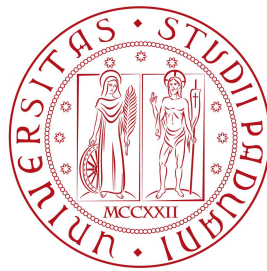


Università degli Studi di Padova
Dipartimento di Scienze Statistiche
Corso di Laurea Triennale in

Statistica per l'Economia e l'Impresa



Il ”*Value at Risk*”: Definizione, Applicazione e Limiti.

Relatore: prof.Simone Mazzonetto

Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Giacomo Preto

Matricola n. 2007345

Anno Accademico 2023/2024

Indice

Abstract	6
1 Definizioni e concetti di rischio finanziario	7
1.1 Introduzione al rischio finanziario	7
1.1.1 Definizione di rischio finanziario	7
1.1.2 Importanza della gestione del rischio	8
1.2 Tipologie di rischio finanziario	10
1.2.1 Rischio di mercato	11
1.2.2 Rischio di credito	13
1.2.3 Rischio operativo	15
1.2.4 Rischio di liquidità	17
1.2.5 Rischio sistemico	19
2 Origine e sviluppo del Value at Risk (VaR)	20
2.1 Necessità di un unico indicatore di rischio	20
2.1.1 Principali Indicatori di rischio prima del Var	20
2.1.2 Contesto storico e finanziario	24
2.1.3 Evoluzione normativa	26
2.2 Principi fondamentali del VaR	27
2.2.1 Definizione e interpretazione del VaR	27
2.2.2 Differenti metodologie di calcolo	31

2.3	Limiti e critiche del VaR	37
2.3.1	Limitazioni teoriche e problemi nell'implementazione	37
3	Analisi empirica del VaR con il Metodo di Montecarlo	39
3.1	Introduzione al Metodo di Montecarlo	39
3.1.1	Principi di base e Applicazioni nel contesto finanziario	39
3.2	Implementazione pratica del Metodo di Montecarlo	40
3.2.1	Costruzione del modello	40
3.2.2	Simulazione dei scenari e Determinazione VaR	45
3.3	Analisi dei risultati	46
3.4	Discussione e conclusioni	48
	Bibliografia	50
	Ringraziamenti	51

Elenco delle tabelle

3.1	Prezzi Giornalieri per i due titoli	41
3.2	Valori Giornalieri per i due titoli	44
3.3	Valori Annualizzati per i due titoli	44

Elenco delle figure

2.1	Grafico del Value at Risk.	28
2.2	Distribuzione Normale con Deviazioni Standard	32
3.1	Rendimenti percentuali	42
3.2	Distribuzione empirica dei VaR per ogni singolo scenario	47

Elenco delle Formule

2.1	Formula Analisi GAP	21
2.2	Formula Duration	22
2.3	Media Campionaria	29
2.4	Deviazione Standard	29
2.5	Deviazione Standard Campionaria	29
2.6	Intervallo di Confidenza	30
2.7	Notazione Variabile Normalmente Distribuita	32
2.8	Funzione densità Normale	33
2.9	Standardizzazione	33
2.10	Funzione Densità Normale Standard	33
2.11	VaR per una singola attività	34
2.12	Volatilità portafoglio con due attività	34

2.13	VaR per portafoglio con n -attività	34
2.14	Matrice di Correlazione	35
3.1	Formula per calcolo Rendimenti Giornalieri	42
3.2	Formula Volatilità per uno strumento finanziario	43
3.3	Formula Covarianza tra due strumenti	43
3.4	Calcolo Deviazione Standard su Excel	43
3.5	Calcolo Covarianza su Excel	44
3.6	Calcolo Media su Excel	44
3.7	Formula per annualizzare rendimenti giornalieri	44
3.8	Formula per annualizzare la volatilità giornaliera	44
3.9	Volatilità Portafoglio	45
3.10	Calcolo Rendimento Atteso Portafoglio	45
3.11	Formula per creazione un numero casuale con distribuzione normale standard, basato su un valore casuale generato	45
3.12	Calcolo Rendimento Atteso per 10 giorni	46
3.13	Formula Calcolo VaR	46
3.14	Comando in Excel per selezionare percentile Distribuzione	47

Abstract

Negli ultimi decenni, il dipartimento di Risk Management delle società divenne sempre più determinante per il raggiungimento degli obiettivi e permise di mitigare le potenziali perdite alla quale una banca può incorrere. Il concetto di rischio divenne più familiare tra i *senior managers* di una banca e fornire una misura generale di tale fu al centro dell'attenzione per anni. Uno dei primi strumenti fu il *Value at Risk*(VaR), una misura quantitativa per l'esposizione al rischio di una società, prodotta tramite tecniche matematiche e statistiche. La problematica nell'utilizzo di una metodologia apparentemente efficace e veloce da produrre, sta nelle assunzioni sulla quale essa si basa. Approssimare il rischio di mercato resta tuttora una tematica complessa, poichè comprende un insieme di rischi tra di loro connessi e di difficile misurazione.

Con la crisi finanziaria del 2007-2008, il VaR venne fortemente criticato perchè non fu in grado di catturare uno shock così elevato. Andremo a vedere la definizione di rischio nelle sue varie forme per comprendere appieno ogni fonte di rischio per poi fornire una panoramica sulle varie metodologie nel calcolo del Value at Risk, per poi concludere con l'implementazione di uno degli approcci più moderni e flessibili nel calcolo.[2]

Capitolo 1

Definizioni e concetti di rischio finanziario

1.1 Introduzione al rischio finanziario

1.1.1 Definizione di rischio finanziario

I mercati finanziari sono caratterizzati tipicamente da prezzi trasparenti e regolamenti specifici. Sono presenti numerosissime variabili che determinano il prezzo dei titoli negoziati e il rischio insito in ogni singola operazione.

Il rischio è definito come "l'eventualità di subire un danno connessa a circostanze più o meno prevedibili"¹.

Nel contesto finanziario, il rischio è utilizzato per indicare conseguenze negative, inteso come la probabilità di perdita derivante dall'esposizione ai mercati finanziari, la quale colpisce tutte le organizzazioni. Questa esposizione crea opportunità di perdita, ma anche di guadagno, procurando benefici strategici e competitivi.

¹<https://www.treccani.it/enciclopedia/rischio/>

Con *Risk Management* si intende il processo di identificazione, valutazione e mitigazione delle fonti di rischio che possono minacciare il capitale e i guadagni di un'organizzazione.

Queste rischi possono derivare da un'ampia varietà di fonti, tra cui incertezza finanziaria, responsabilità legali, errori di gestione strategica, incidenti e disastri naturali.

1.1.2 Importanza della gestione del rischio

La gestione del rischio finanziario da parte di un'organizzazione, che sia una banca, un istituto creditizio o un'azienda, è di vitale importanza e consiste nel valutare le varie tipologie di fonti di rischio e successivamente organizzare una strategia adeguata che verrà implementata nel processo aziendale.

Questo insieme di attività forniscono valore aggiunto all'azienda per il raggiungimento del miglior risultato intercorrendo al minor rischio.

Il rischio finanziario coinvolge in particolare la struttura finanziaria della società. In sintesi, va a incrementare o contrarre la variabilità dei prezzi dei titoli: questi possono essere sotto forma di azioni, obbligazioni corporate, titoli di stato, derivati e tassi di interesse ecc.

Gestire il rischio implica prendere decisioni in situazioni di incertezza, coinvolgendo un'ampia gamma di investitori e influenzando i risultati delle strategie di investimento, comprese quelle di investitori di grandi dimensioni come le banche.

Nel corso degli anni '80, l'applicazione delle tecniche di gestione del rischio si è sviluppata notevolmente in letteratura, proponendo modelli tuttora adatti a catturare le varie fonti di rischio e la loro magnitudine.

Con le crisi finanziarie degli anni '90 e con la crisi del 2007-2009, il Risk Management ha guadagnato maggior interesse ed è stato negli anni incredibilmente

rivalutato e potenziato. Le odierne tecniche di gestione del rischio non sono altro che il risultato di anni di incessante cambiamento a livello globale nei mercati finanziari.

È ormai evidente che l'approccio obsoleto alla gestione del rischio finanziario ha contribuito a scatenare la crisi finanziaria più grave mai registrata, dovuta all'uso prevalente di metodologie statiche per la misurazione del rischio e a normative poco restrittive. La mancanza di regolamentazione e di una modellazione efficace delle politiche delle banche ha alimentato la bolla fino a farla scoppiare, con effetti che si sono propagati in tutto il mondo. La questione dei mutui subprime negli Stati Uniti si è rapidamente trasformata in una crisi globale, coinvolgendo tutti i settori dell'economia finanziaria e reale. A un certo punto, è diventato chiaro che c'era qualcosa di sbagliato nel modo in cui era stata gestita la valutazione del rischio delle nuove attività fino a quel momento. Un miglioramento del sistema della gestione del rischio non si traduce soltanto in un migliore processo decisionale ma anche in maggiori garanzie agli stakeholder, ossia "dei soggetti direttamente o indirettamente coinvolti in un progetto o nell'attività di un'azienda".²[7]

Le capacità di identificazione, valutazione e gestione dei rischi sono la chiave per un'azienda di successo. Il profilo di rischio viene definito dal management in cui viene definita la corretta gestione del rischio e stabiliti gli obiettivi aziendali. Ragionevolmente, ogni società intercorrerà in diversi rischi in base alla sua tipologia di business, il settore in cui opera e a come è strutturata.

Il *Risk management* è composto di tre fasi: **identificazione**, **misurazione** e **mitigazione**. In parole più semplici: trovare il potenziale problema, analizzarlo e ipotizzare delle possibili conseguenze. Questo processo è importante per i manager

²Oxford Languages - Stakeholder

tanto quanto un buon business plan e va posta particolare attenzione agli obiettivi posti in partenza e al loro raggiungimento. In letteratura sono presenti varie metodologie per valutare il rischio finanziario in un'azienda, tra cui l'analisi finanziaria fondamentale, che si basa principalmente sulle informazioni contenute nel bilancio dell'azienda.

Un'importante fase di questa analisi è l'esame dello stato patrimoniale, del conto economico e del rendiconto finanziario, poiché fornisce una panoramica sulla situazione della società e quindi permette di valutarne l'esposizione al rischio. Attraverso i dati finanziari è possibile individuare le cause di questa esposizione a fattori specifici e ciò influisce sulle decisioni future dell'azienda.

Tale analisi può essere realizzata sia per scopi interni che esterni, come report e comunicazioni rivolte a stakeholder e al pubblico. Gli investitori interessati a un'azienda sono sempre preoccupati per i rischi legati all'attività commerciale, e non è sorprendente che le grandi aziende investano molte risorse in questo ambito.[6]

1.2 Tipologie di rischio finanziario

Il rischio può provenire da diverse fonti e va a colpire le operazioni quotidiane di ogni singola azienda, da quelle prettamente economiche e non. L'interesse di questa sezione va interamente dedicato ai rischi economici e a come vengono classificati. Esistono in letteratura diverse classificazioni di rischi finanziari, ma generalmente sono suddivisi in due macro gruppi in base alla possibilità di eliminarli o meno: i rischi sistematici e i rischi specifici. Un **rischio sistematico**, noto anche come rischio di mercato, influenza l'intero sistema economico o un ampio segmento del mercato: non possono essere eliminati tramite diversificazione, poiché colpiscono tutte le attività. Eventi esterni come disastri naturali e decisioni politiche che non riguardano direttamente l'azienda possono essere decisivi per la variabilità dei

titoli detenuti. Il **rischio specifico**, o rischio non sistematico, è legato, invece, a eventi o fattori che influenzano singole aziende o settori. Questi rischi possono essere mitigati attraverso la diversificazione del portafoglio, dato della covarianza tra gli asset che si muovono in direzioni opposte, dove si verifica una diminuzione della volatilità complessiva rispetto alla somma delle volatilità delle singole attività. Aggiungere asset al portafoglio porta ad una riduzione del rischio complessivo, ma può complicare il controllo complessivo del portafoglio. La gestione e il monitoraggio di quest'ultimo, con un numero maggiore di asset, richiede maggiore attenzione e analisi.

Le principali fonti di rischio sono, in parte, i rischi di mercato, tasso di interesse, liquidità, operativi, di credito e volatilità. Andremo a parlarne e analizzarli uno a uno nelle successive sezioni.

Gioca un ruolo più importante nel *Risk Management* il rischio di mercato e consiste nella perdita di valori dei titoli detenuti in portafoglio a causa di movimenti dei prezzi di mercato. Con prezzi di mercato si intendono i prezzi delle azioni, tassi di interesse, valute e materie prime.

1.2.1 Rischio di mercato

Il **rischio di mercato** si riferisce alla possibilità di subire perdite a causa di fluttuazioni nei prezzi delle attività finanziarie.

In un contesto di mercato in continua evoluzione, comprendere il rischio di mercato è cruciale per gli investitori e le istituzioni finanziarie, poiché consente di sviluppare strategie adeguate per mitigare le perdite potenziali e ottimizzare il rendimento degli investimenti. Questo rischio può manifestarsi in diverse forme, ognuno con le proprie peculiarità e dinamiche. Non esiste una classificazione standardizzata, poiché ogni classificazione può evidenziare differenti aspetti di questo

tipo di rischio. A grandi linee possiamo individuare quattro principali forme di rischio:

1. **Azionario**, legato all'investimento in titoli azionari. Si riferisce alla possibilità che il valore di mercato di un'azione diminuisca a causa di varie variabili di mercato. La strada seguita dagli operatori finanziari per prezzare un titolo è quella di proiettare gli utili di oggi nel futuro per diversi anni, ipotizzando che seguano un andamento che dipende dall'economia nel suo complesso e dal mercato a cui appartiene l'azienda. Notizie buone o risultati deludenti flettono sui prezzi dei titoli e le aspettative degli investitori creano fluttuazioni significative.
2. **Di cambio**, legato ad investimenti in valuta diversa dall'euro. Le istituzioni creditizie e le società investono anche in mercati stranieri con una valuta diversa dalla propria. Le motivazioni per un scegliere un mercato straniero sono varie, dalla possibilità di espansione economica del paese in cui si investe all'accesso a nuove industrie e settori attraenti per gli investitori.

Il rischio di cambio è legato ad una variazione del rapporto di cambio tra due valute, che incide sul valore di un'attività finanziaria espresso in una valuta estera.

Il *Forex* (*Foreign Exchange market*) è il mercato dove avvengono tutte le negoziazioni che hanno per oggetto le differenti valute.

3. **Di tasso** (*interest rate risk*), dato dalle variazioni ai tassi di interesse nel mercato. Il rischio legato ai tassi d'interesse si riferisce alla possibilità che le variazioni nei tassi possano alterare il valore di mercato delle obbligazioni. Questo rischio tende ad aumentare nel tempo: più a lungo un investitore mantiene un'obbligazione, maggiore sarà l'esposizione al rischio.

Le oscillazioni dei tassi d'interesse hanno un impatto sulla redditività di qualsiasi impresa, rendendo cruciale la gestione di questo rischio. Per chi investe in obbligazioni, l'aumento dei tassi d'interesse porta a una diminuzione dei prezzi di quest'ultime, mentre una diminuzione dei tassi porta a un aumento dei loro prezzi. In generale, le obbligazioni a lungo termine e con rendimenti più bassi sono più sensibili ai cambiamenti dei tassi d'interesse.

Un rischio eccessivo legato ai tassi d'interesse può rappresentare una seria minaccia per gli utili e il capitale di un'istituzione finanziaria

4. **Di materie prime** (*commodity risk*), dove troviamo la possibilità che un aumento del costo delle materie prime incida sulla redditività di un'azienda.[3]

1.2.2 Rischio di credito

Il **rischio di credito** è la probabilità che il valore di una posizione creditizia diminuisca se il merito di credito della controparte debitrice diminuisce e ha un impatto su molteplici operazioni bancarie:

- i prestiti, che sono soggetti al rischio di insolvenza degli affidati;
- l'investimento in titoli obbligazionari, che espone sia al rischio di insolvenza dell'emittente che al rischio di deterioramento del rating dell'emittente, che può ridurre il valore del titolo
- l'emissione di obbligazioni, poiché il costo della raccolta dipende principalmente dal rischio di insolvenza dell'emittente
- i titoli derivati OTC, che hanno il rischio di essere soggetti al default della controparte.

Pertanto, un'efficace gestione del rischio di credito è una parte essenziale della gestione del rischio generale dell'attività di una banca e un fattore cruciale per il suo successo nel medio-lungo periodo. L'aumento del bisogno di investitori, banche, società finanziarie e assicurative di ridurre i rischi di insolvenza e di *downgrading* degli investimenti ha spinto recentemente il mercato di nuovi strumenti finanziari come i credit derivatives. Allo stesso tempo, si stanno sviluppando nuovi metodi per gestire al meglio i crediti già entrati in sofferenza. I derivati del credito consentono di cedere un rischio di credito senza trasferire il credito sottostante. In questo modo, forniscono all'investitore un'assicurazione contro qualsiasi cambiamento negativo nella reputazione creditizia del debitore.

In quest'ottica, i *credit derivatives* sono un buon modo per raggiungere la combinazione ideale di rendimento e rischio nell'attività di impiego perché consentono alle banche di aumentare la diversificazione dei rischi senza dover trasferire i propri crediti o interrompere le lunghe relazioni che hanno sviluppato con i propri clienti. La determinazione della variabile "rischio di credito" è uno dei problemi più difficili nel determinare il prezzo dei derivati di credito. Questa variabile include non solo la probabilità che un debitore non sia in grado di pagare gli interessi o il capitale relativi a un titolo di debito o un prestito bancario, ma anche la probabilità che il debitore si degradi.[3]

Il **rischio di default** si verifica quando l'emittente non rispetta le proprie promesse. Può essere descritto in vari modi, come ritardo nel pagamento delle cedole, fallimento che porta al mancato pagamento delle cedole o mancato rimborso alla data di scadenza. Ovviamente, questo rischio di default non può essere quantificato. Tuttavia, è noto che i professionisti del mercato obbligazionario danno molta importanza ai rating assegnati agli emittenti da agenzie come Moody's e Standard and Poor's per valutare la qualità degli emittenti e quindi "stimare" la probabilità di default. Ciò significa che una cedola offerta da un emittente con rating AAA

(il più alto) sarà inferiore a quella offerta da un emittente con rating B per la stessa data di scadenza. Il prezzo di mercato del rischio è un concetto che tutti qui riconoscono facilmente. Inoltre, un altro rischio che non può essere quantificato, è la liquidità del titolo in questione che sarà direttamente influenzata dal rating. [5]

1.2.3 Rischio operativo

Il **rischio operativo** è il rischio di perdite derivanti dalla inadeguatezza o dalla disfunzione di procedure, risorse umane e sistemi interni, oppure da eventi esogeni (definizione della Banca d'Italia). Le banche hanno sempre avuto molti problemi con la gestione del rischio operativo. Ad esempio, per molti anni, la mancanza di una cultura di controllo ha portato i dirigenti a prestare insufficiente attenzione e guida. Un altro tipo è l'errata valutazione del rischio per attività bancarie specifiche. L'introduzione di nuovi prodotti e servizi e le mutevoli condizioni del mercato possono avere un impatto significativo sulla rischiosità. Infine, molte banche non sono riuscite a creare un'adeguata separazione dei compiti e a promuovere la comunicazione tra le varie funzioni di controllo e tra i diversi livelli e dipartimenti, il che costituisce una grave carenza nella gestione del rischio.

E' estremamente importante per le banche e le istituzioni creditizie identificare i rischi operativi, in modo tale da pianificare una strategia per mitigarli.

Una particolare attenzione va rivolta a tutti i processi, interni ed esterni, della gestione quotidiana di tutte le attività.

La parte umana nel rischio operativo di una banca o di un istituto creditizio è essenziale e comprende una serie di elementi. Ecco alcuni punti fondamentali:

- Errori di natura umana: le decisioni sbagliate, causate da disattenzione o mancanza di formazione, possono avere conseguenze finanziarie significative. Un errore nella gestione delle transazioni o nel calcolo dei tassi di interesse è un esempio.

- Frode all'interno: gli impiegati potrebbero essere coinvolti in attività fraudolente come il furto di dati o l'appropriazione indebita di fondi. La cultura aziendale e l'etica sono fondamentali per prevenire questi comportamenti.
- Capacità e formazione: per ridurre il rischio operativo, il personale deve essere preparato, formato e a conoscenza sulle procedure e sulle normative.
- Gestione del cambiamento: il personale potrebbe non essere disposto a adattarsi a nuovi processi o tecnologie. Per ridurre il rischio associato, è necessaria una gestione del cambiamento efficace.
- Comunicare: è essenziale evitare confusione e problemi operativi all'interno dell'istituto mantenendo una comunicazione aperta e chiara. Il trasferimento di informazioni deve essere trasparente ed efficiente.
- Controlli intra-aziendali: la presenza di controlli e procedure di monitoraggio adeguati può aiutare a identificare e fermare azioni rischiose o non conformi da parte del personale.
- Cultura aziendale : una cultura che valorizza la responsabilità e l'integrità ha il potenziale per ridurre notevolmente il rischio operativo. È fondamentale promuovere un ambiente in cui i dipendenti possano segnalare problemi o anomalie.
- Stress e Benessere: il benessere fisico e mentale dei lavoratori influisce sulla produttività e sulla qualità delle decisioni che prendono. Gli errori possono essere ridotti attraverso un ambiente di lavoro sano.

Sempre nei rischi operativi troviamo quelli di natura legale, i quali si riferiscono alla possibilità di imbattersi in problemi legali a causa di azioni, pratiche commerciali o decisioni che violano le leggi e le regole. Questo pericolo può manifestarsi in una varietà di modi, come contenziosi, multe e sanzioni.

La fonte di questo pericolo è la complessità delle normative in vigore, che se non vengono seguite attentamente possono causare danni significativi alla reputazione di una società.

La reputazione di un'azienda è uno degli asset più preziosi che può possedere: essa rappresenta la percezione pubblica dell'azienda, influenzata da vari fattori, tra cui la qualità dei prodotti o dei servizi offerti, l'etica aziendale, le pratiche commerciali e il modo in cui l'azienda interagisce con i suoi stakeholder.

La reputazione si costruisce nel tempo e può avere un impatto significativo sulla capacità dell'azienda di attrarre e mantenere clienti, dipendenti e investitori.

Una buona reputazione può offrire molti vantaggi: ad esempio, poiché i consumatori sono più propensi a rimanere fedeli a marchi che considerano affidabili e rispettabili, le aziende con una buona reputazione tendono ad avere più clienti fedeli. Il rischio reputazionale di un'azienda si riferisce alla possibilità che eventi o comportamenti scorretti possano danneggiare l'opinione pubblica dell'azienda.

Nel mondo attuale, dove le informazioni viaggiano rapidamente e le opinioni possono cambiare in un attimo, questa dimensione della reputazione è particolarmente delicata. Ciò è particolarmente vero grazie all'influenza dei social media. Pertanto, le aziende devono affrontare una serie di problemi che possono avere un impatto inaspettato sulla loro immagine.[3]

1.2.4 Rischio di liquidità

Una delle sfide più importanti nella gestione delle proprie operazioni quotidiane e nella salvaguardia della stabilità finanziaria è il rischio di liquidità. Si riferisce all'incapacità sia di reperire fondi per far fronte ai propri obblighi finanziari sia di smobilizzare i propri attivi perché definiti 'illiquidi'.

Sono strumenti finanziari di difficile vendita e realizzazione, in quanto ci possono essere delle difficoltà nell'ottenere quanto si è investito entro un periodo di

tempo ragionevole.

A differenza di beni liquidi, come contanti o titoli di stato, che possono essere venduti rapidamente e a prezzi di mercato favorevoli, i prodotti illiquidi richiedono più tempo per la vendita e spesso comportano un costo aggiuntivo. I beni illiquidi hanno caratteristiche che ne rendono particolarmente difficile il processo valutativo e sono trattati in modo privato e non pubblico, e questo crea un'asimmetria informativa tra azionisti e tutti i potenziali stakeholder.

E' uno dei maggiori rischi che una banca deve affrontare.

Immaginiamo che una banca abbia accumulato molti depositi dai suoi clienti. In seguito, questi clienti potrebbero decidere di prelevare denaro o richiedere prestiti. Anche se la banca ha un portafoglio di investimenti che produce profitti, il vero ostacolo risiede nella capacità di convertire rapidamente questi investimenti in liquidità senza subire perdite significative. Se la banca non è in grado di farlo, potrebbe affrontare seri problemi di solvibilità, con conseguenze non solo per l'istituto stesso, ma anche per l'intero sistema finanziario.[3]

Prima della crisi del 2007-08, la preoccupazione principale era il rischio di insolvenza e di credito, ma nessuno si preoccupava della liquidità. Mentre il deterioramento del profilo credito richiede anni, la liquidità a disposizione può scomparire in poche ore. Gli eventi di quel periodo hanno messo in luce l'importanza cruciale della liquidità per la stabilità finanziaria, in particolare è aumentata l'importanza della pianificazione di essa a lungo termine. Le aziende ora monitorano costantemente le loro posizioni di liquidità e sviluppano strategie per assicurare l'accesso a fondi in tempi di crisi. Un aspetto cruciale è l'analisi dei flussi di cassa; le aziende devono prevedere entrate e uscite future per identificare potenziali carenze monetarie. Creare diversi scenari (ottimista, pessimista e neutrale) che permettono di valutare come i flussi di cassa possano evolvere in base a variabili economiche e operative. Questo monitoraggio deve essere continuo, con sistemi di reporting

regolari che forniscano una visione in tempo reale della posizione di liquidità, utilizzando metriche come il rapporto di liquidità corrente o il cash conversion cycle per valutare la salute finanziaria[13]

1.2.5 Rischio sistemico

Il rischio sistemico misura la probabilità che una situazione di tensione di una singola banca possa innescare instabilità nell'intero sistema finanziario (e viceversa); l'importanza sistemica fa riferimento all'impatto sul sistema finanziario del possibile fallimento di un intermediario bancario.³ Oltre ad un'ottima combinazione di principi e strategie di Risk Management, il rischio sistemico è estremamente complicato per una singola banca da individuare e mitigare. Alti volumi di scambio creano liquidità perché aumentano il numero di transazioni nel mercato, facilitando l'acquisto e la vendita di asset senza un impatto significativo sui prezzi. Quando ci sono molti compratori e venditori attivi, gli operatori possono facilmente entrare e uscire dalle posizioni, rendendo il mercato più efficiente. Questo è particolarmente vantaggioso per gli operatori, che possono realizzare profitti più rapidamente e con minori costi di transazione.

Tuttavia, l'aumento della liquidità può anche portare a una maggiore volatilità e a situazioni di eccesso di fiducia. Quando i mercati sono molto liquidi, gli operatori possono essere incentivati a prendere decisioni di investimento più rischiose, sapendo che possono facilmente liquidare le loro posizioni. Questo comportamento può portare a bolle speculative e a un indebitamento eccessivo.[7]

³definizione della Banca d'Italia

Capitolo 2

Origine e sviluppo del Value at Risk (VaR)

2.1 Necessità di un unico indicatore di rischio

2.1.1 Principali Indicatori di rischio prima del Var

In questa sezione andremo a fornire una panoramica sugli indicatori di rischio utilizzati prima della formale definizione di Value at Risk e come essi sono cambiati nel corso degli anni.

Analisi GAP

L'analisi GAP è volta a fornire una misura di esposizione al rischio di tasso di interesse. Avviene, innanzitutto, definendo un orizzonte temporale (per esempio 6 mesi o un anno) e poi specificando gli importi di attività e passività a bilancio sensibili ai tassi di interesse. L'esposizione è quindi quantificata dal cambiamento netto di reddito proveniente dagli asset.

$$\Delta NII = (\text{GAP})\Delta r \quad (2.1)$$

dove ΔNII è il cambiamento nei rendimenti e Δr è la variazione dei tassi di interesse.

- **Gap positivo:** se il valore è positivo, significa che gli attivi sensibili ai tassi (come prestiti a tasso variabile) superano i passivi sensibili (come depositi a tasso variabile). In questo caso, la banca beneficerà da un aumento dei tassi di interesse, poiché i rendimenti sugli attivi aumenteranno più rapidamente rispetto ai costi sui passivi.
- **Gap negativo:** se il valore è negativo, i passivi superano gli attivi. In questo scenario, la banca è vulnerabile a un aumento dei tassi di interesse, poiché i costi sui passivi aumenteranno più rapidamente dei rendimenti sugli attivi, riducendo il reddito netto da interessi.

Questa metodologia è semplice e di facile interpretazione, ma presenta delle limitazioni. L'attenzione viene posta su asset presenti a bilancio e non tiene presente, per esempio, derivati e impegni futuri. Inoltre, l'analisi spesso assume che i cambiamenti nei tassi di interesse influenzino uniformemente gli attivi e i passivi. Nella realtà le diverse categorie di attivi e passivi possono reagire in modo diverso ai cambiamenti dei tassi, rendendo l'analisi meno accurata.[4]

Analisi della Duration

Una dei metodi di calcolo maggiormente utilizzati è il calcolo della *duration*, la quale consente di valutare un investimento obbligazionario e i rischi a cui va incontro con il variare dei tassi d'interesse. Fornisce una misura sulla sensitività dello strumento e si ottiene calcolando la media ponderata delle scadenze temporali in cui saranno incassate le cedole e verrà rimborsato il capitale. Può essere tradotta

come la durata media finanziaria. Viene espressa in anni e giorni: ad esempio, una duration di 5,11 sta a significare 5 anni e 40 giorni

$$D = \frac{\sum_{i=1}^n i \times PVCF_i}{\sum_{i=1}^n PVCF_i} \quad (2.2)$$

dove $PVCF_i$ è il valore attualizzato del i -esimo flusso di cassa che verrà moltiplicato per il rispettivo periodo i . Quindi avremo al denominatore il risultato economico attualizzato dei flussi di cassa. Una duration alta sarà sinonimo di un più alto rischio finanziario (o volatilità) collegato al titolo. Questo perché maggiore è la duration maggiori sono le variazioni del prezzo del titolo a causa di cambiamenti dei tassi di interesse nell'economia. La duration è anche utile perché fornisce un'approssimazione sulla sensibilità del prezzo del bond.

$$\text{cambiamento del prezzo in } \% \approx -\frac{D\Delta y}{(1+y)}$$

dove y rappresenta il rendimento.

L'analisi tramite *Duration* è molto semplice e di facile interpretazione, ma anche quest'ultima ha dei limiti e complicazioni. Per prima cosa tiene in considerazione solo il rischio di tasso d'interesse e non viene previsto il rischio di credito. In caso di default dell'emittente la formula diventerebbe inutile perché i flussi di cassa andrebbero a ridursi o addirittura annullarsi. In ultima battuta, algoritmi di calcolo più efficienti sono stati creati e tengono in considerazione più variabili. Non andremo ad affrontarli poiché non sono tema di questa tesi.[4]

Analisi di Scenario (*Scenario Analysis*)

L'Analisi degli Scenari è un metodo di analisi e previsione economica a medio e lungo periodo, qualitativa e quantitativa, che consiste nell'ipotizzare una serie di possibili alternative future per un insieme di variabili, per poi attribuire

una probabilità a ciascuna di esse e infine trarre conclusioni previsive dall'insieme delle informazioni raccolte. Una volta scelto l'orizzonte temporale, si selezionano gli elementi d'interesse e come potrebbero evolversi in futuro. In genere, si prendono in considerazione i prezzi di specifici titoli, tassi di interesse, tassi di cambio, etc. Infine, per ogni scenario ottimista o pessimista, si va ad analizzare il cambiamento dei flussi di cassa per ogni ipotesi proposta in precedenza. E' una metodologia molto complessa, poichè comporta una buona abilità decisionale, formulando scenari ragionevoli e saper valutare la probabilità per ogni singolo evento.

Teoria Moderna del Portafoglio

La *Modern Portfolio Theory* (Harry Markowitz¹, 1952) ha introdotto un approccio matematico nella costruzione e gestione dei portafogli di investimento. Markowitz postulò il concetto di avversione al rischio dell'investitore, il quale prende le proprie decisioni sulla base di due variabili:

1. il rendimento atteso
2. la varianza (o deviazione standard), la quale può essere tradotta come la volatilità e quindi il rischio di un determinato titolo presente nel portafoglio.

In sintesi, ogni agente che intende investire nel mercato avrà un proprio livello di avversione al rischio e sceglierà un portafoglio con un maggiore rendimento atteso e una deviazione standard inferiore, a parità di tutte le altre condizioni.

L'idea posta alla base della teoria è la possibilità di costruire portafogli che massimizzino il rendimento complessivo e con un livello di rischio accettabile per l'investitore. Uno degli aspetti più innovativi è l'importanza attribuita alla diversificazione: essa mira a ridurre il rischio investendo su più titoli, permettendo di di

¹Harry Markowitz è stato un economista statunitense, premio Nobel per l'economia nel 1990

cogliere le migliori opportunità di rendimento. E' legato al concetto di correlazione, cioè la relazione esistente tra due o più investimenti. [4]

2.1.2 Contesto storico e finanziario

Prima di iniziare a parlare di *Value at Risk*, è di vitale importanza comprendere il contesto storico in cui si trovavano i mercati finanziari nei decenni antecedenti. Di fatto il **Risk Management** emerse come disciplina grazie alla combinazione di vari fattori, tra cui la crescita esponenziale nella attività di trading dagli anni '60 in poi. Si pensi solo che si passò da un numero medio di azioni scambiate quotidianamente nel New York Stock Exchange di \$4 milioni nel 1961 a ben \$1.6 trilioni nel 2005.

I volumi di scambio divennero sempre più alti con i mercati esteri, tra cui in particolare Est Europa, India, America Latina e Russia: tutti mercati in forte espansione. Aumentò la diversificazione dei portafogli con l'introduzione di nuovi strumenti finanziari, in particolare quelli per gli asset illiquidi, creati nei primi anni '80. Ci fu anche una forte crescita nel mercato dei derivati, si pensi che solo fino al 1972 gli unici strumenti derivati furono i *futures* per le materie prime, *forwards* e opzioni OTC (Over-The-Counter). E' difficile quantificare i volumi di scambio nel mercato OTC, ma si stimano volumi di scambio pari ai \$220 trilioni nel 2004. Questa crescita avvenne in un mercato che fu estremamente volatile nel corso degli anni e le banche furono esposte a rischi significativi. La volatilità prende varie forme tra cui:

- **Notevoli perdite nel mercato azionario:** l'indice *Dow Jones*, uno degli indici di borsa più importanti e seguiti al mondo ed è composto da 30 delle più grandi aziende statunitensi, perse ben il 23% del suo valore nel 1987. Riaccadde nel 1998 con una perdita del valore pari al 18%.

- **Volatilità dei tassi di interesse:** se i tassi fluttuano in modo imprevedibile, ciò può compromettere le proiezioni di reddito e i margini di profitto. Le banche devono quindi gestire questo rischio per mantenere la stabilità finanziaria.
- **Mercato delle materie prime:** nei decenni questo mercato fu sottoposto a diversi cambiamenti nella volatilità. Queste possono essere determinati da diversi fattori, come eventi geopolitici, decisioni politiche e speculazioni da parte degli investitori.

In un mercato sempre più incerto, le più grandi banche d'America iniziarono a lavorare sulla formulazione di modelli per misurare, aggregare e infine mitigare i rischi finanziari. A partire dagli anni '80, si iniziò a considerare i rischi finanziari non più come singoli elementi isolati, ma come un insieme di variabili interconnesse.

Questo approccio riconosceva che i rischi non operano in modo indipendente, ma interagiscono tra loro, influenzando complessivamente la stabilità e la performance delle istituzioni finanziarie. Si arrivò all'idea generale che era necessario quantificare in modo univoco il rischio che un istituto complesso come una banca affronta quotidianamente.

Il miglior metodo di misurazione del tempo fu il *RiskMetrics*[9] redatto da *JP Morgan*, una multinazionale statunitense di servizi finanziari, dopo che il CEO Dennis Weatherstone chiese al suo staff di fornirgli quotidianamente un report di una pagina indicando le potenziali perdite di tutto il portafoglio.

Da qui nasce il **Value at Risk** (VaR), una nuova tecnica di misurazione del rischio. Esso consisteva nel stabilire l'ammontare monetario che la banca rischiava di perdere in un prestabilito orizzonte temporale (in genere uno o dieci giorni) con una determinata probabilità statistica (95%-99%). L'importanza del VaR è riportata in sintesi da Linsmeier e Pearson[8], specificando come esso aggrega tutti i

rischi a cui un portafoglio sia esposto in un singolo numero, utilizzabile in consiglio di amministrazione o in un report. Una volta superata la difficoltà nel calcolo statistico, il VaR è di facile interpretazione. E' un metodo diretto per catturare le potenziale perdite a cui può incorrere una banca.[4]

2.1.3 Evoluzione normativa

Quando si parla di *Risk Management* è fondamentale conoscere la normativa, le regolamentazioni e i sistemi di vigilanza che tutelano il mercato finanziario, ovvero fornire linee guida chiare e standardizzate cosicché le banche e tutti gli istituti creditizi possano promuovere pratiche uniformi nel mercato. Negli anni sono sempre state i pilastri nella normativa la stabilità finanziaria e la protezione di tutti gli investitori.

Tra tutti gli accordi che riguardano le banche, uno dei più importanti resta Basilea III, siglato dal BIS², entrato in vigore nel dicembre del 2013. Gli accordi stipulati vanno a colpire capitale e liquidità, mirando ad una maggiore garanzia per rendere un mercato più solido e resiliente dopo la crisi del 2008.

I pilastri di Basilea sono una maggiore disciplina del mercato, un miglior controllo e maggiori requisiti patrimoniali. L'ultimo punto prevede un capitale migliore in termini qualitativi, in grado di assorbire perdite in modo più efficace per garantire più stabilità in previsione di una crisi.

Vennero istituiti nuovi parametri come il *Liquidity Coverage Ratio* (LCR) per quantificare la liquidità nel breve termine e il *Net Stable Funding Ratio* (NSFR)

²La Banca dei regolamenti internazionali (Bis) è stata fondata nel 1930 ed è la più antica istituzione finanziaria internazionale al mondo.(definizione dalla Banca d'Italia)

per monitorare per quanto riguarda il medio-lungo periodo: questi indici non sono altro che il risultato delle crisi di liquidità nel 2008.

[11]

2.2 Principi fondamentali del VaR

2.2.1 Definizione e interpretazione del VaR

Il Value at Risk (VaR), come accennato in precedenza, è una misura statistica che stima la potenziale perdita massima di un portafoglio titoli detenuto da un istituto creditizio, in un determinato orizzonte temporale e con un certo livello di confidenza, utilizzando metodi statistico-matematici. L'orizzonte temporale è chiamato *holding period* ed è direttamente proporzionale al VaR. La confidenza statistica è tipicamente del 95% o 99% : questo significa che c'è la probabilità del 95% (o 99%) che si verifichino perdite inferiori o uguali al VaR. Questo implica che nel restante 5% (o 1%) dei casi si potranno verificare perdite superiori. Per esempio, se il VaR per un giorno al 99% è uguale al -\$500 000, significa che ci sono 99 possibilità su 100 che la perdita massima per il portafoglio in questione non supererà mai i 500 000 dollari per le successive 24 ore.

Il VaR è in grado di fornire una stima accurata delle perdite, ma questo non è sempre vero se nei mercati finanziari si registrano valori estremi e un alta volatilità nei prezzi. Poiché le assunzioni statistiche non riescono a far fronte a queste situazione estreme, il VaR viene spesso utilizzato in concomitanza allo *Stress Testing*, una tecnica utilizzata per valutare come un portafoglio di investimenti reagirebbe a condizioni di mercato avverse o eventi estremi. Si tratta di simulazioni che analizzano l'impatto di scenari ipotetici, come una crisi economica, un crollo del mercato o una variazione drastica dei tassi di interesse. L'obiettivo è quello di identificare situazioni in cui la banca sosterebbe perdita superiori a quelle previste, sta poi ai

manager e al Risk Management della banca a determinare a che livello di rischio vogliono sottoporre il proprio portafoglio.

Una peculiarità del VaR è che può essere utilizzato per misurare il livello di rischio all'interno di un portafoglio composto da qualsiasi prodotto finanziario.

Value at Risk (VaR)

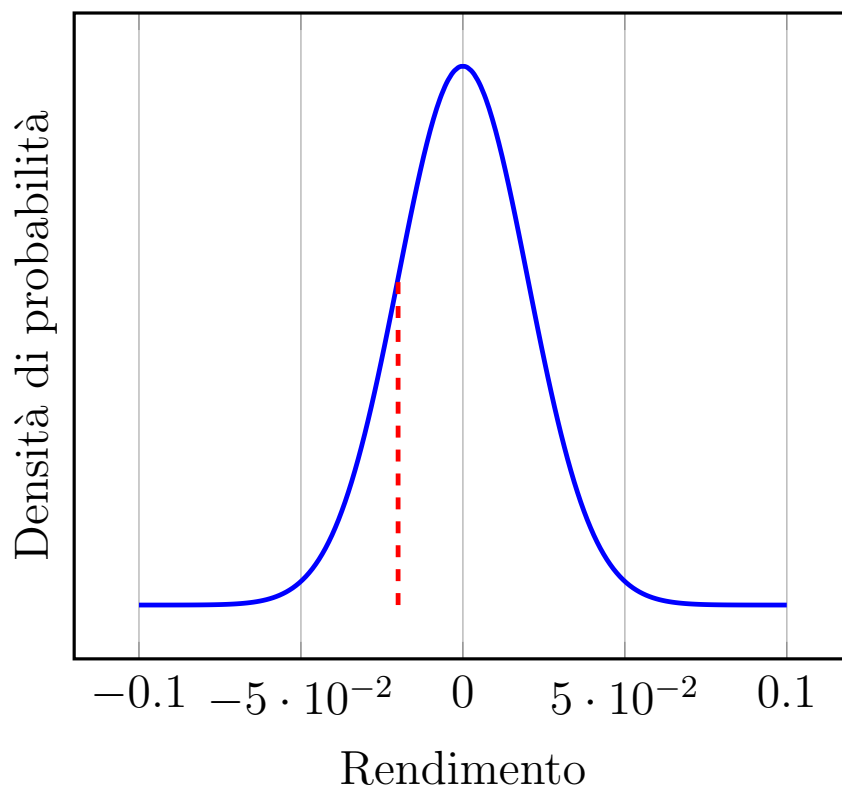


Figura 2.1: Grafico del Value at Risk.

Prima di iniziare a fornire una panoramica sulle varie metodologie di calcolo, è necessario definire alcune quantità fondamentali per comprendere il VaR.

Assumiamo che \mathbf{X} sia una variabile aleatoria con realizzazioni \mathbf{x} , possiamo calcolare la media e la deviazione standard campionarie.

La media è la seguente:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (2.3)$$

dove n è il numero di osservazioni.

La deviazione standard dei set di valori sarà:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}} \quad (2.4)$$

Trattando un campione di dati (sottoinsieme della popolazione), per calcolare la deviazione standard andremo ad utilizzare la correzione denominata con "s" (Bessel's correction). Si utilizza $n-1$ al denominatore per ottenere una stima non distorta. La formula per la deviazione standard del campione è:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (2.5)$$

Volatilità:

La volatilità nei mercati finanziari è una misura della variabilità dei rendimenti di un asset in un orizzonte temporale. Essa riflette quanto e con quale frequenza il prezzo di un titolo o di un indice fluttua rispetto alla sua media. In altre parole, la volatilità indica il grado di dispersione dei rendimenti attorno al valore atteso, fornendo un'indicazione di rischio associato a un investimento.

Un'alta volatilità si traduce in un alto rischio di perdita ma anche di profitto. E' importante durante il calcolo del VaR e viene utilizzata per confrontare l'evoluzione dei prezzi durante un determinato periodo di tempo. Le fluttuazioni dei prezzi vengono dalle differenze tra i prezzi di chiusura di un titolo tra giorni di mercato

differenti.[2]

Correlazione:

La correlazione è un concetto chiave per gli investitori e operatori nel mercato perchè gioca un ruolo chiave nella diversificazione del portafoglio. Essa è una misura statistica che indica la relazione e il grado di associazione tra due strumenti finanziari: quantifica quanto i rendimenti di uno strumento finanziario si muovono in relazione ai rendimenti di un altro nel tempo.

Viene misurata tramite un coefficiente di correlazione (detto anche di **Bravais-Pearson**) che assume valori tra -1 e +1, indicando, rispettivamente, una correlazione perfettamente negativa e una positiva. Se l'indice assume un valore pari a zero, le due variabili saranno incorrelate e tra di loro non sarà presente nessun tipo di relazione lineare.[2]

Intervalli di Confidenza:

In statistica un intervallo di confidenza è un range di valore che si utilizza per stimare un parametro sconosciuto di una popolazione come, per esempio, la media. In possesso di una numerosità campionaria abbastanza grande, si prevede che l'intervallo costruito contenga il vero valore del parametro con una certa probabilità, chiamata livello di confidenza. Piuttosto che cercare di fornire una stima precisa del parametro μ tramite \bar{x} , è di nostro interesse costruire un intervallo con al suo interno la vera media della popolazione

$$\bar{x} \pm z_{\alpha/2} \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \quad (2.6)$$

Indicando con $z_{\alpha/2}$ valore critico della distribuzione normale standard che corrisponde al livello di confidenza desiderato. Questo significa che il vero valore del

parametro sarà contenuto all'interno dell'intervallo nel 95% dei casi.[2] [1]

[1] [5]

2.2.2 Differenti metodologie di calcolo

Il VaR è un metodo efficace e di facile comprensione ed è caratterizzato in particolare dall'orizzonte temporale e dal livello di confidenza scelto. Le due misure sono direttamente proporzionali al Value at Risk, ciò vuol dire che si prevede una perdita maggiore se scegliamo più giorni e se incrementiamo il livello di confidenza: nell'ultimo caso si esplora una porzione della distribuzione dei rendimenti che rappresenta eventi più rari. Questo porta a un aumento del valore del VaR, poiché si tiene conto di perdite più elevate che potrebbero verificarsi in scenari estremi.

La differenza nelle tre metodologie di calcolo del Value at Risk sta principalmente nelle assunzioni e nel trattamento della distribuzione dei rendimenti, ognuna con i propri punti di forza e limitazioni. Le tre principali metodologie sono:

1. Approccio parametrico;
2. Simulazione Storica;
3. Simulazione di Monte Carlo.

Approccio parametrico

L'approccio parametrico o anche chiamato approccio Varianza-Covarianza è il metodo proposto da JP Morgan (RiskMetrics™) ed è la prima formulazione del VaR. Come detto in precedenza, ogni metodologie è caratterizzata dall'ipotesi sulla distribuzione di probabilità. In questo approccio l'ipotesi è di normalità ed è caratterizzata da due parametri:

- la media, definita come valore atteso dei rendimenti futuri.
- la deviazione standard (volatilità), che quantifica la dispersione dei rendimenti di un portafoglio rispetto alla sua media.

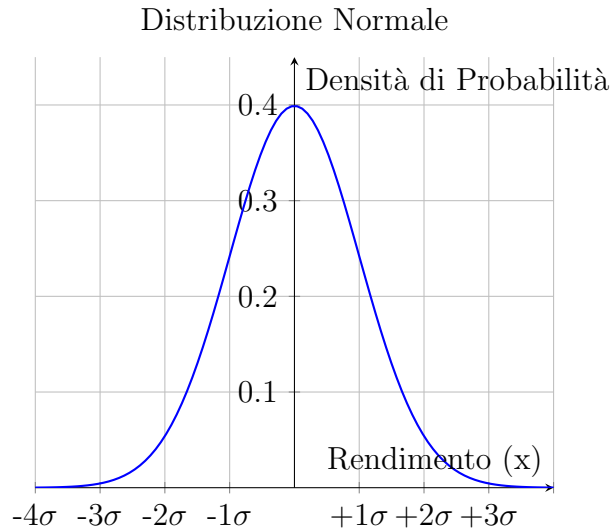


Figura 2.2: Distribuzione Normale con Deviazioni Standard

La distribuzione normale è utile e di facile utilizzo perchè è solamente descritta dai suoi primi due momenti. Scritta come:

$$X \sim N(\mu, \sigma^2) \quad (2.7)$$

La variabile d'interesse seguirà una distribuzione normale con media μ e varianza σ^2 .³

La funzione di probabilità è data da:

$$P(X = x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.8)$$

³La varianza è la deviazione standard al quadrato

Una specifica forma della distribuzione normale è la normale standard caratterizzata da una media μ pari a 0 e una deviazione standard σ pari a 1.

Si ottiene tramite un processo di standardizzazione nel quale si sottrae la media della variabile di partenza e si divide per la deviazione standard.

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \quad (2.9)$$

Questa forma standardizzata è comunemente indicata con la notazione \mathbf{Z} . La funzione di probabilità è la seguente:

$$P(Z = z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{z^2}{2}} \quad (2.10)$$

Questo processo facilita il confronto tra variabili diverse e rende i dati più comprensibili.

Quando si osserva un grafico di una distribuzione normale, le deviazioni standard (σ) sono rappresentate in modo che si possano facilmente identificare i punti chiave relativi alla dispersione dei dati attorno alla media (μ). Il grafico della distribuzione normale ha una forma a campana, simmetrica attorno alla media. La maggior parte dei valori si concentra vicino alla media, con una diminuzione della densità di probabilità man mano che ci si allontana da essa. Annotando chiaramente i punti corrispondenti a ciascuna deviazione standard, è possibile ottenere intuizioni significative sul comportamento dei dati e sulla probabilità di osservare determinati valori.

Calcolo VAR per un portafoglio

Nel caso in cui il portafoglio sia composto da solamente due attività il VaR sarà il seguente:

$$VaR_p = \alpha \times \sigma_p \times \sqrt{gg} \times C_p \quad (2.11)$$

con:

- C_p capitale (o posizione) del portafoglio (espresso in termini monetari, euro o dollari)
- σ_p volatilità del portafoglio su base giornaliera⁴
- gg i giorni di valutazione
- α il livello di confidenza desiderato

Per un portafoglio composto da due strumenti la volatilità stimata è pari a:

$$\sigma_p = \sqrt{w_1^2 \sigma_1^2 + w_2^2 \sigma_2^2 + 2w_1 w_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}} \quad (2.12)$$

con $w_1 = 1 - w_2$ pesi del portafoglio e ρ_{12} correlazione tra i due strumenti.

Nella pratica ci interessa stimare il VaR per più strumenti, utilizzando il calcolo matriciale avremo la seguente formula:

$$VAR_p = \sqrt{V \times C \times V^T} \quad (2.13)$$

⁴se in possesso di quella annuale la conversione è la seguente:

$$\sigma_{gg} = \frac{\sigma_{annual}}{\sqrt{250}}$$

con \mathbf{V} pari al vettore dei VaR delle attività presenti nel portafoglio (V^T è il vettore trasposto di \mathbf{V}) e \mathbf{C} vettore delle correlazioni.

Il VaR per lo strumento i -esimo è calcolato come:

$$VaR_i = C_i \times \alpha \times \sigma_i \times \sqrt{gg}$$

La matrice di correlazione è pari a:

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \rho_{13} & \cdots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \rho_{23} & \cdots & \rho_{2n} \\ \rho_{31} & \rho_{32} & 1 & \cdots & \rho_{3n} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \rho_{n3} & \cdots & 1 \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Questo metodo risulta molto semplice nella pratica, ma viene utilizzato per lo più quando nel portafoglio deteniamo titoli obbligazionari e o depositi. Alla base di questo metodo ci sta l'assunzione di normalità che non rispecchia la realtà e viene spesso criticata in letteratura. E' stato dimostrato, empiricamente, che le distribuzioni dei rendimenti finanziari mostrano code spesse e asimmetria; perciò saremo portati a rifiutare l'ipotesi di normalità.

[1]

Simulazione storica

La simulazione storica è un approccio che non prevede assunzioni sulla distribuzione dei rendimenti finanziari. Come visto in precedenza, le assunzioni di normalità e di relazioni lineare tra gli asset non sono accurati. In particolare con l'ultima, non possiamo tener conto di portafoglio con opzioni (OTC) al suo interno. Questo approccio è uno dei più accettati e utilizzati nel Risk Management poichè i calcoli non presentano significative difficoltà e rimangono semplici da interpretare.

Questa metodologia cerca di prevedere come si muoveranno i prezzi in futuro sulla base dei rendimenti passati. Il VaR viene stimato sulla distribuzione empirica dei rendimenti e quindi non viene formulato nessun modello in particolare. Rispetto al metodo varianza-covarianza è migliore nel rappresentare il comportamento del mercato, poichè è in grado di estrapolare informazioni contenute nei dati passati, fornendo una panoramica su come il portafoglio ha reagito nell'ultimo periodo preso in considerazione.

Innanzitutto viene scelto l'intervallo di confidenza e l'orizzonte temporale. Si ricava la serie storica del portafoglio dell'ultimo periodo d'interesse e se ne calcola poi la variazione percentuale tra un giorno e quello successivo. Questi valori verranno poi utilizzati per costruire una distribuzione e le variazioni verranno disposte in percentili. Il VaR viene poi calcolato prendendo il quinto percentile della distribuzione (per un livello di confidenza pari al 95%).

Questo metodo resta facilmente comprensibile e non richiede di stimare alcuna matrice di correlazione, però presenta anche esso dei limiti. La stima del VaR dipende dal periodo scelto e questo può includere o meno periodi di forte volatilità, non riflettendo realmente il rischio. [1]

Simulazione di Montecarlo

La simulazione di Montecarlo consiste nella generazione di un numero di prezzi per uno strumento finanziario o portafoglio di titoli. La generazione dei possibili risultati avviene tramite un software in cui verranno inseriti dei parametri. In sintesi, si identifica una possibile distribuzione dei rendimenti e si simulano vari scenari. Una volta completata questa fase, si costruisce la distribuzione empirica delle variazioni da cui poi verrà estrapolato il VaR. [2]. Vedremo nel prossimo

capitolo la sua applicazione, i vantaggi e svantaggi, anche sulla base dei risultati ottenuti.

2.3 Limiti e critiche del VaR

Con le regolamentazioni di Basilea, il Value at Risk restò il modello scelto nel Risk Management per quanto riguarda la gestione di capitali e di portafogli. E' stato, fin dalla sua formulazione negli anni '80, utilizzato per migliorare e semplificare la comunicazione tra il dipartimento di Risk Management e i vertici delle Banche. Si riuscì ad aggregare tutti i fattori di rischio in un singolo indicatore, facile da intendere e veloce da produrre. Già dai primi anni ci si era accorti che non presentava solo aspetti positivi ma aveva anche dei difetti. Innanzitutto creava un falso senso di sicurezza nell'amministrazione e dava semplicemente un'idea di quanto fosse il margine di perdita nell'uno per cento dei casi, senza chiedersi: 'Quanto capitale andremo a perdere effettivamente?'. Dopo la crisi del 2008 le banche si chiesero se fosse lo strumento ideale per stimare le perdite, poichè le assunzioni sulle quali esso si basa saltarono durante il periodo di crisi. Molti lo definirono uno strumento adatto solo per i momenti di stabilità nei mercati finanziari, senza presentare alcuna flessibilità nei momenti di alta volatilità e di crisi.

[2]

2.3.1 Limitazioni teoriche e problemi nell'implementazione

Come visto in precedenza, per il calcolo del VaR è necessario utilizzare un livello di confidenza estremamente alto (tipicamente 95%-99%) e di conseguenza, saremo interessati al comportamento delle code sinistre (perdite) , ossia gli eventi estremi a cui il nostro capitale potrà essere esposto. Come afferma Nassim Taleb[12],

analista e critico del Value at Risk, gli eventi posti sulla coda sinistra sono definiti atipici e non potranno essere riprodotti statisticamente. Ne deriva l'incapacità di produrre stime accurate durante situazione estreme. Un'altra caratteristica che rende il Value at Risk inattendibile è la sua scarsa reattività nel gestire le potenziali perdite di un portafoglio durante una recessione economica, poiché essa avviene, in genere, dopo anni di quiete. Quando questo succede, il VaR calcolato tramite simulazione storica sarà inadeguato a cogliere la magnitudine della perdita, perché le code della distribuzione sono quasi sempre più spesse di quello che si prevede. Negli anni sono stati proposti modelli in grado di risolvere questo problema (Extreme Value Theory), ma il risultato che otteniamo sono elevati intervalli di confidenza (99.7%) e, come ben sappiamo dall'inferenza statistica, il VaR diventa non praticabile nella realtà per via di inaccuratezza ed ampi intervalli di confidenza (si pensi, per esempio ad un capitale di \$20 milioni con un VaR pari a \pm \$8 milioni).

Un'altra problematica è quella che riguarda l'utilizzo di serie storiche finanziarie, perché utilizzare dati passati per prevedere quelli futuri non spesso è la scelta più ragionevole. Se prendiamo in considerazione un periodo di bassa volatilità non possiamo fare altro che aspettarci perdite contenute e quindi sottostimare il problema.

[10] [2]

Capitolo 3

Analisi empirica del VaR con il Metodo di Montecarlo

3.1 Introduzione al Metodo di Montecarlo

3.1.1 Principi di base e Applicazioni nel contesto finanziario

Come anticipato nella sezione 2.2.2, in questo capitolo andremo a vedere nel dettaglio la simulazione di Monte Carlo per il calcolo del Value at Risk di un portafoglio di attività finanziarie. Questa metodologia venne inventata da John Von Neumann e Stanislaw Ulam durante la seconda guerra mondiale e il nome proviene dalla famosa città di Monaco nota per i casinò¹. Da lì in poi, venne sempre più utilizzata in diversi campi, tra cui il mondo della finanza. Negli anni settanta veniva utilizzata per il *pricing*² di derivati e in particolare di opzioni, fino all'utilizzo in materia di Risk Management.

¹L'idea fu che la casualità sta al centro di questa modellazione, come il gioco della roulette

²processo di determinazione del prezzo di uno strumento finanziario

E' uno strumento incredibilmente potente e la metodologia prevede di simulare ripetutamente, attraverso un software generatore di numeri casuali, prezzi e altri parametri d'interesse. Si basa su principi cardine della statistica, in particolare sulla convergenza di variabili casuali, grazie alla quale possiamo affermare che se simuliamo abbastanza scenari la distribuzione che otteniamo convergerà al vero valore del parametro.

I vantaggi nell'utilizzare questo approccio sono molti, tra cui:

- Una volta creato l'algoritmo di calcolo tramite software, è possibile implementare qualsiasi classe di processo stocastico;
- Utilizzabile con qualsiasi fattore di rischio;
- I risultati sono accurati visto che con un alto numero di scenari simulati, siamo in grado di determinare un ragionevole intervallo di confidenza;
- Ottima modellazione anche per prodotti con pay-off non lineare (derivati).

3.2 Implementazione pratica del Metodo di Montecarlo

3.2.1 Costruzione del modello

Cominciamo costruendo un portafoglio con al suo interno dei titoli. Da lì andremo a definire e calcolare i rendimenti, la volatilità e la correlazione tra essi. Questi sono tutti parametri d'interesse che ci permetteranno in secondo luogo di simulare diversi scenari.

Costruiamo il portafoglio contenenti due attività finanziarie:

1. Azioni **Apple**, il colosso americano con una capitalizzazione pari a 3.50 trillioni di dollari. Questa sarà la nostra quota azionaria del portafoglio.
2. **ETF**³ (Exchange Traded Fund), cioè un fondo che mira a replicare la performance di un indice specifico di obbligazioni statunitensi: considerato come rendimento sicuro nel medio-lungo periodo.

I dati storici sono stati esportati da Yahoo Finance™ in un foglio di calcolo Excel e riguardano l'ultimo anno. I dati si presentano come segue⁴:

Data	Prezzo Apple	Prezzo ETF
10/10/2023	\$178,39	\$69,41
11/10/2023	\$179,80	\$69,73
12/10/2023	\$180,71	\$69,13
13/10/2023	\$178,85	\$69,45
16/10/2023	\$178,72	\$69,09
17/10/2023	\$177,15	\$68,64
18/10/2023	\$175,84	\$68,34
...
09/10/2024	\$229,54	\$73,84
10/10/2024	\$229,04	\$73,81

Tabella 3.1: Prezzi Giornalieri per i due titoli

Andiamo a calcolare i relativi rendimenti per le due attività.

La formula per costruire i rendimenti è la seguente:

$$R_i = \frac{P_i - P_{i-1}}{P_i} \quad (3.1)$$

³Vanguard Total Bond Market Index Fund ETF (BND)

⁴Per la quota azionaria si intendono i prezzi di chiusura aggiustati

dove R_i è il rendimento i -esimo e P_i i prezzi. Per ottenere i rendimenti percentuali basterà moltiplicare per cento. Andiamo a vedere graficamente i rendimenti per i due strumenti finanziari:

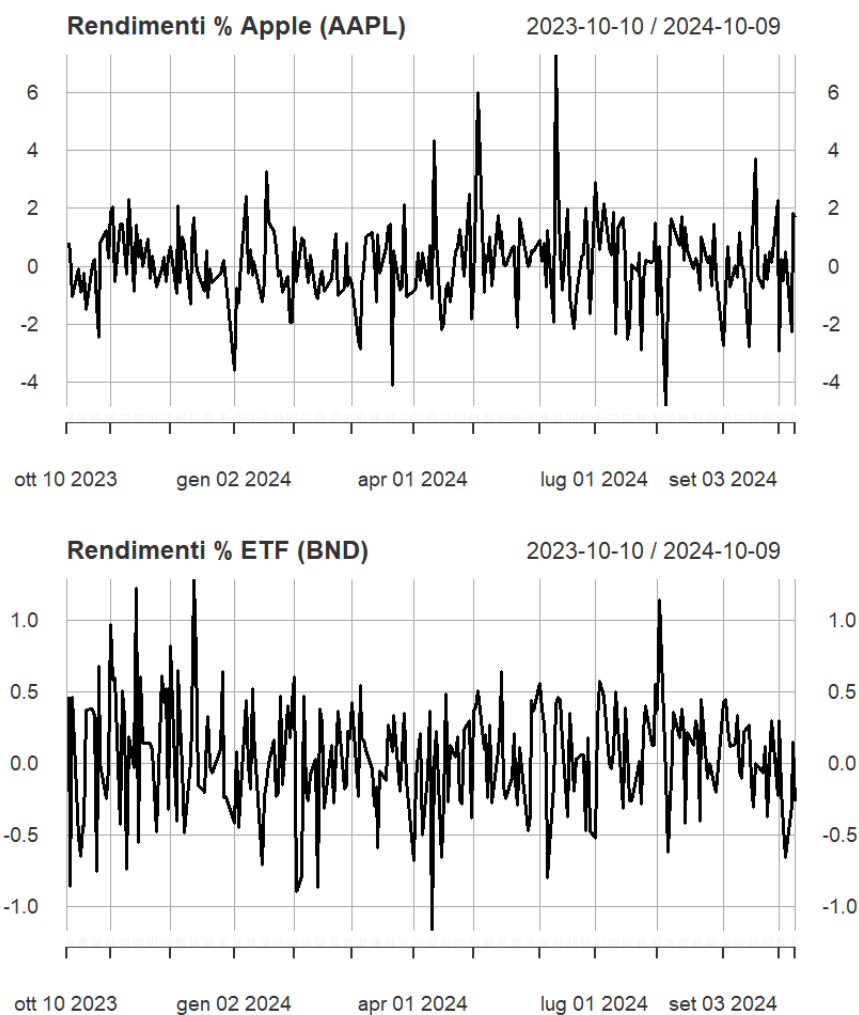


Figura 3.1: Rendimenti percentuali

Notiamo come la loro media sia intorno allo zero e come lo strumento azionario si presenti molto più volatile rispetto a quello obbligazionario (si osservino le percentuali sull'asse delle ordinate).

Procediamo calcolando la volatilità e la covarianza tra i due strumenti. Calcolate come segue:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (r_i - \bar{r})^2} \quad (3.2)$$

dove:

- σ è la volatilità,
- N è il numero totale di osservazioni (rendimenti),
- r_i è il rendimento del periodo i ,
- \bar{r} è il rendimento medio.

Invece per il calcolo della covarianza:

$$\text{Cov}(r_a, r_b) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (r_{a,i} - \bar{r}_a)(r_{b,i} - \bar{r}_b) \quad (3.3)$$

dove:

- $\text{Cov}(r_a, r_b)$ è la covarianza tra i rendimenti r_a e r_b ,
- N è il numero totale di osservazioni,
- $r_{a,i}$ e $r_{b,i}$ sono i rendimenti del periodo i per gli strumenti a e b ,
- \bar{r}_a e \bar{r}_b sono le medie dei rendimenti di r_a e r_b .

Nel foglio di calcolo Excel questi valori vengono calcolati tramite i seguenti comandi:

$$= \text{DEV.STD.C}() \quad (3.4)$$

$$= \text{COVARIANZA.C()}\tag{3.5}$$

$$= \text{MEDIA()}\tag{3.6}$$

Otteniamo i seguenti rendimenti attesi e la volatilità (giornaliera):

Titoli	AAPL	BND
Rendimento medio	0,11%	0,03%
Volatilità	1,42%	0,38%

Tabella 3.2: Valori Giornalieri per i due titoli

Procediamo calcolando rendimenti e volatilità annualizzate:

$$R_a = (1 + \bar{R}_d)^{252} - 1\tag{3.7}$$

$$\sigma_a = \sigma_d \times \sqrt{252}\tag{3.8}$$

con \bar{R}_d i rendimenti medi giornalieri e σ_d la volatilità giornaliera calcolati in precedenza. Otteniamo:

Titoli	AAPL	BND
Rendimento	31,68%	6,53%
Volatilità	22,59%	6,04%

Tabella 3.3: Valori Annualizzati per i due titoli

3.2.2 Simulazione dei scenari e Determinazione VaR

Ipotizziamo ora di detenere un portafoglio con un valore di \$200'000 e di investire il capitale fra le due attività. Il 30% nella componente azionaria (AAPL) e il restante 70% in obbligazioni (BND). La volatilità del portafoglio sarà la seguente:

$$\sigma_p = \sqrt{w_A^2 \sigma_A^2 + w_B^2 \sigma_B^2 + 2w_A w_B \text{Cov}(R_A, R_B)} \quad (3.9)$$

con w_a il peso relativo a AAPL (0.3) e w_b il peso per BND (0.7).

La volatilità (deviazione standard) del portafoglio risulta pari al 14,99%.

Il rendimento atteso annuale del portafoglio risulta pari a 14,08%. Calcolato come segue:

$$R_p = w_A R_A + w_B R_B \quad (3.10)$$

Avendo calcolate tutte le quantità d'interesse procediamo con il la simulazione degli scenari e il calcolo del VaR. Ipotizziamo quindi di volerlo calcolare per un portafoglio del valore di \$200'000 per 10 giorni con un livello di confidenza del 95%

Simuliamo 20'000 scenari (è un numero ragionevole per ottenere una stima consistente, generalmente qualsiasi numero sopra i 10'000 sembra sufficiente). Per ogni scenario andremo a generare uno z-score da una distribuzione normale che poi verrà utilizzato per la determinazione del VaR. questo avviene tramite la seguente funzione su Excel:

$$= \text{INV.NORM.S(CASUALE())} \quad (3.11)$$

Andiamo ora a calcolare il Rendimento atteso (espresso in dollari) per il nostro orizzonte temporale (10 giorni):

$$\text{Rendimento atteso per 10 giorni} = \text{Valore}_p \times ((r_a \times w_a) \times (r_b \times w_b)) \times \left(\frac{10}{252}\right) \quad (3.12)$$

Risulta pari a \$1'117,13; calcoliamo il VaR per un singolo scenario che verrà poi utilizzato nei 20'000 con ciascuno il rispettivo z-score casuale:

$$\text{VaR} = R_{10} - \text{Valore}_p \times \sigma_p \times \text{z-score} \times \sqrt{\frac{gg}{252}} \quad (3.13)$$

con R_{10} il rendimento atteso per 10 giorni calcolato in precedenza.

$$\text{VaR} = \$1'117,13 - \$200'000 \times 0,01499 \times \text{z-score} \times \sqrt{\frac{10}{252}}$$

Per la creazione di una colonna con 20 mila righe utilizzeremo il comando riempimento di Excel creando una serie da 1 a 20 mila per poi inserire la formula nella prima riga. Ora tramite l'Analisi di simulazione andremo a simulare per tutte le altre celle. Possiamo ora fornire la distribuzione empirica e calcoleremo il VaR estrapolando il quinto percentile.

3.3 Analisi dei risultati

Qui sotto vediamo la distribuzione empirica, tramite la creazione di un istogramma:

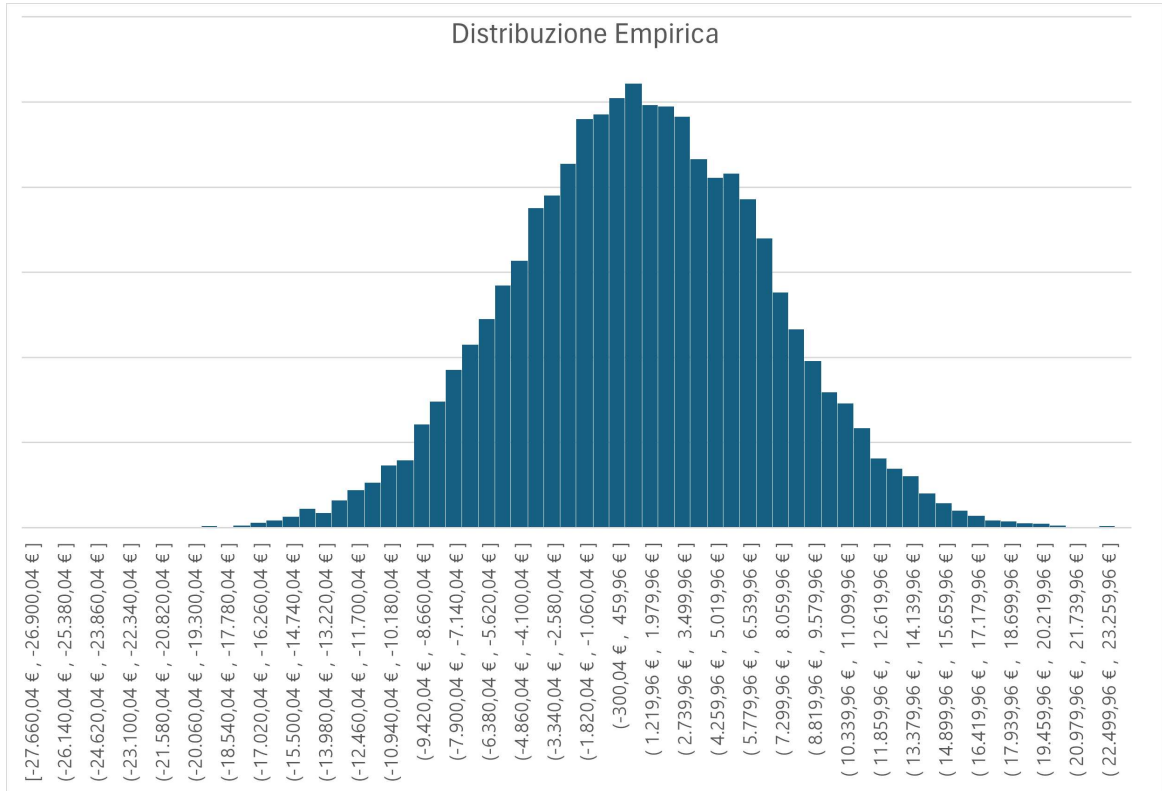


Figura 3.2: Distribuzione empirica dei VaR per ogni singolo scenario

Per calcolare il nostro VaR basterà prendere il quinto percentile della distribuzione, tramite la funzione:

$$= \text{INC.PERCENTILE}(;) \tag{3.14}$$

Passando come parametri il vettore colonna con le 20 mila simulazioni e il percentile pari a 0,05 (per un livello di confidenza del 95%). Otterremo così un VaR pari **-\$8'530,00**: questa sarà la nostra perdita massima per il nostro portafoglio nei prossimi 10 giorni con una confidenza statistica del 95%. Continuando ad effettuare simulazioni e aggiornando li z-score per ogni scenario possiamo osservare che la stima del percentile non si allontana di molto, rientrando sempre in un range

di valori tra -\$8'520,00 e -\$8'540,00. Se aumentassimo il numero di simulazioni otterremo una stima più consistente.

3.4 Discussione e conclusioni

Possiamo concludere affermando che il Value at Risk sia uno strumento incredibilmente utile ed è riuscito ad affermarsi nel Risk Management delle banche ed istituti di credito sin dalla sua prima formulazione nella fine degli ottanta. Non solo è di facile interpretazione, ma anche veloce da produrre per le attività day-to-day di una società. Con un solo risultato si è in grado di esprimere con qualche grado di certezza l'esposizione al rischio alla quale un portafoglio è sottoposto. Quest'ultimo può essere composto da qualsiasi prodotto finanziario, dalle più semplice obbligazioni alle opzioni strutturate, chiaramente implementando modelli complessi ed efficaci. Se utilizzato correttamente, resta uno dei metodi principali per il rilevamento e mitigazione del rischio finanziario in tutti i suoi aspetti.

Bibliografia

- [1] P. Best. *Implementing Value at Risk*. Wiley Series in Financial Engineering. Wiley, 2000. ISBN: 9780470865965. URL: <https://books.google.it/books?id=HVU2vbsqpgkC>.
- [2] Moorad Choudhry. *An introduction to value-at-risk*. John Wiley & Sons, 2013.
- [3] Angelo Corelli. *Understanding Financial Risk Management*. eng. 2nd edition. Bingley: Emerald Publishing Limited, 2019. ISBN: 9781789737943.
- [4] Kevin Dowd. *Measuring market risk*. John Wiley & Sons, 2007.
- [5] Louis Esch, Robert Kieffer e Thierry Lopez. *Asset and risk management*. eng. The Wiley Finance Series. Wiley-Blackwell, 2005. ISBN: 9780470012581.
- [6] P. Hopkin. *Fundamentals of Risk Management: Understanding, Evaluating and Implementing Effective Risk Management*. Kogan Page, 2017. ISBN: 9780749479619. URL: <https://books.google.it/books?id=NznCjwEACAAJ>.
- [7] K.A. Horcher. *Essentials of Financial Risk Management*. Essentials Series. Wiley, 2011. ISBN: 9781118160978. URL: https://books.google.it/books?id=X__zoNzVh-QC.
- [8] Thomas J Linsmeier e Neil D Pearson. «Risk measurement: An introduction to value at risk». In: (1996).

- [9] J.P. Morgan et al. *RiskMetrics: Technical Document*. J. P. Morgan, 1996.
URL: <https://books.google.it/books?id=Jm66tgAACAAJ>.
- [10] David M. Rowe. *Value at Risk: A Valuable Tool That Was Greatly Oversold*.
<https://www.atlantafed.org/cenfis/publications/notesfromthevault/1306>. 2013.
- [11] Luigi Federico Signorini. *Le banche e gli anni di Basilea III*. <https://www.bancaditalia.it/pubblidirettorio/int-dir-2021/Signorini-4-novembre-2021.pdf>. 2021.
- [12] Nassim Nicholas Taleb. *Against Value-at-Risk: Nassim Taleb Replies to Philippe Jorion*. <https://www.fooledbyrandomness.com/jorion.html>. 1997.
- [13] Shyam Venkat e Stephen Baird. *Liquidity risk management: a practitioner's perspective*. John Wiley & Sons, 2016.

Ringraziamenti

Infine, desidero dedicare questa tesi di laurea a tutte le persone speciali che hanno contribuito al mio percorso accademico e personale.

Il percorso verso il conseguimento di questa laurea è stato impegnativo, ma è stato reso possibile grazie al sostegno di molte persone fantastiche.

Un grande ringraziamento ai miei nonni, per il loro instancabile sostegno.

Un ringraziamento va ai miei genitori per essere sempre stati al mio fianco e per avermi insegnato ad affrontare ogni problema a testa alta.

Un ringraziamento speciale va a mia sorella Giorgia, che nei momenti più bui è riuscita a guidarmi anche quando pensavo di non farcela.

Grazie a tutti