione della materia oscura anche a  $z$  moderati e, grazie alla magnificazione delle sorgenti in background, svela agli scienziati un Universo primordiale attualmente non conoscibile con altre tecniche. È per questo motivo che sviluppi di codici come PYAUTOLENS, forniscono all'astronomia e all'astrofisica uno strumento potentissimo per la ricerca sulle prime fasi di evoluzione delle galassie. La ricerca ha ancora molte frontiere, ma le tecnologie moderne e il continuo lavoro su codici sofisticati come questo, getteranno nuova luce su dinamiche cosmologiche ancora poco chiare circa l'origine e lo sviluppo del nostro Universo.



# Bibliografia

- Bolton, A. S. (2004). Integral-Field Spectroscopy of New Strong Gravitational Lenses. In *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, volume 36 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, page 1479.
- Browne, I. W. A., Wilkinson, P. N., Jackson, N. J. F., Myers, S. T., Fasnacht, C. D., Koopmans, L. V. E., Marlow, D. R., Norbury, M., Rusin, D., Sykes, C. M., Biggs, A. D., Blandford, R. D., de Bruyn, A. G., Chae, K.-H., Helbig, P., King, L. J., McKean, J. P., Pearson, T. J., Phillips, P. M., Readhead, A. C. S., Xanthopoulos, E., and York, T. (2003). The Cosmic Lens All-Sky Survey - II. Gravitational lens candidate selection and follow-up. *MNRAS*, 341:13–32.
- Burke, W. L. (1981). Multiple Gravitational Imaging by Distributed Masses. *ApJ*, 244:L1.
- Dye, S., Evans, N. W., Belokurov, V., Warren, S. J., and Hewett, P. (2008). Models of the Cosmic Horseshoe gravitational lens J1004+4112. *MNRAS*, 388:384–392.
- Eales, S., Dunne, L., Clements, D., Cooray, A., De Zotti, G., Dye, S., Ivison, R., Jarvis, M., Lagache, G., Maddox, S., Negrello, M., Serjeant, S., Thompson, M. A., Van Kampen, E., Amblard, A., Andreani, P., Baes, M., Beelen, A., Bendo, G. J., Benford, D., Bertoldi, F., Bock, J., Bonfield, D., Boselli, A., Bridge, C., Buat, V., Burgarella, D., Carlberg, R., Cava, A., Chanical, P., Charlot, S., Christopher, N., Coles, P., Cortese, L., Dariush, A., da Cunha, E., Dalton, G., Danese, L., Dannerbauer, H., Driver, S., Dunlop, J., Fan, L., Farrah, D., Frayer, D., Frenk, C., Geach, J., Gardner, J., Gomez, H., González-Nuevo, J., González-Solares, E., Griffin, M., Hardcastle, M., Hatziminaoglou, E., Herranz, D., Hughes, D., Ibar, E., Jeong, W.-S., Lacey, C., Lapi, A., Lawrence, A., Lee, M., Leeuw, L., Liske, J., López-Caniego, M., Müller, T., Nandra, K., Panuzzo, P., Papageorgiou, A., Patanchon, G., Peacock, J., Pearson, C., Phillipps, S., Pohlen, M.,

## BIBLIOGRAFIA

- Popescu, C., Rawlings, S., Rigby, E., Rigopoulou, M., Robotham, A., Rodighiero, G., Sansom, A., Schulz, B., Scott, D., Smith, D. J. B., Sibthorpe, B., Smail, I., Stevens, J., Sutherland, W., Takeuchi, T., Tedds, J., Temi, P., Tuffs, R., Trichas, M., Vaccari, M., Valtchanov, I., van der Werf, P., Verma, A., Viera, J., Vlahakis, C., and White, G. J. (2010). The Herschel ATLAS. *PASP*, 122:499.
- Einstein, A. (1915). Erklärung der Perihelbewegung des Merkur aus der allgemeinen Relativitätstheorie. *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften (Berlin)*, Seite 831-839.
- Enia, A., Negrello, M., Gurwell, M., Dye, S., Rodighiero, G., Massardi, M., De Zotti, G., Franceschini, A., Cooray, A., van der Werf, P., Birkinshaw, M., Michałowski, M. J., and Oteo, I. (2018). The Herschel-ATLAS: magnifications and physical sizes of 500- $\mu\text{m}$ -selected strongly lensed galaxies. *MNRAS*, 475:3467–3484.
- Feroz, F. and Hobson, M. P. (2008). Multimodal nested sampling: an efficient and robust alternative to Markov Chain Monte Carlo methods for astronomical data analyses. *MNRAS*, 384:449–463.
- Feroz, F., Hobson, M. P., and Bridges, M. (2009). MULTINEST: an efficient and robust Bayesian inference tool for cosmology and particle physics. *MNRAS*, 398:1601–1614.
- Foreman-Mackey, D., Hogg, D. W., Lang, D., and Goodman, J. (2013). emcee: The MCMC Hammer. *PASP*, 125:306.
- Kormann, R., Schneider, P., and Bartelmann, M. (1994). Isothermal elliptical gravitational lens models. *A&A*, 284:285–299.
- Massardi, M., Enia, A. F. M., Negrello, M., Mancuso, C., Lapi, A., Vignali, C., Gilli, R., Burkutean, S., Danese, L., and Zotti, G. D. (2018). Chandra and ALMA observations of the nuclear activity in two strongly lensed star-forming galaxies. *A&A*, 610:A53.
- Mollerach, S. and Roulet, E. (2002). *Gravitational Lensing and Microlensing*.
- Negrello, M., Amber, S., Amvrosiadis, A., Cai, Z.-Y., Lapi, A., Gonzalez-Nuevo, J., De Zotti, G., Furlanetto, C., Maddox, S. J., Allen, M., Bakx, T., Bussmann, R. S., Cooray, A., Covone, G., Danese, L., Dannerbauer, H., Fu, H., Greenslade, J., Gurwell, M., Hopwood, R., Koopmans, L. V. E., Napolitano, N., Nayyeri, H., Omont, A., Petrillo, C. E., Riechers, D. A., Serjeant, S., Tortora, C., Valiante, E., Verdoes Kleijn, G., Vernardos, G.,

## BIBLIOGRAFIA

- Wardlow, J. L., Baes, M., Baker, A. J., Bourne, N., Clements, D., Crawford, S. M., Dye, S., Dunne, L., Eales, S., Ivison, R. J., Marchetti, L., Michałowski, M. J., Smith, M. W. L., Vaccari, M., and van der Werf, P. (2017). The Herschel-ATLAS: a sample of 500  $\mu\text{m}$ -selected lensed galaxies over 600  $\text{deg}^2$ . *MNRAS*, 465:3558–3580.
- Negrello, M., Hopwood, R., Dye, S., da Cunha, E., Serjeant, S., Fritz, J., Rowlands, K., Fleuren, S., Bussmann, R. S., Cooray, A., Dannerbauer, H., Gonzalez-Nuevo, J., Lapi, A., Omont, A., Amber, S., Auld, R., Baes, M., Buttiglione, S., Cava, A., Danese, L., Dariush, A., De Zotti, G., Dunne, L., Eales, S., Ibar, E., Ivison, R. J., Kim, S., Leeuw, L., Maddox, S., Michałowski, M. J., Massardi, M., Pascale, E., Pohlen, M., Rigby, E., Smith, D. J. B., Sutherland, W., Temi, P., and Wardlow, J. (2014). Herschel \*-ATLAS: deep HST/WFC3 imaging of strongly lensed submillimetre galaxies. *MNRAS*, 440:1999–2012.
- Newton, Sir, I. (1931). Book Reviews: Opticks; or a Treatise of the Reflections, Refractions Inflections, and Colors of Light. *Popular Astronomy*, 39:565.
- Nightingale, J. W. and Dye, S. (2015). Adaptive semi-linear inversion of strong gravitational lens imaging. *MNRAS*, 452:2940–2959.
- Nightingale, J. W., Hayes, R., Dye, S., Massey, R. J., and Frenk, C. S. (2018). PyAutoLens: Strong lens modeling. *Astrophysics Source Code Library*.
- Oliver, S. J., Bock, J., Altieri, B., Amblard, A., Arumugam, V., Aussel, H., Babbedge, T., Beelen, A., Béthermin, M., Blain, A., Boselli, A., Bridge, C., Brisbin, D., Buat, V., Burgarella, D., Castro-Rodríguez, N., Cava, A., Chanical, P., Cirasuolo, M., Clements, D. L., Conley, A., Conversi, L., Cooray, A., Dowell, C. D., Dubois, E. N., Dwek, E., Dye, S., Eales, S., Elbaz, D., Farrah, D., Feltre, A., Ferrero, P., Fiolet, N., Fox, M., Franceschini, A., Gear, W., Giovannoli, E., Glenn, J., Gong, Y., González Solares, E. A., Griffin, M., Halpern, M., Harwit, M., Hatziminaoglou, E., Heinis, S., Hurley, P., Hwang, H. S., Hyde, A., Ibar, E., Ilbert, O., Isaak, K., Ivison, R. J., Lagache, G., Le Floc’h, E., Levenson, L., Faro, B. L., Lu, N., Madden, S., Maffei, B., Magdis, G., Mainetti, G., Marchetti, L., Marsden, G., Marshall, J., Mortier, A. M. J., Nguyen, H. T., O’Halloran, B., Omont, A., Page, M. J., Panuzzo, P., Papageorgiou, A., Patel, H., Pearson, C. P., Pérez-Fournon, I., Pohlen, M., Rawlings, J. I., Raymond, G., Rigopoulou, D., Riguccini, L., Rizzo, D., Rodighiero, G., Roseboom, I. G., Rowan-Robinson, M., Sánchez Portal, M., Schulz, B., Scott, D.,

## BIBLIOGRAFIA

- Seymour, N., Shupe, D. L., Smith, A. J., Stevens, J. A., Symeonidis, M., Trichas, M., Tugwell, K. E., Vaccari, M., Valtchanov, I., Vieira, J. D., Viero, M., Vigroux, L., Wang, L., Ward, R., Wardlow, J., Wright, G., Xu, C. K., and Zemcov, M. (2012). The Herschel Multi-tiered Extragalactic Survey: HerMES. *MNRAS*, 424:1614–1635.
- Peng, C. Y., Ho, L. C., Impey, C. D., and Rix, H.-W. (2002). Detailed Structural Decomposition of Galaxy Images. *AJ*, 124:266–293.
- Perlmutter, S., Aldering, G., Boyle, B. J., Castro, P. G., Couch, W. J., Deustua, S., Fabbro, S., Ellis, R. S., Filippenko, A. V., Fruchter, A., Goldhaber, G., Goobar, A., Groom, D. E., Hook, I. M., Irwin, M., Kim, A. G., Kim, M. Y., Knop, R. A., Lee, J. C., Matheson, T., McMahan, R. G., Newberg, H. J. M., Lidman, C., Nugent, P., Nunes, N. J., Pain, R., Panagia, N., Pennypacker, C. R., Quimby, R., Ruiz-Lapuente, P., Schaefer, B., Walton, N., and Supernova Cosmology Project (1998). Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae. In Paul, J., Montmerle, T., and Aubourg, E., editors, *19th Texas Symposium on Relativistic Astrophysics and Cosmology*, page 146.
- Pilbratt, G. (2010). The ESA Herschel Space Observatory -first year achievements and early science highlights. In *38th COSPAR Scientific Assembly*, volume 38 of *COSPAR Meeting*, page 2.
- Schwarzschild, K. (1916). Über das Gravitationsfeld einer Kugel aus inkompressibler Flüssigkeit nach der Einsteinschen Theorie. In *Sitzungsberichte der Königlich Preussischen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, Phys.-Math. Klasse, 424-434 (1916)*.
- Walsh, D., Carswell, R. F., and Weymann, R. J. (1979). 0957 + 561 A, B - Twin quasistellar objects or gravitational lens. *Nature*, 279:381–384.
- Warren, S. J. and Dye, S. (2003). Semilinear Gravitational Lens Inversion. *ApJ*, 590:673–682.
- Zwicky, F. (1937). On the Masses of Nebulae and of Clusters of Nebulae. *ApJ*, 86:217.