



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



DIPARTIMENTO
DI INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA INFORMATICA

OTTIMIZZAZIONE DI SUPERFICI INTELLIGENTI
RICONFIGURABILI NON DIAGONALI

Relatore:

Prof. Stefano Tomasin

Laureando:

Mattia Scarin Callegaro

Correlatrice:

Dr.ssa Anna Valeria Guglielmi

ANNO ACCADEMICO: 2023/2024

Data di laurea: 18 7 2024

Indice

1	Modelli di canali MIMO	3
1.1	Capacità	4
1.2	Grado e numero di condizione	7
1.3	Canale SIMO in linea di vista	9
1.4	Canale MISO in linea di vista	12
1.5	Array di antenne con solo un percorso in linea di vista	13
1.6	Percorso in linea di vista più un percorso riflesso	15
2	RIS non diagonali	19
2.1	Modello del sistema	19
2.1.1	RIS diagonale	21
2.1.2	RIS interamente connessa	22
2.2	Modello Multiantenna	23
2.2.1	RIS diagonale	27
2.2.2	RIS interamente connessa	28
2.3	Algoritmo SDP	28
2.4	Capacità	30
3	Risultati	33
4	Conclusioni	37
	Bibliografia	40

Sommario

La superficie intelligente riconfigurabile (RIS) è un dispositivo promettente per abilitare e migliorare future comunicazioni radio, grazie al suo potenziale di ingegnerizzare i canali radio. Le RIS consentono il controllo dell'ambiente di propagazione nelle reti radio attraverso elementi riconfigurabili. Recentemente, RIS non diagonali (*beyond diagonal*, BD-RIS) sono state proposte come nuove architetture nelle quali ciascun elemento è in grado di trasmettere una combinazione dei segnali ricevuti dagli altri elementi. In questo lavoro studieremo il modello del sistema nel caso il trasmettitore sia equipaggiato con molte antenne e il ricevitore con una sola. Successivamente introdurremo un modello generale per massimizzare la potenza media del segnale ricevuto attraverso l'ottimizzazione della RIS. Infine useremo un'algoritmo *semi-definite positive* (SDP) *programming* per ottimizzare la RIS, e massimizzare la capacità del canale.

Introduzione

Le superfici intelligenti riconfigurabili (RIS), o superfici riflettenti intelligenti sono dispositivi che miglioreranno le prestazioni delle future comunicazioni radio. Le RIS sono grandi superfici planari comprendenti molteplici elementi riflettenti passivi con basso consumo di potenza, ciascuno in grado di indurre un certo cambiamento di ampiezza e di fase dell'onda elettromagnetica incidente prima di rifletterla. Una RIS può indirizzare il segnale riflesso verso la direzione prevista coordinando in modo intelligente i coefficienti di riflessione dei suoi elementi con un basso consumo energetico [1]. In questo scritto descriveremo il modello della RIS per i casi singola e multi antenna in trasmissione. Introduciamo due algoritmi per ottimizzare la RIS e ne mostreremo dei risultati.

Nel primo capitolo introdurremo prima trasmissioni con molteplici antenne in trasmissione e in ricezione (*multiple input multiple output* MIMO). Vedremo come questa tecnologia permette di aumentare la capacità e le prestazioni complessive del sistema. Nel secondo capitolo introdurremo il modello del sistema RIS e le sue architetture, rispettivamente RIS connessa a gruppi e interamente connessa, che significa che parte o tutti gli elementi della RIS sono connessi l'uno con l'altro in gruppi o in un unico gruppo, e

RIS diagonale cioè gli elementi sono singolarmente connessi [2]. Studieremo la stima del canale di un sistema MISO assistito da una BD-RIS [3], per poi formulare modelli ottimizzati di sistemi MIMO [4]. Analizzeremo poi un algoritmo di programmazione semidefinita (*semi-definite positive programming* SDP), che attraverso la massimizzazione della traccia del canale a cascata, torna gli elementi della RIS [5]. Con un algoritmo analogo calcoleremo la capacità ottima. Infine faremo vedere i risultati dell'implementazione degli algoritmi, mostrando la differenza tra le architetture e il numero di elementi in una RIS.

Notazioni: Le lettere minuscole e maiuscole in grassetto indicano rispettivamente i vettori colonna e le matrici. \mathbf{I}_L indica una matrice identità $L \times L$. $()^T, ()^*, ()^H$, e $()^{-1}$ denotano rispettivamente le operazioni di trasposizione, coniugazione, trasposizione coniugata (Hermitiana) e inversione. \otimes, \diamond e \odot denotano il prodotto Kronecker, Khatri–Rao e Hadamard, rispettivamente. $\text{diag}()$ è una matrice diagonale, mentre $\text{blockdg}()$ è una matrice diagonale a blocchi. $\text{vec}(\cdot)$ e $\text{tr}(\cdot)$, rispettivamente, sono la vettorizzazione e la traccia di una matrice. $E[\cdot]$ rappresenta l'aspettativa statistica. $[\mathbf{A}]_{i,:}$, $[\mathbf{A}]_{:,j}$ e $[\mathbf{A}]_{i,j}$ denotano rispettivamente la i -esima riga, la j -esima colonna e l' (i, j) -esimo elemento della matrice \mathbf{A} .

Capitolo 1

Modelli di canali MIMO

In questo capitolo vedremo alcune tecniche per utilizzare al meglio dispositivi con molteplici antenne. Vedremo come avere molteplici antenne sia in trasmissione che in ricezione (canale, *multiple input multiple output channel*, MIMO) fornisce una dimensione spaziale aggiuntiva per la comunicazione e produce un aumento dei gradi di libertà. I gradi di libertà possono essere sfruttati moltiplicando spazialmente diversi flussi di dati sul canale MIMO, e portare ad un aumento della capacità. Inoltre questa tecnologia consente di aumentare l'affidabilità delle reti wireless, ridurre le interferenze e migliorare le prestazioni complessive del sistema. La trasmissione di un segnale è tipicamente associata a diversi flussi di dati e questa funzionalità va sotto il nome di moltiplicazione spaziale [6].

L'obiettivo del presente capitolo è indagare le proprietà dell'ambiente fisico che consentono la moltiplicazione spaziale (*spatial multiplexing*) e mostrare come queste proprietà possano essere catturate in un modello di canale MIMO statistico.

1.1 Capacità

Un canale radio a banda stretta (*narrow band* NB) invariante nel tempo con N_t antenne di trasmissione e N_r antenne di ricezione è descritto dalla relazione ingresso-uscita

$$\mathbf{y} = \mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{w} \quad (1.1)$$

dove $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{N_t}$, $\mathbf{y}, \mathbf{w} \in \mathbb{C}^{N_r}$ e $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_{N_r})$ denotano rispettivamente il vettore del segnale trasmesso, il vettore del segnale ricevuto e il vettore del rumore gaussiano bianco in un tempo di simbolo. I rumori presenti alle antenne di ricezione sono indipendenti fra di loro, ovvero, dati w_i e w_j con $i \neq j$, $w_i w_j = 0$. La matrice di canale $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_t}$ è deterministica e si presume costante in ogni momento e noto a entrambi il trasmettitore e il ricevitore. Qui, h_{ij} è il canale dalla antenna di trasmissione j all'antenna di ricezione i .

Il modello 1.1 descrive un canale gaussiano vettoriale. La capacità può essere calcolata da decomponendo il canale vettoriale in un insieme di sottocanali gaussiani scalari paralleli e indipendenti. Dall'algebra lineare di base, ogni trasformazione lineare può essere rappresentata come una composizione di tre operazioni: un'operazione di rotazione, un'operazione di ridimensionamento e un'altra operazione di rotazione. Nella notazione delle matrici, la matrice \mathbf{H} ha una scomposizione in valori singolari (*singular value decomposition* SVD):

$$\mathbf{H} = \mathbf{U}\mathbf{\Lambda}\mathbf{V}^H \quad (1.2)$$

dove $\mathbf{U} \in \mathbb{C}^{N_r \times N_r}$, $\mathbf{V} \in \mathbb{C}^{N_t \times N_t}$ sono matrici unitarie di rotazione (ovvero

$\mathbf{U}\mathbf{U}^H = \mathbf{U}^H\mathbf{U} = \mathbf{I}$) e $\mathbf{\Lambda} \in \mathbb{R}^{N_r \times N_t}$ è una matrice rettangolare i cui elementi diagonali sono numeri reali non negativi e i cui elementi fuori diagonale sono zero. Gli elementi diagonali $\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{n_{\min}}$, sono i valori singolari ordinati della matrice \mathbf{H} , dove $n_{\min} := \min(N_r, N_t)$.

Possiamo riscrivere l' SVD come

$$\mathbf{H} = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \lambda_i \mathbf{u}_i \mathbf{v}_i^H \quad (1.3)$$

ovvero, la somma di matrici di rango uno. Si può vedere che il rango di \mathbf{H} è esattamente il numero dei valori singoli diversi da zero.

Se definiamo

$$\tilde{\mathbf{x}} := \mathbf{V}^H \mathbf{x} \quad (1.4)$$

$$\tilde{\mathbf{y}} := \mathbf{U}^H \mathbf{y} \quad (1.5)$$

$$\tilde{\mathbf{w}} := \mathbf{U}^H \mathbf{w} \quad (1.6)$$

allora possiamo riscrivere il canale 1.1 come

$$\tilde{\mathbf{y}} = \mathbf{\Lambda} \tilde{\mathbf{x}} + \tilde{\mathbf{w}} \quad (1.7)$$

dove $\tilde{\mathbf{w}} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I}_{N_r})$ ha la stessa distribuzione di \mathbf{w} , e $\|\tilde{\mathbf{x}}\|^2 = \|\mathbf{x}\|^2$. Pertanto, l'energia viene preservata e abbiamo una rappresentazione equivalente a un canale gaussiano parallelo:

$$\tilde{y}_i = \lambda_i \tilde{x}_i + \tilde{w}_i, \quad i = 1, 2, \dots, n_{\min} \quad (1.8)$$

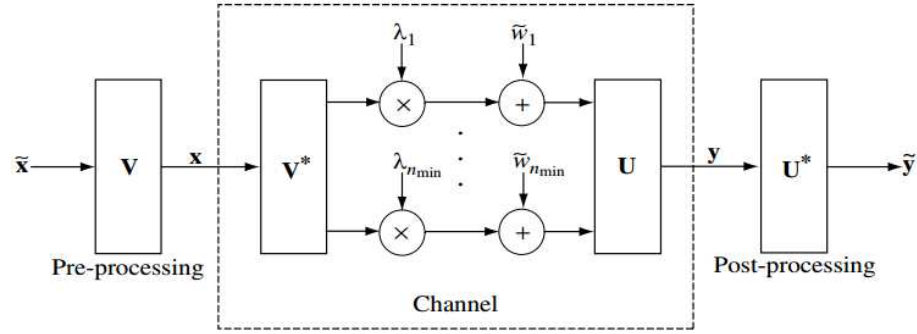


Figura 1.1: Conversione del canale MIMO in un canale parallelo attraverso SVD [7].

Il canale MIMO è un esempio di canale gaussiano parallelo. La capacità è:

$$C = \sum_{i=1}^{n_{\min}} \log_2 \left(1 + \frac{P_i \lambda_i^2}{\sigma_w^2} \right) \quad [\text{bits/s/Hz}] \quad (1.9)$$

dove $P_1 \cdots P_{n_{\min}}$ potenze allocate ai diversi canali con la tecnica del *waterfilling* e $\sigma_w^2 = E[|w_i|^2]$ è la potenza delle componenti di rumore. Questa tecnica prende il nome dal concetto di "riempimento d'acqua" e funziona assegnando più potenza alle sottoportanti in cui il canale è meno rumoroso, analogamente a come l'acqua viene distribuita in modo uniforme nei recipienti con diverse altezze. Le sottoportanti con maggiore capacità di trasmissione ricevono più potenza, mentre quelle con capacità ridotta ricevono meno potenza [8]. Ogni λ_i corrisponde a un modo normale (*eigenmode*) del canale (chiamato anche canale normale, *eigenchannel*). Ogni canale normale diverso da zero può supportare un flusso di dati; quindi, il canale MIMO può supportare la moltiplicazione spaziale di più flussi. La Figura 1.2 raffigura pittoricamente l'architettura basata su SVD per una comunicazione affidabile.

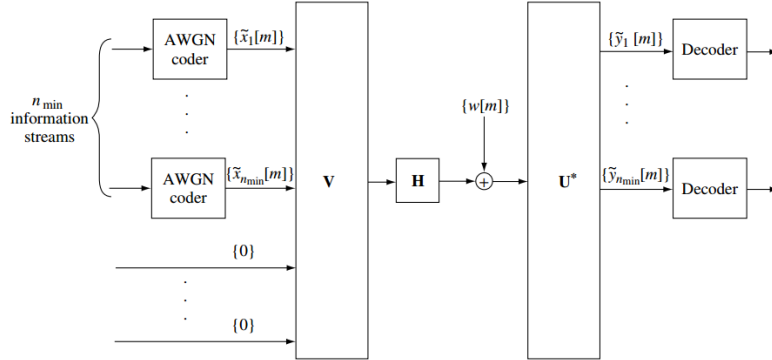


Figura 1.2: Architettura SVD per comunicazioni MIMO [7].

1.2 Grado e numero di condizione

Le prestazioni sono determinate dal rapporto segnale rumore (*signal to noise ratio* SNR). Ad alto SNR, il livello dell'acqua è profondo e la politica di allocazione di uguali quantità di potenza sui modi propri diversi da zero è asintoticamente ottimale:

$$C \approx \sum_{i=1}^k \log \left(1 + \frac{P}{k\sigma_w^2} \lambda_i^2 \right) \quad [\text{bits/s/Hz}] \quad (1.10)$$

dove k è il numero di λ_i^2 diversi da zero. Il parametro k è il numero di gradi di libertà spaziali al secondo per hertz. Rappresenta la dimensione del segnale trasmesso modificato dal canale MIMO. Questo è uguale al rango della matrice \mathbf{H} e con rango completo vediamo che un canale MIMO fornisce n_{\min} gradi di libertà spaziale.

Ora,

$$\sum_{i=1}^k \lambda_i^2 = \text{Tr}[\mathbf{H}\mathbf{H}^H] = \sum_{i,j} |h_{ij}|^2 \quad (1.11)$$

che può essere interpretato come il guadagno di potenza totale della matrice

del canale se si distribuisce l'energia equamente tra tutte le antenne di trasmissione. Il risultato sopra dice che tra i canali con lo stesso guadagno di potenza totale, quello che ha la capacità più alta è quello con tutti i valori singolari uguali. Nell'analisi numerica, $\max_i \lambda_i / \min_i \lambda_i$ è definito come il numero di condizione della matrice \mathbf{H} . Si dice che la matrice è ben condizionata se il numero di condizione è vicino a 1. Arriviamo a una conclusione importante: matrici di canali ben condizionate facilitano la comunicazione nel regime a SNR elevato. A basso SNR, la politica ottimale è quella di assegnare potenza solo al più forte modo normale (il fondo del contenitore da riempire d'acqua). La capacità risultante è

$$C = \frac{P}{\sigma_w^2} \left(\max_i \lambda_i^2 \right) \log_2 e \quad [\text{bits/s/Hz}] \quad (1.12)$$

In questo regime, cosa importa è la quantità di energia trasferita dal trasmettitore al ricevitore.

Nella prossima sezione, vorremmo acquisire alcune informazioni su come la capacità di moltiplicazione spaziale dei canali MIMO dipende dall'ambiente fisico. Lo facciamo esaminando una sequenza di esempi idealizzati e analizzando rango e condizionamento delle rispettive matrici di canali. Per essere concreti, ci limitiamo a schiere di antenne lineari uniformi (*uniform linear array*, ULA), dove le antenne sono equamente distanziate su una linea retta.

1.3 Canale SIMO in linea di vista

Il canale *single input multiple output* (SIMO) più semplice ha un'unica linea di vista (*line of sight*, LoS) come da Figura 1.3. Qui, c'è solo spazio libero senza riflettori o dispersori, e solo un percorso diretto del segnale tra ciascuna coppia di antenne. La separazione fra antenne è $\Delta_r \lambda_c$, dove λ_c è la lunghezza d'onda portante e Δ_r è la separazione dell'antenna di ricezione normalizzata all'unità della lunghezza d'onda portante. La distanza tra l'antenna di trasmissione e l'antenna di ricezione è d_i , c è la velocità della luce, a è l'attenuazione del percorso, che assumiamo essere la stessa per tutte le coppie di antenne. Supponendo $d_i/c \ll 1/W$, dove W è la larghezza di banda di trasmissione, il guadagno del canale in banda base è:

$$h_i = a \exp\left(-\frac{j2\pi d_i}{\lambda_c}\right), \quad \lambda_c f_c = c, \quad (1.13)$$

dove f_c è la frequenza portante.

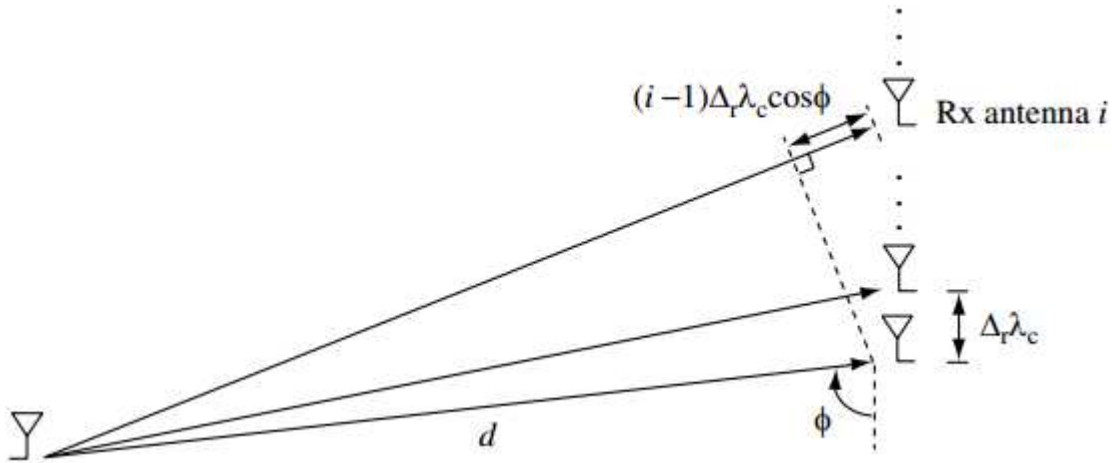


Figura 1.3: LoS SIMO [7].

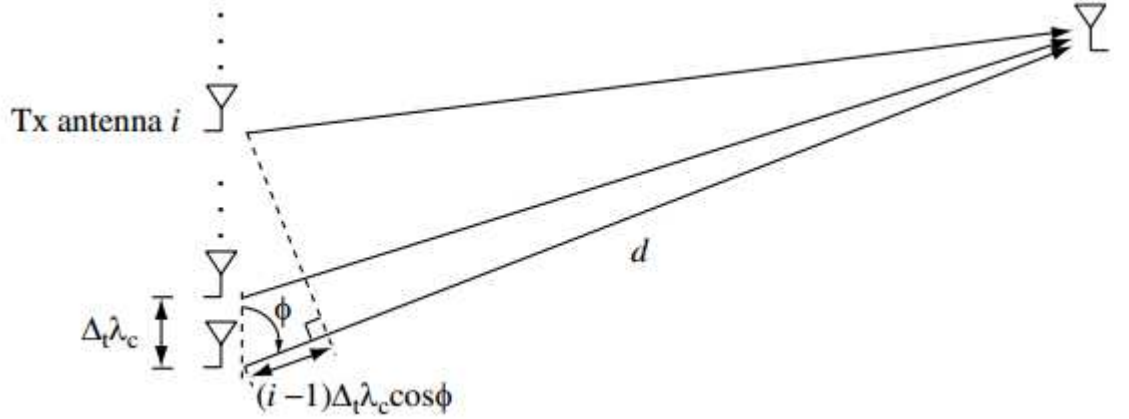


Figura 1.4: LoS MISO [7].

Il canale SIMO può essere scritto come

$$\mathbf{y} = \mathbf{h}x + \mathbf{w}, \quad (1.14)$$

dove x è il simbolo trasmesso, $\mathbf{w} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma_w^2 \mathbf{I})$ è il rumore e \mathbf{y} è il vettore ricevuto. Il vettore dei guadagni del canale $\mathbf{h} = [h_1, \dots, h_{N_r}]^T$ è chiamata *direzione del segnale* o *firma spaziale (spatial signature)*.

Poiché la distanza tra il trasmettitore e il ricevitore è molto maggiore della dimensione dell'array di antenne di ricezione, i percorsi dall'antenna di trasmissione a ciascuna delle antenne di ricezione sono, al primo ordine, parallele e

$$d_i \approx d + (i - 1)\Delta_r \lambda_c \cos \phi, \quad i = 1, \dots, n_r, \quad (1.15)$$

dove d è la distanza dall'antenna di trasmissione alla prima di ricezione e ϕ è l'angolo di arrivo (*angle of arrival* AoA) in linea di vista sull' array di antenne riceventi. La quantità $\Omega := \cos \phi$ è spesso chiamato coseno direzionale

rispetto all'array di antenne riceventi. La firma spaziale \mathbf{h} è quindi data da

$$\mathbf{h} = a \exp\left(-\frac{j2\pi d}{\lambda_c}\right) \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi\Delta_r\Omega) \\ \exp(-j2\pi 2\Delta_r\Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi(N_r - 1)\Delta_r\Omega) \end{bmatrix} \quad (1.16)$$

cioè, i segnali ricevuti su antenne consecutive differiscono in fase di $2\pi\Delta_r\Omega$ a causa del relativo ritardo. Per comodità, definiamo $\mathbf{e}_r(\Omega)$ come firma spaziale unitaria nel coseno direzionale.

$$\mathbf{e}_r(\Omega) := \frac{1}{\sqrt{N_r}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi\Delta_r\Omega) \\ \exp(-j2\pi 2\Delta_r\Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi(N_r - 1)\Delta_r\Omega) \end{bmatrix} \quad (1.17)$$

Il ricevitore ottimale semplicemente proietta il segnale rumoroso ricevuto sulla direzione del segnale, ovvero di generazione di fascio di ricezione. Si adatta ai diversi ritardi in modo che i segnali ricevuti alle antenne possano essere combinati in modo costruttivo, ottenendo un N_r guadagno di potenza.

La capacità risultante è

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{P \|\mathbf{h}\|^2}{\sigma_w^2} \right) = \log_2 \left(1 + \frac{P a^2 N_r}{\sigma_w^2} \right) \quad [\text{bits/s/Hz}] \quad (1.18)$$

Il canale SIMO fornisce quindi un guadagno di potenza ma nessun guadagno di grado di libertà.

1.4 Canale MISO in linea di vista

Il canale *multiple input single output* (MISO) con più antenne di trasmissione e una singola antenna di ricezione è reciproca rispetto al canale SIMO (Figura 1.4). Le antenne di trasmissione sono separate da $\Delta_t \lambda_c$, e c'è un'unica linea di vista con angolo di partenza (*angle of departure* AoD) di θ ($\Omega := \cos \theta$). Il canale MISO è dato da

$$y = \mathbf{h}^T \mathbf{x} + w \quad (1.19)$$

dove

$$\mathbf{h} = a \exp \left(-\frac{j2\pi d}{\lambda_c} \right) \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi \Delta_t \Omega) \\ \exp(-j2\pi 2\Delta_t \Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi (N_t - 1) \Delta_t \Omega) \end{bmatrix} \quad (1.20)$$

la trasmissione ottimale viene eseguita lungo la direzione $\mathbf{e}_t(\Omega)$ di \mathbf{h} , dove

$$\mathbf{e}_t(\Omega) := \frac{1}{\sqrt{N_t}} \begin{bmatrix} 1 \\ \exp(-j2\pi\Delta_t\Omega) \\ \exp(-j2\pi2\Delta_t\Omega) \\ \vdots \\ \exp(-j2\pi(N_t-1)\Delta_t\Omega) \end{bmatrix} \quad (1.21)$$

La fase del segnale proveniente da ciascuna delle antenne di trasmissione viene regolata in modo tale che si aggiungano in modo costruttivo al ricevitore, producendo un guadagno di potenza pari a N_t volte. Quindi il vettore trasmesso è del tipo $\mathbf{x} = \mathbf{e}_t(\Omega)s$ con s simbolo trasmesso. La capacità è la stessa di (1.18). Anche in questo caso non vi è alcun guadagno di grado di libertà.

1.5 Array di antenne con solo un percorso in linea di vista

Consideriamo ora un canale MIMO con solo percorsi diretti in linea di vista tra le antenne. Sia le antenne di trasmissione che quelle di ricezione sono array lineari. Il guadagno del canale tra la k -esima antenna di trasmissione e la i -esima antenna di ricezione è

$$h_{ik} = a \exp(-j2\pi d_{ik}/\lambda_c) \quad (1.22)$$

dove d_{ik} è la distanza tra le antenne. Supponendo ancora una volta che le dimensioni dell'array di antenne sono molto inferiori alla distanza tra il trasmettitore ed il ricevitore, ad un primo ordine:

$$d_{ik} = d + (i - 1)\Delta_r\lambda_c \cos \phi - (k - 1)\Delta_t\lambda_c \cos \theta \quad (1.23)$$

dove d è la distanza tra l'antenna di trasmissione 1 e l'antenna di ricezione 1. Definiamo $\Omega_r := \cos \phi$ e $\Omega_t := \cos \theta$. Sostituendo (1.23) in (1.22), otteniamo

$$h_{ik} = a \exp\left(\frac{-j2\pi d_{ik}}{\lambda_c}\right) \exp(j2\pi(k - 1)\Delta_t\Omega_t) \exp(-j2\pi(i - 1)\Delta_r\Omega_r) \quad (1.24)$$

e possiamo ora scrivere la matrice di canale come

$$\mathbf{H} = a\sqrt{N_r N_t} \exp\left(\frac{-j2\pi d}{\lambda_c}\right) \mathbf{e}_r(\Omega_r) \mathbf{e}_t(\Omega_t)^H \quad (1.25)$$

Così, \mathbf{H} è una matrice di rango uno con un valore singolare unico diverso da zero $\lambda_1 = \sqrt{N_r N_t}$. La capacità del canale è:

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{Pa^2 N_r N_t}{\sigma_w^2} \right) \quad [\text{bits/s/Hz}] \quad (1.26)$$

Si noti che i segnali trasmessi sono tutti proiettati su uno spazio unidimensionale (l'unico modo normale diverso da zero) e quindi è disponibile un solo grado di libertà spaziale. Il fattore $N_r N_t$ è il guadagno di potenza del canale MIMO.

1.6 Percorso in linea di vista più un percorso riflesso

Supponiamo ora che oltre a un percorso in linea di vista ci sia un altro percorso riflesso da un muro (Figura 1.5 (a)). Chiamiamo il percorso diretto percorso 1 e il percorso riflesso percorso 2. Il percorso i ha un'attenuazione a_i , un coseno direzionale con l'array di antenne trasmettenti $\Omega_{ti} := \cos \theta_i$ e un coseno direzionale con l'array di antenne riceventi $\Omega_{ri} := \cos \phi_i$.

Il canale \mathbf{H} è dato dal principio di sovrapposizione:

$$\mathbf{H} = a_1^b \mathbf{e}_r(\Omega_{r1}) \mathbf{e}_t(\Omega_{t1})^H + a_2^b \mathbf{e}_r(\Omega_{r2}) \mathbf{e}_t(\Omega_{t2})^H \quad (1.27)$$

dove

$$a_i^b := a_i \sqrt{N_r N_t} \exp\left(\frac{-j2\pi d_i}{\lambda_c}\right), \quad i = 1, 2 \quad (1.28)$$

e d_i è la distanza tra l'antenna di trasmissione 1 e l'antenna di ricezione 1 lungo il percorso i .

Definiamo

$$\Omega_t := \cos \theta_2 - \cos \theta_1, \quad L_t := N_t \Delta_t \quad (1.29)$$

e

$$\Omega_r := \cos \phi_2 - \cos \phi_1, \quad L_r := N_r \Delta_r \quad (1.30)$$

dove $|\Omega_t|$ e $|\Omega_r|$ sono la separazione angolare dei due percorsi rispettivamente sull'array di trasmissione e di ricezione. Affinché \mathbf{H} sia ben condizionato

$$\Omega_t \geq 1/L_t \quad (1.31)$$

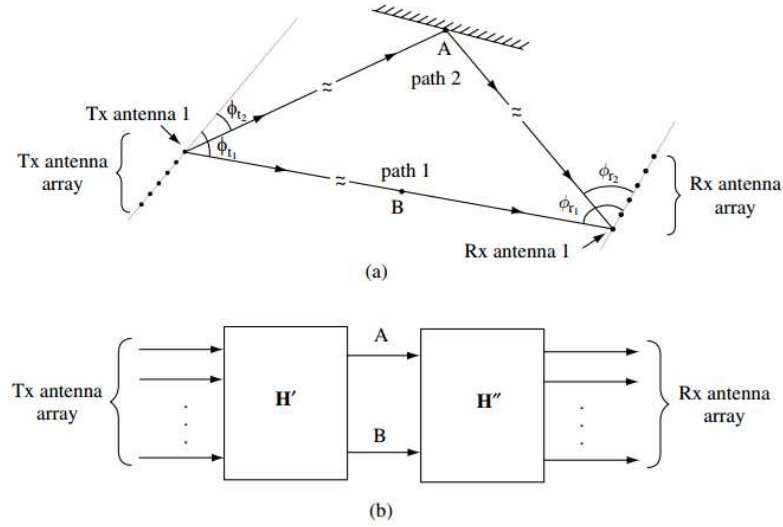


Figura 1.5: (a) Un canale MIMO con un percorso diretto e un percorso riflesso. (b) Il canale è visto come una concatenazione di due canali con riflettori intermedi (virtuali) A e B. [7]

e

$$\Omega_r \geq 1/L_r \quad (1.32)$$

Definiamo \mathbf{H}'' e \mathbf{H}' :

$$\mathbf{H}'' = [a_1^b \mathbf{e}_r(\Omega_{r1}), a_2^b \mathbf{e}_r(\Omega_{r2})], \quad \mathbf{H}' = \begin{bmatrix} \mathbf{e}_t(\Omega_{t1})^H \\ \mathbf{e}_t(\Omega_{t2})^H \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

Riscriviamo \mathbf{H} come $\mathbf{H} = \mathbf{H}''\mathbf{H}'$. \mathbf{H}' è una matrice di dimensioni $2 \times N_t$ mentre \mathbf{H}'' è una matrice di dimensioni $N_r \times 2$. Si può interpretare \mathbf{H}' come la matrice del canale tra l'array di antenne di trasmissione e due ricevitori immaginari situati nel punto A e nel punto B, come indicato in Figura 1.5(b), mentre \mathbf{H}'' come la matrice del canale tra due trasmettitori immaginari situati nel punto A e B e l'array di antenne di ricezione. Il punto A è il punto

1.6. PERCORSO IN LINEA DI VISTA PIÙ UN PERCORSO RIFLESSO 17

di incidenza del percorso riflesso sulla parete, mentre il punto B è situato lungo il percorso della linea di vista. I condizionamenti di \mathbf{H}' e \mathbf{H}'' dipendono rispettivamente dai parametri $L_t\Omega_t$ e $L_r\Omega_r$. Se entrambe le matrici sono ben condizionate, allora anche la matrice \mathbf{H} è ben condizionata. Sebbene sia le antenne di trasmissione che quelle di ricezione siano vicine tra loro, i percorsi multipli forniscono riflettori virtuali, geograficamente distanti. Il canale dall'array di trasmissione ai riflettori nonché il canale dai riflettori all'array di ricezione hanno entrambi due gradi di libertà e così ha il canale generale. La moltiplicazione spaziale è così possibile.

È importante notare come la separazione angolare dei due percorsi sugli array di antenne sia di trasmissione che di ricezione sia cruciale per il buon condizionamento di \mathbf{H} . Questo non vale nei casi in cui il riflettore è molto più vicino al ricevitore rispetto che al trasmettitore (o viceversa), poiché la separazione angolare al trasmettitore (o ricevitore) è piccola, ovvero non soddisfa (1.31) (o (1.32)).

Capitolo 2

RIS non diagonali

2.1 Modello del sistema

Consideriamo un sistema a banda stretta in uplink costituito da una BS con N antenne, una RIS non diagonale (*beyond diagonal*, BD-RIS) con M elementi e un utente con antenna singola, come illustrato in Figura 2.1. Gli elementi della BD-RIS sono connessi a una rete a impedenza riconfigurabile collegata a un gruppo di M porte.

Le M porte sono uniformemente divise in G gruppi con ciascuno contenente $\bar{M} = M/G$ porte collegate tra loro. Matematicamente, la BD-RIS con architettura connessa a gruppi ha una matrice di sfasamento diagonale a blocchi $\Phi = \text{blockdg}(\Phi_1, \dots, \Phi_G) \in \mathbb{C}^{M \times M}$ con ogni blocco $\Phi_g \in \mathbb{C}^{\bar{M} \times \bar{M}}$ che soddisfa $\Phi_g^H \Phi_g = \mathbf{I}_{\bar{M}}, \forall g \in \mathcal{G} = \{1, \dots, G\}$. Presupponiamo che il canale diretto utente-BS sia bloccato e concentriamoci esclusivamente sulla stima del canale *uplink* utente-RIS-BS a cascata. Sia $\mathbf{G} \in \mathbb{C}^{N \times M}$ e $\mathbf{h} \in \mathbb{C}^{M \times 1}$ rispettivamente il canale RIS-BS e utente-RIS.

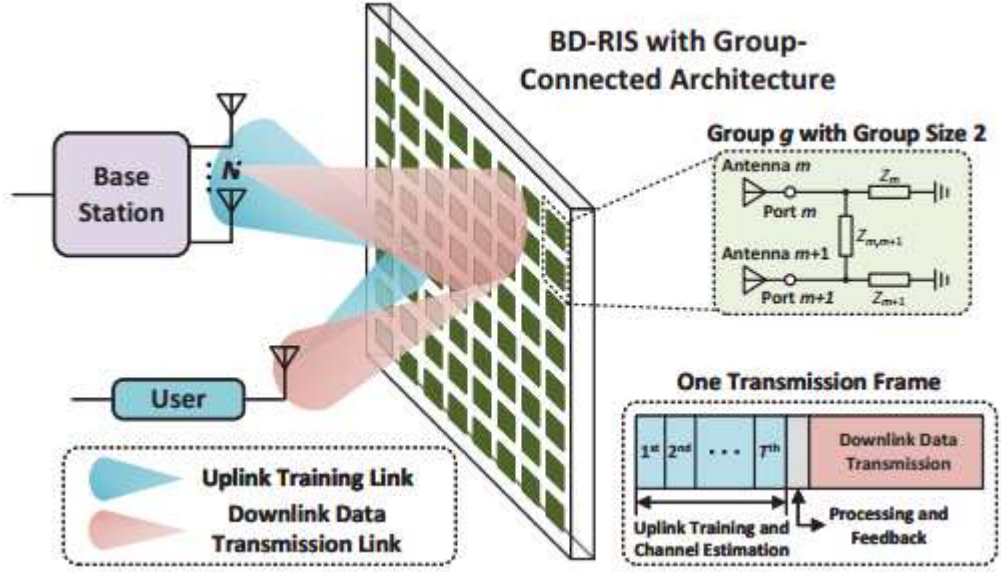


Figura 2.1: Paradigma di un sistema MISO assistito da BD-RIS. [3]

Definiamo

$$\mathbf{Q}_g = \mathbf{h}_g^T \otimes \mathbf{G}_g \in \mathbb{C}^{N \times \bar{M}^2} \quad (2.1)$$

dove $\mathbf{G}_g = [\mathbf{G}]_{:, (g-1)\bar{M}+1:g\bar{M}} \in \mathbb{C}^{N \times \bar{M}}$ e $\mathbf{h}_g = [\mathbf{h}]_{(g-1)\bar{M}+1:g\bar{M}} \in \mathbb{C}^{\bar{M}}, \forall g \in \mathcal{G}$.

Il canale a cascata \mathbf{f} è:

$$\begin{aligned} \mathbf{f} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{h} &= \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{G}_g \Phi_g \mathbf{h}_g = \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{h}_g^T \otimes \mathbf{G}_g \text{vec}(\Phi_g) \\ &= \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{Q}_g \text{vec}(\Phi_g) \end{aligned} \quad (2.2)$$

e $\mathbf{Q} = [\mathbf{Q}_1, \dots, \mathbf{Q}_G] \in \mathbb{C}^{N \times \bar{M}^2 G}$ è il canale composito collegato alla matrice di sfasamento del BD-RIS.

Supponendo che l'utente invii il simbolo pilota $x_t \in \mathbb{C}$, $|x_t| = 1$ nell'intervallo di tempo $t, \forall t \in \mathcal{T} = \{1, \dots, T\}$, il segnale ricevuto dalla BS

è

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \sqrt{P_u} \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{Q}_g \text{vec}(\Phi_{t,g}) x_t + \mathbf{n}_t \\ &= \sqrt{P_u} \mathbf{Q} \hat{\phi}_t + \mathbf{n}_t, \forall t \in \mathcal{T}, \end{aligned} \quad (2.3)$$

dove P_u indica la potenza di trasmissione dell'utente, $\Phi_{t,g} \in \mathbb{C}^{\bar{M} \times \bar{M}}$ denota il blocco g -esimo della matrice BD-RIS nell'intervallo temporale t , e $n_t \in \mathbb{C}^N$ denota il vettore di rumore con $\mathbf{n}_t \sim \mathcal{CN}(0, \hat{\sigma}^2 \mathbf{I}_N)$, $\forall t \in \mathcal{T}$. Il vettore $\hat{\phi}_t$ è definito come $\hat{\phi}_t = [\text{vec}^T(\Phi_{t,1}), \dots, \text{vec}^T(\Phi_{t,G})]^T x_t \in \mathbb{C}^{G\bar{M}^2}$, $\forall t \in \mathcal{T}$ [3].

Vedremo ora due casi specifici di architettura delle porte della rete ad impedenza riconfigurabile, dove nel primo le porte non sono connesse fra di loro, mentre nel secondo le porte sono tutte connesse in un unico gruppo.

2.1.1 RIS diagonale

In questa architettura la mancanza di connessioni fra le porte della rete ad impedenza riconfigurabile comporta che le M porte sono divise in $G = M$ gruppi con ciascuno contenente $\bar{M} = M/G = M/M = 1$ porte collegate tra loro. Abbiamo $\Phi_g = \phi_g$, che soddisfa $|\phi_g|^2 = 1$, $\forall g \in \mathcal{G} = \{1, \dots, M\}$. Possiamo quindi riscrivere la matrice di sfasamento come

$$\Phi = \text{diag}(\phi_1, \dots, \phi_M) \quad (2.4)$$

Per riscrivere ora il canale composito collegato alla matrice di sfasamento \mathbf{Q} , possiamo notare che \mathbf{G}_g diventa $\mathbf{G}_g = [\mathbf{G}]_{,g} \in \mathbb{C}^{N \times \bar{M}=N}$, $\forall g \in \mathcal{G}$ che sono i vettori colonna della matrice \mathbf{G} , che chiameremo \mathbf{g}_g ; mentre \mathbf{h}_g diventa $\mathbf{h}_g = [\mathbf{h}]_g \in \mathbb{C}^{\bar{M}=1}$, $\forall g \in \mathcal{G}$, che sono i gli elementi del vettore che chiameremo

h_g .

Abbiamo quindi:

$$\mathbf{Q}_g = h_g \mathbf{g}_g \quad (2.5)$$

e notiamo che $\mathbf{Q}_g \in \mathbb{C}^{N \times (\bar{M}=1)}$ è ora un vettore, perciò lo rinomiamo come \mathbf{q}_g , quindi $\mathbf{Q} = [\mathbf{q}_1, \dots, \mathbf{q}_M] \in \mathbb{C}^{N \times M}$.

Ora il canale a cascata \mathbf{f} è:

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{h} = \sum_{g \in \mathcal{G}} h_g \mathbf{g}_g \phi_g = \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{q}_g \phi_g \quad (2.6)$$

Teniamo valide le supposizioni fatte precedentemente sul segnale pilota, il segnale ricevuto dalla BS è ora

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \sqrt{P_u} \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{q}_g \phi_{t,g} x_t + \mathbf{n}_t \\ &= \sqrt{P_u} \mathbf{Q} \hat{\boldsymbol{\phi}}_t + \mathbf{n}_t, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (2.7)$$

dove $\hat{\boldsymbol{\phi}}_t = [\phi_{t,1}, \dots, \phi_{t,M}]^T x_t \in \mathbb{C}^M, \forall t \in \mathcal{T}$.

2.1.2 RIS interamente connessa

In questa architettura tutte le porte della rete ad impedenza riconfigurabile sono collegate fra loro, ciò è equivalente a dire che le M porte sono divise in unico gruppo, $G = 1$, con ciascuno contenente $\bar{M} = M/G = M/1 = M$ porte collegate tra loro. Di conseguenza la matrice di sfasamento Φ non è più diagonale a blocchi. Φ deve soddisfare la seguente proprietà $\Phi^H \Phi = \mathbf{I}_M$, estrapolata dal modello generale visto in precedenza.

\mathbf{G}_g e \mathbf{h}_g diventano rispettivamente la matrice \mathbf{G} e il vettore \mathbf{h} . Quindi:

$$\mathbf{Q} = \mathbf{h}^T \otimes \mathbf{G} \quad (2.8)$$

Il canale \mathbf{f} è:

$$\mathbf{f} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{h} = \mathbf{h}^T \otimes \mathbf{G}\text{vec}(\Phi) = \mathbf{Q}\text{vec}(\Phi) \quad (2.9)$$

Teniamo ancora valide le supposizioni fatte precedentemente sul segnale pilota, il segnale ricevuto dalla BS è ora

$$\begin{aligned} \mathbf{y}_t &= \sqrt{P_u} \mathbf{Q}\text{vec}(\Phi_t)x_t + \mathbf{n}_t \\ &= \sqrt{P_u} \mathbf{Q}\hat{\phi}_t + \mathbf{n}_t, \forall t \in \mathcal{T} \end{aligned} \quad (2.10)$$

dove $\hat{\phi}_t = \text{vec}(\Phi_t)x_t \in \mathbb{C}^{M^2}, \forall t \in \mathcal{T}$.

2.2 Modello Multiantenna

Consideriamo ora la progettazione ottimizzata di una RIS, con fasi configurabili, nell'impostazione di un collegamento punto a punto MIMO mediato da una RIS con M elementi, come illustrato in Figura 2.2, dove il ricevitore (RX) ha N antenne e il trasmettitore (TX) ha K antenne, ovvero siamo passati ad utente con un'antenna ad utente con K antenne. Il canale dal TX a RIS (ovvero utente-RIS menzionato precedentemente) è ora indicato dalla matrice $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{M \times K}$ (diversamente da \mathbf{h} che prima era un vettore). Consideriamo ancora gli stessi modelli rappresentati dalle matrici \mathbf{G} , \mathbf{Q} e Φ di (2.1), dove

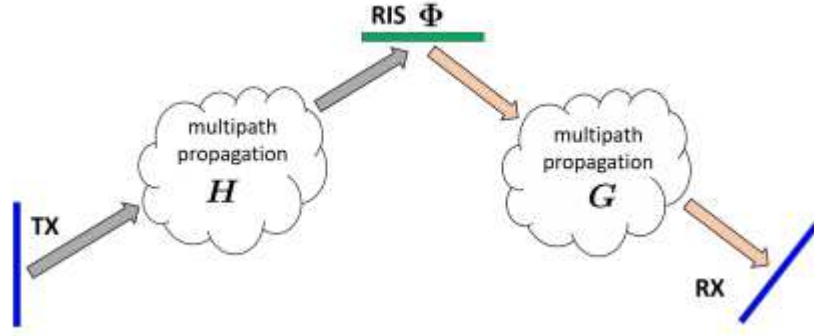


Figura 2.2: Un TX comunica con un RX attraverso una RIS. Si presuppone che non vi siano percorsi di propagazione diretti che collegano il TX con l’RX. [4]

\mathbf{G} è il canale dalla RIS al RX (ovvero RIS-BS menzionato precedentemente).

Definiamo $\mathbf{H}_g = [\mathbf{H}]_{(g-1)\bar{M}+1:g\bar{M},:} \in \mathbb{C}^{\bar{M} \times K}$, $\forall g \in \mathcal{G}$ e ridefiniamo

$$\mathbf{Q}_g = \mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g \in \mathbb{C}^{KN \times \bar{M}^2}. \quad (2.11)$$

Facciamo riferimento a (2.2) e il canale a cascata in uplink diventa

$$\mathbf{F} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{H} = \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{G}_g \Phi_g \mathbf{H}_g. \quad (2.12)$$

La relazione ingresso-uscita del sistema TX-RIS-RX è data da

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.13)$$

dove $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^K$, $\mathbf{y}, \mathbf{n} \in \mathbb{C}^N$ e $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \mathbf{I}_N)$ denotano rispettivamente i vettori del segnale trasmesso, del segnale ricevuto e del rumore gaussiano bianco.

Condizionata ad una particolare \mathbf{F} , la potenza media nel vettore del

segnale ricevuto \mathbf{y} è

$$\begin{aligned}
 E [\|\mathbf{y}\|^2] &= E [\mathbf{x}^H \mathbf{F}^H \mathbf{F} \mathbf{x}] + E [\|\mathbf{n}\|^2] \\
 &= \text{tr} (\mathbf{F}^H \mathbf{F} E [\mathbf{x} \mathbf{x}^H]) + N \\
 &= \text{tr} (\mathbf{F}^H \mathbf{F} P \mathbf{I}_K) + N \\
 &= P \text{tr} (\mathbf{F}^H \mathbf{F}) + N
 \end{aligned} \tag{2.14}$$

dove abbiamo assunto che il vettore del segnale trasmesso \mathbf{x} sia costituito da simboli indipendenti, con potenza media P . Pertanto, massimizzare la traccia di $\mathbf{F}^H \mathbf{F}$ equivale a massimizzare la potenza del segnale ricevuto \mathbf{y} , che a sua volta può aumentare la capacità del collegamento e il rapporto segnale-rumore (SNR) al RX [4].

Prima definiamo

$$\boldsymbol{\phi}_g := \text{vec}(\boldsymbol{\Phi}_g), \quad g = 1, \dots, G \tag{2.15}$$

da cui collezionando si può definire

$$\boldsymbol{\phi} := [\boldsymbol{\phi}_1^T, \dots, \boldsymbol{\phi}_G^T]^T \tag{2.16}$$

e

$$\begin{aligned}
\mathbf{f} &= \text{vec}(\mathbf{F}) = \text{vec}(\mathbf{G}\Phi\mathbf{H}) \\
&= \text{vec}\left(\sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{G}_g \Phi_g \mathbf{H}_g\right) = \sum_{g \in \mathcal{G}} \text{vec}(\mathbf{G}_g \Phi_g \mathbf{H}_g) \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g] \text{vec}(\Phi_g) \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g] \phi_g = \sum_{g \in \mathcal{G}} \mathbf{Q}_g \phi_g.
\end{aligned} \tag{2.17}$$

Possiamo ora riscrivere la traccia di $\mathbf{F}^H \mathbf{F}$ come

$$\begin{aligned}
\text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) &= \mathbf{f}^H \mathbf{f} \\
&= \left(\sum_{g \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g] \phi_g\right)^H \sum_{g \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g] \phi_g \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} ([\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g] \phi_g)^H \sum_{j \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_j] \phi_j \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} \phi_g^H [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g]^H \sum_{j \in \mathcal{G}} [\mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_j] \phi_j \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{G}} \phi_g^H [\mathbf{H}_g^T \otimes \mathbf{G}_g]^H [\mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_j] \phi_j \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{G}} \phi_g^H [\mathbf{H}_g^* \otimes \mathbf{G}_g^H] [\mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_j] \phi_j \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{G}} \phi_g^H [\mathbf{H}_g^* \mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_g^H \mathbf{G}_j] \phi_j \\
&= \sum_{g \in \mathcal{G}} \sum_{j \in \mathcal{G}} \phi_g^H \mathbf{M}_{gj} \phi_j = \phi^H \mathbf{M} \phi
\end{aligned} \tag{2.18}$$

dove $\mathbf{M}_{gj} = [\mathbf{H}_g^* \mathbf{H}_j^T \otimes \mathbf{G}_g^H \mathbf{G}_j]$, $g, j = 1, \dots, G$, mentre in entrambe le formule abbiamo sfruttato rispettivamente la proprietà della linearità delle funzioni di vettorizzazione e della hermitiana, mentre \mathbf{M} è una matrice a

blocchi con blocchi \mathbf{M}_{gj} . Possiamo notare che i blocchi \mathbf{M}_{gj} sono anche uguali a $\mathbf{M}_{gj} = \mathbf{Q}_g^H \mathbf{Q}_j$ e che $\mathbf{M} = \mathbf{M}^H$.

Vediamo ora i modelli delle tracce nel caso di RIS diagonale e RIS interamente connessa.

2.2.1 RIS diagonale

Chiamiamo $\boldsymbol{\phi} = [\phi_1, \dots, \phi_M]^T$ il vettore degli elementi diagonali di $\boldsymbol{\Phi}$. La matrice \mathbf{F} può essere riscritta come

$$\mathbf{F} = \mathbf{G}\boldsymbol{\Phi}\mathbf{H} = \sum_{g=1}^M \phi_g \mathbf{g}_g \mathbf{h}_g^H \quad (2.19)$$

dove \mathbf{g}_g rappresenta la g -esima colonna di \mathbf{G} e \mathbf{h}_g^H rappresenta la g -esima riga di \mathbf{H} . Diversamente \mathbf{f} può essere riscritta come

$$\mathbf{f} = \text{vec}(\mathbf{F}) = [\mathbf{H}^T \diamond \mathbf{G}] \boldsymbol{\phi} = \mathbf{E}\boldsymbol{\phi} \quad (2.20)$$

La funzione in (2.18) può essere espressa come

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \phi_i \phi_j^* \text{tr}(\mathbf{h}_j \mathbf{g}_j^H \mathbf{g}_i \mathbf{h}_i^H) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \phi_i \phi_j^* \text{tr}(\mathbf{g}_j^H \mathbf{g}_i \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j) \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \phi_i \phi_j^* \mathbf{g}_j^H \mathbf{g}_i \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j \\ &= \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M \phi_i \phi_j^* \mathbf{M}_{ji} = \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (2.21)$$

dove \mathbf{M} è la matrice con elementi $\mathbf{M}_{ij} = \mathbf{g}_j^H \mathbf{g}_i \mathbf{h}_i^H \mathbf{h}_j$. Un altro modo in cui può essere espressa è

$$\text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) = \mathbf{f}^H \mathbf{f} = \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{E}^H \mathbf{E} \boldsymbol{\phi} = \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \quad (2.22)$$

2.2.2 RIS interamente connessa

Nel caso di RIS interamente connessa, abbiamo

$$\begin{aligned} \mathbf{f} &= \text{vec}(\mathbf{F}) = \text{vec}(\mathbf{G} \boldsymbol{\Phi} \mathbf{H}) \\ &= [\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}] \text{vec}(\boldsymbol{\Phi}) = [\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}] \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (2.23)$$

con $\boldsymbol{\phi} = \text{vec}(\boldsymbol{\Phi})$. Segue che

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) &= \mathbf{f}^H \mathbf{f} = \boldsymbol{\phi}^H [\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}]^H [\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}] \boldsymbol{\phi} \\ &= \boldsymbol{\phi}^H [\mathbf{H}^* \otimes \mathbf{G}^H] [\mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}] \boldsymbol{\phi} \\ &= \boldsymbol{\phi}^H [\mathbf{H}^* \mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}^H \mathbf{G}] \boldsymbol{\phi} \\ &= \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (2.24)$$

con $\mathbf{M} = [\mathbf{H}^* \mathbf{H}^T \otimes \mathbf{G}^H \mathbf{G}]$.

2.3 Algoritmo SDP

Prendiamo il modello descritto nella sezione 2.2 e assumiamo perfetta conoscenza di \mathbf{H} e \mathbf{G} nella progettazione di $\boldsymbol{\Phi}$. Assumiamo anche che gli sfasamenti degli elementi della RIS siano continui nell'intervallo $[0, 2\pi)$. Inoltre assumiamo che (2.16) abbia il possibile vincolo tecnologico che i moduli delle

fasi siano unitari. Vogliamo trovare la progettazione di Φ ottimizzata basata sulla massimizzazione della traccia:

$$\begin{aligned}\Phi &= \arg \max_{\Phi} \operatorname{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) \\ &= \arg \max_{\Phi} \phi^H \mathbf{M} \phi\end{aligned}\tag{2.25}$$

Si tratta di un problema di ottimizzazione quadratica complessa. Usiamo ora l'algoritmo descritto in [5] tramite rilassamenti di modelli di programmazione semidefinita (SDP) per approssimare il problema.

L'algoritmo assume che la matrice $\mathbf{M} \in \mathbb{C}^{n \times n}$ sia hermitiana e semidefinita positiva, e che il vettore ϕ soddisfi il vincolo che il modulo degli elementi sia unitario, vincolo soddisfatto quando abbiamo definito il modello nella sezione 2.1.1. Il problema di ottimizzazione continua che vorremo risolvere diventa:

$$\begin{aligned}\max \quad & \phi^H \mathbf{M} \phi \\ \text{t.c} \quad & |\phi_j| = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & \phi \in \mathbb{C}^n\end{aligned}\tag{2.26}$$

In [5] si considera il seguente rilassamento del problema (2.26):

$$\begin{aligned}\max \quad & \mathbf{M} \bullet \Phi \\ \text{t.c} \quad & \Phi_{jj} = 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \\ & \Phi \succeq 0\end{aligned}\tag{2.27}$$

L'operatore \bullet indica il prodotto scalare fra matrici, cioè la somma dei prodotti

elemento per elemento delle matrici, analogo ai vettori.

Successivamente il seguente algoritmo viene eseguito:

Step 1. Risolvi il rilassamento SDP (2.27) e ottieni una soluzione ottima Φ_{SDP} .

Poiché Φ_{SDP} è semidefinito positivo, possiamo ottenere una decomposizione di Cholesky $\Phi_{SDP} = \mathbf{V}\mathbf{V}^H$, dove $\mathbf{V} = (\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n)$, dove $\mathbf{v}_1, \dots, \mathbf{v}_n \in \mathbb{C}^n$ sono i vettori colonna di \mathbf{V} .

Step 2. Genera due vettori casuali indipendenti normalmente distribuiti $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in \mathbb{R}^n$ con media 0 e matrice di covarianza $\frac{1}{2}\mathbf{I}_n$. Sia $\mathbf{r} = \mathbf{x} - j\mathbf{y}$.

Step 3. Per $i = 1, \dots, n$, sia $\hat{\phi}_i = f(\mathbf{v}_i \cdot \mathbf{r})$, dove la funzione $f(\cdot)$ è così definita

$$f(t) = \begin{cases} \frac{t}{|t|} & |t| > 0 \\ 0 & t = 0 \end{cases}$$

Sia $\hat{\phi} = [\hat{\phi}_1, \dots, \hat{\phi}_n]$ la soluzione di (2.26).

2.4 Capacità

Prendiamo il modello descritto nella sezione 2.2

$$\mathbf{y} = \mathbf{G}\Phi\mathbf{H}\mathbf{x} + \mathbf{n} = \mathbf{F}\mathbf{x} + \mathbf{n} \quad (2.28)$$

dove $\mathbf{n} \sim \mathcal{CN}(0, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ è il rumore gaussiano bianco e considerando trasmissioni di potenza unitaria ($E[\mathbf{x}^H \mathbf{x}] = 1$). La capacità del canale è

$$C(\boldsymbol{\phi}) = \log_2 \det \left(\mathbf{I} + \frac{1}{\sigma^2} \mathbf{F} \mathbf{R} \mathbf{F}^H \right) \quad (2.29)$$

dove $\mathbf{R} = E[\mathbf{x} \mathbf{x}^H]$ è la matrice di correlazione del segnale vettoriale trasmesso, che viene determinata attraverso l'algoritmo *waterfilling*.

Per trovare la capacità usiamo un algoritmo simile a quello in scritto nella sezione 2.3 dove per una RIS a sfasamento continuo, consideriamo il problema di massimizzazione della capacità

$$\boldsymbol{\phi}_{\text{opt}} = \arg \max_{\boldsymbol{\phi}} C(\boldsymbol{\phi}) \quad \text{t.c.} \quad |\phi_n| = 1, \quad n = 1, \dots, N. \quad (2.30)$$

Questo problema non è convesso sia nella funzione obiettivo che nel vincolo. Consideriamo quindi un problema alternativo avente come funzione obiettivo la massimizzazione della norma di Frobenius di \mathbf{F} descritto nella sezione 2.3.

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\phi} &= \arg \max_{\boldsymbol{\phi}} \text{tr}(\mathbf{F}^H \mathbf{F}) \\ &= \arg \max_{\boldsymbol{\phi}} \boldsymbol{\phi}^H \mathbf{M} \boldsymbol{\phi} \end{aligned} \quad (2.31)$$

Per ottenere una soluzione ammissibile di (2.30) dalla soluzione del problema rilassato SDP (2.27) ricorriamo all'approccio randomizzato per massimizzare la capacità. In particolare, generiamo P soluzioni ammissibili casuali, $\hat{\boldsymbol{\phi}}_p$, $p = 1, \dots, P$ e selezioniamo quello che massimizza la capacità del canale

$$\boldsymbol{\phi}_{\text{SDPC}} = \arg \max_{\hat{\boldsymbol{\phi}}_p} C(\hat{\boldsymbol{\phi}}_p) \quad (2.32)$$

Algoritmo

Step 1. Esegui Step 1 dell'algoritmo nella sezione 2.3.

Step 2. Per P iterazioni $p = 1, \dots, P$

1. Genera vettore \mathbf{r}_p di n variabili gaussiane complesse indipendenti e circolarmente simmetriche con media nulla e potenza unitaria.
2. Esegui Step 3 dell'algoritmo nella sezione 2.3.

Step 3. Seleziona la configurazione che ottimizza la capacità secondo (2.32).

Capitolo 3

Risultati

Le capacità mostrate in Figura 3.1 e le tracce mostrate in Figura 3.2 sono ottenute con la RIS ottimizzata usando l'algoritmo di ottimizzazione descritto nella sezione 2.4 in funzione del numero di elementi della RIS e considerando le tre possibili architetture di RIS, cioè interamente connessa, diagonale e connessa a gruppi con G gruppi. Il numero di antenne in trasmissione e in ricezione considerato è rispettivamente $K = N = 4$ e 100 simulazioni Monte Carlo sono state eseguite. Per ciascuno di esse i canali \mathbf{H} e \mathbf{G} sono stati generati secondo (1.25) dove i parametri $a, d, \lambda_c, \Delta_r, \Delta_t$ sono stati presi unitari per semplicità, mentre gli angoli di partenza e di arrivo sono stati presi casualmente in modo uniforme nell'intervallo $[0, \pi)$. Nell'algoritmo di ottimizzazione della configurazione delle RIS è stato considerato $P = 100$. Infine per il calcolo delle capacità $SNR = 10$ dB. Possiamo vedere sulla Figura 3.1 e Figura 3.2 come aumentando il numero di elementi della RIS aumenta la traccia e la capacità. Lo stesso effetto può essere notato passando da architettura diagonale a connessa a gruppi e da connessa a gruppi a interamente

connessa, cioè diminuendo il numero di gruppi G della RIS. Le due figure mostrano come più elementi collegati in un gruppo aumentino le prestazioni. Per uno stesso numero di elementi la RIS interamente connessa, $G = 1$, mostra le prestazioni migliori avendo tutti gli elementi collegati uno con l'altro. Passando alla RIS connessa a gruppi con $G = 2$ il numero di elementi per ogni gruppo diminuisce e le prestazioni iniziano a calare. Aumentando il numero di gruppi con $G = 4$ le prestazioni continuano a scendere, fino ad arrivare alla RIS diagonale, dove ogni gruppo G corrisponde a un elemento. Figura 3.3 mostra le capacità di una RIS a otto elementi al variare del SNR , dove al suo aumentare aumenta la capacità del canale.

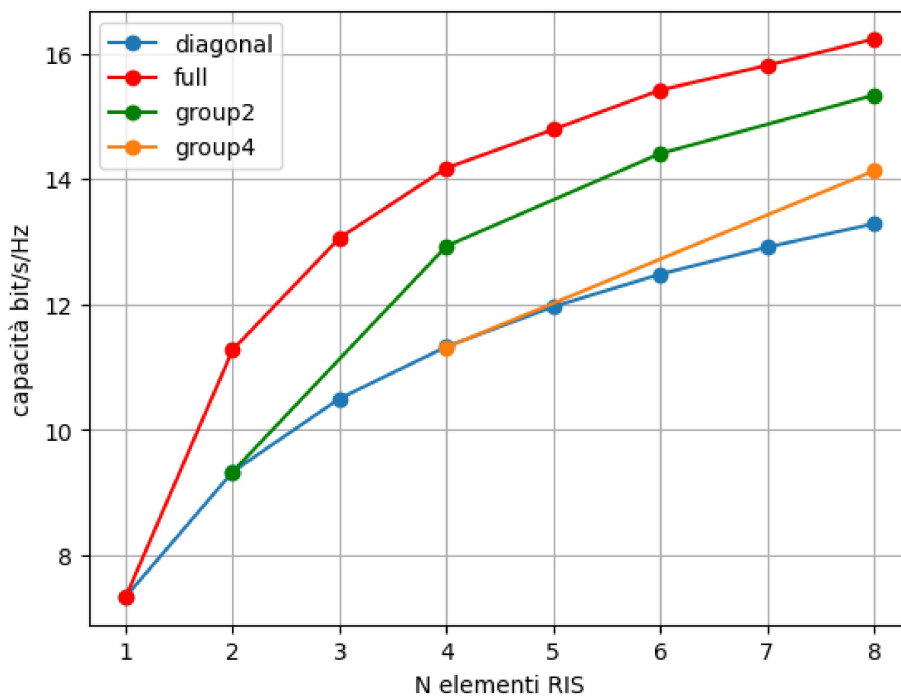


Figura 3.1: Capacità canali per N elementi della RIS.

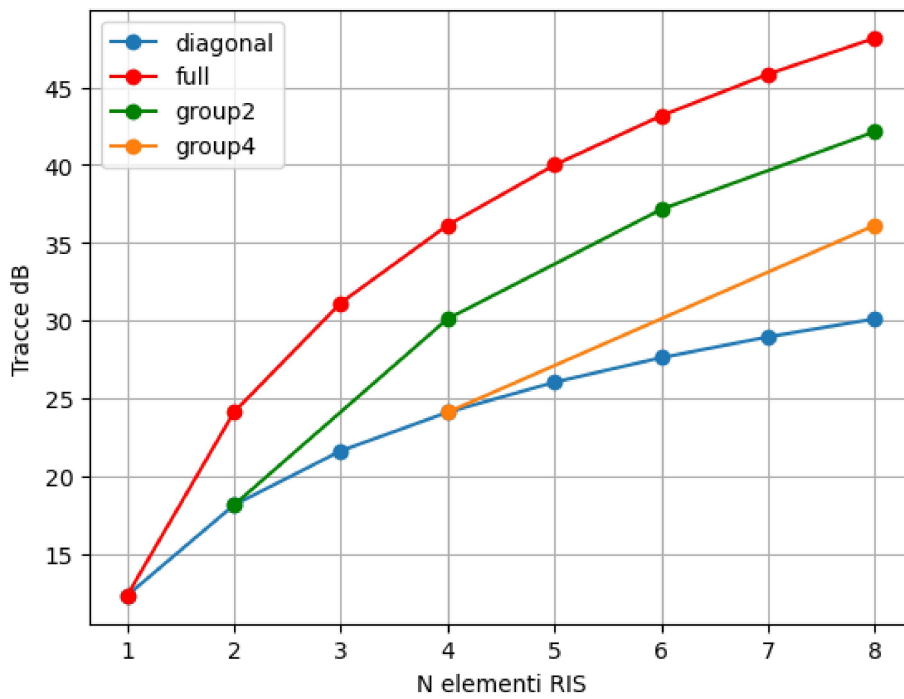


Figura 3.2: Tracce ottime in dB per N elementi della RIS.

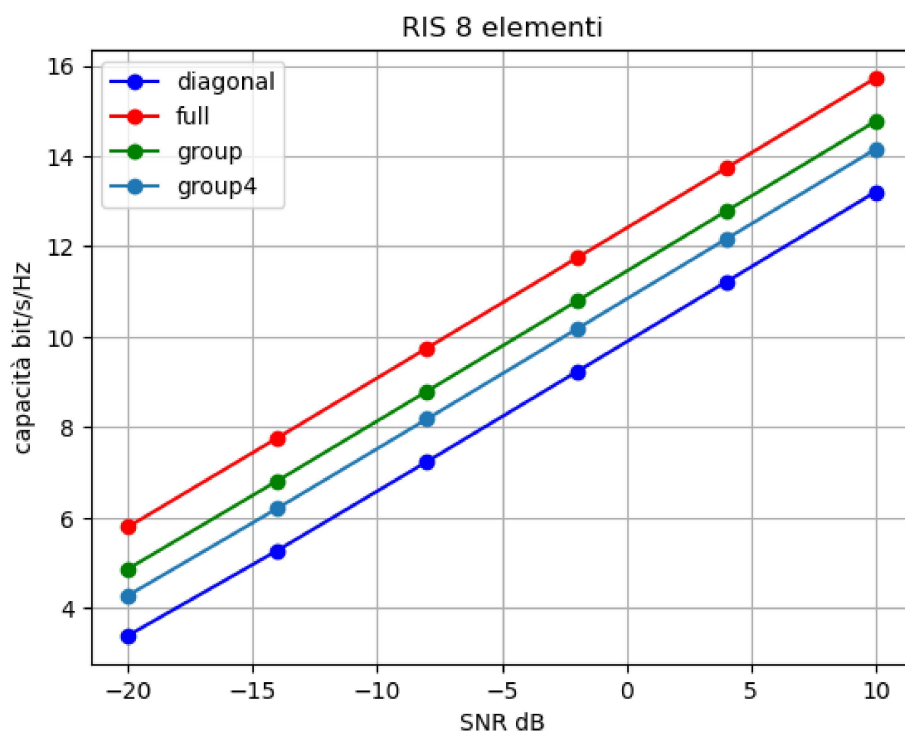


Figura 3.3: Capacità canali RIS a otto elementi in funzione dell'SNR.

Capitolo 4

Conclusioni

Nel corso di questa tesi, abbiamo esplorato il modello del canale MISO assistito da una superficie intelligente riconfigurabile (RIS), analizzando le varie architetture delle RIS e le relative implicazioni. Abbiamo introdotto tre diverse architetture per le RIS: completamente connessa, connessa a gruppi e diagonale. Ogni architettura presenta caratteristiche uniche che influenzano le prestazioni e la complessità del sistema. Abbiamo esteso il nostro studio al caso MIMO, esplorando come le RIS possano essere utilizzate per migliorare le prestazioni di trasmissione in sistemi multiantenna. Abbiamo presentato algoritmi di programmazione semidefinita (SDP) per risolvere il rilassamento del problema e trovare la capacità ottima del canale assistito da una RIS. Questi algoritmi offrono soluzioni efficienti e ottimali per massimizzare le prestazioni del sistema. Infine, abbiamo mostrato i risultati ottenuti dalle nostre simulazioni e analisi, evidenziando il potenziale delle architetture RIS interamente connessa e connessa a gruppi nel migliorare le prestazioni rispetto all'architettura diagonale.

Bibliografia

- [1] M. Nerini, S. Shen, and B. Clerckx, “Discrete-value group and fully connected architectures for beyond diagonal reconfigurable intelligent surfaces,” *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, vol. 72, no. 12, pp. 16354–16368, 2023.
- [2] H. Li, S. Shen, and B. Clerckx, “Beyond diagonal reconfigurable intelligent surfaces: From transmitting and reflecting modes to single-, group-, and fully-connected architectures,” *IEEE Transactions on Wireless Communications*, vol. 22, no. 4, pp. 2311–2324, 2023.
- [3] H. Li, Y. Zhang, and B. Clerckx, “Channel estimation for beyond diagonal reconfigurable intelligent surfaces with group-connected architectures,” in *2023 IEEE 9th International Workshop on Computational Advances in Multi-Sensor Adaptive Processing (CAMSAP)*, pp. 21–25, 2023.
- [4] A. M. Sayeed, “Optimization of reconfigurable intelligent surfaces through trace maximization,” in *2021 IEEE International Conference on Communications Workshops (ICC Workshops)*, pp. 1–6, 2021.
- [5] A. M.-C. So, J. Zhang, and Y. Ye, “On approximating complex quadratic optimization problems via semidefinite programming relaxations,”

- in *Integer Programming and Combinatorial Optimization* (M. Jünger and V. Kaibel, eds.), (Berlin, Heidelberg), pp. 125–135, Springer Berlin Heidelberg, 2005.
- [6] N. Benvenuto, G. Cherubini, and S. Tomasin, “Transmission over multiple input multiple output channels,” in *Algorithms for Communications Systems and Their Applications, 2nd Edition*, vol. 9, pp. 447–452, 2021.
- [7] D. Tse and P. Viswanath, *Fundamentals of wireless communication*. USA: Cambridge University Press, 2005.
- [8] H. Kour, R. K. Jha, and S. Jain, “A comprehensive survey on spectrum sharing: Architecture, energy efficiency and security issues,” *Journal of Network and Computer Applications*, vol. 103, pp. 29–57, 2018.