

Università degli Studi di Padova

FACOLTÀ DI INGEGNERIA Corso di Laurea Specialistica in Ingegneria Elettronica

TESI DI LAUREA

Modellizzazione elettromeccanica e studio del transitorio di attuazione di interruttori RF-MEMS per incrementare l'affidabilità in stress di ciclatura

Laureando: Vincenzo Ritrovato Matricola 586101 Relatore: Ch.mo Prof. Gaudenzio Meneghesso Correlatore: Ing. Augusto Tazzoli

# Indice

In	Introduzione						
1	Modellizzazione elettromeccanica degli switch RF-MEMS: anal-						
	isi statica						
	1.1	Descrizione fisica degli switch RF					
		1.1.1	Descrizione fisica degli switch RF resistivi	6			
		1.1.2	Descrizione fisica degli switch RF capacitivi	8			
	1.2	Costante elastica di uno switch RF-MEMS $\hdots$					
		1.2.1	Costante di molla di una trave ancorata ai due estremi $\ .$ .	9			
		1.2.2	Componente della costante di molla dovuta a stress residuo	12			
		1.2.3	Componente non lineare della costante di molla $\ .\ .\ .$ .	15			
		1.2.4	Effetto dei buchi nella trave	16			
		1.2.5	Costante di molla per travi Low-K	17			
		1.2.6	Costante di molla per travi a sbalzo	18			
		1.2.7	Costante elastica di una membrana circolare $\ . \ . \ . \ .$	19			
	1.3	3 Attuazione elettrostatica					
<b>2</b>	Modellizzazione elettromeccanica degli switch RF-MEMS: anal-						
	isi o	si dinamica					
	2.1	Analis	si lineare della dinamica di uno switch RF-MEMS: piccoli				
		sposta	amenti del ponte	25			
	2.2	Nozioni fondamentali di teoria dei gas					
	2.3	Il coefficiente di smorzamento					
	2.4	Analisi non lineare della dinamica di uno switch RF-MEMS: gran-					
		di spo	stamenti del ponte	29			
	2.5	Temp	o di switching	31			
	2.6	Temp	o di release	34			

3	Cal	colo de	ella risposta dinamica di uno switch RF-MEMS	35		
	3.1	Perchè	e è importante conoscere la dinamica di uno switch RF-MEMS	35		
	3.2	3.2 Modello elettromeccanico per dedurre la risposta dinamica		36		
	3.3 Stima dei parametri m,b,k del modello elett		dei parametri m, b,k del modello elettro meccanico 1D $% f(x) = \int f(x)  dx$	38		
		3.3.1	Descrizione della fase che dalle misure permette di arrivare			
			ai parametri m,b,k $\hdots$	38		
		3.3.2	Descrizione del setup di misura	40		
	3.4	Risolu	zione dell'equazione di d'Alembert con il metodo Runge-Kutta	44		
	3.5	Model	lizzazione dell'urto del ponte con i contatti	46		
4	Con	fronto	modello elettromeccanico 1D - misure dinamiche e			
	risultati nella ciclatura					
	4.1	Descri switch	zione del setup di misura per analizzare la dinamica di uno RF-MEMS	49		
	4.2	Confro	onto modellizzazione elettromeccanica 1D - misure dinamiche			
		relativ	amente ad una tipologia di dispositivi MEMS	50		
		4.2.1	Estrapolazione dei parametri m,b,k del modello dinamico .	51		
		4.2.2	Confronto misura - modello 1D	58		
	4.3	Miglio	ramento della dinamica di attuazione e risultati nello stress			
		di cicla	atura	69		
		4.3.1	Ricerca della forma d'onda di tensione che migliori la di-			
			namica di attuazione	69		
		4.3.2	Risultati nello stress di ciclatura	77		
	4.4	Risult	ati del test di ciclatura effettuato sui dispositivi shunt ret-	- ·		
		tangol	ari	81		
Co	Conclusione8Elenco delle figure8Bibliografia9					
El						
Bi						
Ri	Ringraziamenti					

# Introduzione

I sistemi microelettromeccanici (MEMS) offrono una grande promessa per l'integrazione di sensori, attuatori, elaborazione del segnale e comunicazioni. Implementare sistemi Smart in miniatura che interagiscono con il mondo fisico, eseguire calcoli e comunicare con altri sistemi sono gli obiettivi ultimi della tecnologia MEMS. Tuttavia, le ridotte dimensioni dei dispositivi MEMS e le superfici ampie in rapporto al volume totale, aumentano l'importanza delle forze di superficie, fino al punto in cui queste influenzano notevolmente le prestazioni dei dispositivi. Gli interruttori MEMS sono un esempio di una tecnologia nuova e promettente che richiede un controllo delle forze di superficie. Gli switch MEMS offrono prestazioni notevoli e miglioramenti rispetto agli interruttori elettromeccanici e allo stato solido. Sono molto promettenti in un gran numero di applicazioni commerciali, aerospaziali e militari particolarmente nelle applicazioni alle radio frequenze RF. I vantaggi degli switch MEMS sono:

- alta linearità
- basse perdite di inserzione
- buon isolamento
- basso consumo di potenza
- dimensioni ridotte
- basso costo

I potenziali benefici di questa tecnologia hanno portato a sforzi considerevoli nello sviluppo degli switch MEMS in campo industriale, governativo e accademico, ma molti problemi rimangono, prima che possano essere commercializzati. Infatti i microrelè devono offrire la stessa affidabilità dei convenzionali relè per essere inseriti nel mercato. Tra le tecnologie utilizzate attualmente nei sistemi RF, i relè elettromeccanici offrono le migliori prestazioni in termini di basse perdite di inserzione, alto isolamento e buona tenuta in potenza, ma sono grandi, lenti e costosi e in più poco affidabili. Gli switch allo stato solido (transistor FET in



Figura 1: Esempi di dispositivi MEMS e RF-MEMS.

GaAs e diodi p-i-n) offrono un'integrazione a livello di chip, piccole dimensioni, tempi di switching bassi, eccellente durabilità e basso costo, ma generalmente non danno buone prestazioni in applicazini a banda larga, hanno alte perdite di inserzione e poco isolamento. Tra gli switch elettromeccanici e allo stato solido c'è generalmente un trade-off tra le alte prestazioni in frequenza dei primi e le dimensioni ridotte, i bassi costi e la velocità di switching offerti dai secondi. L'attrazione dei MEMS è data dall'offrire le prestazioni in frequenza degli interruttori elettromeccanici assieme alle dimensioni e i costi contenuti degli interruttori allo stato solido. Le applicazioni degli switch MEMS sono svariate:

- comunicazioni wireless e satellitari
- radar
- test di sistemi automatizzati
- strumentazione
- automotive

Le applicazioni nei sistemi di comunicazione RF includono:

- phase shifters
- sistemi front-ends
- phased array antennas
- digitized capacitor banks

• handsets

Gli switch RF-MEMS sono anche particolarmente applicabili a sistemi riconfigurabili.

Il lavoro sviluppato in questa tesi è focalizzato sulla modellizzazione elettromeccanica degli switch RF-MEMS. Come si farà vedere nell'ultimo capitolo il comportamento dinamico, in particolare nella fase di attuazione, di questi dispositivi, è legato strettamente alla loro affidabilità, in termini di degrado del contatto e delle prestazioni RF. Migliorare la dinamica di attuazione, senza pregiudicare la velocità di switching, è l'obiettivo principale del lavoro presentato in questa tesi. I primi due capitoli sono incentrati sulla modellizzazione elettromeccanica in generale degli switch RF-MEMS, sia a livello statico e sia a livello dinamico. In particolare si fa riferimento a una modellizzazione elettromeccanica 1D della struttura di attuazione dello switch, vista come un sistema massa-mollasmorzatore. L'equazione dinamica alla base di questo modello è l'equazione di d'Alembert. Nel terzo capitolo viene praticamente utilizzata questa modellistica, per prevedere la risposta dinamica di un dispositivo MEMS ad una generica forma d'onda di tensione. L'equazione di d'Alembert viene risolta con il metodo discreto Runge-Kutta, implementato con una funzione Matlab. In più viene gestito, in modo semplificato, l'urto con il contatto. Infine nel quarto e ultimo capitolo vengono presentati i risultati ottenuti riguardo al confronto tra ciò che prevede il modello e la risposta reale, e all'analisi del degrado del contatto in relazione al comportamento dinamico degli switch RF-MEMS. In particolare si è fatto riferimento a due tipologie di dispositivi: gli switch shunt con ponte a forma rettangolare e gli switch serie con ponte a forma circolare (OLTO). Entrambe le tipologie sono realizzate a Trento da FBK-IRST. Tramite stress di ciclatura si è studiato l'effetto che può avere la dinamica dello switch sul degrado del contatto, avendo come obiettivo l'aumento dell'affidabilità e quindi l'incremento del tempo di vita del dispositivo e contemporaneamente mantenere alte le sue prestazioni in termini di velocità di switching.

# Capitolo 1

# Modellizzazione elettromeccanica degli switch RF-MEMS: analisi statica

## 1.1 Descrizione fisica degli switch RF

Esistono due tipi fondamentali di switch usati nella progettazione di circuiti RF: gli switch serie e gli switch shunt [1] [2]. Lo switch serie idealmente si comporta come un circuito aperto quando non vi è nessuna polarizzazione applicata (up-state position); se allo switch viene applicata una tensione di polarizzazione questo offre una bassa impedenza al segnale RF (down-state position). Idealmente tali switch dovrebbero avere un isolamento infinito in up-state position e zero perdite di inserzione (*insertion loss*) una volta attuati; in pratica l'isolamento per un segnale da 1 GHz è intorno a -50, -60 dB, mentre le perdite di inserzione si stimano in -0.1, -0.2 dB per segnali che vanno da 0.1 a 40 GHz. Lo switch shunt è posto in parallelo fra la t-line e la massa del circuito: quando non è attuato si comporta idealmente come un circuito chiuso e lascia quindi passare il segnale sulla linea, quando viene attuato il segnale RF viene deviato verso massa annullando la tensione sulla linea. In teoria, uno switch shunt è caratterizzato da un insertion loss pari a zero quando non è attuato e da un alto isolamento una volta polarizzato: in pratica degli switch ben progettati presentano perdite di inserzione pari a -0.04, -0.1 dB per segnali che vanno da 5 a 50 GHz, e un isolamento accettabile, -20 dB, per segnali da 10 a 50 GHz. Per realizzare tali tipologie di switch (serie e shunt) vi sono due modalità distinte: gli switch resistivi e quelli capacitivi.

## 1.1.1 Descrizione fisica degli switch RF resistivi

Gli switch resistivi sono utilizzati per realizzare entrambe le tipologie di layout. Fondamentalmente sono costituiti da una trave ancorata MEMS che, polarizzata da una tensione esterna, si abbassa realizzando un corto circuito fra due estremità della t-line (**serie**) (figura 1.1 e figura 1.2) o fra t-line e massa (**shunt**) (figura 1.3 e figura 1.4). Per i dispositivi shunt si noti il collegamento presente fra ponte e massa.



Figura 1.1: Switch RF-MEMS resistivo (tipo serie, travi dritte).



Figura 1.3: Switch RF-MEMS resistivo (tipo shunt, travi dritte).



Figura 1.2: Switch RF-MEMS resistivo (tipo serie, a meandri).



Figura 1.4: Switch RF-MEMS resistivo (tipo shunt, a meandri).

La tensione di attuazione dipende dalle dimensioni del dispositivo, dall'air-gap e dalla costante di molla, ma generalmente va dai 15 ai 50 V. Tali switch sono caratterizzati da tre porte: ingresso (IN), uscita (OUT) e pad di polarizzazione (ATT.). Nelle figure 1.5, 1.6, 1.7 e 1.8 sono visibili delle immagini al profilometro di due dispositivi (uno a travi dritte e uno a meandri).



Figura 1.5: Immagine al profilometro di un RF-MEMS a travi dritte.



Figura 1.6: Immagine al profilometro di un RF-MEMS a meandri.



Figura 1.7: Immagine al profilometro della struttura sotto al ponte.



Figura 1.8: Immagine al profilometro della struttura sotto al ponte.

In figura 1.9 si possono vedere le estremità della t-line (Signal fingers) che la trave va a contattare quando è attuata e le piste che portano il segnale di polarizzazione al dispositivo (Actuation fingers). In figura 1.10 è invece proposto un ingrandimento della struttura del ponte MEMS.



Figura 1.9: Switch resistivo visto dall' alto con e senza trave MEMS.



Figura 1.10: Ingrandimento della trave MEMS di uno switch RF-MEMS. La figura in basso mostra la posizione che assume la trave a dispositivo attuato.

## 1.1.2 Descrizione fisica degli switch RF capacitivi

Ciò che distingue gli switch capacitivi da quelli resistivi è che la tensione che serve per attuare il dispositivo non viene più fornita esternamente tramite un apposito pad, ma si sfrutta la componente continua del segnale RF per fornire la potenza necessaria ad auto attuare il dispositivo. Il funzionamento è concettualmente semplice: tra la trave MEMS e la t-line (dispositivo serie) o la massa (dispositivo shunt) vi è una capacità che al passaggio del segnale RF risente della forza di attrazione elettrostatica e tende ad avvicinare le due strutture realizzando così una variazione di capacità significativa che alle alte frequenze viene vista approssimativamente come uno short (figura 1.11). Rispetto agli switch resistivi si nota



Figura 1.11: Switch RF-MEMS capacitivo.

immediatamente l'assenza del pad di polarizzazione e del relativo circuito per

portare il segnale al ponte MEMS. La presenza di un sottile strato di dielettrico fra il ponte MEMS e la t-line, o la massa, fa si che non vi sia un contatto diretto fra le due strutture. Ciò comporta che, mentre gli switch resistivi funzionano bene anche alle basse frequenze grazie alla tensione di polarizzazione esterna e al contatto diretto con la t-line o la massa, gli switch capacitivi soffrono molto come prestazioni per segnali al di sotto dei 6 GHz. In particolare negli switch capacitivi bisogna usare un bias-tee per sommare al segnale RF la componente continua necessaria ad attuare il dispositivo e in generale questi dispositivi presentano dei parametri di scattering nettamente inferiori agli switch di tipo resistivo.

### **1.2** Costante elastica di uno switch RF-MEMS

Per comprendere appieno il funzionamento degli switch MEMS RF è opportuno presentare il modello meccanico che sta alla base di tali dispositivi e in generale di un qualsiasi altro dispositivo MEMS composto da travi semoventi [3] [4].

## 1.2.1 Costante di molla di una trave ancorata ai due estremi

Il primo passo nella modellizzazione meccanica di uno switch RF MEMS consiste nel derivare la sua costante di molla. Per piccoli spostamenti del ponte rispetto alla sua posizione di riposo, il legame tra forza applicata F (N) e conseguente deformazione  $\Delta g$  (m) è di tipo lineare  $F = k\Delta g$ . La quantità k (N/m) che misura la proporzionalità tra causa ed effetto è la costante di molla. Considerando una trave ancorata ai due estremi la sua costante di molla k si può dividere in due parti:

- k': dovuta alla rigidezza del ponte; dipende dalle caratteristiche del materiale di cui esso è fatto (modulo di Young E (Pa)) e dalla sua geometria (momento d'inerzia I  $(m^4)$ ).
- k'': dovuta allo stress residuo  $\sigma$  (Pa) nel ponte; essa dipende dal processo di produzione.

Dapprima si vuole derivare l'espressione della k' per una trave sottoposta ad un carico concentrato P (N) nel punto x = a (figura 1.12).



Figura 1.12: Trave ancorata con carico verticale concentrato P.

L'equazione che soddisfa la deflessione statica y alla posizione x è la seguente [5]:

$$EI\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M_A + R_A x \quad \text{per} \quad x \le a \tag{1.1}$$

$$y = \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} \quad \text{per} \quad x \le a$$

$$M_A = -\frac{Pa}{l^2}(l-a)^2$$

$$R_A = \frac{P}{l^3}(l-a)^2(l+2a)$$

dove l è la lunghezza della trave,  $M_A$  (Nm) è il momento di reazione all'estremità sinistra della trave e  $R_A$  (N) è la reazione verticale sempre all'estremità sinistra. Per determinare la costante di molla k' si considera la deflessione y del ponte alla posizione x = l/2. Il rapporto tra il carico P e quest'ultima dà k'.

Tipicamente, però, nelle applicazioni MEMS, il carico è distribuito lungo il ponte. Per determinare in questo caso la costante di molla si applica il principio di sovrapposizione. Dato  $\xi$  (N/m) il carico uniforme lungo x per unità di lunghezza,  $\xi da$  (N) è il carico concentrato in x = a. La deflessione dy al centro del ponte, sostituendo le espressioni di  $M_A$ ,  $R_A$  e x = l/2 nella equazione (1.1), dovuta al carico concentrato  $\xi da$  è:

$$dy = \frac{\xi da}{48EI} (l^3 - 6l^2a + 9la^2 - 4a^3)$$

che integrata in a da 0 ad l dà:

$$y = \frac{2}{EI} \int_{\frac{l}{2}}^{l} \frac{\xi}{48} (l^3 - 6l^2a + 9la^2 - 4a^3) \, da \tag{1.2}$$

La struttura simmetrica permette di valutare l'integrale da l/2 ad l e moltiplicarlo per 2.

Infine la costante di molla k' è data dal rapporto tra carico totale applicato  $P = \xi l$  e deflessione totale y:

$$k'_{a} = -\frac{P}{y} = -\frac{\xi l}{y} = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^{3}$$
(1.3)

Il segno meno è dovuto al carico verticale P applicato in direzione opposta al riferimento y. Al momento di inerzia I è stata sostituita l'espressione  $wt^3/12$  valida per una sezione rettangolare con w larghezza della trave e t spessore della trave.

Le tipiche dimensioni in gioco sono: lunghezza del ponte tra 200 e 500  $\mu$ m, spessore del ponte tra 0.5 e 2  $\mu$ m. Un ponte in oro (E = 80 GPa) lungo 300  $\mu$ m, spesso 1  $\mu$ m e largo 100  $\mu$ m ha una costante di molla  $k'_a = 9.5$  N/m. Un ponte in alluminio (E = 69 GPa) con le stesse dimensioni ha una costante  $k'_a$  pari a 8.2 N/m.



Figura 1.13: Trave ancorata con carico distribuito al centro  $P = 2\xi(x - l/2)$ .

Se il carico fosse distribuito uniformemente al centro del ponte (figura 1.13) l'integrale nell'equazione (1.2) verrebbe valutato tra l/2 ed x e darebbe:

$$k'_{c} = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^{3} \frac{1}{8(x/l)^{3} - 20(x/l)^{2} + 14(x/l) - 1}$$
(1.4)

Sostituendo nella (1.4) x = l/2 e x = l si ottengono rispettivamente le costanti di molla per un carico concentrato nel punto centrale ed un carico distribuito uniformemente lungo il ponte.

Come si può vedere in figura 1.14, concentrare la forza verso il centro (x = 2l/3) piuttosto che distribuirla su tutta la trave (x = l) comporta una sensibile riduzione della costante di molla.

Un'altra configurazione interessante è rappresentata da un carico presente agli estremi del ponte (figura 1.15).



Figura 1.14: Andamento della costante di molla (normalizzata rispetto alla profondità della trave w) in funzione di t/l per una trave d' oro.



Figura 1.15: Trave ancorata con carico solo alle estremità  $P = 2\xi(l-x)$ .

Valutando l'integrale nella (1.2) tra x ed l si ottiene:

$$k'_{e} = 4Ew\left(\frac{t}{l}\right)^{3} \frac{1}{(x/l)(1-(x/l))^{2}}$$
(1.5)

Nella (1.5) con x/l = 0.5 si ottiene la (1.3). Come era da aspettarsi la k' ottenuta nella (1.5) è maggiore rispetto a quella ottenuta nella (1.4) (figura 1.16): un carico distribuito agli estremi risulta in uno spostamento minore del ponte rispetto ad un carico distribuito al centro, a parità di forza applicata.

# 1.2.2 Componente della costante di molla dovuta a stress residuo

La parte della costante di molla che è dovuta allo stress biassiale residuo della trave si può derivare modellando la trave come un cavo teso (figura 1.17) [5]. Va



Figura 1.16: Andamento della costante di molla in funzione di x/l per carico distribuito al centro e carico distribuito alle estremità.

però detto che un tale modello può essere applicato solo nel caso di stress da tensione. Lo stress biassiale residuo,  $\sigma$ , risulta in una forza, S, pari a [4]:

$$S = \sigma(1 - v)tw \tag{1.6}$$

che tira ad entrambe le estremità della trave e dove v è il coefficiente di Poisson. Quando viene applicato un carico verticale P, il ponte si deflette di una certa



Figura 1.17: Trave modellata come un cavo teso con un carico P concentrato.

quantità u nel punto in cui è stata applicata la forza. Questa deflessione stira la trave aumentandone lo stress e le forze che tirano alle estremità della trave crescono, diventando:

$$S + \frac{AE\Delta_1}{a} \quad e \quad S + \frac{AE\Delta_2}{l-a} \tag{1.7}$$

dove  $\Delta_1$  e  $\Delta_2$  sono le lunghezze di cui è stata allungata la trave ai lati del carico verticale P, e sono rispettivamente dati da:

$$\Delta_1 = \sqrt{a^2 + u^2} - a \tag{1.8}$$

$$\Delta_2 = \sqrt{(l-a)^2 + u^2} - (l-a) \tag{1.9}$$

Uguagliando la forza applicata P alle forze tiranti la trave ai lati del carico P, proiettate nella direzione verticale, e assumendo piccole deflessioni, si trova l'espressione seguente per u:

$$u = \frac{Pa(l-a)}{Sl} \tag{1.10}$$

nella quale la forza addizionale dovuta a  $\Delta_1 \in \Delta_2$  è stata trascurata. Da questa equazione, sapendo che  $tg(\theta_1) = u/a = y/(l/2)$  si trova la deflessione al centro della trave y, che risulta:

$$y = -\frac{P}{2S}(l-a).$$
 (1.11)

Quindi la deflessione data da un carico distribuito lungo l'intera trave  $(P = \xi l)$ può essere calcolata con l'integrale:

$$y = -2\int_{\frac{l}{2}}^{l} \frac{\xi}{2S}(l-a) \, da \tag{1.12}$$

dove si è sfruttata la simmetria per gli estremi di integrazione. La costante di molla risulta quindi:

$$k_a'' = -\frac{\xi l}{y} = \frac{8S}{l} = 8\sigma(1-v)w\left(\frac{t}{l}\right).$$

$$(1.13)$$

Per i casi in cui la forza è distribuita come mostrato nelle figure 1.13 e 1.15 e la deflessione è definita al centro del ponte (x = l/2), la costante elastica dovuta allo stress residuo è:

$$k_c'' = 8\sigma(1-v)w\left(\frac{t}{l}\right)\frac{1}{3-2(x/l)}$$
(1.14)

$$k''_{e} = 4\sigma(1-v)w\left(\frac{t}{l}\right)\frac{1}{1-(x/l)}.$$
(1.15)

La costante di molla totale si otterrà come somma dei contributi dovuti alla rigidezza della trave e allo stress biassiale residuo e, per un carico distribuito lungo tutta la trave, sarà:

$$k_a = k'_a + k''_a = 32Ew\left(\frac{t}{\bar{l}}\right)^3 + 8\sigma(1-v)w\left(\frac{t}{\bar{l}}\right).$$
(1.16)

Per una trave sopra una linea CPW con la larghezza del centro del conduttore che è un terzo della lunghezza totale della trave e con una forza distribuita al centro del conduttore, la costante di molla totale è data dalla somma delle costanti date dalle equazioni (1.4) e (1.14) con x = 2(l/3), e risulta:

$$k = 32Ew\left(\frac{t}{l}\right)^3\left(\frac{27}{49}\right) + 8\sigma(1-v)w\left(\frac{t}{l}\right)\left(\frac{3}{5}\right).$$
(1.17)

La figura 1.18 mostra la costante di molla totale usando l'equazione (1.17) per oro e alluminio con uno stress residuo di 0, 30, 60 MPa. Le costanti di molla per l'alluminio sono molto simili per via dei valori simili del modulo di Young e del coefficiente di Poisson. Per un trave di lunghezza l = 300  $\mu$ m e t = 0.5-1.5  $\mu$ m, la costante di molla è dominata dalla componente di stress residuo biassiale per  $\sigma > 10-20$  MPa.



Figura 1.18: Costante di molla (normalizzata rispetto a w) di una trave in oro e in alluminio in funzione dello stress residuo nella trave.

#### 1.2.3 Componente non lineare della costante di molla

La componente non lineare della costante di molla per un ponte fissato ai due estremi è stata derivata in Chan e al. [6] e risulta:

$$k_s = \frac{\pi E w t}{8l^3} \tag{1.18}$$

a cui corrisponde una componente non lineare della forza elastica pari a:

$$F = k_s (g_0 - g)^3 \tag{1.19}$$

Questa componente della forza elastica è trascurabile per piccole deflessioni  $\Delta g$ , ma può diventare il 33% della forza elastica totale per k = 10 N/m e  $\Delta g$  = 3  $\mu$ m.

#### 1.2.4 Effetto dei buchi nella trave

In motli switch MEMS sono presenti piccoli buchi nel ponte (3-8  $\mu$ m di diametro) per ridurre lo smorzamento dovuto allo schiacciamento del gas interposto tra il ponte MEMS e l'elettrodo di attuazione. Ciò permette di far crescere la velocità di commutazione dello switch MEMS. L'area dei buchi può arrivare ad essere il 60% dell'area totale del ponte MEMS. Il pattern di perforazione è caratterizzato dall'efficienza di legame,  $\mu = l/pitch$ , definita come il rapporto della distanza tra i bordi di due fori consecutivi (l) e la distanza tra i centri dei due fori stessi (figura 1.19). I buchi rilasciano dello stress residuo nel ponte e riducono il



Figura 1.19: Esempio di fori in una trave.

modulo di Young della struttura MEMS [7]. La riduzione dello stress residuo è approssimativamente uguale a  $\sigma = (1 - \mu)\sigma_0$ , dove  $\sigma_0$  è lo stress residuo di un ponte senza buchi. Un'altra conseguenza della presenza dei buchi nella trave è la riduzione della massa della trave stessa che implica un aumento della frequenza di risonanza del ponte. Per quanto riguarda la capacità della trave, nella posizione non attuata, va detto che la presenza dei buchi non introduce alcuna variazione sensibile, in quanto i buchi vengono 'riempiti' dalle linee di campo elettrico che si generano dalle pareti interne dei buchi stessi (*fringing fields*). Tuttavia va detto che la capacità della trave nella posizione attuata risente negativamente della presenza dei buchi, riducendo il rapporto di capacità.

### 1.2.5 Costante di molla per travi Low-K

Vi sono molte varianti della geometria del ponte che possono essere realizzate per ridurre l'effettiva costante elastica dei dispositivi MEMS. Alcune delle più comuni sono mostrate in figura 1.20 e le relative costanti elastiche sono date sotto. Queste equazioni non includono l'effetto dello stress residuo nella membrana. Per calcolare lo stress residuo di tali strutture si può ricorrere al metodo precedentemente esposto o utilizzare software commerciali per un miglior risultato.



Figura 1.20: Tipi di supporto usati per ridurre la costante di molla. (a) Struttura ancorata. (b) Struttura crab-leg. (c) Struttura ripiegata. (d) Struttura a serpentina (o meandri).

(a) 
$$k = 4Ew\left(\frac{t}{\overline{l}}\right)^3$$
 (1.20)

(b) 
$$k = \frac{4Ew\left(\frac{t}{l_c}\right)^3}{1 + \frac{l_s}{l_c}\left[\left(\frac{l_s}{l_c}\right)^2 + 12\frac{1+v}{1+(w/t)^2}\right]} \approx 4Ew\left(\frac{t}{l_s}\right)^3 \text{ per } l_s \gg l_c$$
 (1.21)

(c) 
$$k \approx 2Ew\left(\frac{t}{\bar{l}}\right)^3$$
 per travi molto dure (1.22)

(d) 
$$k \approx \frac{48GJ}{l_a^2 \left(\frac{GJ}{EI_x}l_a + l_b\right) n^3} \text{ per } n \gg \frac{3l_b}{\frac{GJ}{EI_x}l_a + l_b}$$
 (1.23)

#### 1.2.6 Costante di molla per travi a sbalzo

Le travi a sbalzo sono utilizzate in molte situazioni in cui è sconveniente ancorare entrambe le estremità della trave. Un esempio sono gli switch serie lungo la linea, dove l'input dello switch è costituito da una trave a sbalzo la cui estremità non vincolata pende sopra la linea di trasmissione (t-line) (figura 1.21).



Figura 1.21: Esempio di trave a sbalzo usata come switch serie in-line.

Un'altra implementazione è mostrata in figura 1.22 nella quale l'elettrodo di attuazione è elettricamente isolato dalla t-line grazie all'uso di una trave di dielettrico. Poiché la trave non è ancorata ad una estremità, la componente di stress residuo, tipica delle travi ancorate, non è presente, come non è presente nemmeno la componente di stress longitudinale dovuta a trazioni o compressioni. Compare però di solito un gradiente di stress nella direzione normale alla trave, dovuto alle diverse condizioni di processo durante la deposizione degli strati sottili che compongono la trave stessa o a causa della presenza di strati di diverso materiale. La presenza del gradiente di stress produce un'incurvatura positiva o negativa della trave. Tale stress verticale è per lo più un prodotto di processo indesiderato, anche se alcuni design lo usano per ottenere una forte incurvatura della trave stessa, che si traduce in un basso valore di capacità, quando lo switch non è attuato.

La costante k per la trave a sbalzo viene derivata allo stesso modo di quella ancorata ai due estremi e, per una forza uniformemente distribuita, vale:

$$k_a = \frac{2Ew}{3} \left(\frac{t}{\bar{l}}\right)^3 \tag{1.24}$$



Figura 1.22: Vista dall' alto (a) e laterale (b) di una trave a sbalzo con elettrodo di pull-down e contatto metallico separati dalla trave in dielettrico.

mentre per una forza distribuita da x a l come in figura 1.21, vale:

$$k_c = 2Ew\left(\frac{t}{l}\right)^3 \frac{1 - (x/l)}{3 - 4(x/l)^3 + (x/l)^4}.$$
(1.25)

In molti casi la trave è costruita utilizzando uno strato sottile di nitruro di silicio o di biossido di silicio  $(SiO_2)$ , con modulo di Young di circa 210 GPa e 70 GPa rispettivamente. La figura 1.23 presenta l'andamento della costante di molla per una trave d'oro e una di nitruro di silicio, calcolata usando l'equazione (1.25). Comparando tali valori di k con quelli della trave ancorata si nota immediatamente come le travi a sbalzo abbiano una struttura più morbida a parità di rapporto t/l. Infatti per il caso di un carico uniformemente distribuito la costante k della trave a sbalzo è ben 48 volte più piccola di quella della trave ancorata.

#### 1.2.7 Costante elastica di una membrana circolare

La costante elastica di una membrana circolare può essere calcolata in modo simile alla trave ancorata. Per un carico distribuito uniformemente sulla membrana e facendo riferimento alla deflessione al centro, la costante elastica è:

$$k = k' + k'' = \frac{16\pi E t^3}{3R^2(1-v^2)} + 4\pi\sigma t$$
(1.26)



Figura 1.23: Andamento della costante di molla per una trave a sbalzo in oro e in nitruro di silicio.

dove R e t sono rispettivamente il raggio e lo spessore della membrana, e E,  $v e \sigma$  sono definiti sopra. La costante elastica è molto alta; per una membrana con R = 150  $\mu$ m, t = 0.5  $\mu$ m e  $\sigma$  = 5-20 MPa si ha k' = 9 N/m e k" = 32-126 N/m. Si noti che la componente di stress residuo è indipendente dal raggio e domina nel valore di k per un diametro di 200  $\mu$ m e più. Il solo modo per avere una costante elastica di 5-20 N/m è costruire membrane sottili con uno stress residuo molto basso. Questo, però, è molto difficile realizzarlo, in quanto uno stress residuo di 5 MPa è già, attualmente, molto basso.

### **1.3** Attuazione elettrostatica

Quando un voltaggio è applicato fra una trave ancorata, o a sbalzo, e l' elettrodo di pull-down, una forza elettrostatica viene indotta sulla trave (figura 1.24). Questa forza indotta è la stessa che viene a formarsi sulle armature di un condensatore carico ed infatti la struttura viene modellata come un condensatore ad armature parallele. Sebbene la capacità sia un 20-40% più grande del valore stimato col modello del condensatore a facce parallele, a causa del fringing field, la modellizzazione con un condensatore a facce parallele è sufficiente per capire come funziona la struttura.

Essendo w la larghezza della trave e W quella dell'elettrodo di pull-down (A =



Figura 1.24: Forze agenti su una trave MEMS in fase di attuazione.

Ww), la capacità del condensatore a facce parallele equivalente sarà:

$$C = \frac{\varepsilon_0 A}{g} = \frac{\varepsilon_0 W w}{g} \tag{1.27}$$

dove g è l'altezza della trave sopra l'elettrodo. La forza elettrostatica applicata alla trave si calcola considerando la potenza fornita ad una capacità variabile nel tempo ed è data da [8]:

$$F_e = \frac{1}{2}V^2 \frac{dC(g)}{dg} = -\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 W w V^2}{g^2}$$
(1.28)

dove V è il voltaggio applicato tra la trave e l'elettrodo di attuazione. Si noti come la forza sia indipendente dalla polarità del voltaggio applicato: tensioni negative attuano lo switch come le positive.

Uguagliando la forza elettrostatica applicata con la forza di richiamo meccanico dovuta alla rigidezza della trave (F = kx), si trova:

$$\frac{1}{2}\frac{\varepsilon_0 W w V^2}{g^2} = k(g_0 - g)$$
(1.29)

dove  $g_0$  è l'altezza del ponte a riposo. Risolvendo l'equazione secondo il voltaggio si ottiene:

$$V = \sqrt{\frac{2k}{\varepsilon_0 W w} g^2(g_0 - g)} \tag{1.30}$$

Il grafico dell'altezza della trave in funzione del voltaggio applicato mostra due possibili posizioni della trave, per ogni valore di V, (figura 1.25) fino ad un determinato valore di tensione, per il quale la posizione possibile per il ponte diventa una sola. Da qui in poi l'equazione (1.30) non ammette più soluzioni rispetto alla variabile g e la forza elastica non riesce più ad eguagliare la forza elettrostatica. Il risultato è che si innesca il feedback positivo che porta il ponte ad attuarsi. Ciò può essere inteso considerando la forza elettrostatica in termini



Figura 1.25: Il grafico mostra l'altezza della trave in funzione della tensione applicata.

di campo elettrico applicato al ponte:

$$F_e = \frac{QE}{2} \tag{1.31}$$

dove Q è la carica accumulata sulla trave e E = V/g è il campo elettrico dovuto alla tensione applicata. Quando la tensione V viene aumentata, la forza elettrostatica  $F_e$  cresce, poichè cresce la carica Q sulla trave. Contemporaneamente la forza elettrostatica sposta verso il basso il ponte e l'altezza della trave g si riduce, aumentando così la capacità della struttura, la carica Q sulla trave e il campo elettrico E. Per  $g = (2/3)g_0$  l'incremento della forza elettrostatica è maggiore dell'incremento della forza di richiamo della trave, provocando:

#### (a) l'instabilità della trave

#### (b) il collasso della trave nella posizione di pull-down.

Si noti che le precedenti equazioni si applicano sia alle travi ancorate che alle travi a sbalzo. Derivando l'equazione (1.30) rispetto a g ed eguagliandola a 0 si trova il punto da cui parte l'instabilità che risulta  $g = (2/3)g_0$ . Sostituendo questo valore nell'equazione (1.30) si trova la tensione di attuazione dello switch MEMS:

$$V_p = V(2g_0/3) = \sqrt{\frac{8k}{27\varepsilon_0 Ww}} g_0^3$$
(1.32)

Si noti che, sebbene  $V_p$  sembri dipendere dalla larghezza della trave w, ciò non è vero finché la costante k varia linearmente (equazione (1.17)). La figura 1.26 presenta l'andamento della tensione di pull-down per una trave in oro con uno stress residuo di 0, 30, 60 MPa, calcolato con le equazioni (1.17) e (1.32). Un andamento simile si ottiene per una trave in alluminio, per via delle costanti kmolto simili. La figura 1.27 mostra l'andamento del voltaggio di pull-down in





Figura 1.26: Andamento della tensione di pull-down per una trave in oro.

Figura 1.27: Andamento della tensione di pull-down in funzione dell'altezza iniziale della trave.

funzione dell'altezza iniziale della trave. Si vede che per travi con g > 3  $\mu$ m e  $\sigma$  > 30 MPa i dispositivi hanno bisogno di tensioni veramente notevoli per essere attuati.

24

# Capitolo 2

# Modellizzazione elettromeccanica degli switch RF-MEMS: analisi dinamica

# 2.1 Analisi lineare della dinamica di uno switch RF-MEMS: piccoli spostamenti del ponte

La risposta in frequenza di una trave ancorata o a sbalzo è utilizzata spesso per determinare il tempo di switching dell'interruttore, l'insieme delle frequenze alla quali può essere utilizzato lo switch e gli effetti del rumore termico. La risposta dinamica lineare, in regime di piccoli spostamenti, è data dal principio di d'Alembert [9] ed è:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx = f_{ext}$$
(2.1)

dove x è la posizione del ponte, m è la massa, b è il coefficiente di smorzamento, k è la costante di molla e  $f_{ext}$  è una forza esterna. Da notare che m è l'effettiva massa oscillante del ponte ed essa dipende dalla grandezza dell'elettrodo di attuazione, dallo spessore e dalla costante elastica del ponte. In genere la massa effettivamente oscillante si aggira attorno a 0.35-0.45 volte la massa totale del ponte. Tramite la trasformata di Laplace si trova la risposta in frequenza, che risulta essere:

$$\frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/(Q\omega_0)} \right)$$
(2.2)

dove

$$\omega_0 = \sqrt{k/m}$$

$$Q = k/(\omega_0 b)$$

sono rispettivamente la frequenza di risonanza e il fattore di qualità della trave risonante. Per molti switch MEMS la frequenza di risonanza va dai 10 ai 200 kHz. La figura 2.1 mostra la risposta in frequenza ai piccoli segnali di una trave MEMS per Q = 0.2, 1, 5 e una frequenza di risonanza di 50 kHz. La risposta alla frequenza di risonanza è Q volte maggiore della risposta alle basse frequenze. Si nota dalla figura come sia vantaggioso avere un fattore di qualità Q compreso fra 0.5 e 2: infatti fattori minori di 0.5 comporterebbero un tempo di switching troppo lungo, mentre fattori maggiori di 2 aumenterebbero troppo il tempo di settling del dispositivo quando la trave viene rilasciata.



Figura 2.1: Risposta in frequenza di una trave con frequenza di risonanza di 50 kHz.

## 2.2 Nozioni fondamentali di teoria dei gas

È importante rivedere alcuni aspetti della teoria cinetica dei gas poiché buona parte dello smorzamento nelle strutture MEMS è dato dallo slittamento di pellicole sottili di gas (squeeze film damping) [10]. Quando una trave MEMS viene attuata, l'aria (o il gas) che si trova sotto di essa viene compressa e deve essere espulsa dalla struttura con la creazione di turbolenza e di forze contrarie al moto della trave. Vi sono alcuni numeri importanti nella meccanica dei fluidi che vanno considerati perché determinano il tipo di regime di scorrimento dei fluidi, regime che influisce pesantemente sul fattore di smorzamento degli switch e quindi anche sulla risposta in frequenza della struttura.

Il cammino libero medio è la distanza media che una molecola percorre in un

fluido prima di collidere con un'altra molecola ed è dato da:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2\pi}N\sigma^2} \tag{2.3}$$

dove  $\sigma$  è il diametro delle molecole del gas ed N è il numero di densità del gas  $[11](\rho = Nm_0, \text{ dove } m_0 \text{ è la massa di una singola molecola nel gas e <math>\rho$  è la densità del gas in Kg/m<sup>3</sup>). Tipicamente il libero cammino medio è di circa 0.07-0.09  $\mu$ m per molti gas in condizioni standard (STP 25 C°, 101 kPa). Il libero cammino medio alla pressione  $P_a$  è dato da: [11]

$$\lambda_a = \frac{P_0}{P_a} \lambda_0 \tag{2.4}$$

dove  $\lambda_0$  è il libero cammino medio alla pressione  $P_0$ . Si noti che il libero cammino medio a pressioni molto basse (1 mtorr) è maggiore delle distanze tipiche fra elettrodo e trave delle strutture MEMS.

Il numero di Knudsen serve a misurare la viscosità del fluido sotto la trave ed è dato da [11]:

$$K_n = \frac{\lambda}{g} \tag{2.5}$$

dove g è l'altezza del gap presente fra elettrodo e trave. Più tale numero è piccolo maggiore è il numero di urti e quindi la viscosità del fluido. Quando l'altezza del gap è dell'ordine del libero cammino medio ( $K_n$  molto grande), le interazioni particella-struttura diventano importanti, riducendo la viscosità del fluido attraverso un effetto di slittamento (*slip effect*) grazie al quale le particelle hanno meno interazioni prima di fuoriuscire dalla struttura. Per un gap maggiore di 1  $\mu$ m,  $K_n$  è minore di 0.1 e lo scorrimento si assume viscoso.

Il coefficiente di viscosità  $\mu$  è una misura della resistenza del gas ed è dato da  $\mu = (\text{densità})(\text{velocità})(\text{lunghezza})$ . L'equazione della viscosità è data da [11]:

$$\mu = 0.1792\pi\rho\lambda\sqrt{2RT} \tag{2.6}$$

dove R è la costante del gas in esame. Un'equazione più accurata per la viscosità in gas ideali e quasi ideali (aria, idrogeno, etc) è stata trovata da Sutherland [11] ed è:

$$\mu = 1.2566 \times 10^{-6} \sqrt{T} \left( 1 + \frac{\beta}{T} \right)^{-1} \text{ kg/m} \cdot \text{s}$$
 (2.7)

dove  $\beta = 110.33K$  e T in Kelvin. Dalle equazioni appena presentate possiamo dire che la viscosità è direttamente dipendente dalla pressione ma non dipende

dal numero di Knudsen. Un'equazione della viscosità effettiva ben nota è stata ricavata da Veijola [12]:

$$\mu_e = \frac{\mu}{1 + 9.638 K_n^{1.159}} \tag{2.8}$$

ed ha un'accuratezza del 5% per  $K_n$  compreso fra 0 e 880. Un altro parametro da considerare è il **numero adimensionale di squeeze**  $\sigma$ , definito come:

$$\sigma = \frac{12\mu_e l^2}{P_a g^2} \omega \tag{2.9}$$

dove l è la lunghezza caratteristica e  $\omega$  è la frequenza meccanica applicata. Un numero di squeeze basso (minore di 3) indica che il fluido fuoriesce dalla struttura senza compressione, mentre un numero alto indica che il gas rimane intrappolato nella struttura a causa della sua viscosità. È importante notare che il numero di squeeze dipende dalla frequenza: a maggiori frequenze meccaniche il gas ha meno tempo per uscire dalla struttura e quindi è come se fosse più viscoso. L'importanza di questo numero è tuttavia relativa, poiché è stato calcolato per travi non forate che permettono la fuga del gas solo lateralmente. Nella pratica la presenza di fori sulla trave riduce talmente il numero di squeeze che il suo contributo nella costante di molla k risulta insignificante. Per questo il numero di squeeze non viene normalmente usato nel design delle strutture MEMS.

# 2.3 Il coefficiente di smorzamento

Il coefficiente di attrito *b* dipende da diversi fattori come la pressione e la temperatura del gas presente tra il ponte e l'elettrodo e la dissipazione intrinseca al materiale. Dato che, nelle applicazioni MEMS, le condizioni del gas sono quelle standard, l'attrito è dovuto principalmente all'interazione tra il sottile strato di gas interposto tra il ponte e l'elettrodo di attuazione e il ponte stesso, è quindi un attrito di tipo viscoso [10]. Per un ponte rettangolare o circolare lo smorzamento è ricavato dalla forma linearizzata dell'equazione compressibile gas-film di Reynolds:

$$b = \frac{3}{2\pi} \frac{\mu A^2}{g_0^3} \tag{2.10}$$

dove A è l'area del dispositivo. Si nota dalla formula che b è fortemente dipendente dall'air-gap  $g_0$ . Un modo per ridurre lo smorzamento è introdurre dei buchi nella membrana. L'effetto di questi buchi è stato derivato sperimentalmente per una struttura circolare e il coefficiente di attrito b si modifica nel seguente modo:

$$b = \frac{12}{N\pi} \frac{\mu A^2}{g_0^3} \left( \frac{p}{2} - \frac{p^2}{8} - \frac{\ln(p)}{4} - \frac{3}{8} \right)$$
(2.11)

dove N è il numero totale dei buchi, e p è la frazione dell'aria aperta sul ponte. Una formula approssimata per il fattore di qualità di una trave a sbalzo è data da:

$$Q_{cant} = \frac{\sqrt{E\rho}t^2}{\mu(wl)^2}g_0^3$$
 (2.12)

dove w ed l sono rispettivamente la larghezza e la lunghezza del ponte. Una prima approssimazione per il fattore di qualità di un ponte ancorato è il fattore Q di una trave a sbalzo di metà della sua lunghezza:

$$Q_{ff} = \frac{\sqrt{E\rho}t^2}{\mu(w_2^l)^2}g_0^3$$
(2.13)

Il fattore di qualità per un ponte ancorato in oro con dimensioni di l = 300  $\mu$ m, w = 60  $\mu$ m, t = 1  $\mu$ m e  $g_0 = 3 \mu$ m è Q = 1 usando l'effettiva viscosità dell'aria (equazione (2.8)). Il fattore di qualità si riduce a Q = 0.2 per g = 1.5  $\mu$ m. Il fattore Q di una trave in alluminio è anche più piccolo di quello della trave in oro dovuto alla densità bassa dell'alluminio. Quindi è essenziale inserire i buchi nella membrana specialmente per strutture MEMS molto basse. A basse pressioni  $\mu \approx 0$  il coefficiente di smorzamento è determinato essenzialmente dalla dissipazione intrinseca alla trave. Il fattore Q, per ponti in metallo e nel vuoto, assume valori da 30 a 150, mentre per ponti in polisilicio, sempre nel vuoto, da 500 a 5000. Delle strutture con fattore Q alto non influenzano la velocità di switching del dispositivo se  $Q \geq 3$ , mentre il tempo di settling, nella fase di rilascio del ponte, è fortemente condizionato dagli alti valori di Q.

# 2.4 Analisi non lineare della dinamica di uno switch RF-MEMS: grandi spostamenti del ponte

Nella sezione 2.1 è presentato il modello 1D lineare di uno switch RF-MEMS. Per grandi spostamenti del ponte entrano in gioco effetti non lineari che complicano il modello stesso. Un insieme di equazioni più complete e che danno un modello 1D più accurato viene presentato qui di seguito. La dinamica è governata da:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + b\frac{dx}{dt} + kx + k_s x^3 = F_e + F_c$$
(2.14)

dove le forze esterne sono date da:

$$F_e = \frac{1}{2} \frac{\varepsilon_0 A V^2}{\left(g_0 + t_d / \varepsilon_r - x\right)^2} \tag{2.15}$$

$$F_c = \frac{C_1 A}{(g_0 - x)^3} - \frac{C_2 A}{(g - x)^{10}}.$$
(2.16)

con  $F_e$  forza elettrostatica e  $F_c$  che rappresenta le forze di attrazione di Van der Waals nella prima componente e le forze di repulsione nucleare nella seconda componente tra il dielettrico e il metallo. Le costanti  $C_1$  e  $C_2$  sono fortemente dipendenti dalla microstruttura delle superfici di contatto. La costante  $k_s$  è la componente non lineare della costante elastica (sottosezione 1.2.3) ed è applicabile solo ad un ponte ancorato ai due estremi. La tensione sullo switch, tenendo



Figura 2.2: Modello 1D non lineare di uno switch RF-MEMS. Lo spostamento x è positivo verso il basso.

conto di effetti resistivi in serie al generatore, è data da:

$$V = V_s - i(t)R_s = V_s - \left(C\frac{dV}{dt} + V\frac{dC}{dt}\right)R_s$$
(2.17)

con

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{g_0 + \frac{t_d}{\epsilon_r} - x} \quad (x = g_0 - g) \tag{2.18}$$

e  $V_s$  una generica forma d'onda di tensione nel tempo. Il valore di  $t_d$  rappresenta lo spessore dell'ossido e  $\epsilon_r$  è la costante dielettrica dell'ossido stesso (figura 2.2). Il fattore di qualità  $Q = k/(\omega_0 b)$  è funzione dello spostamento x del ponte, poichè il ponte più si avvicina all'elettrodo di attuazione più lo spazio disponibile all'aria diminuisce. Di conseguenza l'aria stessa viene maggiormente compressa e oppone maggiore resistenza al movimento del ponte stesso, smorzandolo di più, con conseguente diminuzione del valore di Q. Una formula ricavata da Sadd e Stiffler [13] per il fattore di qualità dipendente da x è la seguente:

$$Q_e = Q \left( 1.1 - \left(\frac{x}{g_0}\right)^2 \right)^{3/2} \left( 1 + 9.638 \left(\frac{\lambda}{g}\right)^{1.159} \right)$$
(2.19)

dove Q è il fattore di qualità nominale per piccoli spostamenti del MEMS a  $g = g_0$ . Si noti che nella formula non c'è 1 ma 1.1, poichè, se ci fosse 1, quando  $x = g_0$ , il fattore di qualità varrebbe  $Q_e = 0$  e il ponte rimarrebbe attaccato al dielettrico (il ponte non verrebbe più rilasciato: tempo di rilascio infinito).

# 2.5 Tempo di switching

Il tempo di switching di una struttura MEMS si ottiene dall'equazione (2.14) ed è l'istante in cui  $x = g_0$ . Si assume  $R_s = 0$  e un fattore di qualità dipendente da x come nella (2.19) e un valore dei parametri pari a:

- lunghezza del ponte l =  $300 \ \mu m$
- spessore del ponte t = 0.8  $\mu m$
- grandezza elettrodi attuazione W = 100  $\mu {\rm m}$
- larghezza del ponte w = 100  $\mu$ m
- air-gap  $g_0 = 3 \ \mu \text{m}$
- costante di molla k = 10 N/m
- densità dell'oro $\rho_{Au}=19320~{\rm kg}/m^3$
- densità dell'alluminio  $\rho_{Al} = 2700 \text{ kg}/m^3$
- massa effettiva  $m_e = 0.35(lwt)\rho$
- frequenza di risonanza dell'oro  $f_{0Au} = 39.5 \text{ kHz}$
- frequenza di risonanza dell'alluminio  $f_{0Al} = 106 \text{ kHz}$
- tensione di attuazione (dalla relazione (1.32))  $V_p = 30$  V

Per la soluzione dell'equazione (2.14) si può ricorrere a software commerciali come Mathematica. Nelle figure 2.3 e 2.4 è presentata la risposta nel tempo per una trave d'oro e una d'alluminio con diversi valori di  $Q \in V_s$ . Si vede chiaramente che il tempo di switching dipende fortemente dalla tensione applicata  $V_s$  (che si ipotizza costante nella fase di switching), poichè più grande è la tensione applicata più intensa è la forza elettrostatica agente sul ponte e di conseguenza più veloce è la fase di attuazione. Inoltre, dalla figura 2.4, si nota che, al crescere di Q,


Figura 2.3: Simulazione dell'attuazione di una trave di Au in funzione della tensione applicata  $V_s$  e con Q=1.

il tempo di switching diminuisce. Una soluzione in forma chiusa del tempo di switching è data per piccoli valori di smorzamento,  $Q \ge 2$ . L'equazione del moto semplificata, per il calcolo del tempo di attuazione, diventa quindi:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + kx = -\frac{1}{2}\frac{\epsilon_0 AV^2}{g_0^2}$$
(2.20)

dove la forza è considerata costante e uguale al valore iniziale applicato. La soluzione per il tempo di switching è:

$$t_s = 3.67 \frac{V_p}{V_s \omega_0} \tag{2.21}$$

e  $t_s = 10.6 \ \mu s$  e 4  $\mu s$  per l'oro e l'alluminio con  $V_s = 1.4V_p$ . Nella figura 2.5 è dato il tempo di switching calcolato risolvendo la (2.14) e la (2.21). Si nota che per  $V_s \ge 1.3V_p$  e  $Q \ge 2$  l'equazione (2.21) è in buon accordo con la simulazione reale. Se il sistema ha un valore di Q piccolo ( $Q \le 0.5$ ) allora può essere ricavata una equazione simile per il tempo di switching dalla:

$$b\frac{dx}{dt} = F_e \tag{2.22}$$

considerando uno smorzamento indipendente da x. L'equazione può essere risolta con metodi integrali, con  $F_e = (\epsilon_0 w W V^2)/2g^2$ , e il tempo di switching risulta:

$$t_s = \frac{2bg_0^3}{3\epsilon_0 A V_s^2} \approx \frac{9V_p^2}{4\omega_0 Q V_s^2} \quad V_s \gg V_p \tag{2.23}$$



Figura 2.4: Simulazione dell'attuazione di una trave di Au e Al con una tensione applicata di  $V_s = 42V$  ( $V_s = 1.4V_p$ ).



Figura 2.5: Simulazione del tempo di attuazione per una trave di Au. 'AL' indica l'andamento dato dalla (2.21).

Un'altra stima può essere fatta assumendo una forza  $F_e$  costante e una velocità costante pari a  $dx/dt = g_0/t_s$ . Il tempo di switching stimato in questo caso vale:

$$t_s = \frac{2bg_0^3}{\epsilon_0 V_s^2} \approx \frac{27V_p^2}{4\omega_0 Q V_s^2} \quad V_s \gg V_p \tag{2.24}$$

L'equazione (2.23) tende a sottostimare il tempo di switching reale mentre l'equazione (2.24) tende a sovrastimare il valore reale.

#### 2.6 Tempo di release

L'equazione per l'analisi dinamica non lineare può anche essere usata per calcolare il tempo di release dello switch semplicemente ponendo  $F_e = 0$ . La forza di richiamo è data da:

$$kg_0 + k_s g_0^3. (2.25)$$

La figura 2.6 mostra il tempo di release per una trave d'oro con Q = 0.5, 1, 2. Per



Figura 2.6: Simulazione della fase di rilascio per una trave d'oro.

Q = 2 si vede che la trave nella fase di rilascio ha un oscillazione che, sebbene non contatti la t-line, ha l'effetto di modulare la potenza del segnale per una decina di  $\mu$ s.

## Capitolo 3

# Calcolo della risposta dinamica di uno switch RF-MEMS

### 3.1 Perchè è importante conoscere la dinamica di uno switch RF-MEMS

Nell'affidabilità degli switch RF-MEMS il degrado del contatto è un punto importante da considerare poichè esso determina fortemente le prestazioni RF, in termini di un aumento di perdite di inserzione e quindi effetto Joule. Il parametro che si considera per misurare il degrado del contatto è la resistenza di contatto. Più quest'ultima cresce più aumentano le perdite di inserzione per il segnale RF. La resistenza di contatto è la somma di due termini [14]:

- la resistenza di costrizione, conseguenza del fatto che il flusso di corrente è costretto a passare attraverso piccole zone conduttive, spots, e vale  $R_c = \rho/(2a)$ , dove  $\rho$  è la resistività del materiale e a è il raggio dello spot circolare moltiplicato il numero di spots.
- la resistenza dello strato uniforme che ricopre il contatto stesso, fatto di un determinato materiale, che vale, per uno spot a forma circolare,  $R_f = (\rho_f d)/(\pi a^2)$ , dove  $\rho_f$  è la resistività dello strato e d è il suo spessore.

Le due equazioni mostrano che più è grande l'area di contatto (grande valore di a) più  $R_c \in R_f$  diminuiscono. L'area di contatto dipende fortemente dalla forza di contatto. Un gran numero di studi riportano come varia la resistenza di contatto totale R in funzione della forza di contatto [15]. In particolare la resistenza di contatto diminuisce all'aumentare della forza, poichè aumenta l'area di contatto.

Altri studi presentano l'incremento della resistenza di contatto durante stress di tipo cycling [16], anche se in questo caso risultano determinanti le condizioni di stress (corrente, voltaggio, forza, switching mode e condizioni ambientali). Il tempo di vita riportato in molti articoli si aggira tra i 1000 cicli e il miliardo di cicli. Vi sono, però, pochi riferimenti alla caratterizzazione in transitorio di uno switch RF-MEMS [17] in relazione alla propria influenza sul degrado del contatto e quindi sulla resistenza di contatto [18]. La velocità di impatto sui contatti e quindi l'energia cinetica posseduta dalla membrana quando arriva su di essi è un parametro importante da considerare per quantificare lo stress meccanico a cui sono sottoposti i contatti stessi (rimbalzi). Quindi ciò che si vuole sviluppare è una modellizzazione elettromeccanica semplice, con la quale sia possibile un'analisi della risposta dinamica di uno switch RF-MEMS, ad una generica forma d'onda di tensione, applicata tra la trave e l'elettrodo di attuazione, in modo che si possano studiare gli effetti della velocità di impatto sul degrado del contatto e come ridurlo.

### 3.2 Modello elettromeccanico per dedurre la risposta dinamica

Per conoscere la risposta di un dispositivo MEMS ad una generica tensione applicata tra il ponte e l'elettrodo di attuazione V(t), si può utilizzare, in prima approssimazione, l'equazione data dal principio di d'Alembert, espressa nella (2.1) relativamente al modello 1D lineare:

$$m\frac{d^{2}x}{dt^{2}} + b\frac{dx}{dt} + kx(t) = f(t)$$
(3.1)

dove x(t) è lo spostamento del ponte rispetto alla sua posizione di riposo, m è la massa del ponte, b è il coefficiente di attrito, k è la costante elastica, come già specificato nella sezione 2.1. f(t) è la forza elettrostatica che rappresenta la forza esterna  $f_{ext}$ . La costante elastica k si divide nelle due componenti k' dovuta alla rigidezza del ponte e k'' dovuta allo stress residuo nel ponte (sezione 1.2). Ritenendo valida la (3.1) si assume che:

- il dispositivo risponda linearmente alla forza con lo spostamento; ciò è sufficientemente valido solo per piccoli spostamenti. Per grandi spostamenti entra in gioco la componente non lineare della costante elastica  $k_s$  e la dipendenza dell'attrito viscoso dalla posizione x del ponte (sezione 2.4).

- il dispositivo ha una dinamica identica punto per punto, cioè il movimento del ponte è perfettamente planare; è ovviamente un'approssimazione dato che la trave è un corpo esteso; bisognerebbe studiare il suo movimento con le equazioni della meccanica dei solidi. Per uno switch RF-MEMS, nelle sue condizioni di lavoro, si può ritenere abbastanza valida l'assunzione, dati anche i piccoli spostamenti in gioco.



Figura 3.1: Modello 1D lineare di uno switch RF-MEMS. L'origine del sistema di riferimento è posta nella posizione di riposo del ponte e lo spostamento x è positivo verso l'alto.

L'equazione (3.1) rappresenta un semplice sistema 1D massa molla smorzatore (figura 3.1). Questo sistema modellizza solo la parte di attuazione di uno switch RF-MEMS, la parte RF non viene considerata. Usando le trasformate di Laplace e considerando le condizioni inziali x(0) e x'(0) nulle (solo evoluzione forzata del sistema), dalla (3.1) si ottiene la risposta in frequenza del ponte, data nella (2.2):

$$G(j\omega) = \frac{X(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/(Q\omega_0)} \right)$$
(3.2)

dove, come espresso nella sezione 2.1,  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$  è la frequenza di risonanza e  $Q = k/(\omega_0 b)$  è il fattore di qualità.

La forza elettrostatica che agisce sul ponte è data (trascurando lo spessore dell'ossido sull'attuatore), nel sistema di riferimento di figura 3.1, dalla (1.28) con  $g = g_0 + x$ :

$$f(t) = \frac{-0.5\epsilon_0 A V^2(t)}{(g_0 + x(t))^2}$$
(3.3)

dove  $g_0$  è la distanza tra il ponte a riposo e l'elettrodo di attuazione (air-gap) e A = Ww è l'aria di affacciamento del ponte sull'elettrodo, come specificato nella

sezione 1.3. In quest'ultima rientra anche il contributo dato dai bordi degli eventuali buchi presenti nella trave, da cui partono ulteriori linee di campo elettrico che si chiudono sull'elettrodo (effetto fringing).

### 3.3 Stima dei parametri m,b,k del modello elettromeccanico 1D

In questo paragrafo viene descritto il procedimento da cui ottenere i parametri m,b,k dell'equazione (3.1). Prima vengono descritti i passaggi, a partire dalle misure, che permettono di arrivare a stimare i parametri m,b,k e successivamente il setup di misura.

#### 3.3.1 Descrizione della fase che dalle misure permette di arrivare ai parametri m,b,k

Il legame in frequenza tra forza e spostamento, espresso nella (3.2), si può ricavare da misure fatte con il profilometro ottico. Dato che l'ingresso indipendente è la tensione e la relazione tra tensione e spostamento è non lineare, poichè nella (3.3) il termine di feedback x è a denominatore e al quadrato, si può pensare di applicare al MEMS una piccola tensione in modo da avere piccoli spostamenti x, così nella (3.3) si può trascurare x a denominatore, ottenendo:

$$f(t) \approx \frac{-0.5\epsilon_0 A V^2(t)}{g_0^2}$$
 (3.4)

Da misure di topografia con il profilometro o dal design si ricava l'area di affacciamento A. L'air-gap  $g_0$  è dato come parametro costruttivo.

Dalla (3.4), con una tensione sinusoidale  $V(t) = V_{ac} sin(\omega t)$ , si ottiene:

$$f(t) \approx \frac{-0.5\epsilon_0 A V_{ac}^2}{(2g_0)^2} + \frac{0.5\epsilon_0 A V_{ac}^2}{(2g_0)^2} \cos(2\omega t)$$
(3.5)

dove si nota la presenza di una componente DC e una componente a frequenza doppia rispetto alla tensione di ingresso. La risposta di un sistema lineare descritto dalla (3.2), ad un ingresso dato dalla (3.5), è la somma delle risposte alle singole componenti. Se si applica ad un filtro, con risposta in frequenza  $G(j\omega)$ , un ingresso sinusoidale di ampiezza  $F_a$  e pulsazione  $\omega$ , in uscita si ha una sinusoide alla stessa pulsazione  $\omega$  e ampiezza  $|G(j\omega)|F_a$ . Quindi, nella (3.5), la componente DC verrà amplificata del fattore |G(j0)| e la componente alla pulsazione  $2\omega$  verrà amplificata del fattore  $|G(j2\omega)|$ . Da queste considerazioni, per ottenere il modulo della risposta in frequenza  $G(j\omega)$  alle diverse frequenze, si può procedere nel seguente modo:

- Si applica allo switch una tensione sinusoidale  $V(t) = V_{ac} sin(\omega t)$ , con  $V_{ac}$  piccola.
- Si misura, con il profilometro, l'ampiezza dello spostamento  $X_a$  in corrispondenza della pulsazione  $2\omega$ .
- Il rapporto  $X_a/F_a$  dà il modulo della risposta in frequenza a pulsazione  $2\omega$ , con:

$$F_a = \frac{0.5\epsilon_0 A V_{ac}^2}{(2g_0)^2}$$

ampiezza della componente della forza a pulsazione  $2\omega$  data nella (3.5).

Variando la frequenza della tensione V(t) si deduce tutta la funzione di trasferimento del dispositivo. Dalla (3.2) si ha:

$$|G(j\omega_0)| = \frac{Q}{k}$$
$$\omega_{max} = \frac{\omega_0}{\sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}}$$

dove  $\omega_{max}$  è la pulsazione corrispondente al massimo di  $|G(j\omega)|$ . Supponendo che  $\omega_{max} \approx \omega_0 \ (Q >> 1)$  si ha:

$$|G(j\omega_{max})| \approx |G(j\omega_0)| = \frac{Q}{k}$$
(3.6)

Dalla risposta in frequenza, ottenuta dalle misure, si prende il valore massimo e la pulsazione corrispondente  $\omega_{max}$ . In questo modo si ricava Q/k e la pulsazione di risonanza  $\omega_0$ . A questo punto si può ricavare la costante elastica in due modi:

- dal valore in bassa frequenza della funzione di trasferimento |G(j0)| = 1/k
- dalla misura della tensione di attuazione  $V_{act}$

Avendo a disposizione due possibilità si è scelta la seconda, dato che la misura dello spostamento con il profilometro, lontano dalla risonanza, risente maggiormente di vibrazioni spurie, considerati i piccoli spostamenti in gioco. Il legame tra tensione di attuazione  $V_{act}$  e costante elastica k è (equazione (1.32)):

$$V_{act} = \sqrt{\frac{8k}{27\epsilon_0 A}g_0^3}$$

da cui:

$$k = \frac{27}{8} \frac{\epsilon_0 A}{g_0^3} V_{act}^2$$
(3.7)

Dati Q/k e k si deduce il valore di Q. Quest'ultimo è legato alla larghezza del picco di risonanza della (3.2). Infatti, approssimando il modulo della (3.2) intorno ad  $\omega_0$ , si ha:

$$|G(j\omega)| \approx \frac{\frac{1}{k}}{\sqrt{\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right) + \frac{1}{Q^2}}}$$
(3.8)

con  $\omega = \omega_0 + \Delta \omega$ , da cui, calcolando la distanza  $\Delta \omega_{-3dB}$  da  $\omega_0$  alla quale si ha un'attenuazione del valore massimo Q/k di 3 dB si ottiene:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega_{-3dB}} \tag{3.9}$$

Il valore  $2\Delta\omega_{-3dB}$  non è altro che la banda passante del filtro descritto dalla (3.2), e la (3.9) rappresenta un modo alternativo per ricavare il fattore Q dalla risposta in frequenza. Infine, conoscendo  $\omega_0$ ,  $Q \in k$  e invertendo le relazioni nella (3.2), si calcolano i valori di  $m \in b$ :

$$m = \frac{k}{\omega_0^2}, \quad b = \frac{k}{\omega_0 Q} \tag{3.10}$$

#### 3.3.2 Descrizione del setup di misura

Per ottenere la misura della risposta in frequenza dello switch RF-MEMS e delle sue dimensioni si sono utilizzati i seguenti strumenti:

- Arbitrary waveform generator 33250A della Agilent che è un generatore di segnali tramite il quale viene applicata tensione al MEMS.
- Optical Profilometer MSA 500 della Polytec (figura 3.2) che permette di misurare velocità e spostamento del dispositivo grazie al Laser Doppler Vibrometer integrato (LDV) e effettuare una topografia del dispositivo stesso (figura 3.3).

Con un'interfaccia grafica (figura 3.4) è possibile impostare una misura nel tempo o in frequenza, una misura di spostamento o velocità, una misura che usa il generatore interno al profilometro in altenativa al 33250A.

Se si fa una misura in frequenza i parametri da impostare per la FFT sono:

• la massima frequenza misurata  $F_p/2 \operatorname{con} F_p = MF$ 



Figura 3.2: Immagine profilometro ottico.



Figura 3.3: Topografia effettuata su un dispositivo rettangolare per visualizzare il suo profilo e estrapolare la larghezza del ponte.

- il numero di righe in frequenza M/2
- la finestra temporale su cui viene fatta la FFT  $T_p = MT$ , con T periodo di campionamento legato a  $F_p$  tramite la relazione  $1/F_p$
- la risoluzione in frequenza  $F=1/T_p$
- il convertitore analogico digitale interno al profilometro

	scanning Vibrometer - Scan we Setup Acquisition Scan Analyzer Macro Window Help		
	) / N B 🗆 🗠 😿 🔶 🐺 N B 💱 🛊	2 # 40 へ ひ上弓 11 四 名日田 12 12	
	😫 Scan		- IC X
	B· ∞ Ⅲ ▶ () Q K + +		
	Pores 0		
	Scan Status		
	Not Measured		
	Optimusi		
	Overrange     Envaluated		
	Disabled		
	Not Reachable     Hidden		
	Tire		
	Components		
E fan         Image: Constraint of the state of th			
++ + + - + - + + + + + + + + + + + + +	III Scan		
100 100 100 100 100 100 100 100	→-**-差-第- 木材構用用 今天寺 日		
			Daplacement
	200		
	[ e		
	and a land a		
0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0	\$100-		
0 - 20 40 regard [10] 40 00 100			
0 0 0 100 100 100			
0 20 40 Heappenry[He1] 40 80 100			

Figura 3.4: Interfaccia grafica del profilometro per le impostazioni della FFT.

Nella figura 3.4 sono presenti due finestre: in alto viene visualizzato il dispositivo per permettere il posizionamento del laser nel punto dove si vuole misurare lo spostamento o la velocità, in basso viene visualizzata la misura in frequenza e i parametri impostati.

Per quanto riguarda la misura della tensione di attuazione si sono utilizzati i seguenti strumenti:

- VNA Hp 8753E che permette di applicare un segnale RF al MEMS e misurare i parametri di scattering.
- Generatore Keithley 2612 che permette di applicare una tensione DC al MEMS.

Per ottenere la caratteristica del dispositivo, tramite un'interfaccia labview (figura 3.6), si impone una tensione del tipo data in figura 3.5 comandando il Keithley 2612. Applicando alla porta di ingresso del dispositivo un segnale RF a frequenza di 6 GHz e con una potenza di 0 dBm, il VNA misura i parametri S risultanti ad ogni tensione applicata e trasferisce i valori all'interfaccia Labview dove viene visualizzata la caratteristica del dispositivo e soprattutto la tensione a cui si attua e si disattua il dispositivo stesso. Nella figura 3.6 si vedono i parametri da impostare:



Figura 3.5: Forma d'onda applicata al MEMS per estrapolare la tensione di attuazione.



Figura 3.6: Interfaccia Labview per caratterizzare il dispositivo.

- la tensione di inizio e di fine dello sweep a rampa (per le tensioni negative i valori sono quelli simmetrici)
- il passo dello sweep
- la corrente limite e la tensione limite per il Keithley 2612
- il numero di sweep che si vuole fare
- il percorso del file e il nome del file dove vengono caricati i dati

• il registro del VNA dove sono memorizzate le impostazioni dello strumento per la misura e la relativa calibrazione RF

Oltre alle impostazioni vengono visualizzate le misure dei parametri S11 e S21 alle due porte e della corrente assorbita dal dispositivo in esame. Per maggiori dettagli sul DC-SWEEP si faccia riferimento alla tesi indicata in [19].

### 3.4 Risoluzione dell'equazione di d'Alembert con il metodo Runge-Kutta

L'equazione (3.1) è un'equazione differenziale del secondo ordine nell'incognita x(t). Ponendo  $x_1(t) = x(t) e x_2(t) = x'(t) = v(t)$  si passa dalla (3.1) alle equazioni in forma di stato:

$$\begin{aligned} x_1'(t) &= x_2(t) \\ x_2'(t) &= -\frac{0.5\epsilon_0 A V^2(t)}{m(g_0 + x_1(t))^2} - \frac{kx_1(t)}{m} - \frac{bx_2(t)}{m} \end{aligned}$$
(3.11)

Le due equazioni (3.11) descrivono un sistema nel tempo continuo non lineare. Per conoscere  $x_1(t) \in x_2(t) \forall t \geq 0$ , date le condizioni iniziali  $x_1(0) \in x_2(0) \in$ l'ingresso  $V(t) \forall t \geq 0$ , si discretizza il sistema continuo, ragionando nel tempo discreto. Dato il periodo di campionamento T e un generico istante  $t_n$ , si vuole calcolare dallo stato presente  $x_1(t_n) \in x_2(t_n)$  e dall' ingresso  $V(t_n)$ , lo stato futuro  $x_1(t_{n+1}) \in x_2(t_{n+1})$  con  $T = t_{n+1} - t_n$ . Per far questo si fa uso del metodo Runge-Kutta che consiste in due step: Predictor step e Corrector step. Il primo passo, Predictor step, permette di predire i valori di  $x_1 \in x_2$  nell'istante centrale  $t_{n+1/2}$ . Dalle (3.11), approssimando le derivate continue con quelle discrete si ha:

$$\begin{aligned} \frac{x_1(t_{n+1/2}) - x_1(t_n)}{T/2} &\approx x_1'(t_n) = x_2(t_n) \\ \frac{x_2(t_{n+1/2}) - x_2(t_n)}{T/2} &\approx x_2'(t_n) = -\frac{0.5\epsilon_0 A V^2(t_n)}{m(g_0 + x_1(t_n))^2} - \frac{kx_1(t_n)}{m} - \frac{bx_2(t_n)}{m} \end{aligned}$$

che invertite permettono di ricavare  $x_1$  e  $x_2$  nell'istante  $t_{n+1/2}$  dato lo stato presente  $x_1(t_n), x_2(t_n) \in V(t_n)$ . Il secondo passo, Corrector step, permette di ricavare  $x_1 \in x_2$  nell'istante futuro  $t_{n+1}$ . Sempre dalle (3.11), dato lo stato presente  $x_1(t_n)$  $e x_2(t_n) e dati x_1(t_{n+1/2}), x_2(t_{n+1/2}) e V(t_{n+1/2}) = (V(t_{n+1}) + V(t_n))/2$ , con le approssimazioni discrete si ha:

$$\frac{x_1(t_{n+1}) - x_1(t_n)}{T} \approx x_1'(t_{n+1/2}) = x_2(t_{n+1/2})$$
$$\frac{x_2(t_{n+1}) - x_2(t_n)}{T} \approx x_2'(t_{n+1/2}) = -\frac{0.5\epsilon_0 AV^2(t_{n+1/2})}{m(g_0 + x_1(t_{n+1/2}))^2} - \frac{kx_1(t_{n+1/2})}{m} - \frac{kx_2(t_{n+1/2})}{m}$$

che invertite danno i valori di  $x_1(t_{n+1})$  e di  $x_2(t_{n+1})$ .

Si noti come il metodo Runge-Kutta non pone semplicemente:

$$\frac{x_1(t_{n+1}) - x_1(t_n)}{T} \approx x_1'(t_n)$$
$$\frac{x_2(t_{n+1}) - x_2(t_n)}{T} \approx x_2'(t_n)$$

Questo è ciò che fa il metodo di Eulero. Nella figura 3.7 si può notare come il metodo Runge-Kutta, a parità di T, permette di ridurre l'errore rispetto al metodo di Eulero: la differenza sostanziale sta nell'approssimare la derivata discreta  $(f(t_{n+1}) - f(t_n))/T$  (con f che rappresenta  $x_1$  o  $x_2$ ) al valore della derivata f' (pendenza) predetto nell'istante centrale  $t_{n+1/2}$ , piuttosto che al valore dato nell'istante  $t_n$ . Il metodo Runge-Kutta è più veloce nel convergere alla soluzione rispetto al metodo di Eulero.



Figura 3.7: Differenza tra metodo di Eulero e metodo Runge-Kutta.

#### 3.5 Modellizzazione dell'urto del ponte con i contatti

L'equazione di d'Alembert (3.1) vale fintanto che il ponte non urta i contatti, i quali sono posizionati ad un altezza intermedia tra il ponte e l'elettrodo di attuazione. Quando avviene l'impatto, agisce un'ulteriore forza che nasce dall'interazione ponte-contatti. La vera dinamica, data dall'urto, è ovviamente complessa ed è la conseguenza del fatto che il ponte è un corpo esteso e l'impatto agisce come sorgente di modi di vibrazione. I contatti stessi non sono impenetrabili. E' comunque vero che conoscere la vera dinamica del ponte al momento dell'urto non è ovviamente necessario se ci si pone come obiettivo l'analisi dell'effetto che ha la velocità di impatto sul degrado del contatto. Infatti, nelle ipotesi del modello 1D, il ponte si considera come un corpo perfettamente rigido con una dinamica punto per punto identica e, supponendo che le superfici dei contatti si mantengano impenetrabili, l'impatto può essere modellizzato come l'urto anelastico di un corpo di massa m e di un corpo di massa infinita (i contatti sono vincolati a tutta la massa sottostante il ponte e sono fermi prima e dopo l'urto). In questo modo si approssima la dinamica dell'urto con dei rimbalzi, trascurando le oscillazioni del ponte che danno i modi di vibrazione, e l'eventuale penetrazione dei contatti. Dette  $v_i$  la velocità prima dell'urto e  $v_f$  la velocità dopo l'urto del ponte, risulta  $v_i > v_f$ , poichè parte dell'energia cinetica del ponte viene dissipata nell'urto stesso. Dalle misure di velocità con il profilometro è possibile stimare, mediamente, quanta energia cinetica viene persa nell'urto. Misurando il rapporto  $v_f/v_i$  per diversi impatti e facendone una media, si ottiene un coefficiente *coeff* che permette, nel modello 1D, di settare la velocità  $v_f$  al valore -*coeff*  $\cdot v_i$  al momento dell'impatto. Il segno meno è dovuto al fatto che il ponte inverte la sua direzione. Se la velocità dopo l'urto  $v_f$  è non nulla la dinamica del ponte viene ottenuta risolvendo la (3.1), altrimenti, con  $v_f = 0$ , l'energia cinetica posseduta dal ponte prima dell'urto viene completamente dissipata e si presentano due possibilità:

- la forza elettrostatica  $f(t_n)$ , in modulo, è maggiore o uguale alla forza elastica  $kx(t_n)$ , in modulo
- la forza elettrostatica è minore della forza elastica

La forza di attrito viscoso  $bv(t_n)$  è nulla dato che la velocità si è azzerata. Nel caso si presenti la prima possibilità, sul ponte agisce un'ulteriore forza data dal



Figura 3.8: Diagramma dei passi logici del modello 1D relativi alla gestione dell'urto con i contatti, con riferimento al passo n-esimo.  $x_0$  è la posizione dei contatti.

vincolo di non penetrabilità dei corpi, la quale bilancia la forza netta tra azione elettrostatica e azione elastica che tiene attuato il ponte. Il vincolo agisce fintanto che l'intensità della forza elettrostatica non diventa minore di quella elastica. Ciò può accadere grazie alla tensione  $V(t_n)$  che diminuisce. A questo punto avviene il rilascio e la dinamica del ponte obbedisce all'equazione (3.1). Se si presenta la seconda possibilità la forza netta agente sul ponte lo accelera verso l'alto, quindi non agisce nessuna azione vincolante. Lo spostamento  $x(t_n)$  del ponte è dato dall'equazione (3.1). Il codice Matlab della funzione che implementa l'algoritmo di figura 3.8 è presentato in figura 3.9. I dati di input per la funzione sono: il vettore Tensione che contiene i valori della tensione in ingresso, l'air-gap  $g_0$ , il coefficiente di attrito b, la massa del ponte m, la costante elastica k, il GAIN che vale  $-0.5\epsilon_0 A$  con A area di affacciamento del ponte sull'elettrodo, il periodo di campionamento T e il numero di campioni N calcolati. Nella figura 3.9 l'altezza dei contatti  $x_0$  vale -2.794  $\mu$ m. Nel codice è presente anche la funzione calcolo che implementa l'algoritmo Runge-Kutta per il calcolo dello stato futuro dato lo stato presente (figura 3.10). I parametri di input della funzione calcolo sono: la

```
function [ posizione, velocita, accelerazione, tempo ] = calcolo dinammodello ( Tensione, g0, b, m, k, GAIN, T, N )
 tempo = 0:T: (N-1) *T;
 coeff = 0.5242;
 a = 0;
 for i = 1:1:N
     x(i) = 0;
     v(i) = 0;
     acc(i) = 0;
     C(i) = 0;
 end
 for i = 1:1: (N-1)
     if (x(i) < -2.794*10^{-6})
             v(i) = -coeff*v(i-1);
x(i) = -2.794*10^-6;
              acc(i-1) = (-v(i-1)+v(i))/T;
             accelerazione(i-1) = acc(i-1);
if (abs(v(i)) < 10^{-100})
                  a = 1;
              else
                  [ x(i+1),v(i+1),acc(i+1),acc(i) ] = calcolo ( x(i),v(i),Tensione(i),Tensione(i+1),g0,b,m,k,GAIN,T );
              end
     else
             if (a == 0)
                  [x(i+1),v(i+1),acc(i+1),acc(i)] = calcolo (x(i),v(i),Tensione(i),Tensione(i+1),g0,b,m,k,GAIN,T);
              end
     end
     if (a == 1)
             C(i) = (k*x(i))-(GAIN*(Tensione(i)^2)*((g0+x(i))^-2));
             if (C(i) >= 0)
                 x(i+1) = -2.794*10^{-6};
                  v(i+1) = 0;
                  acc(i) = 0;
              else
                  a = 0;
                  [x(i+1),v(i+1),acc(i+1),acc(i)] = calcolo (x(i),v(i),Tensione(i),Tensione(i+1),g0,b,m,k,GAIN,T);
              end
     end
     posizione(i) = x(i);
     velocita(i) = v(i);
     accelerazione(i) = acc(i);
 end
 posizione(N) = x(N);
 velocita(N) = v(N);
 accelerazione(N) = acc(N);
end
```

Figura 3.9: Codice Matlab della funzione che calcola la dinamica del ponte.

```
function [ x,v,acc_2,acc_1 ] = calcolo ( xpos,vel,V1,V2,g0,b,m,k,GAIN,T )
acc_1 = ((GAIN/m)*(V1^2)*(g0+xpos)^{-2})-((b/m)*vel)-((k/m)*xpos);
xhalf = vel*(T/2)+xpos;
vhalf = acc_1*(T/2)+vel;
V = (V1+V2)/2;
x = T*vhalf+xpos;
acc_in = ((GAIN/m)*(V^2)*(g0+xhalf)^{-2})-((b/m)*vhalf)-((k/m)*xhalf);
v = T*acc_in+vel;
acc_2 = ((GAIN/m)*(V2^2)*(g0+x)^{-2})-((b/m)*v)-((k/m)*x);
end
```

Figura 3.10: Codice Matlab della funzione che implementa il metodo Runge-Kutta.

posizione nell'istante presente xpos, la velocità nell'istante presente vel, i valori della tensione nell'istante presente  $V_1$  e nell'istante futuro  $V_2$  e  $g_0$ , b, m, k, GAIN, T sopra citati.

**48** 

# Capitolo 4

# Confronto modello elettromeccanico 1D - misure dinamiche e risultati nella ciclatura

In questo capitolo si vuole confrontare la risposta del dispositivo MEMS ad una generica forma d'onda di tensione ottenuta con il modello 1D, con quella reale misurata con il profilometro. In ultimo verranno presentati i risultati nello stress di ciclatura, attuando il dispositivo sia con una forma d'onda standard, sia con una forma d'onda ad hoc per studiare l'effetto della velocità di impatto sul degrado del contatto.

## 4.1 Descrizione del setup di misura per analizzare la dinamica di uno switch RF-MEMS

Per misurare la risposta dello switch ad uno stimolo di tensione, applicato tra il ponte e l'elettrodo di attuazione, si fa uso dello stesso setup di misura usato per estrapolare la risposta in frequenza del dispositivo stesso. Tramite l'arbitrary waveform generator (AWG) 33250A si applica tensione al MEMS e, impostando il trigger esterno (il trigger è dato dal generatore) per il profilometro, si triggera la misura con la forma d'onda applicata. Si è utilizzato un amplificatore (x20) con banda di 2.5 MHz (HV), poichè la massima tensione data dall'AWG è  $\pm 10V$ . In particolare si può caricare anche una forma d'onda arbitraria, salvando in un



Figura 4.1: Immagine setup di misura per la caratterizzazione dinamica.

file di testo un certo numero di punti che assumono valori tra 0 e 1 e caricandoli tramite un programma Labview. Questi ultimi vengono poi scalati dell'ampiezza picco-picco impostata per la forma d'onda arbitraria. Il Laser Doppler Vibrometer integrato (LDV) al profilometro effettua la misura di spostamento o velocità nel tempo. Nella figura 4.1 è dato lo schema del setup di misura. Le impostazioni per la misura nel tempo sono le seguenti:

- la frequenza di campionamento  ${\cal F}_c$
- $\bullet\,$ il numero di campioni dati nella misura N
- la finestra temporale analizzata  $T_c = NT$
- il periodo di campionamento  $T = 1/F_c$
- il convertitore analogico digitale interno al profilometro

Nella figura 4.2 viene visualizzata la schermata dell'interfaccia usata per la misura nel tempo. Si notano sempre le due finestre, quella in alto per posizionare il laser nel punto dove si vuole misurare lo spostamento e sistemare il riferimento, quella in basso per visualizzare la misura e le impostazioni elencate sopra.

## 4.2 Confronto modellizzazione elettromeccanica 1D - misure dinamiche relativamente ad una tipologia di dispositivi MEMS

In questo paragrafo si vogliono presentare i risultati del confronto tra modello 1D e misure, relativi a una tipologia di dispositivi MEMS: gli switch RF-MEMS shunt con ponte a forma rettangolare. Questi dispositivi sono realizzati da FBK-IRST che ha sede a Trento. La tecnologia utilizzata per la loro fabbricazione



Figura 4.2: Interfaccia grafica per la misura dello spostamento nel tempo (programma PSV).

è una tecnologia micromachining ad otto maschere [20]. Hanno una membrana sospesa (in oro) rettangolare collegata alla massa RF tramite 4 sostegni (dispositivo a travi dritte), un air-gap pari a  $g_0 = 4.5 \mu m$  e non presentano l'ossido sull'attuatore. Le misure presentate in seguito sono relative a due dispositivi shunt rettangolari. Nelle due sottosezioni che seguono verranno, in ordine, presentati i parametri m,b,k ottenuti e il confronto misura-modello 1D per questi due dispositivi.

#### 4.2.1Estrapolazione dei parametri m,b,k del modello dinamico

Come primo step, tramite una topografia 2D, si è calcolata l'area di affacciamento del ponte sull'elettrodo di attuazione tenendo conto della struttura dell'elettrodo (figura 4.5). Il valore dell'area di affacciamento per i due diversi dispositivi è:  $A_1=2.27\cdot 10^{-8}\ m^2,\,A_2=2.28\cdot 10^{-8}\ m^2.$ La massa del ponte per i due dispositivi (compresi i sostegni) risulta essere:  $mponte_1 = 2.946 \cdot 10^{-9}$  kg,  $mponte_2 = 3.181 \cdot$  $10^{-9}$  kg. Per quanto riguarda la risposta in frequenza dei due dispositivi si è

51



Figura 4.3: Immagine 3D al profilometro di un RF-MEMS shunt a ponte rettangolare.



Figura 4.4: Immagine 2D al profilometro di un RF-MEMS shunt a ponte rettangolare.



Figura 4.5: Profilo 2D della struttura sotto il ponte di un dispositivo shunt a ponte rettangolare, dopo la rimozione parziale del ponte.

proceduto come descritto nella sottosezione 3.3.1 misurando lo spostamento in frequenza. L'ampiezza della tensione sinusoidale, data dall'arbitrary waveform generator 33250A, è stata impostata a  $V_{ac} = 10$  V, mentre la frequenza della sinusoide è stata variata da 250 Hz a 12750 Hz a passi di 250 Hz che risultano in uno spostamento sinusoidale con frequenza da 500 Hz a 25000 Hz a passi di 500 Hz. Il trigger è stato impostato nello stato di OFF. Il settaggio per la FFT è stato il seguente (sottosezione 3.3.2):

- massima frequenza misurata 100 kHz, da cu<br/>i $F_p=200~{\rm kHz}$
- numero di righe in frequenza 12800, da cui M = 25600

- finestra temporale su cui viene fatta la FFT  $T_p = 128$  ms, da cui, dato M, T = 5  $\mu$ s =  $1/F_p$
- risoluzione in frequenza  $F = 7.8125 \text{ Hz} = 1/T_p$
- decoder di spostamento DD-900 50nm/V

In riferimento sempre alla sottosezione 3.3.1 i valori dell'ampiezza della forza  $F_a$ per i due dispositivi risultano:  $F_{a1} = 2.4802 \cdot 10^{-7}$  N,  $F_{a2} = 2.4911 \cdot 10^{-7}$  N. Misurando l'ampiezza dello spostamento  $X_a$  al centro del ponte a passi di 500 Hz si è ricavato il rapporto  $X_a/F_a$  per i due dispositivi che rappresenta il modulo della risposta in frequenza, dato nelle figure 4.6 e 4.7. I grafici sono il risultato dell'interpolazione lineare dei punti misurati a multipli di 500 Hz. Inoltre si è applicata una sinusoide a frequenze intorno alla risonanza, per assicurarsi che il picco sia effettivamente quello dato nelle figure, poichè, a passi di 500 Hz, si potrebbe commettere un errore, nel calcolo della risonanza, al più di 250 Hz.



Figura 4.6: Risposta in frequenza dispositivo 1.

Nelle figure 4.6 e 4.7 sono dati i valori massimi assunti dalla risposta in frequenza Q/k (equazione (3.6))e la frequenza di risonanza dei due dispositivi  $\omega_0/(2\pi)$ . Per quanto riguarda la caratteristica di attuazione, in riferimento alla sottosezione 3.3.2, si è eseguito uno sweep a rampa da 0 V a 60 V, da 60 V a 0 V, da 0 V a -60 V e da -60 V a 0 V a passi di 1 V. I valori limite per il Keithley 2612 sono stati impostati a 80 V per la tensione e  $8 \cdot 10^{-8}$  A per la corrente. Sono stati eseguiti tre sweep per i due dispositivi e il terzo sweep è presentato nelle figure 4.8 e 4.9, considerando il parametro S di riflessione S11 e con indicata la tensione



Figura 4.7: Risposta in frequenza dispositivo 2.

di attuazione. Si vede come il parametro S11 è alto quando i dispositivi sono attuati, poichè quest'ultimi sono degli switch RF-MEMS shunt e fanno passare il segnale quando non sono attuati.



Figura 4.8: Dcsweep dispositivo 1.

Dalla relazione 3.7 sono state ricavate le due costanti elastiche per i due dispositivi:  $k_1 = 17.1512 \text{ N/m}$ ,  $k_2 = 17.2267 \text{ N/m}$ . Dalle costanti elastiche e dal valore di picco della risposta in frequenza Q/k si ricavano i fattori di qualità dei due dispositivi:  $Q_1 = 19.3206$ ,  $Q_2 = 19.3690$ . Questi ultimi, come espresso in 3.9, si ricavano anche dalla larghezza delle risposte in frequenza a -3 dB dal picco Q/k(per il dispositivo 1 vedi figura 4.10).



Figura 4.9: Dcsweep dispositivo 2.



Figura 4.10: Visualizzazione della larghezza, a -3 dB dal massimo, della risposta in frequenza del dispositivo 1, per il calcolo alternativo del fattore Q.

I valori di Q calcolati dalla 3.9 sono:  $Q_1 = 19.3103$ ,  $Q_2 = 19.5804$ . La leggera differenza può essere dovuta al fatto che le due risposte in frequenza sono state ottenute interpolando linearmente le misure fatte a passi di 500 Hz. Dalle due relazioni espresse nella (3.10), in ultimo, si sono ricavati i valori della massa risonante m e del coefficiente di attrito b per i due dispositivi, ottenendo:  $m_1 = 2.2166 \cdot 10^{-9}$  kg e  $b_1 = 1.0092 \cdot 10^{-5}$  (Ns)/m,  $m_2 = 2.2263 \cdot 10^{-9}$  kg e  $b_2 = 1.0111 \cdot 10^{-5}$  (Ns)/m. La percentuale di massa oscillante risulta, nell'ordine, 75.24%, 69.99%.

Per quanto riguarda l'urto con il contatto (sezione 3.5) sono stati estrapolati

dalle misure l'altezza dei contatti  $x_0$  e il coefficiente *coeff.* L'altezza dei contatti si è ottenuta semplicemente applicando ai due dispositivi un gradino di tensione appena superiore all'attuazione, in modo da trascurare l'eventuale piegamento del ponte dovuto alla presenza dei contatti soltanto agli estremi, e misurando lo spostamento corrispondente (al centro del ponte) quando il dispositivo si è stabilizzato sul contatto. I valori ottenuti sono, nell'ordine (figure 4.11 e 4.12):  $x_{01} = -2.794 \ \mu m, \ x_{02} = -2.796 \ \mu m.$ 



Figura 4.11: Spostamento misurato del dispositivo 1 in risposta ad un gradino di tensione di 50 V.



Figura 4.12: Spostamento misurato del dispositivo 2 in risposta ad un gradino di tensione di 50 V.



Figura 4.13: Velocità misurata del dispositivo 1 in risposta ad un gradino di tensione di 50 V insieme all'andamento filtrato.

Attuando il dispositivo con lo stesso gradino di tensione si è ricavato il coefficiente *coeff* dalla misura di velocità al centro del ponte. Nelle figure 4.13 e 4.14 sono riportati gli andamenti per i due dispositivi insieme a quelli filtrati. Il filtraggio è stato fatto per visualizzare un inviluppo medio eliminando le oscillazioni a più alta frequenza. Il ponte, infatti, sbattendo sui contatti vibra, per effetto della sua struttura geometrica (dimensioni trasversali molto grandi rispetto alle dimensioni longitudinali) e della sua non perfetta rigidezza e penetra leggermente i contatti. Tra il picco di velocità negativa e il picco di velocità positiva vi sono dei



Figura 4.14: Velocità misurata del dispositivo 2 in risposta ad un gradino di tensione di 50 V insieme all'andamento filtrato.

punti intermedi che non si spiegherebbero se avvenisse un urto puro e se il ponte fosse perfettamente rigido (figure 4.13 e 4.14). Infatti questi punti sono l'effetto combinato del fatto che il ponte, punto per punto, si piega leggermente e quindi non rimane dritto (modi di vibrazione) e che i contatti non sono impenetrabili. La dinamica, data dai modi di vibrazione, porta il ponte stesso, a sbattere sui contatti più volte. Siccome, però, nelle ipotesi del modello 1D il ponte è perfettamente rigido e quindi non si piega e i contatti sono impenetrabili, il coefficiente *coeff* è stato ricavato facendo il rapporto tra il picco di velocità positiva e il picco di velocità negativa e mediando su diverse ripetizioni, supponendo che il ponte rimbalzi rigidamente sui contatti. (figure 4.13 e 4.14). I valori dei coefficienti per i due dispositivi sono, nell'ordine:  $coeff_1 = 0.5242$ ,  $coeff_2 = 0.4624$ .

#### 4.2.2 Confronto misura - modello 1D

Ricavati tutti i parametri necessari per il modello 1D è stata eseguita in Matlab la funzione il cui codice è presente nella figura 3.9. In particolare è stato impostato un periodo di campionamento pari a T = 391ns e un numero di campioni pari a N = 12788 che corrispondono ad un tempo di simulazione pari a 5ms. Per quanto riguarda il setup di misura, per confrontare la dinamica reale con quella data dal modello, in riferimento alla sezione 4.1, si sono applicate ai due dispositivi delle onde quadre di tensione con un periodo di 5 ms e con una componente DC pari a metà dell'ampiezza picco-picco e si sono misurati spostamento e velocità nel tempo, settando i parametri elencati nella sottosezione 4.1, a:

- frequenza di campionamento  $F_c = 2.56$  MHz
- numero di campioni dati nella misura N = 16384
- finestra temporale analizzata  $T_c = NT = 6.4 ms$
- periodo di campionamento  $T = 1/F_c = 391$  ns
- convertitore analogico-digitale interno al profilometro scelto in funzione del tipo di misura effettuata (spostamento o velocità) e dell'ampiezza del segnale misurato

Il numero di campioni N impostati nella misura e nel calcolo sono diversi, semplicemente perchè, nella misura, questo parametro è una potenza di 2. Nel confronto misura-modello, si sono presi solo i primi 12788 valori misurati. Per quanto riguarda la dinamica sotto l'attuazione sono state applicate due onde quadre, una



Figura 4.15: Forme d'onda applicate ai due dispositivi per analizzare la dinamica sotto l'attuazione.

a tensione di 20 V e l'altra a tensione di 30 V (figura 4.15). I grafici degli andamenti delle velocità e degli spostamenti, misurati e calcolati dalla funzione Matlab, sono dati nelle figure 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19.



Figura 4.16: Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra a 20 V.

Nelle figure 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19 si può notare la tipica risposta di un sistema del secondo ordine, dato dall'equazione di d'Alembert (equazione (3.1)), ad un gradino. In corrispondenza del fronte di salita dell'onda quadra si ha un'oscillazione smorzata, attorno al valore di regime, ad una pulsazione pari ad  $\omega_0$ , pulsazione



Figura 4.17: Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra a 20 V.



Figura 4.18: Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra a 30 V.

di risonanza, e con un fattore di smorzamento determinato dal valore di Q. Il valore a regime dello spostamento del ponte si ottiene eguagliando la forza elettrostatica e la forza elastica (a regime la forza di attrito è nulla poichè il ponte è fermo, e la forza netta agente sul ponte è nulla), ottenendo:

$$V = \sqrt{\frac{-kx(g_0 + x)^2}{0.5\epsilon_0 A}}$$
(4.1)



Figura 4.19: Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra a 30 V.

da cui, dato il valore di V che rappresenta l'ampiezza del gradino di tensione dell'onda quadra, si ricava la posizione stazionaria del ponte. Le soluzioni dell'equazione (4.1) sono due, ma quella valida sotto l'attuazione è la più piccola in modulo (figura 4.20).



Figura 4.20: Risoluzione grafica dell'equazione (4.1) per il dispositivo 1 con una tensione V = 30 V.

In corrispondenza del fronte di discesa dell'onda quadra si ha una forza di ingresso nulla e l'azione della sola forza elastica e della forza di attrito. Lo spostamento del ponte è dato dall'evoluzione libera dell'equazione (3.1) che si annulla per  $t \to +\infty$ , poichè l'ingresso (forza elettrostatica) è nullo e le condizioni iniziali non sono nulle (il ponte non parte dalla sua posizione di riposo).

Nelle figure 4.16, 4.17, 4.18 e 4.19, come è stato detto precedentemente, spostamento e velocità sono stati calcolati con un periodo di campionamento T = 391ns. Se si va progressivamente a diminuire il periodo T e si ricalcolano spostamento e velocità, in ogni istante di tempo, si ha che la soluzione, calcolata con il metodo Runge-Kutta, converge verso il valore vero (figura 4.21). Per stimare



Figura 4.21: Visualizzazione della convergenza del metodo Runge-Kutta nel calcolo dello spostamento nell'istante 391 ns, per il dispositivo 1 alla tensione di 30 V, dividendo il valore di T per un numero intero che va da 1 a 10.

l'errore commesso, con un campionamento pari a T = 391 ns e relativamente al dispositivo 1 a cui è stata applicata un'onda quadra di ampiezza 30 V, si è calcolata la differenza, in ogni istante multiplo di 391 ns, tra il valore dello spostamento dato per T = 391 ns e il valore dello spostamento dato per T =(391/10) ns, poichè quest'ultimo approssima bene il valore vero (figura 4.21). L'errore percentuale, per l'intervallo temporale in cui la tensione è a 30 V, è dato in figura 4.22, dove si può notare che l'errore commesso, se si sceglie un periodo di campionamento pari a T = 391 ns è al di sotto dello 0.25%, quindi un errore trascurabile. Sempre considerando l'andamento sotto l'attuazione, si vogliono ora far vedere due misure fatte per mostrare come il ponte non è un corpo perfettamente rigido e come il fattore di qualità Q non è una costante (non linearità). Nel primo caso è stata fatta una misura di spostamento in diversi punti, sul dispositivo 2 e alla tensione di 30 V. I punti scelti sono mostrati in figura 4.23 e il risultato è presentato in figura 4.24. Si può notare come la posizione



Figura 4.22: Errore percentuale relativo allo spostamento calcolato per il dispositivo 1 alla tensione di 30V e ad un periodo di campionamento pari a T = 391ns.



Figura 4.23: Punti della membrana rettangolare scelti per mostrare che il ponte non è perfettamente rigido.

stazionaria del ponte è maggiore in modulo nei punti centrali 3,4,5,6 e minore nei punti esterni 1,2,7,8. Questo perchè il ponte è collegato alla massa RF tramite i quattro sostegni attaccati ai due lati minori del rettangolo e tende a piegarsi di più verso il centro. In figura 4.25 è graficato lo spostamento nei punti 1 e 3, e si nota come il punto 3, più interno, si sposta di più a regime, e il punto 1, più esterno, si sposta di meno a regime. Questa differenza di spostamento del ponte lungo la sua struttura implica, a parità di forza elettrostatica applicata, una costante elastica punto per punto diversa. Ciò fa capire come sia approssi-



Figura 4.24: Spostamento misurato per il dispositivo 2 alla tensione di 30 V nei punti di figura 4.23.

mativo il modello 1D. Nel secondo caso si è applicato al dispositivo 1 un'onda



Figura 4.25: Spostamento misurato per il dispositivo 2 alla tensione di 30 V nei punti 1 e 3.

quadra di ampiezza pari a 40 V in modo che la membrana si spostasse maggiormente e si potesse evidenziare il comportamento non lineare dovuto al fattore Qnon costante. In figura 4.26 è graficato sia lo spostamento misurato che quello calcolato. Si nota che nella misura c'è uno smorzamento maggiore. Questo conferma che la posizione del ponte influenza molto le condizioni del gas interposto tra il ponte e l'elettrodo di attuazione (sezione 2.4). Nel modello si considera un



Figura 4.26: Spostamento misurato e calcolato per il dispositivo 1 alla tensione di 40V.

fattore di qualità Q costante e ciò spiega la differenza dei due andamenti. Per analizzare il confronto misura-modello nella dinamica di attuazione, è stata applicata ai due dispositivi un'onda quadra di tensione di ampiezza pari a 60 V > Vact = 48 V (figura 4.27).



Figura 4.27: Forma d'onda applicata ai due dispositivi per analizzare la dinamica sopra l'attuazione.

Il risultato è presentato nelle figure 4.28 e 4.29. Se si fa uno zoom dell'andamento della velocità nella fase di attuazione si può notare (figura 4.30 per il dispositivo 1) come il risultato del modello 1D non presenta quei punti inter-



Figura 4.28: Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra a 60 V.



Figura 4.29: Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra a 60 V.

medi evidenziati nella figura 4.13, questo perchè si è approssimata la dinamica di impatto con dei rimbalzi, di un corpo perfettamente rigido, su una superficie impenetrabile. Sempre per questo motivo, nell'andamento del modello 1D, non sono presenti le oscillazioni caratteristiche di un corpo esteso che, urtando, vibra. Ovviamente, come si è detto nella sezione 3.5, non è importante sapere la vera dinamica dell'urto, ma vedere come, riducendo la velocità di impatto, si riduce sia l'ampiezza dell'andamento reale e sia dell'andamento dato dal modello, nella fase dopo l'impatto. Il tempo di attuazione dei due dispositivi si può stimare con la formula (2.21), tenendo conto che essa è stata dedotta trascurando lo smorzamento ( $Q \gg 1$ , accettabile in questo caso), e il feedback nella forza elettrostatica. La formula però è stata ottenuta calcolando il tempo necessario al ponte per spostarsi di  $g_0$  dalla sua posizione di riposo. In questo caso i due dispositivi arrivano al massimo all'altezza dei contatti che è una frazione di  $g_0$ . La formula corretta è la seguente:

$$t_s = \sqrt{\alpha} 3.67 \frac{V_p}{V_s \omega_0} \tag{4.2}$$

dove  $V_s = 60$  V,  $V_p = 48$  V,  $\omega_0 = 2\pi 14000$  rad/s uguali per i due dispositivi, mentre  $\alpha_1 = 0.6208$  e  $\alpha_2 = 0.6213$  rappresentano il rapporto tra l'altezza del contatto e l'air-gap  $g_0$ . I due tempi sono:  $t_{s1} = 26.311 \ \mu$ s e  $t_{s2} = 26.322 \ \mu$ s. I tempi risultanti dal modello sono, per tutti e due i dispositivi, all'incirca 28  $\mu$ s, abbastanza vicino come valore a quello dato dalla (4.2). Nel rilascio la tensione si



Figura 4.30: Andamento della velocità, per il dispositivo 1 alla tensione di 60 V, nella fase di attuazione.

annulla, di conseguenza anche la forza elettrostatica, quindi istantaneamente non agisce più il vincolo che bilancia le forze elastica ed elettrostatica quando il ponte è appoggiato sui contatti (sezione 3.5). Da qui in poi si ha la stessa dinamica della fase di rilascio sotto l'attuazione. Ora si vuole presentare un risultato interessante che si è ottenuto applicando al dispositivo 1 un'onda quadra di ampiezza 46 V, appena sotto l'attuazione Vact = 48 V. Dato che 46 V è minore di 48 V il dispositivo non dovrebbe attuarsi. In realtà si attua e ciò lo prevede anche il modello, come mostrato in figura 4.31. In quest'ultima parte del paragrafo se ne


Figura 4.31: Andamento dello spostamento e della velocità, per il dispositivo 1 alla tensione di 46 V.



Figura 4.32: Risoluzione grafica della disequazione (4.3) con V = 46V per il dispositivo 1.

vuole dare una spiegazione. Se si trascura la forza di attrito (Q >> 1), le due forze che agiscono nella dinamica del ponte sono la forza elettrostatica e la forza elastica; andando a cercare i valori dello spostamento x che, data la tensione V, danno una forza netta maggiore di 0 si ha:

$$F_{netta} = -\frac{0.5\epsilon_0 A V^2}{(g_0 + x)^2} - kx > 0 \iff -\frac{0.5\epsilon_0 A V^2}{(g_0 + x)^2} > kx \iff V < \sqrt{\frac{-kx(g_0 + x)^2}{0.5\epsilon_0 A}}$$
(4.3)

da cui, dato V = 46V, si ottiene il risultato di figura 4.32 che è la risoluzione grafica della disequazione (4.3). I due punti di intersezione -2.026  $\mu$ m, -1.029  $\mu$ m tra V = 46 V e il termine a destra della disequazione (4.3) sono le soluzioni dell'equazione (4.1). La (4.3) è risolta per -2.026  $\mu$ m < x < -1.029  $\mu$ m, per i quali, essendo la  $F_{netta} > 0$ , il ponte viene decelerato, dato che si sta spostando verso il basso con velocità negativa (si ricordi il riferimento scelto di figura 3.1). Negli altri punti il ponte viene accelerato. Se si dà un gradino di tensione di 46 V al dispositivo 1, la dinamica del ponte può essere tale da portarlo nella zona in cui x < -2.026  $\mu$ m con velocità diversa da 0. Qui il ponte viene accelerato e si innesca il feedback positivo, raggiungendo l'altezza dei contatti x<sub>0</sub> (figura 4.32). Dati gli andamenti di figura 4.31, il ponte riesce ad arrivare nella zona di feedback positivo e si attua.

### 4.3 Miglioramento della dinamica di attuazione e risultati nello stress di ciclatura

In questo paragrafo verranno presentati i risultati relativi al miglioramento della dinamica di attuazione in termini di velocità di impatto e ciò che ne consegue nello stress di ciclatura. Verranno presi come riferimento dei dispositivi in particolare, gli OLTO, che sono degli switch RF-MEMS serie.

#### 4.3.1 Ricerca della forma d'onda di tensione che migliori la dinamica di attuazione

La tipologia di dispositivi usati per analizzare la dinamica di attuazione e migliorarla, gli OLTO, possiede una membrana spessa 3  $\mu$ m, a forma circolare, sospesa tramite quattro sostegni. Un rinforzo di 2  $\mu$ m è presente sul bordo della membrana per aumentare la sua robustezza. L'air-gap pari a  $g_0 = 3 \mu$ m viene ottenuto rimuovendo il layer sacrificale con un processo a bassa temperatura per garantire una maggiore planarità del dispositivo. L'elettrodo di attuazione, in polisilicio, è a forma circolare ed è ricoperto di uno strato di ossido spesso 100 nm. I dispositivi OLTO sono sempre realizzati dalla FBK-IRST e la tecnologia utilizzata per la loro fabbricazione è la stessa dei dispositivi shunt rettangolari [20]. Di solito questi dispositivi (come anche le altre tipologie) vengono attuati con un gradino di tensione superiore alla tensione di attuazione. In questo modo è molto facile che il ponte arrivi sui contatti con una velocità abbastanza alta. Se si attuasse



Figura 4.33: Immagine 3D al profilometro di un RF-MEMS serie a ponte circolare.



Figura 4.34: Immagine 2D al profilometro di un RF-MEMS serie a ponte circolare.

il dispositivo 'accompagnandolo' nella sua caduta si riuscirebbe sicuramente ad attenuare la velocità di impatto. E' proprio come quando un oggetto attaccato ad una molla lo si tira delicatamente, in modo tale che arrivi alla sua posizione stazionaria, senza quasi alcuna oscillazione. Quindi invece di attuare il dispositivo con dei gradini di tensione si può provare ad attuarlo con delle rampe (figura 4.35). I risultati su un dispositivo OLTO, riguardo allo spostamento e alla veloc-



Figura 4.35: Forma d'onda di tensione applicata al dispositivo MEMS per 'addolcire' la sua caduta.

ità del ponte, sono dati in figura 4.36, applicando delle rampe a diversa ampiezza picco-picco (il minimo del valore di tensione è 0 V) e diversi tempi di salita. Se si considera la rampa di ampiezza 80 V, si nota come, aumentando il tempo di salita (da a) a d)), l'ampiezza dell'andamento della velocità e il numero di rimbalzi, nella fase di attuazione, diminuisce. Questo dà un indice della riduzione della velocità di impatto sui contatti. Ciò che si nota, però, è anche un aumento progressivo del tempo di attuazione. Se quest'ultimo lo si vuole mantenere basso bisognerebbe trovare una forma d'onda di tensione che non solo riduce la veloc-





Figura 4.36: Andamenti di spostamento e velocità per un dispositivo OLTO, in risposta a diverse rampe: a) tsalita = 200 ns, b) tsalita = 10  $\mu$ s, c) tsalita = 100  $\mu$ s, d) tsalita = 500  $\mu$ s.

ità di impatto, ma tiene anche ridotto il tempo di attuazione. Per raggiungere questo obiettivo si è utilizzato il semplice modello 1D su un dispositivo OLTO, di cui sono stati trovati i parametri m,b,k, analizzando, appunto, la dinamica di attuazione, nella ricerca di questa forma d'onda ad hoc.

Dapprima si sono ricavati i parametri m,b,k. Si è fatto, quindi, un dc-sweep (sottosezione 3.3.2) sul dispositivo OLTO per misurare la tensione di attuazione e ricavare la costante elastica. La caratterizzazione del dispositivo è data in figura 4.37. Dalla figura 4.37, si nota, come il parametro S di trasmissione S21 è alto quando il dispositivo OLTO si attua, poichè quest'ultimo è uno switch RF-MEMS serie e fa passare il segnale quando è attuato. Nel grafico sono anche evidenziate le tensioni di attuazione positiva e negativa e le tensioni di rilascio positiva e negativa, con il percorso che segue la caratteristica nell'applicare la forma d'onda di figura 3.5 (isteresi). La tensione di attuazione risulta Vact = 53 V da cui, data l'area di affacciamento  $A = 2.2 \cdot 10^{-8} m^2$ , misurata come l'intersezione del ponte circolare con i buchi (l'area geometrica è stata incrementata leggermente



Figura 4.37: Dc-sweep dispositivo OLTO ottenuto applicando uno sweep 0 V 60 V, 60 V 0 V, 0 V -60 V, -60 V 0 V.

per tener conto dell'effetto fringing, dato dalla presenza dei buchi) e l'elettrodo di attuazione circolare di diametro inferiore al ponte (200  $\mu$ m), e l'air-gap  $g_0 = 3 \ \mu$ m, si ricava, dalla (3.7), la costante elastica del dispositivo che risulta k = 68.37 N/m.

Per estrapolare la frequenza di risonanza  $\omega_0/(2\pi)$  e il fattore di qualità Q del dispositivo si è fatta una misura di velocità con il profilometro (LDV), applicando un segnale di tensione definito periodic-chirp (20 Vpp), dato direttamente dal generatore interno al profilometro. Il risultato è dato in figura 4.38, dove sono



Figura 4.38: Velocità misurata del dispositivo OLTO ottenuta applicando una periodic-chirp come segnale di tensione, con ampiezza picco-picco di 20 V.

dati la risonanza e il fattore di qualità che valgono  $\omega_0/(2\pi) = 17160$  Hz e Q = 26. Considerare la misura di velocità per estrapolare il valore di Q e la risonanza è equivalente a considerare la misura di spostamento. Infatti la funzione di trasferimento velocità-forza, dalla (3.2), risulta:

$$H(j\omega) = \frac{V(j\omega)}{F(j\omega)} = \frac{1}{k} \left( \frac{1}{1 - (\omega/\omega_0)^2 + j\omega/(Q\omega_0)} \right) \cdot j\omega$$
(4.4)

da cui, approssimando attorno alla risonanza  $\omega_0$  e tenendo conto della (3.8), si ottiene:

$$|H(j\omega)| \approx \frac{\frac{\omega_0}{k}}{\sqrt{\left(\frac{2\Delta\omega}{\omega_0}\right) + \frac{1}{Q^2}}}$$
(4.5)

Ora calcolando la distanza  $\Delta \omega_{-3dB}$  a cui il picco di  $|H(j\omega)|$ , che vale  $(\omega_0 Q)/k$ , si attenua di -3 dB si ha:

$$Q = \frac{\omega_0}{2\Delta\omega_{-3dB}} \tag{4.6}$$

che mostra, come, il fattore Q, può essere ricavato anche dalla larghezza, a -3 dB dal picco, del  $|H(j\omega)|$ , la quale è uguale alla larghezza, a -3 dB dal picco, del  $|G(j\omega)|$ . Inoltre, dato che per trovare la risposta in frequenza si applica al dispositivo una tensione sinusoidale di ampiezza costante e frequenza variabile, l'ampiezza della forza corrispondente  $F_a$  è una costante (sottosezione 3.3.1). Ciò implica che la differenza tra  $|H(j\omega)| \in |V(j\omega)|$  è soltanto un fattore di scala. Questo permette di trovare direttamente la risonanza  $\omega_0/(2\pi)$  e il fattore di qualità Q dal picco e della larghezza della misura di velocità in frequenza, senza passare per  $|H(j\omega)|$  (figura 4.38). Riguardo alla periodic-chirp essa non è altro che uno sweep in frequenza di una tensione sinusoidale di ampiezza costante, cioè quello che è stato fatto per i dispositivi rettangolari (sottosezione 4.2.1) viene eseguito direttamente dal generatore interno al profilometro. Infine, dalle equazioni (3.10) si ricavano la massa m e il coefficiente di attrito b del dispositivo OLTO, che risultano: m =  $5.88 \cdot 10^{-9}$  kg, b =  $2.44 \cdot 10^{-5}$  (Ns)/m. Il coefficiente coeff e l'altezza dei contatti sono stati ricavati dalle misure come è stato fatto per i dispositivi rettangolari e valgono *coeff* = 0.66 e  $x_0$  = -2.25  $\mu$ m. In figura 4.39 è data la misura di velocità, effettuata sul dispositivo OLTO, da cui è stato ricavato il coefficiente *coeff.* Calcolati tutti i parametri, prima si è fatto un confronto misura-modello 1D, dando al dispositivo OLTO una forma d'onda del tipo di figura 4.35, con un tempo di salita della rampa pari a 1  $\mu$ s, una durata dell'impulso pari a 1 ms e un periodo pari a 10 ms. L'ampiezza dell'impulso si è impostata a 55 V e il risultato per lo spostamento è dato in figura 4.40. Successivamente si è eseguita la funzione Matlab, il cui codice è nella figura 3.9, caricando, come vettore tensione, una forma d'onda arbitraria in grado di soddisfare sia l'esigenza di mantenere basso il tempo di attuazione e sia di mantenere bassa la velocità di



Figura 4.39: Velocità misurata del dispositivo OLTO, ottenuta applicando una rampa con tsalita = 1  $\mu$ s e un'ampiezza di 55 V, per estrarre il coefficiente *coeff.* 



Figura 4.40: Spostamento misurato e calcolato del dispositivo OLTO, in risposta ad una forma d'onda del tipo di figura 4.35, con tsalita = 1  $\mu$ s, durata dell'impulso pari a 1 ms e ampiezza dell'impulso pari a 55V.

impatto. L'idea è quella di applicare una tensione a gradini, di modo che, prima si applica un voltaggio alto per portare il ponte più vicino possibile ai contatti, poi un voltaggio basso per decelerarlo e mantenerlo attuato. Tutto questo deve essere eseguito in un tempo confrontabile con quello dato in fase di attuazione applicando al MEMS un gradino secco. In figura 4.41 sono date le forme d'onda applicate all'OLTO e in figura 4.42 le rispettive risposte, in termini di velocità, previste dal modello 1D. Il periodo di campionamento è stato impostato a T = 39.1 ns. Nella figura 4.43 è dato anche lo spostamento con un ingrandimento dei rimbalzi.



Figura 4.41: Tensioni applicate al dispositivo OLTO. Sono date due forme d'onda arbitarie e, per un confronto nel tempo di attuazione e nella velocità di impatto, due rampe a 80 V, con tempo di salita 200 ns e 500  $\mu$ s.



Figura 4.42: Velocità calcolate dalla funzione Matlab, in risposta alle tensioni date in figura 4.41.

Come si può notare dalla figura 4.42, dalla forma d'onda rossa a quella verde, c'è una riduzione della velocità di impatto di un fattore pari a 8.5. Il tempo di attuazione (ricavato come il tempo che ci mette la membrana a raggiungere i contatti) relativo alla forma d'onda rossa è di 19.08  $\mu$ s, mentre, relativamente a quella verde, è di 30.85  $\mu$ s, contro i 453.3  $\mu$ s della rampa a 500  $\mu$ s (tensione nera). I vantaggi delle due forme d'onda a rampa, basso tempo di attuazione per quella con tsalita = 200 ns e ampiezza dei rimbalzi contenuta per quella con



Figura 4.43: Spostamento calcolato dalla funzione Matlab, in risposta alle due forme d'onda arbitrarie e alla rampa con tempo di salita 200 ns e ampiezza 80 V.



Figura 4.44: Velocità misurate, in risposta alle due forme d'onda blu e rossa di figura 4.41.

tsalita = 500  $\mu$ s, vengono accorpati, applicando al dispositivo tensioni arbitrarie del tipo di figura 4.41. Per confrontare il risultato del modello con quello dato dalla misura, si è applicata la forma d'onda arbitraria blu al dispositivo OLTO, e la risposta la si è confrontata, con quella data, applicando la forma d'onda rossa. In figura 4.44 sono presentate le rispettive misure di velocità con indicate le velocità di impatto. I tempi di attuazione sono rispettivamente 18.4  $\mu$ s per la l'andamento rosso e 35.16  $\mu$ s per quello blu, non molto lontani dai valori ottenuti precedentemente dal modello che sono 19.08  $\mu s$ e 38.75  $\mu s.$  Lo stesso dicasi per le velocità di impatto.

#### 4.3.2 Risultati nello stress di ciclatura

Prima di presentare i risultati nello stress di ciclatura si vuole dare una panoramica generale su questo tipo di stress e presentare il programma Labview che permette di eseguire la ciclatura su un qualsiasi dispositivo MEMS. Lo stress di ciclatura consiste nel ripetere un certo numero di volte due fasi, una di seguito all'altra:

- prima fase: ciclatura
- seconda fase: misura

La prima consiste nell'applicare al dispositivo MEMS una stessa forma d'onda di tensione per un numero fissato di cicli. La seconda consiste nel misurare determinati parametri, monitorandone il loro degrado nel tempo (figura 4.45). In questo caso si vuole applicare al MEMS una forma d'onda standard e una ad hoc per un certo numero di cicli e misurare il degrado dei parametri S, alle due porte del dispositivo, per poter fare un confronto. Per poter effettuare questo tipo di stress



Figura 4.45: Fasi dello stress di ciclatura.

si è utilizzato un programma Labview che permette agli strumenti utilizzati di comunicare. Quest'ultimi sono:

- Arbitrary waveform generator 33250A (AWG), per polarizzare il dispositivo.
- Vector network analyzer Hp 8753E (VNA), per applicare il segnale RF al MEMS e misurare i parametri di scattering.
- Amplificatore di tensione x20 (banda 2.5 MHz), per amplificare l'uscita del generatore, poichè quest'ultimo offre una tensione massima di 10 V.

Il setup di misura che si è montato è dato in figura 4.46 dove sono rappresentati gli strumenti usati e i loro collegamenti. Nella figura 4.46 si è indicata un'am-



Figura 4.46: Setup di misura per lo stress di ciclatura.

plificazione x40 per l'insieme generatore-amplificatore, perchè, oltre all'amplificazione x20 data dall'amplificatore, vi è un raddoppio dell'ampiezza del segnale, poichè l'AWG è impostato per dare tensione ad un carico di 50  $\Omega$ , ma si trova l'ingresso dell'amplificatore ad alta impedenza. Il segnale di trigger che parte dall'AWG è invertito, poichè il fronte a cui è sensibile il VNA è l'opposto di quello generato dall'AWG.

Considerando una sola ripetizione di figura 4.45 e il riferimento di figura 4.46, gli step del programma Labview sono i seguenti:

• Caricamento della forma d'onda arbitraria, i cui valori sono dati in un file di testo nel PC, nel generatore AWG.



Figura 4.47: Interfaccia grafica del programma Labview per eseguire la ciclatura.

- Caricamento impostazioni VNA.
- Cycling:
  - invio del segnale di start al generatore AWG da parte del PC
  - invio del segnale di trigger al VNA, alla fine della fase di ciclatura, da parte dell'AWG, e misura, effettuata dal VNA, dei parametri S
  - richiesta dei dati misurati al VNA da parte del PC e salvataggio di un solo valore dei parametri S durante la fase di attuazione del dispositivo.
- Spegnimento dell'AWG.
- Salvataggio dei dati in un file excel.

L'interfaccia del programma Labview è data in figura 4.47. Sulla destra dell'interfaccia è dato il vettore della serie di cicli rappresentato in figura 4.45. Ad ogni elemento del vettore corrisponde una sequenza ciclatura-misura, e il contenuto della cella è il numero di cicli effettuato per quella specifica sequenza. In alto a sinistra è dato il blocchetto di inizializzazione del VNA, in particolare: il registro di calibrazione e i parametri di misura quali il numero di punti, il tempo, la frequenza del segnale RF e la sua potenza. Al centro sono presenti due blocchetti che permettono l'impostazione della sequenza ciclatura-misura. Il blocco a sinistra che riguarda la ciclatura, con l'impostazione SIGNAL = USER, permette il caricamento della forma d'onda, specificata nel percorso PATH\_FORMA\_D'ONDA, nell'AWG, data in formato testo con valori tra 0 e 1. I valori specificati in Period



Figura 4.48: Risultato della ciclatura su due dispositivi OLTO attuati con le due forme d'onda rappresentate in alto. Quest'ultime rappresentano un periodo della fase di ciclatura. Il numero di cicli applicati ai dispositivi è stato 100 milioni.

e HIGH Voltage DC danno rispettivamente il periodo del ciclo e l'ampiezza della tensione data nel ciclo stesso. Da notare che quest'ultima va a moltiplicare i valori tra 0 e 1 caricati dall'utente e va impostata tenendo conto dell'amplificazione x40 del blocco generatore-amplificatore. Il blocco a destra che riguarda la misura con l'impostazione SIGNAL = SQUARE permette di applicare al MEMS un'onda quadra generata direttamente dall'AWG, quindi non caricata dall'utente. I valori fissati in Period e HIGH Voltage DC hanno lo stesso significato di quelli precedentemente specificati, applicati però all'onda quadra. Ora, presentato il programma Labview in grado di eseguire lo stress di ciclatura, si vogliono dare i risultati ottenuti relativi ai dispositivi OLTO. Adottando la stessa strategia presentata nella sottosezione 4.3.1 si è attuato un dispositivo con una forma d'onda arbitraria che parte da un voltaggio alto e poi scende ad un valore più basso in modo da decelerare il ponte. Per fare un confronto, su



Figura 4.49: Tensioni applicate ai dispositivi rettangolari. Assieme alla forma d'onda arbitraria (in blu) sono date anche il gradino a 60 V e la rampa con tsalita = 500  $\mu$ s e ampiezza 60 V, per il confronto sui tempi di attuazione e velocità di impatto.

un altro OLTO si è applicata una tensione costantemente pari al valore iniziale della precedente forma d'onda. L'istante in cui si è portata la tensione a 0 è stato scelto in modo da avere un tempo sufficiente per attuare i dispositivi. Nella figura 4.48 è graficato il parametro di scattering S21 e come si degrada nel tempo. Si può notare come applicando la tensione b) si ha una diminuzione del valore del parametro S21 più lenta, questo sta ad indicare un degrado del contatto minore. Se per l'andamento a) le prestazioni RF, dopo 100 milioni di cicli, sono compromesse, per l'andamento b) si può pensare che sono peggiorate, ma non in modo tale da compromettere molto il passaggio del segnale RF.

### 4.4 Risultati del test di ciclatura effettuato sui dispositivi shunt rettangolari

In questa sezione si vuole presentare ciò che è stato ottenuto nello stress di ciclatura per i dispositivi shunt rettangolari, la cui analisi dinamica sia a livello di misura e sia a livello modellistico è stata fatta nella sezione 4.2. Come per gli



Figura 4.50: Risposte, in termini di velocità, alle forme d'onda di figura 4.49, previste dal modello.

OLTO si è cercata una forma d'onda di tensione in grado di soddisfare le due esigenze, basso tempo di attuazione e ridotta velocità di impatto. Nelle figure 4.49 e 4.50 sono date rispettivamente le tensioni applicate al dispositivo shunt e le velocità calcolate dal modello 1D. La velocità di impatto va, dall'andamento



Figura 4.51: Risposte, misurate, in termini di velocità, al gradino a 60 V e alla forma d'onda arbitraria di figura 4.49.

rosso a quello blu, da -0.2269 m/s a -0.00741 m/s, riducendosi di un fattore 30. I tempi di attuazione sono, per l'andamento blu 34.8  $\mu$ s e per l'andamento

rosso 28.15  $\mu$ s, molto vicini, tenendo conto che l'andamento nero dà un tempo di attuazione di 545.1  $\mu$ s. In figura 4.51 sono date le misure di velocità polarizzando il dispositivo shunt con le tensioni in blu e in rosso di figura 4.49. Trovata la forma



Figura 4.52: Tensioni applicate ai due dispositivi shunt rettangolari per lo stress di ciclatura.

d'onda ad hoc si è passati a stressare due dispositivi shunt rettangolari, uno polarizzato nella fase di ciclatura con una tensione standard per l'attuazione e il rilascio (andamento rosso in figura 4.49) e l'altro con la forma d'onda arbitraria data in figura 4.49 (andamento blu).



Figura 4.53: Degrado nel tempo del parametro S11 (dispositivi shunt), stressando i due dispositivi fino a 30 milioni di cicli con le tensioni b) e a) di figura 4.52.

Il periodo del ciclo della fase di ciclatura è stato impostato a 2.1 ms e, l'istante

di tempo, nel ciclo, in cui viene portato a 0 V il segnale di tensione per fare avvenire il rilascio, è stato impostato a 200  $\mu$ s (figura 4.52). Il risultato dello stress è graficato in figura 4.53. Come negli OLTO, anche in questo caso, si osserva un degrado del parametro S11 più lento e regolare per l'andamento b). Dopo 30 milioni di cicli le prestazioni RF sono ancora accettabili per un dispositivo stressato con la forma d'onda b) di figura 4.52. Se il degrado del parametro S21 nell'OLTO e S11 negli shunt rettangolari fosse tutto da attribuire all'entità della velocità di impatto del ponte sui contatti, allora, il risultato ottenuto, sarebbe una prova evidente, che il modo con cui si attua un dispositivo influenza molto il tempo di vita del dispositivo stesso. Bisognerebbe vedere se il degrado sia solo dovuto ad una deformazione del contatto. Esso potrebbe anche intrappolare della carica e quindi shiftare la sua caratteristica e di conseguenza, cambiare il valore del parametro di scattering, in corrispondenza della tensione di attuazione applicata nella fase di misura dello stress.

## Conclusione

In questo lavoro si è mostrato come sia possibile analizzare la dinamica di uno switch RF-MEMS utilizzando una modellistica relativamente semplice senza ricorrere a programmi di simulazione FEM per strutture 3D, i quali richiederebbero una quantità di risorse a livello di calcolo molto elevata (tempi risolutivi molto lunghi). L'algoritmo implementato e presentato nel capitolo 3 è in effetti semplice ma efficace e permette di conoscere il comportamento dinamico del ponte in modo sufficiente se ci si pone come obiettivo la riduzione della velocità di impatto. Non



solo si è raggiunto lo scopo di ridurre quest'ultima, ma, cercando forme d'onda di tensione ad hoc da applicare allo switch MEMS, si è riusciti a tenere bassi i tempi di switching, mantenendoli paragonabili a quelli relativi a modalità standard di attuazione, come il gradino di tensione. Nell'ultimo capitolo si è mostrato come la dinamica di attuazione di un dispositivo MEMS sia strettamente legata alla sua affidabilità. Come è mostrato nella figura, relativamente al risultato ottenuto per gli switch shunt rettangolari, attuare il dispositivo con una forma d'onda ad hoc in grado di attenuare l'entità dell'impatto, risulta in un degrado più lento del parametro S11 (andamento b)). Si nota anche come sia molto più regolare il decremento del parametro S11, diversamente dall'andamento a) che è molto più discontinuo. Ciò fa capire che, se il ponte raggiunge i contatti bruscamente li deforma in modo più significativo e di conseguenza il parametro S11 diminuisce più velocemente e in modo più irregolare. Si può pensare che, se per l'andamento a), dopo 30 milioni di cicli, le prestazioni RF sono notevolmente compromesse, per l'andamento b), con il parametro S11 che ha un valore intorno ai -4 dB, le prestazioni RF sono ancora accettabili e il tempo di vita del dispositivo si allunga.

# Elenco delle figure

1	Esempi di dispositivi MEMS e RF-MEMS	2
1.1	Switch RF-MEMS resistivo (tipo serie, travi dritte)	6
1.2	Switch RF-MEMS resistivo (tipo serie, a meandri)	6
1.3	Switch RF-MEMS resistivo (tipo shunt, travi dritte)	6
1.4	Switch RF-MEMS resistivo (tipo shunt, a meandri)	6
1.5	Immagine al profilometro di un RF-MEMS a travi dritte	7
1.6	Immagine al profilometro di un RF-MEMS a meandri.	7
1.7	Immagine al profilometro della struttura sotto al ponte	7
1.8	Immagine al profilometro della struttura sotto al ponte	7
1.9	Switch resistivo visto dall' alto con e senza trave MEMS	8
1.10	Ingrandimento della trave MEMS di uno switch RF-MEMS. La figura in basso	
	mostra la posizione che assume la trave a dispositivo attuato	8
1.11	Switch RF-MEMS capacitivo.	8
1.12	Trave ancorata con carico verticale concentrato P	10
1.13	Trave ancorata con carico distribuito al centro $P = 2\xi(x - l/2)$ .	11
1.14	Andamento della costante di molla (normalizzata rispetto alla	
	profondità della trave $w)$ in funzione di $t/l$ per una trave d'oro. $% f(x)=\int_{\mathbb{R}^{d}} f(x)  dx$ , where $f(x)$ is the set of th	12
1.15	Trave ancorata con carico solo alle estremità $P = 2\xi(l-x)$	12
1.16	Andamento della costante di molla in funzione di $x/l$ per carico	
	distribuito al centro e carico distribuito alle estremità	13
1.17	Trave modellata come un cavo teso con un carico ${\cal P}$ concentrato	13
1.18	Costante di molla (normalizzata rispetto a $\boldsymbol{w})$ di una trave in oro	
	e in alluminio in funzione dello stress residuo nella trave	15

1.19	Esempio di fori in una trave	16
1.20	Tipi di supporto usati per ridurre la costante di molla. (a) Strut-	
	tura ancorata. (b) Struttura crab-leg. (c) Struttura ripiegata. (d)	
	Struttura a serpentina (o meandri)	17
1.21	Esempio di trave a sbalzo usata come switch serie in-line	18
1.22	Vista dall' alto (a) e laterale (b) di una trave a sbalzo con elettrodo	
	di pull-down e contatto metallico separati dalla trave in dielettrico.	19
1.23	Andamento della costante di molla per una trave a sbalzo in oro	
	e in nitruro di silicio.	20
1.24	Forze agenti su una trave MEMS in fase di attuazione	21
1.25	Il grafico mostra l'altezza della trave in funzione della tensione	
	applicata.	22
1.26	Andamento della tensione di pull-down per una trave in oro. $\ . \ .$	23
1.27	Andamento della tensione di pull-down in funzione dell'altezza	
	iniziale della trave.	23
<del>9</del> 1	Risposta in frequenza di una trava con frequenza di risonanza di	
2.1	50 kHz	26
იი	Modelle 1D pop lineare di une gwitch PE MEMS. Le greatemente	20
2.2	$\vec{x}$ à positivo vorso il basso	30
ევ	Simulazione dell'attuazione di une trave di Au in funzione della	30
2.0	Simulazione dei attuazione di una trave di Au in funzione della tengione enplicate $V = con Q - 1$	วา
9.4	tensione applicata $V_s$ e con $Q=1, \ldots, \ldots, \ldots, \ldots$	32
2.4	Simulazione dei attuazione di una trave di Au e Ai con una ten- sione applicata di $V = 42V (V = 1.4V)$	<u> </u>
9 F	sione applicata di $v_s = 42v$ ( $v_s = 1.4v_p$ )	აა
2.0	Simulazione dei tempo di attuazione per una trave di Au. AL	00
0.0	indica l'andamento dato dalla $(2.21)$	<u>ა</u> კ
2.6	Simulazione della fase di rilascio per una trave d'oro	34
3.1	Modello 1D lineare di uno switch RF-MEMS. L'origine del sis-	
	tema di riferimento è posta nella posizione di riposo del ponte e	
	lo spostamento $x$ è positivo verso l'alto	37
3.2	Immagine profilometro ottico.	41

#### ELENCO DELLE FIGURE

3.3	Topografia effettuata su un dispositivo rettangolare per visualiz-	
	zare il suo profilo e estrapolare la larghezza del ponte	41
3.4	Interfaccia grafica del profilometro per le impostazioni della FFT.	42
3.5	Forma d'onda applicata al MEMS per estrapolare la tensione di	
	attuazione	43
3.6	Interfaccia Labview per caratterizzare il dispositivo	43
3.7	Differenza tra metodo di Eulero e metodo Runge-Kutta	45
3.8	Diagramma dei passi logici del modello 1D relativi alla gestione	
	dell'urto con i contatti, con riferimento al passo n-esimo. $x_0$ è la	
	posizione dei contatti.	47
3.9	Codice Matlab della funzione che calcola la dinamica del ponte	48
3.10	Codice Matlab della funzione che implementa il metodo Runge-	
	Kutta	48
4.1	Immagine setup di misura per la caratterizzazione dinamica. $\ .\ .$	50
4.2	Interfaccia grafica per la misura dello spostamento nel tempo (pro-	
	gramma PSV).	51
4.3	Immagine 3D al profilometro di un RF-MEMS shunt a ponte	
	rettangolare	52
4.4	Immagine 2D al profilometro di un RF-MEMS shunt a ponte	
	rettangolare	52
4.5	Profilo 2D della struttura sotto il ponte di un dispositivo shunt a	
	ponte rettangolare, dopo la rimozione parziale del ponte . $\ .\ .\ .$	52
4.6	Risposta in frequenza dispositivo 1	53
4.7	Risposta in frequenza dispositivo 2	54
4.8	Desweep dispositivo 1	54
4.9	Desweep dispositivo 2	55
4.10	Visualizzazione della larghezza, a -3 dB dal massimo, della risposta	
	in frequenza del dispositivo 1, per il calcolo alternativo del fattore	
	<i>Q</i>	55

4.11	Spostamento misurato del dispositivo 1 in risposta ad un gradino	
	di tensione di 50 V	56
4.12	Spostamento misurato del dispositivo 2 in risposta ad un gradino	
	di tensione di 50 V	56
4.13	Velocità misurata del dispositivo 1 in risposta ad un gradino di	
	tensione di 50 V insieme all'andamento filtrato. $\ldots$	57
4.14	Velocità misurata del dispositivo 2 in risposta ad un gradino di	
	tensione di 50 V insieme all'andamento filtrato. $\ldots$	57
4.15	Forme d'onda applicate ai due dispositivi per analizzare la dinam-	
	ica sotto l'attuazione	59
4.16	Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra	
	a 20 V	59
4.17	Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra	
	a 20 V	60
4.18	Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra	
	a 30 V	60
4.19	Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra	
	a 30 V	61
4.20	Risoluzione grafica dell'equazione (4.1) per il dispositivo 1 con una	
	tensione $V = 30 V. \dots \dots$	61
4.21	Visualizzazione della convergenza del metodo Runge-Kutta nel	
	calcolo dello spostamento nell'istante 391 ns, per il dispositivo	
	1 alla tensione di 30 V, dividendo il valore di $T$ per un numero	
	intero che va da 1 a 10	62
4.22	Errore percentuale relativo allo spostamento calcolato per il dis-	
	positivo 1 alla tensione di 30V e ad un periodo di campionamento	
	pari a $T = 391ns.$	63
4.23	Punti della membrana rettangolare scelti per mostrare che il ponte	
	non è perfettamente rigido	63
4.24	Spostamento misurato per il dispositivo 2 alla tensione di 30 V nei	
	punti di figura 4.23	64

#### ELENCO DELLE FIGURE

4.25	Spostamento misurato per il dispositivo 2 alla tensione di 30 V nei	
	punti 1 e 3	64
4.26	Spostamento misurato e calcolato per il dispositivo 1 alla tensione	
	di 40V	65
4.27	Forma d'onda applicata ai due dispositivi per analizzare la dinam-	
	ica sopra l'attuazione.	65
4.28	Spostamento e velocità del dispositivo 1 in risposta all'onda quadra	
	a 60 V	66
4.29	Spostamento e velocità del dispositivo 2 in risposta all'onda quadra	
	a 60 V	66
4.30	Andamento della velocità, per il dispositivo 1 alla tensione di $60$	
	V, nella fase di attuazione	67
4.31	Andamento dello spostamento e della velocità, per il dispositivo 1 $% \left( {{{\left( {{{\left( {{{\left( {{{\left( {{{{}}}} \right)}} \right)}}$	
	alla tensione di 46 V	68
4.32	Risoluzione grafica della disequazione (4.3) con V = 46V per il	
	dispositivo 1	68
4.33	Immagine 3D al profilometro di un RF-MEMS serie a ponte circolare.	70
4.34	Immagine 2D al profilometro di un RF-MEMS serie a ponte circolare.	70
4.35	Forma d'onda di tensione applicata al dispositivo MEMS per 'ad-	
	dolcire' la sua caduta.	70
4.36	Andamenti di spostamento e velocità per un dispositivo OLTO, in	
	risposta a diverse rampe: a) tsalita = 200 ns, b) tsalita = 10 $\mu {\rm s},$	
	c) tsalita = 100 $\mu$ s, d) tsalita = 500 $\mu$ s	71
4.37	Dc-sweep dispositivo OLTO ottenuto applicando uno sweep 0 V	
	60 V, 60 V 0 V, 0 V -60 V, -60 V 0 V	72
4.38	Velocità misurata del dispositivo OLTO ottenuta applicando una	
	periodic-chirp come segnale di tensione, con ampiezza picco-picco	
	di 20 V	72
4.39	Velocità misurata del dispositivo OLTO, ottenuta applicando una	
	rampa con tsalita = 1 $\mu {\rm s}$ e un'ampiezza di 55 V, per estrarre il	
	coefficiente <i>coeff.</i>	74

4.40	Spostamento misurato e calcolato del dispositivo OLTO, in rispos-	
	ta ad una forma d'onda del tipo di figura 4.35, con t salita = 1 $\mu {\rm s},$	
	durata dell'impulso pari a 1 ms e ampiezza dell'impulso pari a 55V.	74
4.41	Tensioni applicate al dispositivo OLTO. Sono date due forme d'on-	
	da arbitarie e, per un confronto nel tempo di attuazione e nella	
	velocità di impatto, due rampe a 80 V, con tempo di salita 200 ns	
	e 500 $\mu$ s	75
4.42	Velocità calcolate dalla funzione Matlab, in risposta alle tensioni	
	date in figura 4.41. $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$ $\ldots$	75
4.43	Spostamento calcolato dalla funzione Matlab, in risposta alle due	
	forme d'onda arbitrarie e alla rampa con tempo di salita 200 n s e	
	ampiezza 80 V	76
4.44	Velocità misurate, in risposta alle due forme d'onda blu e rossa di	
	figura 4.41	76
4.45	Fasi dello stress di ciclatura	77
4.46	Setup di misura per lo stress di ciclatura	78
4.47	Interfaccia grafica del programma Labview per eseguire la ciclatura.	79
4.48	Risultato della ciclatura su due dispositivi OLTO attuati con le	
	due forme d'onda rappresentate in alto. Quest'ultime rappresen-	
	tano un periodo della fase di ciclatura. Il numero di cicli applicati	
	ai dispositivi è stato 100 milioni	80
4.49	Tensioni applicate ai dispositivi rettangolari. Assieme alla forma	
	d'onda arbitraria (in blu) sono date anche il gradino a 60 V e la	
	rampa con tsalita = 500 $\mu {\rm s}$ e ampiezza 60 V, per il confronto sui	
	tempi di attuazione e velocità di impatto	81
4.50	Risposte, in termini di velocità, alle forme d'onda di figura 4.49,	
	previste dal modello.	82
4.51	Risposte, misurate, in termini di velocità, al gradino a 60 V e alla	
	forma d'onda arbitraria di figura 4.49	82
4.52	Tensioni applicate ai due dispositivi shunt rettangolari per lo stress	
	di ciclatura.	83

#### ELENCO DELLE FIGURE

4.53	Degrado nel tempo del parametro S11 (dispositivi shunt), stres-	
	sando i due dispositivi fino a 30 milioni di cicli con le tensioni b)	
	e a) di figura 4.52	83

## Bibliografia

- R. Marcelli et al. Technology and microwave performance of micromechanical shunt switches. *MEMS tecnologies for millimiter wave device and circuits*, Vol. 5: pages 159–168, 2004.
- [2] R. Gaddi, M. Bellei, A. Gnudi, B. Margesin, and F. Giacomozzi. Interdigitated Low-Loss Ohmic RF-MEMS Switches. *NSTI-Nanotech*, Vol. 2: pages 327–330, Marzo 2004.
- [3] G. M. Rebeiz. RF MEMS theory, design and tecnology, pages 1–3. John Wiley e Sons, Marzo 2003.
- [4] J. M. Gere. Mechanics of material, 4th edition. PWS Publishing Company, 1997.
- [5] R. J. Roark. Formulas for stress and strain, 6th edition. McGraw-Hill, 1989.
- [6] E. K. Chan, E. C. Kan, R. W. Dutton, and P. M. Pinsky. Nonlinear dynamic modeling of micromachined microwave switches. *IEEE MTT-S International Microwave Symposium Digest*, pages 1511–1514, Giugno 1997.
- [7] Vladimir L. Rabinovich, Raj K. Gupta, and Stephen D. Senturia. The Effect of Release Etch Holes on the Electromechanical Behavior of MEMS Structures. *International Conference on Solid-state Sensors and Actuators*, pages 1125–1128, Giugno 1997.
- [8] M. Zahn. Electromagnetic Field Theory: A Problem Solving Approach. John Wiley e Sons, 1979.

- [9] W. Weaver et al. Vibration Problems in Engineering. John Wiley e Sons, 5th edition, 1990.
- [10] M.Andrews et al. A comparison of squeeze-film theory with measurements on a microstructure. *Sensors and Actuators*, Vol. 36: pages 79–87, 1993.
- [11] S. Dushman and J. Lafferty. Scientific Foundations of Vacuum Technique. John Wiley e Sons, 1962.
- [12] T. Veijola et al. Model for gas film damping ins a silicon accelerometer. International Conference on Solid-State Sensors Actuators, Vol. 4: pages 1097–1100, Giugno 1997.
- [13] M. H. Sadd and A. K. Stiffler. Squeeze film dampers: Amplitude effects at low squeeze numbers. *Trans. ASME*, pages 1366–1370, November 1975.
- [14] S.T. Patton and J.S. Zabinski. Fundamental studies of au contacts in mems rf switches. *Tribology Letters*, Vol. 18(No. 2), February 2005.
- [15] D. Peyrou, F. Coccetti, F. Pennec, H. Achkar, P. Pons, and R. Plana. A new methodology for rf mems contact simulation. 9th. Int. Conf. on Thermal, Mechanical and Multiphysics Simulation and Experiments in Micro-Electronics and Micro-Systems, EuroSimE 2008, 2008.
- [16] Brian D. Jensen, Kuangwei Huang, Linda Chow, Kazuhiro Saitou, John L. Volakis, and Katsuo Kurabayashi. Asperity heating for repair of metal contact rf mems switches. *IEEE MTT-S Digest*, 2004.
- [17] M. A. Llamas et al. Characterization of dynamics in rf-mems switches. Proceedings of the 10th MEMSWAVE Workshop, pages 117–120, July 2004.
- [18] B. D. Jensen et al. Effect of nanoscale heating on electrical transport in rf-mems switch contacts. *Microelectromechanical Systems*, Vol. 14: pages 935–946, October 2005.

- [19] Marco Barbato. Caratterizzazione e modellistica dei fenomeni di charge trapping in interruttori RF-MEMS per applicazioni spaziali., 2008-2009.
- [20] F. Giacomozzi and et al. Electromechanical aspects in the optimization of the transmission characteristics of series ohmic rf-switches. *Proceedings of* the 5th MEMSWAVE Workshop, pages C25–C28, 30 June - 2 July 2004.

# Ringraziamenti

Il lavoro portato a termine in questa tesi è stato molto faticoso e pieno di ostacoli, ma grazie alle tante persone che mi sono state vicine sono arrivato al termine di questo lungo cammino.

Ringrazio in particolare:

La mia famiglia che mi ha aiutato in questo cammino di studio cominciato un pò di anni fa, venendo qui a Padova a farmi compagnia, a permettermi di studiare con tranquillità e a starmi vicino nei momenti più difficili, sostenendomi e offrendomi consigli preziosi.

Gli amici lontani e vicini con cui ho condiviso i momenti di svago, che sono stati fondamentali per arrivare a conquistare il traguardo della laurea.