



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Analisi dei dati di test beam del calorimetro di MuOnE

Relatore

Prof. Franco Simonetto

Laureando

Arianna Pajola

Anno Accademico 2022/2023



## Sommario

In questa tesi si propone l'analisi dei dati di test beam dell'esperimento MuOnE e il calcolo delle costanti di calibrazione del suo calorimetro.

## Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>4</b>
<b>2</b>	<b>L'esperimento MuOnE</b>	<b>5</b>
2.1	Modello teorico del calorimetro . . . . .	5
2.2	Risoluzione energetica . . . . .	6
2.3	Apparato sperimentale . . . . .	7
2.4	Dati analizzati . . . . .	8
<b>3</b>	<b>Calibrazioni</b>	<b>9</b>
3.1	Metodo iterativo . . . . .	11
3.1.1	Costanti di calibrazione relative . . . . .	11
3.1.2	Costanti di calibrazione assolute . . . . .	15
<b>4</b>	<b>Analisi delle distribuzioni di energia</b>	<b>17</b>
<b>5</b>	<b>Linearità</b>	<b>22</b>
<b>6</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>23</b>

# 1 Introduzione

Secondo la meccanica classica, una particella di massa  $m$  e carica  $e$  possiede un momento di dipolo magnetico  $\vec{\mu}_L = \frac{e}{2m}\vec{L}$ , con  $\vec{L}$  momento angolare orbitale. Con l'avvento della meccanica quantistica (1925) vennero introdotti i concetti di quantizzazione del momento angolare in unità di  $\hbar$  e di spin intrinseco  $\vec{S}$  della particella, privo di un analogo classico. Si ridefinì pertanto il momento magnetico  $\vec{\mu}_L = g_L \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} = g_L \frac{e}{2m} \vec{L}$ , con  $\mu_B$  magnetone di Bohr e  $g_L = 1$ , e venne introdotto il momento magnetico  $\vec{\mu}_S$  associato allo spin intrinseco della particella, dato da  $\vec{\mu}_S = g_S \frac{e}{2m} \vec{S}$

La teoria di Dirac (1928) prevedeva  $g_S = 2$  per i fermioni ma le misure successive di Kush e Foley (1947) mostrarono una discrepanza da tale valore, che portò a calcolare un fattore giromagnetico anomalo  $a_e = (g_S - 2)/2 = (1.19 \pm 0.04) \cdot 10^{-3}$  [KF48] e alla nascita della QED. Analogamente per il muone è possibile definire un fattore giromagnetico  $a_\mu$ . Ad oggi è noto sperimentalmente  $a_\mu = 1.16592061(41) \cdot 10^{-3}$  [Aoy+20] con una precisione relativa di  $4 \cdot 10^{-8}$ . Tali risultati sono stati ottenuti da BNL e Fermilab con la misurazione della precessione dello spin dei muoni in un anello di accumulazione.

Tale anomalia può inoltre essere calcolata teoricamente tenendo conto dei contributi di QED, deboli e adronici.  $a_\mu = a^{QED} + a^W + a^{had}$ . I primi due contributi sono calcolabili tramite teorie perturbative:  $a^{QED}$  si esprime come espansione in serie di potenze di  $\alpha/\pi$ , con  $\alpha$  costante di struttura fine;  $a^W$  include i contributi deboli dei bosoni  $Z^0, W^+, W^-$ . Il termine adronico comprende un contributo definito "light-by-light"  $a^{hlbl}$  e uno associato alla polarizzazione del vuoto  $a^{hlo}$ , di difficile determinazione e calcolato a partire da misure sperimentali di sezione d'urto di annichilazione  $e^+e^-$ .

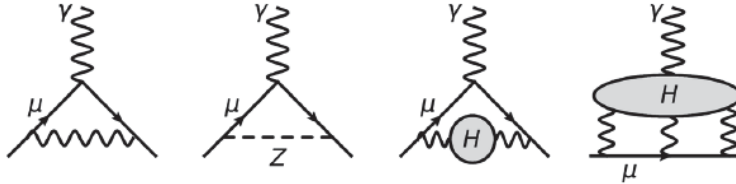


Figura 1: Diagrammi di Feynman che rappresentano i contributi del Modello Standard al momento magnetico anomalo del muone. Da sinistra: contributo QED al primo ordine, contributo debole, adronico di polarizzazione del vuoto e *light-by-light*. [Abi+21]

Ad oggi le stime sperimentali e teoriche del fattore giromagnetico anomalo del muone differiscono significativamente,  $a_{th} - a_{exp} = 4.2\sigma$ . Al fine di ridurre l'incertezza associata al contributo adronico, la più significativa, l'esperimento MuonE si pone come obiettivo la determinazione di  $a_\mu^{had}$  con una precisione dell'1% o, equivalentemente, la determinazione di  $\Delta\alpha$  con una precisione relativa di  $10^{-3}$ , tramite la misura della sezione d'urto del processo di diffusione elastica  $\mu^-e^- \rightarrow \mu^-e^-$

## 2 L'esperimento MuOnE

### 2.1 Modello teorico del calorimetro

Lo sviluppo di uno sciame elettromagnetico all'interno di un calorimetro avviene tramite due processi, ovvero "bremsstrahlung" e "pair production".

Il primo, detto anche "radiazione di frenamento", consiste nell'emissione di un fotone da parte di un elettrone accelerato nell'interazione con un nucleo atomico. La perdita di energia associata a tale processo segue una legge esponenziale legata alla lunghezza caratteristica  $\chi_0$ , detta lunghezza di radiazione:

$$E_{(X)} = E_0 \cdot e^{-X/\chi_0} \quad (1)$$

$\chi_0$  corrisponde quindi alla distanza (in  $g/cm^2$ ) alla quale l'energia residua della particella è pari a  $1/e$  volte l'energia iniziale  $E_0$ . Tale parametro dipende dal numero atomico e dalla massa atomica del materiale assorbitore.

Il secondo processo, "pair production" o "produzione di coppia", riguarda l'interazione con la materia di fotoni molto energetici ( $E_\gamma > 10MeV$ ) che producono una coppia  $e^-e^+$ . Più in generale possono essere prodotte diverse coppie particella-antiparticella al variare dell'energia del fotone, ma data la massa leggera dello stato  $e^-e^+$  tale processo è favorito. Questo è un processo in soglia, in quanto può avvenire solo se  $E_\gamma > 2m_e$ , e che non avviene nel vuoto, poiché l'interazione col nucleo è necessaria per la conservazione del quadrimpulso. Per questo processo il numero di disintegrazioni in funzione della distanza segue una legge esponenziale legata alla lunghezza  $\chi_0$  precedentemente definita:

$$N_{(X)} = N_0 \cdot e^{-X/\chi_0} \quad (2)$$

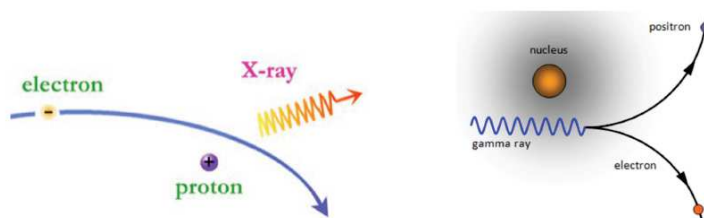


Figura 2: Rappresentazione dei processi di bremsstrahlung (a sinistra) e produzione di coppie (a destra).

Pertanto quando un fotone o un elettrone molto energetici incidono sul mezzo denso che costituisce il calorimetro si innescano tali processi, che si moltiplicano fintanto che l'energia delle particelle prodotte è maggiore dell'energia di soglia  $\epsilon$  necessaria per sostenerli. Quando l'energia è minore di  $\epsilon$  si osservano altri fenomeni, come ionizzazione del mezzo o scattering Compton, che però non producono nuove particelle.

I processi fin qui descritti sono stocastici, così come è casuale la distribuzione dell'energia tra le particelle prodotte. Per ottenere delle predizioni teoriche si introduce l'approssimazione B di Rossi, per trattare il processo come deterministico. Si assume che lo sviluppo dello sciame sia principalmente longitudinale e che l'energia sia equamente distribuita tra le particelle prodotte. Si assume inoltre che in ogni lunghezza  $\chi_0$  avvenga un solo processo tra bremsstrahlung e pair production e pertanto che il numero di particelle nello sciame raddoppi ad ogni  $\chi_0$ . Dopo  $n$  lunghezze caratteristiche si avranno  $2^n$  particelle di energia  $E/2^n$  e il processo si arresterà quando  $E/2^n < \epsilon$ . Si può quindi estrarre una stima molto approssimata della lunghezza del calorimetro in funzione dell'energia del fascio, che dovrà essere  $L > n\chi_0 = \log_2(E/\epsilon)$  per contenere longitudinalmente lo sciame.

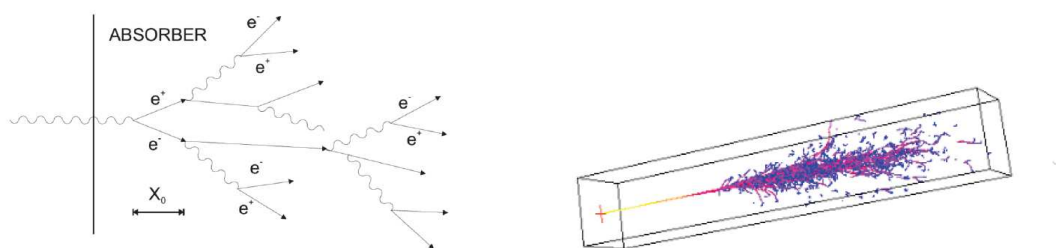


Figura 3: A sinistra, rappresentazione dello sviluppo di uno sciame elettromagnetico secondo l'ipotesi B di Rossi. A destra, riproduzione grafica dello sciame in un cristallo.

## 2.2 Risoluzione energetica

Per la determinazione della risoluzione energetica del calorimetro si devono considerare i seguenti contributi:

- un termine stocastico  $S$  che tiene conto delle fluttuazioni nel numero di fotoni ed elettroni prodotti nello sciame. Essendo un termine soggetto alla statistica di Poisson l'errore in energia associato sarà pari a  $\sqrt{E}$ .
- un termine di rumore  $N$  dato dall'elettronica di acquisizione, indipendente dall'energia della particella incidente.
- un termine  $C$  legato alla calibrazione del calorimetro, che comprenda gli effetti dovuti a disomogeneità nella struttura e alla determinazione delle costanti di calibrazione. Tale termine risulta dipendere linearmente dall'energia.

Sommando tali contributi in quadratura otteniamo un'espressione per l'incertezza relativa sulle misure di energia del calorimetro.

$$\frac{\sigma_E}{E} = \frac{S}{\sqrt{E}} \oplus \frac{N}{E} \oplus C \quad (3)$$

Ad alte energie i primi due termini vengono naturalmente soppressi e il termine di maggior peso risulta essere quello legato alla calibrazione, da cui la necessità di determinare con precisione le costanti di calibrazione.

### 2.3 Apparato sperimentale

L'esperimento è costituito da un fascio di muoni a 150 GeV provenienti dall' M2 beam-line del CERN, 40 stazioni di tracking composte ciascuna da un bersaglio in berillio, tracciatori al silicio e dal calorimetro elettromagnetico. [Abb19]

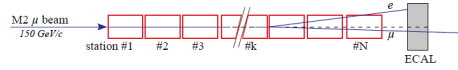


Figura 4: Rappresentazione schematica dell'esperimento. [Abb19]

I muoni energetici della M2 beam-line incidono sugli elettroni del target a berillio nel quale avviene il processo di scattering. Entrambi diffondono e le stazioni di tracciamento permettono la determinazione precisa dei piccoli angoli di scattering. In seguito gli elettroni generano sciami elettromagnetico attraversando il calorimetro, mentre i muoni lo attraversano depositando solo una piccola quantità di energia (compresa tra 300 e 600 MeV).

Il calorimetro permette quindi la "particle identification" e la misura dell'energie degli elettroni diffusi. È composto da 25 cristalli di tungstenato di piombo  $\text{PbWO}_4$ , di sezione  $2.5 \cdot 2.5 \text{ cm}^2$  e lunghezza 23 cm (ovvero  $26 \chi_0$ , per il  $\text{PbWO}_4$  si ha  $\chi_0=0.89\text{cm}$ ), e dall'elettronica di lettura.

Il fascio presenta una contaminazione adronica costituita da pioni stimata attorno al 50%. Tuttavia ci si aspetta che essi non interagiscano in maniera significativa col calorimetro, soprattutto a basse energie.

## 2.4 Dati analizzati

I set di dati a disposizione per l'analisi comprendevano sciame prodotti da fasci secondari di elettroni alla CERN NORD area con energie di 50, 75, 100, 150 GeV. Per ogni valore di energia dell'elettrone incidente erano presenti set di quattro tipologie diverse, in base alla posizione d'impatto del fascio. Nei set "centrali" il fascio era direzionato al centro della superficie esposta di un cristallo; per i set "top-bottom" il fascio incideva sulla linea di separazione superiore e inferiore tra due cristalli adiacenti; analogamente per i set "right-left" incideva sulla linea di separazione destra-sinistra. Per queste due tipologie ci si aspetta quindi che l'energia dello sciame prodotto si distribuisca tra i due cristalli. Infine per i set "cross" il fascio era direzionato sul vertice in comune tra quattro cristalli. Data la geometria del calorimetro erano quindi disponibili 25 set "centrali", 20 "top-bottom" e "right-left", 16 "cross" al variare dell'energia.

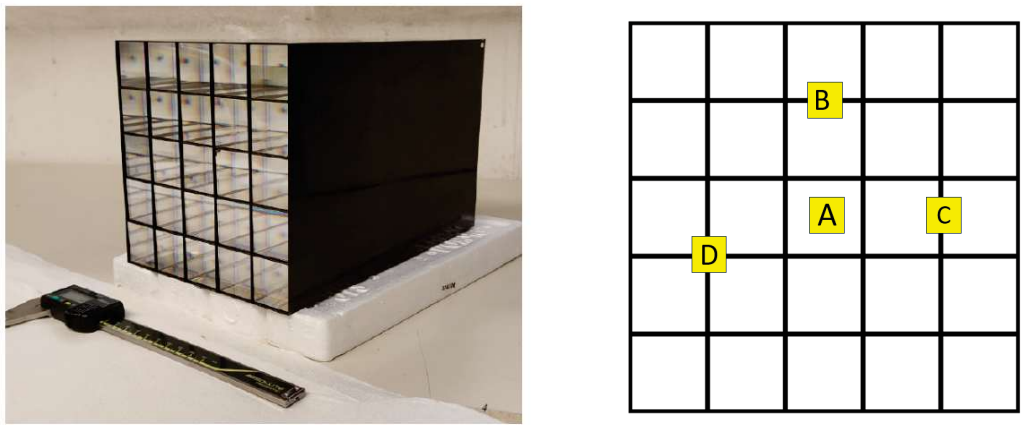


Figura 5: A sinistra, foto del calorimetro. A destra, rappresentazione del punto d'impatto delle varie tipologie di eventi raccolti. A= "centrali", B="top-bottom", C="right-left", D="cross".



### 3 Calibrazioni

Per ogni evento, ovvero per ogni elettrone che incide sul calorimetro, l'elettronica acquisisce 128 impulsi per ogni canale, come visibile in figura 6. Tutti i canali sono sincronizzati ed è possibile osservare i segnali in coincidenza sui cristalli (Fig. 7). Da questa rappresentazione, analizzando il rapporto segnale rumore, si può osservare come il segnale non si concentri solo su un cristallo ma si distribuisca anche su quelli immediatamente vicini.

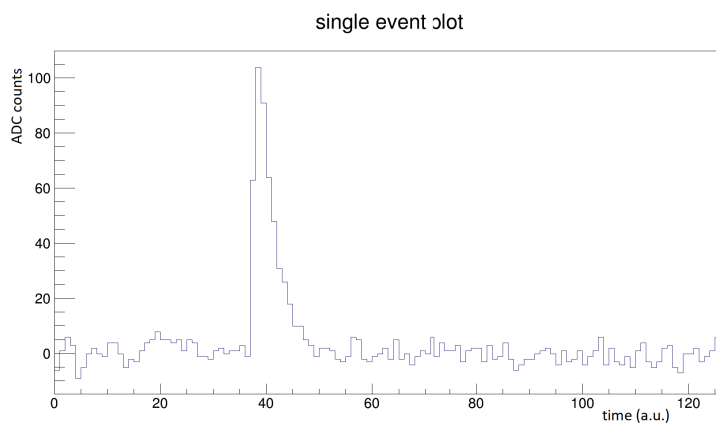


Figura 6: Rappresentazione degli impulsi letti dall'elettronica per un singolo evento, su un singolo cristallo.

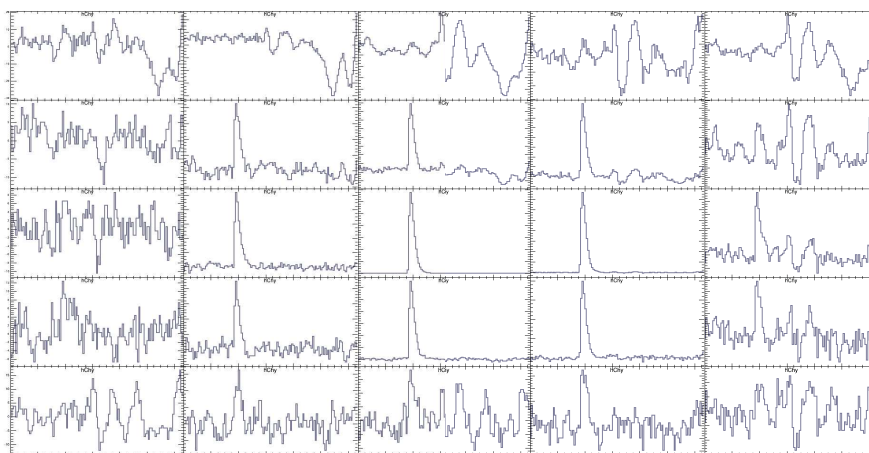


Figura 7: Segnale in coincidenza sui 25 cristalli per un singolo evento. Osservando il rapporto segnale/rumore si può dedurre come il segnale si concentri soprattutto nel cristallo centrale. Si nota però come anche nei cristalli immediatamente vicini sia presente un segnale significativo, a dimostrazione che l'energia della particella incidente si distribuisce anche su canali adiacenti.

Una prima operazione da effettuare sui set di dati consiste nell'estrarre per ogni evento le informazioni riguardanti il segnale, tralasciando le regioni in cui si osserva solo rumore di fondo, al fine di ridurre le dimensioni dei file ed ottimizzare i tempi di esecuzione dei programmi. Si estraggono per ogni cristallo i valori del picco del segnale, ottenuti come massimo assoluto oppure il come valore individuato dal fit attorno al massimo (Fig. 8), l'istante di tempo al quale si registrano e la baseline.

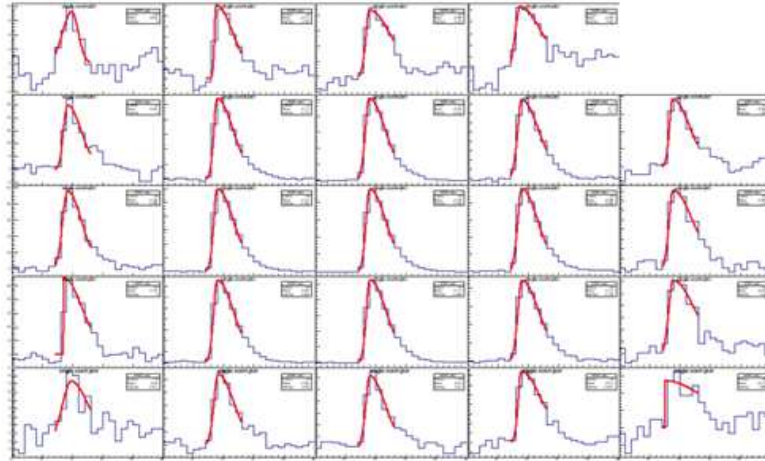


Figura 8: Fit del segnale in coincidenza sui 25 cristalli per un singolo evento. La funzione interpolante è una gaussiana biforcata, che presenta larghezze diverse nella parte destra e sinistra della distribuzione.

Per ogni unità di energia depositata nei cristalli dalla particella incidente l'elettronica di acquisizione registra un segnale ad essa proporzionale, espressa in conteggi Adc. Per cristalli di  $\text{PbWO}_4$  la relazione di proporzionalità è di circa 1 Adc per 5 MeV di energia. Questi coefficienti sono le **costanti di calibrazione assolute**, espresse in MeV/Adc. Esse sono specifiche per ogni cristallo poiché dipendono dalla sua struttura a livello microscopico, variabile per la presenza di impurezze nel cristallo, variazioni locali di densità o per altri contributi.

In questa fase si sono utilizzati per l'analisi set di tipo "centrale", nei quali lo sciame si sviluppa principalmente su un singolo cristallo. Si richiede inoltre che l'energia depositata su questo sia pari almeno al 70% dell'energia totale depositata nei 25 cristalli del calorimetro. I valori trovati per le calibrazioni potranno poi essere utilizzati per l'analisi degli altri set di dati combinando i guadagni di cristalli diversi, pesati secondo la frazione di energia depositata su ognuno di essi.

### 3.1 Metodo iterativo

La procedura descritta in questa sezione è stata applicata sui set di dati alle varie energie. Si riportano a titolo rappresentativo i grafici ottenuti da eventi a 100 GeV.

#### 3.1.1 Costanti di calibrazione relative

Dato un set di eventi ad energia nota, per ogni cristallo si rappresentano i conteggi in funzione dei valori del picco in Adc, se esso costituisce almeno il 70% dell'energia del fascio. Si interpolano le distribuzioni ottenute con la funzione Crystal-Ball [Gai82], che presenta un andamento simil-gaussiano con una coda più alta per energie minori. Si ottiene quanto visibile in grafico 9

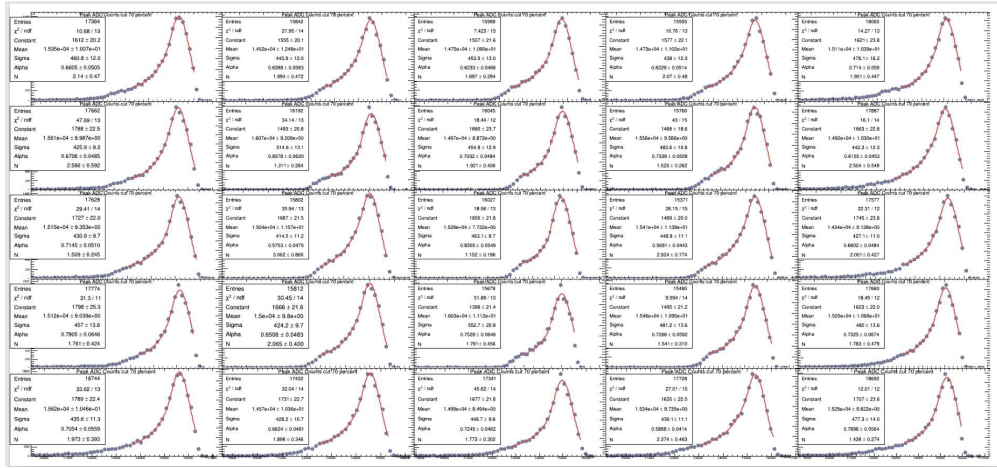


Figura 9: Istogrammi che raffigurano i valori di picco Adc per ogni cristallo e le interpolazioni con la funzione Crystal-Ball, per eventi a 100 GeV.

La costante di calibrazione relativa, o guadagno relativo, è definita come il rapporto tra il valore centrale  $E$  di tale distribuzione di energia per il cristallo 13, assunto come riferimento, e del cristallo  $i$ esimo.

$$relGain[i] = E[13]/E[i] \quad (4)$$

I valori centrali  $E[i]$  possono essere ottenuti come valore medio del fit gaussiano attorno al massimo oppure come valore di Adc corrispondente al massimo dei conteggi.

Una volta calcolati tutti i 24 valori di  $relGain[i]$  è possibile correggere tutta la distribuzione, moltiplicando ogni entrata per tali fattori, e ripetere tale procedura per ottenere una stima più accurata dei guadagni.

$$E_{calibrato}[i] = E[i] \cdot relGain[i] \quad (5)$$

A partire dalle energie calibrate si calcolano nuovamente i guadagni  $relGain[i]$ , su un campione di dati diverso dal precedente per ottenere risultati statisticamente indipendenti. Si ottengono infine le costanti di calibrazione complessive come il prodotto dei guadagni ottenuti ad ogni iterazione.

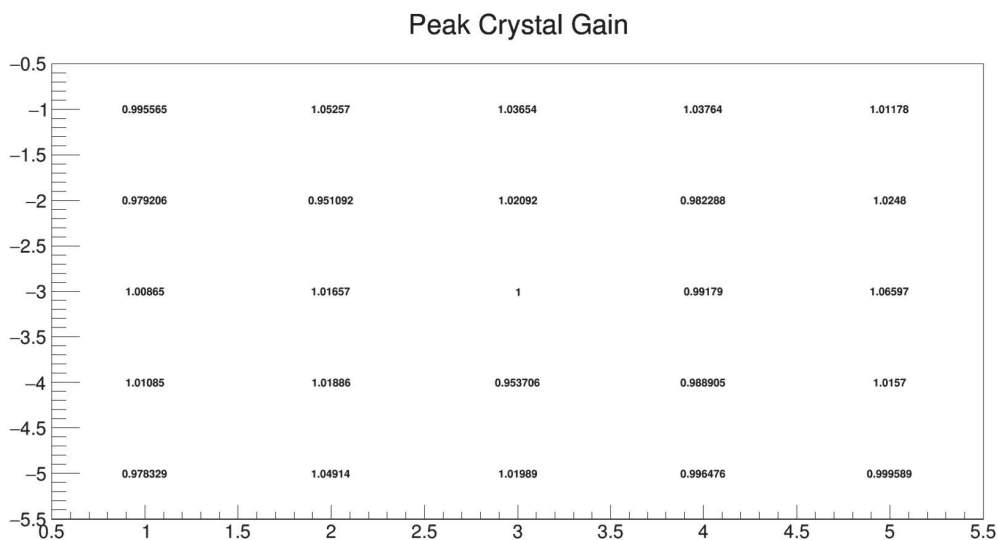


Figura 10: Guadagni relativi per ogni cristallo, riferiti al 13esimo, alla prima iterazione per eventi a 100GeV

Il criterio assunto per stabilire quante iterazioni eseguire è stato quello di ottenere all'iesima ripetizione dei guadagni pari ad 1 per tutti i cristalli, a meno di correzioni dell'ordine di una parte per mille. Procedendo ulteriormente non si osserverebbero modifiche significative alle distribuzioni di energia e i guadagni rimarrebbero invariati, in quanto verrebbero moltiplicati per 1. Tale condizione si raggiunge solitamente attorno alla quarta o quinta iterazione, come visibile nel grafico 11.

L'efficienza di questa procedura è ben rappresentata nei grafici 12 in cui si osserva la dispersione dei valori  $E[i]$ . In particolare il grafico a destra mostra come tutti i guadagni siano equalizzati.

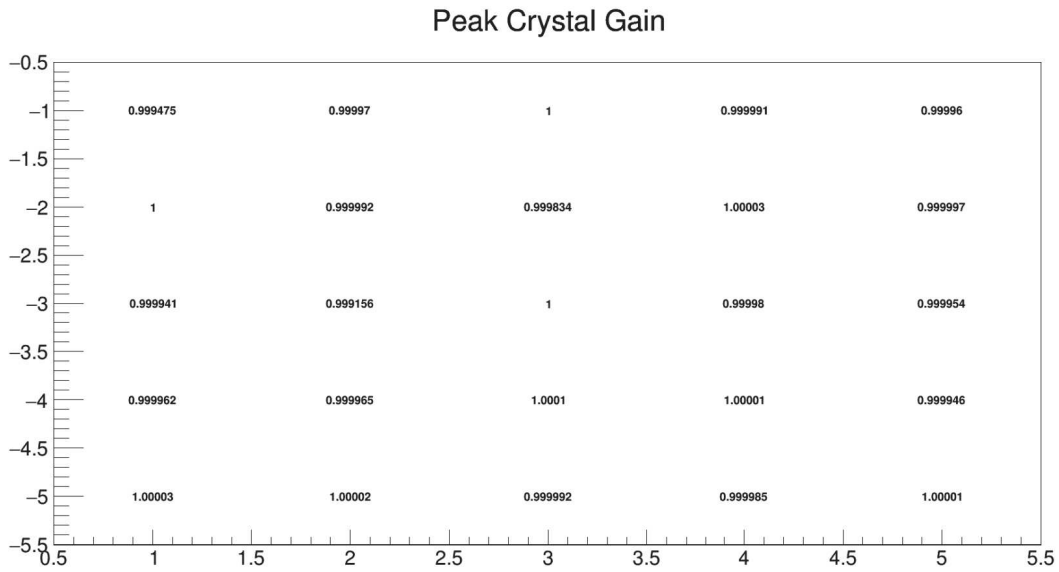


Figura 11: Guadagni relativi per ogni cristallo, alla quinta iterazione per eventi a 100 GeV. Si osserva come tutti i valori siano pari a 1 a meno di una parte per mille.

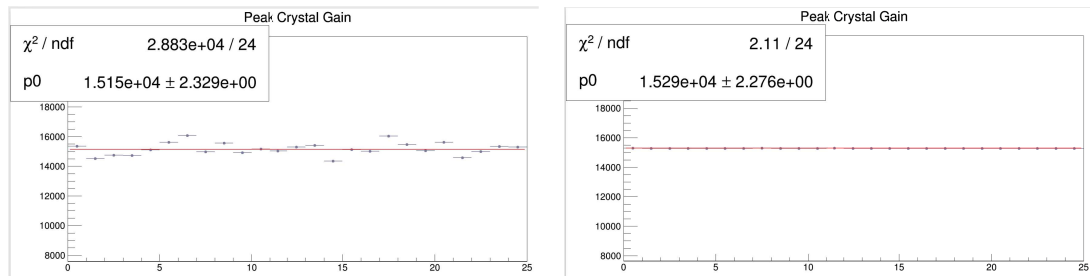


Figura 12: A sinistra, grafico che rappresenta la dispersione dei valori centrali delle distribuzioni di energia alla prima iterazione. A destra, la dispersione degli stessi valori alla quinta iterazione.

Dalla procedura iterativa descritta in questa sezione si sono ottenuti i guadagni relativi per ogni energia. Si osserva in particolare che i fit che meglio interpolano le distribuzioni per ogni cristallo sono quelli effettuati a 100 GeV e che le rispettive costanti convergono velocemente. Pertanto dai guadagni ottenuti a 100 GeV si definiscono le costanti di calibrazione relative, visibili in tabella 1.

0.995	1.053	1.035	1.038	1.012
0.979	0.951	1.021	0.982	1.024
1.009	1.016	1.000	0.992	1.066
1.011	0.953	1.019	0.989	1.016
0.978	1.049	1.020	0.996	1.000

Tabella 1: Costanti di calibrazione relative per i 25 cristalli, ottenute col metodo iterativo utilizzando i set di dati a 100 GeV.

Una volta individuati tali costanti la calibrazione consiste nel correggere le distribuzioni dell'energia, moltiplicando i valori del picco osservato per ogni evento per il guadagno relativo corrispondente. Si verificherà in una sezione successiva se l'utilizzo delle costanti di calibrazione a 100 GeV per calibrare anche eventi ad energie differenti sia giustificato.

La condizione per cui un cristallo debba contenere almeno il 70% dell'energia depositata nel calorimetro è utile per verificare che esso sia effettivamente stato irradiato vicino al suo centro. Tuttavia, per ridurre le fluttuazioni statistiche legate all'effettiva posizione del punto di impatto della particella e allo sviluppo laterale dello sciame (indotto principalmente da effetti secondari come multiple scattering e diffusione Compton), è preferibile sommare l'energia depositata in più cristalli contigui a quello del massimo.

Si considera quindi la somma dell'energia, definita **ClusterEnergy**, depositata su una matrice 3x3 di cristalli il cui centro è quello in cui si deposita il massimo. Data la geometria del sistema si possono ottenere nove matrici 3x3 centrate sui cristalli che non si trovano sul bordo. Per ciascuna matrice si calcola quindi l'energia depositata come la somma dei conteggi nel singolo canale, riscalati per il guadagno relativo determinato come sopra. Si interpolano le distribuzioni così ottenute con la funzione Crystal-Ball e si rappresentano nel grafico 13.

Per ogni energia si calcola la risoluzione, definita come rapporto tra larghezza e valore medio per ogni distribuzione, e si ottengono i seguenti valori:

4.2% per i 50 GeV, 3.3% per i 75 GeV, 3.0% per i 100 GeV e 2.9% per i 150 GeV.

Essi sono maggiori di quanto atteso, in quanto non sono giustificati nè dalla risoluzione del calorimetro, che per tali energie dovrebbe essere inferiore all'1%, nè dalla dispersione dei fasci, indicata attorno all'1.5%.

Una spiegazione per questi valori verrà ricercata nella sezione successiva.

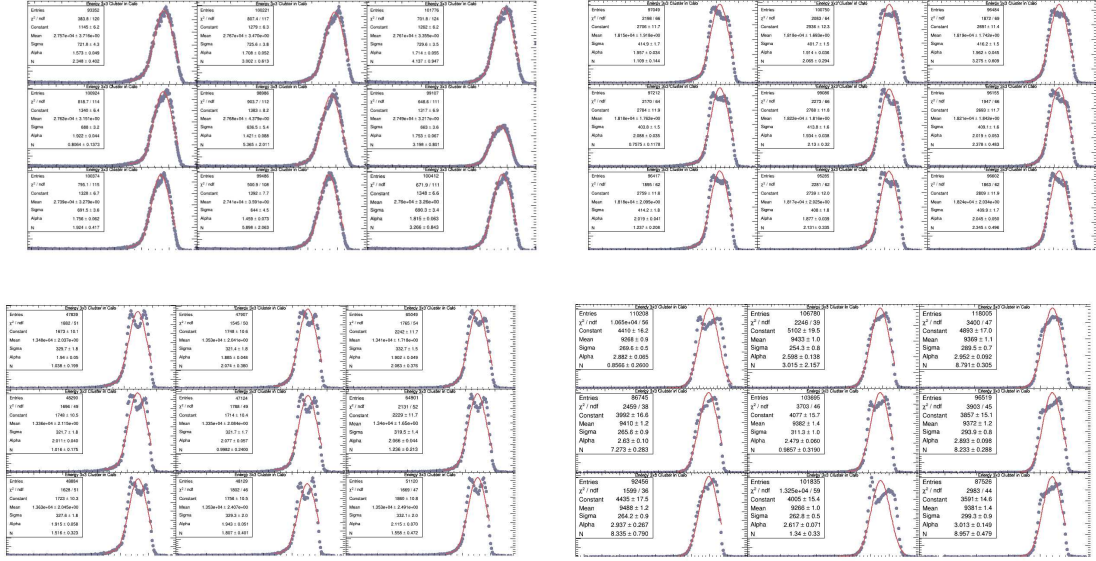


Figura 13: Interpolazione delle distribuzioni di ClusterEnergy con la funzione Crystal-Ball. A partire dal grafico in alto a sinistra, le energie di 150, 100, 75 e 50 GeV. Si osserva come le funzioni non interpolino ottimamente i dati sperimentali.

### 3.1.2 Costanti di calibrazione assolute

Si cerca ora di ottenere una stima per le costanti di calibrazioni assolute a partire dalla procedura iterativa precedentemente descritta. Dopo aver calibrato tutti gli eventi con i guadagni relativi si calcola per ogni cristallo al centro la ClusterEnergy in esso centrata, alle varie energie e la si rappresenta in funzione dell'energia nominale, espressa in GeV. La retta che congiunge l'origine con la ClusterEnergy calcolata a 100 GeV (assunta come riferimento per la calibrazione) è descritta dall'equazione 6, dove il coefficiente angolare rappresenta l'inverso del guadagno assoluto del cristallo, indicato come  $absGain$ .

$$E_{cluster}(Adc/1000) = E_{nomin}(GeV) \cdot m \quad m = 1/absGain \quad (6)$$

Si dividono i conteggi Adc per 1000 al fine di ottenere i parametri  $m$  espressi in Adc/MeV.

I valori di riferimento assunti per la ClusterEnergy alle varie energie si ottengono come medie dei fit delle distribuzioni con una funzione Crystal-Ball. In questo modo si ottengono per i cristalli al centro le costanti di calibrazione assolute, riportate in tabella 2.

$5.51 \pm 0.06$	$5.50 \pm 0.06$	$5.49 \pm 0.06$
$5.50 \pm 0.06$	$5.49 \pm 0.06$	$5.49 \pm 0.06$
$5.50 \pm 0.06$	$5.50 \pm 0.06$	$5.48 \pm 0.06$

Tabella 2: Si riportano le stime delle calibrazioni assolute per i cristalli al centro.

Si sono poi calcolate le deviazioni percentuali dei valori di ClusterEnergy per le altre energie rispetto alla retta trovata, per verificare come essi si dispongano attorno al riferimento a 100 GeV. La deviazione percentuale media è risultata pari a 0.94% per i punti a 150 GeV, 1.17% per i 75 GeV e 2.67% per i 50 GeV. Si prevede quindi che le calibrazioni effettuate con le costanti calcolate a 100 GeV siano più efficaci per le alte energie; ciò verrà approfondito nell'ultima sezione.

Dai valori riportati in tabella 2 è possibile ottenere le costanti di calibrazione assolute anche per i cristalli sul bordo, in quanto esse sono in rapporto tra loro come le costanti relative, riportate precedentemente.

Tramite questo metodo si ottengono per tutti i cristalli le stime per le costanti di calibrazione assolute, riportate in tabella 3

5.47	5.79	5.69	5.71	5.56
5.38	5.51	5.50	5.49	5.63
5.55	5.50	5.49	5.49	5.86
5.56	5.50	5.50	5.48	5.59
5.38	5.77	5.61	5.48	5.50

Tabella 3: Costanti di calibrazione assolute espresse in MeV/Adc, ottenute dal metodo iterativo per eventi a 100 GeV.



## 4 Analisi delle distribuzioni di energia

Dalla sezione precedente è emerso come le larghezze delle distribuzioni di ClusterEnergy fossero molto maggiori di quelle attese, date la risoluzione nominale del rivelatore e la larghezza del fascio. Dai grafici si osserva la presenza di strutture a doppi picchi, di altezza confrontabile, per tutti i cluster 3x3 e particolarmente evidenti per le energie di 75 e 100 GeV. Si interpolano quindi tali distribuzioni con una funzione ottenuta come somma di due gaussiane, che individuano per ogni cluster un picco a minore numero di conteggi e uno a maggiore numero di conteggi, come visibile nei grafici 14.

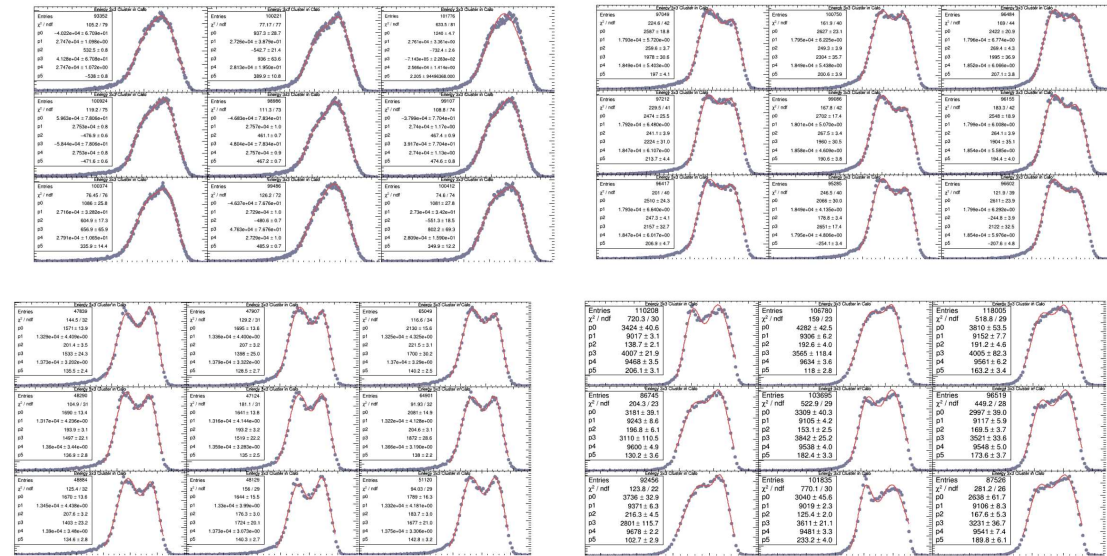


Figura 14: Interpolazione delle distribuzioni di ClusterEnergy con una doppia gaussiana. A partire dal grafico in alto a sinistra, le energie di 150, 100, 75 e 50 GeV.

Le singole gaussiane ottenute presentano una larghezza non superiore all'1.7%, compatibile con la dispersione del fascio.

Per le energie di 100 e 75 GeV le distribuzioni appaiono simmetriche ed entrambe le gaussiane includono in buona approssimazione il 50% degli eventi. Per le altre energie invece a valori di Adc minori corrispondono distribuzioni più strette, che individuano il 40% degli eventi per i 150 GeV e il 45% per i 50 GeV.

Si rappresentano in grafico 15 i valori medi dei picchi inferiore e superiore al variare dell'energia.

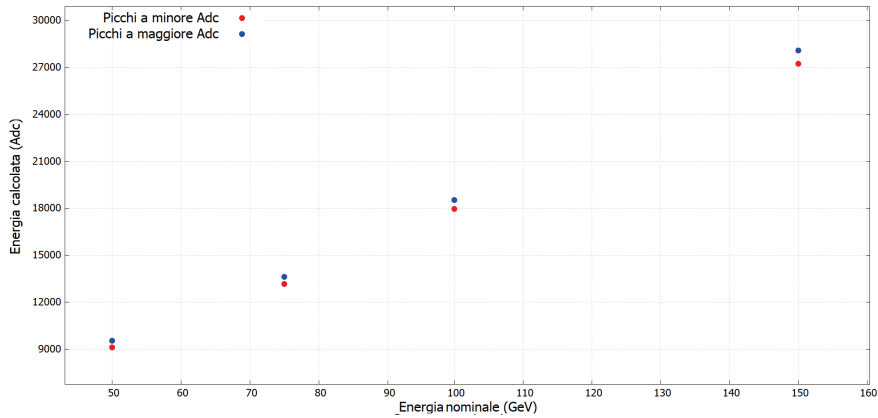


Figura 15: Valori medi dei picchi inferiore e superiore, espressi in conteggi Adc, al variare dell'energia.

Poiché le strutture a doppio picco risultano particolarmente definite per gli eventi a 75 GeV ci si concentrerà ora su questi ultimi, partendo dal cristallo centrale.

All'interno del calorimetro i cristalli sono sorretti da una griglia in fibra di carbonio. Una possibile spiegazione per l'andamento della distribuzione di ClusterEnergy prende in considerazione lo sviluppo dello sciame elettromagnetico sul piano trasversale. In queste direzioni l'energia depositata diminuisce esponenzialmente quando ci si allontana dal centro d'impatto. Pertanto, eventi in cui la particella non incide al centro potrebbero depositare più energia sui supporti dei cristalli, dove non può essere rivelata, dando luogo ad un conteggio sottostimato della stessa. Si vuole quindi verificare se il picco a minore Adc è costituito da una popolazione di eventi in cui il punto d'impatto della particella è più vicino al bordo.

Dopo aver calibrato ogni evento con i guadagni relativi ottenuti nella sezione precedente si estraggono tramite un apposito algoritmo [Awe+92] le coordinate del punto d'impatto del fascio, definite in unità arbitrarie come visibile in figura 16, in modo che il lato di ogni cristallo misuri una unità. Si vuole verificare quanto il fascio sia focalizzato e se esso sia ben centrato sulla faccia del cristallo, pertanto si riportano in grafico 17 le coordinate X e Y d'impatto per ogni evento, per il cristallo centrale.

Si osserva che, mentre lungo l'asse Y i centri d'impatto sono ben distribuiti attorno ad un unico picco, sull'asse X sembrano disporsi attorno a due valori di ascissa principali ed altri secondari. Non si può quindi assumere che esista un unico centro d'impatto attorno al quale si distribuiscono gli eventi, ma si individuano almeno due regioni principali.

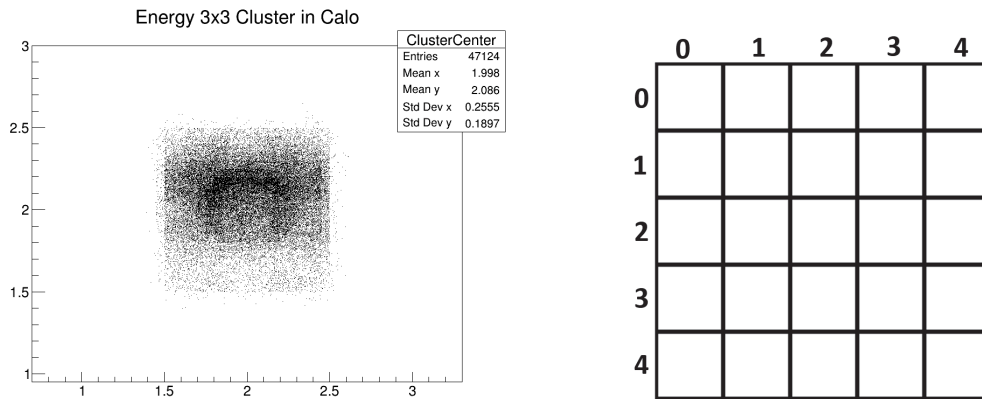


Figura 16: A sinistra, rappresentazione delle coordinate del punto di impatto per ogni evento nel cristallo centrale. A destra, sistema di coordinate a cui ci si riferisce in questa sezione.

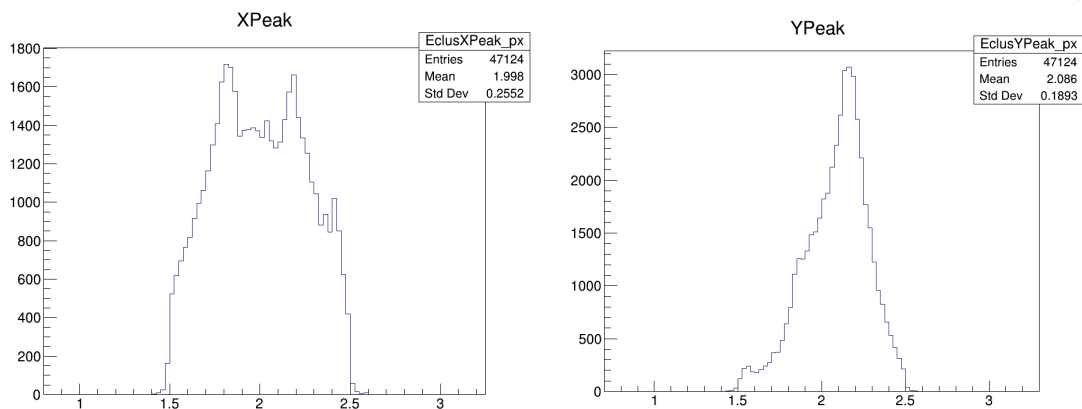


Figura 17: A sinistra le coordinate X dei punti d'impatto, a destra le coordinate Y. Poiché il cristallo analizzato è quello centrale entrambe le distribuzioni sono nel range 1.5 - 2.5 unità. Si osserva come le ascisse si distribuiscano attorno a diversi picchi, mentre le ordinate siano disposte attorno ad un unico valore centrale.

Si ipotizza quindi che ai due diversi centri d'impatto principali competano i due diversi valori di energia assunti con maggior frequenza. Per verificarlo si suddivide la distribuzione della ClusterEnergy in quattro sezioni, come indicato in figura 18, e per ogni regione si calcola l'ascissa media del punto d'impatto.

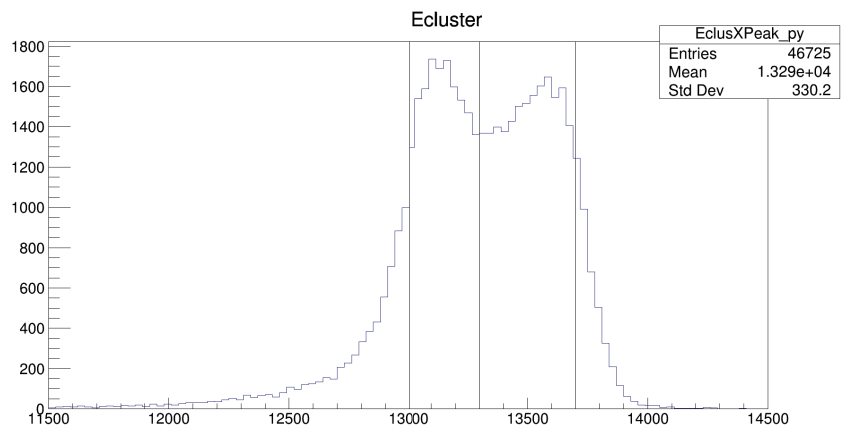


Figura 18: Suddivisione della ClusterEnergy in quattro regioni, al fine di calcolare per ognuna l'ascissa media dei punti di impatto.

Per tutte e quattro le regioni si ottiene un'ascissa media pari a 2 a meno di una parte su mille, corrispondente al centro della distribuzione in X.

L'ipotesi non sembra quindi verificata, in quanto in ogni intervallo sono contenuti eventi il cui punto d'impatto appartiene indifferentemente all'una o all'altra regione, per dare una media pari al valore centrale.

Si procede ulteriormente calcolando per ogni evento la distanza del punto d'impatto dal più vicino bordo di carbonio, per verificare se distanze diverse siano sufficienti a spiegare i doppi picchi di energia.

Si rappresenta quindi nel grafico 19 la ClusterEnergy in funzione della distanza dal bordo, osservando che per eventi in cui tale distanza è minore di 0.2 unità si può effettivamente notare un calo dell'energia depositata. Si selezionano quindi eventi con distanza dal bordo maggiore di 0.2 unità, per i quali l'energia non cala in modo significativo, e si grafica nuovamente la distribuzione della ClusterEnergy.

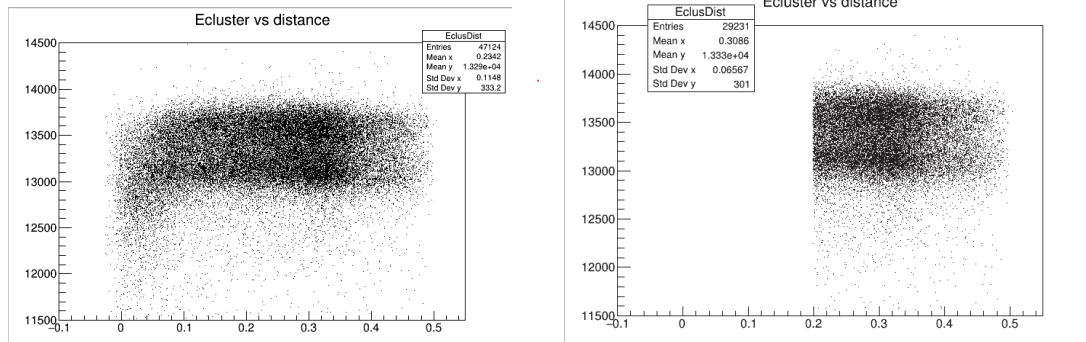


Figura 19: Energia depositata in funzione della distanza del punto d’impatto dal bordo del cristallo, prima e dopo il taglio degli eventi a 0.2 unità. Si osserva che per distanze minori di 0.2 si ha una riduzione della ClusterEnergy.

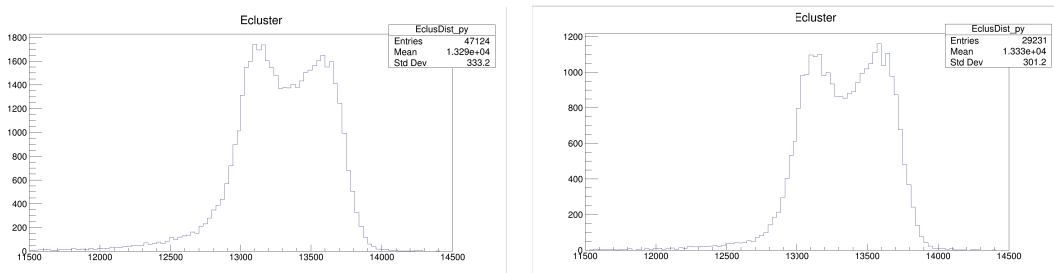


Figura 20: Distribuzione della ClusterEnergy prima e dopo il taglio sugli eventi a distanza minore di 0.2 unità. La struttura a doppio picco rimane pressoché invariata.

Nonostante questa ulteriore condizione imposta si osserva una distribuzione pressoché identica alla precedente e che conserva il doppio picco. Poiché nemmeno la posizione d’impatto della particella incidente sembra spiegare questa struttura si ipotizza che l’insieme degli elettroni incidenti, indicati come monoenergetici, sia in realtà costituito da due popolazioni aventi energie diverse, ma a questo stadio dell’analisi non è possibile quantificare e correggere questo effetto.

## 5 Linearità

Poiché le costanti di calibrazione sono definite indipendentemente dall'energia della particella incidente, si vuole verificare che, in seguito alla calibrazione degli eventi con le costanti ottenute a 100 GeV, la risposta dei cristalli sia lineare al variare di tale energia.

Una volta calibrati gli eventi con i guadagni assoluti trovati nella sezione precedente tramite il metodo iterativo si calcola la ClusterEnergy depositata su ogni matrice 3x3 e, per ogni energia, la si rappresenta in un istogramma, cumulativamente per tutti i cristalli. Dai grafici 21 si osserva che le distribuzioni ottenute sono molto larghe: ciò deriva dal fatto che per ogni energia si conserva la struttura a doppi picchi. Si procede interpolando con una doppia gaussiana le distribuzioni riportate.

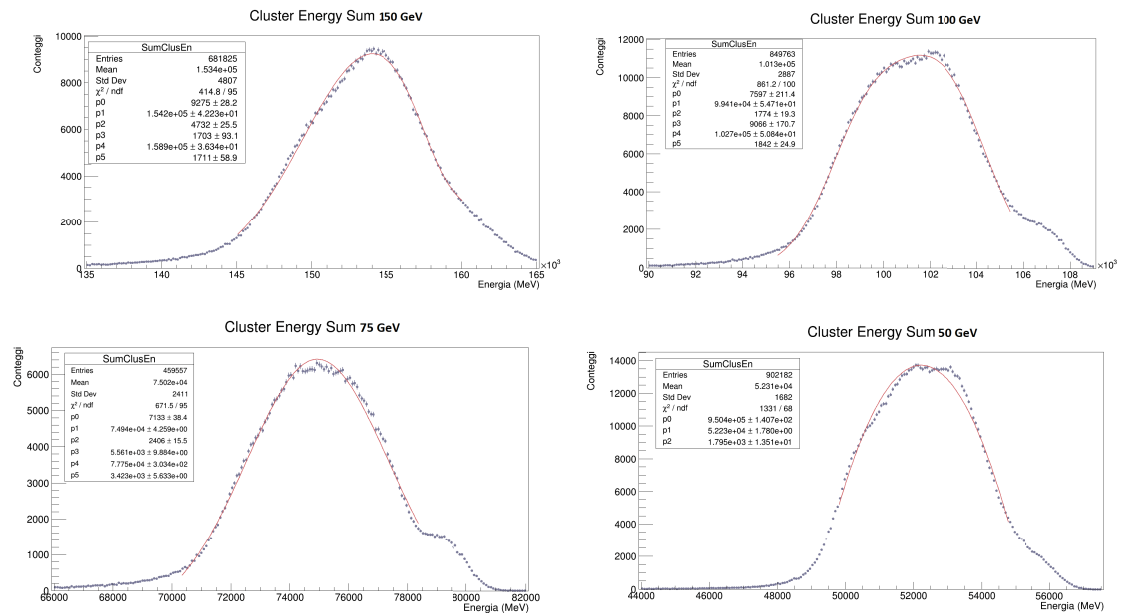


Figura 21: Interpolazioni con una doppia gaussiana delle distribuzioni della ClusterEnergy depositata su tutte le matrici 3x3 alle varie energie.

Come valore medio per ogni distribuzione si assume la media dei due valori centrali ottenuti dal fit con le due gaussiane. Si rappresentano in grafico 22 i valori ottenuti per le diverse energie e la retta che congiunge l'origine con la ClusterEnergy a 100 GeV.

Le deviazioni percentuali di tali punti rispetto alla retta di riferimento sono minori dell'1.5% (pari allo 0.3% per i 150 GeV e 1.4% per i 50 e 75 GeV).

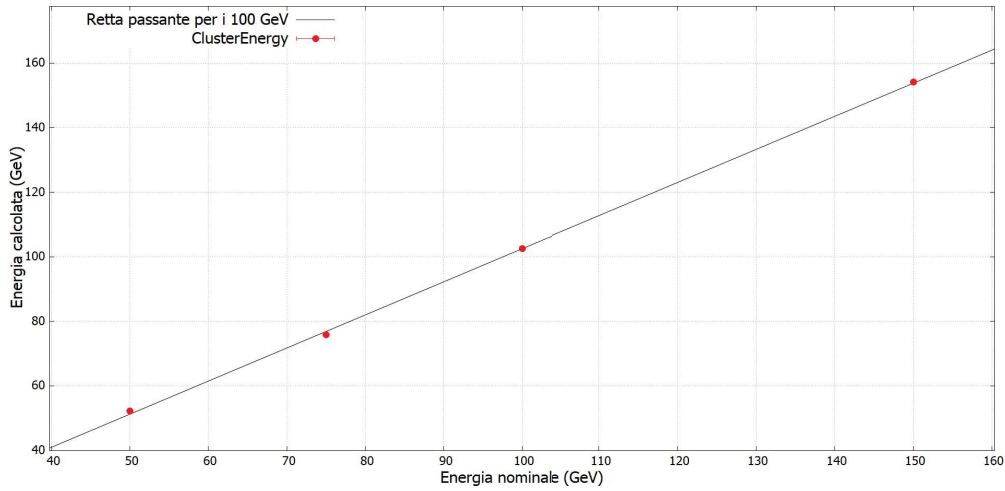


Figura 22: Valori medi di ClusterEnergy e retta riferita ai 100 GeV.

Pertanto entro tali errori si può affermare che le costanti di calibrazione ottenute per i 100 GeV possono essere assunte come riferimento per tutti i set analizzati, in quanto garantiscono la risposta lineare del calorimetro.

## 6 Conclusioni

L'analisi effettuata ha consentito il calcolo delle costanti di calibrazione per i 25 cristalli del calorimetro. Tramite una procedura iterativa si sono calibrati i valori di picco dell'energia espressi in conteggi Adc, fino a farli convergere ad un unico valore. Le costanti di calibrazione sono state ottenute come il prodotto dei guadagni ad ogni iterazione.

Dalle rappresentazioni delle distribuzioni di ClusterEnergy sono emerse delle strutture inattese a doppio picco. Si è ipotizzato che i diversi valori di energia fossero associati a diversi punti d'impatto sulla superficie dei cristalli, ma ulteriori analisi sulla correlazione tra distanza dal bordo ed energia depositata sembrano smentire questa ipotesi. Studi successivi potrebbero indagare tale fenomeno, al fine di apportarvi una correzione.

Si è infine verificata la risposta lineare del calorimetro al variare dell'energia delle particelle incidenti nel range considerato, ovvero tra 50 e 150 GeV.

## Riferimenti bibliografici

- [KF48] P. Kusch e H. M. Foley. *The Magnetic Moment of the Electron*. Vol. 74. American Physical Society, ago. 1948, pp. 250–263. DOI: 10.1103/PhysRev.74.250. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRev.74.250>.
- [Gai82] J. E. Gaiser. “Charmonium spectroscopy from radiative decays of the J”. In: (1982). La funzione è definita a pagina 178, p. 194. URL: <https://www.slac.stanford.edu/cgi-bin/getdoc/slac-r-255.pdf>.
- [Awe+92] T.C. Awe et al. “A simple method of shower localization and identification in laterally segmented calorimeters”. In: *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment* 311.1 (1992), pp. 130–138. ISSN: 0168-9002. DOI: [https://doi.org/10.1016/0168-9002\(92\)90858-2](https://doi.org/10.1016/0168-9002(92)90858-2). URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/0168900292908582>.
- [Abb19] G Abbiendi. *Letter of Intent: the MUonE project*. Rapp. tecn. Geneva: CERN, 2019. URL: <https://cds.cern.ch/record/2677471>.
- [Aoy+20] T. Aoyama et al. “The anomalous magnetic moment of the muon in the Standard Model”. In: *Physics Reports* 887 (2020), pp. 1–166. ISSN: 0370-1573. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.physrep.2020.07.006>. URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0370157320302556>.
- [Abi+21] B. Abi et al. “Measurement of the Positive Muon Anomalous Magnetic Moment to 0.46 ppm”. In: *Phys. Rev. Lett.* 126 (14 apr. 2021), p. 141801. DOI: 10.1103/PhysRevLett.126.141801. URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.126.141801>.