

UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DI PADOVA



DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

# **Modellizzazione e Controllo di un Mezzo Aereo VTOL**

**Relatore**

Prof. Luca Schenato

**Laureando**

Berti Federico

ANNO ACCADEMICO 2023-2024

Data di laurea 26/09/2024



*Alla famiglia e agli amici*



# Abstract

L'obiettivo di questo lavoro è di analizzare le dinamiche di un velivolo di tipo VTOL (*Vertical TakeOff and Landing tiltrotor*), cioè un mezzo aereo in grado di effettuare decolli e atterraggi verticalmente e di transizionare da una fase di volo a una di atterraggio attraverso la rotazione di rotori posti alle estremità delle ali.

Dopo aver presentato una breve storia dello sviluppo di questi mezzi e dell'importanza che rivestono nel settore civile e militare, si procederà con la modellizzazione del sistema che rappresenta il VTOL.

A partire dalle equazioni del moto verrà derivato un modello mirato a descrivere il comportamento del velivolo rispetto ai moti di *roll*, *sway* e *surge*, e successivamente verranno determinati i punti di equilibrio e il sistema sarà linearizzato intorno ad essi.

A partire dal sistema linearizzato verranno progettati dei controllori per garantire la stabilità del sistema e il rispetto di determinate specifiche riguardanti la rapidità di reazione e la precisione nell'inseguimento di riferimenti di posizione.

Il lavoro di progettazione sarà validato attraverso simulazioni condotte su *Simulink*, realizzando un modello non lineare del sistema in cui saranno inseriti i controllori. I dati della simulazione verranno raccolti ed elaborati per analizzare le risposte del sistema.



# Indice

<b>1</b>	<b>I Velivoli VTOL e Il Loro Funzionamento</b>	<b>1</b>
1.1	Storia dei mezzi VTOL . . . . .	1
1.2	Funzionamento dei mezzi VTOL . . . . .	4
<b>2</b>	<b>Derivazione del Modello</b>	<b>7</b>
2.1	Equazioni del moto . . . . .	8
2.1.1	Equazioni differenziali per i diversi tipi di moto . . . . .	10
2.2	Modello del Sistema . . . . .	11
2.2.1	Modello non Lineare . . . . .	11
2.2.2	Punti di Equilibrio . . . . .	13
2.2.3	Linearizzazione . . . . .	14
2.2.4	Funzioni di Trasferimento . . . . .	15
<b>3</b>	<b>Progettazione dei Controllori</b>	<b>17</b>
3.1	Controllo di Posizione Verticale $z$ . . . . .	18
3.1.1	Obiettivi . . . . .	18
3.1.2	Controllo . . . . .	18
3.2	Controllo di Posizione Orizzontale $x$ . . . . .	20
3.2.1	Obiettivi . . . . .	20
3.2.2	Controllo . . . . .	20
3.3	Controllo di Posizione Angolare $\theta$ . . . . .	24
3.3.1	Obiettivi . . . . .	24
3.3.2	Controllo . . . . .	25
3.4	Validazione in Simulink . . . . .	26
<b>4</b>	<b>Conclusioni e Risultati</b>	<b>29</b>
4.1	Risultati della simulazione . . . . .	29
4.1.1	Risultati della Simulazione - $z$ . . . . .	30

4.1.2	Risultati della Simulazione - $x$ . . . . .	31
4.1.3	Risultati della Simulazione - $\theta$ . . . . .	32
4.2	Considerazioni finali . . . . .	33



# Elenco delle figure

1.1	Due <i>CV-22 Osprey</i> in assetto di volo . . . . .	2
1.2	<i>Harrier II</i> in fase di atterraggio . . . . .	2
1.3	Rotodyne . . . . .	2
1.4	Il <i>V-22 Osprey</i> in fase di <i>hovering</i> . . . . .	3
1.5	Schema di transizione tra fasi di volo per un mezzo <i>tiltrotor</i> . . . . .	4
1.6	Schema di transizione tra fasi di volo per un mezzo <i>tiltwing</i> . . . . .	5
1.7	VTOL ad ala fissa in fase di decollo . . . . .	5
2.1	Schema di forze di un velivolo VTOL . . . . .	8
3.1	Diagramma di Bode di $T_3$ . . . . .	19
3.2	<i>Root Locus</i> per valori di $k > 0$ di $T_2$ . . . . .	21
3.3	<i>Root Locus</i> di $T_2$ con azione di controllo, $k < 0$ . . . . .	22
3.4	Zoom del <i>Root Locus</i> nei valori $[-10,10] \times [-10,10]$ . . . . .	23
3.5	Schema a blocchi del sistema di controllo di $x$ e $\theta$ . . . . .	24
3.6	Modello Simulink del sistema non lineare . . . . .	26
3.7	Schemi di Controllo per il sistema non lineare . . . . .	27
4.1	Risposta a riferimento $z$ . . . . .	30
4.2	Risposta a riferimento $x$ . . . . .	31
4.3	Risposta a riferimento $\theta$ . . . . .	32
4.4	<i>AW609</i> dell'azienda <i>Leonardo</i> , prodotto dal 2022 . . . . .	34



# **Elenco delle tabelle**

2.1 Parametri Utilizzati . . . . .	7
------------------------------------	---



# Capitolo 1

## I Velivoli VTOL e Il Loro Funzionamento

In questo capitolo si vuole fornire una breve storia dello sviluppo dei mezzi VTOL, partendo da una classificazione e caratterizzazione dei velivoli a decollo e atterraggio verticale. Saranno poi osservati i primi prototipi e le loro evoluzioni, sino a giungere al moderno stato dell'arte. Infine si vogliono analizzare le due categorie principali di questi velivoli, evidenziandone il funzionamento e i principi di costruzione.

### 1.1 Storia dei mezzi VTOL

Con la denominazione VTOL (*Vertical TakeOff and Landing*) ci si riferisce a una classe di velivoli in grado, a differenza dei comuni aeroplani, di decollare e atterrare verticalmente senza l'ausilio di una pista di atterraggio.

Per essere definito tale, un mezzo VTOL deve poter decollare senza la fase di accelerazione orizzontale che permette di acquisire una velocità adeguata prima del decollo, e quindi deve poter fornire una spinta necessaria al sollevamento tramite rotori e ugelli.

All'interno di questa denominazione si trovano due principali tipi di velivoli: i VTOL ad ala fissa, come il *AV-8B Harrier II*, sono dotati di convenzionali motori a getto per il volo di crociera e di ulteriori ugelli direzionabili per il decollo e l'atterraggio verticali; l'altra classe di VTOL sono i convertiplani: essi sono mezzi in grado di variare la loro struttura alare disponendo di un assetto di decollo/atterraggio e di uno di volo. La parte di velivolo in grado di ruotare può essere l'intera ala (*tiltwings*) o solo il rotore (*tiltrotors*), sebbene quest'ultima configurazione sia di gran lunga preferita, con famosi esponenti come il *V-22 Osprey*



Figura 1.1: Due *CV-22 Osprey* in assetto di volo



Figura 1.2: *Harrier II* in fase di atterraggio

L'interesse della ricerca per i mezzi VTOL nasce a partire dalla fine della Seconda Guerra Mondiale, quando si è vista la necessità di mezzi aerei che operassero anche in assenza di piste, spesso danneggiate o impossibili da realizzare. I primi prototipi funzionanti risalgono agli anni '50, quando le aziende statunitensi *Lockheed* e *Convair* riuscirono a portare alla fase di test in volo il *Convair XFY Pogo*, un aereo da combattimento che decollava come un elicottero.

Un approccio alternativo fu fornito dal Regno Unito, attraverso lo sviluppo del *Rotodyne*, in Fig. 1.3. Le eliche principali erano alimentate unicamente durante la fase di ascesa, per poi venire spente, trasferendo la potenza ai motori posti lateralmente.



Figura 1.3: *Rotodyne*

Il vero punto di svolta fu lo sviluppo negli anni '60 dell' *Harrier*, di fatto il primo aereo VTOL ad entrare in servizio operativo e tuttora ampiamente utilizzato con i suoi successori nelle aviazioni di Regno Unito, Spagna e Stati Uniti. L'*Harrier* fu il capostipite di una serie di mezzi ad alta versatilità che culminano con i più recenti *F-35* e *Harrier II*.

Il successo di cui godettero questi aerei intensificò gli sforzi di ricerca, fino a giungere allo sviluppo del più importante mezzo VTOL, che ha fissato un punto di riferimento per i modelli successivi: il *Bell-Boeing V-22 Osprey*. Questo convertiplano *tiltrotor* combinava le capacità di decollo/atterraggio e di volo stazionario di un elicottero con la velocità di un aereo convenzionale. L'*Osprey* è presto entrato in dotazione alle forze aeree di vari stati e viene impiegato in diversi scenari bellici.



Figura 1.4: Il *V-22 Osprey* in fase di *hovering*

Al giorno d'oggi il settore dei VTOL vede un rinnovato interesse: da una parte nell'ambito militare, dove i recenti scenari richiedono lo sviluppo di mezzi a decollo verticale in grado di essere più versatili, veloci, capienti e efficienti; dall'altro lato anche nel settore civile si sta valutando l'impiego di questi velivoli, che possono essere dispiegati in zone ad alto rischio dove atterraggi e decolli convenzionali non sono praticabili. In particolare operazioni quali il contenimento di incendi, i salvataggi e il recupero di persone in zone soggette ad alluvioni e terremoti o il trasporto rapido di medicinali sono solo alcuni degli ambiti in cui si vogliono utilizzare questi veicoli.

## 1.2 Funzionamento dei mezzi VTOL

Che si tratti di mezzi ad ala fissa o convertiplani, il concetto che sta alla base del funzionamento dei VTOL è molto simile. I convertiplani *tiltrotor* decollano (fase di *takeoff*) posizionando i rotori con le eliche parallele al terreno, in modo da generare una spinta che vinca la forza peso del mezzo.

Anche la fase di atterraggio prevede la posizione verticale dei rotori: la spinta fornita dai rotori rallenta la discesa opponendosi alla forza peso.

Al termine del decollo, i rotori transizionano fino a una posizione perpendicolare al terreno, fornendo ora la spinta per il volo di crociera. Inoltre la presenza di ali, al contrario degli elicotteri, garantisce la portanza necessaria al mantenimento della quota, svincolando i rotori da questo compito.

Infine è notevole la possibilità per questi mezzi di volo stazionario, o *hovering*. Il mezzo è infatti in grado, fornendo una spinta verso l'alto che eguagli quella del suo peso, di mantenere la propria quota e posizione in volo, pur in condizioni di velocità di crociera nulla.

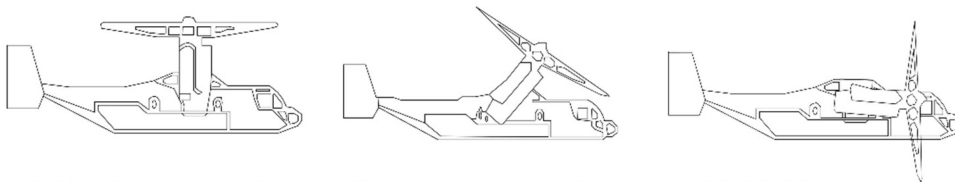


Figura 1.5: Schema di transizione tra fasi di volo per un mezzo *tiltrotor*

Analogo è il funzionamento per i mezzi *tiltwing*, dove la differenza risiede nel fatto che la transizione da decollo/atterraggio a volo è eseguita ruotando l'intera ala. Se da un lato le ali rivolte perpendicolarmente al terreno durante il decollo facilitano questa operazione riducendo l'attrito dell'aria, è anche vero che la suddetta struttura è molto più sensibile a disturbi quali raffiche di vento.



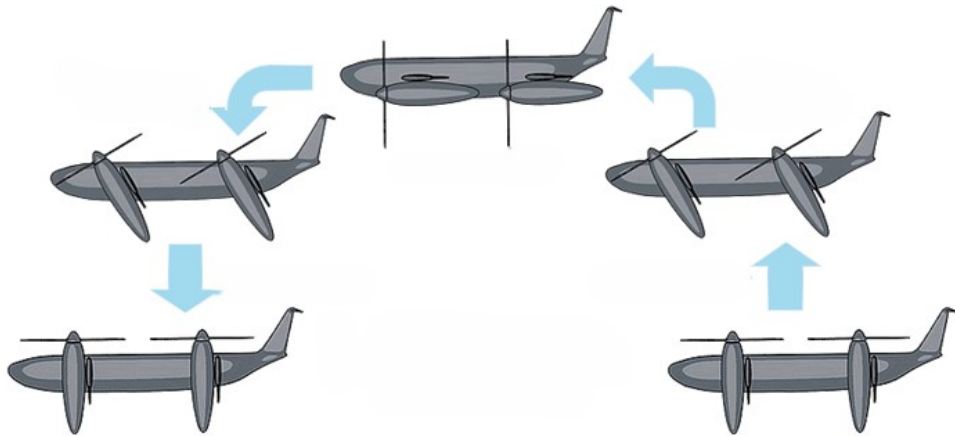


Figura 1.6: Schema di transizione tra fasi di volo per un mezzo *tiltwing*

Per quanto riguarda i velivoli VTOL ad ala fissa, la sostanziale differenza sta nell'utilizzo di appositi ugelli detti *directional nozzles*, i quali sono collegati direttamente al motore e sono direzionabili opportunamente per consentire il decollo e la discesa verticali.

Inoltre i getti di scarico del motore vengono anch'essi veicolati verso il terreno in fase di *takeoff* al fine di fornire un'ulteriore spinta. Nell'esempio sottostante, in azzurro sono rappresentate le direzioni di eiezione degli ugelli, mentre in rosso dello scarico del motore.

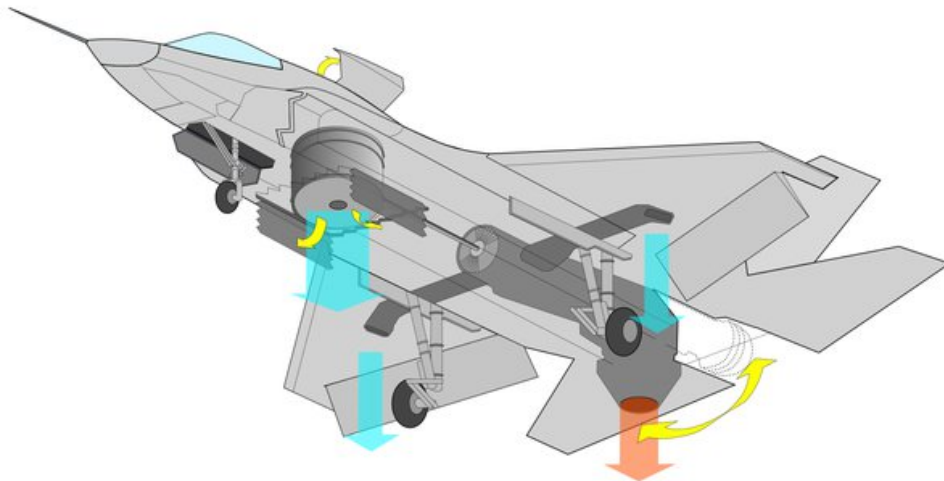


Figura 1.7: VTOL ad ala fissa in fase di decollo

Nei capitoli seguenti si è scelto di trattare specificamente un VTOL di tipo *tiltrotor*.



## Capitolo 2

### Derivazione del Modello

In questo capitolo vengono analizzate dal punto di vista fisico le equazioni del moto di un mezzo VTOL. Operando opportune semplificazioni e effettuando alcune assunzioni, si vuole derivare una rappresentazione del sistema tramite equazioni differenziali e successivamente in spazio di stato. Il sistema sarà poi linearizzato attorno ai suoi punti di equilibrio.

In tabella 2.1 sono riportati i valori dei parametri utilizzati nella trattazione.

<b>Parametro</b>	<b>Simbolo</b>	<b>Valore</b>
Momento d'Inerzia Totale	$J_{eq}$	$5000 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2$
Massa Complessiva	$M$	$2000 \text{ Kg}$
Apertura alare (dal centro della fusoliera al rotore)	$L$	$10 \text{ m}$
Coefficiente di Attrito Viscoso Traslazionale	$b$	$15 \text{ Kg} \cdot \text{m}^2/\text{s}$
Coefficiente di Attrito Viscoso Rotazionale	$B$	$150 \text{ Kg}/\text{s}$
Costante Proporzionale dell'Attuatore	$K$	$1000 \text{ N}/\text{unità}$
Costante Tempo dell'Attuatore	$\tau$	$5 \cdot 10^{-3} \text{ s}$

Tabella 2.1: Parametri Utilizzati

## 2.1 Equazioni del moto

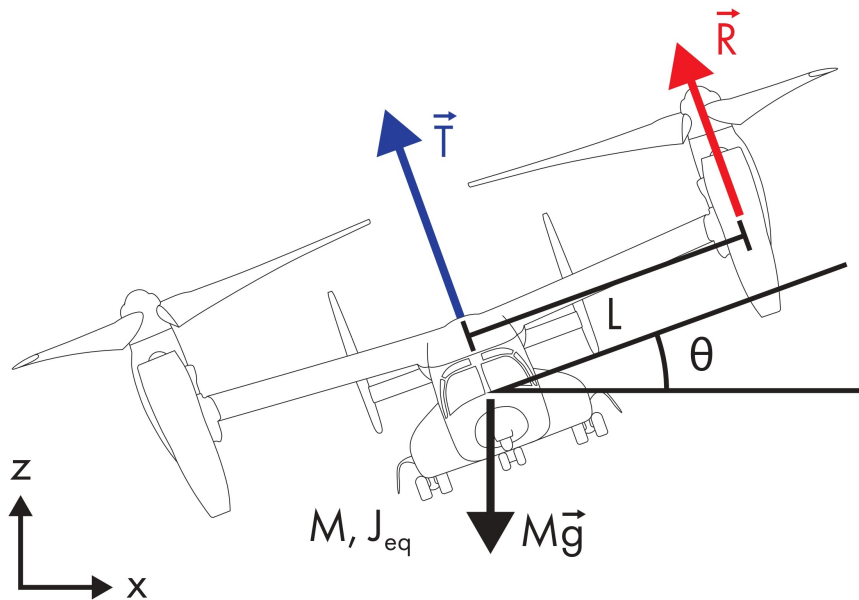


Figura 2.1: Schema di forze di un velivolo VTOL

Con il sistema di riferimento in figura, il cui centro corrisponde al centro di massa del mezzo, si vuole limitare lo studio a un modello che descriva i seguenti moti roto-traslatori:

1. Moto di *roll*, ossia di rotazione intorno all'asse sagittale del veicolo
2. Moto di *sway*, ossia di traslazione lungo l'asse  $x$
3. Moto di *surge*, ossia di traslazione lungo l'asse  $z$

Si analizzerà singolarmente ciascun tipo di volo e si deriveranno le equazioni del moto associate. Si riportano le assunzioni preliminari fatte nei calcoli successivi:

- Il mezzo consta di una fusoliera centrale simmetrica, due ali e due rotori identici posti alla stessa distanza dalla fusoliera.
- Data la simmetria del velivolo e considerando la rotazione attorno all'asse sagittale, il tensore d'inerzia si riduce a uno scalare di valore  $J_{eq}$

- Il moto del corpo è soggetto, sia nella rotazione che nella traslazione, ad attrito viscoso, caratterizzato dai coefficienti  $B$  e  $b$  rispettivamente.

Sono ora presentate alcune considerazioni sul funzionamento generale:

1. Si suppone di poter fornire tramite gli attuatori al mezzo due forze:  $T$  è la spinta verticale responsabile del sollevamento del VTOL, mentre  $R$  è la spinta rotazionale, responsabile del moto di Roll, che agisce come coppia. Queste forze sono di fatto risultanti dalla diversa potenza fornita ai motori: per aumentare  $R$  in modulo è sufficiente fornire più potenza a uno dei due rotori, mentre per aumentare  $T$  invece viene fornita potenza a entrambi i rotori in simultanea. Tuttavia nella seguente trattazione saranno considerate indipendenti.
2. Le spinte  $T$  e  $R$  che permettono il moto dell'aereo sono fornite da rotori ad elica, comandati direttamente da una leva di potenza posta nell'abitacolo. Si vuole modellare il comando fornito dalla leva di potenza e la rispettiva spinta fornita dai motori tramite una funzione di trasferimento di primo ordine del tipo:

$$G(s) = \frac{K_m}{\tau s + 1}$$

dove  $K_m$  è un parametro che identifica la sensibilità della variazione di spinta in relazione alla variazione della posizione della leva;  $\tau$  è una costante tempo che modella il tempo di reazione del sistema alla ricezione di un input.

In particolare, se consideriamo come ingresso la posizione della leva di potenza, la funzione  $G(s)$  sarà dal comando di posizione, proporzionale alla posizione della leva, all'uscita  $T$  (o  $R$ ). Buone approssimazioni per  $K_m$  e per  $\tau$  sono riportate in 2.1

Sono ora analizzati i 3 tipi di moto attraverso le equazioni differenziali che li descrivono, con riferimento alla figura 2.1

### 2.1.1 Equazioni differenziali per i diversi tipi di moto

- **Moto di Roll**

Si consideri il moto di rotazione del velivolo attorno al suo asse sagittale. L' unica forza agente che genera momento, considerando che la forza di gravità ha momento nullo rispetto all'asse di rotazione, è  $R$  (cioè la risultante della differenza delle spinte rotazionali fornite dai due motori). Allora si ottiene:

$$R \cdot L = J_{eq} \ddot{\theta} + B \dot{\theta} \quad (2.1)$$

con  $B$  coefficiente di attrito viscoso per la rotazione. In forma canonica si ha:

$$\ddot{\theta} = -\frac{B}{J_{eq}} \dot{\theta} + \frac{RL}{J_{eq}} \quad (2.2)$$

- **Moto di Sway**

Si consideri il moto di traslazione del mezzo lungo la direzione delle ali. Per un determinato angolo di roll  $\theta$ , la traslazione è effettuata dalle componenti parallele all'asse  $x$  delle spinte:

$$M \ddot{x} = -T \sin \theta + b \dot{x} \quad (2.3)$$

con  $b$  coefficiente di attrito viscoso per la traslazione. Si noti che le componenti lungo  $x$  di  $R$  sono uguali e opposte. In forma canonica si ha:

$$\ddot{x} = \frac{b}{M} \dot{x} - \frac{T}{M} \sin \theta \quad (2.4)$$

- **Moto di Surge**

Si consideri il moto di traslazione del mezzo perpendicolarmente al piano delle ali. Per un determinato angolo di roll  $\theta$ , la traslazione è effettuata dalle componenti parallele all'asse  $z$  della spinta  $T$  e contrastata dalla forza peso:

$$M \ddot{z} = T \cos \theta - b \dot{z} - Mg \quad (2.5)$$

In forma canonica si ha:

$$\ddot{z} = -\frac{b}{M} \dot{z} + \frac{T}{M} \cos \theta - g \quad (2.6)$$

## 2.2 Modello del Sistema

Le equazioni ricavate sopra portano a un modello non lineare, per la presenza di funzioni seno e coseno. Si riscriverà quindi il modello in forma di spazio di stato e si procederà poi con la linearizzazione.

### 2.2.1 Modello non Lineare

Le tre equazioni corrispondenti al moto in forma canonica sono:

$$\begin{cases} \ddot{\theta} = -\frac{B}{J_{eq}}\dot{\theta} + \frac{RL}{J_{eq}} & (roll) \\ \ddot{x} = \frac{b}{M}\dot{x} - \frac{T}{M}\sin\theta & (sway) \\ \ddot{z} = -\frac{b}{M}\dot{z} + \frac{T}{M}\cos\theta - g & (surge) \end{cases}$$

E' conveniente riportare il modello nella forma

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (2.7)$$

Definiamo perciò il vettore di stato  $x$

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ x \\ \dot{x} \\ z \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}$$

e i vettori di ingresso  $u$  e di uscita  $y$

$$\mathbf{u} = \begin{bmatrix} T \\ R \end{bmatrix}; \quad \mathbf{y} = \begin{bmatrix} \theta \\ x \\ z \end{bmatrix}$$

Il modello nella forma di (2.14) è:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J_{eq}}x_2 + \frac{L}{J_{eq}}u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = \frac{b}{M}x_4 - \frac{\sin x_1}{M}u_1 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -\frac{b}{M}x_6 + \frac{\cos x_1}{M}u_1 - g \end{cases}$$

Si procede allora con la ricerca di punti di equilibrio al fine di ricavare un modello linearizzato che approssimi sufficientemente il comportamento del sistema negli intorni di questi punti.



### 2.2.2 Punti di Equilibrio

I punti di equilibrio, supponendo gli ingressi  $\mathbf{u}$  costanti, sono le soluzioni di

$$\dot{\mathbf{x}} = 0$$

La risoluzione del sistema di equazioni conduce a:

$$\begin{cases} x_2 = 0 = \frac{L}{B}u_2 \\ x_4 = 0 = \frac{\sin x_1}{b}u_1 \\ x_6 = 0 = \frac{\cos x_1}{b}u_1 - \frac{Mg}{b} \end{cases}$$

Si è interessati alla posizione di equilibrio in cui il velivolo si trova in posizione parallela al terreno, ossia per  $x_1 = \theta = 0$ . Si ottengono così gli ingressi costanti per cui il sistema è in equilibrio:

$$\mathbf{u}_{eq} = \begin{bmatrix} Mg \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

Mentre i punti di equilibrio corrispondenti sono (fissato  $x_1 = 0$ ):

$$\mathbf{x}_{eq} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ x_{3eq} \\ 0 \\ x_{5eq} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.9)$$

### 2.2.3 Linearizzazione

Si procede a linearizzare il sistema nell'intorno dei punti di equilibrio, e i corrispettivi ingressi, trovati in 2.8 e 2.9. Lo sviluppo al primo ordine secondo Taylor è:

$$f(x(t), u(t)) = f(x_{eq}, u_{eq}) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial x} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})} (x - x_{eq}) + \left. \frac{\partial f(x, u)}{\partial u} \right|_{(x_{eq}, u_{eq})} (u - u_{eq}) \quad (2.10)$$

e quindi:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -\frac{B}{J_{eq}}x_2 + \frac{L}{J_{eq}}u_2 \\ \dot{x}_3 = x_4 \\ \dot{x}_4 = -gx_1 + \frac{b}{M}x_4 \\ \dot{x}_5 = x_6 \\ \dot{x}_6 = -\frac{b}{M}x_6 + \frac{1}{M}(u_1 - Mg) \end{cases}$$

Si vuole ora rappresentare in forma di spazio di stato il sistema linearizzato:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (2.11)$$

dove le matrici  $A, B, C, D$  sono:

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J_{eq}} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ -g & 0 & 0 & \frac{b}{M} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{b}{M} \end{bmatrix}; \quad B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{L}{J_{eq}} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{1}{M} & 0 \end{bmatrix};$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

dove per consentire la scrittura matriciale si è riformulato l'ingresso  $u_1 = T$  in  $u_1 = T - Mg$ .

## 2.2.4 Funzioni di Trasferimento

Da (2.11) si applica la trasformata di Laplace al fine di ricavare le funzioni di trasferimento dagli ingressi  $u(t)$  alle uscite  $y(t)$ . In notazione matriciale:

$$\begin{cases} X(s) = (sI - A)^{-1}BU(s) \\ Y(s) = CX(s) \end{cases}$$

dove  $X(s)$ ,  $Y(s)$  e  $U(s)$  indicano la trasformata di Laplace componente per componente dei vettori  $x(t)$ ,  $y(t)$  e  $u(t)$  rispettivamente. Si ricava

$$Y(s) = W(s)U(s) \quad (2.12)$$

con

$$W(s) = C(sI - A)^{-1}B = \begin{bmatrix} 0 & \frac{L}{s(J_{eq}s + B)} \\ 0 & -\frac{gL}{s^2(J_{eq}s + B)(s - \frac{b}{M})} \\ \frac{1}{s(Ms + b)} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.13)$$

Le tre funzioni di trasferimento risultano essere:

- $W_1 = \frac{L}{s(J_{eq}s + B)}$  dall'ingresso  $u_2 = R$  all'uscita  $y_1 = \theta$ ;
- $W_2 = -\frac{gL}{s^2(J_{eq}s + B)(s - \frac{b}{M})}$  dall'ingresso  $u_2 = R$  all'uscita  $y_2 = x$ ;
- $W_3 = \frac{1}{s(Ms + b)}$  dall'ingresso  $u_1 = T$  all'uscita  $y_3 = z$ .



## Capitolo 3

# Progettazione dei Controllori

In questo capitolo si procederà con lo sviluppo di controllori per ciascuna funzione di trasferimento, ottenute dalla linearizzazione. La funzione di ciascun controllore, dipendentemente dalla funzione di trasferimento, sarà di garantire stabilità al sistema o ottenere sufficiente rapidità nelle risposte a segnali di riferimento.

Si tratterà prima il controllo di posizione verticale, in quanto la funzione di trasferimento associata è *SISO* e può essere perciò trattata indipendentemente dalle altre due. Successivamente, le funzioni di trasferimento  $W_1$  e  $W_2$ , dipendenti dallo stesso ingresso, richiederanno un'analisi della struttura del loro loop di controllo più approfondita.

Per lo sviluppo e la validazione dei controllori si utilizzerà l'ambiente *Matlab* con l'ausilio del pacchetto *Control System Toolbox (CST)*.

Infine verrà realizzato un modello *Simulink* per simulare il sistema, ed esso sarà utilizzato nel capitolo successivo per validare i controllori.

## 3.1 Controllo di Posizione Verticale $z$

### 3.1.1 Obiettivi

Per ciascuna delle funzioni di trasferimento, il requisito fondamentale è la stabilità della parte di sistema che esse rappresentano. Una volta che essa viene garantita, si richiedono delle determinate caratteristiche di rapidità e precisione della risposta.

Per quanto riguarda la posizione verticale, si vuole che il velivolo, in risposta a un comando di posizione verticale, si sollevi in un tempo sufficientemente rapido, una volta fissata una quota desiderata. Inoltre, si vuole garantire che il mezzo non superi la quota obiettivo per poi riassestarsi, poichè ciò impatterebbe sull'efficienza del velivolo stesso. Si possono tradurre queste specifiche in:

- Il mezzo deve raggiungere il 90% della quota di regime in al più 5 secondi;
- La risposta del mezzo al riferimento non deve presentare *overshoot*, ossia il velivolo non deve superare la quota di regime nel periodo transitorio prima del raggiungimento della posizione di riferimento.

### 3.1.2 Controllo

La funzione di trasferimento  $W_3$ , una volta inseriti i valori riportati in tabella e semplificata, risulta essere:

$$W_3 = \frac{0.0005}{s(s + 0.075)}$$

La funzione da controllare è perciò  $T_3 = W_3 \cdot G$ , dal comando  $u_3$  all'uscita  $z$ :

$$T_3 = \frac{100}{s(s + 200)(s + 0.075)} \quad (3.1)$$

che è stabile per la presenza di poli unicamente nel semipiano negativo.

Inoltre, la presenza del polo integratore garantisce l'inseguimento perfetto di segnali a gradino. E' necessario unicamente quindi migliorare la rapidità della risposta. Si può ottenere ciò lavorando sul diagramma di Bode di  $T_3$ :

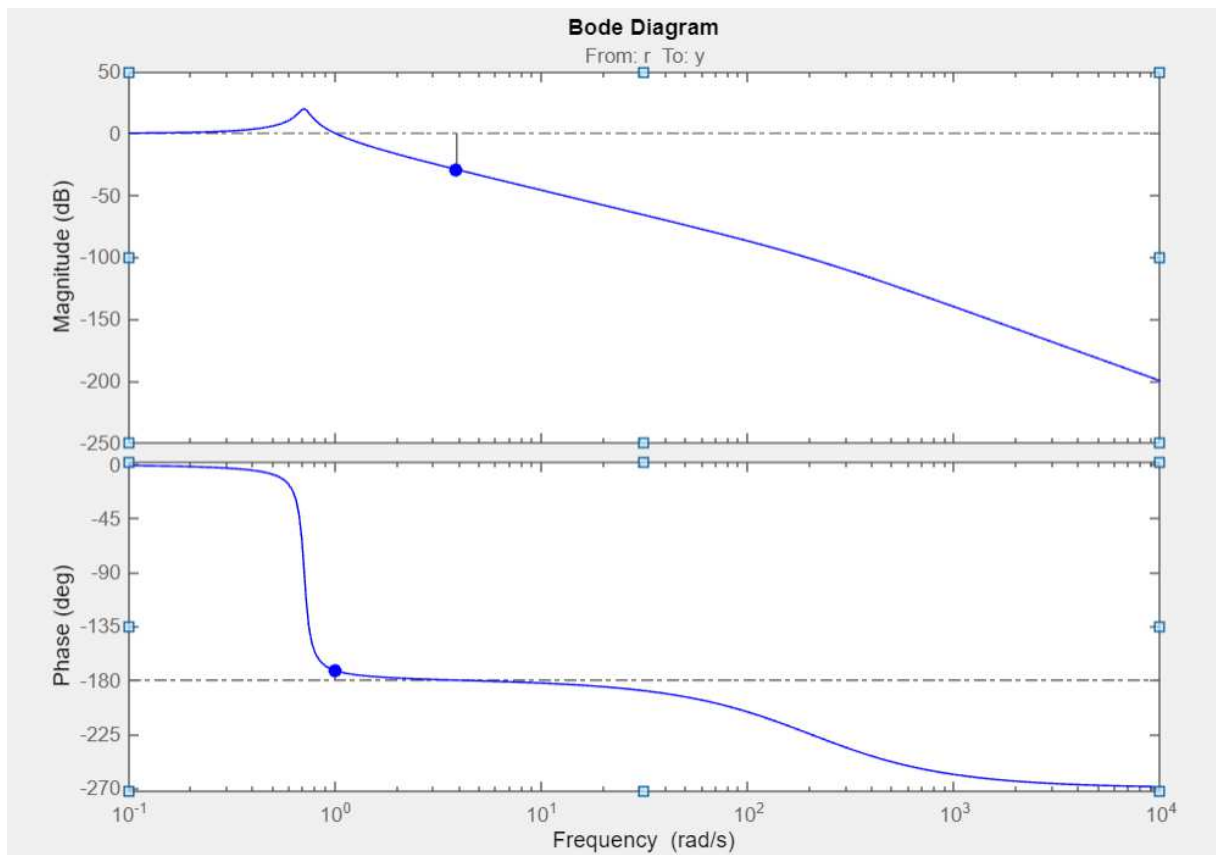


Figura 3.1: Diagramma di Bode di  $T_3$

Si vuole aumentare il margine di fase e di guadagno per accelerare la risposta e fornire maggiore robustezza. Si sceglie quindi di utilizzare una rete anticipatrice, del tipo:

$$C_3(s) = k_3 \frac{s + z_1}{s + p_1}; \quad z_1 < p_1 \quad (3.2)$$

Una scelta ottimale è posizionare uno zero semplice a basse frequenze (circa in  $\omega = 10^{-2}$  per garantire un sufficiente margine di fase) e aggiungere un polo semplice in alta frequenza per garantire la realizzabilità del controllore senza alterare sensibilmente le dinamiche.

Successivamente tramite il *Control System Designer* del *CST* si può studiare come varia la risposta al gradino in base alla modifica del guadagno  $k_3$  ed eventualmente aggiustare la posizione di zeri e poli.

Si giunge ai valori per (3.2) pari a:

$$C_3(s) = 128.26 \frac{s + 0.075}{s + 100} \quad (3.3)$$

## 3.2 Controllo di Posizione Orizzontale $x$

Per affrontare il controllo di  $W_2$  e  $W_1$  è necessario osservare che entrambe dipendono dallo stesso ingresso  $R$ .

Si tratta quindi di un sistema a singolo input ma con due output, e perciò è necessario tenere in considerazione che l'inserimento di un controllore per  $W_2$  altera la funzione di trasferimento del loop di controllo di  $W_1$ . Si è scelto quindi di affrontare questo problema di controllo suddividendolo in due sottosistemi *SISO*, per poi ricombinare i risultati. Si procederà quindi alla progettazione del controllore  $C_2$  di posizione orizzontale, il quale dovrà garantire la stabilità di tale sottosistema, e successivamente si realizzerà il controllore di posizione angolare includendo  $C_2$  nella determinazione della funzione di trasferimento.

### 3.2.1 Obiettivi

Per quanto riguarda la posizione orizzontale, si vuole garantire il mantenimento della stabilità per piccoli spostamenti dalla posizione di equilibrio, tollerando che la posizione di riferimento venga superata purchè di poco.

Inoltre si vuole che l'assestamento sulla posizione di equilibrio si raggiunga in un tempo ridotto, al fine di non impattare sulla traiettoria di volo del mezzo.

In particolare si richiede che:

- Il picco massimo della risposta del sistema al riferimento di posizione sia inferiore al 15% dell'ampiezza del riferimento;
- Il *Settling Time* al 99% del valore della risposta sia inferiore a 1 secondo.

### 3.2.2 Controllo

Sostituiti i valori in tabella e fatte le opportune semplificazioni, la funzione di trasferimento  $W_2$  è:

$$W_2 = \frac{-0.001962}{s^2(s - 0.075)(s + 0.003)}$$

Tenendo conto del sistema di trasmissione del comando  $G$ , la funzione da controllare risulta essere:

$$T_2 = \frac{-392.4}{s^2(s + 200)(s - 0.075)(s + 0.003)} \quad (3.4)$$

La presenza di un polo a parte reale positiva rende il sistema instabile. La progettazione del controllore dovrà anche tenere in considerazione la stabilizzazione del sistema, oltre alle specifiche. Per la creazione di  $C_2$  si ricorre all'analisi del *Root Locus* positivo di  $T_2$ , qui sotto riportato:



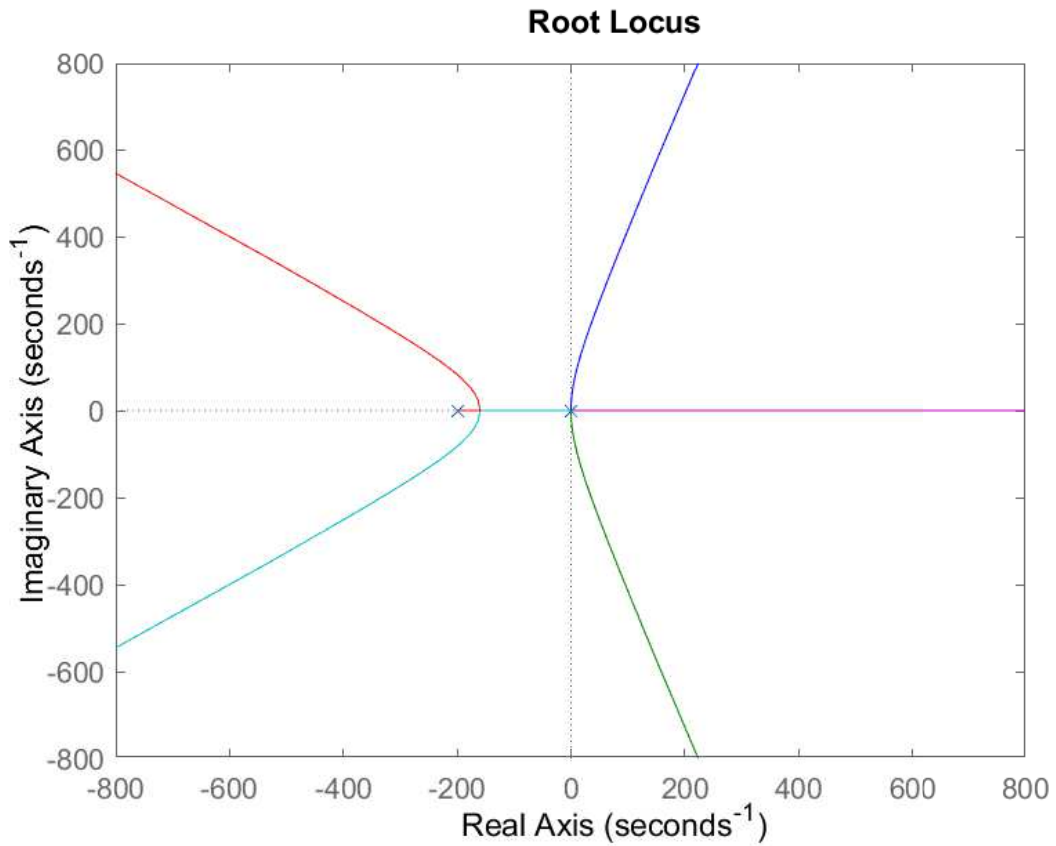


Figura 3.2: *Root Locus* per valori di  $k > 0$  di  $T_2$

Dalla figura si evince che un controllore proporzionale non è sufficiente a garantire la stabilità, in quanto nessun valore della costante proporzionale mancherebbe i rami nel semipiani sinistro. Inoltre, nel *Root Locus* positivo il posizionamento dei rami rende difficile ottenere la stabilità con aggiunte di zeri o poli.

Si considera allora il *Root Locus* negativo ( $k < 0$ ) e si sfrutta la proprietà degli zeri di "attrarre" a sé i rami, per far sì che essi pieghino verso il semipiano negativo.

Si è scelto di posizionare alcuni zeri (3 sono sufficienti a fornire rapidità nella risposta) nelle frequenze dell'ordine di  $\approx 10^0 \text{ rad/s}$ , e di inserire altrettanti poli in alta frequenza per garantire la realizzabilità del controllore.

Il *Root Locus* risultante è il seguente:

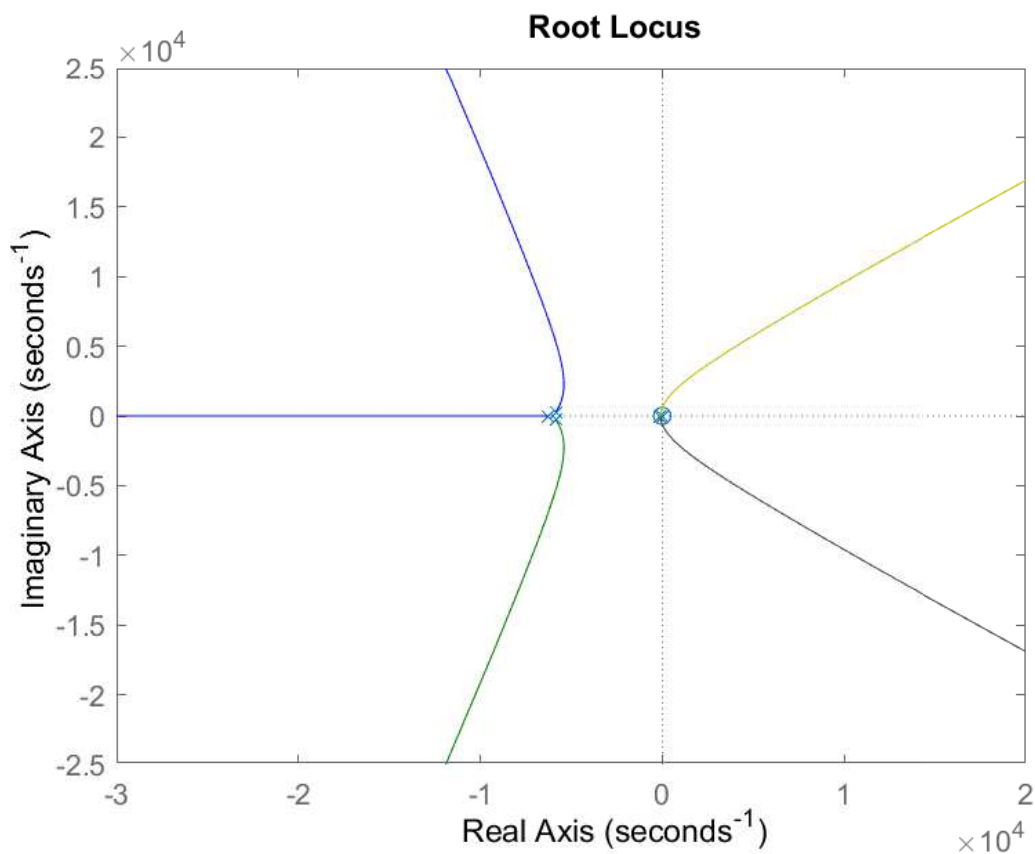


Figura 3.3: *Root Locus* di  $T_2$  con azione di controllo,  $k < 0$

Viene riportato anche uno zoom del *Root Locus* dove si trovano gli zeri inseriti:

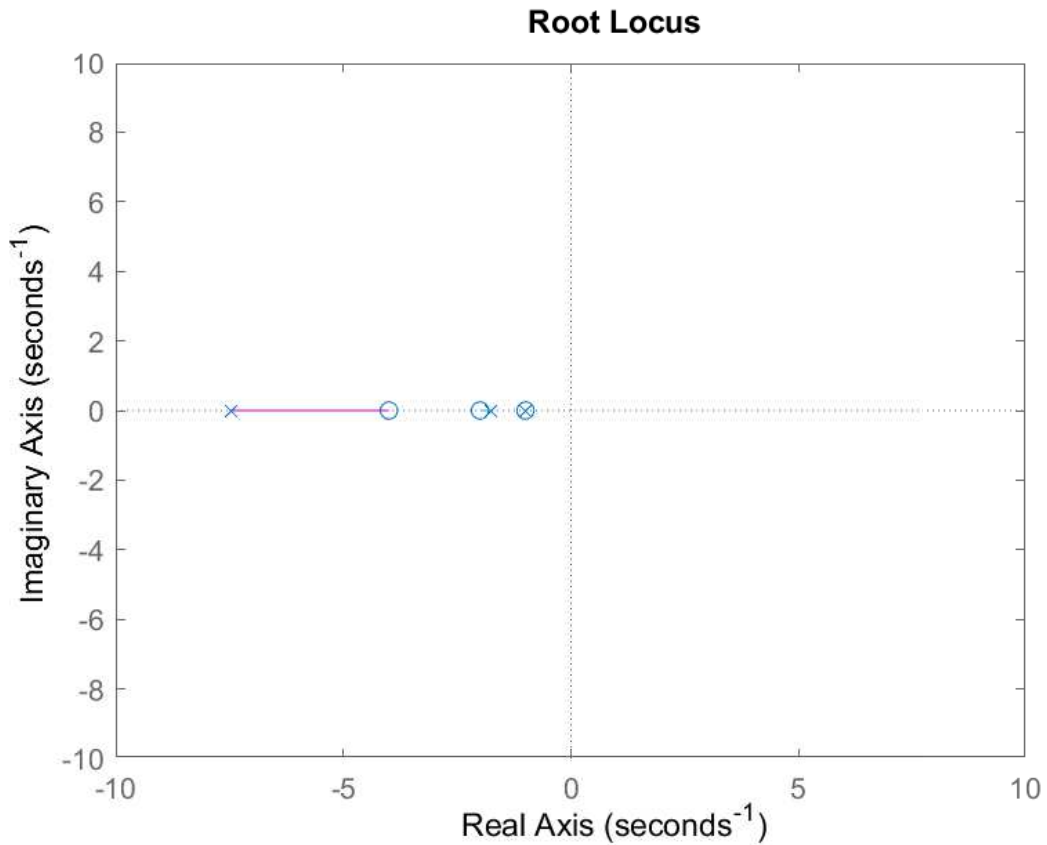


Figura 3.4: Zoom del *Root Locus* nei valori  $[-10,10] \times [-10,10]$

Si può osservare che per un determinato valore della costante proporzionale, i poli sono contenuti nel semipiano negativo garantendo la stabilità. Con le scelte effettuate si perviene a un controllore nella forma:

$$C_2(s) = -2.7 \cdot 10^{11} \frac{(s + 2)(s + 4)(s + 1)}{(s + 6000)^3} \quad (3.5)$$

### 3.3 Controllo di Posizione Angolare $\theta$

Una volta stabilizzata la posizione orizzontale, il controllo della posizione verticale va effettuato tenendo conto della presenza di  $C_2$ .

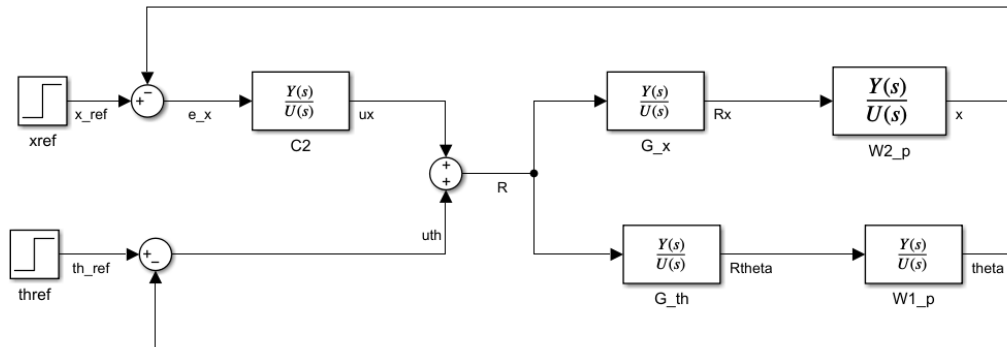


Figura 3.5: Schema a blocchi del sistema di controllo di  $x$  e  $\theta$

La figura rappresenta lo schema di controllo in cui è stato inserito il controllore  $C_2$  appena progettato e evidenzia la dipendenza della funzione di trasferimento dall'ingresso  $R$  all'uscita  $\theta$ ,  $T_1^*$ , dal ramo di controllo di  $T_2$ .

Con alcuni passaggi di algebra degli schemi a blocchi, si perviene alla funzione di trasferimento da controllare, cioè:

$$T_1^*(s) = \frac{G(s)W_1(s)}{1 + C_2(s)G(s)W_2(s)} \quad (3.6)$$

#### 3.3.1 Obiettivi

Il controllo della posizione angolare è delicato sotto due punti di vista: per prima cosa vista la complessità della struttura da controllare è difficile ottenere l'inseguimento perfetto del segnale di riferimento in tempi rapidi e senza *overshoot*. Per questo, si è disposti a tollerare che a regime il sistema presenti un errore rispetto al riferimento, purchè esso sia sufficientemente trascurabile. Inoltre è essenziale che nell'operazione di virata eseguita nel moto di *roll* il sistema oscilli il meno possibile nell'intorno della posizione angolare desiderata.

Queste richieste si possono tradurre come:

- A regime il segnale errore  $e = |y_1 - \theta_{ref}|$  deve essere inferiore in modulo al 5% del valore di riferimento;
- L'overshoot massimo del sistema si mantiene inferiore al 10% .

### 3.3.2 Controllo

Sostituiti i valori, la funzione di trasferimento considerata si presenta come:

$$T_1^*(s) = \frac{40s(s + 6000)^3(s - 0.075)}{(s + 6389)(s + 4.941)(s + 1.874)(s + 1.007)(s^2 + 186.4s + 9245)(s^2 + 1.162 \cdot 10^4s + 3.387 \cdot 10^7)}$$

I poli di questa equazione sono tutti a parte reale positiva e il sistema è quindi stabile.

Per questo controllore viene utilizzato un PID con derivata reale, nella forma:

$$PID(s) = K \frac{s^2 + Bs + C}{s(\tau s + 1)}$$

dove  $K$ ,  $B$ ,  $C$  e  $\tau$  sono opportune costanti regolabili. Per la presenza di uno zero in 0, è necessario aggiungere un ulteriore integratore al PID per l'inseguimento di segnali costanti. Infine si può migliorare la velocità della risposta aggiungendo uno zero semplice, mantenendo comunque la funzione propria.

Si regolano quindi opportunamente le costanti per rispettare le richieste delle specifiche.

Il controllore risultante è:

$$C_1(s) = 2122 \cdot 10^5 \frac{(s + 15)(s + 13)(s + 2.9)}{s^2(s + 400)} \quad (3.7)$$

dove si è scelto di fattorizzare la funzione nel prodotto di zeri e poli per mostrare la loro posizione.

### 3.4 Validazione in Simulink

Dopo aver progettato i controllori adeguati allo scopo, si vuole validare la loro efficacia attraverso la simulazione in ambiente *Simulink* del funzionamento del sistema non lineare con loop di controllo. A tal fine, si è realizzato un modello non lineare del sistema, riportato nell'immagine seguente.

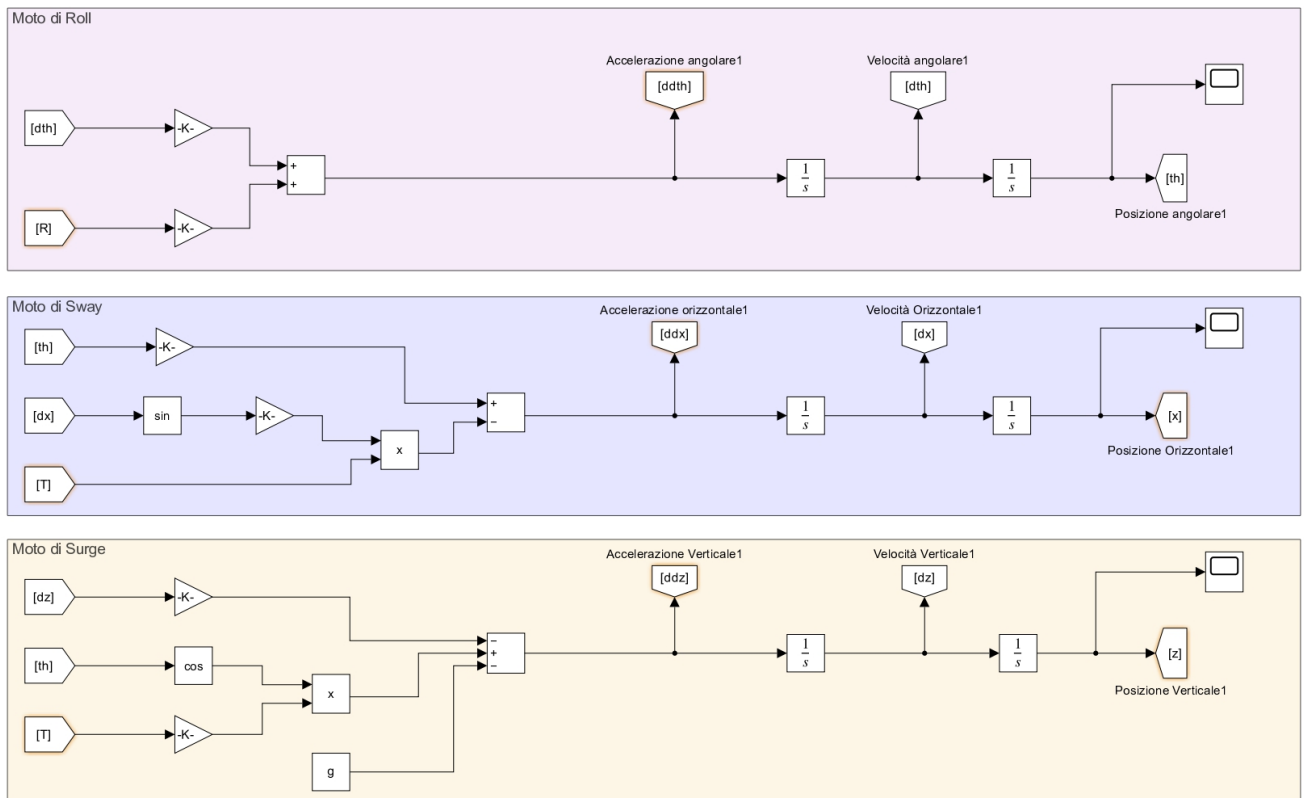


Figura 3.6: Modello Simulink del sistema non lineare

Il modello è stato costruito secondo la tecnica della *Chain of Integrators*: sono implementate le equazioni del cap. (2.2.1) in forma canonica, le quali forniscono come risultato le derivate seconde di  $\ddot{\theta}$ ,  $\ddot{x}$  e  $\ddot{z}$ . Successivamente attraverso l'impiego di blocchi integratori si estraggono le variabili di stato di ordine inferiore, e in particolare le variabili di output  $\theta$ ,  $x$  e  $z$ .

Vengono successivamente (fig. 3.7) prese le variabili di output e sottratte ai rispettivi segnali di riferimento, realizzando così la retroazione unitaria negativa.

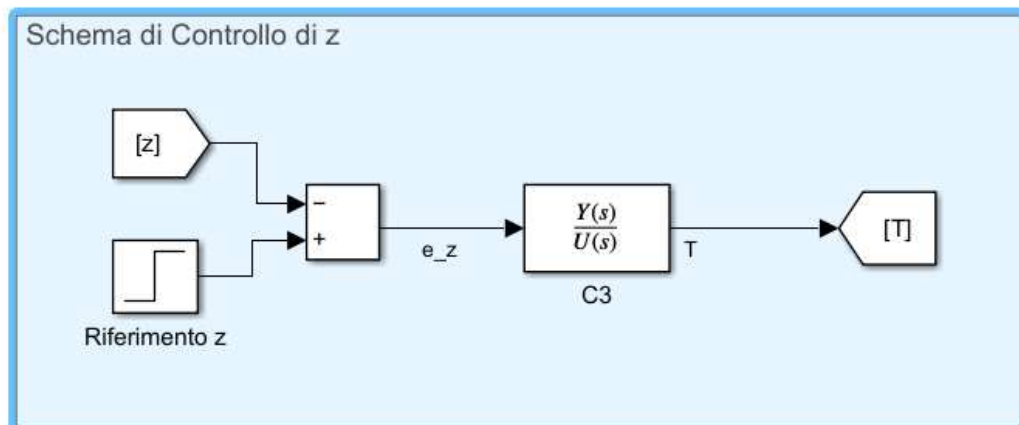
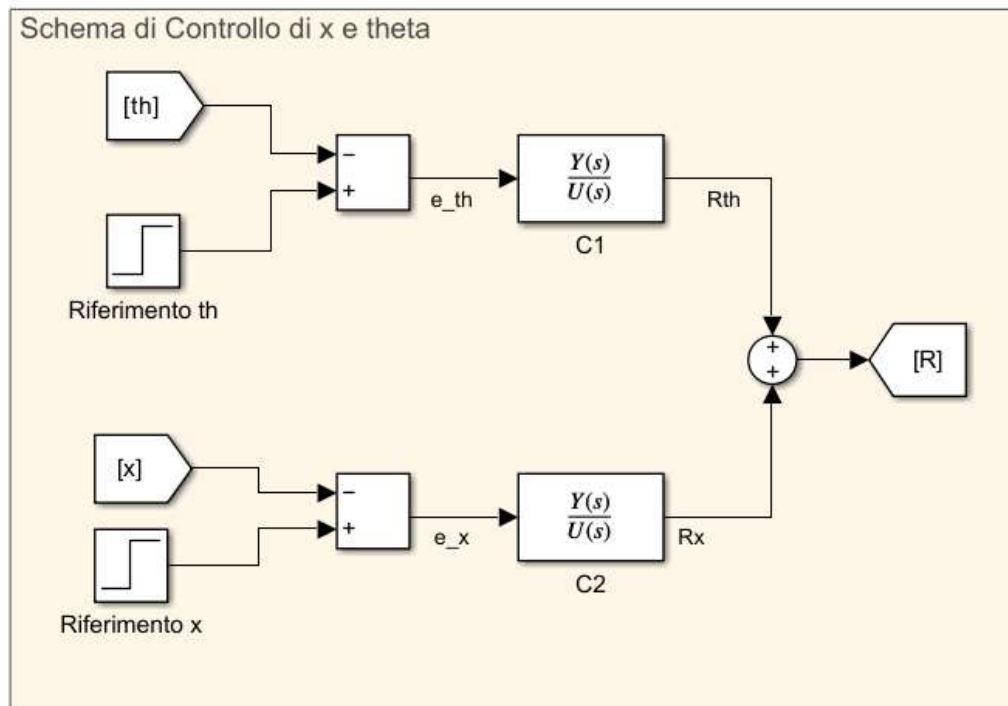


Figura 3.7: Schemi di Controllo per il sistema non lineare

In particolare per il controllo delle variabili  $\theta$  e  $x$  si riprende lo schema di controllo mostrato in 3.5, dove quindi la spinta  $R$  è generata dalle azioni dei due controllori  $C_1$  e  $C_2$ .

I test per la validazione sono effettuati su segnali di riferimento a gradino che vogliono rappresentare il comando di posizione fornito al sistema di controllo. I riferimenti sono:

1. Segnale di riferimento di posizione angolare  $\theta$  di ampiezza  $A_\theta = \pi/8 \text{ rad}$ , che rappresenta un ridotto angolo di virata intorno al punto di equilibrio  $\theta_{eq} = 0 \text{ rad}$ ;
2. Segnale di riferimento di posizione orizzontale  $x$  di ampiezza  $A_x = 1 \text{ m}$ , che rappresenta un piccolo spostamento del mezzo dalla posizione iniziale di equilibrio;
3. Segnale di riferimento di posizione verticale  $z$  di ampiezza  $A_z = 75 \text{ m}$ , che rappresenta una quota desiderata per il decollo del mezzo.

La simulazione è condotta su un tempo di 10 secondi, mentre i grafici risultati sono riportati su diversa scala temporale per maggiore chiarezza nelle dinamiche del sistema. Il simulatore utilizza un risolutore *ode45*, a passo variabile, con *step-size* aggiornato progressivamente e tolleranza relativa d'errore di 0.001.



# Capitolo 4

## Conclusioni e Risultati

### 4.1 Risultati della simulazione

Sono ora mostrati i grafici risultanti dall'esecuzione della simulazione. Le risposte dei tre sistemi sono state osservate tramite degli *scope* dal modello e i dati sono poi stati esportati su *Matlab* dove sono stati elaborati e riportati su grafico.

#### 4.1.1 Risultati della Simulazione - $z$

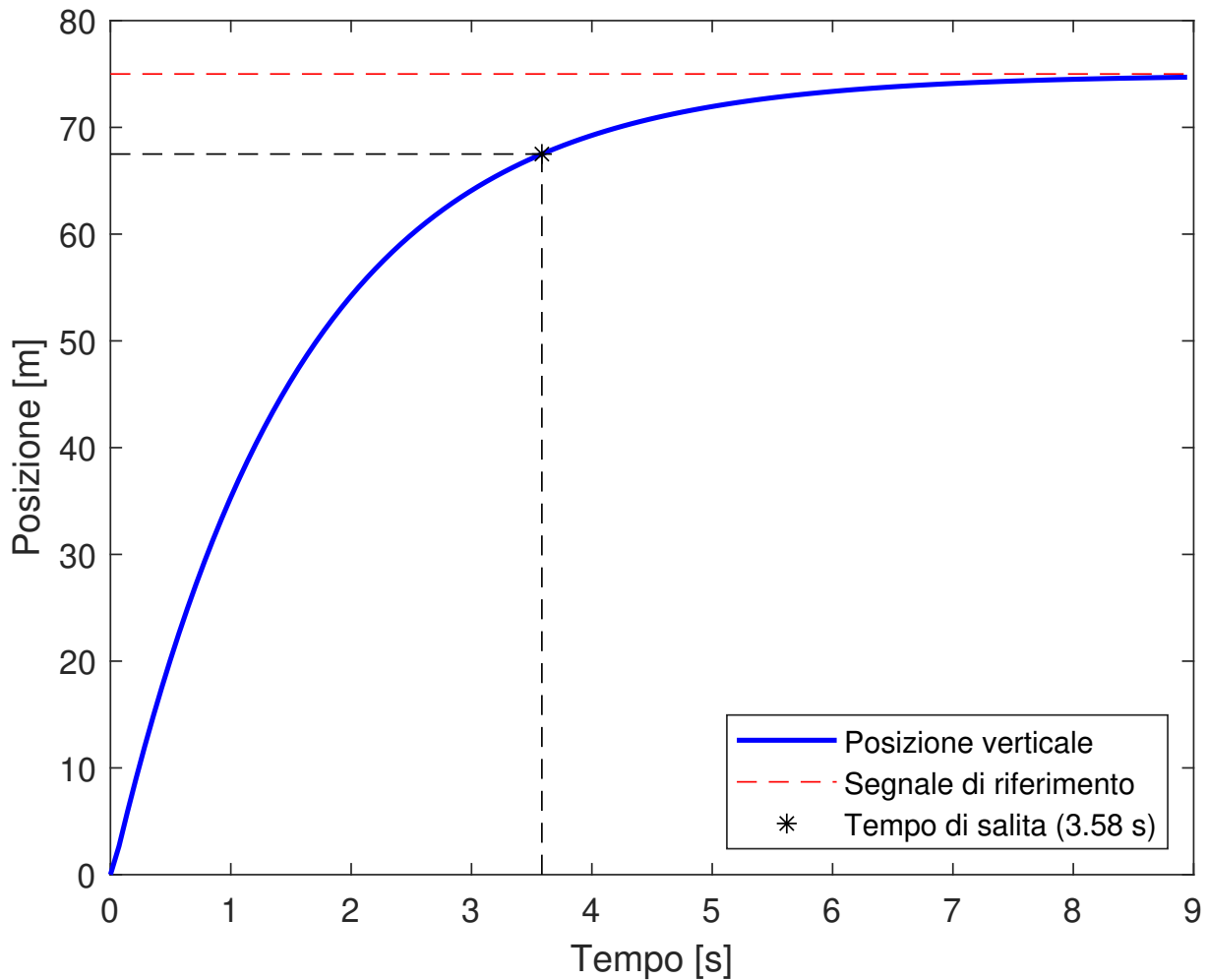


Figura 4.1: Risposta a riferimento  $z$

Le specifiche sulla risposta (sez. 3.1.1) richiedevano che essa raggiungesse la quota di regime in un tempo sufficientemente rapido e che non fosse presente *overshoot*. Dall'osservazione del grafico, si nota che la risposta del sistema non presenta *overshoot*, rimanendo sempre al di sotto del valore di riferimento. Inoltre, il raggiungimento del 90% della posizione obiettivo avviene in 3.58 s. Le specifiche sono così rispettate e il controllore è stato correttamente progettato.

#### 4.1.2 Risultati della Simulazione - $x$

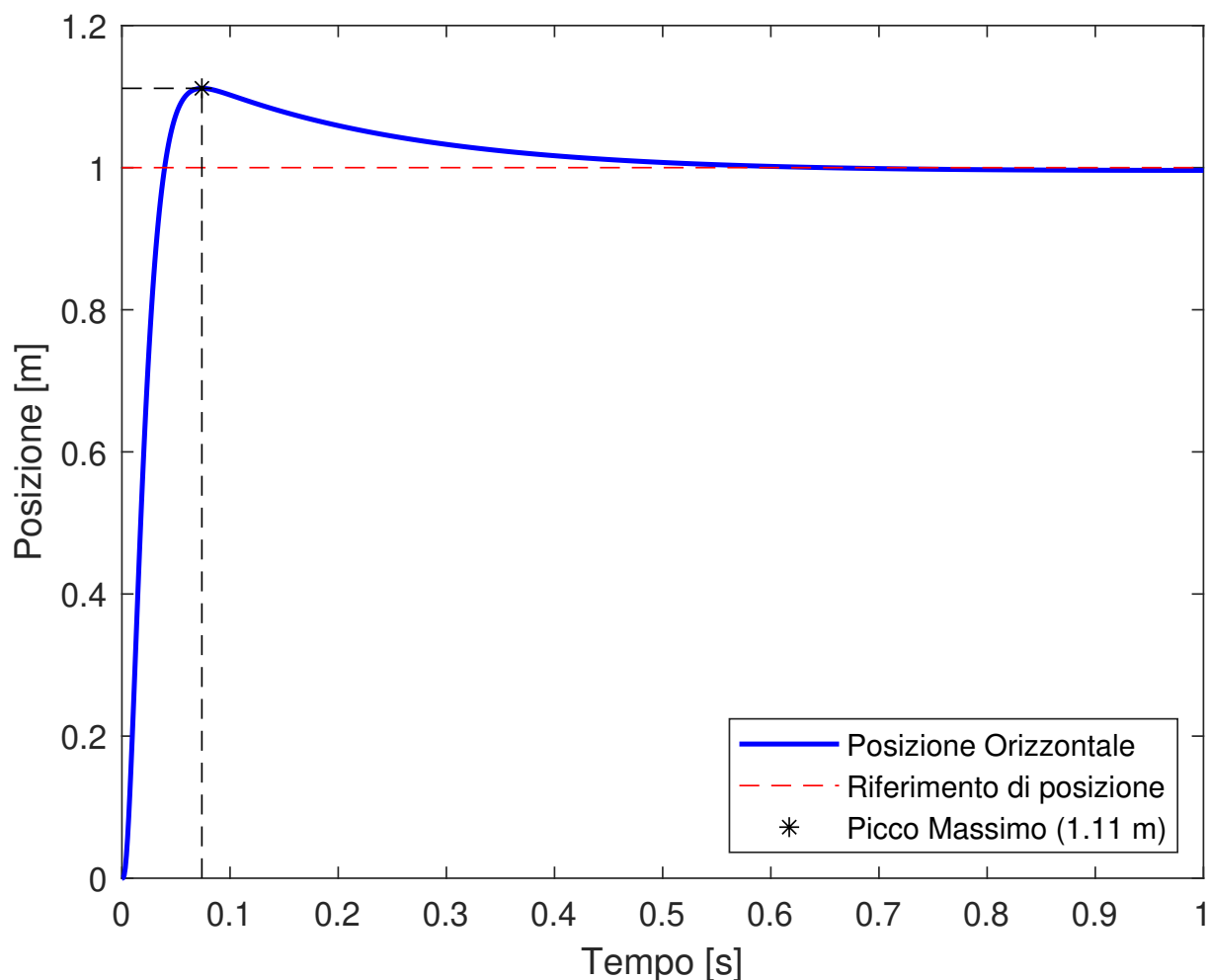


Figura 4.2: Risposta a riferimento  $x$

Le specifiche sulla risposta (sez. 3.2.1) richiedevano che per piccoli spostamenti (1 metro) dalla posizione orizzontale di equilibrio il sistema fosse in grado di rimanere stabile nella nuova posizione discostandosi il meno possibile nel suo raggiungimento, inoltre si desiderava che ciò avvenisse precisamente e in un tempo ridotto.

Dall'osservazione del grafico, si vede che la risposta ha un picco massimo pari a 1.11 m, eccedendo perciò il riferimento dell'11%. Inoltre dall'analisi della risposta risulta un *settling time* al 99% pari a 0.46 s. Di conseguenza le specifiche sono rispettate e il controllore è adeguato.

### 4.1.3 Risultati della Simulazione - $\theta$

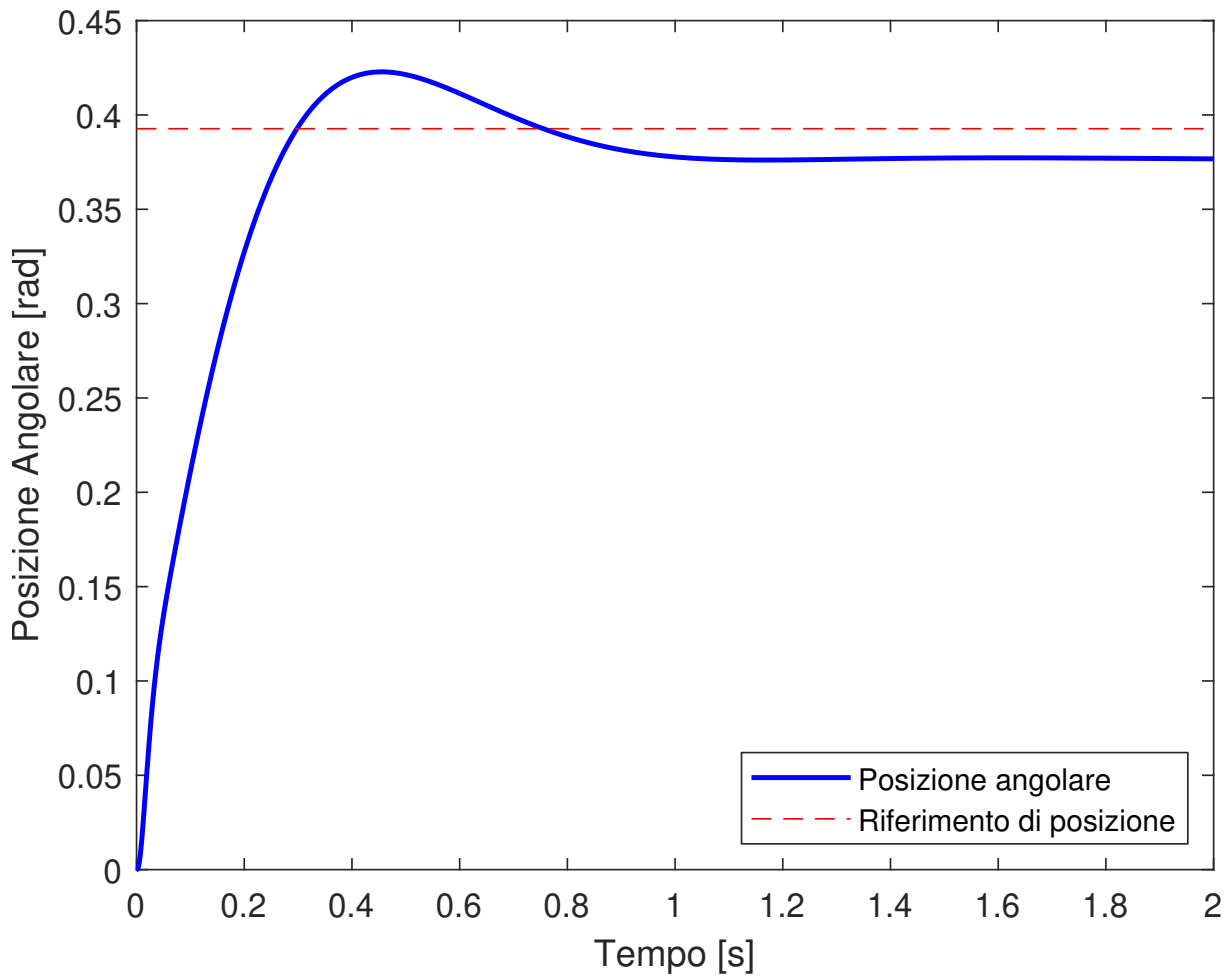


Figura 4.3: Risposta a riferimento  $\theta$

Le specifiche della risposta (sez. 3.3.1) richiedevano che l'errore di inseguimento a regime fosse sufficientemente basso relativamente al riferimento. Inoltre si richiedeva che in caso di presenza di assestamenti al di sopra della posizione di riferimento, questi fossero minimi.

Analizzando la figura, si verifica che la risposta si attesta sul valore di  $0.377 \text{ rad/s}$ , portando a un errore a regime pari al 4.07%, tollerabile per il sistema in questione.

L'*overshoot* inoltre è al 9.806%, garantendo quindi che la risposta nel suo assestamento non ecceda la posizione angolare di riferimento per ampiezze inaccettabili. Le specifiche sono quindi rispettate e il controllore progettato è valido.

## 4.2 Considerazioni finali

Lo studio del modello di un mezzo VTOL ha permesso di derivare una descrizione sufficientemente precisa, limitatamente ai moti che si è voluto affrontare, delle dinamiche del sistema.

La linearizzazione di queste ultime ha permesso di derivare equazioni lineari che approssimasero operativamente il funzionamento del velivolo negli intorno dei punti di equilibrio.

A partire da queste equazioni sono stati progettati dei controllori che hanno avuto la funzione sia di migliorare la responsività del sistema a comandi di posizione, sia a garantire che esso rimanesse stabile nell'intorno dei punti di equilibrio.

Infine si è realizzato un modello *Simulink* che mostrasse il funzionamento del sistema non lineare e che permettesse di testare i controllori progettati. E' così stato validato il lavoro di progettazione eseguito e ne sono stati mostrati i risultati.

Sebbene le tecniche di controllo e di modellizzazione utilizzate non rappresentino lo stato dell'arte, e nonostante siano state effettuate semplificazioni e assunzioni, l'obiettivo di questo lavoro è di fornire una base di studio per successivi studi dell'argomento e di incentivare la trattazione di modelli non affrontati in questa sede. Alcuni studi futuri che possono essere svolti a partire da questa trattazione sono:

- Studio del volo longitudinale del mezzo VTOL
- Studio della dinamica di atterraggio del mezzo VTOL
- Tecniche di controllo sul sistema non lineare
- Sistemi di controllo per inseguimento di segnali non a gradino (rotte di volo)

Infine questo lavoro vuole porre l'attenzione su un settore dell'innovazione destinato a crescere negli anni a venire: da un lato nell'ambito militare la richiesta di velivoli in grado di operare in condizioni meno agevoli rispetto agli aerei tradizionali è inevitabilmente in crescita; è anche interessante notare tuttavia che un settore che sta investendo in queste tecnologie è la mobilità, pubblica e privata.

Infatti aziende, anche italiane come la *Leonardo* con il suo *AW609* [1], hanno iniziato a produrre VTOL con funzioni di trasporto privato, puntando a surclassare l'utilizzo di elicotteri e jet privati grazie alla velocità e il ridotto spazio di decollo e atterraggio.



Figura 4.4: *AW609* dell'azienda *Leonardo*, prodotto dal 2022

Sempre queste caratteristiche rendono il VTOL adatto come mezzo per servizi medici di emergenza o missioni di ricerca e soccorso, diventando un utile aggiunta ai mezzi in dotazione a Vigili del Fuoco e Polizia.

E' quindi evidente come nel futuro si assisterà alla diffusione di questi velivoli e allo sviluppo di nuove tecnologie per l'automazione dei sistemi di volo ad essi associate.

# Bibliografia

- [1] *AW609, quando il domani decolla dal tetto di casa*, 2022. indirizzo: <https://helicopters.leonardo.com/it/focus-detail/-/detail/revolutionary-aw609-tiltrotor-aircraft>.
- [2] D. McLean, *Automatic Flight Control Systems*. Prentice Hall, 1990.
- [3] M. Ilyas e S. Aziz, «Experimental Stability Analysis of Vertical Takeoff and Landing System Based on Robust Control Strategy,» *Applied Sciences*, 2023. indirizzo: <https://www.mdpi.com/2076-3417/13/20/11209>.
- [4] M. Bisiacco e G. Pillonetto, *Sistemi e Modelli*. Società Editrice Esculapio, 2017.
- [5] N. Pavan, «Design of Tiltrotor VTOL and Development of Simulink Environment for Flight Simulations,» tesi di dott., Indian Institute of Space Science e Technology, 2020.
- [6] G. J. Ducard e M. Allenspach, «Review of designs and flight control techniques of hybrid and convertible VTOL UAVs,» *Aerospace Science and Technology*, 2021. indirizzo: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1270963821005459>.
- [7] K. Kondak, M. Bernard, N. Meyer e G. Hommel, «Autonomously Flying VTOL-Robots: Modeling and Control,» in *Proceedings 2007 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2007.
- [8] J. Escareno, S. Salazar e R. Lozano, «Modelling and Control of a Convertible VTOL Aircraft,» in *Conference on Decision and Control, 2006 45th IEEE*, 2007.
- [9] L. Schenato, Dispense e appunti su: linearizzazione e equilibri operativi, modello "Chain of Integrators".