

**REGOLATORI PID:
TECNICHE DI SINTESI E
PROBLEMATICHE
IMPLEMENTATIVE**

**PID: DESIGN TECHNIQUES AND
IMPLEMENTATION ISSUES**

Relatore: Prof.ssa Maria Elena Valcher
Laureando: Davide Meneghel

Corso di Laurea in Ingegneria Elettrotecnica

Anno Accademico 2009/2010

Indice

Introduzione	pag. 5
Cap. 1 Controllori PID	pag. 7
1.1 Azione proporzionale	
1.2 Azione integrale	
1.2.1 Ricalcolo del termine integrale	
1.2.2 Integrazione condizionata	
1.2.3 IMC (Internal Model Control)	
1.3 Azione derivativa	
Cap. 2 Metodi di taratura o tuning	pag. 39
2.1 Metodo della risposta al gradino (I metodo di Ziegler-Nichols)	
2.2 Metodo della risposta in frequenza (II metodo di Ziegler-Nichols)	
Cap. 3 Regolazione manuale ed automatica	pag. 47
Cap. 4 Esempi Simulink	pag. 51
4.1 Controllore PID schema base	
4.2 Controllore PID con soluzione anti windup	
Bibliografia	pag. 57

Introduzione

L'argomento trattato all'interno di questo elaborato riguarda il mondo dei sistemi industriali (catene di produzione, controlli automatici, reti di sensori, ecc.), ognuno dei quali può essere schematizzato come un blocco generico che richiede una sollecitazione di un certo tipo in ingresso per poter produrre, secondo il suo utilizzo, un'uscita adeguata. Per fare in modo che il processo lavorativo di questi sistemi si attenga alle specifiche desiderate è sempre necessario che ci sia un controllo su quello che arriva al sistema e quello che esso produce come risultato (anche se stiamo parlando di sistemi automatici).

Ragion per cui ci si affida a dei sistemi di controllo, i quali scambiano informazioni con il/i processo/i fisico/i (attraverso sensori ed attuatori) o con un operatore umano o con altri sistemi automatici. Infatti tali sistemi di controllo realizzano, in maniera automatica, gli algoritmi necessari affinché il comportamento del processo fisico sia quello desiderato.

Un dispositivo di controllo è un particolare sistema per l'elaborazione dell'informazione, destinato al controllo dei processi fisici, il quale deve potersi interfacciare con l'ambiente esterno. Le sue funzionalità generalmente devono essere quelle di controllo a ciclo chiuso classico del sistema (regolazione o asservimento), calcolo dei valori di riferimento (set-point), gestione di eventuali allarmi ed anomalie e infine realizzazione dell'interfaccia di comunicazione con operatore o altri dispositivi.

Al giorno d'oggi esistono molti tipi di sistemi di controllo, più o meno sofisticati, realizzati con diverse tecniche (alcuni attraverso dispositivi informatici ma altri ancora secondo tecnologie idrauliche e pneumatiche), ma qui ci occuperemo di una particolare tipologia chiamata PID.

Questi regolatori standard tempo invarianti molto diffusi utilizzano tre tipi di leggi di controllo diverse: azione Proporzionale, azione Integrale, azione Derivativa. Da qui l'acronimo PID che identifica questi particolari sistemi di controllo.

Benché utilizzino una tecnologia realizzativa antiquata per gli standard tecnologici attuali (possono infatti essere di tipo meccanico, idraulico o anche elettronico e digitale), questi controllori vengono ancora diffusamente utilizzati soprattutto per la relativa semplicità di taratura dei loro parametri di lavoro. È infatti ragionevole ritenere che il controllore PID, nelle sue innumerevoli varianti, gestisca attualmente circa il 95% degli anelli di regolazione presenti negli impianti.

Il successo dei regolatori PID è legato a diversi fattori, alcuni tipicamente industriali:

- notevole efficacia nella regolazione di un'ampia gamma di processi industriali, anche in relazione alle specifiche di prestazione, non sempre stringenti;
- relativa semplicità di taratura (rapportata anche alle capacità degli utenti e alla difficoltà del compito);
- importanza e convenienza economica della standardizzazione (per l'utilizzo, la robustezza e l'affidabilità, il costo di progetto, produzione e manutenzione, la gestione delle scorte);
- le prestazioni scadenti di molti sistemi di controllo sono dovute a problemi nei sensori e negli attuatori. Rumore e filtri anti-aliasing inadeguati, errori di calibrazione dei sensori, eccessivo filtraggio nei sensori "smart", cattivo dimensionamento, isteresi e attriti statici nelle valvole di regolazione sono le cause più citate. In presenza di problemi di tale natura, il ruolo della legge di controllo può diventare modesto, per cui viene meno la motivazione di cercare leggi di controllo più sofisticate di quelle PID;
- sono frequentemente usati come elementi di schemi di controllo più complessi e articolati, quale il controllo in cascata, che, sfruttando la conoscenza di specifiche proprietà dinamiche del processo, possono portare notevolissimi miglioramenti delle prestazioni a fronte di costi e sforzi realizzativi relativamente modesti;
- per sfruttare pienamente algoritmi di controllo più complessi, è necessaria una conoscenza approfondita del processo da controllare, il che richiede investimenti non trascurabili e con ritorni non quantificabili a priori, per lo sviluppo, la messa a punto e la validazione di modelli matematici accurati.

In sintesi, si può forse affermare che i PID hanno successo perché rappresentano una soluzione non facilmente superabile, in generale, nel rapporto efficacia/costo (globale).

Nella trattazione seguente sui PID si analizzerà la loro struttura, descrivendo nel dettaglio il funzionamento di ognuna delle parti che li compongono e da cui prendono il nome. Si vedranno pregi e difetti di ognuna di esse, ed anche i problemi tecnici che sorgono al momento del loro utilizzo pratico nelle diverse situazioni di lavoro. In esse possiamo trovare l'effettiva realizzabilità del dispositivo e l'instabilità creata da ingressi indesiderati e da aumenti esponenziali dovuti al fenomeno del windup.

Per ognuno di questi problemi verranno esaminate anche le possibili soluzioni studiandone l'efficacia e il comportamento.

Capitolo 1

Controllori PID

Nel passato i regolatori e le trasmissioni dei segnali venivano realizzati con tecnologie meccaniche ed elettroniche (con l'ausilio di circuiti analogici contenenti resistenze, condensatori o amplificatori operazionali) ma dall'inizio degli anni '80 assistiamo all'avvento dei primi controllori a microprocessore che, rispetto ai loro predecessori, presentano maggiori possibilità di elaborazione e una maggiore precisione e stabilità nel tempo.

La funzione che contraddistingue questi regolatori industriali è quella di assicurare un controllo accurato della grandezza che si desidera manipolare, supposta misurabile. Gli stessi regolatori assumono anche altre funzioni come la possibilità di fungere da allarmi o da interfacce tra processo e operatore.

Il termine "controllo" definisce l'azione svolta per portare, e mantenere, ad un valore prefissato un parametro fisico di un impianto o di un processo (ad esempio, la temperatura di un forno, il livello di un fluido, la posizione del braccio di un robot, la velocità di rotazione di un motore, l'automatismo che regola il servomotore, ecc.).

Nella categoria dei regolatori standard tempo invarianti sono molto diffusi dei particolari dispositivi che utilizzano tre tipi di leggi di controllo diverse. Essi vengono chiamati PID, acronimo che deriva dalle tre azioni svolte da questi dispositivi, che sono rispettivamente: azione Proporzionale, azione Integrale e azione Derivativa.

I regolatori PID sono dei regolatori standard che, per mezzo di dispositivi di correzione (manopole o software di ausilio), permettono di regolare i parametri del sistema di controllo entro ampi limiti, così da poter essere adattati al particolare sistema di regolazione in cui vengono inseriti.

Da quanto detto, si capisce quindi che questi dispositivi possono essere utilizzati sia per controllare una portata, sia per controllare una temperatura (la quale ha una risposta molto più lenta della prima).

La funzione di controllo esercitata dai PID risulta essere molto grossolana, ciononostante, essi rivestono un ruolo di fondamentale importanza (per esempio negli impianti chimici e petrolchimici), in primo luogo perché risulta economicamente conveniente unificare gli apparati di controllo, ed inoltre perché permettono di controllare processi per i quali non si riesce a trovare un modello.

Diamo una semplice e schematica rappresentazione di un regolatore PID facendo riferimento alla *figura 1.1*, dove compaiono i seguenti segnali:

- $r(t)$: segnale di riferimento in ingresso;
- $y(t)$: segnale di uscita del sistema di controllo in retroazione;
- $e(t)$: errore dovuto alla differenza algebrica tra il segnale di riferimento in ingresso $r(t)$ e l'uscita $y(t)$;
- $u(t)$: ingresso di controllo.

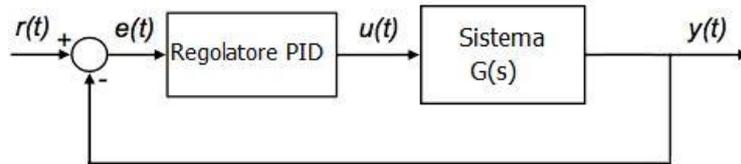


Figura 1.1

Nella *figura 1.1* possiamo notare come il controllore venga posto in serie al sistema da controllare (ovviamente prima di esso perché il controllo abbia effetto sulla grandezza in ingresso al sistema) e come il circuito di retroazione riporti in ingresso il termine $y(t)$, il quale, attraverso un nodo sommatore (che in questo caso assume il ruolo di sottrattore), va a modificare il segnale vero e proprio d'ingresso del controllore. Inoltre completiamo lo schema di *figura 1.1* con la legge di controllo, cioè il legame tra $e(t)$ e $u(t)$, del nostro regolatore

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

dove i parametri K_P , K_D e K_I rappresentano, rispettivamente, i guadagni delle azioni proporzionale, derivativa e integrale. In realtà è più comunemente usata la seguente formula

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \right)$$

in cui a fianco al parametro K_P si evidenziano le costanti di tempo delle azioni derivativa e integrale, rispettivamente T_D e T_I . Chiaramente i parametri K_D e K_I sono legati ai parametri T_D e T_I dalle relazioni:

$$C_D = K_D s \quad C_I = K_I / s.$$

È facile verificare che i PID, almeno nella loro forma ideale, sono sistemi dinamici SISO, lineari, stazionari, a tempo continuo e impropri. Applicando la trasformata di Laplace alla forma ideale sopra enunciata con $t_0 = 0$, si deduce immediatamente che essi sono descritti dalla funzione di trasferimento

$$C_{PID} = K_P + \frac{K_I}{s} + K_D s = \frac{K_D s^2 + K_P s + K_I}{s}$$

I parametri che identificano il PID dunque sono K_P , T_I (o K_I) e T_D (o K_D) ed essi sono chiamati anche *gradi di libertà del controllore*.

Vediamo ora più nel dettaglio una per una le azioni descritte precedentemente.

1.1 Azione proporzionale

Quando parliamo di azione proporzionale significa che l'ingresso $e(t)$ e l'uscita $u(t)$ sono legati algebricamente da un coefficiente K_P , detto anche *coefficiente dell'azione proporzionale*, o semplicemente *guadagno proporzionale*.

$$u(t) = K_P \cdot e(t)$$

Lo schema di riferimento è il seguente:

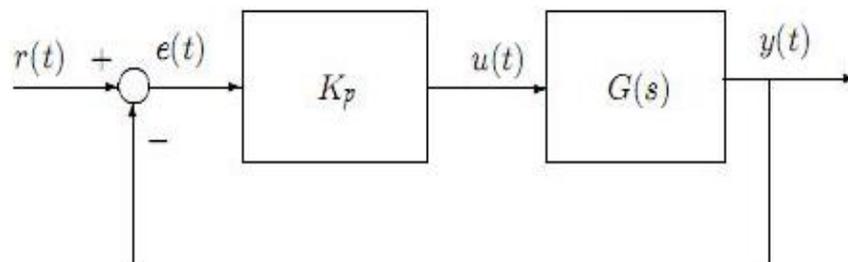


Figura 1.2

Il significato dell'azione proporzionale sta nel fatto che maggiore sarà l'errore $e(t)$ all'ingresso del controllore e maggiore sarà l'azione di controllo svolta dallo stesso regolatore.

Guardando la formula generale del PID espressa in precedenza, possiamo capire quale significato assume il guadagno proporzionale K_P quando lavora in condizioni di regolatore puramente proporzionale.

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau + T_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \right)$$

In queste condizioni ($K_I = K_D = 0$ oppure $T_I \rightarrow \infty$ e $T_D = 0$) il regolatore provoca l'attuazione di una correzione proporzionale all'errore $e(t)$ in funzione di K_P , aumenta la velocità di risposta del sistema e, con guadagno elevato, diminuisce la stabilità aumentando le oscillazioni.

Il parametro caratteristico dell'azione proporzionale, cioè il guadagno proporzionale K_P , ha una definizione prettamente teorica. Infatti nella realtà industriale, al posto di quest'ultimo, si fa riferimento ad un'altra grandezza, chiamata **Banda Proporzionale** e indicata con il simbolo B_P . Essa è definita come la minima variazione dell'ingresso $e(t)$ (espressa in percentuale) che porta l'uscita $u(t)$ dal valore minimo al suo valore di fondo scala.

In *figura 1.3* sono evidenziati due esempi nei quali si ha un campo di valori uguale per ingresso ed uscita del PID. Possiamo vedere infatti come nel diagramma di sinistra la percentuale di variazione dell'ingresso $e(t)$ che provoca il raggiungimento da parte dell'uscita $u(t)$ del suo valore di fondo scala sia del 50% mentre nel diagramma di destra sia del 25%. Avviene la medesima variazione nei due casi ma con valori di banda proporzionale diversi.

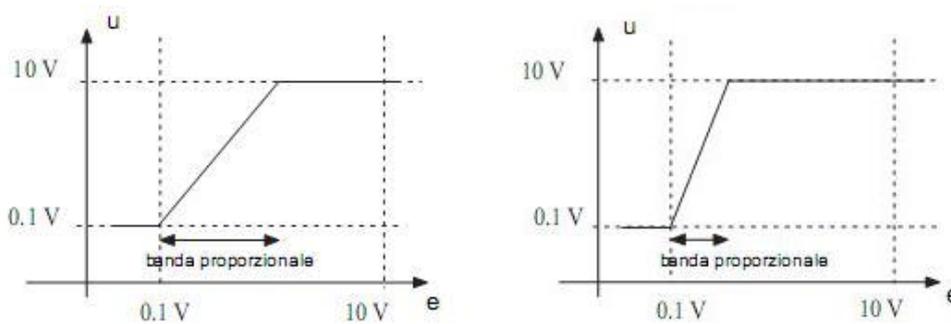


Figura 1.3

Quando K_P è espresso come rapporto tra i segnali normalizzati ai rispettivi valori di fondo scala, cioè espresso nel seguente modo

$$K_P = \frac{u(t)/u_{fondoscala}}{e(t)/e_{fondoscala}}$$

allora si può usare la seguente relazione tra B_P e K_P

$$K_P = \frac{100}{B_P},$$

dalla quale si deduce che riducendo la banda proporzionale si ottiene una maggiore precisione dello strumento in quanto è sufficiente una minore variazione dell'errore in ingresso perché questa porti ad un significativo cambiamento in uscita.

Dunque riducendo la banda proporzionale il guadagno aumenta e la precisione migliora (ecco che aumenta la velocità di risposta del sistema), ma non è tutto, infatti, ad un aumento del guadagno corrisponde anche un aumento del valore raggiunto all'uscita del blocco P (proporzionale). Tale valore si discosterà sempre di meno dal valore originale del segnale $r(t)$ senza però raggiungerlo a causa dell'errore a regime. Il contributo dovuto a K_P è appunto proporzionale all'errore e diminuisce man mano che l'errore si avvicina a zero.

All'aumento del guadagno c'è però un limite dovuto al fatto che oltre un certo valore il sistema entra in uno stato di auto oscillazione, cioè di instabilità. Infatti l'azione proporzionale viene utilizzata nei sistemi nei quali sono consentiti scostamenti tra il valore effettivo della grandezza controllata e quello desiderato, come ad esempio negli impianti di riscaldamento degli edifici.

Passiamo ora alla dimostrazione, con l'aiuto di formule matematiche, delle asserzioni fatte in precedenza riguardanti il guadagno e l'errore a regime.

A titolo d'esempio associamo allo schema di *figura 1.2* le due funzioni $R(s)$ e $G(s)$ con la seguente espressione

$$R(s) = \frac{1}{s} \quad G(s) = \frac{A_0}{1+s\tau}$$

e la funzione dell'azione proporzionale $C(s) = K_P$.

La funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso risulta essere

$$W(s) = \frac{Y(s)}{R(s)} = \frac{\frac{K_P \cdot A_0}{1 + \tau \cdot s}}{1 + \frac{K_P \cdot A_0}{1 + \tau \cdot s}} = \frac{\frac{K_P \cdot A_0}{\tau}}{s + \frac{1 + K_P \cdot A_0}{\tau}}$$

e applicando ad essa l'ingresso a gradino unitario si ottiene il seguente segnale d'uscita:

$$Y(s) = R(s) \cdot W(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{\frac{K_P \cdot A_0}{\tau}}{s + \frac{1 + K_P \cdot A_0}{\tau}}$$

La funzione d'errore vale:

$$E(s) = R(s) - Y(s) = R(s) - E(s)C(s)G(s) \rightarrow E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1+\tau s}{1+\tau s+K_P A_0}$$

Applicando poi il teorema dei residui e antitrasformando con Laplace si arriva alla risposta nel tempo del sistema

$$y(t) = \left(\frac{K_P \cdot A_0}{1 + K_P \cdot A_0} \right) \cdot \left[1 - e^{-\frac{1+K_P \cdot A_0}{\tau} \cdot t} \right] \cdot \delta_{-1}(t)$$

Da quest'ultima formula si capisce come all'aumento del guadagno proporzionale K_P , corrisponde una crescita del guadagno in continua del sistema (avvicinandosi circa all'unità), e nel contempo la costante di tempo dell'esponenziale viene ridotta.

In altre parole, aumentando K_P , il valore asintotico dell'uscita sarà sempre più vicino al valore costante richiesto (in questo caso si avvicinerà al valore 1 visto che il nostro segnale d'ingresso corrisponde a un gradino di ampiezza unitaria) e si osserva una contemporanea riduzione del tempo necessario per arrivare a tale livello asintotico. Notiamo tuttavia che l'uscita non arriverà mai esattamente al valore richiesto, a meno di non far tendere K_P all'infinito. Il valore asintotico dell'errore di regime permanente viene anche detto *offset*.

L'azione proporzionale del controllore ha l'effetto di ridurre il tempo di salita t_r (parametro che caratterizza la prontezza del sistema), incrementare le sovraelongazioni e ridurre, ma non eliminare, l'errore a regime permanente. Quest'ultimo viene chiamato in causa quando si parla di *tipo di un sistema*, infatti un sistema si dice di *tipo k* se insegue con errore di regime permanente costante ma non nullo il segnale canonico $\delta_{-(k+1)}(t) = \frac{t^k}{k!} \delta_{-1}(t)$. Se ipotizziamo che tale sistema sia SISO, lineare, tempo-invariante, causale e BIBO stabile, a tempo continuo, e la sua funzione di trasferimento $W(s)$ sia strettamente propria e soddisfi $W(0) \neq 0$, allora, se indichiamo con $w_{-(k+1)}(t)$ la risposta (forzata) del sistema al segnale di ingresso $u(t) = \delta_{-(k+1)}(t)$, il sistema è di *tipo k* se

$$e_{rp}^{(k+1)} := \lim_{t \rightarrow +\infty} [\delta_{-(k+1)}(t) - w_{-(k+1)}(t)]$$

esiste finito ed è un numero (reale) non nullo.

Nel caso in esame il nostro sistema presenta una $W(0) = \frac{K_P A_0}{1 + K_P A_0}$ quindi il sistema è di tipo 0 perché la $W(0) \neq 1$.

Si noti che, poiché la relazione ingresso/uscita tiene conto anche della costante K_P del controllore proporzionale, l'errore a regime, ottenuto mediante il teorema del valor finale, è espresso da

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \frac{1}{1 + K_P \cdot A_0}$$

Allo stesso risultato si perviene se consideriamo che il sistema è di tipo 0 e che l'errore a regime permanente è pari a $e_{rp}^{(1)} = 1 - W(0)$.

Da ciò si evince che per eliminare definitivamente l'errore a regime bisogna che il termine K_P tenda all'infinito, operazione idealmente realizzabile ma nella realtà di difficile implementazione.

Consideriamo ora un secondo esempio nel quale il processo sia caratterizzato da una funzione di trasferimento del secondo ordine, priva di zeri

$$G(s) = \frac{A_0}{1 + 2\xi \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}$$

dove ξ e ω_n sono due costanti positive.

Con un procedimento analogo a quello sviluppato per il polo del primo ordine si ricava:

$$W(s) = \frac{K_P \cdot A_0}{1 + K_P \cdot A_0 + 2\xi \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}$$

L'errore di regime permanente al gradino $E(s)$ lo esprimiamo nella stessa forma in cui abbiamo lavorato in precedenza, ottenendo

$$E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{1 + 2\xi \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}{1 + K_P \cdot A_0 + 2\xi \left(\frac{s}{\omega_n}\right) + \left(\frac{s}{\omega_n}\right)^2}$$

dove si è tenuto conto del segnale $R(s)$ a gradino di ampiezza unitaria e della funzione di trasferimento $G(s)$ del secondo ordine.

Applicando il teorema del valor finale all'errore ottengo la seguente espressione:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s \cdot E(s) = \frac{1}{1 + K_P \cdot A_0}$$

Analogamente a quanto visto per un processo con un polo del primo ordine, anche in questo caso si osserva la presenza di un *offset* che diminuisce all'aumentare di K_P .

Tuttavia, se andiamo ad analizzare l'espressione della funzione di trasferimento del sistema ad anello chiuso $W(s)$, notiamo che, all'aumentare di K_P , il transitorio che segue rapide variazioni di $r(t)$ è caratterizzato da oscillazioni di frequenza sempre più elevata e meno smorzate. Questo è evidenziato a titolo d'esempio in *figura 1.4*.

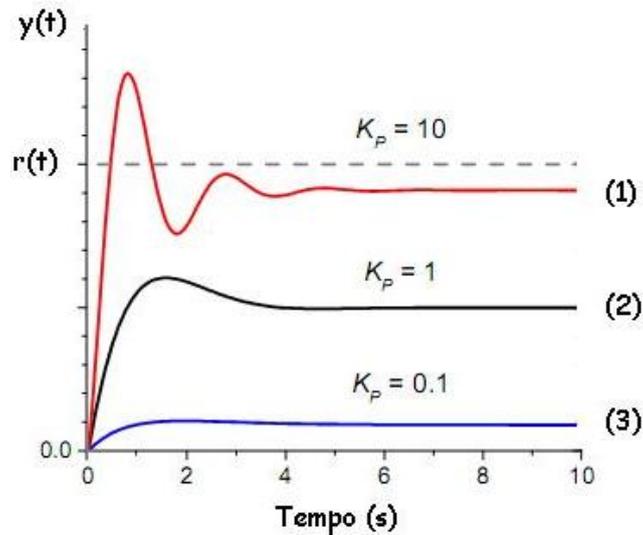


Figura 1.4

In *figura 1.4* sono riportati dei grafici che raffigurano gli effetti di una banda proporzionale eccessivamente piccola (1), adeguata (2) ed eccessivamente grande (3). Si noti che per $K_P = 10$ si riduce l'effetto dell'*offset*, ma la risposta al transitorio è caratterizzata da forti oscillazioni.

In conclusione possiamo dire che utilizzando un controllore esclusivamente proporzionale per un sistema privo di poli nell'origine si produce una differenza (*offset*) tra il valore costante richiesto a regime e quello effettivamente ottenuto. Tale differenza può essere ridotta aumentando il guadagno proporzionale K_P del controllore. Tuttavia, se il processo da controllare possiede coppie di poli complessi coniugati, l'aumento del guadagno proporzionale è accompagnato da un corrispondente aumento delle oscillazioni generate a seguito di rapidi transitori.

Dallo studio e dall'analisi operati in precedenza, traiamo dunque importanti conclusioni che riguardano l'utilità del blocco ad azione proporzionale P. Vengono elencate di seguito.

- Per avere un errore a regime molto piccolo bisogna che $A_0 K_P$ sia elevato (ed essendo fissato A_0 tale discorso vale per K_P), ma questo aumento può compromettere la stabilità del sistema rendendolo molto suscettibile ai rumori di misura (cioè agli errori che avvengono sull'uscita $y(t)$ e che si ripercuotono sul canale di retroazione influenzando sul segnale che genera $e(t)$).
- L'impiego di un regolatore proporzionale è normalmente limitato al controllo di processi asintoticamente stabili, o semplicemente stabili, e nel caso in cui le prestazioni statiche richieste al sistema di controllo non rendano necessario l'inserimento di un'azione integrale.
- Siccome l'azione proporzionale non garantisce l'annullamento dell'errore a regime nel caso di segnali di riferimento costanti, si può pensare di annullare l'errore sommando alla variabile di controllo $u(t)$ un valore appropriato U ,

facilmente calcolabile, eventualmente aggiustato dall'operatore: $u(t) = K_P e(t) + U$. Il valore U , nella letteratura inglese, è chiamato reset.

- Il blocco proporzionale P non introduce ritardo di fase ed aumenta la velocità di risposta del sistema rendendolo così capace di inseguire più velocemente il segnale di riferimento (setpoint). Nel contempo però diminuiscono i margini di stabilità del sistema, margini che possono essere facilmente determinati tramite il *criterio di Routh*, il quale permette di valutare il massimo valore di K_P che garantisce la stabilità del sistema ad anello chiuso. In alternativa al *criterio di Routh* si può utilizzare il *diagramma di Nyquist*.

Da quanto detto finora, si può avere un quadro riassuntivo delle proprietà generali che il blocco proporzionale possiede, guardando la tabella sottostante.

Simbolo	Funzione di regolazione	Scopo principale	Stabilità	Tempo di risposta
K_P	Uno scostamento sull'ingresso (Errore) produce una variazione dell'uscita proporzionale all'ampiezza dello scostamento	Fa variare la grandezza regolante in funzione della grandezza regolata		
Aumenta K_P	-	-	Migliora	Rallenta
Diminuisce K_P	-	-	Peggiora	Accelera

1.2 Azione integrale

Veniamo ora ad analizzare la seconda azione introdotta dal PID, ovvero l'azione integrale. Il contributo di questa azione è proporzionale all'integrale dell'errore $e(t)$ (e quindi proporzionale al suo valor medio) e il coefficiente dell'azione integrale K_I definisce la costante di tempo integrale T_I (chiamata anche *tempo di reset*):

$$u(t) = K_I \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \qquad T_I = \frac{K_P}{K_I}$$

Ciò deriva dalla formula generale, assumendo $K_D = 0$ e $K_P = 0$ nell'espressione

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

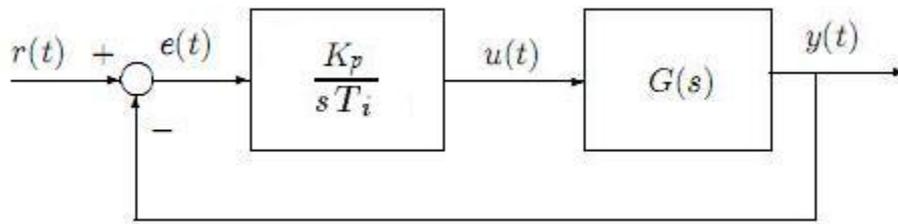


Figura 1.6

L'azione integrale è particolarmente importante nelle applicazioni, perché assicura un errore nullo a regime per variazioni a gradino del riferimento $r(t)$. L'errore rimane nullo anche in presenza di variazioni del guadagno del processo, purché sia preservata la stabilità del sistema in anello chiuso.

In generale l'azione integrale è associata all'azione proporzionale in modo tale da realizzare i cosiddetti controllori PI:

$$u(t) = K_P \left(e(t) + \frac{1}{T_I} \cdot \int_0^t e(\tau) d\tau \right) \quad U(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \cdot E(s)$$

i quali permettono di ottenere una maggiore precisione (incremento del tipo del sistema retroazionato) senza peggiorare il grado di stabilità del sistema (sempre che le costanti siano opportunamente scelte), unita ad una maggiore velocità di risposta.

I controllori PI vengono utilizzati quando è richiesto un errore a regime di modesta entità unito ad una buona velocità di risposta alle variazioni della sollecitazione; pertanto vengono inseriti soprattutto nei sistemi in cui le variazioni di carico avvengono lentamente.

La taratura della costante di integrazione è legata alle sovraelongazioni ed alle oscillazioni che si possono innescare. Infatti cambiamenti improvvisi di carico possono portare il sistema verso l'instabilità, quando il coefficiente K_I dell'azione integrale non è scelto in modo opportuno. In ambito industriale oltre il 90% dei controllori è di questo tipo.

Nel caso di un segnale di riferimento $r(t)$ a gradino, per esempio, l'integrale crescerà sempre più, come evidenziato in *figura 1.7*.

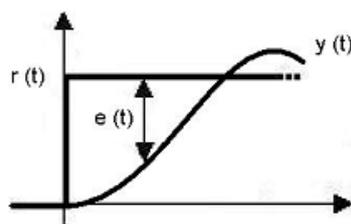


Figura 1.7

Quando aggiungiamo l'azione integrale al blocco proporzionale eliminiamo a priori la presenza dell'*offset*. È evidente che in presenza di un *offset* costante il contributo integrale è destinato a crescere indefinitamente nel tempo e questo ci permette di attivare una efficace azione correttiva.

Inoltre, con l'azione integrale, un piccolo errore positivo $e(t)$ condurrà sempre ad un incremento del segnale di controllo $u(t)$, e un errore negativo darà un decremento del segnale di controllo a prescindere dal fatto di quanto sia piccolo l'errore.

Per il blocco in considerazione, la variabile da tarare in base al sistema con cui si ha a che fare è la costante di tempo integrale T_I ; da essa infatti dipende l'effetto di integrazione che è tanto più importante quanto più T_I è piccola. A questo riguardo è necessario notare come riducendo il *tempo di reset*, l'integrale dell'errore salirà più velocemente verso il valore $r(t)$ in ingresso al blocco pagando però questa velocità di salita con delle forti oscillazioni che richiedono tempo prima di stabilizzarsi. Viceversa, aumentando T_I e facendolo tendere ad infinito, si ha come conseguenza l'eliminazione dell'effetto dell'integrale.

Analizziamo ora un esempio, tramite formule matematiche, della combinazione dei due termini, proporzionale e integrale. Supponiamo di inviare in entrata un gradino di ampiezza unitaria $R(s) = 1/s$ e assumiamo come funzioni di trasferimento che caratterizzano il sistema di *figura 1.6*,

$$C(s) = K_P \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \qquad G(s) = \frac{A_0}{1 + \tau s}$$

Da queste espressioni ricaviamo la funzione di trasferimento ad anello chiuso

$$W(s) = \frac{1}{1 + \frac{s T_I (1 + \tau s)}{A_0 K_P (1 + T_I s)}}, \qquad \text{insieme all'errore } E(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{s T_I (1 + \tau s)}{s T_I (1 + \tau s + A_0 K_P) + A_0 K_P}$$

Come fatto in precedenza nell'analisi dell'azione proporzionale, anche qui determiniamo, tramite il teorema del valor finale, l'espressione dell'errore asintotico

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} s E(s) = 0$$

Notiamo che facendo tendere T_I all'infinito, ovvero eliminando il termine integrale, le espressioni soprastanti si riducono a quelle trovate precedentemente per l'analogo esempio sviluppato considerando un controllore esclusivamente proporzionale.

L'effetto della scelta di T_I è mostrato in *figura 1.8*. Si nota che l'*offset* presente quando si opera solo con il controllore proporzionale ($T_I \rightarrow \infty$) sparisce attivando il termine integrale. Riducendo T_I il sistema risponde più velocemente al transitorio, ma si osservano anche delle forti oscillazioni.

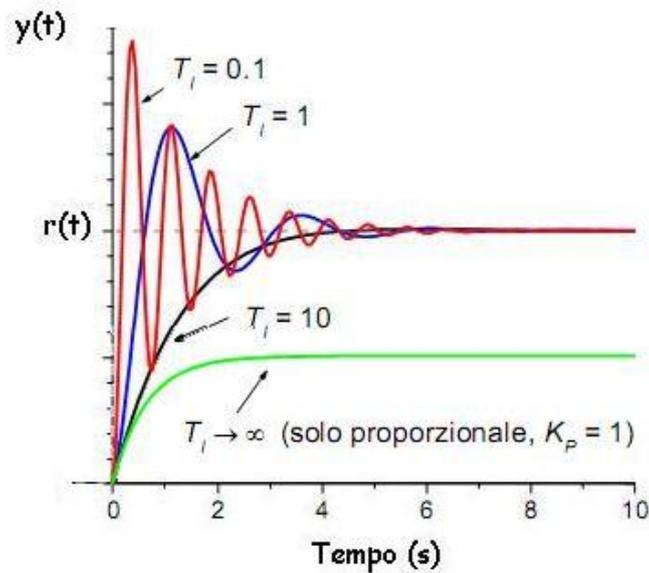


Figura 1.8

Il termine integrale però, a differenza di quello proporzionale, introduce uno sfasamento di 90° in ritardo (dunque aggiunge un polo in termini di trasformata di Laplace) che porta ad un peggioramento dei margini di stabilità del sistema ad anello chiuso, limitando il valore del guadagno integrale (e quindi la banda del sistema).

Questa tabella ci fornisce una visione generale del blocco integrale

Simbolo	Funzione di regolazione	Scopo principale	Stabilità	Tempo di risposta del loop
T_I	Appena si ha uno scostamento sull'ingresso (Errore), si produce una variazione dell'uscita con velocità proporzionale allo scostamento	Fissa il punto di regolazione (Elimina l'offset dato dall'azione proporzionale)		
Aumenta T_I	-	-	Migliora	Rallenta
Diminuisce T_I	-	-	Peggiora	Accelera

In particolare, gli attuatori posti nei sistemi industriali (e cioè quei meccanismi o dispositivi che agiscono su un ambiente a partire da una sollecitazione in ingresso), hanno un intervallo di lavoro che di solito ha dei limiti molto superiori al normale range di valori assunti dalla variabile che li controlla. In qualche caso, tuttavia, a causa di rapidi transitori provocati da disturbi sul carico, tali limiti possono essere anche raggiunti e superati.

Quando questo accade il circuito di retroazione è rotto e il sistema funziona come un anello aperto perché l'attuatore resterà al suo limite indipendentemente dal processo di uscita. L'attuatore entra in saturazione e il valore che si ottiene in uscita non rispecchia più quello in ingresso. Ciò è evidenziato nella *figura 1.9*

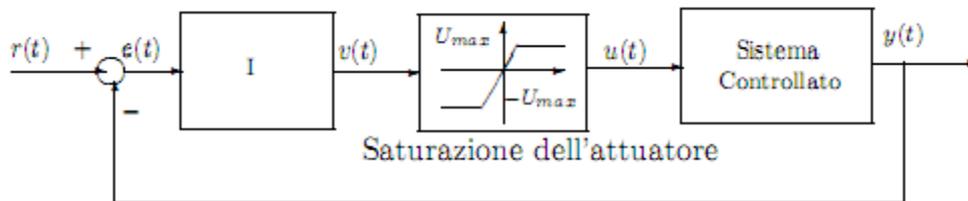


Figura 1.9

Matematicamente la saturazione dell'attuatore è definita dalla seguente formula

$$u(t) = \begin{cases} U_{max} & \rightarrow \text{if } v(t) \geq U_{max} \\ v(t) & \rightarrow \text{if } U_{min} < v(t) < U_{max} \\ U_{min} & \rightarrow \text{if } v(t) \leq U_{min} \end{cases}$$

dove U_{max} e U_{min} sono i limiti massimo e minimo rispettivamente dell'uscita. Quando si presenta questa situazione si ha in uscita dall'attuatore un valore inferiore, in modulo, al valore che lo stesso attuatore presenta in ingresso.

Dopo essere passato per il sistema controllato, il segnale correttivo che arriva con la retroazione all'ingresso è minore del previsto, dunque incide meno sulla correzione di $r(t)$ e perciò fa aumentare il tempo nel quale l'errore viene inseguito e raggiunto.

Questo processo continuerà fino a quando l'errore non diventerà negativo (cioè fino a quando il segnale $y(t)$ non supererà $r(t)$), ma in quell'istante il valore dell'integrale avrà raggiunto un livello tale che anche se inizierà a diminuire, passerà dall'altro tempo prima che questo valore arrivi a zero, causando una considerevole sovraelongazione dell'uscita $y(t)$.

Con l'aiuto dei prossimi due grafici riusciremo a capire la differenza tra quanto avviene in presenza di un attuatore ideale (rappresentato da una linea tratteggiata) e in presenza di un attuatore con limiti di saturazione (rappresentato da una linea continua) quando viene utilizzato un gradino come segnale $r(t)$.

In *figura 1.10* è rappresentata l'uscita del sistema.

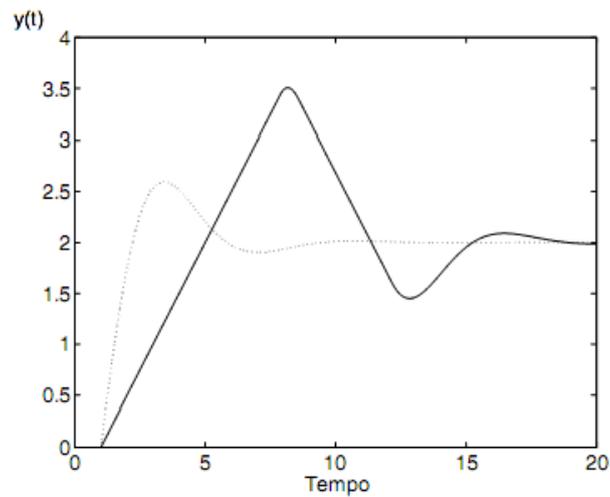


Figura 1.10

Dal grafico si nota che, con l'attuatore ideale l'uscita del sistema ha una forma d'onda che segue l'andamento dell'integrale come visto in precedenza (vedi linea tratteggiata), mentre se l'attuatore ha dei limiti di saturazione si ottiene l'indesiderata sovralongazione, lo vediamo dall'andamento della linea continua di figura.

Nella *figura 1.11* invece viene rappresentato l'errore di inseguimento, che all'inizio cresce istantaneamente (nel momento di applicazione del gradino in ingresso), ma successivamente assume due diversi andamenti.

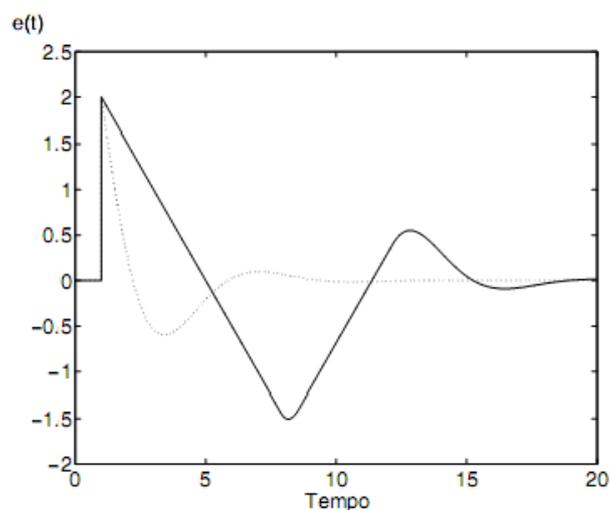


Figura 1.11

Anche qui la linea tratteggiata sta a significare il comportamento in presenza di attuatore ideale, con il quale l'errore di inseguimento viene presto eliminato e si torna a una situazione di normalità; con la linea continua, invece, si mette in evidenza la presenza di un attuatore reale con il quale si aumenta il ritardo di correzione (causato dal minore potere correttivo della retroazione) e inoltre si va a finire su valori negativi per la lunga durata della sovraelongazione.

Dunque il processo evolverà ricevendo un ingresso $u(t)$ costante come se fossimo in anello aperto e, mancando la retroazione, anche il controllore sarà costretto ad evolvere in quel modo.

Questo porterà il blocco integratore ad allontanarsi anche di molto dai valori di controllo che gli competono, essendo esso un sistema dinamico non BIBO stabile a causa del polo che possiede nell'origine. Inoltre, durante questo periodo di saturazione dell'attuatore, il sistema non avrà nessun tipo di reazione alla presenza di eventuali disturbi.

Possiamo avere un'idea di quanto appena detto osservando i grafici sottostanti.

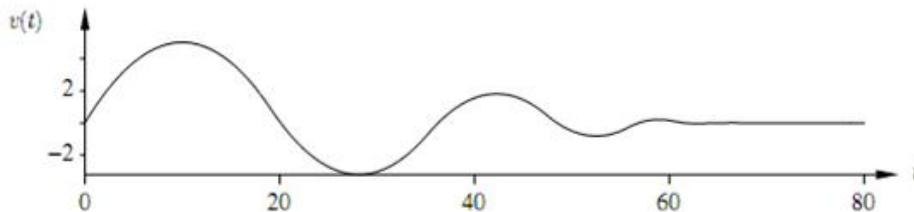


Figura 1.12

Dalla *figura 1.12* possiamo evincere come il termine integrale cresca inizialmente perché l'errore è positivo; raggiunge il suo valore massimo al tempo $t = 10$, quando l'errore passa attraverso lo zero.

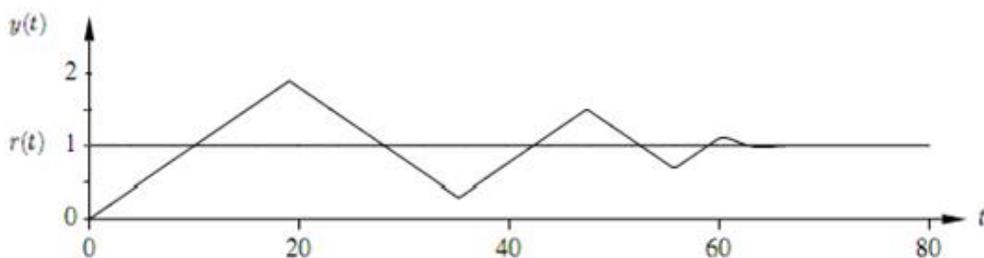


Figura 1.13

In *figura 1.13* notiamo invece come l'uscita rimane saturata in quel punto a causa del grande valore del termine integrale. La stessa uscita non lascia il limite di saturazione fino a quando l'errore è diventato negativo per un tempo sufficientemente lungo tale da consentire alla parte integrante di scendere a un livello basso.

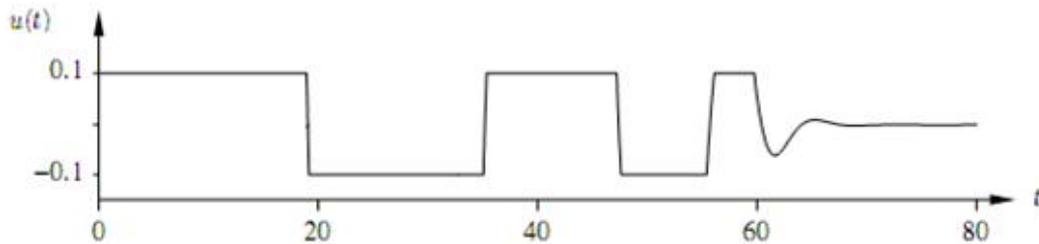


Figura 1.14

Si noti come in *figura 1.14* il segnale di controllo rimbalzi tra i suoi limiti più volte. L'effetto risultante è una grande sovralongazione ed una oscillazione smorzata sull'uscita $y(t)$ in cui il segnale di controllo $u(t)$ varia da un estremo all'altro, come se si trattasse dell'oscillazione conseguente all'apertura e chiusura di un relè. L'uscita finalmente arriva così vicino al valore di riferimento che l'attuatore non satura.

Se si usa appunto un controllore con azione integrale, l'errore continuerà a essere integrato. Questo significa che il termine integrale può diventare molto grande o, come si dice in gergo, può “volare su/in alto”. Da qui il fenomeno conosciuto come **windup**. È quindi necessario che l'errore sia di segno opposto per un lungo periodo prima che le cose tornino alla normalità. La conseguenza è che qualsiasi controllore con azione integrale può dare transitori di elevata durata quando l'attuatore satura.

Supponendo di applicare al sistema di riferimento un disturbo a gradino $r(t)$, l'integratore inizierà ad accrescere il suo valore in uscita per via dell'errore non nullo. Quando il valore in uscita al controllore è tale da saturare il comando di attuazione, si ha che l'uscita dell'integratore continuerà a crescere fino a quando l'errore non diventerà nullo mentre il comando di attuazione rimarrà costante.

Se il sistema è BIBO stabile, dopo un dato intervallo di tempo, l'errore diventerà nullo e l'integratore inizierà a scaricarsi; fino a quando il valore di uscita non sarà inferiore alla saturazione (relativa all'attuatore), il segnale di controllo rimarrà costante. Questo fenomeno fa sì che il sistema dopo aver raggiunto la condizione di errore nullo, si allontani in direzione opposta, creando un effetto di sovralongazione dalle caratteristiche non lineari.

Una situazione del genere è indesiderata e richiede un certo periodo di tempo prima che la situazione normale si ristabilisca, ma fortunatamente ci sono vari modi per poter ovviare a questo problema.

Uno di questi metodi può essere l'introduzione di limitatori sulle variazioni del valore di riferimento in modo che l'uscita del regolatore non raggiunga mai i limiti dell'attuatore.

Sempre parlando di metodi correttivi al fenomeno del windup, possiamo anche avere il cosiddetto metodo degli *algoritmi incrementali* nel quale si calcola prima il tasso di variazione del segnale di controllo che viene poi inviato a un integratore. In alcuni casi tale integratore è un motore direttamente connesso all'attuatore. Così facendo è facile evitare il fenomeno del windup mediante integrazione inibendo l'uscita ogni volta che satura.

Altri metodi di compensazione del fenomeno di windup verranno descritti nel seguito dell'elaborato.

1.2.1 Ricalcolo del termine integrale

Questa tecnica di correzione introduce un segnale di compensazione che viene riportato all'ingresso del blocco integrale e sottratto al valore dell'errore $e(t)$.

Questo segnale viene generato prendendo il valore della grandezza di interesse misurata all'uscita dell'attuatore e confrontandolo con il valore che la stessa grandezza presenta all'ingresso, si tratta infatti di $e_s(t) = v(t) - u(t)$.

Così facendo si otterrà un segnale di compensazione nullo (che quindi non influirà in alcun modo nel controllo) nel caso in cui l'attuatore stia lavorando entro i limiti di saturazione, mentre quando questi limiti verranno superati si genererà un valore che aiuterà a smorzare la salita del termine integrale.

Nella *figura 1.15* è illustrato uno schema di principio per la costruzione della variabile di attuazione

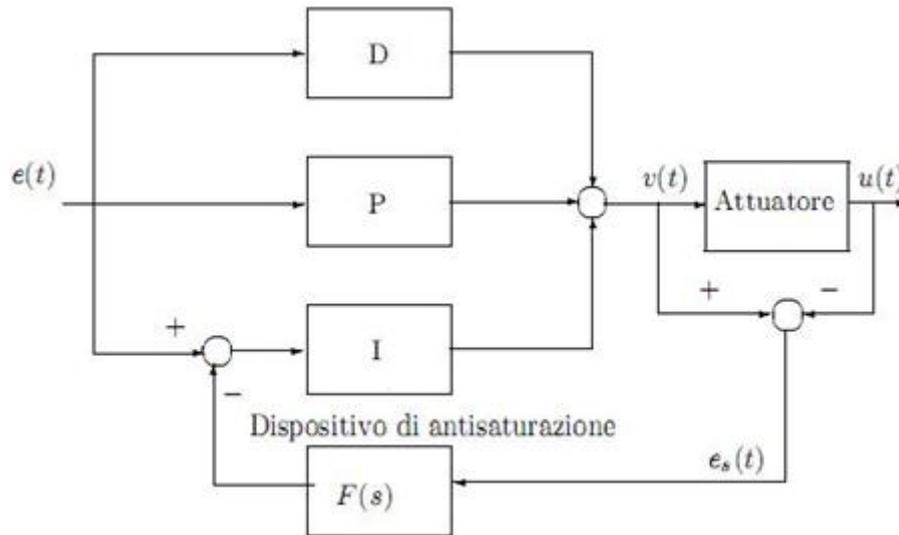


Figura 1.15

Dallo schema si nota inoltre come sia possibile inserire prima del ritorno del segnale di compensazione al blocco integratore, un altro blocco chiamato *dispositivo di antisaturazione*, la cui funzione di trasferimento $F(s)$ è solitamente pari a $1/T_t$ il cui valore controlla la velocità dell'azione di desaturazione.

Infatti, in presenza di valori ridotti della costante di tempo T_t , si avrà un'azione di desaturazione più rapida ma molto più facilmente soggetta a disturbi; in caso contrario, invece, se il valore assegnato alla costante di tempo risulterà elevato, l'azione di desaturazione sarà meno influenzata dai disturbi ma anche più lenta.

Alternativamente allo schema visto in *figura 1.15*, possiamo utilizzare un altro schema molto simile (vedi *figura 1.16*) nel quale si aggiunge un modello dell'attuatore nel circuito, ed è ai suoi capi che verrà prelevato il termine correttivo $e_s(t)$.

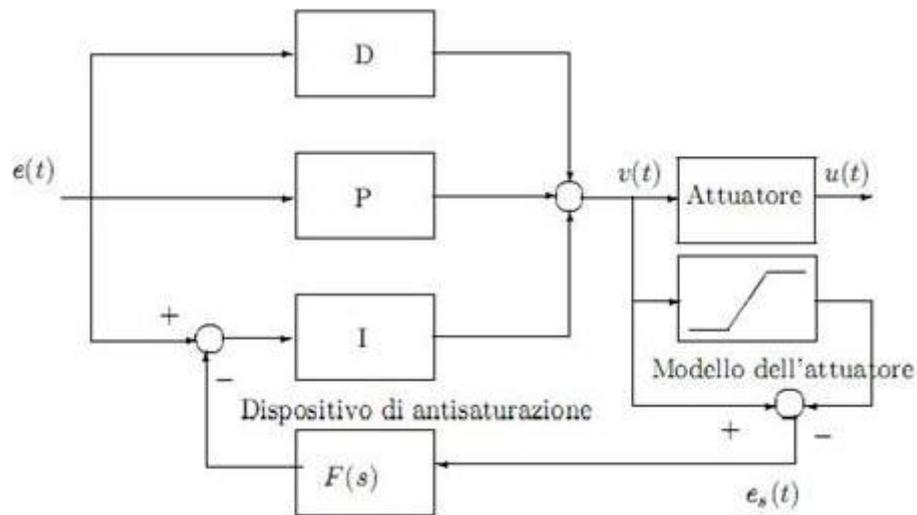


Figura 1.16

In questo caso invece che di una misura della variabile di attuazione siamo in presenza di una stima della variabile di attuazione; questo sistema viene usato nel caso in cui il segnale $u(t)$ in uscita dall'attuatore non sia misurabile, perciò si ricorre a un modello matematico che simuli le proprietà dell'attuatore in questione ma che dia una risposta adatta ad essere trattata per ricavarne il segnale di compensazione.

1.2.2 Integrazione condizionata

Questa soluzione presenta uno schema di principio assai simile a quello visto in precedenza, ma si discosta da esso per la sostituzione del dispositivo di antisaturazione con un comparatore, la cui presenza serve per verificare quando il valore del termine di compensazione $e_s(t)$ assume valori non nulli.

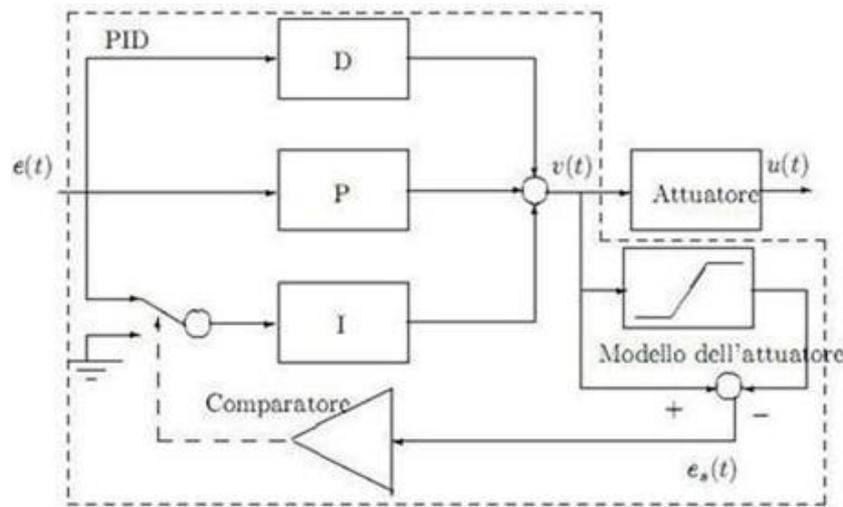


Figura 1.17

Lo schema di compensazione viene utilizzato solo in certe condizioni, altrimenti si lascia che l'azione integrale lavori normalmente, cioè senza provocare saturazione. Infatti è proprio il fenomeno della saturazione dell'attuatore che provoca il fenomeno del windup.

Esistono alcune strategie di commutazione (*switching conditions*) tali da garantire la totale eliminazione del fenomeno windup. Un approccio semplice è quello di spegnere l'integrazione quando l'errore di controllo è di grandi dimensioni. Un altro approccio è quello di spegnere l'integrazione nel corso della saturazione. Entrambi i metodi hanno lo svantaggio che il controllore possa rimanere bloccato in presenza di un errore di controllo non nullo se il termine integrale ha un valore grande al momento dello spegnimento dell'integrazione.

Lo svantaggio non si presenta nel momento in cui l'integrazione viene spenta quando il controllore è saturo. Supponiamo, per esempio, che il controllore diventi saturo in condizioni di saturazione superiore; l'integrazione è quindi spenta se l'errore di controllo è positivo, ma non se è negativo.

In questo caso l'ingresso del blocco integrale, invece di mantenere in ingresso l'errore $e(t)$ che lo farebbe aumentare ulteriormente, viene posto a zero, garantendo una veloce scarica, grazie alla presenza del comparatore che confronta i segnali $e_s(t)$ ed $e(t)$.

IMC (Internal Model Control)

Altra tecnica per compensare il fenomeno del windup, che verrà illustrata per sistemi a tempo continuo ma che può essere applicata anche a sistemi a tempo discreto senza nessun problema e senza nessuna perdita di generalità, è la cosiddetta tecnica **IMC**, il cui acronimo significa:

- Internal: il modello del sistema è interno al controllore;
- Model: è infatti richiesto un modello del processo da controllare;
- Control: il controllore usa il modello per migliorare le prestazioni.

Questa tecnica si affida all'IMP (Internal Model Principle), che afferma che il controllo può essere raggiunto solo se il sistema di controllo incapsula, sia implicitamente sia esplicitamente, una qualche rappresentazione del processo da controllare. In particolare, se lo schema di controllo è stato sviluppato sulla base di un modello esatto del processo, allora si avrà un controllo perfetto teoricamente possibile. Nello schema illustrato in *figura 1.18* notiamo come questa particolare tecnica opera per risolvere il problema del windup.

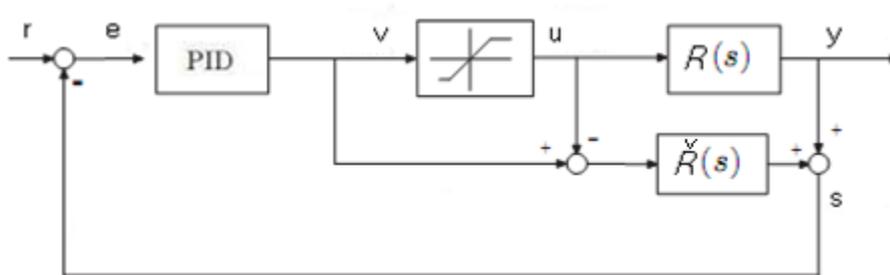


Figura 1.18

In tale figura si è indicata con $R(s)$ la funzione di trasferimento del sistema controllato e con $\check{R}(s)$ la funzione di trasferimento copia del sistema.

Con alcuni accorgimenti matematici possiamo evidenziare il principio di funzionamento di questa specifica tecnica di compensazione. Calcoliamo l'errore:

$$e = r - s \rightarrow e = r - [y + \check{R} \cdot (v - u)] \rightarrow e = r - Ru - \check{R}v + \check{R}u.$$

Assumendo che $R = \check{R}$, allora la formula dell'errore si riduce a

$$e = r - Rv.$$

Da notare bene come la retroazione non sia necessaria se il processo è conosciuto nei minimi dettagli (cioè come incapsulato nel modello di processo), mentre la retroazione è valida quando il processo è inaccurato o incompleto.

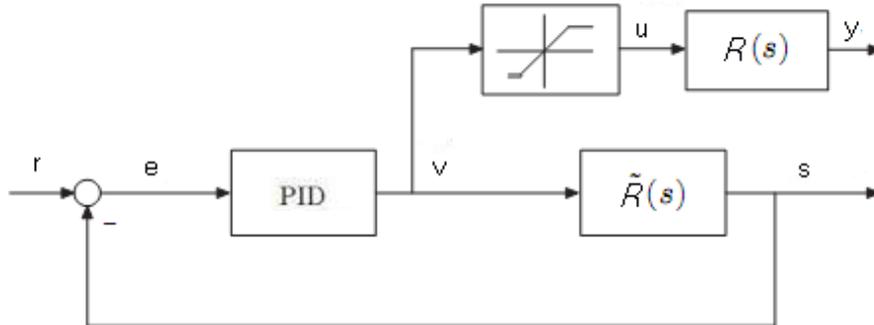


Figura 1.17

La soluzione fornita dalla tecnica dell'IMC ha le seguenti proprietà:

- fornisce una compensazione al tempo di ritardo della risposta;
- il filtro passa - basso può essere utilizzato per modellare sia il monitoraggio del valore di riferimento sia le risposte di reiezione al disturbo;
- il regolatore darà risposte prive di offset.

1.3 Azione derivativa

Come ultima caratteristica di un regolatore ci rimane da analizzare l'azione derivativa che fornisce in uscita la derivata rispetto al tempo dell'errore $e(t)$. In questo caso abbiamo la presenza del coefficiente dell'azione derivativa K_D che definisce la costante di tempo derivativa T_D .

$$u(t) = K_D \cdot \frac{de(t)}{dt} \qquad T_D = \frac{K_D}{K_P}$$

Anche qui queste considerazioni derivano dall'osservazione della formula generale dei PID in cui è stato assunto $K_P = 0$ e $K_I = 0$

$$u(t) = K_P e(t) + K_I \int_{t_0}^t e(\tau) d\tau + K_D \frac{de(t)}{dt}$$

Ne diamo una rappresentazione grafica mediante la *figura 1.20*.

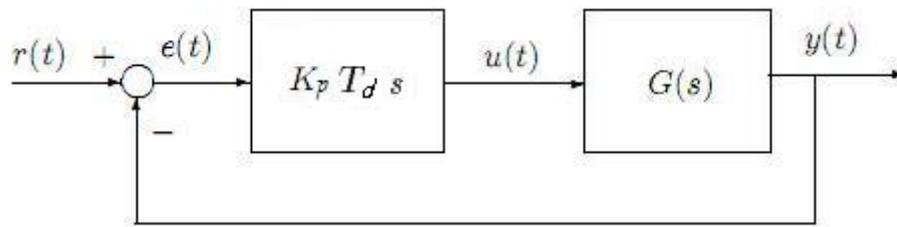


Figura 1.20

Un controllore derivativo viene chiamato anche controllore di velocità, oppure anticipatore. Il suo comportamento è marcatamente diverso da quello dei controllori proporzionale e integrale. L'uscita di un controllore derivativo non dipende dall'errore presente o passato, ma dalla velocità con cui varia l'errore. Inoltre l'azione derivativa è complementare all'azione integrale perché fornisce un anticipo di fase di 90° (in quanto porta all'introduzione di uno zero nell'origine).

Per comprendere qualitativamente l'importanza dell'anticipo di fase, consideriamo un sistema in cui vi sia un forte ritardo di fase nell'azione in catena aperta. In tal caso una variazione della variabile di errore determina, attraverso il meccanismo di controllo in retroazione, una variazione della variabile controllata con un certo ritardo. Quindi, intuitivamente, è come se il controllore agisse "in ritardo" rispetto alle variazioni dell'errore.

Il parametro appunto che governa questo blocco è la costante di tempo dell'azione derivativa T_D , il cui valore determina la velocità di salita del segnale di controllo. In questo caso rispetto ai due blocchi visti precedentemente la stabilità peggiora sia aumentando sia diminuendo il valore di T_D .

Per capire meglio l'effetto indotto dal contributo derivativo, oltre che qualitativamente anche per mezzo di formule matematiche, studiamo il comportamento di un controllore PD, la cui funzione di trasferimento risulta essere

$$C(s) = \frac{U(s)}{E(s)} = K_P \cdot (1 + sT_D)$$

Consideriamo, come già visto in precedenza nella trattazione degli altri due blocchi, il caso in cui si applichi in ingresso una funzione gradino di ampiezza unitaria e supponiamo che la $G(s)$ sia pari a

$$G(s) = A_0 \cdot \frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\xi\omega_0 s + \omega_0^2}$$

per cui l'uscita del sistema diventi

$$Y(s) = \frac{A_0}{s} \cdot \frac{\omega_0^2 K_P (1 + sT_D)}{s^2 + s(2\xi\omega_0 + A_0\omega_0^2 K_P T_D) + \omega_0^2 (1 + A_0 K_P)}$$

Si nota che la presenza del termine derivativo introduce uno zero ed aumenta il coefficiente di s e di 1 nel polinomio di secondo grado posto al denominatore. Ambedue questi effetti producono una riduzione delle oscillazioni che si verificano in occasione dei transitori contribuendo a stabilizzare il sistema.

In *figura 1.21* è presentato il grafico dell'esempio appena analizzato, dal quale si può apprezzare l'azione anticipatrice del blocco derivativo e la sua correzione sulle oscillazioni attorno al valore desiderato. L'offset è lo stesso che si ha con il solo controllo proporzionale e lo si può eliminare utilizzando un opportuno contributo integrale. Si conferma dunque la non incidenza di questo controllo sull'offset esistente tra $y(t)$ e $r(t)$.

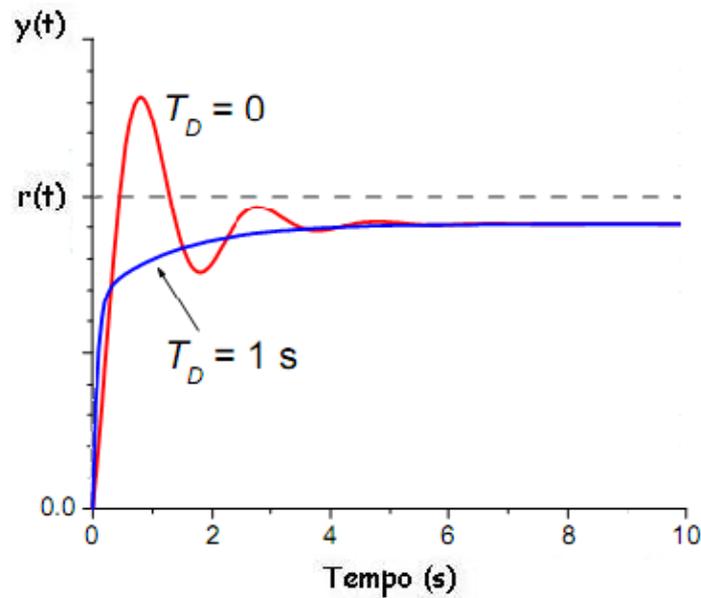


Figura 1.21

Nella tabella sottostante possiamo dare una breve visione generale delle azioni che un blocco derivatore introduce

Simbolo	Funzione di regolazione	Scopo principale	Stabilità	Tempo di risposta del loop
T_D	Uno scostamento sull'ingresso (Errore), produce una variazione dell'uscita proporzionale alla velocità di variazione dello scostamento	Diminuisce il tempo di risposta per il ritorno al punto di regolazione		
Aumenta T_D	-	-	Peggiora	Accelera
Diminuisce T_D	-	-	Peggiora	Rallenta

Il termine derivativo purtroppo introduce l'inconveniente di amplificare i segnali con contenuto armonico a frequenze elevate. Siccome in genere questo tipo di segnali corrispondono al rumore elettromagnetico sovrapposto al segnale utile, l'utilizzo del termine derivativo deve essere valutato con cautela. Nella realizzazione pratica dei regolatori infatti si adotta l'accorgimento di limitare l'azione derivativa in modo tale che in corrispondenza a transizioni a gradino l'uscita del blocco derivatore non abbia andamento impulsivo.

Pertanto, la presenza di un rumore sui segnali di misura ne condiziona l'uso e richiede di associarla a un filtro passa - basso che ne limiti il guadagno ad alta frequenza.

Ad esempio un rumore di misura sinusoidale, $n(t) = A \sin \omega t$, in ingresso al blocco derivatore dà luogo a un contributo sulla variabile di controllo pari a

$$u_n(t) = T_D \frac{dn(t)}{dt} = AT_D \omega \cos \omega t,$$

di ampiezza crescente con ω . Quindi i segnali di rumore aventi un contributo sensibile alle alte frequenze, e quindi con una ω molto alta, vengono amplificati notevolmente dal termine derivativo del PID.

Passiamo ad un esempio numerico per chiarire meglio il concetto, usando formule e grafici. Supponiamo di avere come segnale utile $e(t) = \sin(2\pi t)$,

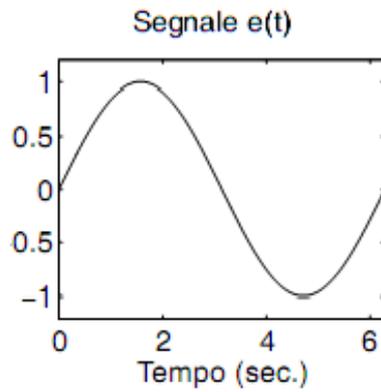


Figura 1.22

e come segnale di rumore $n(t) = 0,1 \sin(20\pi t)$. Sommando $n(t)$ al segnale $e(t)$ precedente, otteniamo la forma d'onda mostrata nel grafico di *figura 1.23*

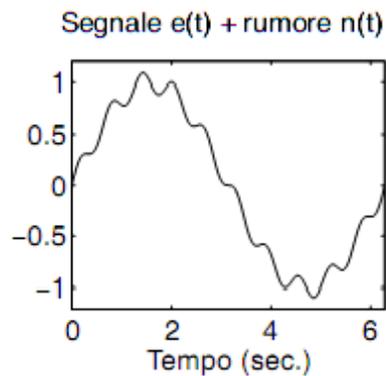


Figura 1.23

A questo punto entra in gioco la derivazione dei componenti della forma d'onda di *figura 1.23*, perciò prima la derivata del singolo segnale utile sarebbe stata quella di *figura 1.24*,

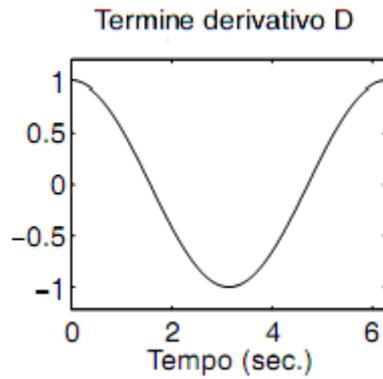


Figura 1.24

ora, invece, a causa dell'alta frequenza del rumore, la cui derivata all'uscita del blocco derivatore diviene $u_n(t) = 2\pi \sin(20\pi t)$, assistiamo a una degenerazione sostanziale del segnale che lo rende irriconoscibile (vedi *figura 1.25*)

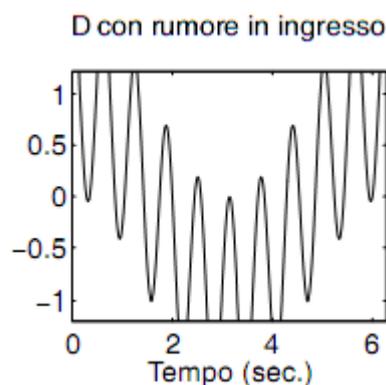


Figura 1.25

L'azione derivativa non è utilizzabile da sola, perché farebbe perdere al sistema di controllo la fondamentale proprietà di essere passa - basso. Spesso è inutilizzata (disinserita), anche in presenza delle altre azioni, sia a causa dei rumori di misura sia per le difficoltà di taratura da parte degli utenti. In alcuni casi, però, possono essere le caratteristiche dinamiche del processo a non richiederne, o addirittura a non consentirne, l'impiego.

Da notare inoltre come i controllori D o ID non vengano quasi mai menzionati nei testi specifici, in quanto mai utilizzati. Il primo a causa del fatto che non in grado di controllare l'errore a regime, il secondo in quanto il regolatore ID presenta un'anti-risonanza ad una determinata pulsazione. Se la banda a ciclo chiuso fosse minore di questa pulsazione, il regolatore ID si comporterebbe esattamente come farebbe un

controllore I, mentre nel caso in cui la banda a ciclo chiuso fosse superiore alla pulsazione di anti-risonanza, essa taglierebbe all'interno della banda di interesse.

Tuttavia, siccome l'azione derivativa è necessaria fino ad una certa frequenza, oltre la quale è conveniente che vi sia attenuazione per filtrare il rumore fuori dalla banda di regolazione, si limita il livello di amplificazione del rumore introducendo un filtro del primo ordine, di funzione di trasferimento

$$F(s) = \frac{1}{1 + \frac{sT_D}{N}}$$

con N che, orientativamente, assume valori compresi tra 5 e 10. Dunque la nuova funzione di trasferimento del blocco derivatore assume la seguente forma:

$$C(s) = \frac{K_P s T_D}{1 + \frac{s T_D}{N}}$$

Ora rimane da capire come scegliere il termine N per fare in modo che il polo $-\frac{N}{T_D}$ sia fuori dalla banda di controllo.

Per ottenere questo risultato N dovrà assumere valori bassi, perché più alto risulta essere N e più la nuova funzione di trasferimento combaccerà con quella senza filtraggio, tendendo a riproporre il suo stesso comportamento alle alte frequenze.

In *figura 1.26* vediamo come l'andamento della risposta in frequenza di un PID migliori in maniera sostanziale se passiamo da una versione senza filtraggio del termine derivativo (linea continua) a una con il filtro (linea tratteggiata)

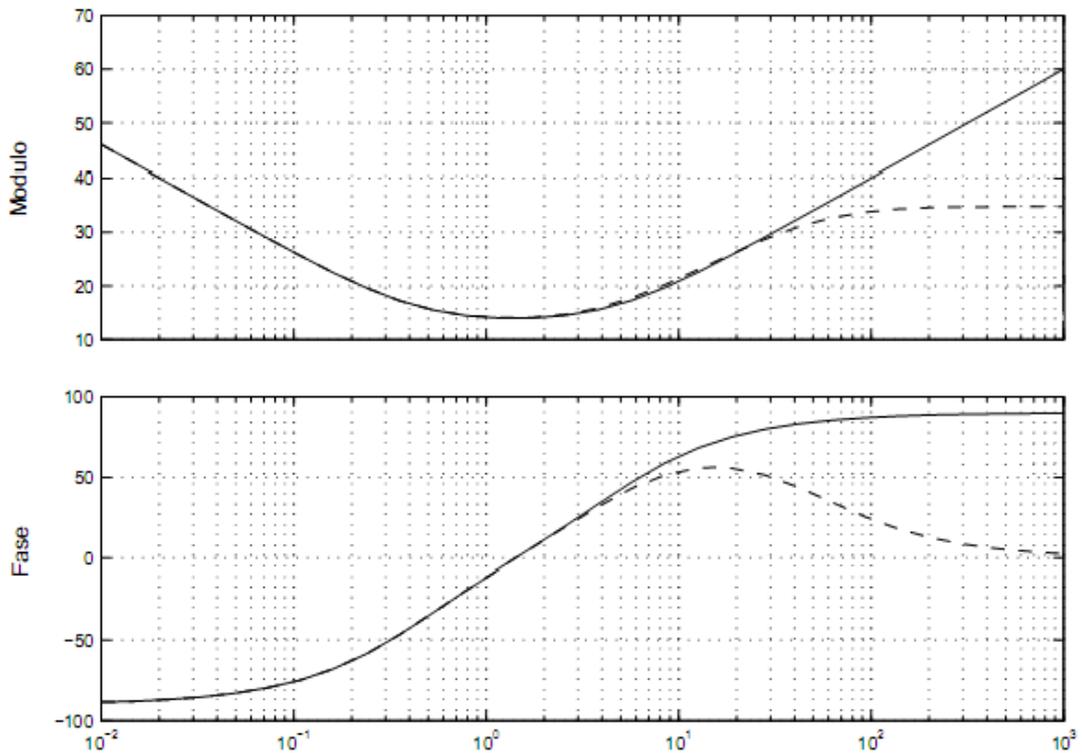


Figura 1.26

Nel caso in cui all'ingresso del controllore si presenti un segnale $r(t)$ a gradino, potrebbero sorgere dei problemi se la disposizione dei blocchi, all'interno del controllore stesso, seguisse una disposizione classica in parallelo (vedi figura 1.27)

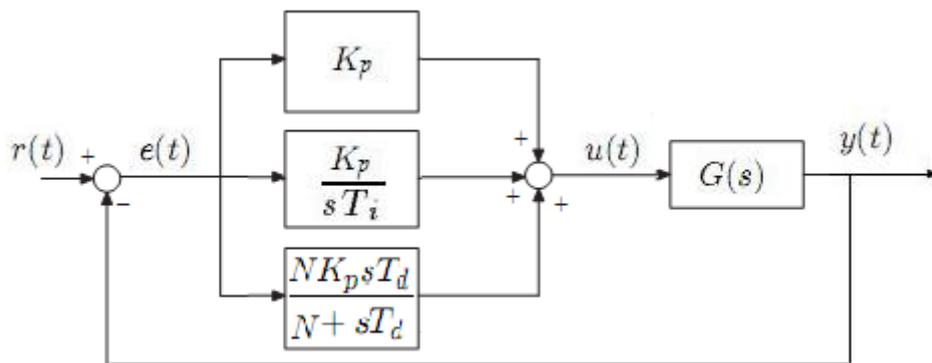


Figura 1.27

Questo perché in presenza di un gradino come segnale di riferimento, il termine derivativo, e di conseguenza la variabile di controllo $u(t)$, assumerebbero un andamento di tipo impulsivo. Questa brusca variazione è in contrasto con il requisito di moderazione del controllo e può provocare la saturazione dell'attuatore e

l'allontanamento del sistema dalla condizione di linearità con riferimento alla quale normalmente si progetta il regolatore.

Per queste ragioni frequentemente l'azione derivativa è esercitata sulla sola variabile di uscita $y(t)$. Poiché essa è l'uscita di un sistema che usualmente ha le caratteristiche di un filtro passa - basso, le sue variazioni istantanee (e quindi la sua derivata) sono in genere contenute e la presenza dell'azione derivativa non provoca il suddetto andamento impulsivo di $u(t)$.

Dunque lo schema viene modificato, come illustrato nella seguente configurazione:

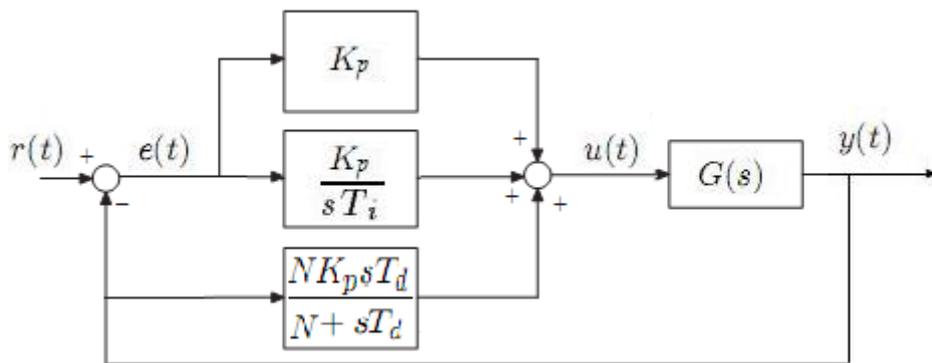


Figura 1.28

Nelle applicazioni industriali più diffuse, anche l'azione derivativa viene associata all'azione proporzionale così da creare i cosiddetti controllori PD i quali possono essere utilizzati nei sistemi in cui si hanno improvvise variazioni di carico. Alcune tipologie di tali impianti possono essere sistemi di controllo per servomotori, oppure sistemi che non presentano problemi di stabilità e di prestazioni statiche ma che, invece, richiedono una buona velocità di risposta.

1.4 Funzione di trasferimento in forma standard ISA

Abbiamo già osservato come la funzione di trasferimento di un PID sia

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + s \cdot T_D \right) \cdot E(s)$$

L'equazione appena definita rappresenta l'equazione ideale del PID, ideale perché non fisicamente realizzabile dato che, come abbiamo visto in precedenza, il termine derivativo va filtrato per poter essere considerato realizzabile. Tutto ciò dà origine ad un'altra equazione che tiene conto della non idealità del regolatore PID,

$$U(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + \frac{s \cdot T_D}{1 + \frac{s \cdot T_D}{N}} \right) \cdot E(s)$$

Oltre a questa equazione, però, viene definita anche la **forma standard ISA** (*Instrument Society of America*) dell'equazione del PID. Essa è più generale di quella vista in precedenza e consente di limitare sia l'azione proporzionale che quella derivativa

$$U(s) = K_p \left(b \cdot R(s) - Y(s) + \frac{1}{T_I \cdot s} \cdot E(s) + \frac{s \cdot T_D}{1 + \frac{s \cdot T_D}{N}} (c \cdot R(s) - Y(s)) \right),$$

con i parametri b e c compresi tra 0 e 1 (si noti come per $b = c = 1$ si ottenga, come caso particolare, la formula precedente). Questa formula, tipicamente impiegata in ambito industriale/commerciale, è stata introdotta perché da essa, attraverso opportuni passaggi matematici, è possibile ricavare due formule che rappresentano due contributi distinti alla creazione della funzione di trasferimento del PID, uno di feedforward e uno di feedback.

$$PID_{ISA}(s) = K_{ff}(s) + K_{fb}(s)$$

$$K_{ff}(s) = \frac{U(s)}{R(s)} = K_p \left(b + \frac{1}{T_I \cdot s} + c \frac{s \cdot T_D}{1 + \frac{s \cdot T_D}{N}} \right)$$

$$K_{fb}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I \cdot s} + \frac{s \cdot T_D}{1 + \frac{s \cdot T_D}{N}} \right)$$

A tal proposito otteniamo una variazione nella rappresentazione generale del PID (vedi *figura 1.29*) in modo da realizzare un regolatore a due gradi di libertà con diverse elaborazioni di setpoint e di misura.

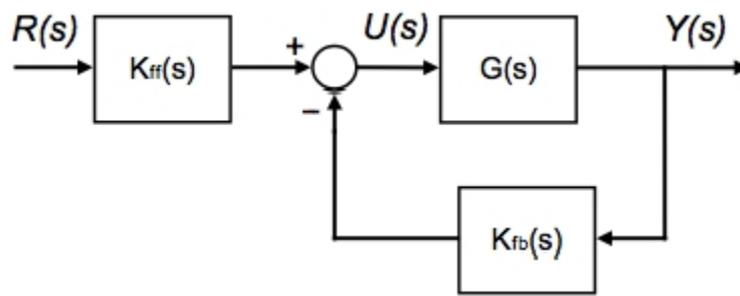


Figura 1.29

Capitolo 2

Metodi di taratura o tuning

Dopo aver fatto una attenta e profonda analisi delle equazioni che governano i controllori PID, e trovati quali sono i parametri da modificare per regolarne il comportamento, occorrono delle tecniche per poter settare questi parametri, in modo che un controllore possa funzionare correttamente se connesso a sistemi industriali generici, quindi diversi tra loro.

In molte applicazioni industriali infatti, la costruzione di un buon modello dell'impianto può essere piuttosto onerosa, soprattutto a fronte di esigenze di controllo non particolarmente spinte. Per questi casi sono disponibili delle tecniche di taratura dei parametri del PID (K_p , T_I e T_D) che fanno riferimento a poche e semplici prove da eseguirsi sull'impianto. Occorre, in altre parole, trovare dei metodi di tuning per i parametri che siano indipendenti dal sistema da controllare.

Andremo ora a presentare due metodi di taratura dei regolatori PID, entrambi basati su considerazioni empiriche.

2.1 Metodo della risposta al gradino (I metodo di Ziegler-Nichols)

Questo metodo è basato sull'ipotesi di poter descrivere il processo da sottoporre a controllo attraverso una funzione di trasferimento di primo grado, BIBO stabile (e quindi che il polo della sua funzione di trasferimento sia reale negativo) e di guadagno statico, A , positivo.

I processi a cui si applica solitamente questo metodo sono quelli che hanno risposta al gradino monotona, che è tipica dei processi termici, nei quali il carattere distribuito del fenomeno del trasferimento del calore dà luogo a un ritardo iniziale e poi ad una salita progressiva e, generalmente, priva di oscillazioni. Pertanto risulta un modello del tipo:

$$G(s) = \frac{A \cdot e^{-\tau s}}{1 + Ts}$$

cioè dotato di una funzione di trasferimento che abbia un guadagno statico A , un tempo di ritardo apparente τ ed una costante di tempo T .

Ora si cerca una stima dei parametri della funzione $G(s)$ in modo sperimentale, procedendo ad applicare in ingresso al processo (staccato dalla catena di controllo e quindi in anello aperto) un segnale a gradino di ampiezza unitaria e misurando la risposta temporale del processo. I parametri che caratterizzano la funzione di trasferimento del processo vengono successivamente determinati dai dati sperimentali.

Questi dati vengono ottenuti prendendo il grafico relativo alla risposta a gradino del sistema e tracciando su di essa, in corrispondenza del punto di flesso della curva, una retta tangente alla curva e facendola intersecare con l'asse dei tempi e con l'asse che rappresenta il guadagno statico A .

La procedura è illustrata in *figura 2.1*

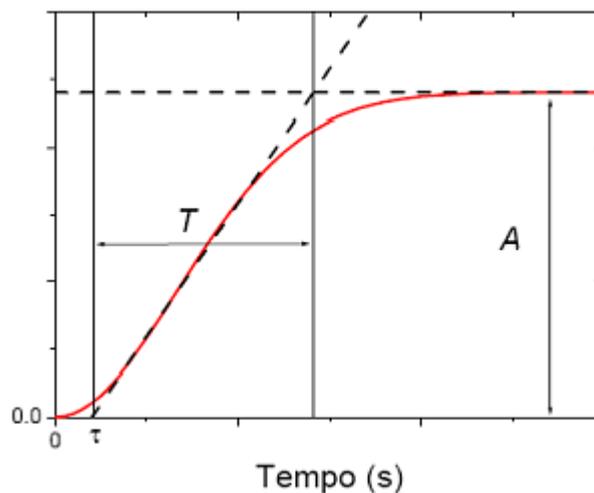


Figura 2.1

I dati sperimentali (curva rossa continua) sono approssimati nella zona del flesso con la linea tangente (curva nera tratteggiata). L'intercetta della curva tratteggiata con l'asse dei tempi fornisce la stima del ritardo τ , mentre la costante di tempo T viene fornita dal tempo di salita della curva fino a quando l'approssimazione tratteggiata raggiunge il guadagno in continua A , guadagno che è considerato uguale al valore asintotico (ricordiamo che il segnale di ingresso ha ampiezza unitaria).

Per applicare il metodo però il gradino va applicato in condizioni di stazionarietà, cosa non facile da riconoscere automaticamente senza disporre di informazioni sulla

dinamica del processo. Inoltre il gradino va scelto sufficientemente ampio perché i parametri della risposta siano ben riconoscibili anche in presenza di rumore di misura, ma non troppo, per non coinvolgere le non linearità e/o per non risultare pericoloso per l'impianto.

Una volta noti A , τ e T è possibile calcolare i valori che ottimizzano la resa del controllore, trovando il miglior compromesso tra stabilità e velocità di risposta.

Le relazioni che forniscono i valori dei parametri del controllore in funzione dei dati ottenuti sperimentalmente sono riportate nella seguente tabella, dove per R si è considerato il valore dato da τ/T

	P	PI	PD	PID
K_P	$\frac{1 + R/3}{A R}$	$\frac{0.9 + R/12}{A R}$	$\frac{1.25 + R/6}{A R}$	$\frac{1.33 + R/4}{A R}$
$1/T_I$		$\tau \cdot \frac{30 + 3R}{9 + 20R}$		$\tau \cdot \frac{32 + 6R}{13 + 8R}$
T_D			$\tau \cdot \frac{8 - 2R}{22 + 3R}$	$\tau \cdot \frac{4}{11 + 2R}$

La determinazione dei parametri τ e T della curva risente però dell'approssimazione della costruzione grafica e della difficoltà di individuazione univoca del punto di flesso della curva e della relativa tangente. I parametri del PID calcolati con questo metodo forniscono buoni risultati nella reiezione dei disturbi sul carico, consentendo di abbattere i disturbi di un fattore 4. Per spiegare il significato di questo fattore, si pensi al transitorio imposto dai disturbi sul carico: generalmente esso è costituito da oscillazioni smorzate; il rapporto tra il primo e il secondo picco di queste oscillazioni è tipicamente 4 (il secondo picco è attenuato di un fattore 4 rispetto al primo) o, in altre parole, si ottiene un rapporto di decadimento pari a 0,25.

Un altro modo grafico di procedere (presente in alcuni testi come metodo alternativo a questo, anche se meno preciso) con il calcolo dei parametri attraverso il primo metodo di Ziegler-Nichols è quello di prolungare la retta tangente del grafico proposto in *figura 2.1* fino a farla intersecare con l'asse delle ordinate. Operando in questo modo si ottiene un valore indicato con il termine a .

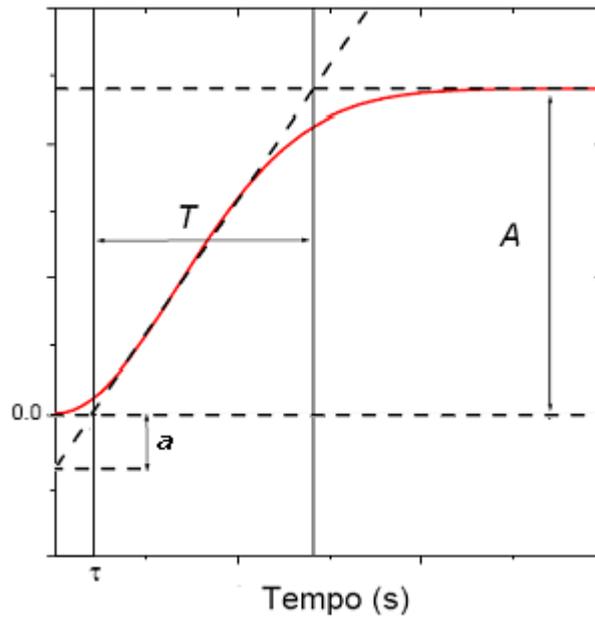


Figura 2.2

La procedura di calcolo dei valori dei parametri del PID viene modificata e la tabella viene modificata come segue

	P	PI	PD	PID
K_P	$\frac{1}{a}$	$\frac{0.9}{a}$	$\frac{1.25}{a}$	$\frac{1.33}{a}$
$1/T_I$		$\frac{1}{3\tau}$		$\frac{1}{2\tau}$
T_D			$\frac{\tau}{3}$	$\frac{\tau}{2}$

Volendo dare chiarezza alla tabella del primo metodo, possiamo ricorrere ad un semplice esempio numerico.

Supponiamo che in risposta ad un gradino di ampiezza unitaria il sistema risponda con un grafico come quello seguente

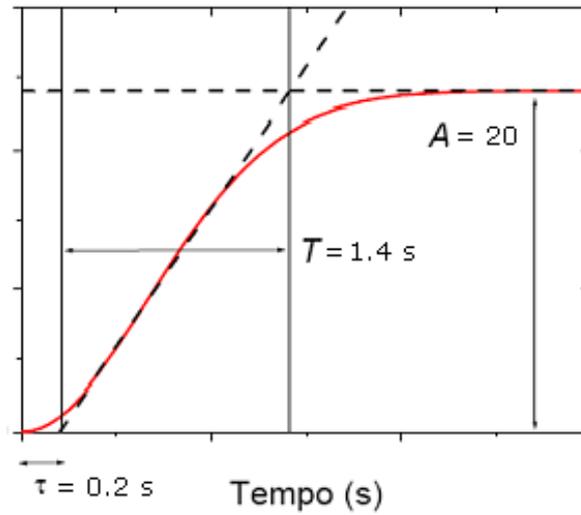


Figura 2.3

Con i dati dell'esempio scritti in *figura 2.3* ricaviamo una R pari a 0,143 circa; la tabella dei valori dei parametri caratterizzanti del controllore dunque sarà la seguente

	P	PI	PD	PID
K_P	0.366	0.319	0.445	0.478
$1/T_I$		0.513		0.465
T_D			0.051	0.071

2.2 Metodo della risposta in frequenza (II metodo di Ziegler-Nichols)

Questo metodo alternativo viene utilizzato con più frequenza rispetto al precedente e, a differenza di esso, opera con il sistema in retroazione unitaria, cioè si considera il sistema in catena chiusa, e in cui è già presente il controllore PID.

L'idea con cui il metodo viene applicato è basata sulla conoscenza del punto sulla curva di Nyquist della funzione di trasferimento del processo $G(s)$ in cui la stessa curva di Nyquist interseca l'asse reale negativo. Ricordiamo inoltre che il sistema retroazionato è BIBO stabile ad anello chiuso solo se il guadagno in continua ad anello aperto è mantenuto ad un livello sufficientemente piccolo, variabile da sistema a sistema. Infatti, di norma, aumentando il guadagno in continua oltre un certo valore il sistema diventa instabile.

Ricordiamo che tra la zona di stabilità (poli della funzione di trasferimento ad anello chiuso con parte reale negativa) e la zona di instabilità (poli della funzione di trasferimento con parte reale positiva) esiste un limite (poli a parte reale nulla) in cui il sistema non diverge, ma oscilla con ampiezza di oscillazione costante. Quindi, se aumentando il guadagno in continua si arriva ad una situazione oscillatoria (che significa avere un'oscillazione costante nel tempo), possiamo assumere che un valore di guadagno in continua nettamente inferiore a tale limite possa corrispondere ad una condizione di lavoro ragionevole.

Per poter applicare questo metodo si procede mediante una sequenza di passaggi che vengono illustrati nel seguente elenco:

- per prima cosa bisogna annullare, o quantomeno ridurre al minimo livello possibile, le azioni di integrazione e derivazione, facendo lavorare il controllore in modo puramente proporzionale. Per fare ciò si settano le corrispondenti variabili di controllo T_I e T_D al valore nullo.
- Successivamente si aumenta in maniera progressiva (e prudentemente) il valore della variabile di controllo K_P fino a quando si osserva che l'uscita $y(t)$ del sistema oscilla in modo permanente (limite di stabilità). Indichiamo con K_0 il valore limite di K_P , detto anche *guadagno critico*, e con T_0 il periodo di oscillazione misurato quando viene raggiunto questo valore limite di K_P . Se il sistema non entra mai in oscillazione, il metodo non è applicabile. In *figura 2.4* è riportata l'uscita del sistema entrato in oscillazione permanente.

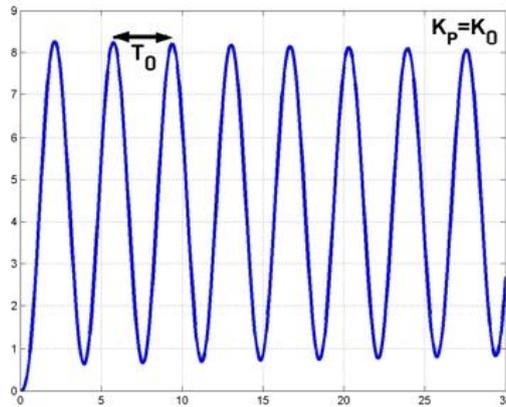


Figura 2.4

- A tal punto si ricorre ad una tabella di conversione (riportata di seguito) per settare correttamente i parametri di controllo, così da avere una buona reiezione dei disturbi sul carico

	P	PI	PD	PID
K_P	$0.5K_0$	$0.45K_0$	$0.5K_0$	$0.6K_0$
T_I		$0.85T_0$		$0.5T_0$
T_D			$0.2T_0$	$0.12T_0$

Si osservi che i valori riportati nella tabella non sono poi così strani: in presenza di controllore PI è necessario ridurre l'azione proporzionale per evitare oscillazioni che portano all'instabilità, dato che la presenza dell'azione integrale può introdurre di default; aggiungendo anche l'azione derivativa è possibile aumentare sia quella proporzionale che quella integrale, in quanto il derivatore funge da smorzatore.

In generale il metodo in anello chiuso fornisce risultati migliori rispetto al precedente metodo ad anello aperto, ma presenta l'inconveniente di dover portare il sistema ai limiti della stabilità (si consideri che sono pochi i casi in cui il proprietario dell'impianto permette di farlo, in quanto il sistema, fortemente sollecitato, potrebbe facilmente guastarsi).

Anche in questo caso, per chiarire maggiormente l'analisi del metodo, ricorriamo ad un esempio numerico nel quale l'uscita del sistema, sollecitata fino all'oscillazione permanente e controllata da un blocco esclusivamente proporzionale, presenta il grafico di *figura 2.5*

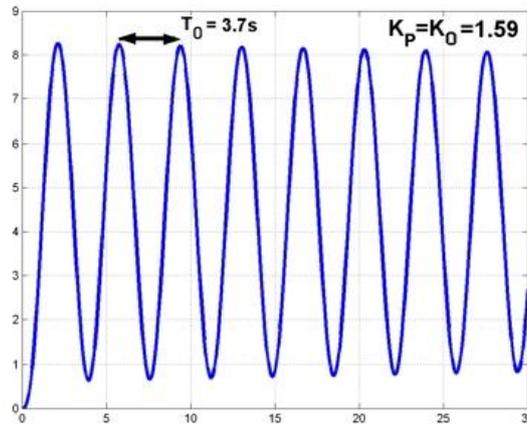


Figura 2.5

Di conseguenza la relativa tabella assumerà i valori riportati di seguito

	P	PI	PD	PID
K_P	0.795	0.716	0.795	0.954
T_I		3.145		1.85
T_D			0.74	0.44

Per concludere, ricordiamo alcuni limiti pratici dei metodi di tuning dei controllori appena descritti.

Noi abbiamo sempre assunto che i processi da controllare siano lineari e stazionari, purtroppo però tali approssimazioni non sono sempre valide. In particolare, uno degli errori più comuni è quello di ottimizzare i parametri del controllore quando il processo da controllare si trova in condizioni molto diverse da quelle operative. In tal caso eventuali non-linearità possono giocare un ruolo importante e l'ottimizzazione iniziale può perdere di significato.

In altri casi le oscillazioni, che devono essere innescate per tarare il controllore secondo il metodo della risposta in frequenza, possono provocare danni al processo stesso come detto in precedenza. Quindi, nella pratica, bisogna operare con prudenza ricordando che i metodi semi-empirici appena descritti forniscono una ottimizzazione solo parziale del controllore. Il risultato finale dipende strettamente dal comportamento dinamico del processo sotto controllo.

Per applicazioni critiche, si può ricorrere ad una ottimizzazione sperimentale dei parametri, utilizzando come punto di partenza quelli ottenuti con metodi semi-empirici oppure è necessario ricorrere a metodi di progetto più sofisticati che però qui non verranno trattati.

Capitolo 3

Regolazione manuale ed automatica

Un altro inconveniente presente nei controllori PID, oltre a quelli strutturali visti in precedenza (fenomeno del windup e filtraggio del termine derivativo), è il passaggio da una regolazione automatica ad una manuale. Infatti finora il controllore è stato considerato sempre inserito nella catena di controllo; questo tipo di funzionamento è detto automatico e corrisponde al modo di funzionamento normale.

Per la messa a servizio del sistema, per la ricerca dei guasti e per la manutenzione, è necessario poter far lavorare il controllore in funzionamento manuale. Questo passaggio deve avvenire senza brusche variazioni della variabile di controllo, in modo da evitare transitori indesiderati.

Per far funzionare il controllore in modalità manuale si ricorre ad una variazione manuale dell'uscita del controllore manipolata direttamente dall'operatore, che in questo caso corrisponde all'apertura dell'anello di controllo.

Nei controllori standard PID commerciali è previsto un commutatore A/M (automatico/manuale) che permette di passare dal modo di funzionamento *automatico* al modo di funzionamento *manuale* e viceversa. In generale, quindi, oltre al controllore vero e proprio, vi è anche una Unità per il Controllo Manuale (UCM) che genera direttamente il segnale di comando all'attuatore.

Fondamentalmente, poiché il regolatore PID è un sistema dinamico, bisogna preoccuparsi che lo stato del sistema sia quello corretto quando si commuta di modalità. Quando il sistema è in modalità manuale, l'algoritmo di controllo produce un segnale di controllo che può essere diverso dal segnale di controllo generato manualmente. È necessario dunque assicurarsi che le due uscite coincidano al momento della commutazione in modo tale da evitare una brusca variazione (*bump*) nel passaggio transitorio da una modalità all'altra.

Per evitare che ciò accada abbiamo bisogno di provvedere al bilanciamento (o allineamento) del segnale di controllo della UCM e del controllore in modo che ciascuno abbia in uscita lo stesso valore al momento della commutazione. In tal caso si parla di *bumpless transfer*.

In *figura 3.1* è rappresentato il circuito equivalente di un controllore PID che ha la possibilità di passare senza problemi dalla modalità manuale alla modalità automatico perché viene rispettato il *bumpless transfer*.

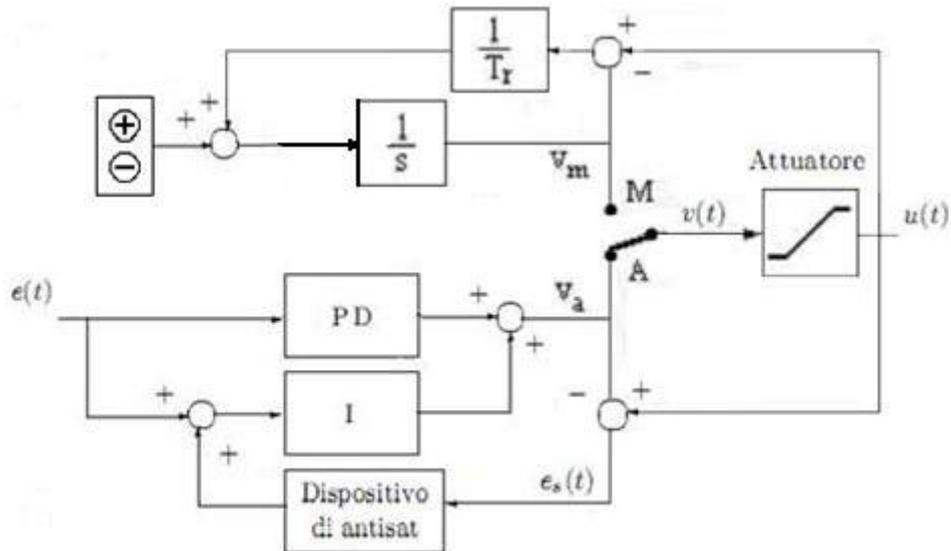


Figura 3.1

Nella *figura 3.1* infatti l'Unità di Controllo Manuale è posizionata graficamente al di sopra del blocco controllore PID. In essa sono presenti due blocchi disposti in controreazione che fungono da controllori quando la regolazione è in modalità manuale. Perciò il segnale $u(t)$ costituisce il riferimento della UCM in ingresso mentre l'uscita dell'integratore $1/s$ di *figura* coincide con V_m .

La situazione in cui si abbia il dispositivo attuatore saturo è da scartare, in quanto essa si presenta per un breve lasso di tempo grazie all'azione correttiva del dispositivo di antisaturazione.

Introdotta la suddetta ipotesi, passiamo all'analisi del funzionamento di questa Unità di Controllo Manuale.

Per evitare il passaggio di transitori, è necessario assicurarsi che l'integratore nel controllore PID (rappresentato con I nella *figura 3.1*) si reimposti su un valore corretto quando il controllore è in modalità manuale. Allo stesso modo, l'integratore associato al comando manuale (identificato con $1/s$ in *figura 3.1*) deve essere ripristinato su un valore corretto quando il controllore sta lavorando in modalità automatica.

Con un sistema come quello rappresentato in *figura 3.1*, il commutatore che gestisce le due modalità, manuale e automatica, è regolato anche se l'errore di controllo o la sua derivata sono diversi da zero nell'istante di commutazione.

Quando il controllore opera in modalità manuale, la retroazione di $v(t)$ del controllore PID insegue l'uscita $u(t)$ perché vi è la presenza del nodo sottrattore prima del dispositivo di antisaturazione (vedi *figura 3.1*). Con un efficiente monitoraggio, possiamo far sì che il segnale $v(t)$ stia vicino a $u(t)$ in ogni istante di lavoro del processo. Per l'appunto esiste un simile meccanismo di monitoraggio il quale garantisce che l'integratore nel circuito di controllo manuale insegue l'uscita del regolatore (lo identifichiamo con il simbolo $\langle + \rangle$ e $\langle - \rangle$ di *figura 3.1*).

Capitolo 4

Esempi Simulink

Il programma di calcolo MATLAB è corredato da diversi toolbox, ossia pacchetti specializzati che includono routine per applicazioni specifiche. Tra questi toolbox, Simulink realizza una interfaccia grafica per modellare sistemi fisici attraverso l'uso di moduli predefiniti rappresentati da icone.

Vedremo qui di seguito un paio di esempi realizzati con Simulink per due configurazioni equivalenti dei controllori PID, quali

- PID schema base
- PID schema con soluzione anti-windup

In tutti e due gli esempi verranno adottate le seguenti caratteristiche di modello:

- Gradino di ampiezza unitaria in ingresso
- Funzione di trasferimento del processo da controllare pari a $\frac{1}{s}$
- $K_P = 1$
- $K_I = 1$
- $K_D = 1$
- Limiti dell'attuatore tra 0,1 e -0,1

4.1 Controllore PID schema base

Nello schema a blocchi rappresentato in Simulink sono presenti i blocchi che identificano le tre parti componenti del PID, il processo da controllare, il segnale di ingresso a gradino unitario, il blocco dell'attuatore per l'azione di limitazione dell'uscita del PID e infine dei blocchi di visualizzazione grafica dei segnali che permettono l'osservazione del comportamento di tutto il sistema preso in

considerazione. In *figura 4.1* possiamo avere una migliore esemplificazione di quanto esposto finora.

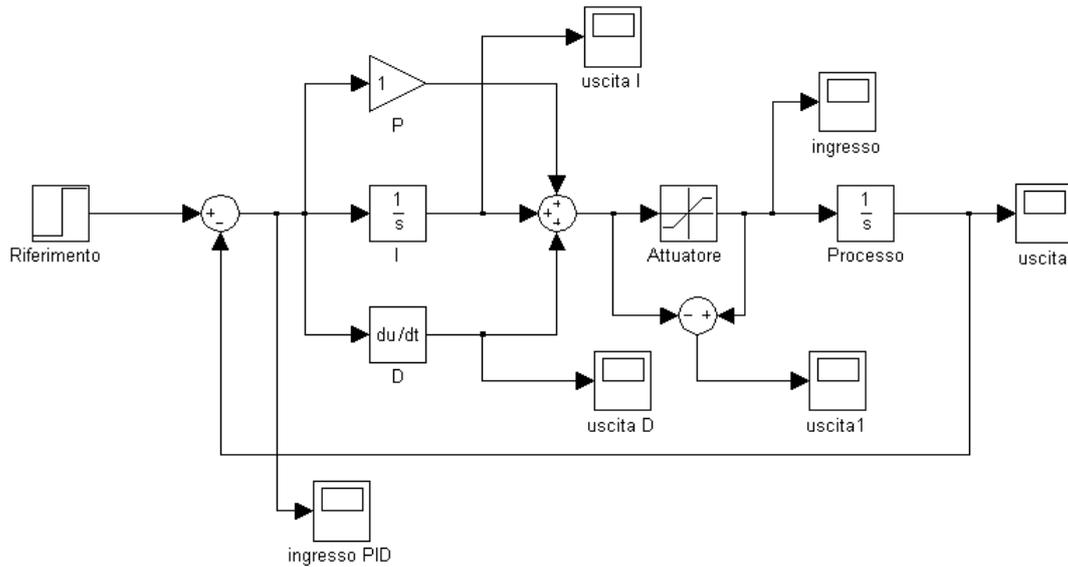


Figura 4.1

Una volta implementato tale sistema nel toolbox di MATLAB, possiamo effettuare la simulazione e ottenere i seguenti grafici (relativi a ciascun blocco di visualizzazione grafica).

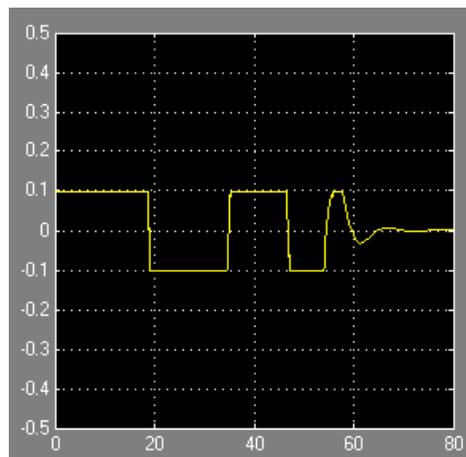


Figura 4.2 *Grafico ingresso al processo*

L'ingresso del sistema, essendo presente i fenomeni del windup, segue un andamento ad onda quadra limitata tra i valori massimo e minimo (tra 0,1 e -0,1) di saturazione dell'attuatore.

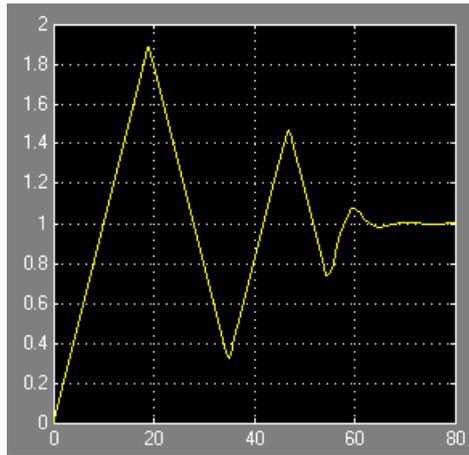


Figura 4.3 *Grafico uscita del processo*

L'uscita del sistema, di conseguenza, avendo una funzione di trasferimento con comportamento da integratore, cresce inizialmente salvo poi cambiare pendenza in relazione al cambio di segno dell'ingresso del processo da controllare.

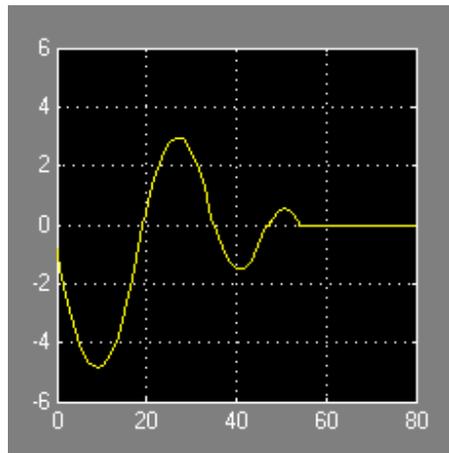


Figura 4.4 *Grafico ai capi dell'attuatore*

Ai capi dell'attuatore, avendo esso in uscita sempre i suoi valori limite per la saturazione (0,1 e -0,1), è presente un andamento oscillatorio che ricalca lo stesso andamento del blocco integratore ma in maniera speculare. Questo lo vedremo in uno dei grafici successivi.

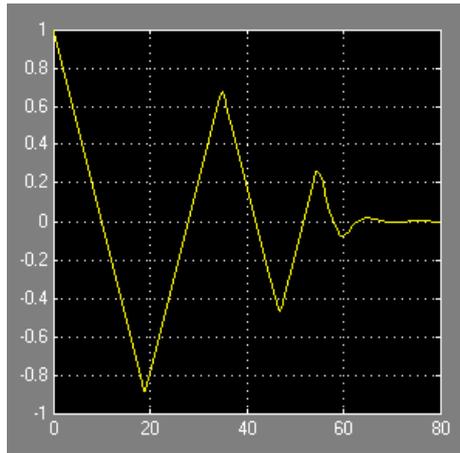


Figura 4.5 *Grafico ingresso del PID*

Il grafico dell'ingresso del PID ci fa notare come l'andamento sia simile al grafico visto per l'uscita del sistema; infatti si dimostra essere il ribaltamento di quest'ultimo con l'aggiunta della costante unitaria.

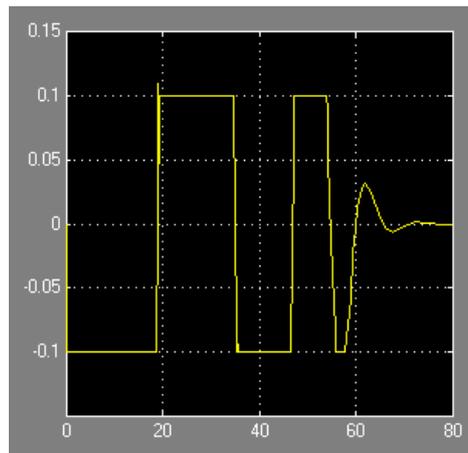


Figura 4.6 *Grafico blocco D*

Il blocco derivatore in uscita presenta dei cambiamenti di fronte ad ogni cambiamento della pendenza in ingresso.

Il blocco integratore invece ha un andamento oscillante smorzato in cui la formazione di "campane" del segnale sono dovute all'integrazione dei valori in ingresso al blocco. L'uscita dell'integratore aumenta fintantoché l'ingresso è positivo e poi decresce quando il valore diventa negativo.

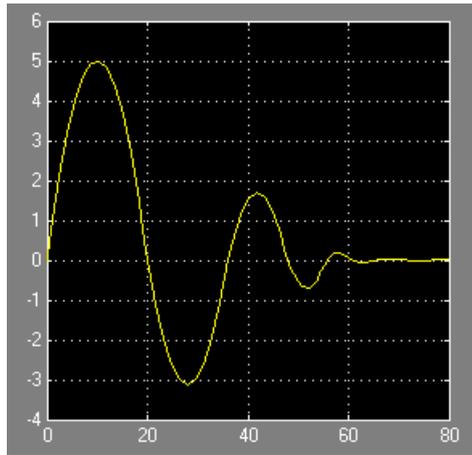


Figura 4.7 Grafico blocco I

4.2 Controllore PID con soluzione anti windup

Questa soluzione mette in luce l’inserimento di un piccolo accorgimento tale da migliorare il segnale in ingresso al blocco integratore per ovviare al fenomeno del windup. Le caratteristiche dei blocchi sono le stesse adottate per lo schema visto nel paragrafo precedente. Vediamo ora in *figura 4.8* come viene schematizzato in Simulink il sistema pronto per essere simulato e analizzato.

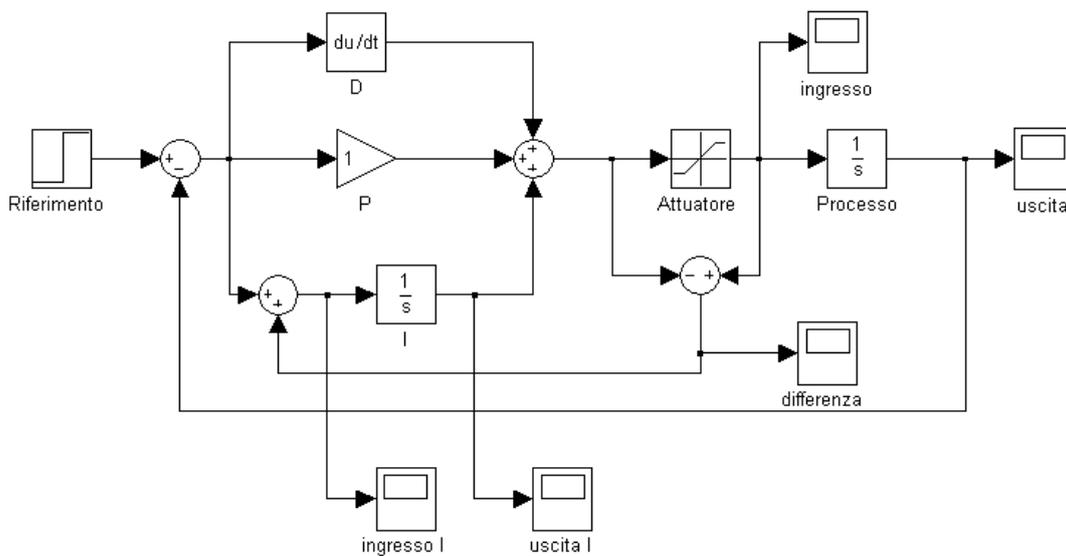


Figura 4.8

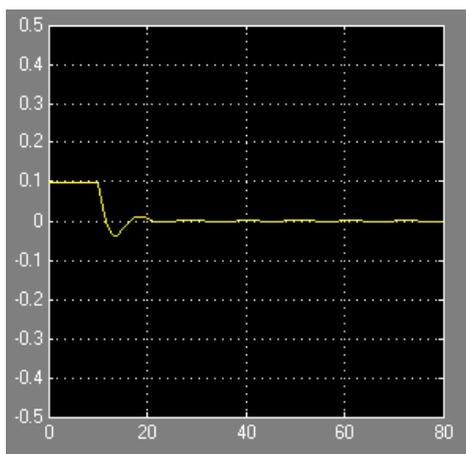


Figura 4.9 *Grafico ingresso al processo*

Dal grafico soprastante si può facilmente notare come l'andamento del segnale in ingresso al processo sia oscillante rispetto al grafico dell'esempio precedente dove si è adottato il semplice schema base del PID (solo inizialmente c'è qualche accenno ma nulla più). Ciò è dovuto al fatto che vi è la presenza della soluzione anti windup.

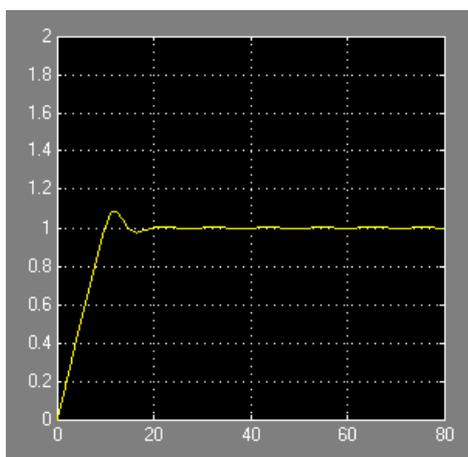


Figura 4.10 *Grafico uscita del sistema*

Anche l'uscita del sistema assume un andamento notevolmente migliorato grazie all'azione correttiva della soluzione adottata. Infatti non presenta più oscillazioni molto marcate ma una minima sovralongazione all'inizio del processo (dovuto alla particolare funzione di trasferimento integrante) per poi stabilizzarsi al valore 1.

Bibliografia

- P. Bolzern, R. Scattolini, N. Schiavoni. *Fondamenti di controlli automatici*. II edizione, Mc Graw – Hill.
- G.A. Magnani, G. Ferretti, P. Rocco. *Tecnologie dei sistemi di controllo*. II edizione, Mc Graw – Hill, 2000.
- G. Marro. *Controlli automatici*. V edizione, Zanichelli editore, Bologna.
- K.J. Åström, T. Hägglund. *PID controllers: theory, design and tuning*. ISA 1995
- A. Ferrante, A. Lepschy, U. Viaro. *Introduzione ai controlli automatici*.
- Dispensa di R. Murray. *PID control*.
Indirizzo internet: http://www.cds.caltech.edu/~murray/wiki/Main_Page
- Dispensa di Ming T. Tham. *Introduction to robust control*. 2002.
Indirizzo internet: <http://www.ncl.ac.uk/>