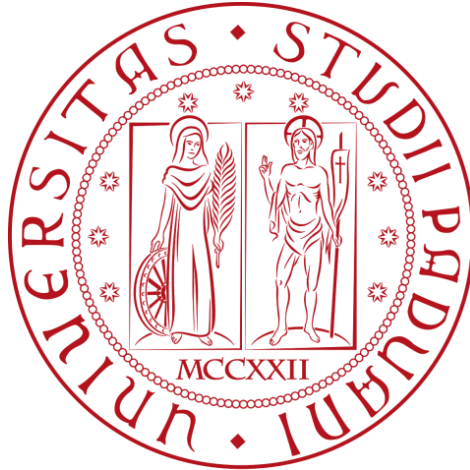


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE
Department Of Civil, Environmental and Architectural Engineering

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile, indirizzo Strutture



TESI DI LAUREA MAGISTRALE

ANALISI STORICHE E STRUTTURALI DI COSTRUZIONI RINASCIMENTALI COMPLESSE: IL CASO DELLA CHIESA DI S. GIUSTINA A PADOVA

*HISTORICAL AND STRUCTURAL ANALYSES OF COMPLEX RENAISSANCE
CONSTRUCTIONS: THE CASE OF THE CHURCH OF S. GIUSTINA IN PADUA*

Relatore: PROF. CARLO PELLEGRINO
Correlatore: ING. PAOLO ZAMPIERI
ARCH. GIANMARIO GUIDARELLI

Laureando: SANTINON ALEX
Matricola: 2027175

Anno Accademico 2022-2023

INDICE

1.	INTRODUZIONE.....	1
2.	ANALISI STORICO CRITICA.....	3
2.1.	Descrizione della struttura.....	3
2.2.	Principali fasi costruttive.....	13
2.3.	Quadro fessurativo e di degrado.....	16
2.4.	Interventi precedenti.....	19
3.	MATERIALI E FATTORE DI CONFIDENZA.....	22
4.	MODELLO NUMERICO.....	31
4.1.	Descrizione del modello.....	31
4.2.	Implementazione del modello.....	33
4.2.1.	Importazione e creazione della mesh del modello in Abaqus®.....	33
4.2.2.	Interazioni tra parti.....	37
5.	DESCRIZIONE E RISULTATI DELLE ANALISI.....	39
5.1.	Definizione dei carichi statici.....	39
5.1.1.	Procedura di applicazione delle masse non strutturali.....	41
5.2.	ANALISI STATICA NON LINEARE.....	43
5.2.1.	Step di analisi.....	43
5.2.2.	Risultati analisi statica non lineare.....	43
5.2.2.1.	Risultati abbazia.....	44
5.2.2.1.1.	Fase 1: Edificazione muratura perimetrale nord.....	44
5.2.2.1.2.	Fase 2: Edificazione muratura perimetrale sud.....	46
5.2.2.1.3.	Fase 3: Edificazione facciata.....	47
5.2.2.1.4.	Fase 4: Edificazione navate laterali.....	49
5.2.2.1.5.	Fase 5: Edificazione navata centrale.....	50
5.2.2.1.6.	Fase 6: Edificazione volte e cilindri maggiori.....	52
5.2.2.1.7.	Fase 7: Edificazione cilindri minori e copertura.....	53
5.2.2.2.	Risultati campanile.....	55
5.3.	ANALISI ALLE FREQUENZE NATURALI.....	56
5.3.1.	Step di analisi.....	56
5.3.2.	Risultati analisi alle frequenze naturali.....	56
5.3.2.1.	Risultati abbazia.....	57

5.3.2.2.	Risultati campanile	61
5.4.	ANALISI CINEMATICA LINEARE.....	63
5.4.1.	Definizione dei parametri sismici	65
5.4.2.	Risultati analisi cinematica	70
5.4.2.1.	Ribaltamento semplice della facciata	70
5.4.2.2.	Ribaltamento composto della facciata	73
5.4.2.3.	Ribaltamento del timpano della facciata	76
5.4.2.4.	Ribaltamento muratura laterale della navata.....	78
5.4.2.5.	Collasso della cella campanaria.....	80
5.4.2.6.	Collasso della torre campanaria.....	82
5.4.2.7.	Ribaltamento dell'abside.....	84
5.4.2.8.	Instabilità della volta a botte	87
5.5.	ANALISI DINAMICA NON LINEARE	93
5.5.1.	Definizione degli accelerogrammi	93
5.5.2.	Modalità d'applicazione dell'accelerogramma	94
5.5.3.	Step di analisi	95
5.5.4.	Risultati analisi dinamica non lineare.....	95
6.	CONCLUSIONI.....	100
7.	BIBLIOGRAFIA	102
8.	SITOGRAFIA	103

1. INTRODUZIONE

L'obiettivo della seguente tesi è valutare il comportamento della chiesa di Santa Giustina, situata nella provincia di Padova, in seguito all'applicazione dei carichi statici e, successivamente valutare il comportamento sismico della stessa.

Si inizierà dapprima identificando la struttura attraverso un'analisi storico critica, andando a definire le varie fasi costruttive dell'opera. In questo modo è possibile valutare la risposta della struttura in funzione della fase costruttiva, quindi, non considerando la struttura reagente nella sua completezza dall'inizio, ma considerando l'evoluzione temporale dello stato tensionale generato dalle fasi e dai tempi costruttivi delle varie parti in sequenzialità.

Successivamente, verrà descritto il quadro fessurativo e di degrado, questo per valutare se la struttura presenta danni più o meno evidenti, e verrà espresso un giudizio in merito alla pericolosità dei danni presenti, prima di eseguire le successive analisi.

Il programma utilizzato per le analisi numeriche che si andranno ad eseguire è il software agli elementi finiti Abaqus CAE®. Abaqus CAE® consente una gestione efficiente delle non linearità, soprattutto le non linearità di materiale, consentendo così l'utilizzo di leggi costitutive più precise.

Per la definizione del materiale è stato necessario riferirsi ad estratti di normativa, in particolare le Norme Tecniche per le Costruzioni del 2018, la relativa Circolare del 2019, Circolare 2009 relativa alle Norme Tecniche per le Costruzioni del 2008 e a letteratura scientifica presente. Per una corretta e precisa caratterizzazione del materiale è fortemente consigliato sviluppare un piano d'indagine specifico e mirato, in questo caso non è stato possibile eseguire prove specifiche ed in larga scala a causa dei vari vincoli urbanistici e storici che insistono sulla struttura, che rendono impossibile la rimozione dell'intonaco o il danneggiamento della struttura.

Le leggi meccaniche del materiale vengono ricostruite attraverso la letteratura, a partire dai dati forniti dalla Circolare 2019. Il materiale verrà modellato attraverso un ramo a compressione e uno a trazione. In particolare, la resistenza a trazione verrà linearizzata attraverso un primo tratto lineare fino al picco di resistenza, per poi discendere linearmente fino alla rottura. Il ramo a compressione, invece, presenta un aumento lineare elastico, per poi entrare in zona plastica fino al raggiungimento, seguendo un ramo di gardening del picco di resistenza. Si giunge, infine, a rottura al termine di una fase di softening. Per motivazioni numeriche, la resistenza ultima dei materiali non è stata considerata nulla, ma è stato utilizzato un valore sufficientemente basso da consentire la convergenza delle analisi, senza compromettere il comportamento complessivo della struttura.

Una volta definiti i parametri meccanici del materiale, si è proceduto attraverso l'importazione del modello tridimensionale. Il modello di partenza è stato sviluppato a scopi architettonici, è stato fondamentale quindi procedere con una "pulizia" del modello, eliminando tutti gli elementi superflui ai fini ingegneristici, e, successivamente, procedendo con una correzione generale di vari elementi che potrebbero essere fonte di instabilità, quali: spigoli di ridotte dimensioni, compenetrazioni, mancata continuità dell'elemento ecc.

L'implementazione del modello è un processo lungo e laborioso, ma necessario per ottenere dei risultati attendibili. Per facilitare il processo di modifica ed importazione della struttura, la stessa è stata importata all'interno del software, seguendo le fasi costruttive note. In tal modo è stato possibile modellare piccole porzioni della struttura, riducendo quindi le problematiche d'importazione.

Lo step successivo è stata l'applicazione dei vari sistemi di forze, definendo i carichi statici e dinamici da applicare, nonché le modalità di applicazione degli stessi nei vari step, a seconda delle diverse tipologie di analisi.

La prima analisi svolta è stata un'analisi statica non lineare, la quale consiste nell'applicazione dei soli carichi gravitazionali, alle varie parti, sequenzialmente, nel rispetto delle fasi costruttive.

L'analisi successiva è stata un'analisi alle frequenze naturali. Tale analisi è stata performata per identificare, qualitativamente, la deformata della struttura e valutare quindi i possibili cinematismi che si possono formare. Per valutare la pericolosità dei possibili cinematismi, è stata sviluppata, in seguito, un'analisi cinematica lineare, ai fini di definire i principali moltiplicatori di carico, nonché le accelerazioni necessarie a innescare i suddetti cinematismi. Tale analisi sarà di supporto per la successiva analisi dinamica non lineare, in quanto fornirà dei valori, seppur molto approssimativi e a favore di sicurezza, circa l'ordine di grandezza delle accelerazioni necessarie per l'innescamento dei cinematismi.

L'ultima analisi eseguita è stata un'analisi dinamica non lineare della torre campanaria, eseguita attraverso l'applicazione di accelerogrammi spettro-compatibili, costruiti attraverso il software SIMQKE_GR sviluppato dal professore dell'Università degli Studi di Brescia Piero Gelfi.

Al termine di ogni analisi verranno presentati i risultati ottenuti e, successivamente, verranno discussi. I risultati verranno esposti separatamente per la costruzione principale e per il campanile, questo perché le due costruzioni non verranno modellate all'interno dello stesso modello, essendo costruzioni strutturalmente separate. Ciò consente di alleggerire il notevole carico computazionale delle analisi condotte.

2. ANALISI STORICO CRITICA

2.1. Descrizione della struttura

La costruzione oggetto di studio è un edificio di culto, in particolare un'abbazia, situata nella provincia di Padova, a sud-ovest di Prato della Valle, lungo Via Cavazzana.



Figura 2.1.1: Estratto Google Maps della posizione dell'abbazia di Santa Giustina.

Il progetto della basilica è variato molto negli anni, in seguito agli interventi di numerosi progettisti. La struttura viene realizzata adiacente al monastero già presente. Inizialmente il progetto prevedeva di sviluppare l'intera struttura, a partire dal già presente pozzo dei Martiri. Si inizia quindi una prima edificazione nel 1501. Successivamente però, a causa della conquista di Padova da parte dell'Impero, nel 1515 si decise di ricostruire la chiesa a partire dalle fondamenta, demolendo la struttura eretta fino a quel momento. I due successivi progettisti furono Sebastiano da Lugano e Bartolomeo d'Alviano. Nel 1520, i monaci acquistano un lotto di terreno per poter ufficialmente iniziare i lavori, sotto richiesta, però, di una chiesa a cinque navate.

Il primo progetto è stato redatto da Girolamo da Brescia e prevedeva una forma ottagonale (Cavacius, 1606). Da questo progetto di partenza si sono sviluppate le successive varianti e modifiche, fino ad arrivare allo stato attuale.

Il cantiere viene inaugurato il 31 gennaio 1521 e si procederà con la realizzazione della struttura secondo il progetto definito da Matteo della Valle e Alessandro Leopardi (quest'ultimo licenziato a causa di un litigio con i monaci). In seguito alla morte di della Valle, nel 1532, le sorti del cantiere vanno a Andrea Moroni. Moroni prosegue quindi con la progettazione e la gestione del cantiere di Santa Giustina, partendo da un vincolo progettuale quale la planimetria già fissata. Decide di variare il progetto iniziale, ma mentendo riguardo la geometria planimetrica e non variando

consistentemente gli elementi visivi tipici degli edifici di culto dell'epoca. Decide così di eliminare i pilastri minori delle navate laterali, introducendo un sistema di volte a botte. I lavori procedono a ritmo serrato fino al 1560, data della morte di Moroni, terminando la crociera in tutte le sue parti. I lavori non si interrompono, in quanto Andrea della Valle prende immediatamente le redini della realizzazione della struttura (Guidarelli, 2016).

L'edificio è composto secondo uno schema a croce latina, con l'asse maggiore lungo la direzione est-ovest, che si estende per circa 118,5m di lunghezza, 82m in larghezza e circa 70m in altezza al livello della cupola centrale.

Al centro dell'abbazia si estende la navata centrale che si sviluppa dall'entrata fino al coro, con un'altezza di circa 30m e 13m in larghezza. Lateralmente insistono due navate laterali, le quali con le cappelle risultano lunghe circa 97m fino agli archi minori.

Le tre principali cappelle di S. Giustina, dove si trova il coro, S. Luca e S. Mattia, terminano con una forma semicircolare e presentano lateralmente due cappelle ciascuna.

Lungo le navate laterali vi sono in totale dodici cappelle (sei per lato) di forma rettangolare con lati di dimensioni approssimative di 10m×6m².

La struttura presenta un totale di otto cupole coperte in piombo. Queste si dividono in quattro maggiori e quattro minori. Le quattro cupole minori, situate di fronte alle cappelle laterali, presentano un sistema a doppia calotta: una calotta interna, realizzata in muratura, e una calotta superiore, realizzata in materiale ligneo e coperta in piombo, con un'altezza di circa 30m dal pavimento fino al catino. Anche le cupole maggiori presentano un sistema di copertura ligneo all'apice, di diametro approssimativo di 13m ed un'altezza di circa 37m fino al catino, ed un sistema a cupola in muratura al di sotto della struttura lignea.

L'abbazia è sostenuta da ventisei pilastri, di forma quadrata, di lato 2m e circa 11m in elevazione, che sostengono gli archi a tutto sesto, i quali sorreggono a loro volta il sistema di copertura sovrastante (Penada, 1759).

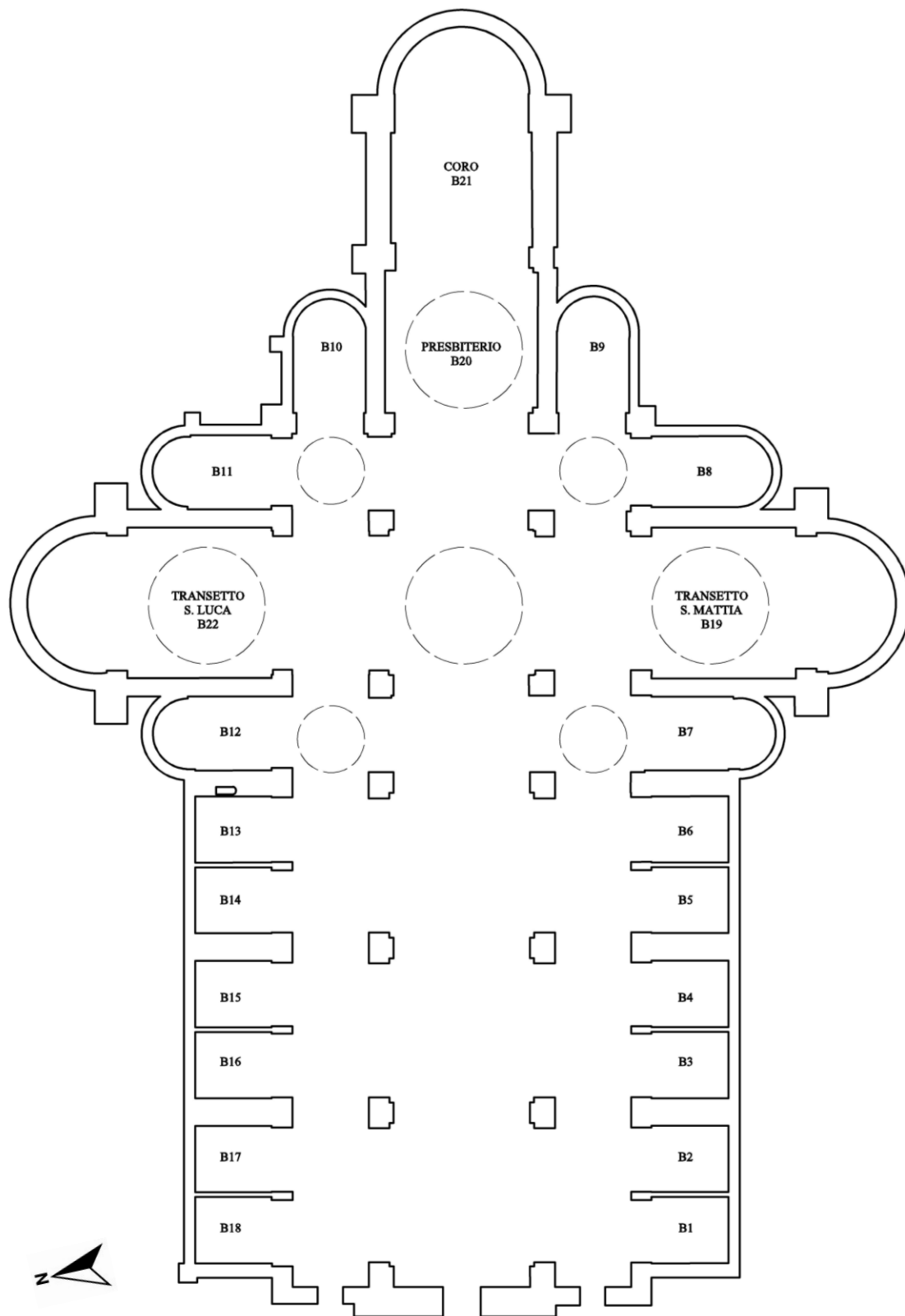


Figura 2.1.2: Pianta della struttura.

B1 Cappella S. Paolo	B9 Cappella della Pietà
B2 Cappella S. Geltrude	B10 Cappella del Santissimo
B3 Cappella S. Gerardo	B11 Cappella S. Arnaldo
B4 Cappella S. Scolastica	B12 Cappella S. Felicità
B5 Cappella S. Benedetto	B19 Transetto S. Mattia
B6 Cappella S. Innocenti	B20 Presbiterio S. Giustina
B7 Cappella S. Urio	B21 Coro
B8 Cappella S. Massimo	B22 Transetto S. Luca

Tabella 2.1.1: Elenco codici identificativi delle varie parti della basilica.



Figura 2.1.3: Sezione longitudinale della struttura (Pfister, 2022).

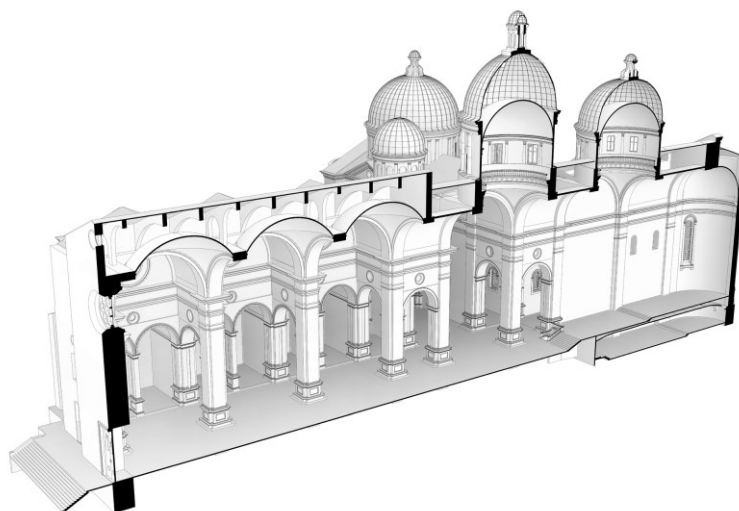


Figura 2.1.4: Render della struttura sezionata longitudinalmente (Guidarelli, 2016).

La struttura portante verticale è stata realizzata quasi interamente in mattoni pieni, legati attraverso malta di calce, ad eccezione di una fascia di altezza approssimativa di 4m lungo le murature perimetrali a nord, le quali sono state realizzate con blocchi lapidei (realizzati in tracheite euganea, nota per l'elevata resistenza meccanica), provenienti probabilmente da teatro Zairo, il quale, durante l'epoca di costruzione dell'abbazia, era presente in Prato della Valle e successivamente smantellato.

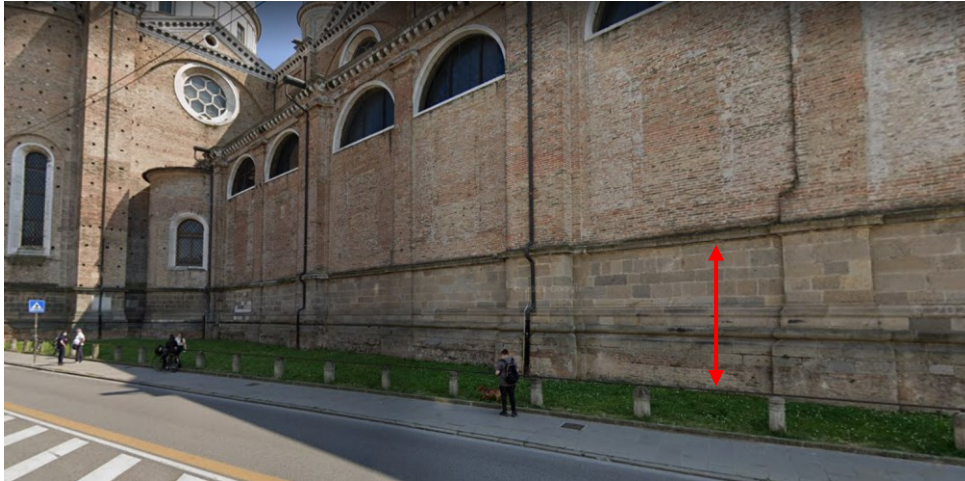


Figura 2.1.5: Foto della muratura perimetrale nord. In rosso l'altezza della fascia realizzata in materiale lapideo.

La copertura attualmente presente non risulta essere l'originale, infatti è stata oggetto di restauro durante gli anni, seguendo, per quanto possibile, le tecniche costruttive dell'epoca. Come si può notare da Figura 2.1.6, il sistema presenta travi principali datate (probabilmente non risalenti all'epoca di costruzione), un sistema di travetti, sicuramente con età inferiore rispetto alle travi principali, e un sistema di tavelle. L'utilizzo delle tavelle è una tecnica costruttiva relativamente moderna, questo suggerisce che la copertura è stata soggetta a lavorazioni straordinarie.

Le dimensioni di travi e travetti sono molto varie a seconda della zona di copertura che gli elementi devono sorreggere. Per semplicità, il peso delle travi e travetti verrà considerato uguale in tutta la copertura, calcolandolo a favore di sicurezza.



Figura 2.1.6: Sistema di copertura al di sopra delle volte minori lungo la navata.

Le cupole superiori sono realizzate attraverso un sistema di reticolari lignee, come mostrato in Figura 2.1.7 e Figura 2.1.8, con il compito di sostenere la copertura superiore.

La cupola superiore viene realizzata attraverso un tavolato inferiore, al di sopra del quale poggia un sistema di piastre in piombo.

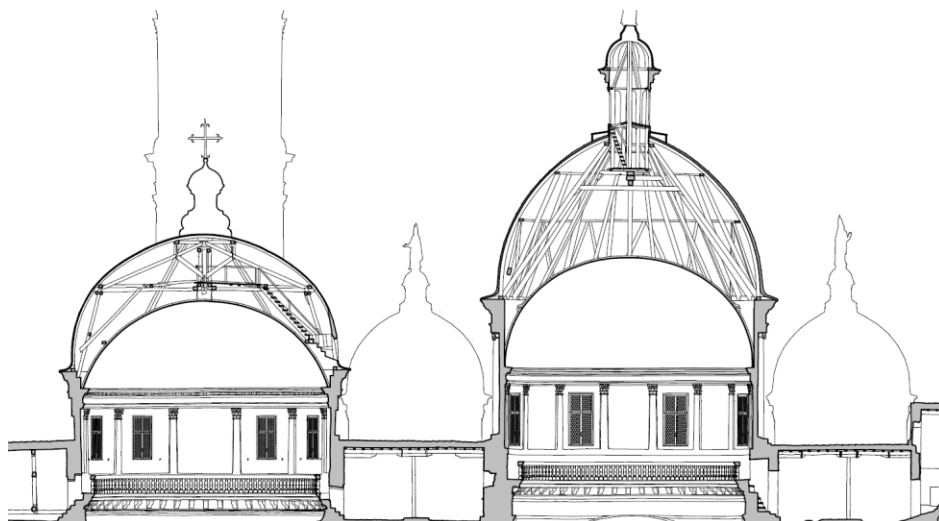


Figura 2.1.7: Dettaglio delle cupole tratto dalla sezione longitudinale dell'abbazia (Pfister, 2022).



Figura 2.1.8: Vista dal basso verso l'alto della cupola lignea della torre tra Cappella di S. Massimo e Cappella della piet .



Figura 2.1.9: Copertura in piastre di piombo delle cupole. Fonte: Google Maps.

Il campanile si innalza tra la cappella di San Luca e il coro vecchio ed è distaccato dall'abbazia, questo consente di studiare l'abbazia e torre campanaria come due problemi disaccoppiati.

Con una sezione pressappoco quadrata di dimensioni di $7,73 \times 7,65 \text{m}^2$, per un'altezza di 67m fino alla base della cupola lignea sovrastante, risulta essere una delle costruzioni più elevate della zona.

Per l'edificazione della struttura sono state utilizzate le stesse tecniche e materiali della costruzione principale, ad eccezione dei blocchi lapidei alla base, i quali sono assenti nella torre campanaria.

Il campanile presenta un set di sette campane realizzate in materiale metallico. Tali campane, ovviamente, non svolgono un compito strutturare ma costituiscono masse sismiche non indifferenti e a una quota elevata rispetto alla base della struttura. La presenza delle campane comporta una variazione del periodo di vibrazione della torre e, conseguentemente, le forze sismiche richiamate.

La struttura, nel suo complesso, è stata realizzata attraverso tecniche costruttive e materiali che si ritengono coerenti con l'epoca. Ci si aspettano i tipici danni e cinematismi degli edifici di culto. I possibili cinematismi e danni riscontrabili sono raffigurati in Figura 2.1.9, Figura 2.1.10 e Figura 2.1.11 [12].

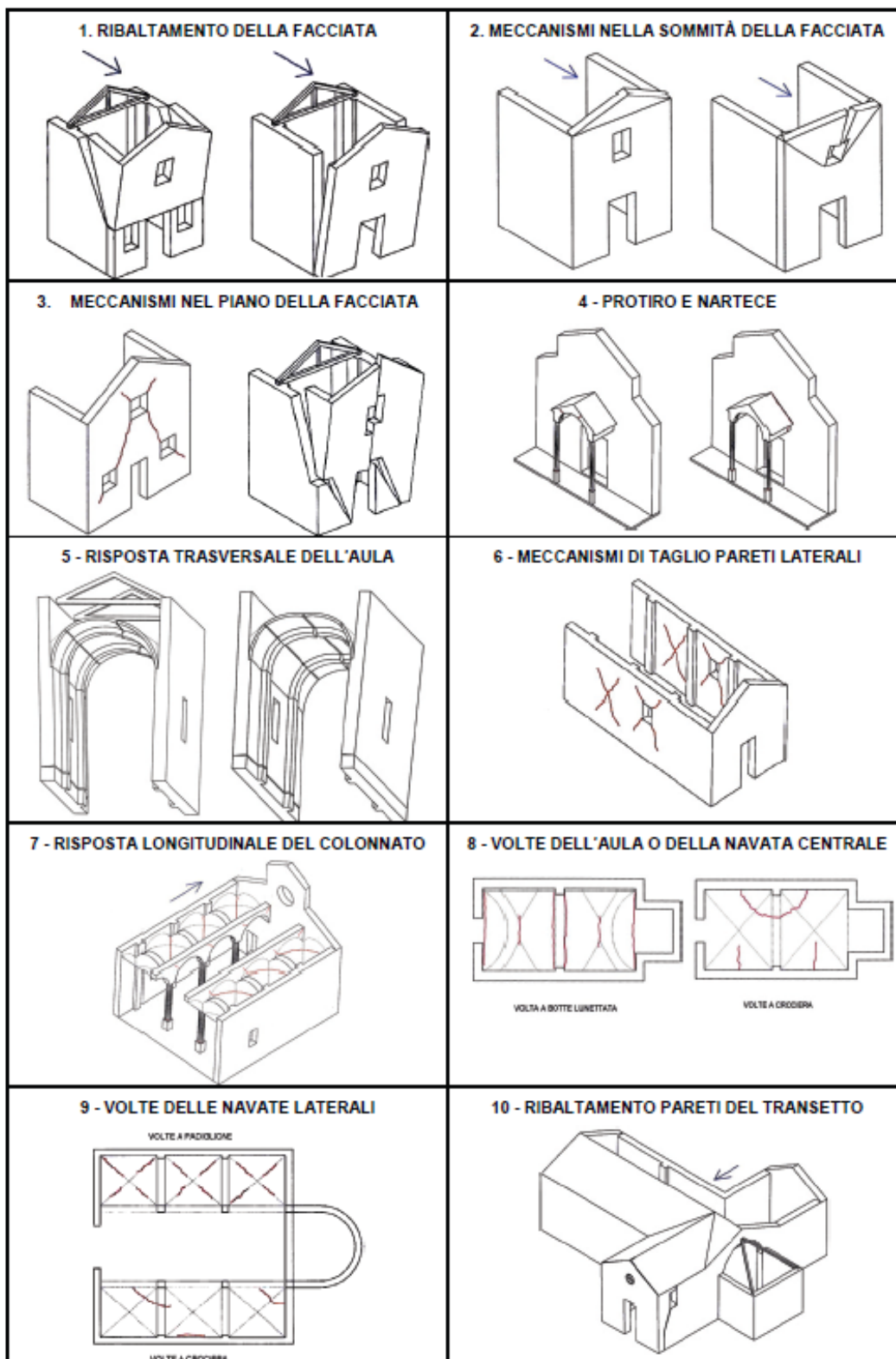


Figura 2.1.9: Abaco dei meccanismi di collasso degli edifici di culto [12].

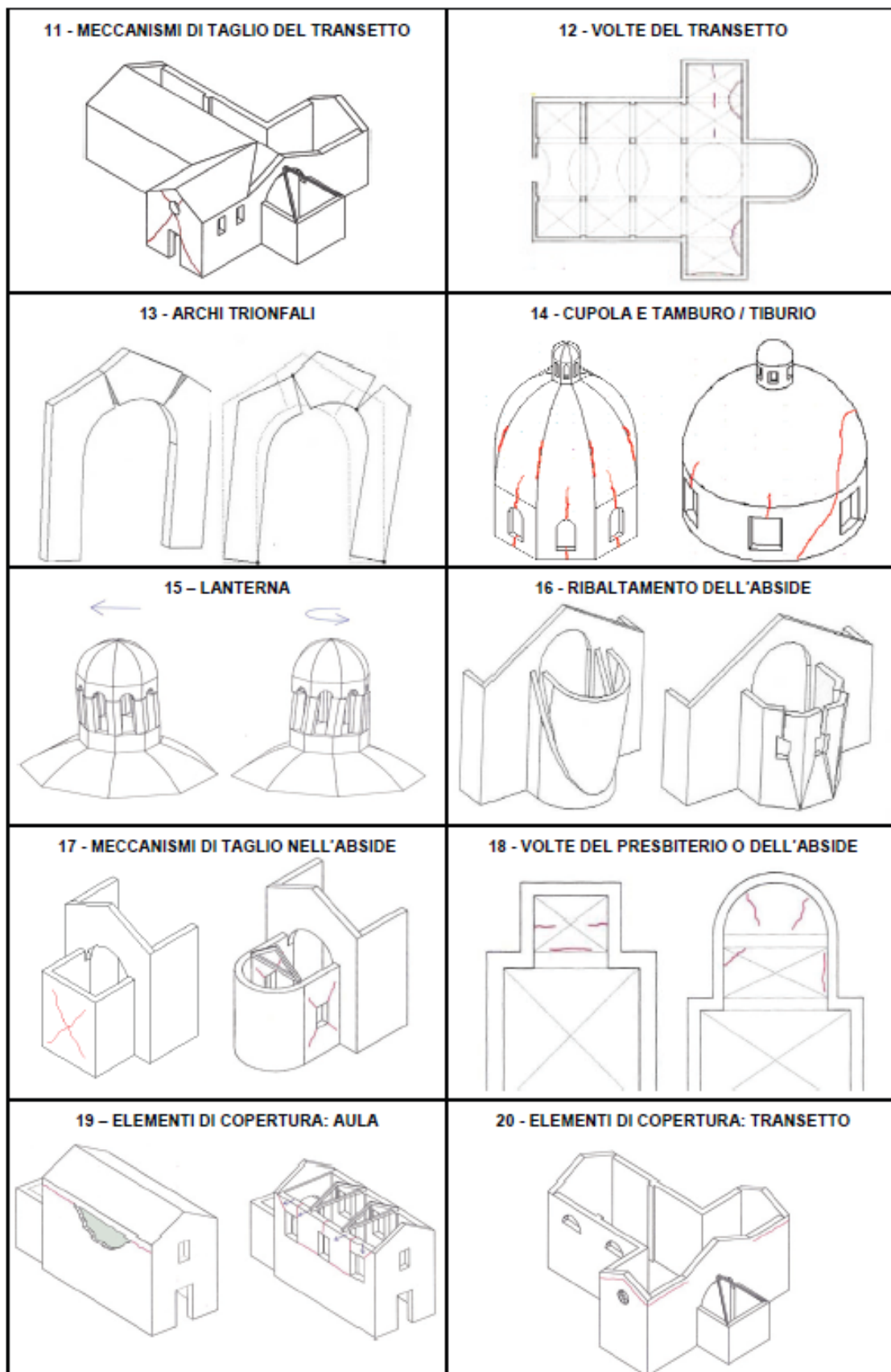


Figura 2.1.10: Abaco dei meccanismi di collasso degli edifici di culto [12].

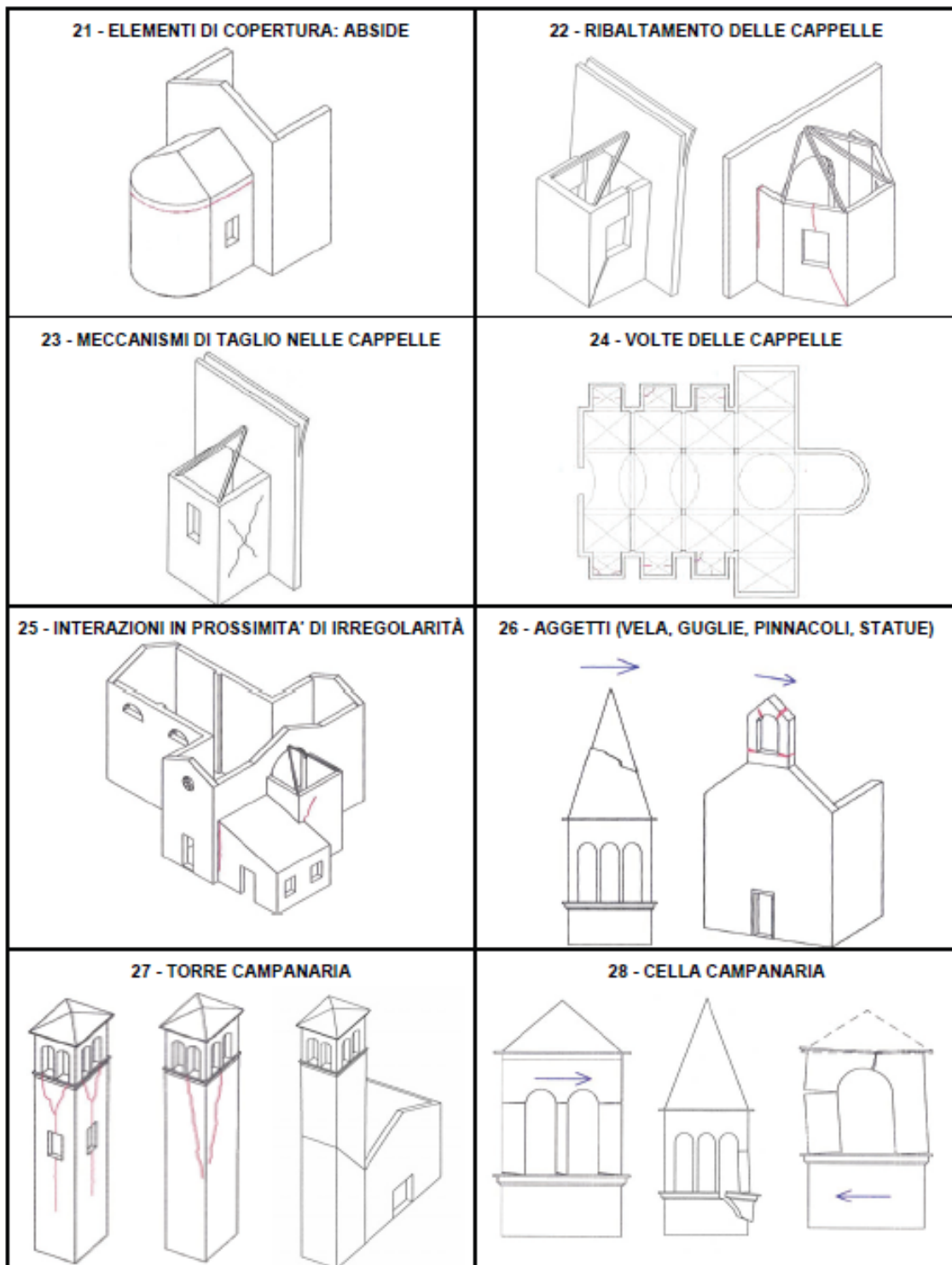


Figura 2.1.11: Abaco dei meccanismi di collasso degli edifici di culto [12].

Si vuole sottolineare che tali cinematismi non si presentano sempre, ma rappresentano il comportamento generale degli edifici di culto. Pertanto, l'assenza di tali cinematismi non significa necessariamente una cattiva modellazione o risultati di analisi.

2.2. Principali fasi costruttive

Come anticipato nel capitolo §1, vengono inserite le varie fasi realizzative della struttura, ai fini di ottenere risultati più accurati.

Alla luce dell'analisi storica effettuata dall'architetto Guidarelli (2016), le principali fasi dell'opera sono state così suddivise:

- Fase 0: 1521/1527. Viene creato il sistema di fondazioni, composte da una platea estesa per far fronte all'elevata presenza di acqua nel terreno;
- Fase 1: 1527/1534. Inizia la realizzazione delle murature perimetrali del lato nord. Si edifica inizialmente la base delle murature attraverso i macigni lapidei. Successivamente, la muratura viene terminata mediante l'utilizzo di blocchi squadrati in muratura;
- Fase 2: 1536/1543. Viene realizzata la muratura perimetrale del lato sud e successivamente vengono create le cappelle minori, affianco al transetto di San Luca e di San Mattia;
- Fase 3: 1552. La maggior parte della struttura risulta edificata, tranne le cupole minori e la navata principale. Inizialmente viene edificata la facciata e successivamente le navate laterali;
- Fase 4: 1560. Inizia l'edificazione delle navate laterali;
- Fase 5: Inizia l'edificazione della navata centrale;
- Fase 6: 1606. Viene terminata la struttura a meno delle cupole delle cappelle di S. Urio, S. Massimo, S. Arnaldo e S. Felicità;
- Fase 7: 1620. Termine della struttura.

In questa sede non verrà considerato il sistema di fondazione della struttura, in quanto le future analisi verranno eseguite solo sulla sovrastruttura. Gli elementi portanti verranno modellati come assicurati a terra attraverso un incastro.

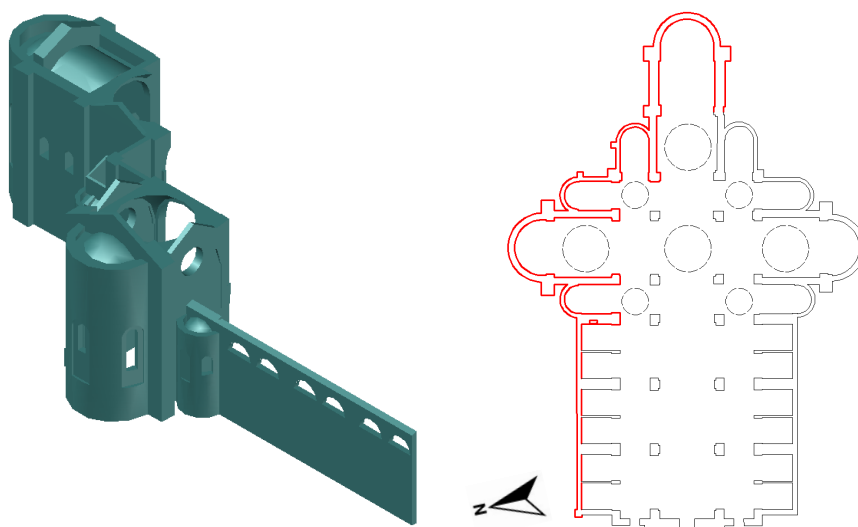


Figura 2.2.1: Vista assonometrica e pianta della fase 1 della struttura.

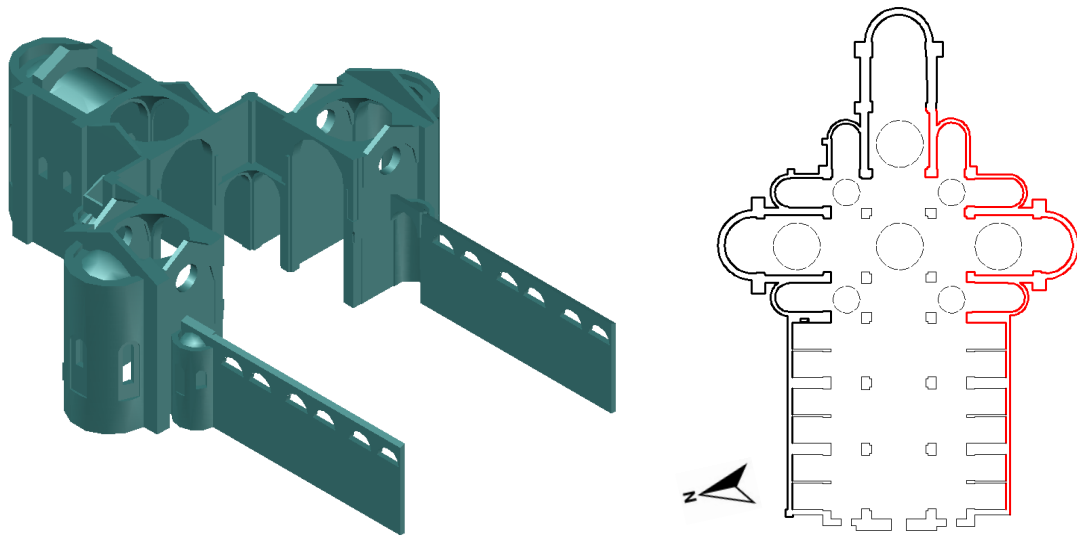


Figura 2.2.2: Vista assonometrica e pianta della fase 2 della struttura.

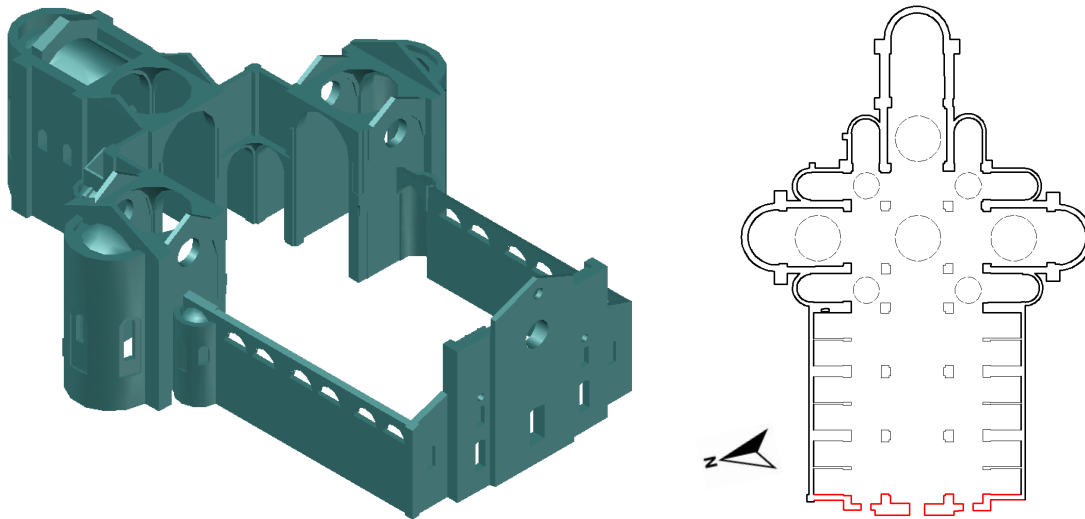


Figura 2.2.3a: Vista assonometrica e pianta della fase 3 della struttura.

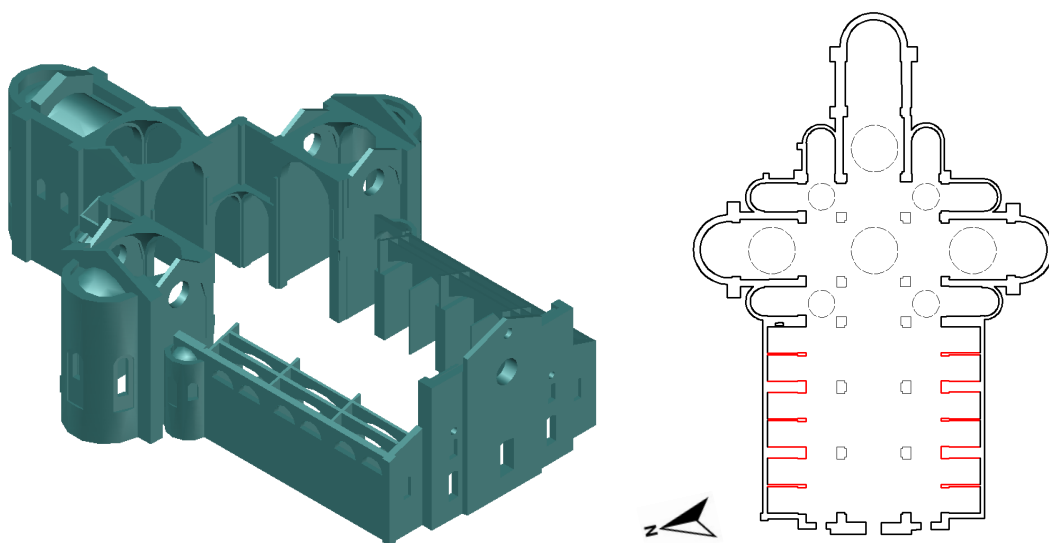


Figura 2.2.4: Vista assonometrica e pianta della fase 4 della struttura.

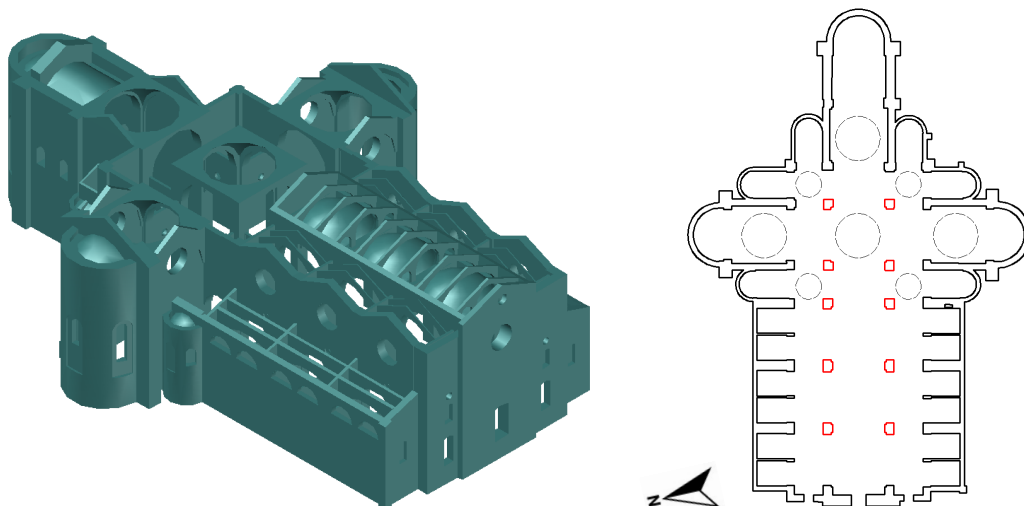


Figura 2.2.5: Vista assonometrica e pianta della fase 5 della struttura.

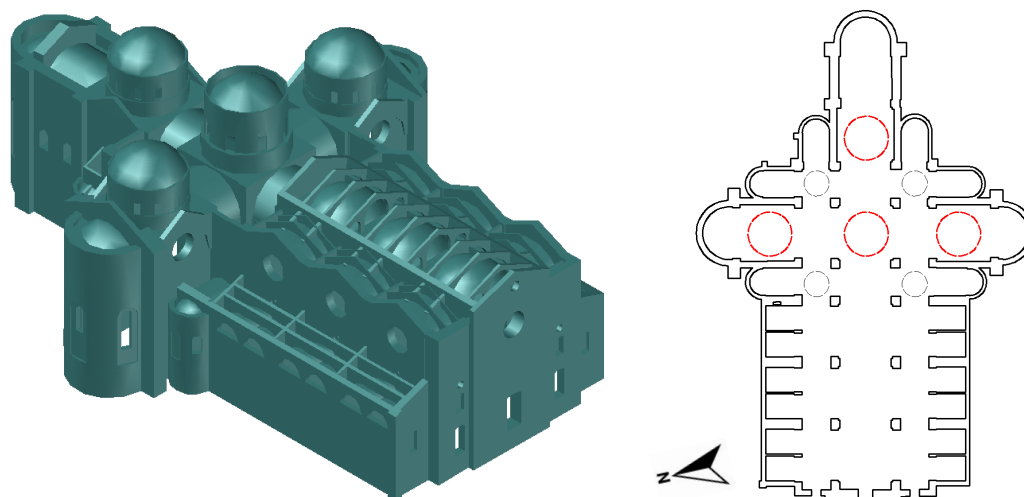


Figura 2.2.6: Vista assonometrica e pianta della fase 6 della struttura.

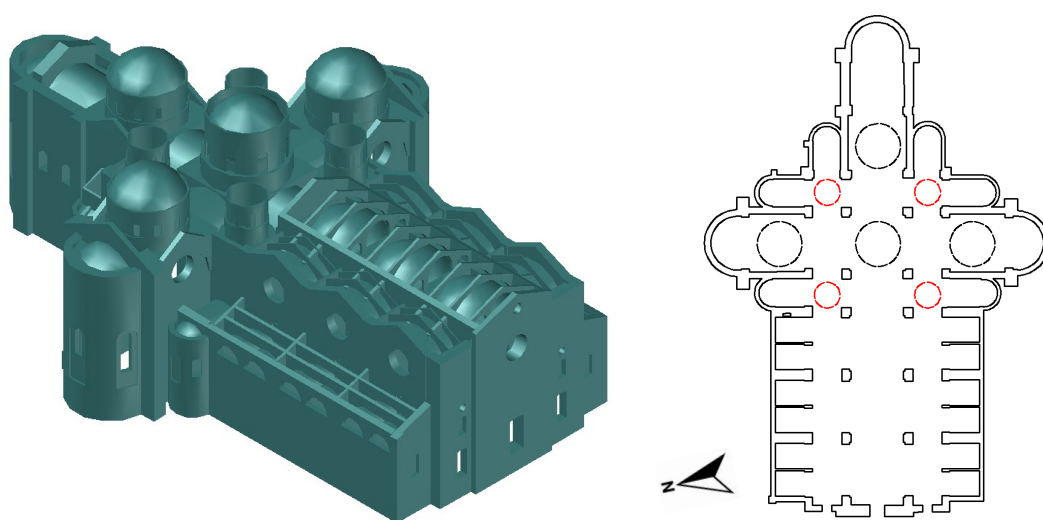


Figura 2.2.7a: Vista assonometrica e pianta della fase 7 della struttura.

2.3. Quadro fessurativo e di degrado

Si valuti ora il quadro fessurativo e di degrado della struttura, con lo scopo di identificare possibili danni strutturali.

La maggior parte delle fessure visibili dall'interno sono cavillature superficiali dell'intonaco quindi, non vengono imputate come pericolose per la struttura e non si ritiene assolutamente che possano comportare cali di resistenza. Sono presenti alcuni elementi fessurati a livello strutturale, ma non si ritiene che tali danni siano sufficientemente estesi per essere considerati pericolosi. Tali elementi sono presenti in Figura 2.3.4 e Figura 2.3.5.

Sono presenti segni di degrado più o meno estesi, quali: distacco molto limitato dell'intonaco e presenza di macchie di colore verde causate dall'esposizione all'umidità.



Figura 2.3.1: Quadro fessurativo nella cappella a Ovest del transetto di San Luca.



Figura 2.3.2: Quadro fessurativo del presbiterio.

Nella zona del presbiterio e delle cappelle, le fessure sono superficiali dell'intonaco, e in generale, non sono molto estese rispetto le dimensioni totali degli elementi. Si noti inoltre, in Figura 2.3.1, a destra, la presenza di fessure che percorrono il perimetro di aperture chiuse. Tali cavillature non intaccano l'integrità strutturale.



Figura 2.3.3: Fessure e degrado navata centrale.

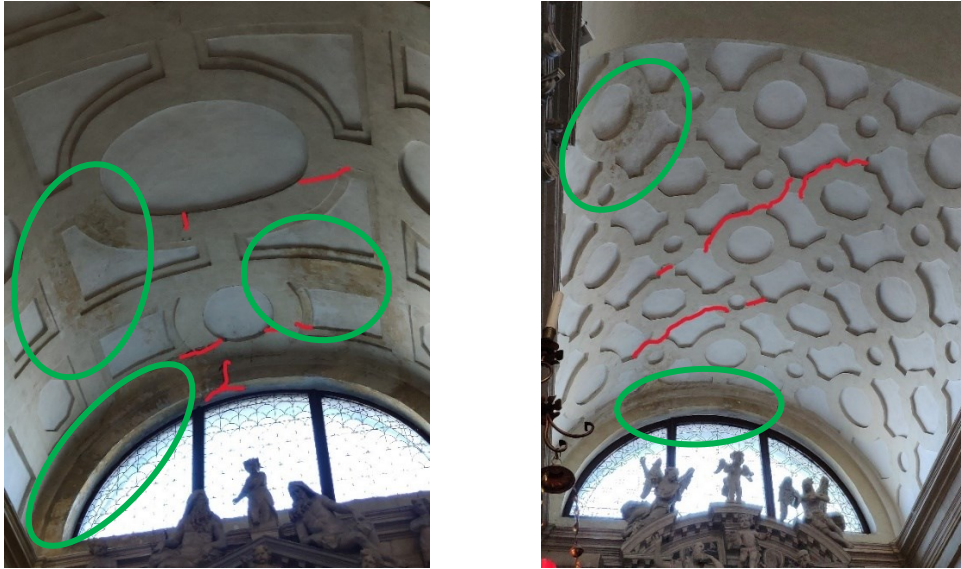


Figura 2.3.3: Fessure e degrado delle cappelle sul lato nord della navata centrale.

Nelle cappelle che affiancano la navata sono presenti fessure superficiali dell'intonaco, con qualche piccolo distacco dello stesso in zone molto limitate. Tale degrado non intacca l'integrità della struttura. Sono presenti inoltre macchie d'umidità di colore verde. Si esclude la presenza d'infiltrazioni d'acqua, in quanto al di sopra delle volte in figura non vi è immediatamente la copertura, come si può notare dalla Figura 2.1.6. A seguito di sopralluoghi, inoltre, non si sono notati ristagni d'acqua o altri segni di degrado associabili alla presenza d'acqua nella zona superiore delle volte. Si escludono perciò la presenza d'infiltrazione d'acqua e le relative problematiche associate.

In Figura 2.3.4 e Figura 2.3.5 vengono mostrati i danni degli elementi strutturali. Le fessure si trovano in quota rispetto al suolo. La fessura in Figura 2.3.4 si trova in un elemento reggente la copertura mentre, in Figura 2.3.5, la fenditura si trova in un cavedio a circa 8m dal suolo.



Figura 2.3.4: Fessura di una muratura portante localizzata al di sotto del transetto di S. Luca.



Figura 2.3.5: Fessura di una muratura portante nel cavedio della cappella ovest del transetto di S. Luca.

La fessura in Figura 2.3.4 si presenta con un'inclinazione di circa 45° sull'orizzontale e si protrae lungo i giunti di malta. Tale tipologia di fessura è associata generalmente ad una forza di taglio applicata orizzontalmente. Un'ulteriore conferma dell'origine tagliante della fessura è che si trova, come detto precedentemente, in copertura. Questo significa che lo sforzo normale sulla sezione risulta essere basso, in quanto non grava tutto il peso della struttura. Ne consegue che la resistenza tagliante risulta minore, quindi la creazione di danni dovuta ad azioni taglianti è facilitata.

Non si ritiene che il carico orizzontale del vento sia sufficientemente elevato per creare questo tipo di danno, vista l'elevata rigidità e resistenza della struttura. Si imputa il motivo del danno a qualche evento sismico passato.

2.4. Interventi precedenti

Si studino ora gli interventi di consolidamento pregressi sulla struttura.

Sulla navata laterale nord è stato installato un tirante, realizzato in acciaio, il quale risulta essersi spezzato a seguito di un evento sismico. Successivamente è stato riparato attraverso la riammorsatura tra le due parti separate a seguito della rottura. La presenza e rottura di tale tirante lascia intuire che ci possano essere problematiche di ribaltamento (semplice o composto) della facciata.



Figura 2.4.1: Riparazione del tirante spezzato.

Lungo tutta la curvatura della faccia esterna di entrambe le absidi laterali sono presenti dei sistemi di cavi (si presume in acciaio). Tali cavi, si suppone, abbiano il compito di assicurare le absidi e di impedire il cinematismo di ribaltamento. Data la posizione dei cavi, non vi è la possibilità di ispezione senza l'utilizzo di ponteggi o piattaforme elevatrici, non c'è stata quindi la possibilità di verificare se tali cavi siano stati installati con una pretensione. Sull'abside si può notare la presenza di giunti di malta di colore più chiaro, il quale suggerisce che la struttura è stata soggetta a risanamento. La presenza dei cavi in acciaio e il risanamento suggerisce che le absidi sono state soggette a principio di ribaltamento.



Figura 2.4.2: Cavi in acciaio presenti lungo la faccia esterna dell'abside nord.

Sulla facciata, inoltre, è stato creato un sistema di ammortamento, attraverso la realizzazione di un elemento ad angolo in calcestruzzo armato. Tale elemento è stato realizzato in prossimità dello spigolo tra la navata centrale e le murature esterne (non perimetrali). La posizione dell'intervento è mostrata in Figura 2.4.3 Lo scopo di tale intervento si ritiene essere quello di impedire il ribaltamento della facciata.

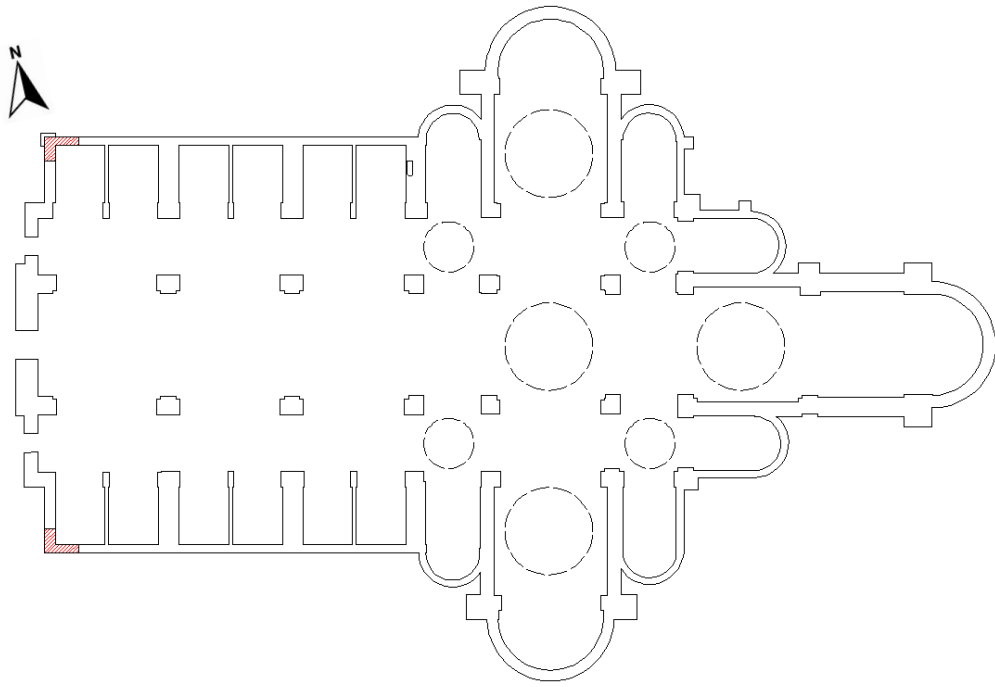


Figura 2.4.3: Posizione in pianta dell'intervento (segnata in rosso).



Figura 2.4.4: Foto dell'intervento eseguito.

3. MATERIALI E FATTORE DI CONFIDENZA

Una volta determinate le caratteristiche geometriche e storiche della struttura, si procede con la definizione del materiale da utilizzare per l'implementazione numerica.

Secondo la Circolare 2019 delle Norme Tecniche per le Costruzioni, risulta necessario definire un Livello di Conoscenza (LC) in modo da determinare il relativo Fattore di Confidenza (FC) da applicare al materiale.

Per definire correttamente il LC è necessario, innanzitutto, valutare la bontà delle indagini che verranno (o che sono state) condotte. Circolare 2019 divide le indagini come: limitate, estese o esaustive. Si riporta in seguito la definizione tratta dalla Circolare 2019 delle NTC del 2018, per le costruzioni in muratura, capitolo §C8.5.2.1:

***-Indagini limitate:** sono generalmente basate su indagini di tipo visivo che, al rilievo geometrico delle superfici esterne degli elementi costruttivi, uniscono saggi che consentano di esaminare, almeno localmente, le caratteristiche della muratura sotto intonaco e nello spessore, caratterizzando così la sezione muraria, il grado di ammorsamento tra pareti ortogonali e le zone di appoggio dei solai, i dispositivi di collegamento e di eliminazione delle spinte;*

***-Indagini estese:** i rilievi e le indagini in-situ indicati al punto precedente, sono accompagnati da saggi più estesi e diffusi così da ottenere tipizzazioni delle caratteristiche dei materiali e costruttive e una aderenza delle indicazioni fedele alla reale varietà della costruzione;*

***-Indagini esaustive:** oltre a quanto indicato al punto precedente, le indagini sono estese in modo sistematico con il ricorso a saggi che consentano al tecnico di formarsi un'opinione chiara sulla morfologia e qualità delle murature, sul rispetto della regola dell'arte nella disposizione dei materiali, sia in superficie che nello spessore murario, sull'efficacia dell'ammorsamento tra le pareti e dei dispositivi di collegamento e di eliminazione delle spinte, oltre che sulle caratteristiche degli appoggi degli elementi orizzontali.*

Si definiscono ora i livelli di confidenza. I livelli di confidenza LC sono strettamente correlati alla bontà dall'analisi storico critica e dal numero di prove che sono state eseguite per identificare i parametri meccanici della struttura. Maggiori sono i dati raccolti circa la struttura oggetto di studio, maggiore sarà il livello di conoscenza associato. Un maggiore LC comporta un FC, divisore della resistenza dei materiali, minore. Risulta quindi di notevole interesse cercare di raggiungere LC elevati, ma questo non è sempre possibile, in quanto eseguire prove specifiche e in elevato numero non è sempre fattibile, sia per motivi economici, sia per la quantità di tempo che deve essere investita. In altri casi possono essere presenti particolari vincoli urbanistici, che rendono impossibile l'esecuzione delle prove. Nel caso oggetto di studio, infatti, l'abbazia risulta essere protetta da vincolo storico e artistico, rendendo quindi difficoltoso lo sviluppo delle prove, data l'impossibilità di danneggiare intonaci, affreschi o altri elementi d'arte.

Secondo NTC2018 i Livelli di Conoscenza sono così definiti:

***-LC1:** si intende raggiunto quando siano stati effettuati, come minimo, l'analisi storico-critica commisurata al livello considerato, con riferimento al §C8.5.1, il rilievo geometrico completo e*

*indagini limitate sui dettagli costruttivi, con riferimento al §C8.5.2, **prove limitate** sulle caratteristiche meccaniche dei materiali [...];*

*-**LC2**: si intende raggiunto quando siano stati effettuati, come minimo, l'analisi storico-critica commisurata al livello considerato, con riferimento al §C8.5.1, il rilievo geometrico completo e indagini estese sui dettagli costruttivi, con riferimento al §C8.5.2, **prove estese** sulle caratteristiche meccaniche dei materiali [...];*

*-**LC3**: si intende raggiunto quando siano stati effettuati l'analisi storico-critica commisurata al livello considerato, come descritta al §C8.5.1, il rilievo geometrico, completo ed accurato in ogni sua parte, e indagini esaustive sui dettagli costruttivi, come descritto al §C8.5.2, **prove esaustive** sulle caratteristiche meccaniche dei materiali [...].*

Ai vari LC sono correlati dei fattori di confidenza da applicare al materiale. Secondo NTC2018 si ha:

Livello di Conoscenza	Fattore di Confidenza
LC1	1,35
LC2	1,20
LC3	1,00

Tabella 3.1: Fattori di confidenza FC correlati al relativo livello di conoscenza LC.

Dato l'elevato rilievo storico ed artistico della struttura oggetto di studio, la sovrintendenza non rende possibile il danneggiamento di intonaci, affreschi o altri elementi artistici presenti all'interno o all'esterno della struttura. Risulta quindi impossibile eseguire un numero di prove adeguato a caratterizzare tutti i principali elementi strutturali della struttura. Risulta di conseguenza impossibile raggiungere un livello d'indagine esteso per poter utilizzare quindi un FC=1 o FC=1,2.

Per valutare i parametri meccanici, di conseguenza, si utilizza la tabella §C8.5.I della Circolare 2019.

Tipologia di muratura	f	τ_0	f_{v0}	E	G	w
	(N/mm ²)	(N/mm ²)	(N/mm ²)	(N/mm ²)	(N/mm ²)	(kN/m ³)
	min-max	min-max		min-max	min-max	
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	1,0-2,0	0,018-0,032	- -	690-1050	230-350	19
Muratura a conci sbozzati, con paramenti di spessore disomogeneo (*)	2,0	0,035-0,051	- -	1020-1440	340-480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	2,6-3,8	0,056-0,074	- -	1500-1980	500-660	21
Muratura irregolare di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.)	1,4-2,2	0,028-0,042	- -	900-1260	300-420	13 ÷ 16(**)
Muratura a conci regolari di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc.) (**)	2,0-3,2	0,04-0,08	0,10-0,19	1200-1620	400-500	
Muratura a blocchi lapidei squadriati	5,8-8,2	0,09-0,12	0,18-0,28	2400-3300	800-1100	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce (***)	2,6-4,3	0,05-0,13	0,13-0,27	1200-1800	400-600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (es.: doppio UNI foratura ≤40%)	5,0-8,0	0,08-0,17	0,20-0,36	3500-5600	875-1400	15

(*) Nella muratura a conci sbozzati i valori di resistenza tabellati si possono incrementare se si riscontra la sistematica presenza di zeppe profonde in pietra che migliorano i contatti e aumentano l'ammorsamento tra gli elementi lapidei; in assenza di valutazioni più precise, si utilizzi un coefficiente pari a 1,2.

(**) Data la varietà litologica della pietra tenera, il peso specifico è molto variabile ma può essere facilmente stimato con prove dirette. Nel caso di muratura a conci regolari di pietra tenera, in presenza di una caratterizzazione diretta della resistenza a compressione degli elementi costituenti, la resistenza a compressione f_{pu} può essere valutata attraverso le indicazioni del § 11.10 delle NTC.

(***) Nella muratura a mattoni pieni è opportuno ridurre i valori tabellati nel caso di giunti con spessore superiore a 13 mm; in assenza di valutazioni più precise, si utilizzi un coefficiente riduttivo pari a 0,7 per le resistenze e 0,8 per i moduli elastici.

Figura 3.1: Tabella C8.5.I della Circolare 2019 delle NTC2018.

Nel caso in oggetto si raggiunge un LC1, al quale corrisponde un FC=1,35. Secondo Circolare 2019 dai valori definiti in Tabella C8.5.I, per un LC1, bisogna utilizzare i valori minimi dell'intervallo dato per le resistenze, mentre, per i parametri deformativi il valore medio dell'intervallo. Nel caso oggetto di studio non sono presenti spessori di malta maggiori di 13mm, non è necessario quindi ridurre ulteriormente la resistenza. Si ottengono quindi i seguenti parametri:

-Per la muratura realizzata in blocchi d'argilla legati:

Tipologia di muratura	f_{cm}	τ_0	f_{v0}	E	G	w
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(kN/m ³)
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	2,60	0,05	0,013	1500	500	18

Tabella 3.2: Caratteristiche meccaniche muratura in mattoni legati.

-Dividendo le resistenze per FC=1,35 si ottiene:

Tipologia di muratura	f_{cd}	τ_0	f_{v0}	E	G	w
	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(MPa)	(kN/m ³)
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1,93	0,037	0,10	1500	500	18

Tabella 3.3: Caratteristiche meccaniche di progetto per la muratura in mattoni legati.

-Per la muratura realizzata in blocchi lapidei:

Tipologia di muratura	f_{cm} (MPa)	τ₀ (MPa)	f_{v0} (MPa)	E (MPa)	G (MPa)	w (kN/m³)
Muratura a blocchi lapidei squadriati	5,80	0,09	0,18	2850	950	22

Tabella 3.4: Caratteristiche meccaniche muratura in blocchi lapidei.

-Dividendo le resistenze per FC=1,35 si ottiene:

Tipologia di muratura	f_{cd} (MPa)	τ₀ (MPa)	f_{v0} (MPa)	E (MPa)	G (MPa)	w (kN/m³)
Muratura a blocchi lapidei squadriati	4,30	0,067	0,13	2850	950	22

Tabella 3.5: Caratteristiche meccaniche di progetto della muratura in blocchi lapidei.

La normativa non definisce un valore per il modulo di Poisson. Per entrambe le murature verrà utilizzato un modulo pari a $\nu=0,2$, il quale è un valore medio per le murature (range medio per il coefficiente di Poisson $0,15 < \nu < 0,3$).

Si è deciso, in questa sede, di utilizzare una legge di danno per la muratura. Attraverso tale legame è possibile cogliere la variazione di comportamento del materiale a seguito del suo danneggiamento, sia in termini di resistenza, che di rigidità. Inoltre, è possibile definire diverse tensioni di snervamento a trazione e compressione e ricreare differenti comportamenti in fase plastica, quali, ad esempio, hardening e softening.

A tale scopo si utilizza il modello del Concrete Damage Plasticity (CDP). Il modello CDP nasce per descrivere il comportamento non lineare del calcestruzzo, distinguendo il danneggiamento a compressione e a trazione, attraverso due variabili di danno. Il danno comporta una perdita di rigidità del materiale, valutata secondo la seguente relazione (SIMULIA, 2021):

$$E_d = (1-d)E_0$$

Dove:

E_0 =modulo di Young in fase elastica;

d =parametro di danno;

E_d =modulo elastico a seguito del danno.

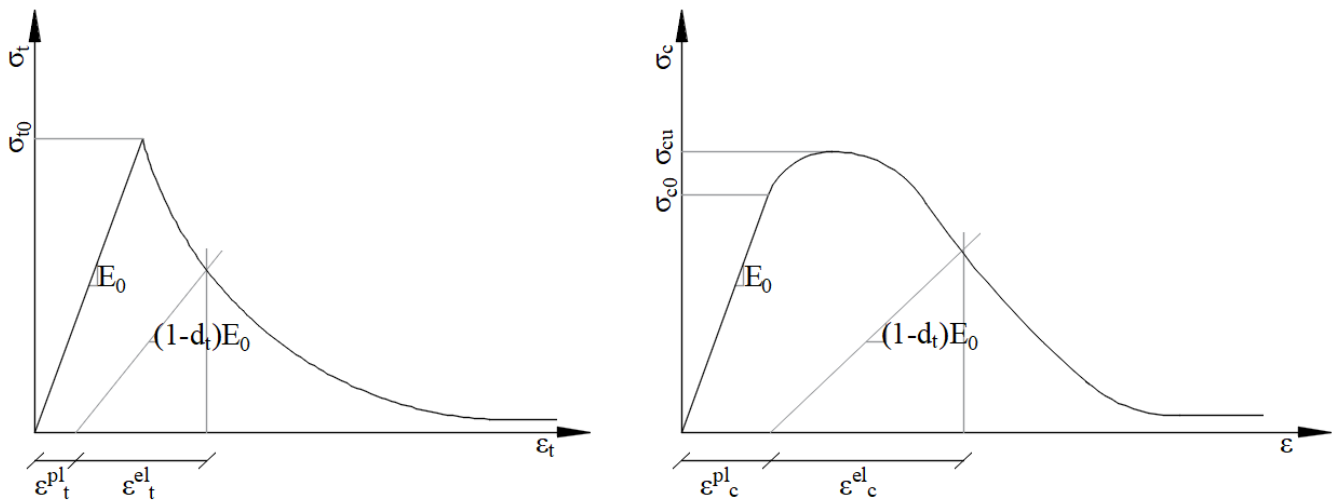


Figura 3.2: Rappresentazione generale del comportamento di una muratura a trazione (sinistra) e a compressione (destra).

La normativa non definisce la resistenza a trazione della muratura. Si decide di utilizzare una resistenza massima pari al 7% della resistenza a compressione (Valente & Milani, 2018).

Si ottengono le seguenti resistenze di progetto:

Tipologia muraria	f_{cd} (MPa)	f_{td} (MPa)
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	1,93	0,135
Muratura a blocchi lapidei squadrati	4,30	0,301

Tabella 3.6: limiti compressione e trazione per le varie tipologie murarie.

Per definire un modello di danno verrà utilizzato il modello Concrete Damage Plasticity (CDP), implementato nel software Abaqus[®]. Tale modello è stato definito principalmente per definire il danno in materiali cementizi, ma attraverso opportune modifiche dei parametri di input, è possibile adattarlo in modo adeguato anche per elementi realizzati in muratura essendo un materiale con comportamento a trazione e a compressione simili al calcestruzzo.

I parametri utilizzati per definire il danno sono:

- Angolo di dilatazione Ψ , pari a 10° , il quale è un valore ragionevole per murature soggette a carichi assiali di compressione medio-basso, come mostrato dalla letteratura (Van Der Pluijm, 1993);
- Rapporto di tensioni tra la compressione monoassiale e biassiale viene considerato pari a $f_{b0}/f_{c0}=1,16$ (Page, 1981);
- Eccentricità pari a $\epsilon=0,1$ come suggerito di default da Abaqus[®] (SIMULIA, 2021);
- Parametro $K_c=2/3$, come suggerito di default da Abaqus[®] (SIMULIA, 2021);
- Parametro di viscosità $\nu=0,002$.

Riassumendo si ha:

Parametro	Valore	
Ψ	10	°
f_{b0}/f_{c0}	1,16	-
ε	0,1	-
K_c	2/3	-
ν	0,002	-

Tabella 3.7: Parametri utilizzati nel modello CDP per definire la legge di danno della muratura.

Il parametro di danno d sarà definito solo per il ramo di trazione, in quanto la resistenza a trazione della muratura risulta molto minore rispetto a quella di compressione ($f_{td}=0,07 \cdot f_{cd}$), di conseguenza il danno si verificherà in misura molto maggiore, a causa delle tensioni di trazione. Questo fa sì che l'adozione di tale ipotesi non comporti un errore rilevante, mantenendo una buona bontà delle analisi.

Il fattore di danno sarà considerato pari a 0 per un allungamento plastico (allungamento totale al netto dell'allungamento elastico) del materiale nullo e aumenterà in modo lineare fino ad un massimo di 0,95 corrispondente ad un allungamento plastico pari a 0,003. Non si utilizza un parametro di danno unitario in corrispondenza della rottura per evitare instabilità nelle soluzioni. Si utilizza $d_{t,max}=0,95$ il quale rappresenta comunque un'elevata perdita di rigidità.

Si definiscano ora le leggi a trazione e compressione del materiale.

La legge a trazione si presenta con una legge elastica lineare fino al raggiungimento della tensione f_t corrispondente all'allungamento di snervamento, successivamente è stato considerato un ramo di softening lineare del materiale fino a rottura, ad un allungamento plastico del 0,003 al quale corrisponde una tensione residua pari a $0,01f_t$. Tale resistenza residua è imposta dal software per non incorrere in instabilità.

Per i due materiali si hanno quindi delle leggi come mostrato in Figura 3.1.

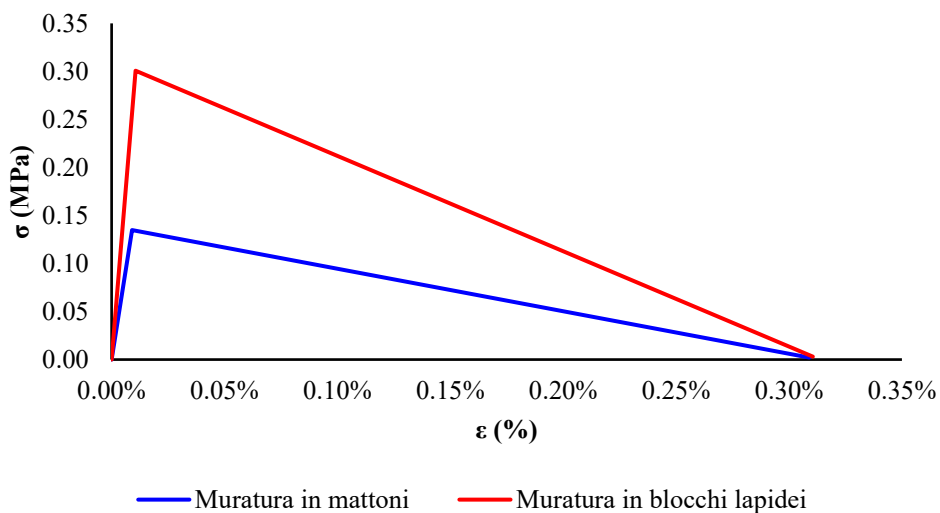


Figura 3.3: Legge a trazione per i due materiali.

Muratura in mattoni			Muratura in blocchi lapidei		
σ (MPa)	ε_{tot} (%)	ε_p (%)	σ (MPa)	ε_{tot} (%)	ε_p (%)
0,000	0,000	-	0,000	0,000	-
0,135	0,000	0,000	0,301	0,000	0,000
0,002	0,003	0,003	0,003	0,003	0,003

Tabella 3.8: Valori di allungamento e tensione nella legge a trazione.

Si studi ora il ramo a compressione. È stata costruita una legge parabolica adeguatamente linearizzata a tratti, per ottenere una funzione tensione-deformazione più semplice e con meno punti. Così facendo, si ottiene un algoritmo risolutivo più leggero e i tempi computazionali saranno minori.

La legge è costituita da un ramo elastico fino al raggiungimento di $f_{cd}/3$. Successivamente si presenta un aumento delle tensioni in zona plastica fino al raggiungimento del picco di resistenza f_{cd} . Da qui si presenta un comportamento di softening parabolico fino a rottura (Drougkas, et al., 2013).

La funzione di resistenza definita a tratti è definita secondo le leggi seguenti:

$$f = \begin{cases} -f_{cd} \frac{1}{3} \frac{\varepsilon_j}{\varepsilon_{c/3}} & \text{se } \varepsilon_{c/3} < \varepsilon_j \leq 0 \\ -f_{cd} \frac{1}{3} \left[1 + 4 \left(\frac{\varepsilon_j - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}} \right)^2 \right] & \text{se } \varepsilon_c < \varepsilon_j \leq \varepsilon_{c/3} \\ -f_{cd} \frac{1}{3} \left[1 - \left(\frac{\varepsilon_j - \varepsilon_c}{\varepsilon_u - \varepsilon_c} \right)^2 \right] & \text{se } \varepsilon_u < \varepsilon_j \leq \varepsilon_c \\ 0 & \text{se } \varepsilon_j \leq \varepsilon_u \end{cases}$$

Si ottiene qualitativamente una legge come quella presentata in Figura 3.3.

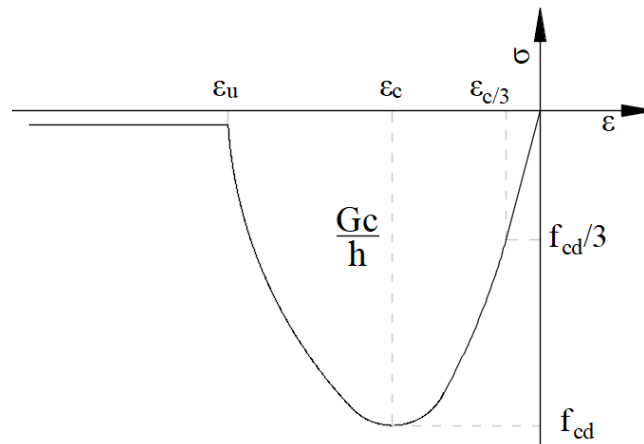


Figura 3.4: Andamento qualitativo della legge a compressione.

Si valutino ora i valori dei parametri necessari a costruire la legge (Ghiassi & Milani, 2019).

$$\varepsilon_{c/3} = -\frac{1}{3} \frac{f_{cd}}{E}$$

$$\varepsilon_c = k \cdot \varepsilon_{c/3}$$

$$\varepsilon_u = \varepsilon_c - \frac{3}{2} \frac{G_c}{f_{cd} \cdot h}$$

$$G_c = 15 + 0,43f_{cd} - 0,0036f_{cd}^2$$

Dove:

G_c = Energia di frattura;

h = Dimensione media dell'elemento della mesh;

E = Modulo di Young;

k = Costante moltiplicativa;

ε_c = Allungamento relativo alla tensione f_{cd} ;

$\varepsilon_{c/3}$ = Allungamento relativo alla tensione $f_{cd}/3$;

ε_u = Allungamento relativo alla tensione di rottura.

La deformazione corrispondente a $\varepsilon_{c/3}$ è stata valutata dividendo la tensione massima f_c per $3E$. La deformazione ε_c è stata valutata moltiplicando per il fattore k la deformazione $\varepsilon_{c/3}$, in modo da tener conto dell'uscita dalla fase elastica e il conseguente aumento delle deformazioni rispetto la legge elastica.

Per i due materiali si hanno i seguenti parametri:

Parametro	Tipologia muraria		
	Mattoni e calce	Blocchi lapidei	
f_{cd}	1,93	4,30	MPa
E	1500	2850	MPa
h	1100	1100	mm
G_c	15,73	16,61	Nmm/mm ²
k	7,00	7,00	-

Tabella 3.9: Parametri utilizzati per la costruzione della legge a compressione.

Si linearizzano le funzioni per i due materiali e si ottengono le leggi in Figura 3.5 e Figura 3.6.

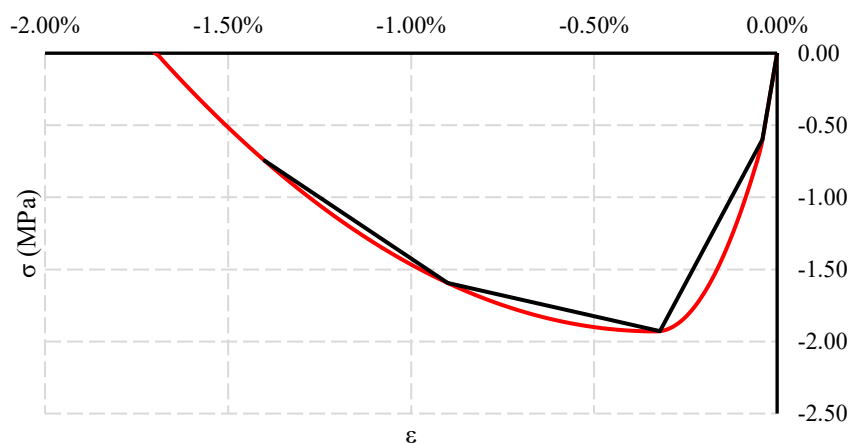


Figura 3.5: Legge a compressione analitica e linearizzata per i mattoni in argilla.

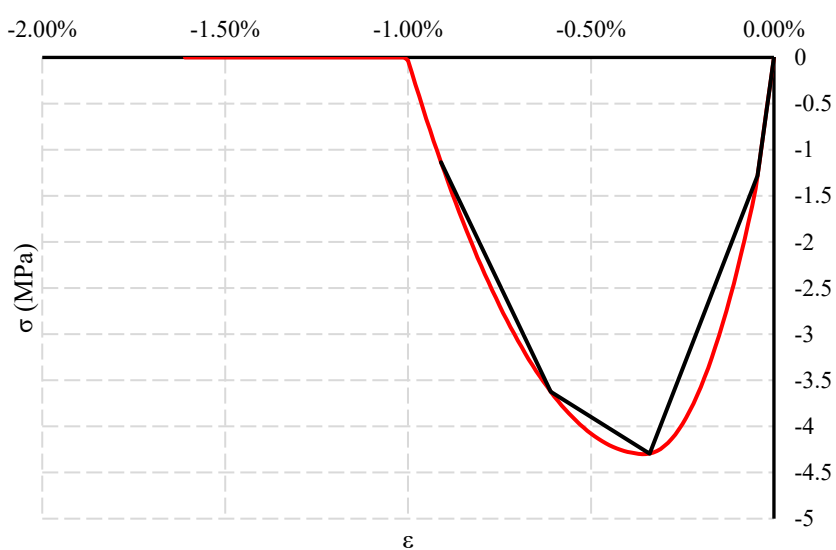


Figura 3.6: Legge a compressione analitica e linearizzata per i blocchi lapidei.

Muratura in mattoni			Muratura in blocchi lapidei		
σ (MPa)	ϵ_{tot} (%)	ϵ_p (%)	σ (MPa)	ϵ_{tot} (%)	ϵ_p (%)
0.000	0.000	-	0.000	0.000	-
-0.600	-0.040	0.000	-1.283	-0.045	0.000
-1.928	-0.320	-0.280	-4.295	-0.340	-0.295
-1.594	-0.900	-0.860	-3.624	-0.610	-0.565
-0.746	-1.400	-1.360	-1.136	-0.910	-0.865

Tabella 3.10: Valori di allungamento e tensione nel ramo di compressione.

4. MODELLO NUMERICO

4.1. Descrizione del modello

Il modello di partenza, utilizzato successivamente per la risoluzione attraverso software specifici, è stato realizzato attraverso il software BIM Revit®. Il modello di base è stato creato a fini architettonici, quindi, con lo scopo finale di realizzare un render della struttura. In questa sede si necessita di un modello a fini ingegneristici, quindi la prima operazione è stata esportare il modello Revit® in formato .dxf e, successivamente, importarlo nel software di disegno AutoCAD®, in modo da poter lavorare liberamente su fori, aperture, spessori murari ecc. Successivamente, si è proceduto con l'eliminazione delle parti superflue ai fini del calcolo. Il modello iniziale presentava elementi, quali le finestre modellate comprensive di vetro e telaio ligneo. Questi elementi sono assolutamente superflui ai fini ingegneristici, si è quindi proceduto con l'eliminazione degli stessi, lasciando, ovviamente, il foro da esse generato. Lo stesso procedimento è stato eseguito con le varie, e molto estese, decorazioni su colonne, volte ed archi ecc. Tali decorazioni sono puramente estetiche e non forniscono nessun contributo in termini di resistenza, quindi l'eliminazione non comporta un errore. Sono stati semplificati anche gli elementi strutturali esistenti, eliminando varie imprecisioni strutturali ed eliminando varie caratteristiche approssimabili, senza commettere errori apprezzabili. Nel modello non saranno modellate le cupole lignee, così come il sistema di copertura ligneo. Tale scelta è giustificata, poiché la rigidità del sistema di copertura è molto bassa, se comparata con il sistema portante verticale in muratura, questo comporta che la matrice di rigidità del sistema non vari in modo consistente, e, con essa, le soluzioni del problema. Si terrà conto ovviamente del peso della copertura, applicando una massa distribuita equivalente sugli elementi dove poggia.

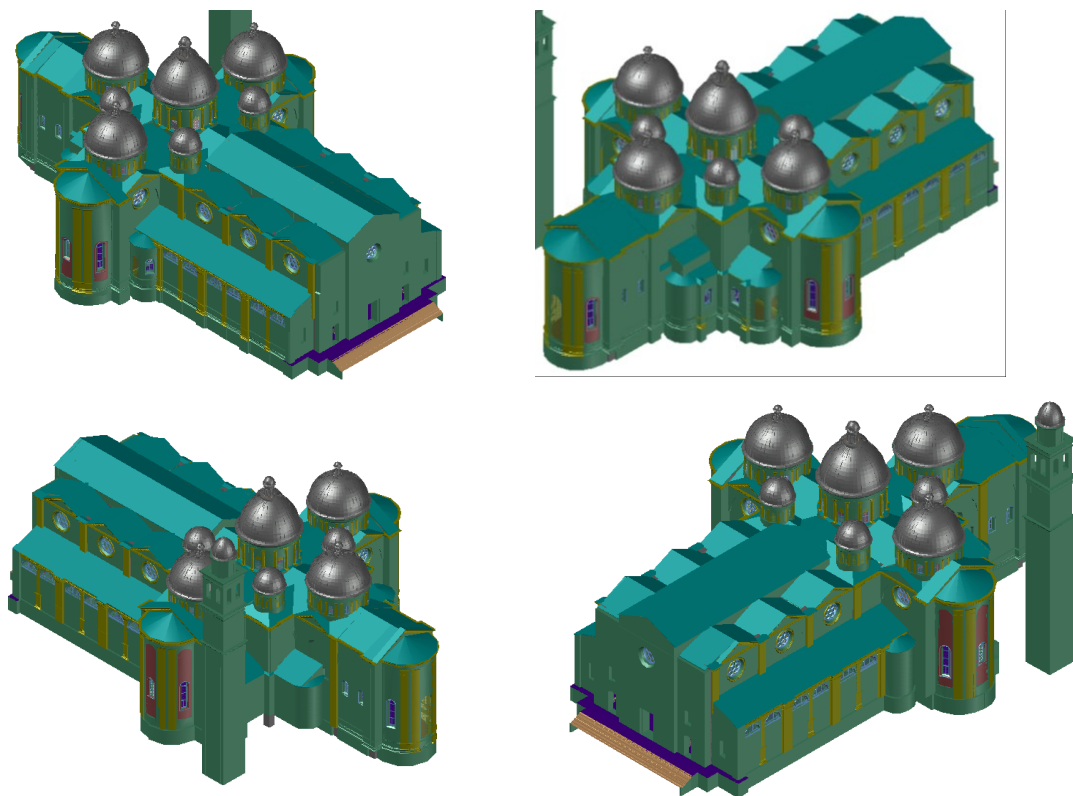


Figura 4.1.1: Modello tridimensionale di partenza in AutoCAD®.

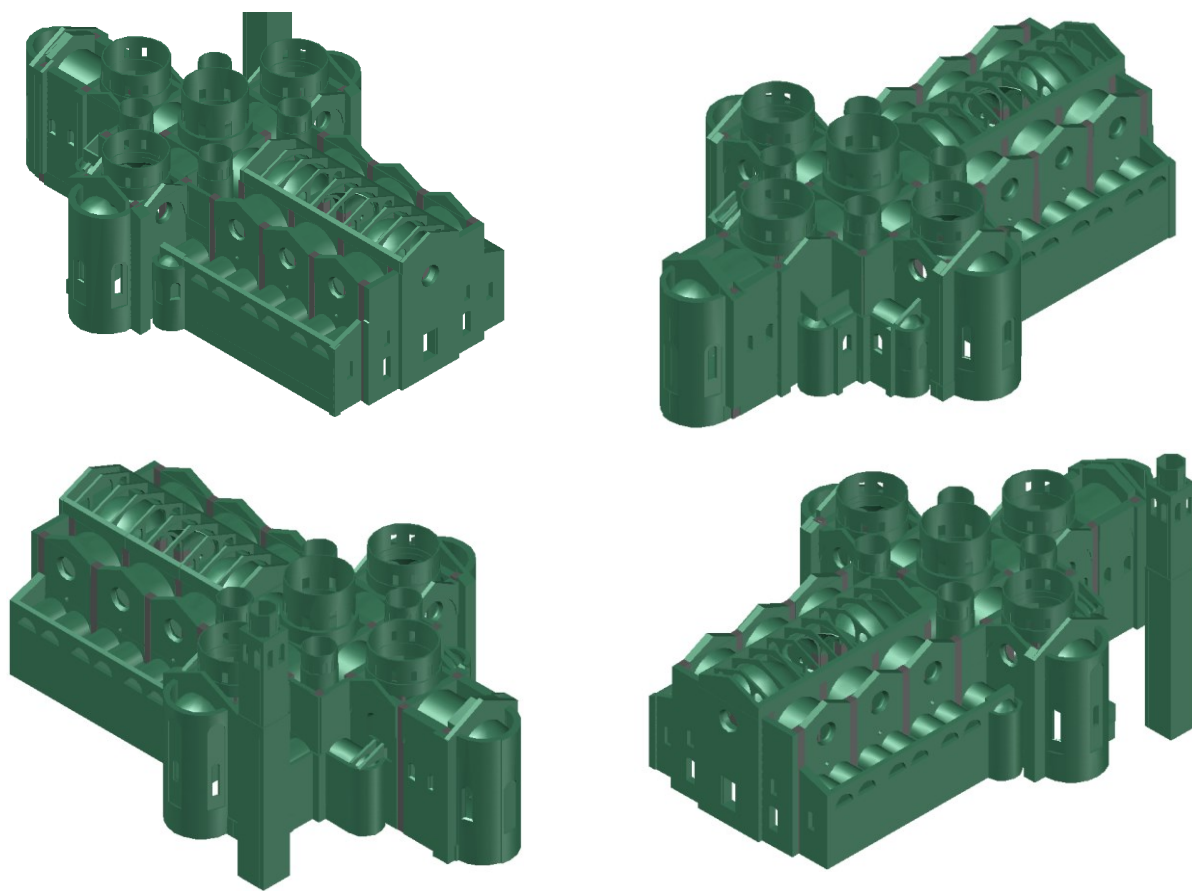


Figura 4.1.2: Modello tridimensionale di partenza depurato degli elementi ingegneristicamente superflui.

A seguito di sopralluoghi si è notato che alcuni elementi strutturali non trascurabili erano assenti nel modello di base, come ad esempio: murature di spina, archi presenti nelle due navate laterali, riempimenti, fori e contrafforti. Tali elementi costruttivi contribuiscono, oltre alla massa dell'edificio, la quale genera forze sismiche maggiori, all'aumento della rigidezza, comportando quindi un diverso comportamento resistente in campo statico e sismico. È stata necessaria un'accurata ispezione del sottotetto al fine di identificare tutte le strutture mancanti (archi, cupole e rinfianchi d'arco), nonché all'individuazione delle murature con camminamenti all'interno. Si ottiene così il solido in Figura 4.1.2.

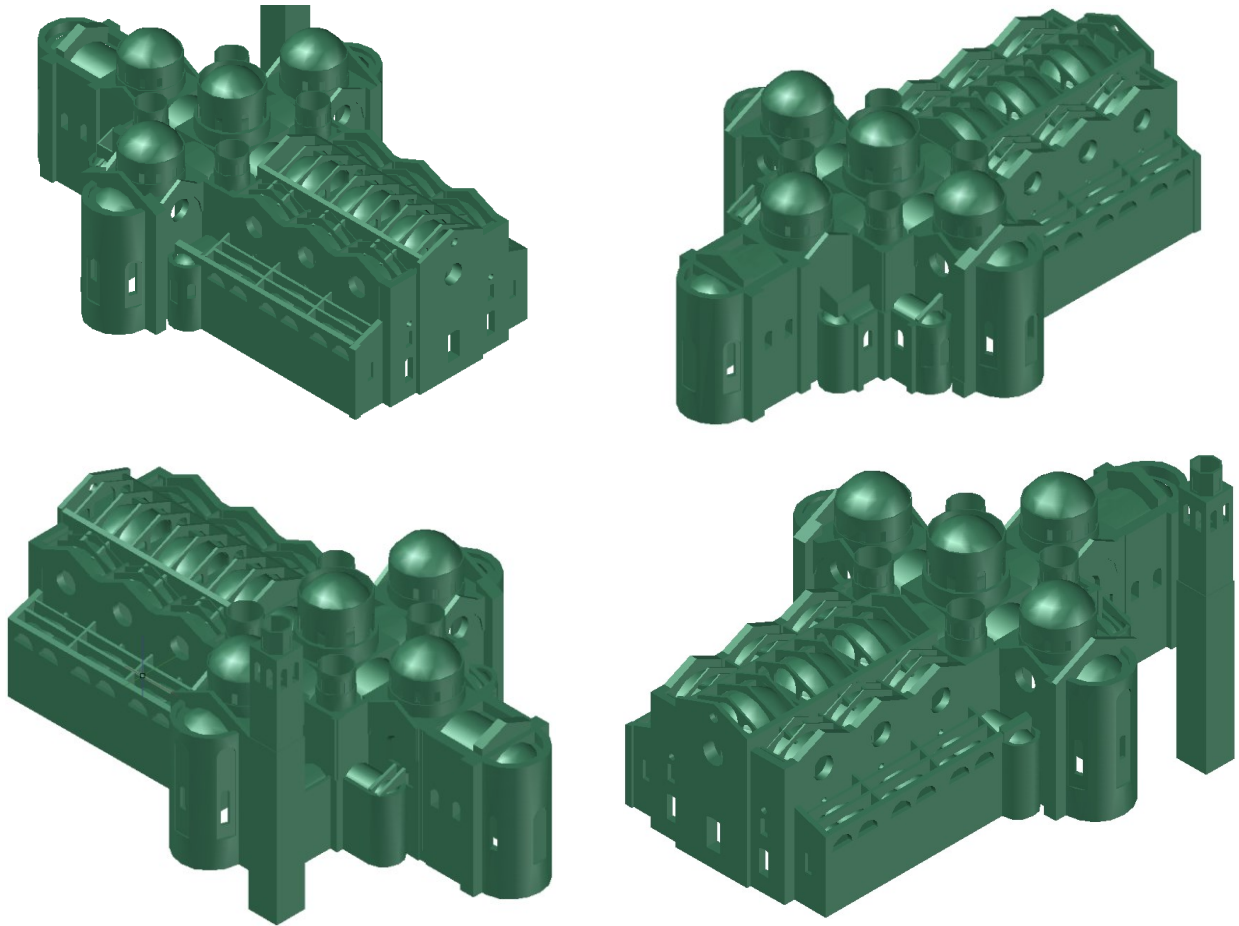


Figura 4.1.2: Modello tridimensionale terminato in AutoCAD®.

Il campanile verrà modellato ed inserito in un modello numerico a sé stante, in modo da non appesantire il modello contenente l'abbazia.

4.2. Implementazione del modello

4.2.1. Importazione e creazione della mesh del modello in Abaqus®

Una volta terminata la fase di modellazione tridimensionale, si è proceduto attraverso l'importazione del modello all'interno del software agli elementi finiti Abaqus®.

Il modello non è stato importato immediatamente come un solido unico per due motivazioni:

- 1) Importare il modello come un solido unico avrebbe dato luogo ad un processo molto complesso, e inefficiente in termini temporali, di partizione del solido, per ricreare le fasi costruttive. Importare varie parti separatamente e collegandole tra loro, velocizza sensibilmente il processo, oltre al possibile un miglior controllo del risultato finale;
- 2) Creare la mesh di parti separate di dimensioni minori permette di evitare instabilità dell'algoritmo di automeshing del software.

A tutte le parti viene associata una mesh realizzata attraverso elementi tetraedrici con funzioni di forma lineari (C3D4). Questa scelta è giustificata dal fatto che, per forti non linearità, (come quelle in oggetto di studio) le funzioni di forma quadratiche risultano più instabili e creano una maggiore instabilità delle soluzioni.

Gli elementi della mesh presentano dimensioni variabili. In generale è stato applicato un seed globale (dimensione media degli elementi componenti la mesh) pari a 900mm.

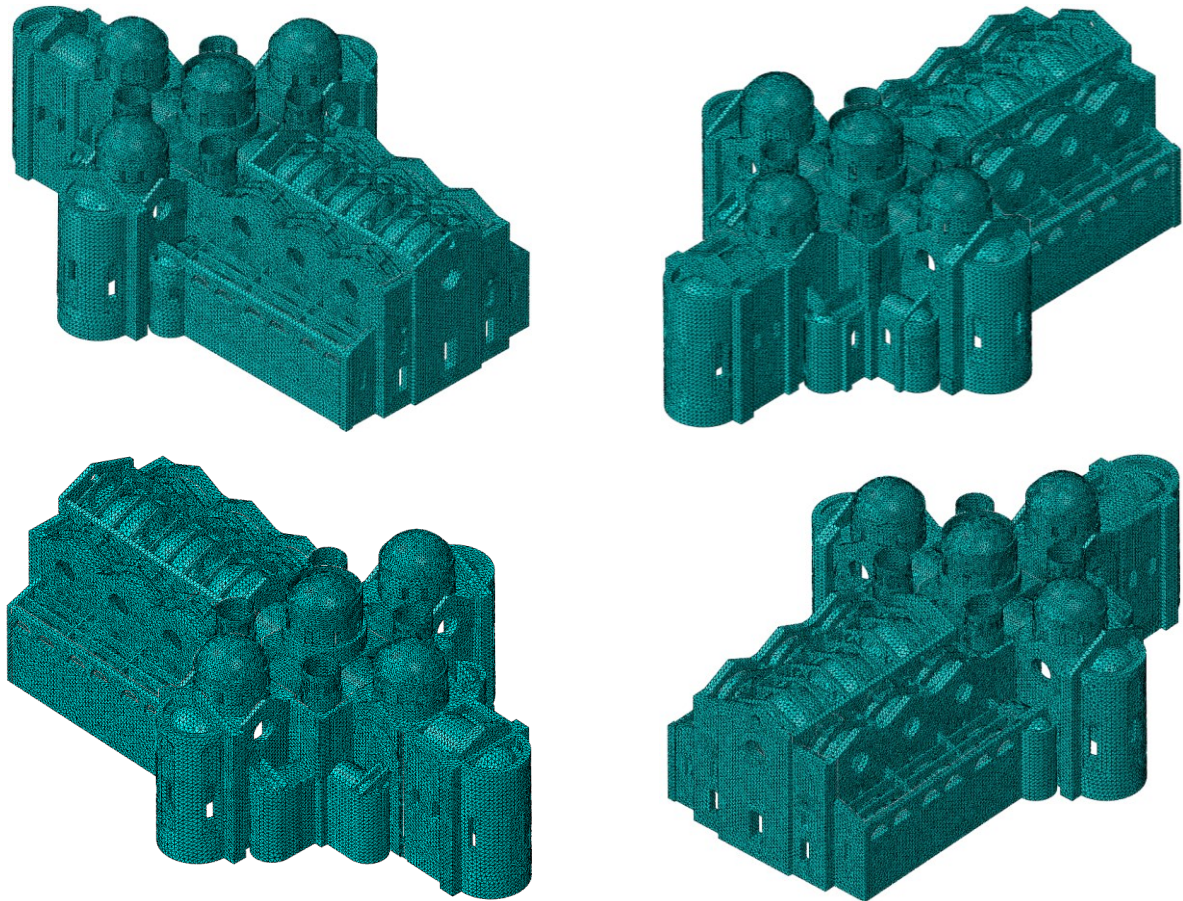


Figura 4.2.1.1: Mesh globale del modello terminato dell'abbazia.

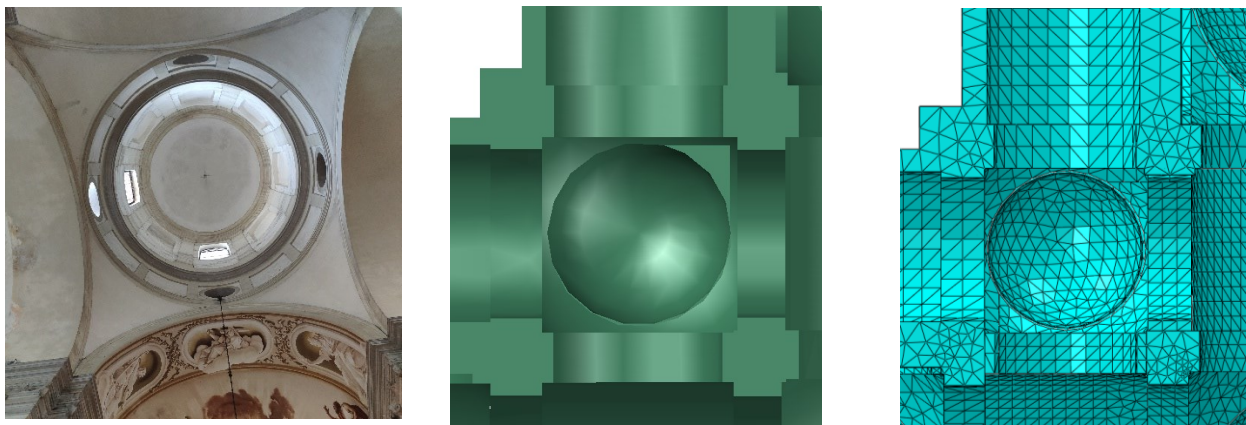


Figura 4.2.1.2: Foto reale, modello CAD e mesh del cilindro di fronte alla cappella di S. Arnaldo

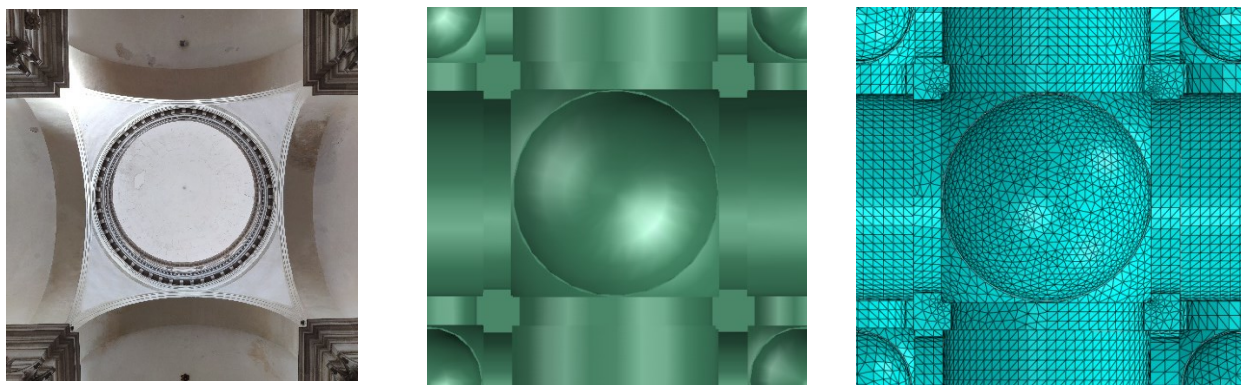


Figura 4.2.1.3: Foto reale, modello CAD e mesh del cilindro tra il transetto di S. Luca e S. Mattia



Figura 4.2.1.4: Foto reale, modello CAD e mesh della parte interna della facciata.

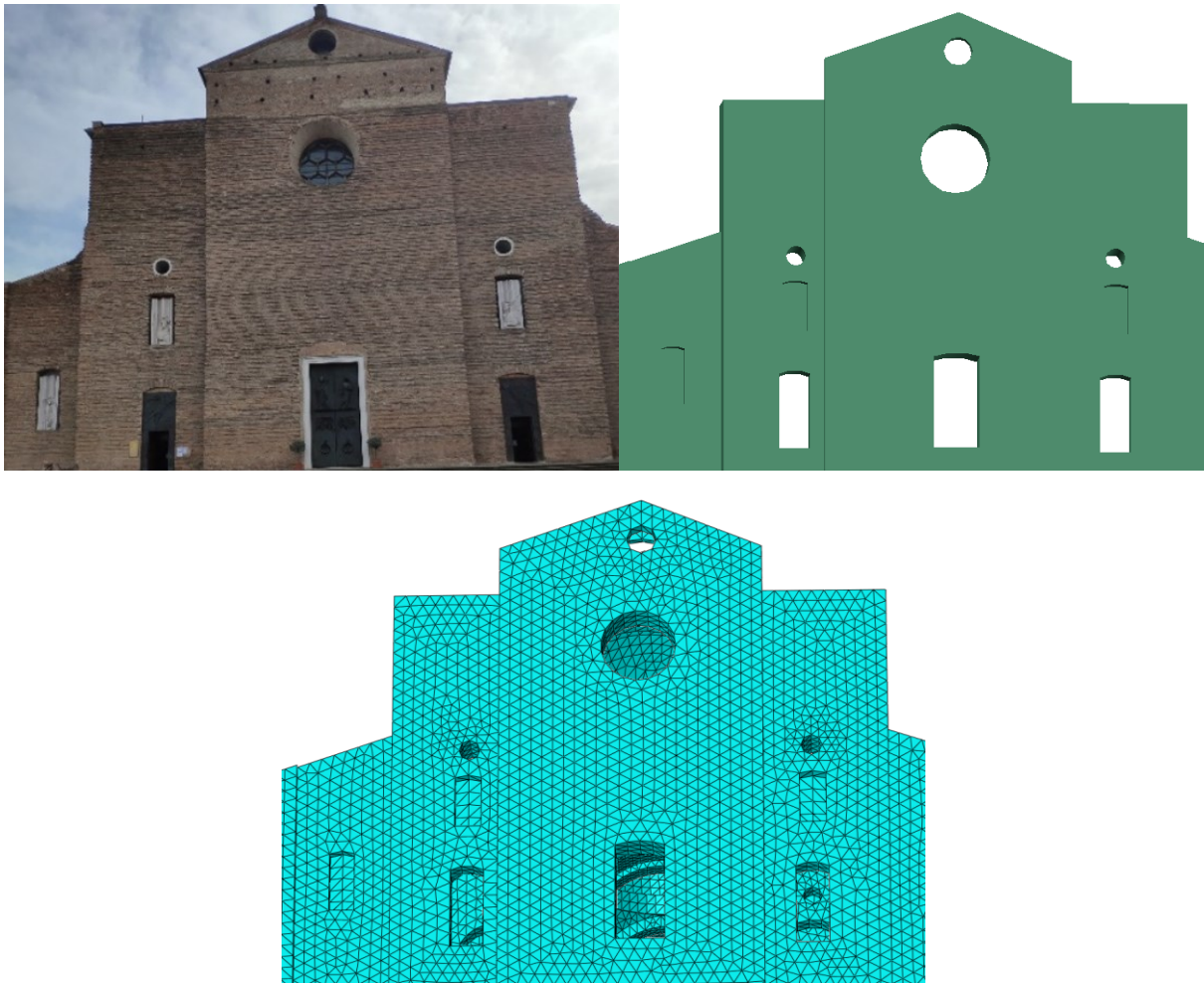


Figura 4.2.1.5: Foto reale, modello CAD e mesh della parte esterna della facciata.

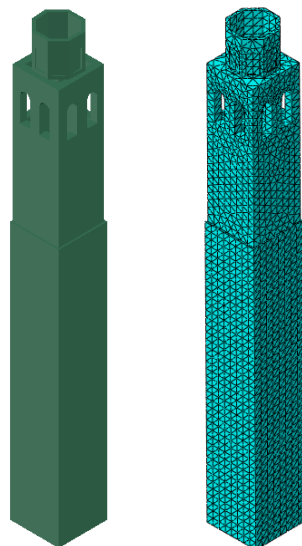


Figura 4.2.1.2: Mesh del modello terminato del campanile.

L'abbazia viene modellata non considerando la struttura del monastero adiacente. Questa scelta è stata presa, in quanto l'ammorsamento tra due strutture non si ritiene sufficiente a garantire un comportamento accoppiato tra le due strutture.

4.2.2. Interazioni tra parti

Per unire le varie parti importate in Abaqus® sono state utilizzate delle interazioni.

Si è utilizzato il comando “Create Constraint”, specificando come tipo di vincolo “Tie”. Risulta ora necessario definire le superfici master e le superfici slave dove applicare l’interazione. Abaqus® necessita di definire tali superfici, in quanto l’interazione in oggetto collega i nodi appartenenti alla superficie slave a quella della superficie master, come in Figura 4.2.2.1, rendendo così gli spostamenti delle due superfici uguali (SIMULIA, 2021).

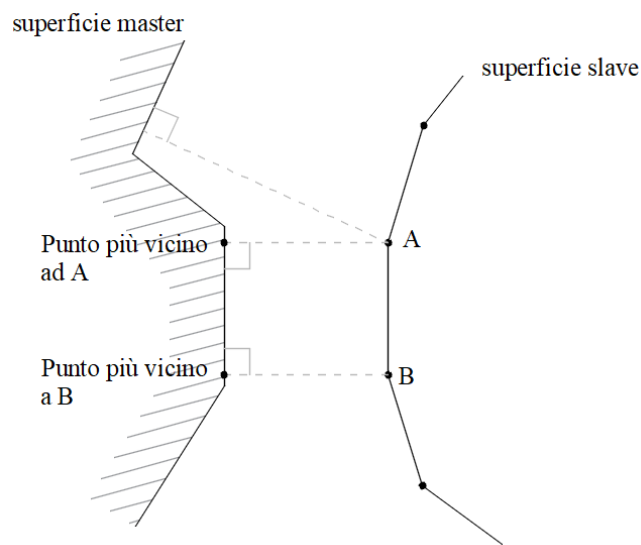


Figura 4.2.2.1: Interazione tra superficie master e slave di Abaqus®.

Come superfici master si è deciso di considerare le superfici appartenenti all’elemento più rigido, ovvero l’elemento che si presume presenti gli spostamenti minori.

Una volta definite le due superfici, si scelgono i parametri dell’interazione. Tutte le impostazioni dell’interazione vengono lasciate come di default, ad eccezione del metodo di discretizzazione, scelto in questo modello come “Surface to surface”.

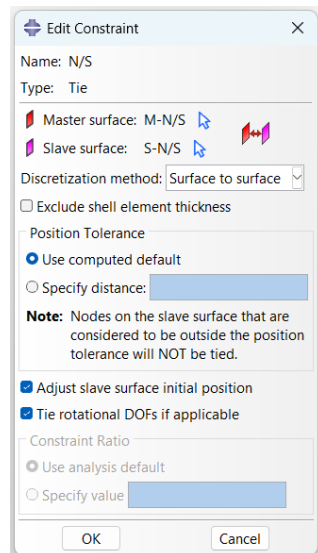


Figura 4.2.2.2: Parametri dell'interazione tra murature perimetrali nord e murature perimetrali sud .

In qualche caso particolare è stata eliminata la voce “Adjust slave surface initial position”, a causa della comparsa di un errore. L'errore riferiva della comparsa di elementi a volume nullo o negativo a causa dell'elevata complessità del modello. Un elemento della mesh a volume nullo o negativo crea instabilità, in quanto alcuni termini della matrice di rigidezza del sistema diventerebbero nulli o negativi. Togliendo tale opzione, si eliminano gli spostamenti dei nodi delle superfici slave (già adiacenti alla superficie master) e di conseguenza si risolve il problema.

5. DESCRIZIONE E RISULTATI DELLE ANALISI

Saranno sviluppate tre principali tipologie di analisi numeriche e un'analisi svolta attraverso fogli di calcolo. Le analisi saranno condotte nella seguente sequenza:

1. Analisi statica non lineare;
2. Analisi alle frequenze naturali;
3. Analisi cinematica lineare;
4. Analisi dinamica non lineare.

Le tre analisi numeriche (statica/dinamica non lineare e analisi alle frequenze naturali) dovranno essere organizzate in modo tale che l'analisi statica preceda quella dinamica. Questo perché, per eseguire un'analisi dinamica non lineare corretta, è necessario considerare le forze peso, calcolate durante l'analisi statica non lineare. L'analisi alle frequenze naturali, invece, può essere svolta in qualsiasi momento, in quanto non vengono utilizzati dati di input provenienti da analisi precedenti. L'analisi cinematica verrà condotta successivamente all'analisi alle frequenze naturali, in modo da fornire un ordine di grandezza circa le accelerazioni necessarie per formare i cinematismi. Tale analisi risulta fortemente a favore di sicurezza, ma fornisce un ottimo punto di partenza per comprendere il valore delle accelerazioni necessarie per innescare i meccanismi di rottura e fornisce un giudizio circa la resistenza della struttura ai cinematismi.

5.1. Definizione dei carichi statici

Si calcolano ora i carichi da applicare durante l'analisi statica e dinamica non lineare. Secondo NTC2018 al capitolo §2.5.3, la formulazione [2.5.7] fornisce i carichi e la combinazione da considerare in fase sismica.

$$G_1 + G_2 + \sum_j \Psi_{2j} Q_{kj}$$

Dove:

G_1 =peso proprio strutturale;

G_2 =peso proprio non strutturale;

Q_{kj} =carico d'esercizio;

Ψ_{2j} =coefficiente di combinazione.

Il coefficiente di combinazione è espresso in tabella Tab. 2.5.1 delle NTC2018.

Categoria/Azione variabile	Ψ_{0j}	Ψ_{1j}	Ψ_{2j}
Categoria A - Ambienti ad uso residenziale	0,7	0,5	0,3
Categoria B - Uffici	0,7	0,5	0,3
Categoria C - Ambienti suscettibili di affollamento	0,7	0,7	0,6
Categoria D - Ambienti ad uso commerciale	0,7	0,7	0,6
Categoria E – Aree per immagazzinamento, uso commerciale e uso industriale Biblioteche, archivi, magazzini e ambienti ad uso industriale	1,0	0,9	0,8
Categoria F - Rimesse , parcheggi ed aree per il traffico di veicoli (per autoveicoli di peso ≤ 30 kN)	0,7	0,7	0,6

Figura 5.1.1: Estratto Tab. 2.5.1 delle NTC2018.

Nel caso in oggetto G_1 è ben definito. Conoscendo volume e densità dei materiali, il software calcolerà in automatico le masse e di conseguenza i pesi. G_2 sarà considerato attraverso l'applicazione di una massa equivalente. A tal fine, verranno eseguite successivamente delle analisi dei carichi, ai fini di valutare tali masse. Il carico d'esercizio Q_{kj} verrà considerato come nullo, in quanto gli edifici di culto non rientrano nelle categorie di edifici definite dalla normativa inoltre, non ci aspetta una presenza di carichi diversi da G_1 e G_2 in quota (non sono presenti camminamenti aperti al pubblico, zone bibliotecarie o simili).

Il sistema di copertura non è stato modellato in questa sede per le motivazioni già chiarite nel paragrafo §4.1.1 ma, il contributo della massa dovrà essere comunque tenuto in considerazione. Si svolgono ora le analisi dei carichi di cupole, coperture e campane e si esprimono i risultati in Tabella 5.1.1, Tabella 5.1.2 e Tabella 5.1.3.

-Copertura:

Elemento	
Tavelle in laterizio	40 kg/mq
Tegole	50 kg/mq
Travature	60 kg/mq
TOT	150 kg/mq

Tabella 5.1.1: Massa distribuita copertura.

-Cupole:

Elemento	
Tavelle in laterizio	20 kg/mq
Copertura in piombo	140 kg/mq
Travature	90 kg/mq
TOT	250 kg/mq

Tabella 5.1.2: Massa distribuita delle cupole.

-Campane:

Campana n°		
1	2500	kg
2	1700	kg
3	1100	kg
4	780	kg
5	660	kg
6	350	kg
7	240	kg
TOT	7330	kg

Tabella 5.1.3: Massa delle campane.

La massa delle campane verrà applicata sulla stessa muratura dove insite la cupola, questo per un fattore di semplicità ma comunque a favore di sicurezza.

Le masse totali delle due costruzioni, comprensive di copertura e campane (per il campanile) sono mostrate in Tabella 5.1.4.

Elemento		
Abbazia	65479	ton
Campanile	3354	ton

Tabella 5.1.4: Massa totale delle costruzioni.

La gravità viene applicata verticalmente con valore $g=-9,806 \text{ m/s}^2$.

Nel successivo paragrafo §5.4 verrà illustrato il processo di creazione dei carichi dinamici.

5.1.1. Procedura di applicazione delle masse non strutturali

Per applicare la massa in sommità agli elementi portanti, si è deciso di non collegare le estremità superiori delle murature/cupole ad un Reference point in quanto, così facendo, si sarebbero collegati i vari punti imponendo loro uguali spostamenti, imponendo quindi una deformata shear type. L'ipotesi di copertura di rigidità molto inferiore rispetto alla muratura, assunta al paragrafo §4.1, verrebbe meno, quindi tale procedimento non risulta coerente con le ipotesi. Si è deciso quindi di creare una skin nella zona in sommità degli elementi portanti. La procedura eseguita consiste nel creare un elemento shell coincidente con la faccia dell'elemento solido considerato. Si è proceduto poi applicando la massa in modo distribuito in questi nuovi elementi shell creati.

Le masse saranno quindi distribuite su elementi bidimensionali per unità d'area. Si elencano in Tabella 5.1.1.1, Tabella 5.1.1.2, Tabella 5.1.1.3 e Tabella 5.1.1.4 i valori delle masse distribuite applicate.

- Cupole transetto

Elemento	
Cupola nord	67 kN/mq
Cupola centrale	64 kN/mq
Cupola sud	75 kN/mq

Tabella 5.1.1.1: Masse distribuite sulle cupole del transetto.

- Cupola presbiterio

Elemento	
Cupola presbiterio	53 kN/mq

Tabella 5.1.1.2: Masse distribuite sulle cupole del presbiterio.

- Cupole minori

Elemento	
Cupola nord-est	58 kN/mq
Cupola nord-ovest	58 kN/mq
Cupola sud-est	58 kN/mq
Cupola sud-ovest	58 kN/mq

Tabella 5.1.1.3: Masse distribuite sulle cupole minori.

- Murature e rimanenti elementi portanti

Elemento	
Murature e archi	3,2 kN/mq

Tabella 5.1.1.4: Masse distribuite sulle restanti murature ed elementi portanti.

5.2. ANALISI STATICA NON LINEARE

Lo scopo dell'analisi statica è quello di applicare staticamente i vari carichi alla struttura secondo la combinazione di carichi che viene fornita dalle NTC2018. L'obiettivo di tale analisi è valutare la risposta della struttura in fase statica e valutare se, date le varie epoche temporali, i soli carichi gravitazionali abbiano causato dei danni più o meno estesi.

5.2.1. Step di analisi

L'analisi statica non lineare sarà divisa in sei step, tanti quante sono le fasi costruttive. Viene utilizzato un solutore statico, definito in Abaqus® sotto la voce General, Static.

Utilizzando questo tipo di solutore si è deciso di applicare il peso della struttura in un intervallo di durata 1s per tutte le fasi costruttive. Si vuole sottolineare che il peso della struttura è stato applicato in un secondo ma il solutore non è di tipo dinamico, di conseguenza le forze inerziali saranno nulle.

Per assicurare la convergenza del problema, si è deciso di iniziare l'analisi con un Time increment iniziale di 0,01 secondi. Si ritiene essere un buon incremento iniziale in quanto si suppone che l'applicazione del 1% della gravità non sia sufficiente a creare danni o plasticizzazioni, assicurando quindi la convergenza, in quanto il problema è ancora in campo elastico lineare. Si limita superiormente il Time increment ad un massimo di 0,1 secondi, coincidente con la frequenza di calcolo dei parametri di output. L'incremento minimo è stato impostato a 10^{-7} secondi e il numero massimo di incrementi pari a 10^5 . Una corretta scelta del time increment è essenziale per la convergenza del problema. Per la risoluzione di un problema non lineare il software non applica i carichi al pieno dell'intensità fin da subito, ma vengono applicati attraverso piccoli incrementi. Questo consente di valutare in modo preciso l'uscita del problema dalla non linearità. Se gli incrementi di carico sono troppo elevati, la convergenza potrebbe diventare problematica, se gli incrementi sono troppo piccoli, i tempi computazionali aumentano.

In questa fase saranno valutate le non linearità per geometria, in quanto Abaqus® richiede la presenza di tali non linearità per eseguire la successiva analisi dinamica non lineare.

5.2.2. Risultati analisi statica non lineare

Si illustrano i risultati ottenuti per le due strutture. Parametri di giudizio utilizzati saranno: tensioni, spostamento e danno a trazione della struttura. Gli spostamenti saranno valutati secondo la risultante (non componente per componente), mentre le tensioni saranno valutate secondo la combinazione di Von Mises espressa in Formula 5.2.2.1.

$$\sigma_{id} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - (\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + 3(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)}$$

Formula 5.2.2.1: Combinazione delle tensioni secondo il criterio di Von Mises.

5.2.2.1. Risultati abbazia

Si illustrano i risultati ottenuti in seguito all'applicazione dei carichi statici al termine delle varie fasi costruttive. I successivi risultati verranno mostrati attraverso una deformazione della struttura aumentata di duemila volte, questo per poter apprezzare meglio la spostata della struttura e comprendere in modo più semplice la distribuzione delle tensioni.

5.2.2.1.1. Fase 1: Edificazione muratura perimetrale nord

Si illustrano i risultati per la Fase 1. In figura 5.2.2.1.1.1 si evidenzia la parte in aggiunta relativa alla fase oggetto di analisi.

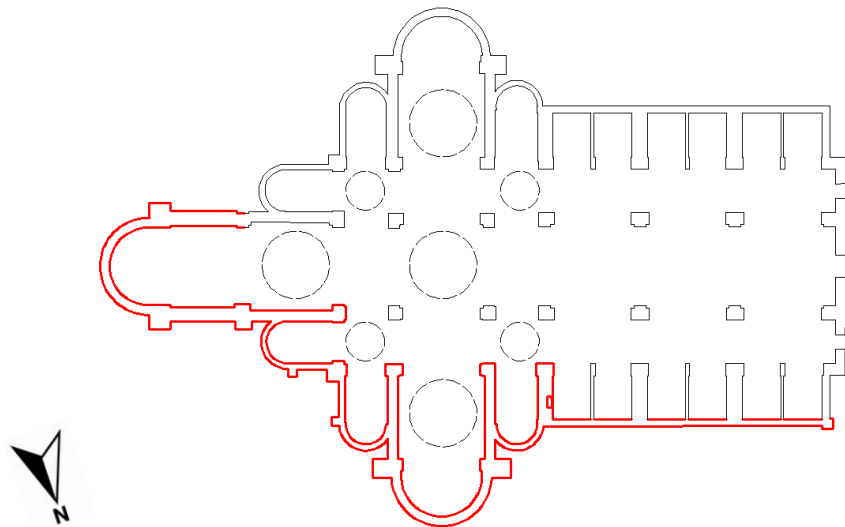


Figura 5.2.2.1.1.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

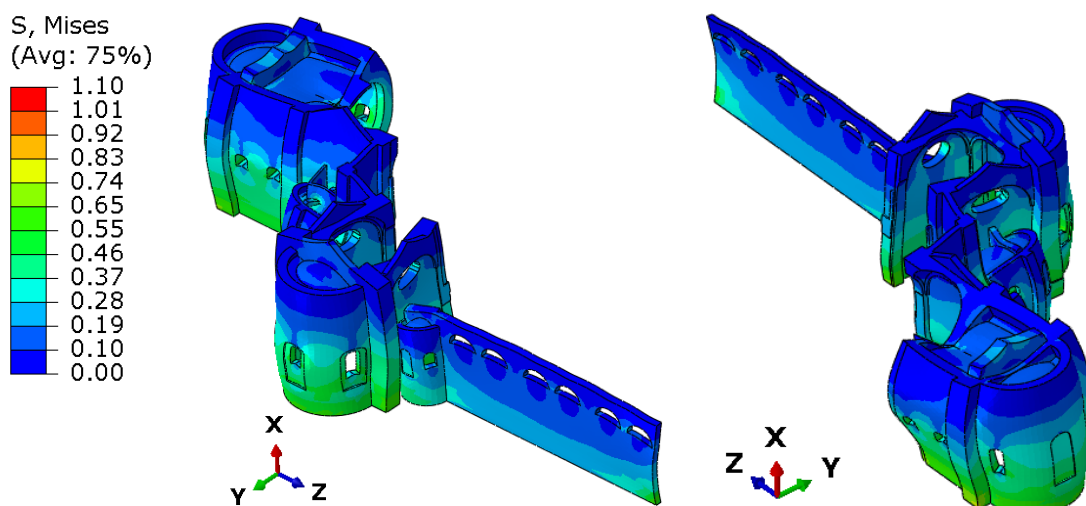


Figura 5.2.2.1.1.2: Sistema di tensioni della Fase 1 espresse secondo Von Mises.

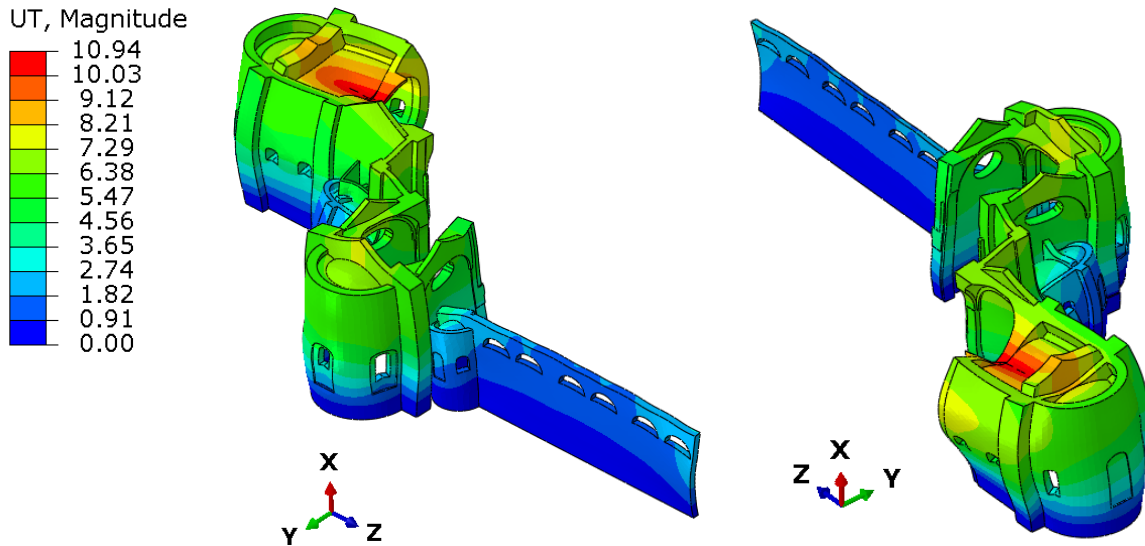


Figura 5.2.2.1.1.3: Sistema di spostamenti della Fase 1.

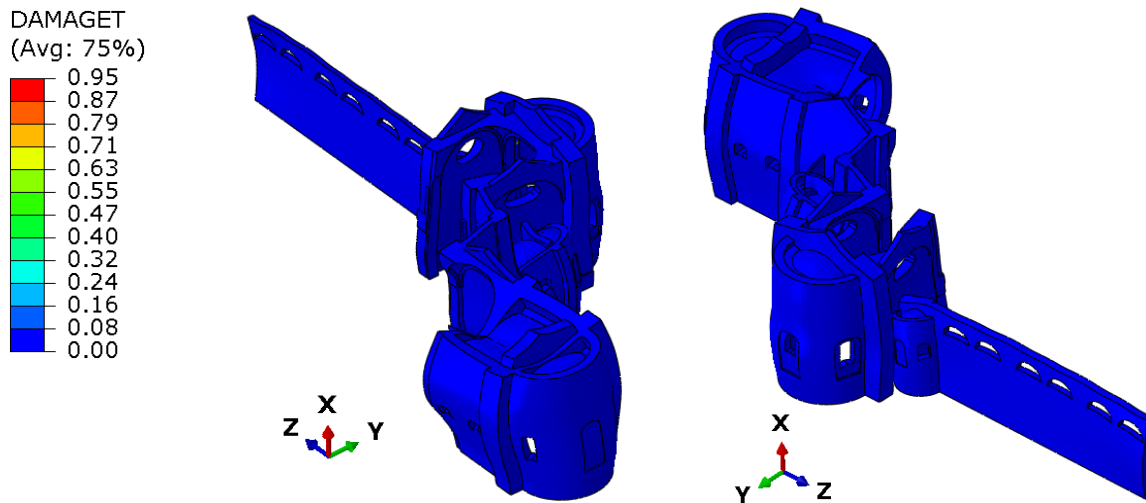


Figura 5.2.2.1.1.4: Danno della Fase 1.

Come si può notare dalla tabella, le tensioni raggiungono il picco di 1,10 MPa durante la sola applicazione dei carichi statici. Si ricorda che la combinazione tiene conto anche delle tensioni tangenziali τ , le quali possono raggiungere valori molto elevati in prossimità di spigoli o instabilità numeriche. Per la stessa motivazione si raggiunge un danno pari a 0,95. La struttura, nel suo complesso (come mostrato in Figura 5.2.2.1.1.4), non presenta un livello di danno esteso, ma si ha danneggiamento in punti che presentano instabilità numeriche locali.

5.2.2.1.2. Fase 2: Edificazione muratura perimetrale sud

Si illustrano i risultati per la Fase 2.

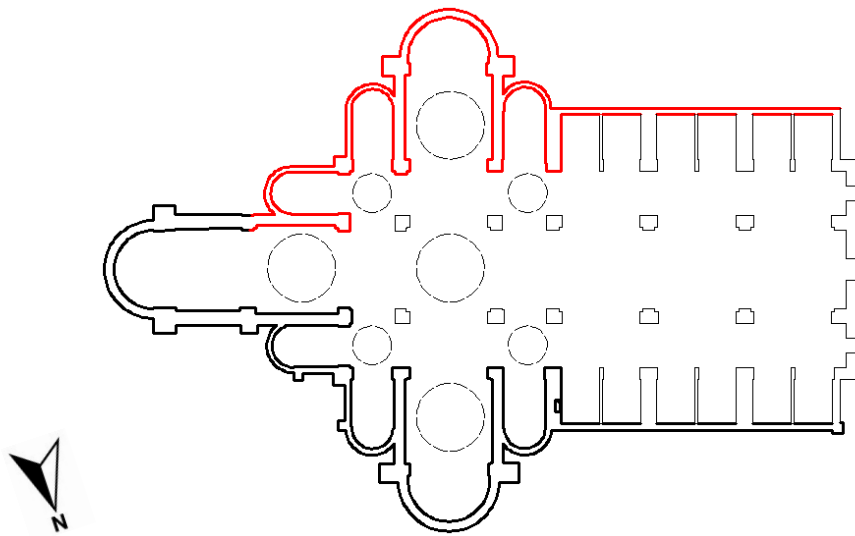


Figura 5.2.2.1.2.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

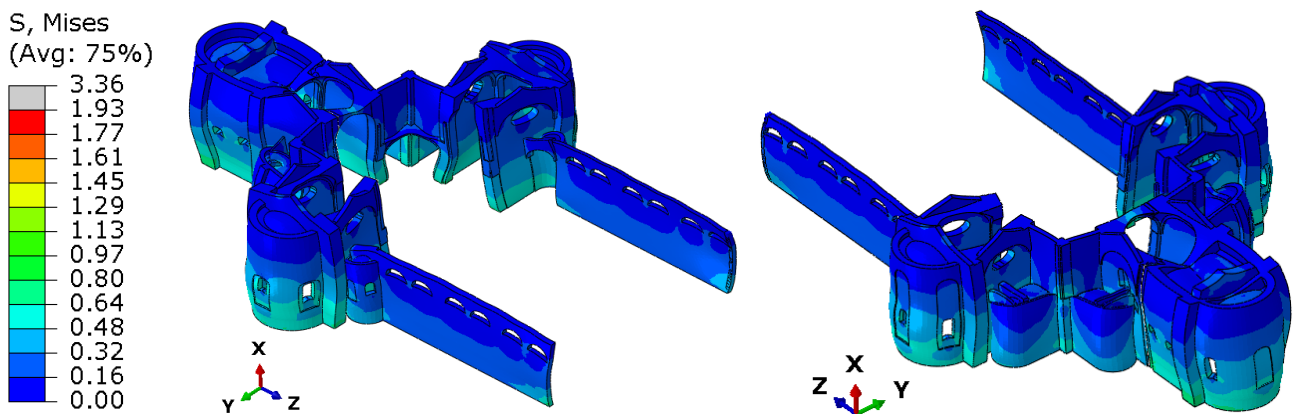


Figura 5.2.2.1.2.2: Sistema di tensioni della Fase 2.

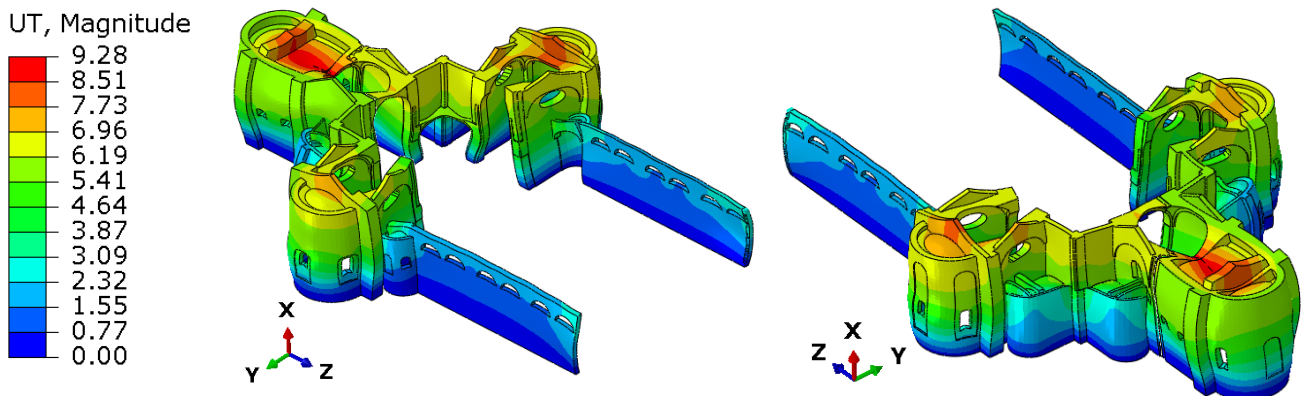


Figura 5.2.2.1.2.3: Sistema di spostamenti della Fase 2.

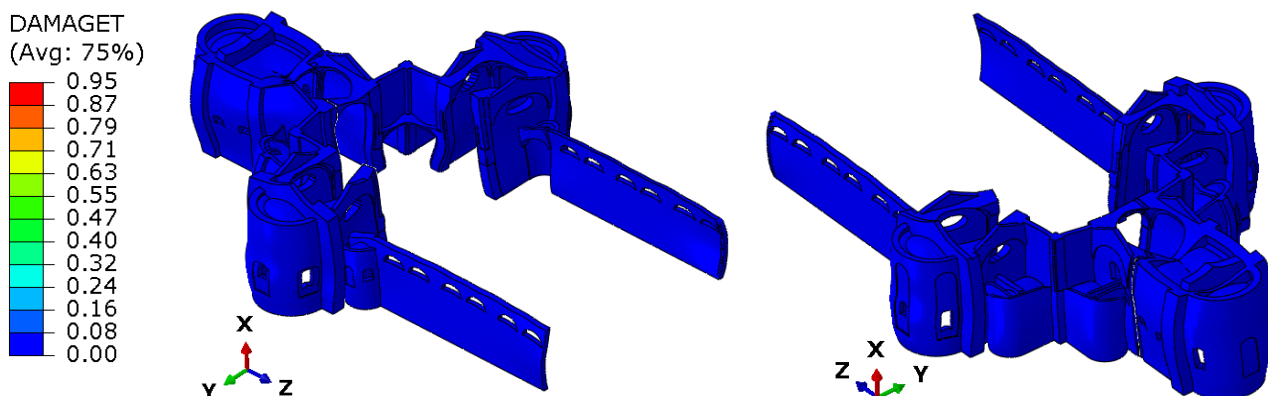


Figura 5.2.2.1.2.4: Danno della Fase 2.

In questa fase, come in quelle successive, le tensioni verranno mostrate limitando superiormente la scala a 1,93 MPa, ovvero la resistenza massima a compressione della muratura in mattoni. Questa scelta è stata presa per escludere le instabilità numeriche, per non far variare la scala, in modo tale da non apprezzare le tensioni applicate. Come si può notare dalla Figura 5.2.2.1.2.2, le tensioni si presentano, in generale, con un valore minore della resistenza massima a compressione. Anche in questo caso il danno presenta un valore massimo solo in qualche isolato elemento della mesh. L'integrità generale della struttura non è assolutamente minata.

5.2.2.1.3. Fase 3: Edificazione facciata

Si illustrano i risultati per la Fase 3.

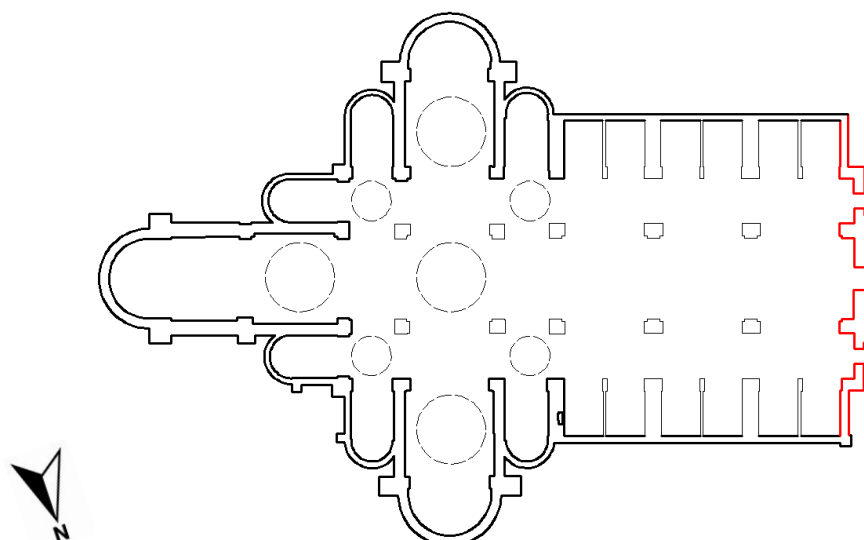


Figura 5.2.2.1.3.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

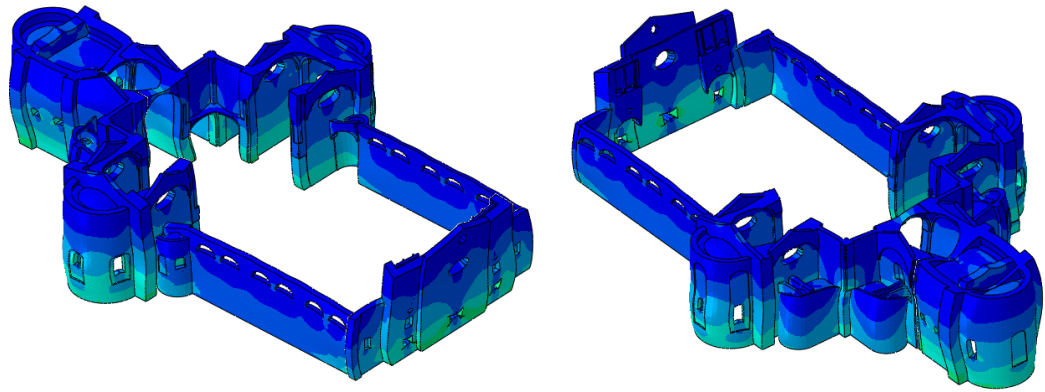
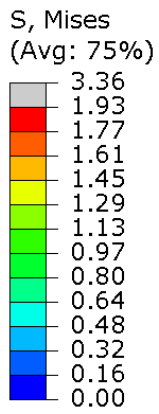


Figura 5.2.2.1.3.2: Sistema di tensioni della Fase 3.

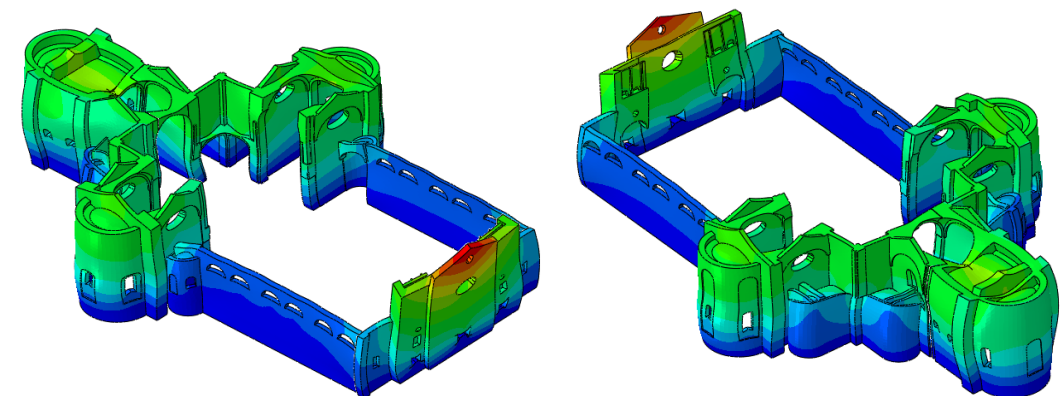
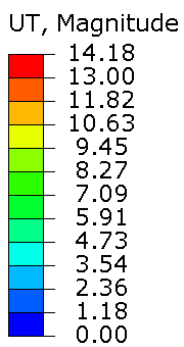


Figura 5.2.2.1.3.3: Sistema di spostamenti della Fase 3.

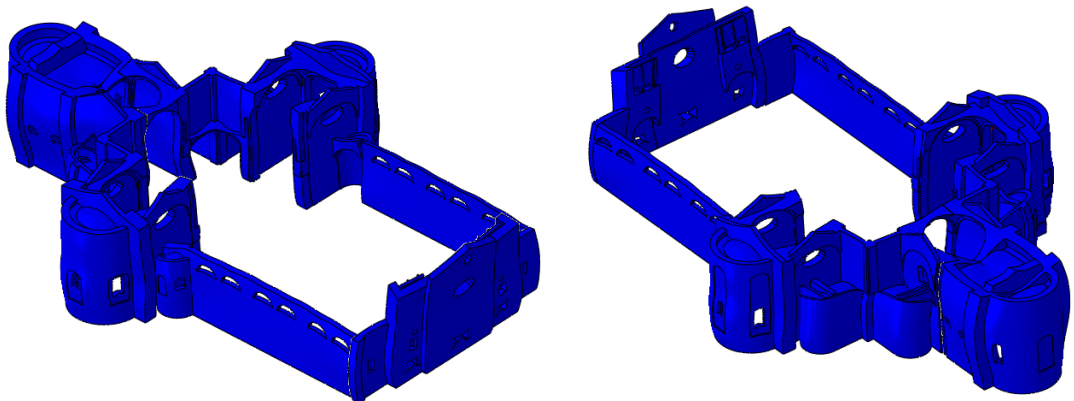
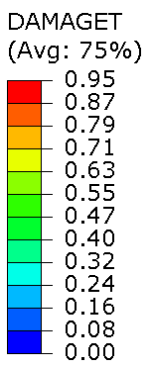


Figura 5.2.2.1.3.4: Danno della Fase 3.

Anche in fase 3 il danno è praticamente assente. La distribuzione delle tensioni e la deformata della struttura sono coerenti con l'applicazione dei carichi applicati.

5.2.2.1.4. Fase 4: Edificazione navate laterali

Si illustrano i risultati per la Fase 4.

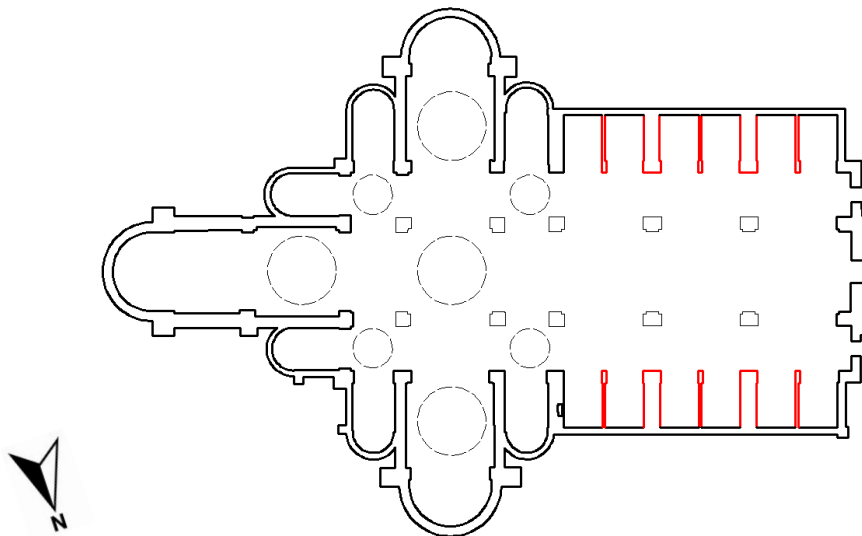


Figura 5.2.2.1.4.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

S, Mises
(Avg: 75%)

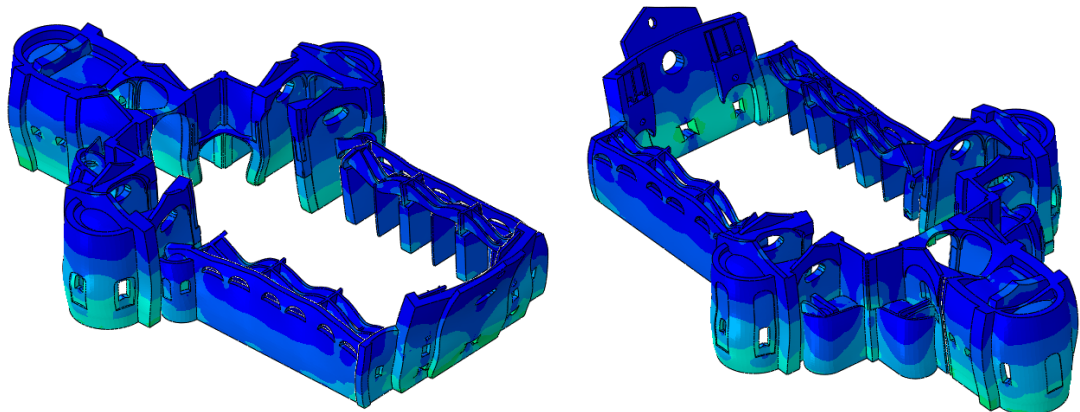
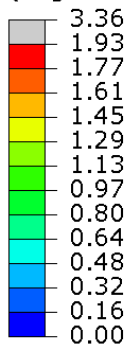


Figura 5.2.2.1.4.2: Sistema di tensioni della Fase 4.

UT, Magnitude

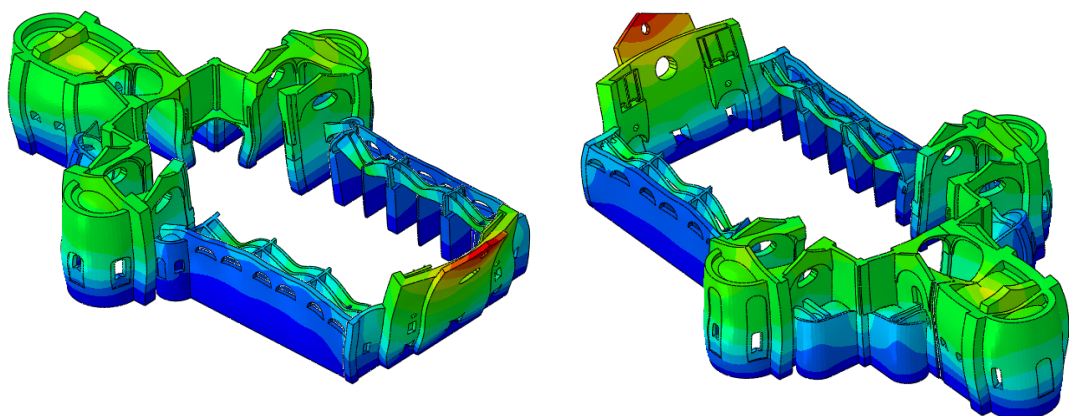
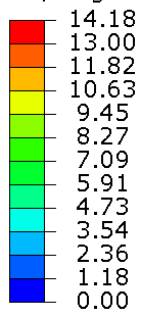


Figura 5.2.2.1.4.3: Sistema di spostamenti della Fase 4.

DAMAGET
(Avg: 75%)

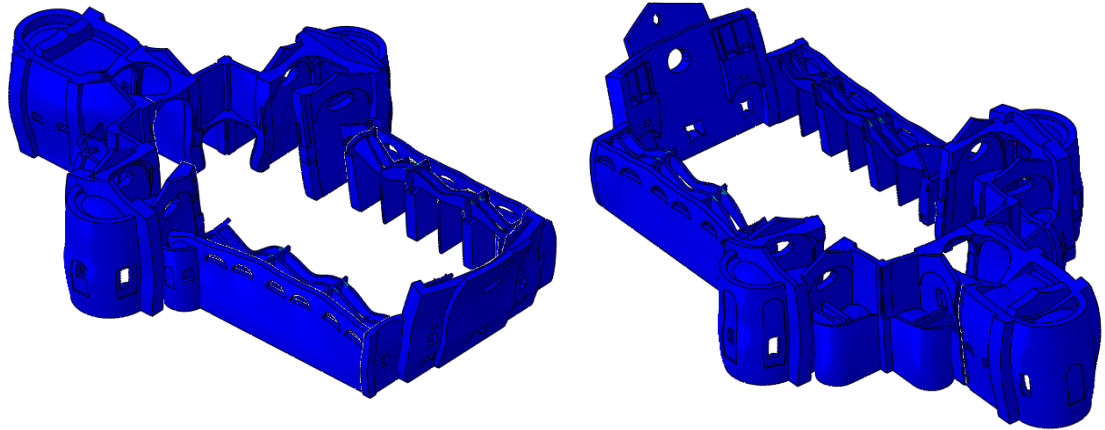
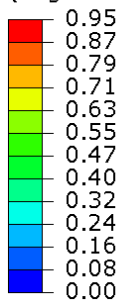


Figura 5.2.2.1.4.4: Danno della Fase 4.

Il danno nella struttura risulta trascurabile. Tensioni e deformazioni risultano coerenti.

5.2.2.1.5. Fase 5: Edificazione navata centrale

Si illustrano i risultati per la Fase 5.

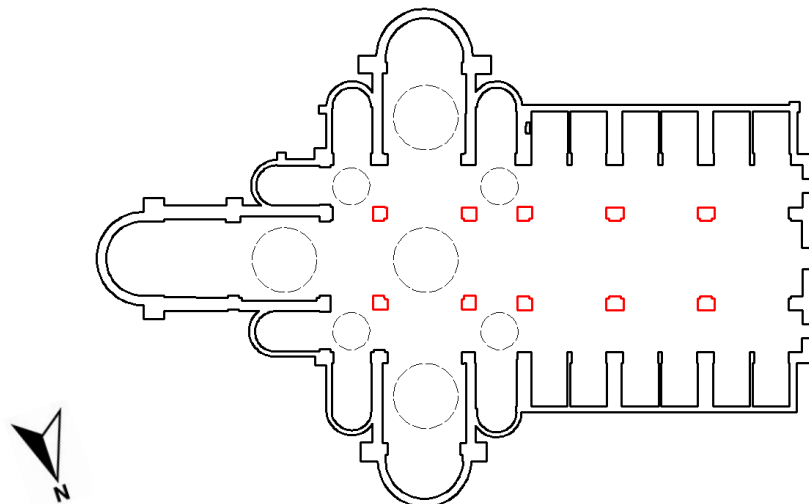


Figura 5.2.2.1.5.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

S, Mises
(Avg: 75%)

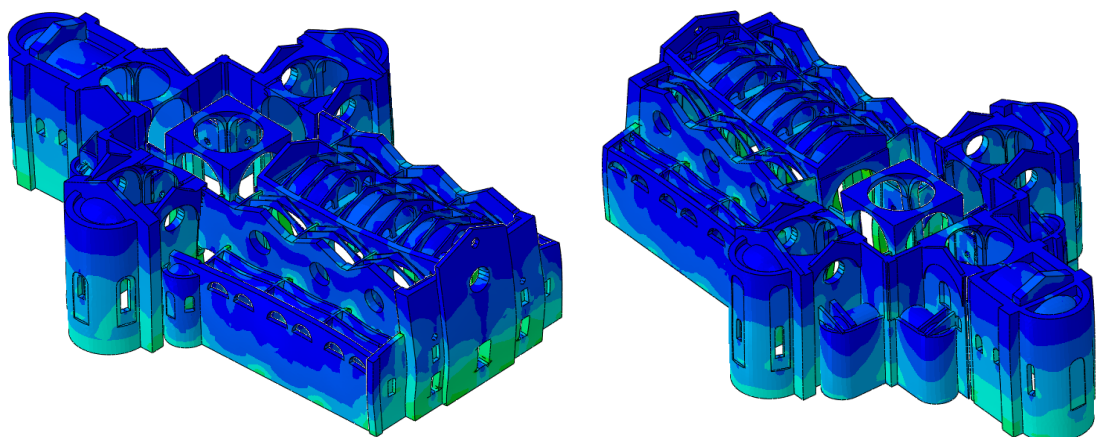
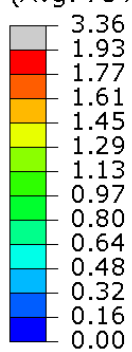


Figura 5.2.2.1.5.2: Sistema di tensioni della Fase 5.

UT, Magnitude

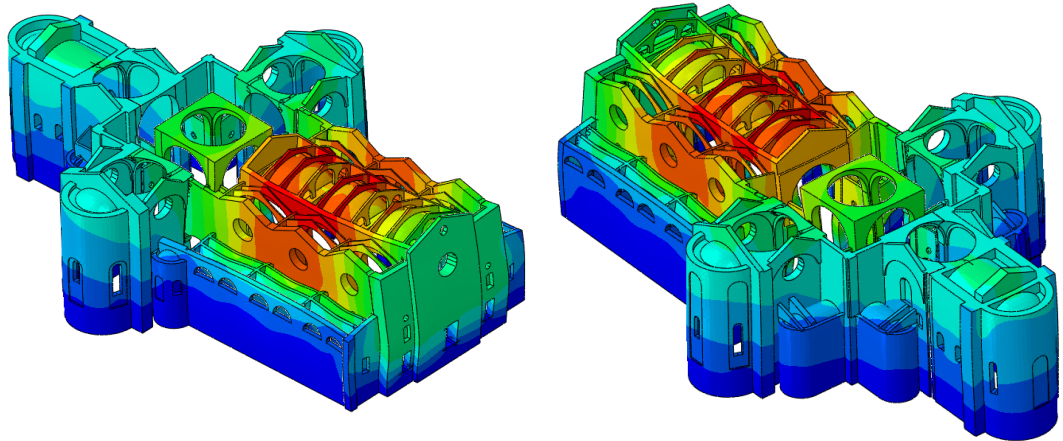
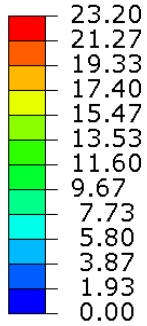


Figura 5.2.2.1.5.3: Sistema di spostamenti della Fase 5.

DAMAGET
(Avg: 75%)

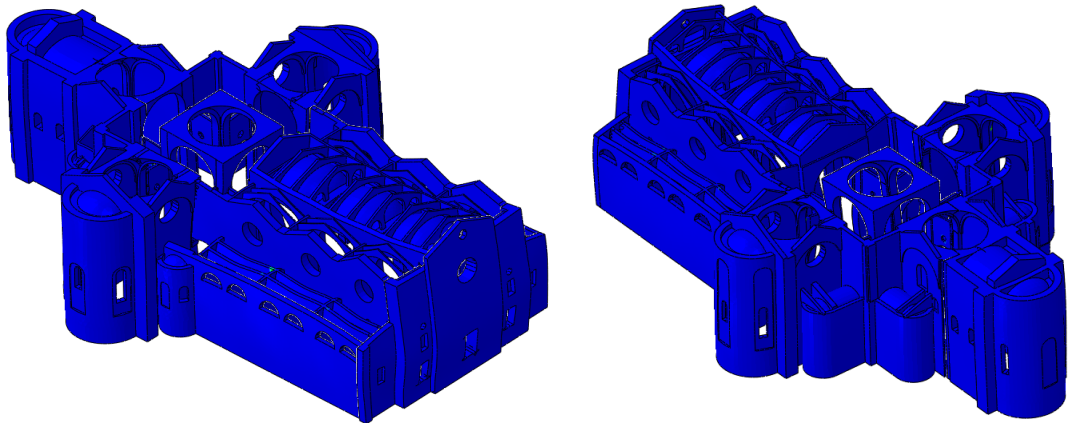
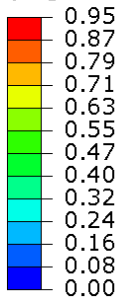


Figura 5.2.2.1.5.4: Danno della Fase 5.

Anche nella fase 5 il danno risulta trascurabile. Si presti attenzione però alla deformata della struttura: come si può notare dalla Figura 5.2.2.1.5.3, si ha uno spostamento maggiore al centro della navata. Tale deformata è giustificata dal fatto che la navata sorregge un'area della copertura molto maggiore rispetto alle murature perimetrali, questo fa sì che gli spostamenti, soprattutto i verticali, siano maggiori. La navata però è sorretta da pilastri di dimensioni molto esigue, se comparate con le murature perimetrali, la rigidità maggiore comporta una deformazione maggiore, quindi la deformata verso l'interno, visibile in Figura 5.2.2.1.5.3, risulta coerente con il sistema di carichi applicati.

5.2.2.1.6. Fase 6: Edificazione volte e cilindri maggiori

Si illustrano i risultati per la Fase 6.

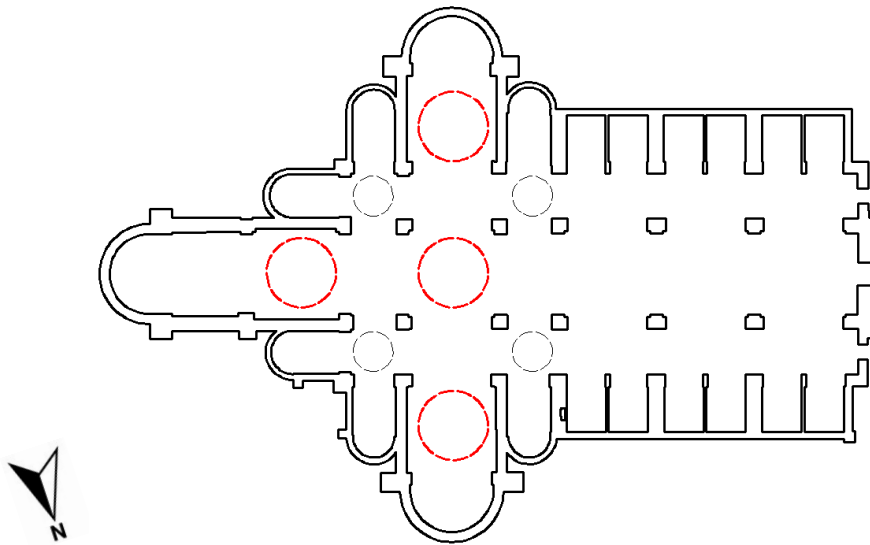


Figura 5.2.2.1.6.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

S, Mises
(Avg: 75%)

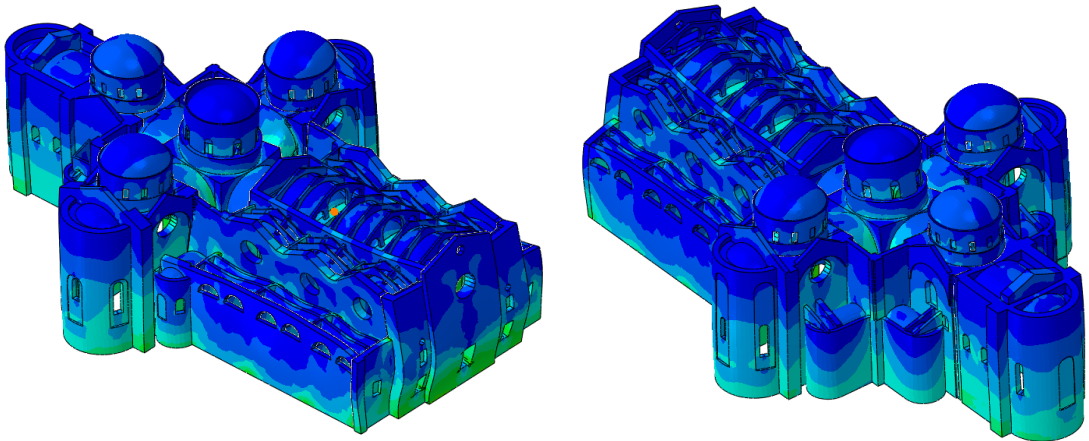
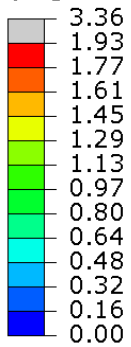


Figura 5.2.2.1.6.2: Sistema di tensioni della Fase 6.

UT, Magnitude

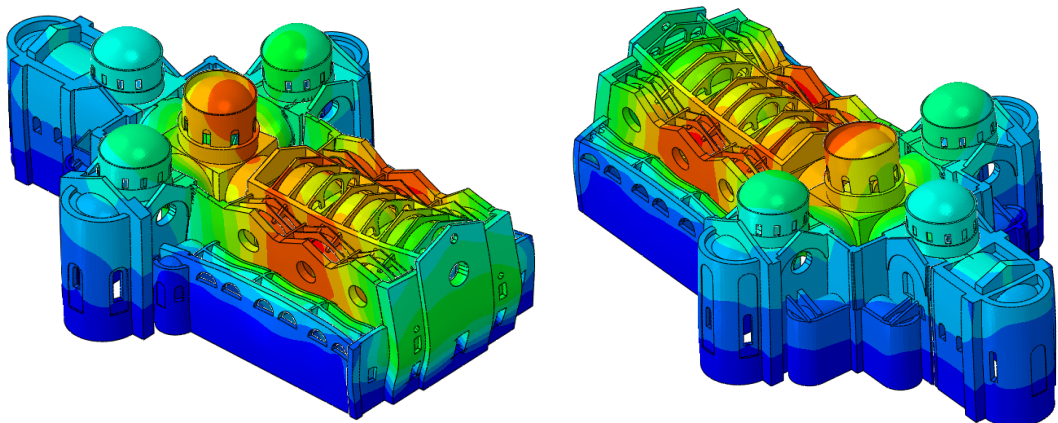
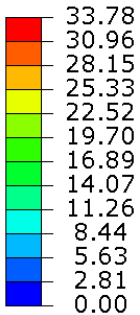


Figura 5.2.2.1.6.3: Sistema di spostamenti della Fase 6.

DAMAGET
(Avg: 75%)

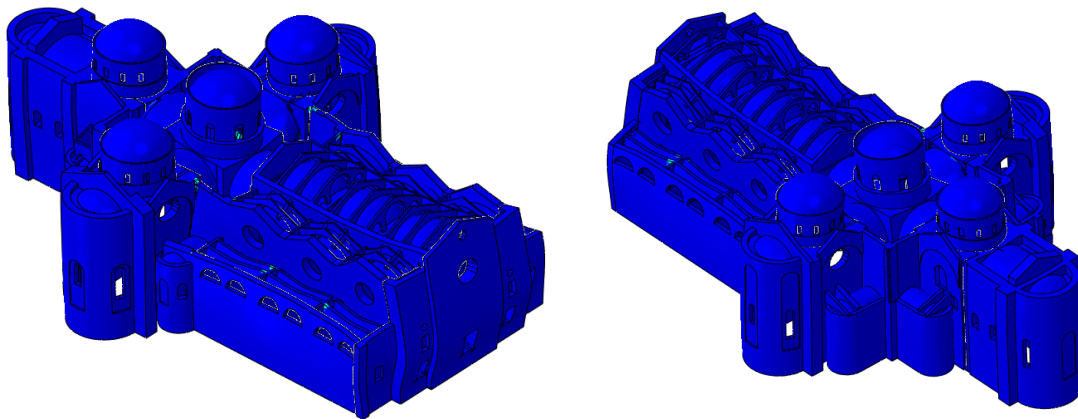
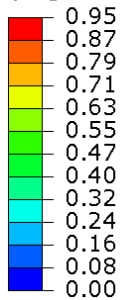


Figura 5.2.2.1.6.4: Danno della Fase 6.

5.2.2.1.7. Fase 7: Edificazione cilindri minori e copertura

Si illustrano i risultati per la Fase 7.

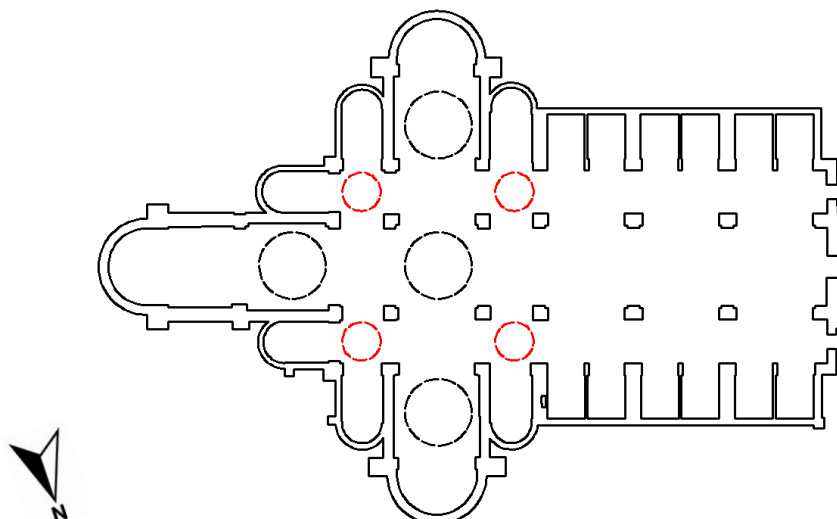


Figura 5.2.2.1.7.1: Pianta della struttura. In rosso l'elemento inserito in questa fase.

S, Mises
(Avg: 75%)

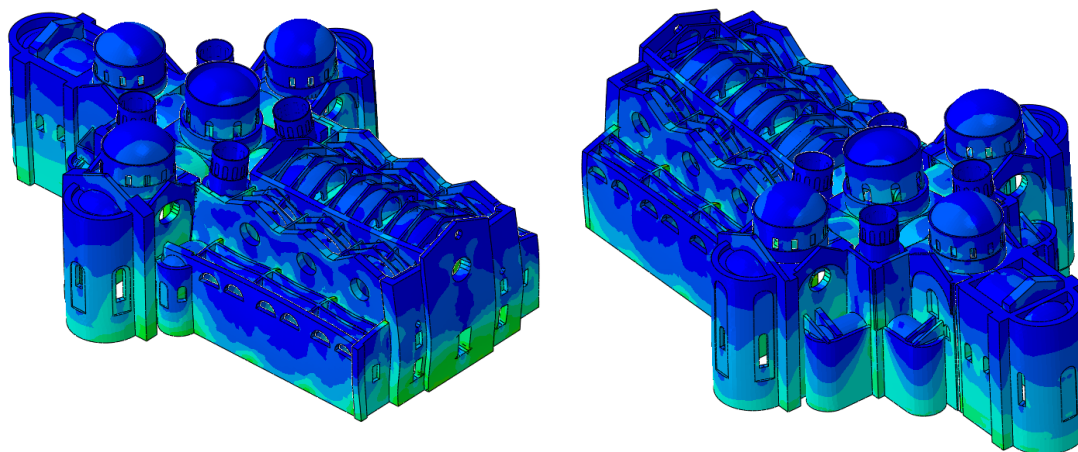
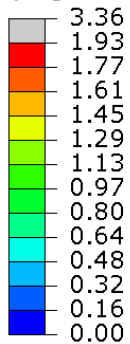


Figura 5.2.2.1.7.2: Sistema di tensioni della Fase 7.

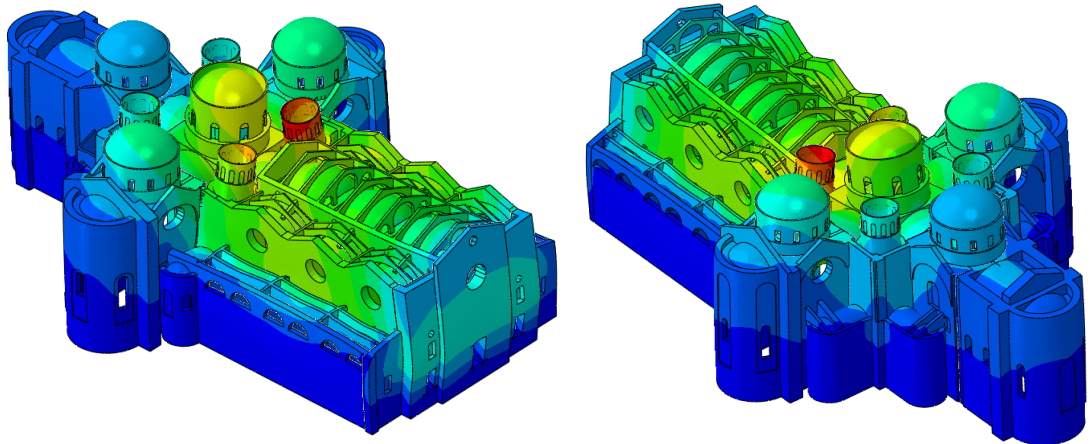
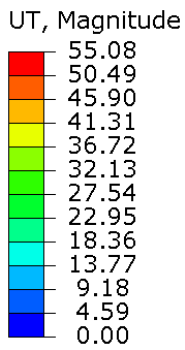


Figura 5.2.2.1.7.3: Sistema di spostamenti della Fase 7.

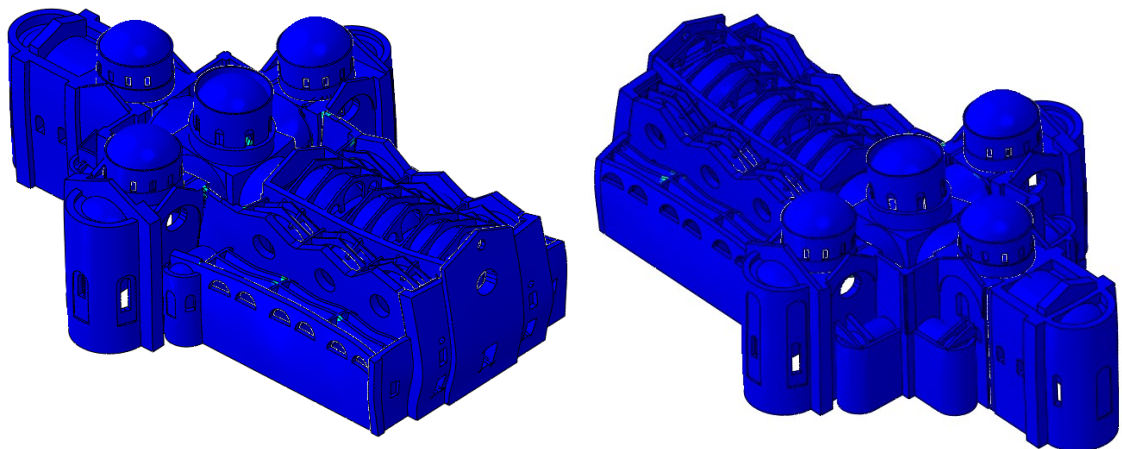
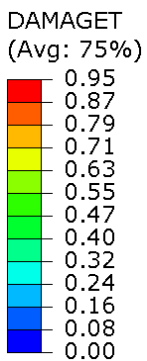


Figura 5.2.2.1.7.4: Danno della Fase 7.

Dalla Figura 5.2.2.1.7.3 si nota che i cilindri maggiori presentano uno spostamento verso l'interno. Tale spostamento è giustificato dalle stesse cause già trattate nel paragrafo §5.2.2.1.5. Si noti però che i cilindri minori ad est presentano spostamenti minori. Questo è giustificato dal fatto che quest'ultimi scaricano il peso per due lati su una struttura ad arco, mentre negli altri due sulle murature perimetrali, molto rigide. I due cilindri minori a ovest scaricano il peso in tre lati su strutture ad arco, di conseguenza la minore rigidità comporta spostamenti maggiori.

5.2.2.2. Risultati campanile

Si illustrano i risultati ottenuti al termine dell'applicazione dei carichi statici.

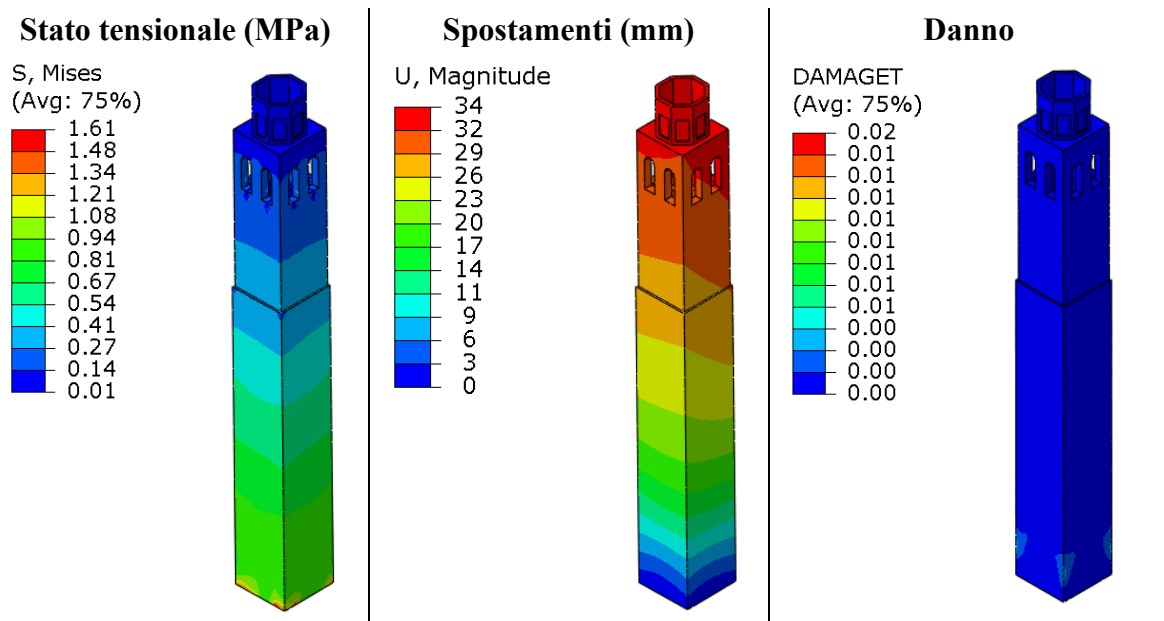


Figura 5.2.2.2.1: Distribuzione delle tensioni secondo la combinazione di Von Mises (a sinistra), spostamenti (al centro) e distribuzione del danno a trazione (a destra).

Il danno nella struttura inizia a propagarsi all'uscita della fase elastica del materiale. Come mostrato in Figura 5.2.2.2.1, si ha un'uscita dalla fase elastica in un'area molto isolata della struttura. Il danno presenta un valore massimo pari a $d_t=0,016$, il quale si traduce in una riduzione del modulo elastico del materiale del 1,6% rispetto al modulo elastico del materiale integro. Il danno si presenta alla base, dove le tensioni sono maggiori e, in prossimità degli spigoli della struttura, dove si creano necessariamente instabilità numeriche. Il danno in generale non è assolutamente esteso e non genera quindi nessun tipo di calo di resistenza significativo.

Data la simmetria della struttura, la soluzione è pressoché identica nelle altre facce della torre.

Lo spostamento verticale massimo è di 5mm e corrisponde ad un allungamento pari al $8,1 \cdot 10^{-8}$.

La struttura, complessivamente, non presenta danni o cali di resistenza significativi, se applicata la sola forza di gravità.

5.3. ANALISI ALLE FREQUENZE NATURALI

L'analisi successivamente posta in atto è l'analisi alle frequenze naturali.

Scopo di tale analisi è ottenere i modi di vibrare principali della struttura, ai fini di comprendere quali saranno le deformate qualitative della stessa.

Durante lo svolgimento di tale analisi non verranno considerate le fasi costruttive, in quanto l'analisi simica della struttura verrà effettuata sull'intero edificio. Studiare quindi i vari modi di vibrare delle le varie fasi della struttura risulta un procedimento superfluo.

5.3.1. Step di analisi

L'analisi alle frequenze naturali è in funzione delle sole matrici di massa, rigidità e smorzamento, non dei carichi esterni applicati, quindi non sono necessari input dagli step precedenti.

Per il calcolo delle frequenze naturali si utilizza il solutore sotto la voce "Linear perturbation" e successivamente si sceglie il solutore "Frequency". I parametri utilizzati sono quelli di default.

Gli autovalori ed i relativi autovettori vengono calcolati secondo il modo di Lanczos (metodo di default di Abaqus[®]), in quanto risulta essere, in generale, il metodo migliore (SIMULIA, 2021). Per la torre campanaria è stato invece utilizzato il modo Subspace.

Si è deciso però di limitare il numero di frequenze da estrarre, in quanto, dato l'elevato numero di nodi, l'analisi avrebbe potuto prolungarsi per un periodo temporale non indifferente. Inoltre, gli autovalori successivi, si presume, muoveranno una quantità di massa minore. Per tali motivi, si è deciso di limitare il numero di modi di vibrare a cinquanta, senza fornire nessun tipo di limitazione superiore o inferiore, per quanto riguarda il valore delle frequenze di vibrazione.

5.3.2. Risultati analisi alle frequenze naturali

Si illustrino ora le frequenze di vibrazioni ottenute, con le relative percentuali di massa eccitata.

Si ritiene opportuno specificare che la procedura alle frequenze naturali non fornisce risultati sensati dal punto di vista fisico, ma fornisce solamente le deformate qualitative della struttura. Le tensioni e gli spostamenti vengono comunque calcolati dal software, sebbene non rappresentino i valori corretti dal punto di vista meccanico.

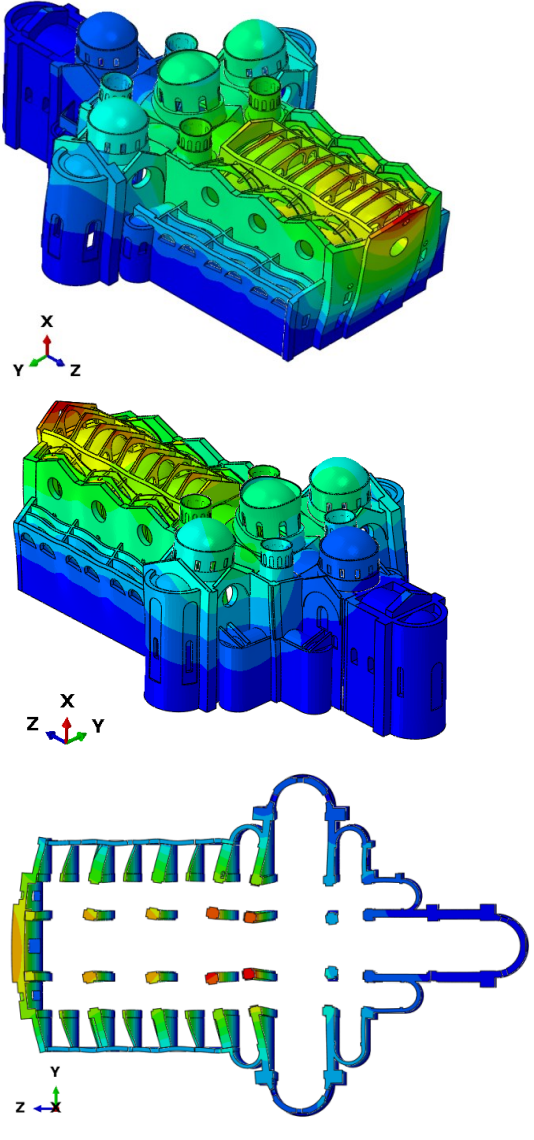
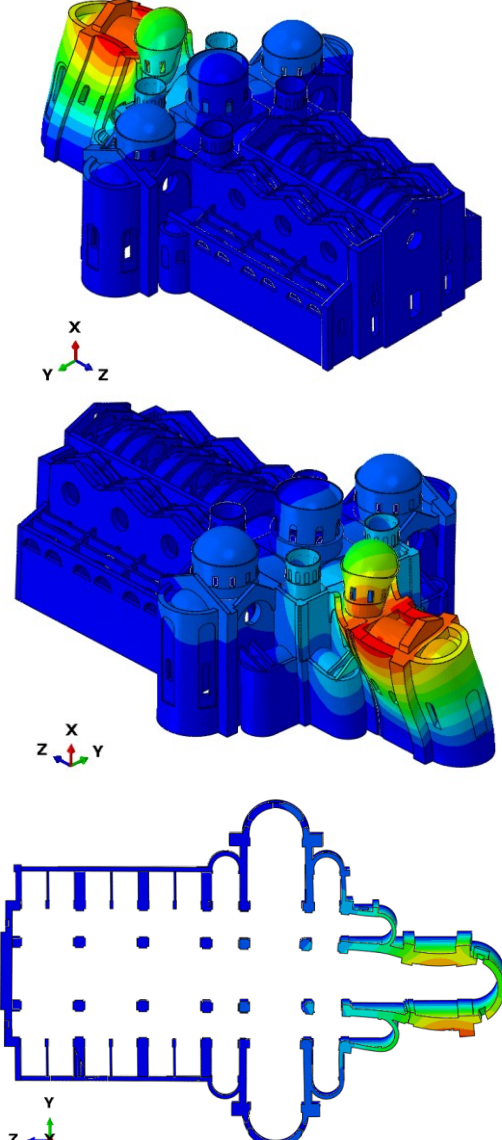
Si eseguono alcune considerazioni iniziali: per la struttura abbazia ci si aspettano modi di vibrare principalmente traslazionali, così come per la torre campanaria. I moti torsionali non saranno certamente significativi nella struttura del campanile, in quanto risulta essere simmetrico, perciò l'eccentricità tra il centro di massa e delle rigidità sarà molto ridotta, non creando quindi rotazioni torsionali significative.

Anche la struttura dell'abbazia presenta una buona simmetria lungo la direzione est-ovest. I moti torsionali quindi potrebbero essere presenti ma si presume muovano masse esigue.

La convenzione utilizzata presenta X come direzione verticale, Y direzione nord-sud e Z direzione est-ovest.

5.3.2.1. Risultati abbazia

Si riassumono ora i principali periodi di vibrazione ricavati e le relative masse mosse nelle tre dimensioni. Si riportano i quattro modi principali di vibrare. Le viste utilizzate sono due assonometriche in direzione NE-SO e una sezione orizzontale posta a 13,50m dalla base dell'abbazia.

Modo 1	Modo 2
	
$T=0,670 \text{ s}$	$T=0,616 \text{ s}$
$M_x=0,03\%$	$M_x=0,00\%$
$M_y=0,01\%$	$M_y=21,19\%$
$M_z=52,70\%$	$M_z=0,00\%$

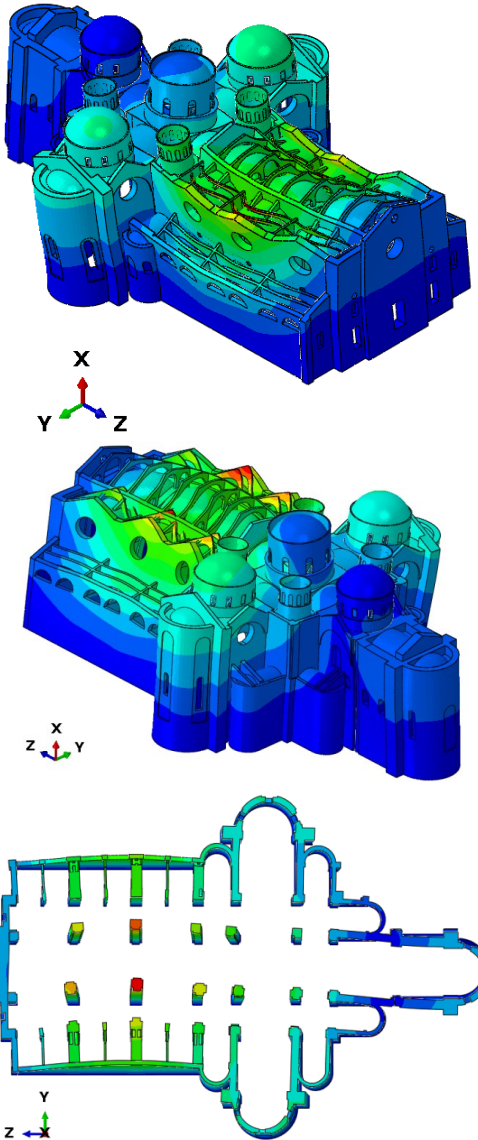
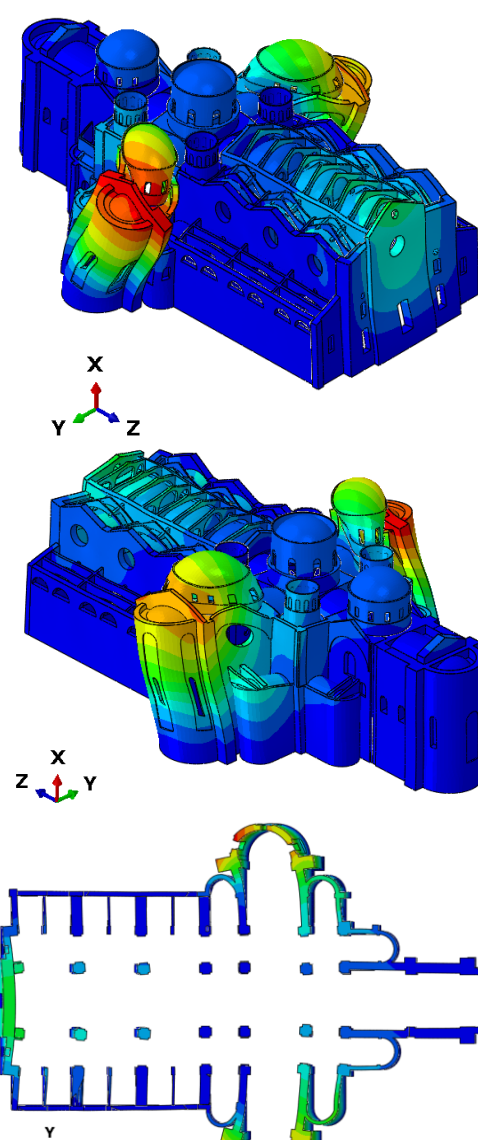
Modo 3	Modo 5
	
$T=0,505 \text{ s}$	$T=0,455 \text{ s}$
$M_x=0,00\%$ $M_y=39,54\%$ $M_z=0,01\%$	$M_x=0,00\%$ $M_y=0,01\%$ $M_z=7,70\%$

Tabella 5.3.2.1.1: Deformate qualitative, periodi di vibrazione e percentuale di massa eccitata dei principali modi di vibrare dell'abbazia.

Si illustrano ora alcuni modi di vibrare secondari, eccitanti una quantità di massa molto esigua, ma rappresentanti dei modi potenzialmente non trascurabili.

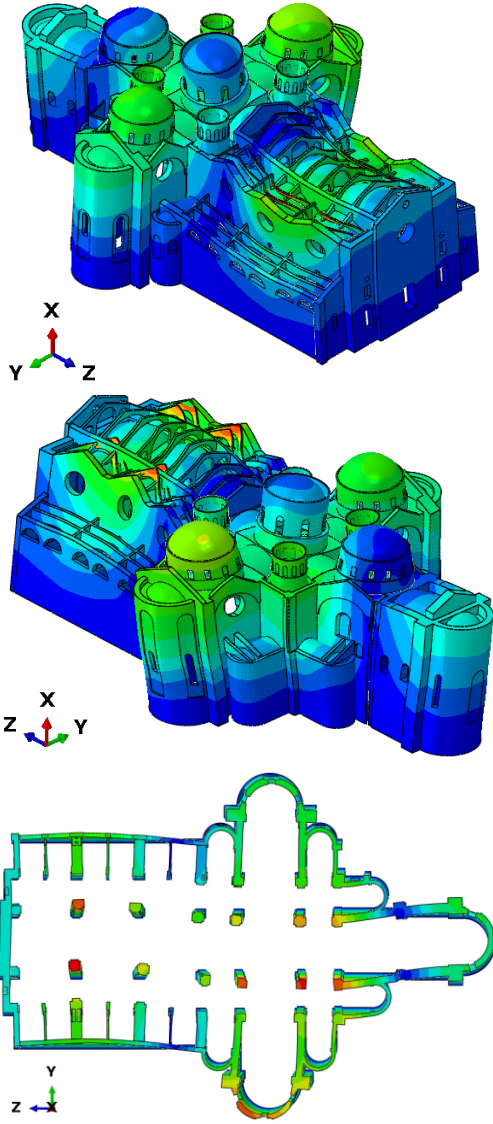
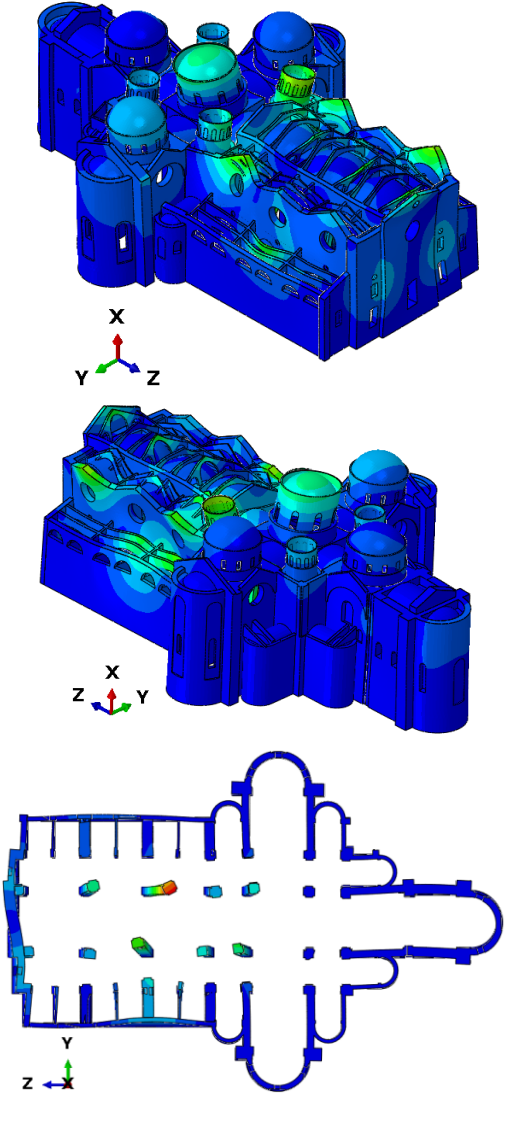
Modo 6	Modo 46
	
<p>$T=0,446\text{ s}$</p>	<p>$T=0,243\text{ s}$</p>
<p>$M_x=0,00\%$ $M_y=1,77\%$ $M_z=0,11\%$</p>	<p>$M_x=0,17\%$ $M_y=0,51\%$ $M_z=0,06\%$</p>

Tabella 5.3.2.1.2: Deformate qualitative, periodi di vibrazione e percentuale di massa eccitata dei modi di vibrare secondari dell'abbazia.

Nel successivo Figura 5.3.2.1.1 viene mostrata la distribuzione delle masse eccitate in funzione dei vari periodi di vibrazione.

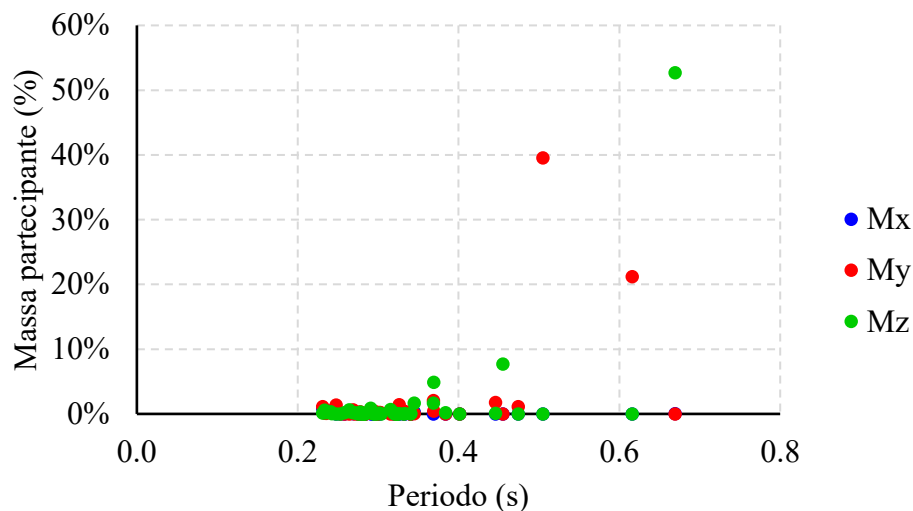


Figura 5.3.2.1.1: Distribuzione delle masse partecipanti in funzione del periodo di vibrazione.

Il primo modo di vibrare ($T=0,670s$) è principalmente traslazionale in senso longitudinale. Il modo fondamentale può creare cinematismi, quali il ribaltamento della facciata (semplice o composto) e/o del timpano in sommità.

Il secondo modo ($T=0,616s$) rappresenta una traslazione trasversale della zona del presbiterio e coro. Questo modo può generare cinematismi di collasso della volta a botte, attraverso l'apertura di tre cerniere plastiche.

Il terzo modo ($T=0,505s$) crea una traslazione trasversale delle masse nella zona della navata centrale. Questo modo può generare cinematismi, quale ribaltamento della parete della navata.

Il quinto modo ($0,455s$) presenta la traslazione delle absidi laterali in senso longitudinale della struttura. Il possibile cinematismo è il ribaltamento dell'abside.

I modi di vibrare secondari della struttura, soprattutto il modo 6, presentano una percentuale di massa eccitata che è prossima allo zero. Come si può notare dalle deformate in Tabella 5.3.2.1.2, gli spostamenti interessano una porzione importante della struttura, ma la quantità di massa che si muove nel verso positivo è circa equivalente alla massa che si muove in verso negativo. Tale comportamento implica che la massa complessiva mossa sia pressoché nulla, ma la realtà dei fatti è che si ha una grande quantità di massa mossa in versi opposti e in quantità simili. Tali modi di vibrare possono essere influenti, se si considera solo la percentuale di massa mossa, ma possono fornire risultati tutt'altro che trascurabili. Il modo 46 muove una quantità di massa esigua, ma comunque rappresenta un modo di vibrare locale dei cilindri sorreggenti le cupole e dei timpani della navata. Questi modi muovono poca massa, ma rappresentano possibili meccanismi locali potenzialmente pericolosi. Anche in questo caso la massa mossa non è molta, ma gli effetti che il modo può generare potrebbero non essere assolutamente trascurabili.

5.3.2.2. Risultati campanile

Si riassumono ora i principali modi di vibrare con i relativi periodi di vibrazione e percentuali di masse mosse nelle tre dimensioni. Si riportano i cinque modi eccitanti la massa maggiore.

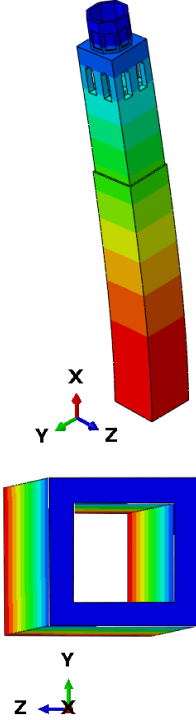
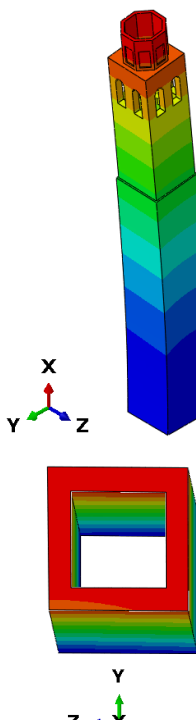
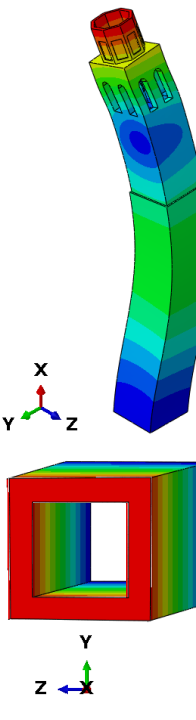
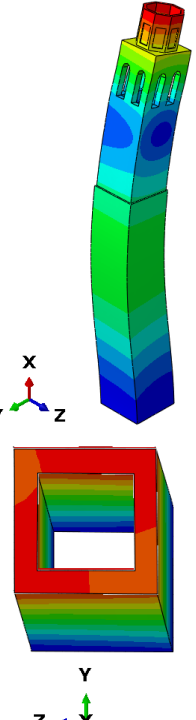
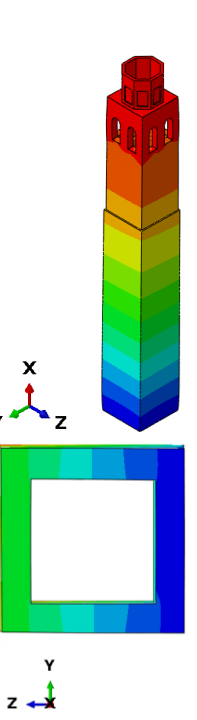
Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4	Modo 6
				
T=2,522 s	T=2,503 s	T=0,519 s	T=0,513 s	T=0,239 s
M _x =0,00% M _y =2,73% M _z =56,26%	M _x =0,00% M _y =56,29% M _z =2,73%	M _x =0,00% M _y =1,48% M _z =18,84%	M _x =0,00% M _y =18,83% M _z =1,47%	M _x =80,24% M _y =0,00% M _z =0,00%

Figura 5.3.2.2.1: Deformate qualitative, periodi di vibrazione e percentuale di massa mossa della torre campanaria.

Nella Figura 5.3.2.2.2 viene mostrata la distribuzione delle masse eccitate in funzione dei vari periodi di vibrazione.

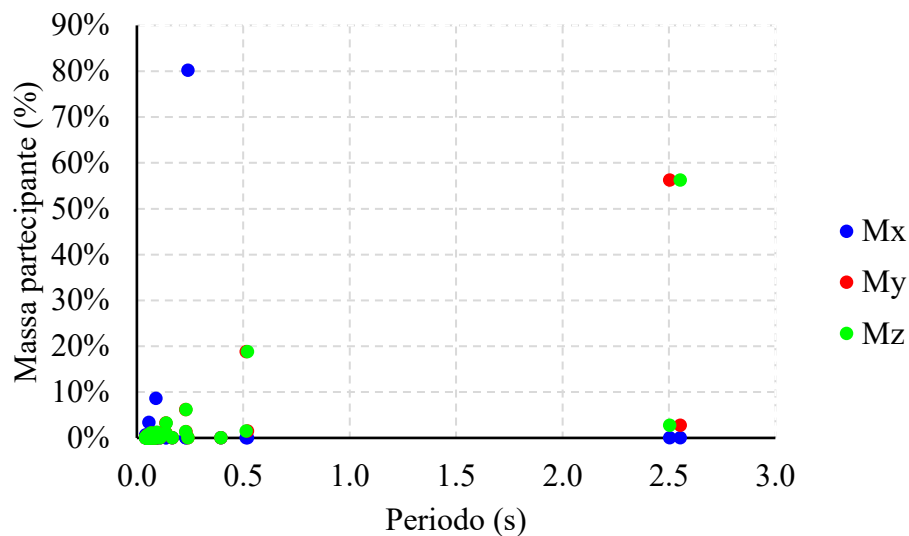


Figura 5.3.2.2.2: Distribuzione delle masse partecipanti in funzione del periodo di vibrazione.

I modi successivi muovono una massa molto esigua e in quanto tali non si ritengono significativi. Come si può notare dalla Figura 5.3.2.2.1 i modi di vibrare principalmente orizzontali presentano periodi e masse eccitate molto simili tra loro. Questo comportamento è giustificato dal fatto che la torre campanaria è doppiamente simmetrica rispetto alle due direzioni orizzontali, quindi le deformate che si creano in una direzione ci si aspetta siano uguali nella direzione ortogonale. Non c'è perfetta coincidenza nelle due direzioni, in quanto la mesh non è perfettamente simmetrica, quindi le masse saranno distribuite in modo leggermente asimmetrico.

I modi di vibrare sono prevalentemente traslazionali. I primi due modi rappresentano i modi fondamentali di vibrazione, i modi 3 e 4 sono comunque traslazionali, ma muovono una quantità di massa minore. Il modo 6 invece presenta una quantità di massa verticale eccitata non indifferente. Gli accelerogrammi solitamente non presentano componenti di accelerazione verticale elevate, se comparate con l'orizzontale, quindi, tale modo, seppur ecciti una quantità di massa elevata, potrebbe non creare forze inerziali elevate a causa della bassa accelerazione verticale.

Si noti che il valore del periodo fondamentale è molto elevato. Questo fattore era aspettato in quanto la struttura è molto alta. Generalmente, un edificio vede aumentare il proprio periodo di vibrazione all'aumentare dell'altezza della struttura.

5.4. ANALISI CINEMATICA LINEARE

Si svolge ora un'analisi cinematica lineare ai fini di ottenere un ordine di grandezza circa l'accelerazione di attivazione dei principali cinematismi locali di collasso della struttura. L'analisi cinematica lineare si basa sul valutare il moltiplicatore di carico e l'accelerazione necessaria ad innescare i cinematismi che causano il collasso della struttura.

L'analisi che si andrà ad eseguire risulta essere conservativa e quindi a favore di sicurezza, in quanto non si tiene conto, ad esempio, della resistenza a trazione del materiale. Inoltre, dovranno essere valutati in modo approssimativo: il grado di ammortamento tra pareti, la tessitura muraria e la posizione delle cerniere. Questo approccio risulta semplificato e, in quanto tale, a favore di sicurezza.

In questa sede non verranno eseguite verifiche cinematiche globali, ma saranno sviluppati alcuni cinematismi locali principali degli edifici di culto, già elencati in Figura 2.1.9, Figura 2.1.10 e Figura 2.1.11 al capitolo §2.1.

Il processo utilizzato per il calcolo del moltiplicatore di carico è quello fornito dalla Circolare 2019 delle NTC2018, al paragrafo C8.7.1.2.1.1, formula [C8.7.1.1].

$$\alpha_0 = \frac{\sum_{k=1}^N P_k \delta_{Py,k} - \sum_{k=1}^m F_k \delta_{F,k} + L_i}{\sum_{k=1}^N (P_k + Q_k) \delta_{PQx,k}}$$

Dove:

- α_0 è una stima per eccesso del moltiplicatore di collasso statico necessario per innescare il meccanismo di collasso;
- N è il numero dei blocchi di cui è costituita la catena cinematica;
- m è il numero di forze esterne, assunte indipendenti dall'azione sismica, applicate ai diversi blocchi;
- P_k è la risultante delle forze peso applicate al k -esimo blocco (peso proprio del blocco, applicato nel suo baricentro, sommato agli altri pesi portati);
- Q_k è la risultante delle forze peso non gravanti sul k -esimo blocco ma la cui massa genera su di esso una forza sismica orizzontale, in quanto non efficacemente trasmessa ad altre parti dell'edificio;
- F_k è la generica forza esterna applicata ad uno dei blocchi; tali forze possono favorire l'attivazione del meccanismo (ad es. spinte di volte) o ostacolarlo (ad es. archi di contrasto, ovvero forze attrittive che si sviluppano in presenza di parti della costruzione non coinvolte nel meccanismo);
- $\delta_{Py,k}$ è lo spostamento virtuale verticale del baricentro delle forze peso proprie e portate P_k , agenti sul k -esimo blocco, assunto positivo se verso l'alto;
- $\delta_{F,k}$ è lo spostamento virtuale del punto d'applicazione della forza esterna F_k , proiettato nella direzione della stessa (di segno positivo o negativo a seconda che questa favorisca o contrasti il meccanismo);
- $\delta_{PQx,k}$ è lo spostamento virtuale orizzontale del baricentro delle forze orizzontali $\alpha(P_k+Q_k)$ agenti sul k -esimo blocco, assumendo come verso positivo quello dell'azione sismica che attiva il meccanismo;

- L_i e il lavoro totale di eventuali forze interne (allungamento di una catena; scorrimento con attrito in presenza di ammorsamento tra i blocchi del meccanismo, dovuto a moti relativi traslazionali o torsionali; deformazione nel piano di solai o coperture collegate ma non rigide).

L'approccio definito dalla normativa si basa sull'applicazione del Teorema dei Lavori Virtuali, valutando il minimo moltiplicatore da applicare ai carichi per generare instabilità.

Una volta valutato il moltiplicatore di collasso, è necessario definire i parametri dell'oscillatore equivalente ad un grado di libertà al fine di valutare l'accelerazione necessaria per innescare il meccanismo (Milani, 2016).

$$M^* = \frac{(\sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i})^2}{g \sum_{i=1}^{n+m} P_i \delta_{x,i}^2}$$

$$e^* = \frac{g M^*}{\sum_{i=1}^{n+m} P_i}$$

$$\alpha_0^* = \frac{\alpha_0 g}{e^* F C}$$

Dove:

- M^* è la massa partecipante;
- e^* è la frazione della massa partecipante;
- α_0^* accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo.

Per fornire un giudizio di verifica, è necessario confrontare l'accelerazione dell'oscillatore a 1 gdl con il limite fornito dalla norma. La Circolare del 2009 delle NTC 2008 fornisce le formule (C8A.4.9) e (C8A.4.10) per la verifica. Le verifiche verranno condotte in funzione del fatto che il meccanismo interessi una parte di struttura che si trovi al livello della fondazione o in quota. Se la disequazione risulta vera, allora la verifica è soddisfatta.

Cinematismo a livello fondazione	Cinematismo in quota
$\alpha_0^* \geq \frac{\alpha_g S}{q}$	$\alpha_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \Psi(Z) \gamma}{q}$

Tabella 5.4.1: Disequazioni di verifica dei cinematismi.

Dove:

a_g è l'accelerazione orizzontale massima;

$S = S_S \cdot S_T$ dove S_S e S_T possono essere ricavati dalla Tab. 3.2.IV e Tab. 3.2.V delle NTC2018;

$S_e(T_1)$ è il valore di accelerazione al periodo fondamentale di vibrazione nello spettro elastico;

Ψ è la prima forma modale normalizzata alla struttura;

γ è il coefficiente di partecipazione modale del primo modo;

q è il fattore di comportamento della struttura.

Il fattore Ψ può essere approssimato al valore Z/H , dove Z è l'altezza, rispetto alla fondazione dell'edificio, del baricentro delle linee di vincolo tra i blocchi interessati dal meccanismo ed il resto

della struttura. Il fattore γ invece può essere approssimato come $3N/(2N+1)$, dove N è il numero di piani della struttura, come definito al paragrafo §C8A.4.2.3 della Circolare 2009 delle NTC2008.

5.4.1. Definizione dei parametri sismici

Si definisce la Vita Nominale della struttura. Secondo le NTC2018 al capitolo §2.4.1, Tab. 2.4.I vengono definiti i valori minimi della Vita Nominale V_N di progetto per i diversi tipi di costruzioni.

TIPI DI COSTRUZIONI		Valori minimi di V_N (anni)
1	Costruzioni temporanee e provvisorie	10
2	Costruzioni con livelli di prestazioni ordinari	50
3	Costruzioni con livelli di prestazioni elevati	100

Figura 5.4.1.1: Estratto Tab. 2.4.I delle NTC2018.

L'opera oggetto di studio non risulta essere una costruzione temporanea o una costruzione con livelli di prestazioni elevati, in quanto le costruzioni che appartengono a quest'ultima categoria sono strutture di riferimento in caso di calamità, quali: caserme, ospedali, ponti ecc. Di conseguenza, l'opera viene associata appartenente a Costruzioni con livelli di prestazioni ordinari, si considera pertanto una $V_N=50$ anni.

Si valuti ora la Classe d'uso C_U necessaria per definire il Periodo di riferimento V_R , il quale secondo la formulazione [2.4.1] delle NTC2018, vale:

$$V_R = C_U \times V_N \quad [2.4.1]$$

Si riporta la suddivisione delle strutture secondo le NTC2018 al paragrafo §2.4.2.:

- *Classe I: Costruzioni con presenza solo occasionale di persone, edifici agricoli;*
- *Classe II: Costruzioni il cui uso preveda normali affollamenti, senza contenuti pericolosi per l'ambiente e senza funzioni pubbliche e sociali essenziali. Industrie con attività non pericolose per l'ambiente. Ponti, opere infrastrutturali, reti viarie non ricadenti in Classe d'uso III o in Classe d'uso IV, reti ferroviarie la cui interruzione non provochi situazioni di emergenza. Dighe il cui collasso non provochi conseguenze rilevanti;*
- *Classe III: Costruzioni il cui uso preveda affollamenti significativi. Industrie con attività pericolose per l'ambiente. Reti viarie extraurbane non ricadenti in Classe d'uso IV. Ponti e reti ferroviarie la cui interruzione provochi situazioni di emergenza. Dighe rilevanti per le conseguenze di un loro eventuale collasso;*
- *Classe IV: Costruzioni con funzioni pubbliche o strategiche importanti, anche con riferimento alla gestione della protezione civile in caso di calamità. Industrie con attività particolarmente pericolose per l'ambiente. Reti viarie di tipo A o B, di cui al DM 5/11/2001, n. 6792, "Norme funzionali e geometriche per la costruzione delle strade", e di tipo C quando appartenenti ad itinerari di collegamento tra capoluoghi di provincia non altresì*

serviti da strade di tipo A o B. Ponti e reti ferroviarie di importanza critica per il mantenimento delle vie di comunicazione, particolarmente dopo un evento sismico. Dighe connesse al funzionamento di acquedotti e a impianti di produzione di energia elettrica.

L'opera in questione risulta appartenere alla *Classe II*. Alla *Classe II* viene associato un valore C_U consultabile in Tab. 2.4.II.

CLASSE D'USO	I	II	III	IV
COEFFICIENTE C_U	0,7	1,0	1,5	2,0

Figura 5.4.1.2: Estratto della Tab. 2.4.II delle NTC2018.

Il C_U sarà considerato pari a $C_U=1$. Si ottiene quindi un Periodo di riferimento pari a:

$$V_R=C_U \times V_N=1 \times 50=50 \text{ anni}$$

Si definisca ora la categoria topografica e categoria di sottosuolo. Si riportano gli estratti di normativa.

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
A	<i>Ammassi rocciosi affioranti o terreni molto rigidi caratterizzati da valori di velocità delle onde di taglio superiori a 800 m/s, eventualmente comprendenti in superficie terreni di caratteristiche meccaniche più scadenti con spessore massimo pari a 3 m.</i>
B	<i>Rocce tenere e depositi di terreni a grana grossa molto addensati o terreni a grana fina molto consistenti, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 360 m/s e 800 m/s.</i>
C	<i>Depositi di terreni a grana grossa mediamente addensati o terreni a grana fina mediamente consistenti con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 180 m/s e 360 m/s.</i>
D	<i>Depositi di terreni a grana grossa scarsamente addensati o di terreni a grana fina scarsamente consistenti, con profondità del substrato superiori a 30 m, caratterizzati da un miglioramento delle proprietà meccaniche con la profondità e da valori di velocità equivalente compresi tra 100 e 180 m/s.</i>
E	<i>Terreni con caratteristiche e valori di velocità equivalente riconducibili a quelle definite per le categorie C o D, con profondità del substrato non superiore a 30 m.</i>

Figura 5.4.1.3: Estratto Tab. 3.2.II delle NTC2018.

Categoria	Caratteristiche della superficie topografica
T1	Superficie pianeggiante, pendii e rilievi isolati con inclinazione media $i \leq 15^\circ$
T2	Pendii con inclinazione media $i > 15^\circ$
T3	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $15^\circ \leq i \leq 30^\circ$
T4	Rilievi con larghezza in cresta molto minore che alla base e inclinazione media $i > 30^\circ$

Figura 5.4.1.4: Estratto Tab. 3.2.III delle NTC2018.

Si valutino ora i valori di S_s , C_c e S_T forniti dalla normativa.

Categoria sottosuolo	S_S	C_C
A	1,00	1,00
B	$1,00 \leq 1,40 - 0,40 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,20$	$1,10 \cdot (T_C^*)^{-0,20}$
C	$1,00 \leq 1,70 - 0,60 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,50$	$1,05 \cdot (T_C^*)^{-0,33}$
D	$0,90 \leq 2,40 - 1,50 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,80$	$1,25 \cdot (T_C^*)^{-0,50}$
E	$1,00 \leq 2,00 - 1,10 \cdot F_0 \cdot \frac{a_g}{g} \leq 1,60$	$1,15 \cdot (T_C^*)^{-0,40}$

Figura 5.4.1.5: Estratto Tab 3.2.IV delle NTC2018.

Categoria topografica	Ubicazione dell'opera o dell'intervento	S_T
T1	-	1,0
T2	In corrispondenza della sommità del pendio	1,2
T3	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media minore o uguale a 30°	1,2
T4	In corrispondenza della cresta di un rilievo con pendenza media maggiore di 30°	1,4

Figura 5.4.1.6: Estratto Tab 3.2.V delle NTC2018.

La struttura in questione si presenta situata in un sottosuolo di categoria C e categoria topografica T1.

Si identifica, successivamente, la posizione del sito. Si utilizzerà un fattore di comportamento pari a $q=2$, come suggerito al paragrafo §C8.7.1.2.1.7 della Circolare 2019 delle NTC2018.

Si ottengono i seguenti parametri sismici:

Parametro	Valore	
a_g	0,081	g
C_U	1	-
V_N	50	anni
V_R	50	anni
F_0	2,645	-
T_C^*	0,336	s
S_S	1,500	-
S_T	1,000	-
S	1,500	-
C_C	1,504	-
q	2	-

Tabella 5.4.1.1: Riassunto dei parametri sismici

In questa sede si è deciso di identificare il sito attraverso le coordinate, rispetto il sistema di riferimento geodetico mondiale WGS84, le quali sono pari a: latitudine 45,396603 e longitudine 11,879292, coerentemente con sistema di riferimento adottato dal software del Prof. Piero Gelfi SIMQKE_GR.

Con tali parametri si ottengono i seguenti spettri in direzione orizzontale e verticale.

Spettro elastico				Spettro di progetto			
Dir. Orizzontale		Dir. Verticale		Dir. Orizzontale		Dir. Verticale	
T (s)	S_e/g	T (s)	S_e/g	T (s)	S_a/g	T (s)	S_a/g
0,0000	0,1221	0,0000	0,0314	0,0000	0,1221	0,0000	0,0314
0,0843	0,2225	0,0250	0,0571	0,0843	0,1418	0,0250	0,0433
0,1686	0,3229	0,0500	0,0829	0,1686	0,1615	0,0500	0,0553
0,2000	0,3229	0,1000	0,0829	0,2000	0,1615	0,1000	0,0553
0,3373	0,3229	0,1500	0,0829	0,3373	0,1615	0,1500	0,0553
0,4000	0,3229	0,2000	0,0622	0,4000	0,1615	0,2000	0,0415
0,5059	0,3229	0,4000	0,0311	0,5059	0,1615	0,4000	0,0207
0,6000	0,2723	0,6000	0,0207	0,6000	0,1361	0,6000	0,0163
0,8000	0,2042	0,8000	0,0163	0,8000	0,1021	0,8000	0,0163
1,0000	0,1634	1,0000	0,0163	1,0000	0,0817	1,0000	0,0163
1,2000	0,1361	1,2000	0,0163	1,2000	0,0681	1,2000	0,0163
1,4000	0,1167	1,4000	0,0163	1,4000	0,0583	1,4000	0,0163
1,6000	0,1021	1,6000	0,0163	1,6000	0,0511	1,6000	0,0163
1,8000	0,0908	1,8000	0,0163	1,8000	0,0454	1,8000	0,0163
1,9256	0,0848	2,0000	0,0163	1,9256	0,0424	2,0000	0,0163
2,0000	0,0787	2,2000	0,0163	2,0000	0,0393	2,2000	0,0163
2,2000	0,0650	2,4000	0,0163	2,2000	0,0325	2,4000	0,0163
2,4000	0,0546	2,6000	0,0163	2,4000	0,0273	2,6000	0,0163
2,6000	0,0465	2,8000	0,0163	2,6000	0,0233	2,8000	0,0163
2,8000	0,0401	3,0000	0,0163	2,8000	0,0201	3,0000	0,0163
3,0000	0,0350	3,2000	0,0163	3,0000	0,0175	3,2000	0,0163
3,2000	0,0307	3,4000	0,0163	3,2000	0,0163	3,4000	0,0163
3,4000	0,0272	3,6000	0,0163	3,4000	0,0163	3,6000	0,0163
3,6000	0,0243	3,8000	0,0163	3,6000	0,0163	3,8000	0,0163
3,8000	0,0218	4,0000	0,0163	3,8000	0,0163	4,0000	0,0163
4,0000	0,0197	---	---	4,0000	0,0163	---	---

Tabella 5.4.1.2: Coordinate dello spettro sismico orizzontale elastico e scalato nella direzione orizzontale e verticale.

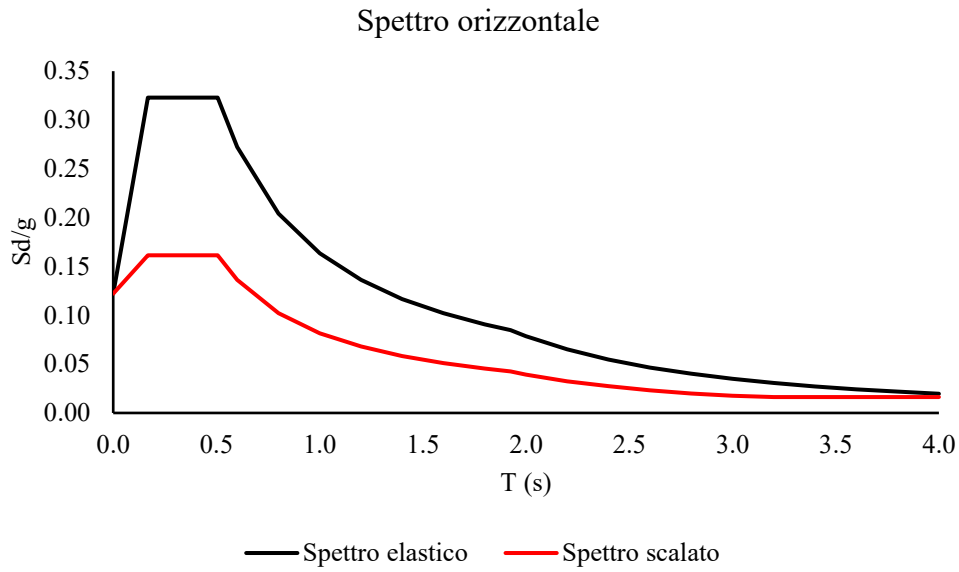


Figura 5.4.1.1: Spettro orizzontale.

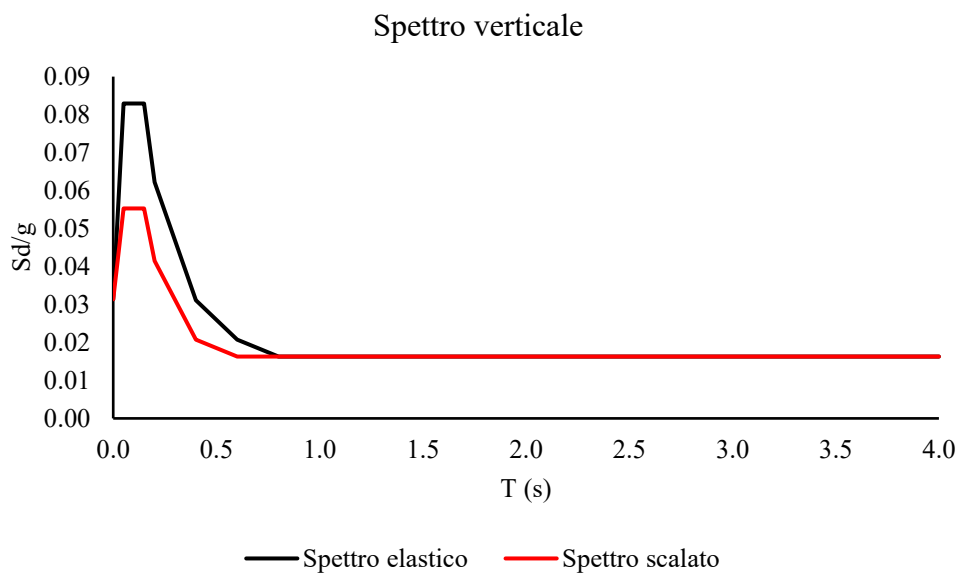


Figura 5.4.1.2: Spettro verticale.

Lo spettro verticale è stato scalato, considerando un fattore di comportamento pari a $q=1.5$, come definito dal paragrafo §7.3.1 delle NTC2018.

5.4.2. Risultati analisi cinematica

Si illustrano ora i cinematismi oggetto di studio e si valutano i relativi moltiplicatori di carico, nonché l'accelerazione necessaria per l'attivazione del meccanismo di collasso.

Dall'analisi alle frequenze naturali si sono ricavati i periodi di vibrazione dei possibili cinematismi. In questo modo, sarà possibile utilizzare i valori dell'accelerazione spettrale corretta e i periodi di vibrazioni coerenti, piuttosto che utilizzare il periodo fondamentale T_1 in tutti i cinematismi con la relativa accelerazione. Quest'ultimo procedimento sarebbe sicuramente più sbrigativo, ma potenzialmente molto a favore di sicurezza.

5.4.2.1. Ribaltamento semplice della facciata

Il ribaltamento semplice della facciata si presenta quando si ha ammassamento scarso o nullo tra la facciata e le pareti ad essa ortogonali. Questo fattore causa che tali pareti non si oppongano in nessun modo al cinematismo. Il ribaltamento si presenta come una rotazione rigida della facciata attorno alla cerniera plastica creatasi alla base a seguito di un danneggiamento.

In questo caso si ha che le murature più laterali, evidenziate in rosso in Figura 5.4.2.1.1, presentano uno spessore molto inferiore rispetto alla porzione di muratura segnata in verde. Questo comporta che in fase sismica i due corpi reagiscano in modo separato

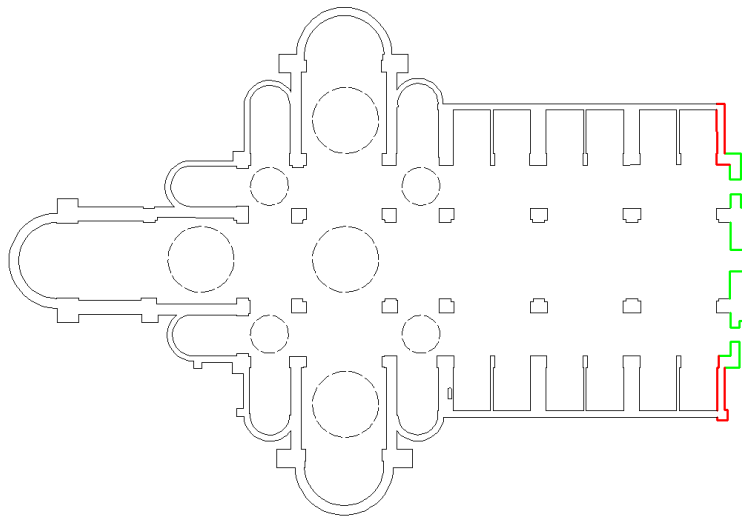


Figura 5.4.2.1.1: Pianta della struttura. In rosso gli elementi non contribuenti al cinematismo, in verde gli elementi contribuenti.

Si illustrino ora i risultati ottenuti sfruttando la simmetria della struttura.

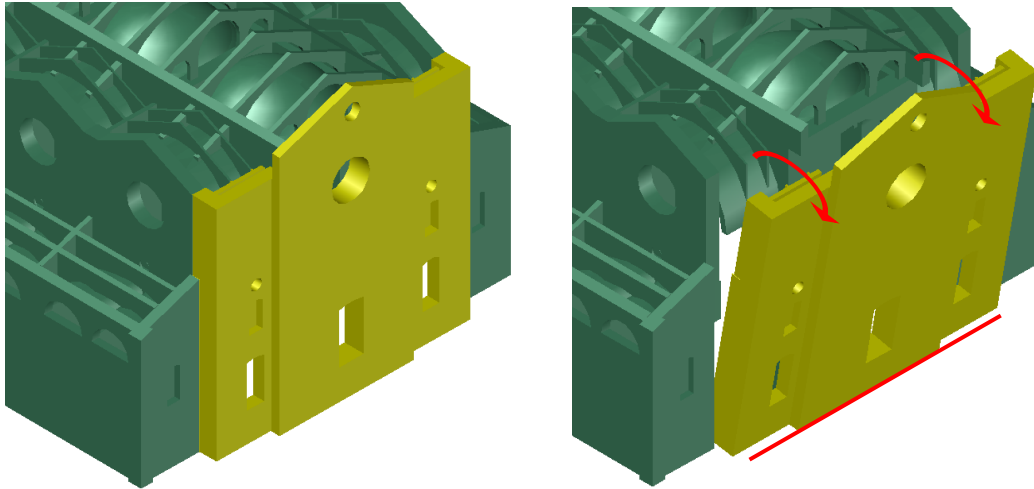


Figura 5.4.2.1.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa.

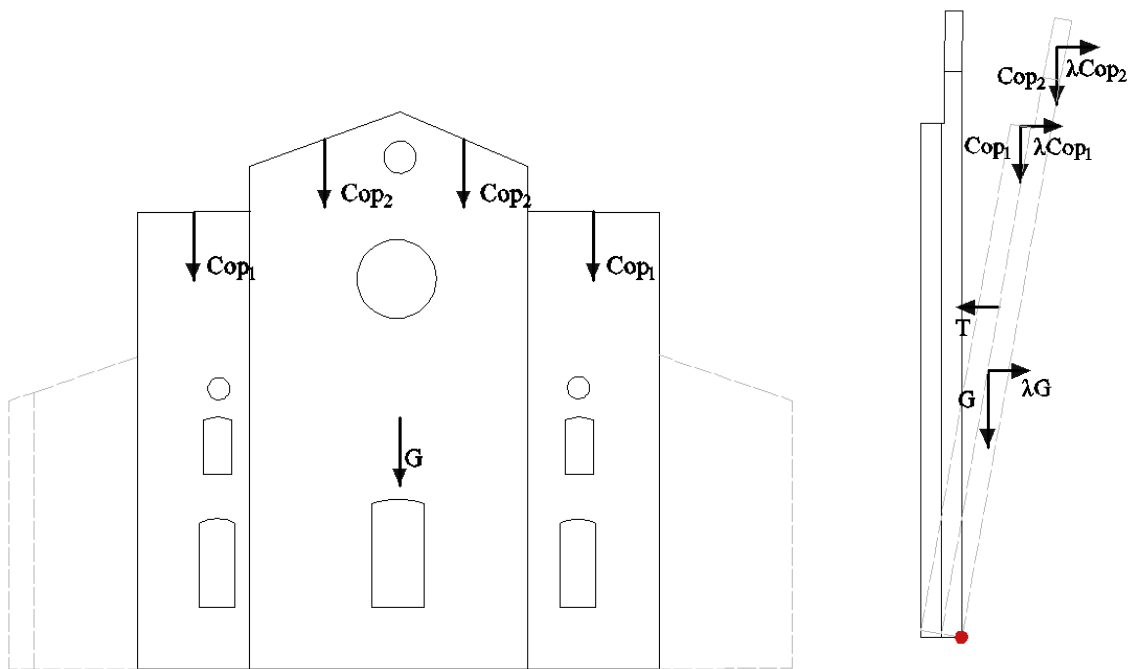


Figura 5.4.2.1.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si elencano i pesi e le relative posizioni dei baricentri rispetto al suolo.

Elemento	Peso (kN)	Pos. verticale (m)	Pos. orizzontale (m)
Facciata muraria	52135	1,92	2,30
Copertura 1	171	31,22	10,48
Copertura 2	109	36,21	10,92
Tirante	-	18,32	2,30

Tabella 5.4.2.1.1: Posizioni del baricentro e pesi dei principali elementi.

Si valuta ora la posizione della cerniera. Si è deciso di calcolare l'arretramento del centro della cerniera, in modo da ottenere risultati più verosimili. L'arretramento della cerniera è stato valutato attraverso la seguente formulazione:

$$t = \frac{2L}{3P_{TOT}f}$$

Dove:

L è la lunghezza dell'elemento;

P_{TOT} è il peso totale dell'elemento;

f è la resistenza a compressione di progetto.

Si ottiene un arretramento di t=0,51m.

Il tirante presenta una sezione rettangolare di 50x10mm² e risulta realizzato in acciaio. Si considererà una trazione a snervamento caratteristica dell'acciaio pari a f_{yk}=220 MPa, la quale verrà divisa per un fattore di sicurezza pari a γ_s=1,05, si ottiene quindi una resistenza di progetto uguale a f_{yd}=209,5 MPa. Moltiplicando la resistenza di progetto per l'area della sezione si ottiene la massima forza del tirante pari a T=105 kN.

Si calcoli ora il moltiplicatore di carico. È necessario valutare i momenti stabilizzanti e ribaltanti della struttura, considerando il centro di rotazione arretrato.

Elemento	M_{stab} (kNm)	M_{rib} (kNm)
Facciata muraria	72978	866674
Copertura 1	1707	5342
Copertura 2	529	3949
Triante	1919	0
TOT	19370	885257

Tabella 5.4.2.1.2: Momenti stabilizzanti e ribaltanti.

Si ottiene α₀=0,091. Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl:

Massa partecipante	M	5259	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,99	-
Accelerazione di attivazione	a ₀ *	0,068	g

Tabella 5.4.2.1.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla base, si utilizza quindi la prima formula di verifica in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,384	s
a_g	0,081	g
S	1,5	-
q	2	-
a_0	0,061	g

Tabella 5.4.2.1.4: verifica del cinematismo.

Si ha che $a_0 < a_0^*$ quindi il cinematismo risulta verificato.

Si noti come l'accelerazione necessaria ad attivare il cinematismo sia poco superiore all'accelerazione spettrale ($a_0^*=0,068g$ e $a_0=0,061g$). Il cinematismo risulta verificato, ma, probabilmente, al presentarsi di un evento sismico, si sarebbero create fessure o danni non indifferenti sulla struttura, questo risultato potrebbe spiegare l'intervento in facciata enunciato al paragrafo §2.4.

5.4.2.2. Ribaltamento composto della facciata

Il ribaltamento composto della facciata si presenta quando si ha un buon ammorsamento tra facciata e pareti ad essa collegate. Il cinematismo si presenta come una rotazione rigida della facciata attorno alla cerniera creatasi alla base, con il trascinarsi di un cuneo di materia distaccatosi dalle pareti ortogonali. In questo caso si è considerato un distacco delle pareti seguenti un cuneo di inclinazione di 15° rispetto la verticale. Si ipotizza quindi che l'intervento citato al paragrafo §2.4 sia realizzato a regola d'arte e sia sufficiente per creare un buon grado di ammorsamento tra le pareti ortogonali tale per cui il cinematismo oggetto di studio sia fattibile. Il tirante presenta le medesime caratteristiche descritte al paragrafo 5.4.2.1.

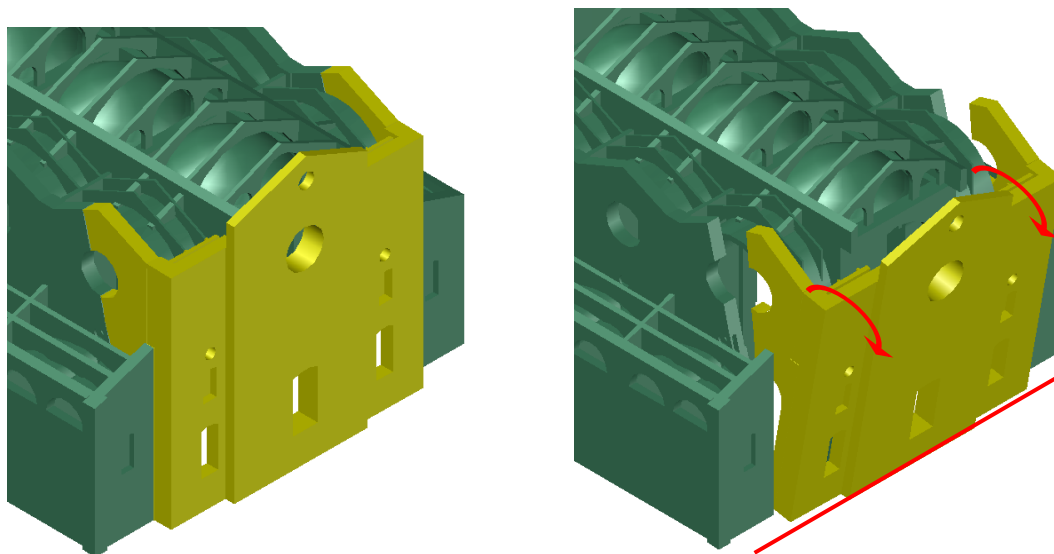


Figura 5.4.2.2.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa.

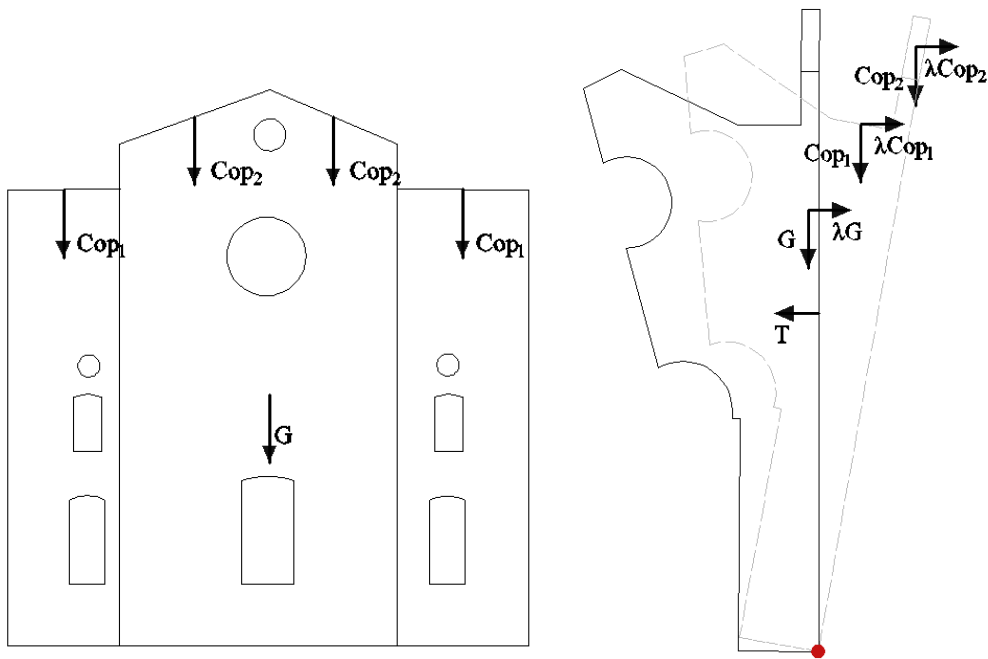


Figura 5.4.2.2.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si elencano i pesi e le relative posizioni dei baricentri rispetto al suolo.

Elemento	Peso (kN)	Pos. verticale (m)	Pos. orizzontale (m)
Facciata muraria	72099	17,70	2,57
Copertura 1	171	31,22	10,48
Copertura 2	109	36,21	10,92
Tirante	-	18,32	2,30

Tabella 5.4.2.2.1: Posizioni del baricentro e pesi dei principali elementi.

La cerniera risulta arretrata di $t=0,56\text{m}$. Si calcoli ora il moltiplicatore di carico del cinematismo.

Elemento	M_{stab} (kNm)	M_{rib} (kNm)
Facciata muraria	115917	1020635
Copertura 1	1697	5342
Copertura 2	523	4472
Tirante	1919	0
TOT	122277	1039218

Tabella 5.4.2.2.2: Momenti stabilizzanti e ribaltanti.

Si ottiene $\alpha_0=0,12$.

Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl:

Massa partecipante	M	5886	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,99	-
Accelerazione di attivazione	a_0^*	0,088	g

Tabella 5.4.2.2.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla base, si utilizza quindi la prima formula di verifica in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,384	s
a_g	0,081	g
S	1,5	-
q	2	-
a_0	0,061	g

Tabella 5.4.2.2.4: verifica del cinematismo.

Si ha che $a_0 < a_0^*$ quindi il cinematismo risulta verificato.

Il moltiplicatore di carico ottenuto per il ribaltamento composto è maggiore di quello ottenuto nel caso di ribaltamento semplice. Questo è un risultato atteso, in quanto, nel ribaltamento composto, i cunei di muratura distaccatisi dalle murature ortogonali, contribuiscono alla stabilità della facciata, opponendosi al ribaltamento grazie al contributo del peso. Si ha inoltre un lieve abbassamento del baricentro, che fa sì che le forze inerziali vengano moltiplicate per un braccio minore.

5.4.2.3. Ribaltamento del timpano della facciata

Il cinematismo del ribaltamento del timpano è analogo al ribaltamento semplice della facciata. L'unica differenza è che in questo caso il cinematismo si crea in quota.

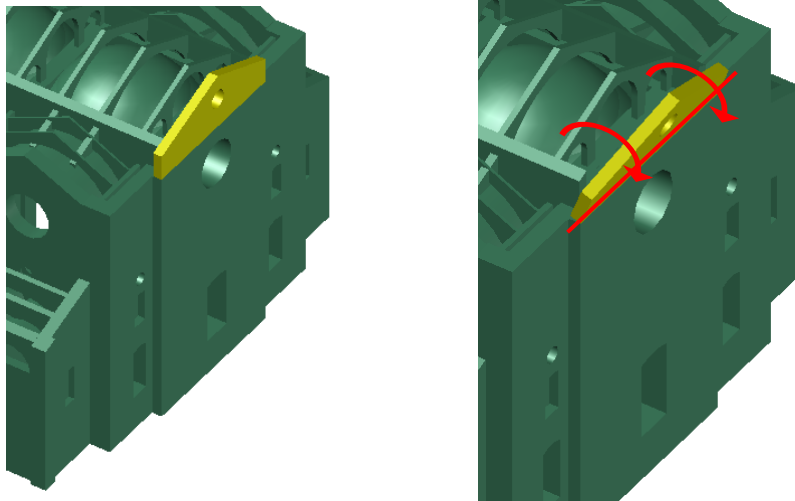


Figura 5.4.2.3.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa.

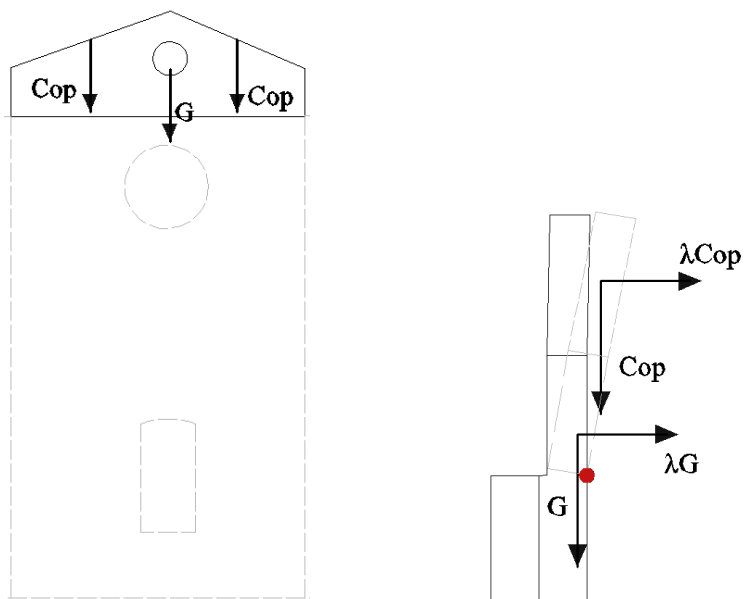


Figura 5.4.2.3.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si elencano i pesi e le relative posizioni dei baricentri rispetto al suolo.

Elemento	Peso (kN)	Pos. verticale (m)	Pos. orizzontale (m)
Timpano murario	1671	33,8	0,5
Copertura	109	36,2	5,0

Tabella 5.4.2.3.1: Posizioni del baricentro e pesi dei principali elementi

Si calcoli il moltiplicatore di carico del cinematismo.

Elemento	M_{stab} (kNm)	M_{rib} (kNm)
Timpano murario	877	4242
Copertura	699	540
TOT	2275	5321

Tabella 5.4.2.3.2: Momenti stabilizzanti e ribaltanti.

Si ottiene $\alpha_0=0,43$. Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl:

Massa partecipante	M	173	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,90	-
Accelerazione di attivazione	a_0^*	0,352	g

Tabella 5.4.2.3.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla quota di 33,8m. Si utilizza la seconda formula di verifica in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,384	s
$S_e(T_1)$	0,323	g
Z	33,8	m
N	2	num
Ψ	0,704	-
γ	1,2	-
q	2	-
a_0	0,14	g

Tabella 5.4.2.3.4: verifica del cinematismo

Si ha che $a_0 < a_0^*$. Il cinematismo risulta ampiamente verificato.

5.4.2.4. Ribaltamento muratura laterale della navata

Il ribaltamento della parete laterale della navata si presenta esattamente attraverso le stesse modalità del ribaltamento semplice della facciata. In questo caso non si è ritenuto opportuno considerare un buon ammorsamento tra pareti per due motivi principali:

- l'ammorsamento è effettivamente scarso;
- le murature ortogonali presentano spessore e altezza molto minori rispetto alle dimensioni della parete soggetta al cinematismo. Considerare un ribaltamento composto della muratura non avrebbe fatto variare i risultati in modo apprezzabile.

Si ipotizza la cerniera in linea con un camminamento che si trova tra le volte maggiori della navata laterale e la muratura esterna. Il cinematismo oggetto di studio si trova in quota.

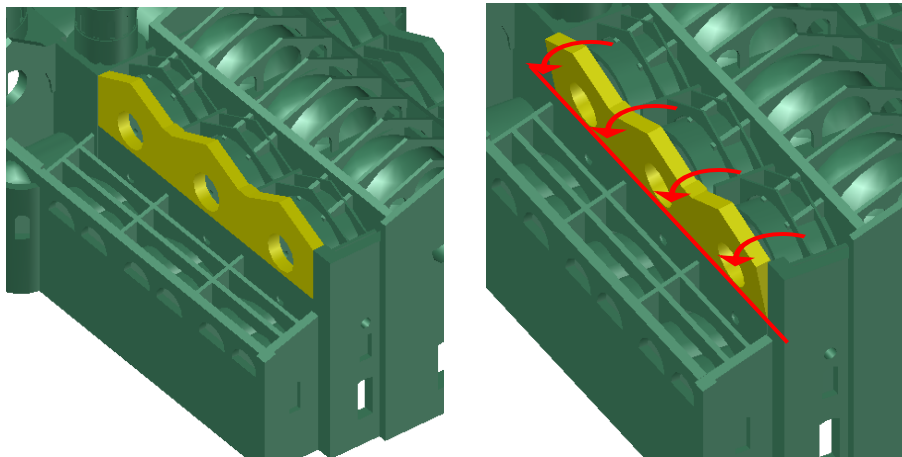


Figura 5.4.2.4.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa.

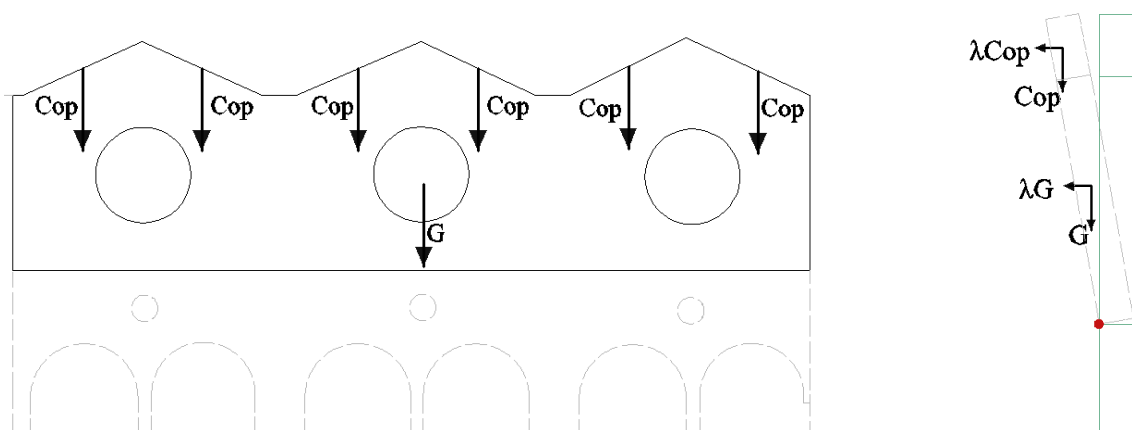


Figura 5.4.2.4.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si elencano i pesi e le relative posizioni dei baricentri rispetto al suolo.

Elemento	Peso (kN)	Pos. verticale (m)	Pos. orizzontale (m)
Navata muraria	17619	25,6	1,7
Copertura	97	7,4	7,0

Tabella 5.4.2.4.1: Posizioni del baricentro e pesi dei principali elementi

Si calcoli il moltiplicatore di carico del cinematismo.

Elemento	M_{stab} (kNm)	M_{rib} (kNm)
Timpano murario	30886	129128
Copertura	1776	2789
TOT	32662	131917

Tabella 5.4.2.4.2: Momenti stabilizzanti e ribaltanti.

Si ottiene $\alpha_0=0,24$. Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl.

Massa partecipante	M	1797	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,99	-
Accelerazione di attivazione	a_0^*	0,181	g

Tabella 5.4.2.4.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla quota di 25,7m. Si utilizza quindi la seconda formula di verifica descritta in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,505	s
$S_e(T_1)$	0,323	g
Z	25,7	m
N	2	num
Ψ	0,534	-
γ	1,2	-
q	2	-
a_0	0,10	g

Tabella 5.4.2.4.4: verifica del cinematismo

Si ottiene $a_0 < a_0^*$. Il cinematismo risulta ampiamente verificato.

5.4.2.5. Collasso della cella campanaria

Il ribaltamento della cella campanaria si presenta con la creazione di cerniere plastiche alla base dei pilastri sorreggenti la copertura della torre campanaria e la sommità degli stessi. Tale meccanismo è attivato solitamente dall'elevato peso della copertura o delle campane.

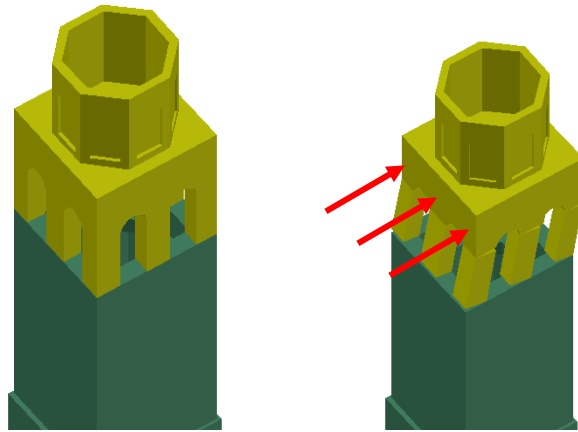


Figura 5.4.2.5.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa.

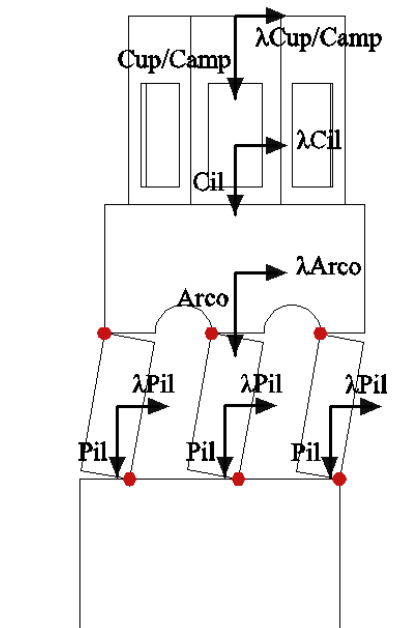


Figura 5.4.2.4.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si elencano i pesi.

Elemento	Peso (kN)
Pilastrini	101
Arco	495
Cilindro	693
Cupola	49
Campane	18

Tabella 5.4.2.5.1: Posizioni del baricentro e pesi dei principali elementi

Si impone una rotazione θ unitaria e si calcolano i lavori stabilizzanti e instabilizzanti, poi si valuta il moltiplicatore dei carichi.

L_{stab} (kNm)	L_{inst} (kNm)
2344	6283

Tabella 5.4.2.5.2: Lavori stabilizzanti e instabilizzanti.

Si ottiene $\alpha_0=0,37$. Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl.

Massa partecipante	M	122	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,89	-
Accelerazione di attivazione	a_0^*	0,310	g

Tabella 5.4.2.5.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla quota di 57m. Si utilizza quindi la seconda formula di verifica descritta in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,513	s
$S_e(T_1)$	0,319	g
Z	57	m
N	2	num
Ψ	0,838	-
γ	1,2	-
q	2	-
a_0	0,16	g

Tabella 5.4.2.5.4: verifica del cinematismo

Si ha che $a_0 < a_0^*$ quindi il cinematismo risulta verificato.

5.4.2.6. Collasso della torre campanaria

Il collasso della torre campanaria avviene attraverso la creazione di una cerniera cilindrica e con la successiva rotazione della torre campanaria. Si è considerato un angolo di 45° , che delimita la frattura. Tale scelta è giustificata dal fatto che spesso i collassi, a causa di azioni sismiche, sono preceduti dalla creazione di fessure con inclinazione approssimativa proprio di 45° .

Dato che non è possibile conoscere a priori a quale quota si formerà la cerniera, la posizione della stessa è stata inizialmente ipotizzata alla quota di 47,77m e, successivamente, è stata abbassata fino a raggiungere terra. Si sono confrontati quindi i vari moltiplicatori di carico ottenuti e le relative accelerazioni di attivazione del meccanismo in funzione della quota della cerniera. In questo modo è possibile definire il minimo moltiplicatore di carico necessario per attivare il meccanismo e la relativa quota della cerniera.

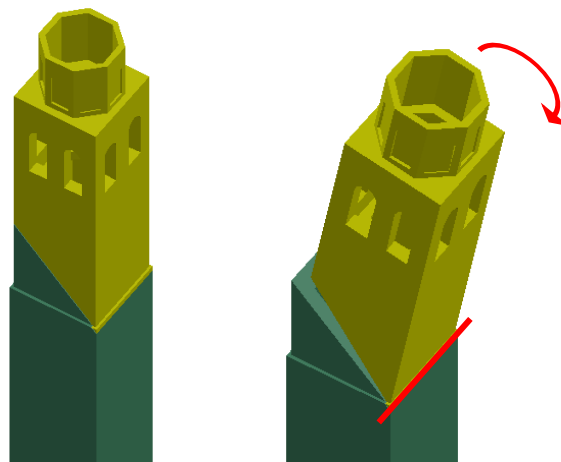


Figura 5.4.2.6.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata qualitativa con cerniera ipotizzata a circa 40m dal suolo.

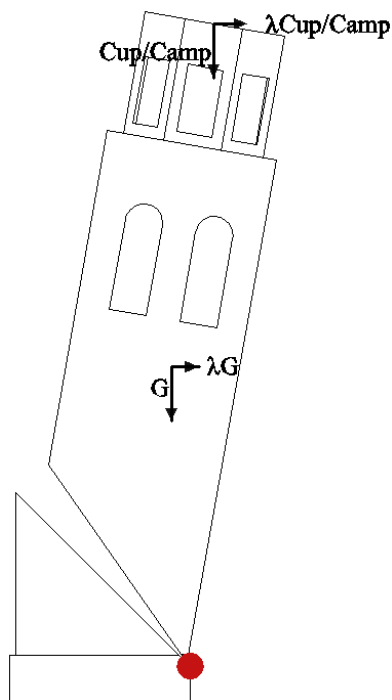


Figura 5.4.2.6.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si relaziona in Figura 5.4.2.6.1 il valore dei moltiplicatori di carico in funzione della quota della cerniera plastica rispetto a terra.

Il periodo di vibrazione considerato per lo studio del cinematismo è $T_1=0,513$ s.

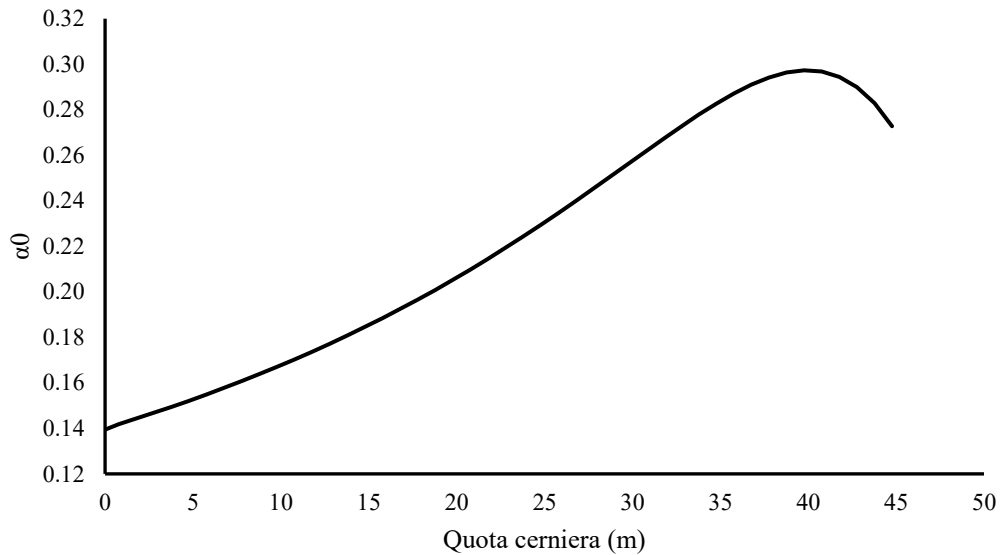


Figura 5.4.2.6.1: Variazione del moltiplicatore di carico in funzione della posizione della cerniera cilindrica.

Si inseriscono ora in Figura 5.4.2.6.2 i valori di verifica del cinematismo e l'accelerazione di attivazione dello stesso. Si ricordi che la verifica in quota e a terra del cinematismo rispondono a due formulazioni diverse, si avrà perciò un salto dell'accelerazione di verifica in prossimità del suolo.

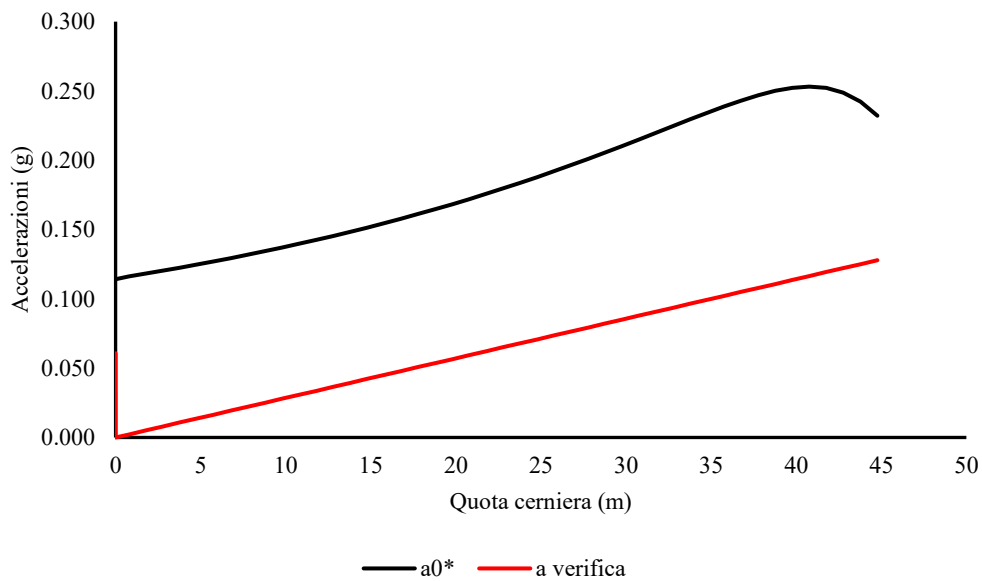


Figura 5.4.2.6.2: Variazione dell'accelerazione d'innescò del meccanismo e la soglia di verifica in funzione della posizione della cerniera cilindrica.

La soluzione peggiore si ha quando la cerniera si forma alla base della torre. Si presentano i seguenti parametri di verifica mostrati in Tabella 5.4.2.6.1.

Parametro	Valori
α_0	0.139 -
M	2957 ton
e^*	0.905 -
a_0^*	0.114 g
a_{verifica}	0.061 g

Tabella 5.4.2.6.1: Parametri riassuntivi del cinematismo.

Il cinematismo risulta verificato in quanto soddisfatte le equazioni in Tabella 5.4.1.

5.4.2.7. Ribaltamento dell'abside

Il ribaltamento dell'abside si presenta attraverso la rotazione dell'abside attorno al vertice dello stesso. A priori non è possibile sapere la posizione della cerniera plastica che si andrà a formare, di conseguenza si procede con il valutare il moltiplicatore di carico in funzione della posizione della cerniera. È stato considerato assente l'ammorsamento tra la muratura dell'abside e la semi-cupola poggiate al di sopra, questo per un fattore di semplicità, ma rimanendo comunque a favore di sicurezza. Anche in questo caso si considererà la creazione della fessura con un'inclinazione di 45°.

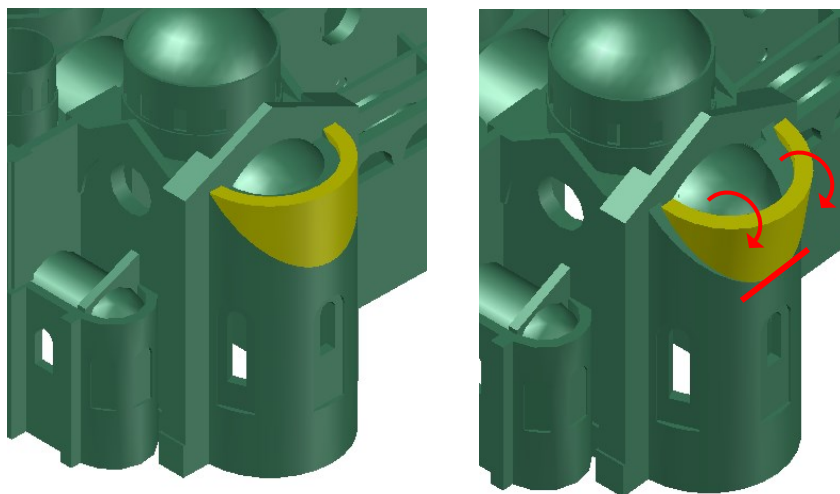


Figura 5.4.2.7.1: Porzione interessata al cinematismo e deformata.

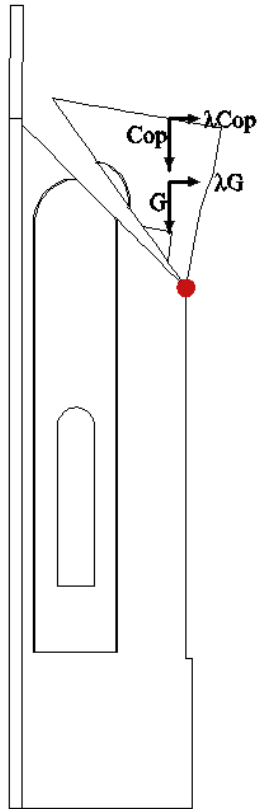


Figura 5.4.2.7.2: Schema statico qualitativo del cinematismo.

Si mostri ora la variazione del moltiplicatore di carico in funzione della quota cerniera.

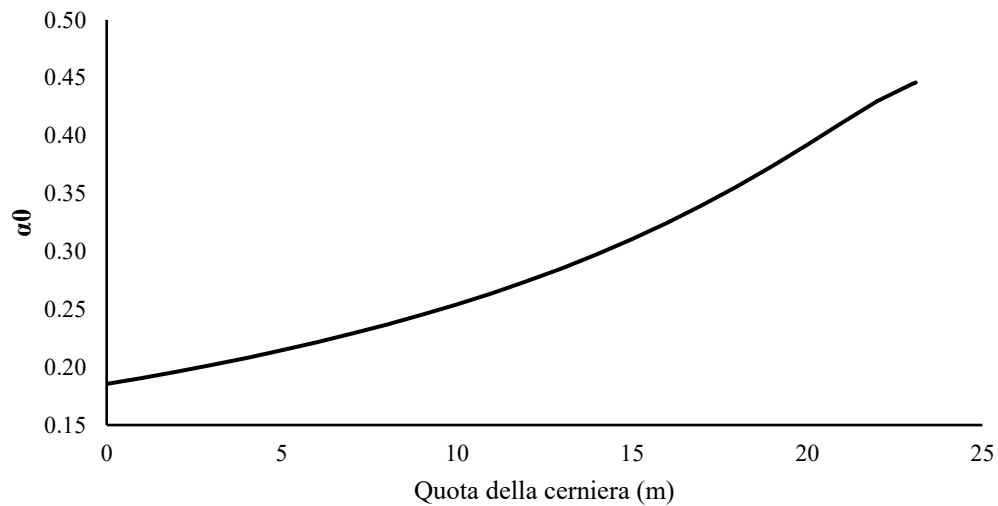


Figura 5.4.2.7.1: Variazione del moltiplicatore dei carichi in funzione della quota della cerniera.

Si verifichi ora il cinematismo. Vengono graficate le accelerazioni di attivazione del meccanismo e la relativa accelerazione limite definita dalla norma. Si ricordi che per la formazione della cerniera alla base, la formula di verifica è differente dalla verifica in quota.

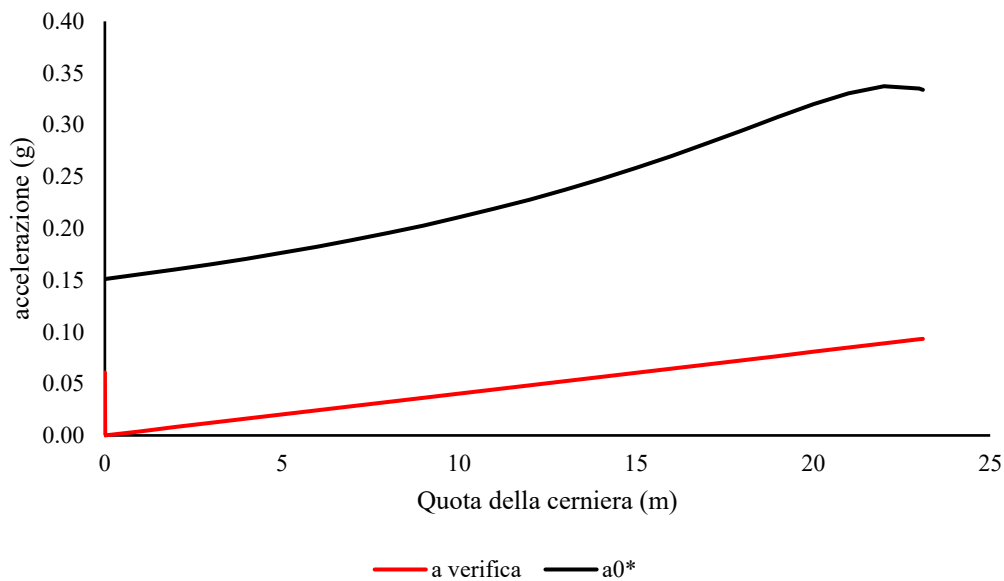


Figura 5.4.2.7.2: Variazione dell'accelerazione d'innescò del meccanismo e la soglia di verifica in funzione della posizione della cerniera.

Per il caso di cerniera a terra e in quota si hanno i seguenti risultati.

Parametro	Base	Quota
α_0	0,185	0,446
M	1662	310
e^*	0,909	0,989
a_0^*	0,151	0,334
$a_{verifica}$	0,061	0,093

Tabella 5.4.2.7.1: Parametri riassuntivi del cinematismo

Il cinematismo risulta verificato.

5.4.2.8. Instabilità della volta a botte

L'instabilità della volta a botte si forma quando a seguito dell'applicazione di un carico orizzontale si formano quattro cerniere plastiche, che creano la labilità della struttura. Le cerniere non possono essere ipotizzate, in quanto la posizione delle cerniere deve essere tale da fornire una soluzione del problema cinematicamente e staticamente ammissibile. Le cerniere possono essere ipotizzate a priori, in modo da rendere il cinematico possibile e congruente con i vincoli, ma è necessario verificare che tali cerniere si formino in punti per rendere la curva delle pressioni dell'arco all'interno (o al massimo tangente) allo stesso. Solo così si otterrà una soluzione staticamente e cinematicamente coerente (Milani, 2016).

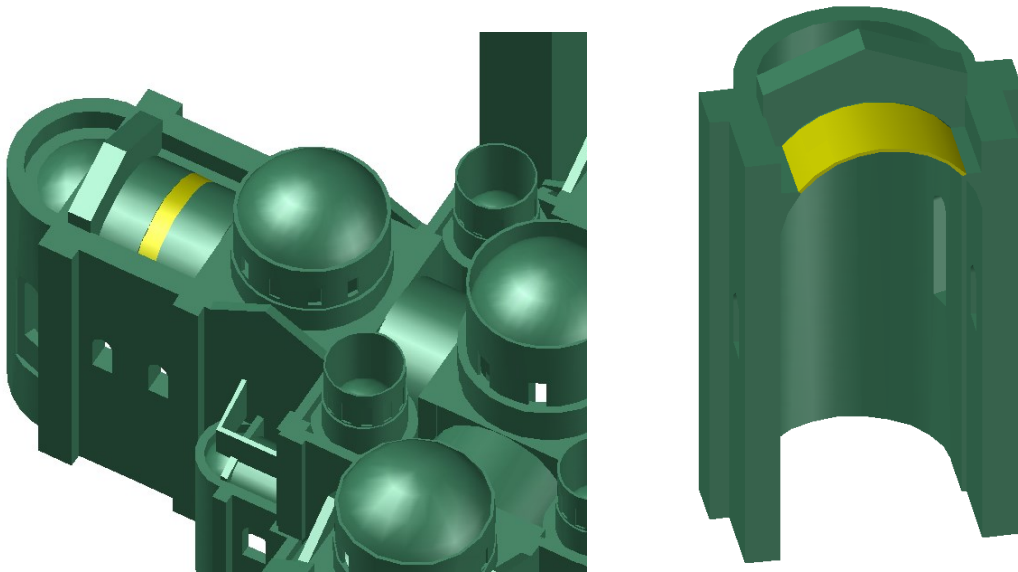


Figura 5.4.2.8.1: Porzione interessata al cinematico e sezione indeformata.

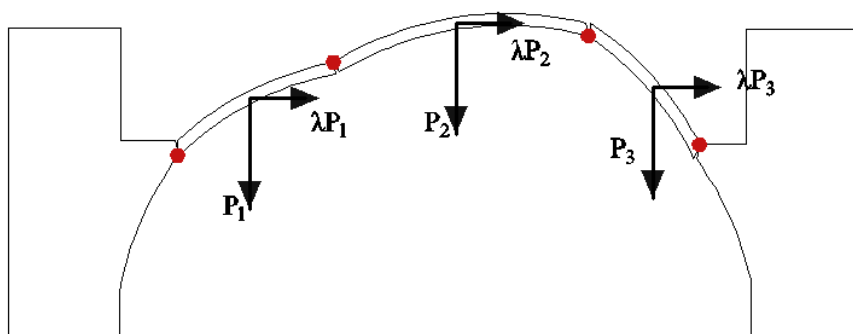


Figura 5.4.2.8.2: Schema statico qualitativo del cinematico.

Per il calcolo del cinematico si è proceduto ipotizzando una prima configurazione delle cerniere di partenza. Le cerniere laterali sono state posizionate esattamente all'uscita del ringrosso presente ai lati della volta. Questa ipotesi è verosimile, in quanto non si presume che una cerniera si possa presentare dove lo spessore della volta risulta maggiore. Tale ipotesi è verosimile, ma non è impossibile la formazione di una cerniera nel ringrosso. Le due cerniere interne sono state

inizialmente ipotizzate, le posizioni sono state poi fatte variare fino ad ottenere una configurazione staticamente e cinematicamente ammissibile.

La volta oggetto di studio è soggetta al solo peso proprio e quindi non sorregge carichi di copertura o similari.

La volta a botte presenta una geometria leggermente ribassata. Il raggio maggiore risulta pari a $R_e=6,90\text{m}$ per uno spessore ipotizzato pari a $s=25\text{cm}$ per una luce di $10,68\text{m}$. Lo spessore della botte è stato ipotizzato a favore di sicurezza pari a 25cm , in quanto non è stato possibile effettuare la misurazione diretta della stessa, ma probabilmente lo spessore sarà maggiore. Si utilizza come sistema di riferimento il centro della volta. Le cerniere laterali si trovano a $\gamma_1=38^\circ$ e $\gamma_4=142^\circ$ rispetto all'orizzontale e misurati in senso orario.

Si è proceduto inizialmente valutando le reazioni vincolari delle imposte, studiando le equazioni cardinali della statica, valutate per una profondità unitaria della volta.

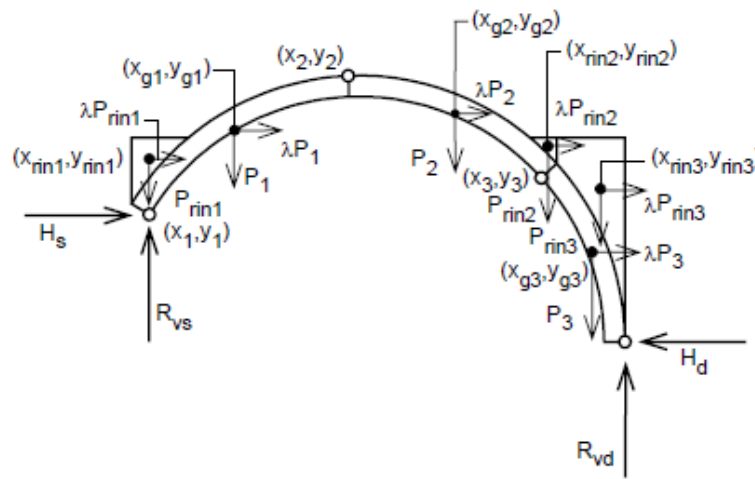


Figura 5.4.2.8.3: Schema statico generale (Milani, 2016).

A seguito di una procedura iterativa si sono ottenute la posizione delle cerniere riassunte in Tabella 5.4.2.8.1:

Cerniera	Angolo orizzontale	x (m)	y (m)
γ_1	38°	-5.34	4.17
γ_2	70,38	-2.27	6.38
γ_3	111,89	2.53	6.29
γ_4	142°	5.34	4.17

Tabella 5.4.2.8.1: Posizione delle cerniere.

Utilizzando tale configurazione cinematica, si ottiene una geometria come in Figura 5.4.2.8.4.

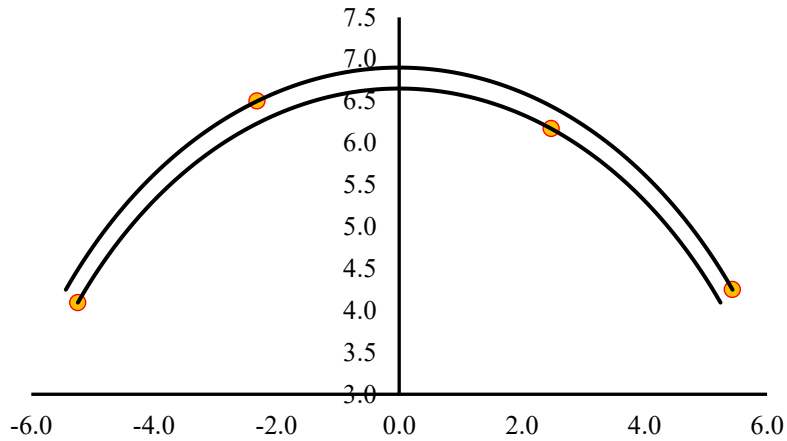
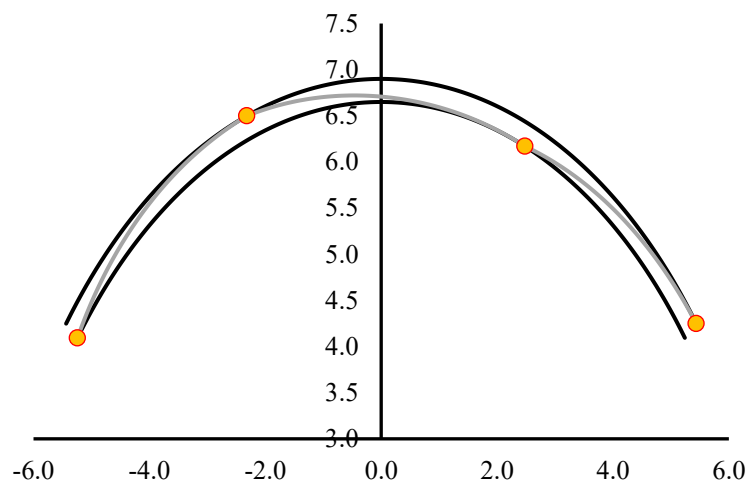


Figura 5.4.2.8.4: Geometria dell'arco e posizione delle cerniere.



Attraverso le equazioni della statica si valutano le reazioni vincolari agli appoggi. In tal modo è possibile valutare l'andamento del momento e dello sforzo normale lungo la volta.

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{vs}(x_2 - x_1) - H_s(y_2 - y_1) = P_1(x_2 - x_{g1}) + \lambda P_1(y_2 - y_{g1}) \\ -R_{vd}(x_4 - x_2) - H_d(y_2 - y_4) = -P_2(x_{g2} - x_2) - P_3(x_{g3} - x_2) + \lambda[P_2(y_2 - y_{g2}) + P_3(y_2 - y_{g3})] \\ R_{vs} + R_{vd} = P \\ H_s + H_d = \lambda P \end{array} \right.$$

Si ottengono le seguenti reazioni vincolari, espresse con il relativo verso:

$$\left\{ \begin{array}{l} R_{vs} = 27,05 \text{ kN/m } \uparrow \\ R_{vd} = 27,22 \text{ kN/m } \uparrow \\ H_s = 25,28 \text{ kN/m } \rightarrow \\ H_d = 24,76 \text{ kN/m } \leftarrow \end{array} \right.$$

Si mostrano in Figura 5.4.2.8.5 e Figura 5.4.2.8.6 i diagrammi di sforzo normale e momento in funzione della larghezza della volta a botte.

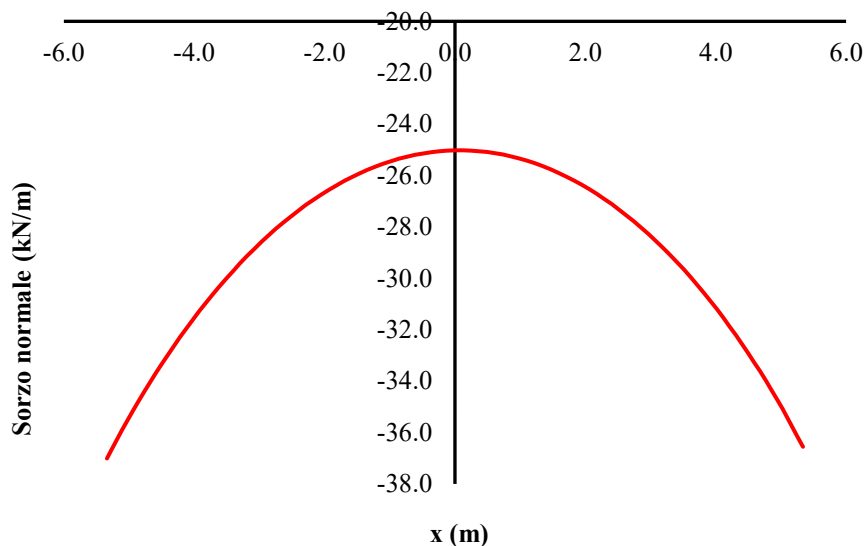


Figura 5.4.2.8.5: Diagramma dello sforzo della volta a botte.

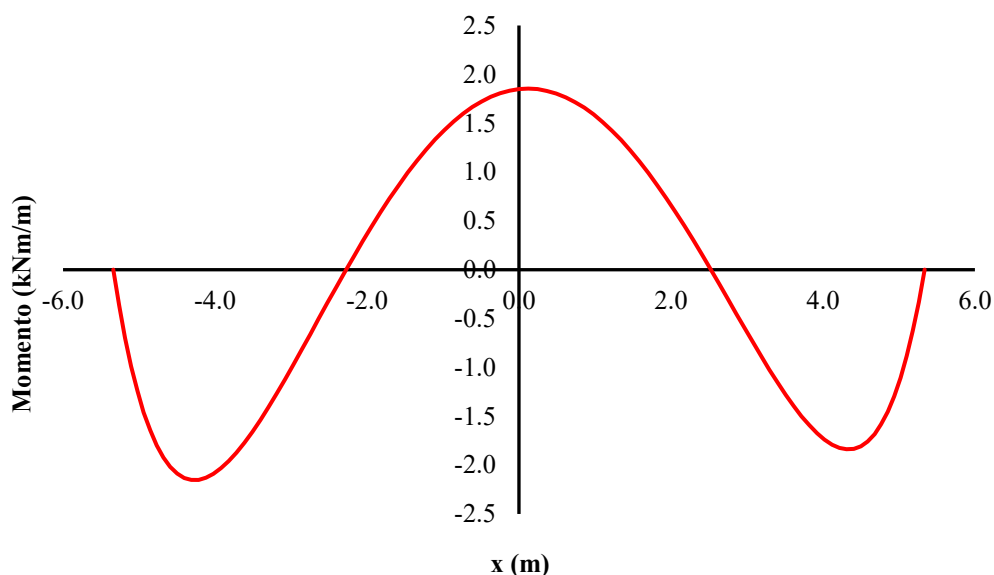


Figura 5.4.2.8.6: Diagramma dei momenti della volta a botte.

Come si può notare dalla Figura 5.4.2.8.6, il diagramma dei momenti presenta valori nulli in corrispondenza delle posizioni delle cerniere. Questo comportamento indica un corretto sviluppo del foglio di calcolo, in quanto la cerniera (interna o esterna) richiede un momento flettente nullo, mentre lo sforzo normale può possedere valori diversi da zero.

Una volta definito lo sforzo normale e il momento lungo tutta la volta, è possibile definire la curva delle pressioni. La curva delle pressioni deve essere contenuta all'interno dello spessore della volta, se così non fosse, il cinematismo risulterebbe corretto dal punto di vista statico, ma non dal punto di vista cinematico. Si mostra in Figura 5.4.2.8.7 l'andamento della curva delle pressioni.

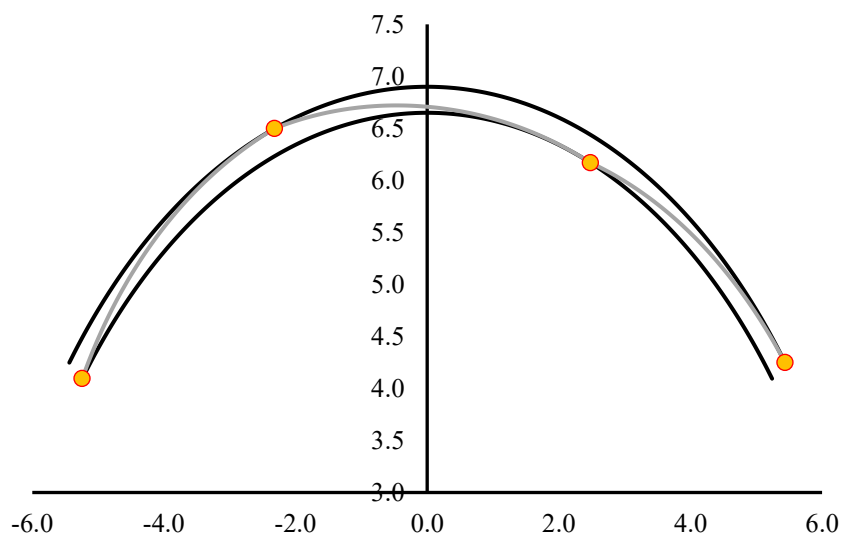


Figura 5.4.2.8.7: curva delle pressioni lungo la volta.

Una volta definita un cinematismo staticamente e cinematicamente ammissibile, è possibile procedere con la determinazione dei lavori compiuti dalle forze stabilizzanti ed instabilizzanti. Il lavoro si ottiene imponendo una rotazione θ unitaria e si calcolano gli spostamenti compiuti dalle forze.

Elemento	L_{stab} (kNm)	L_{inst} (kNm)
Concio 1	-22,44	22,44
Concio 2	18,55	47,81
Concio 3	33,59	26,31
TOT	29,71	96,56

Tabella 5.4.2.8.2: Lavori stabilizzanti e instabilizzanti.

Si ottiene $\alpha_0=0,31$. Si valutano i parametri dell'oscillatore equivalente a 1 gdl.

Massa partecipante	M	5,5	Ton
Fattore di massa partecipante	e	0,99	-
Accelerazione di attivazione	a_0^*	0,228	g

Tabella 5.4.2.8.3: Parametri dell'oscillatore equivalente a 1gdl.

Il cinematismo si forma alla quota di 24,3m. Si utilizza quindi la seconda formula di verifica descritta in Tabella 5.4.1.

Parametro	Valore	
T_1	0,616	s
$S_e(T_1)$	0,267	g
Z	24,3	m
N	2	num
Ψ	0,782	-
γ	1,2	-
q	2	-
a_0	0,125	g

Tabella 5.4.2.8.4: verifica del cinematismo

Si ha che $a_0 < a_0^*$ quindi il cinematismo risulta verificato.

5.5. ANALISI DINAMICA NON LINEARE

Il comportamento ai carichi dinamici verrà studiato attraverso lo sviluppo di un'analisi dinamica non lineare della torre campanaria. Tale analisi si basa sull'applicazione di un accelerogramma spettro-compatibile alla base della struttura. L'accelerogramma sarà definito in termini di accelerazione-tempo, descrivendo quindi la variazione dell'accelerazione, normalizzata all'accelerazione di gravità, alla base della struttura in funzione del tempo.

Per accelerogramma spettro-compatibile si intende la generazione di una storia accelerazione-tempo a partire da uno spettro di risposta definito. A tale scopo si è deciso di utilizzare il software SIMQKE_GR sviluppato dal professore Piero Gelfi dell'Università degli Studi di Brescia.

5.5.1. Definizione degli accelerogrammi

I parametri di input ai fini di determinare correttamente lo spettro di risposta e, conseguentemente, l'accelerogramma sono stati definiti al paragrafo §5.4.1. Agli spettri così definiti vengono associati i seguenti accelerogrammi:

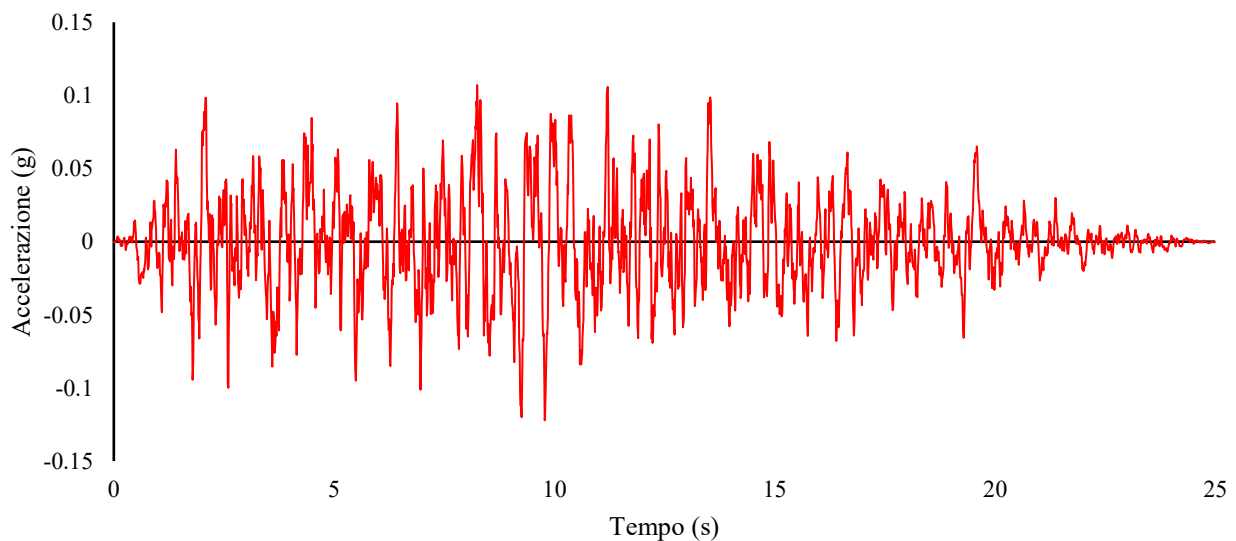


Grafico 5.5.1.1: Accelerogramma spettro-compatibile orizzontale.

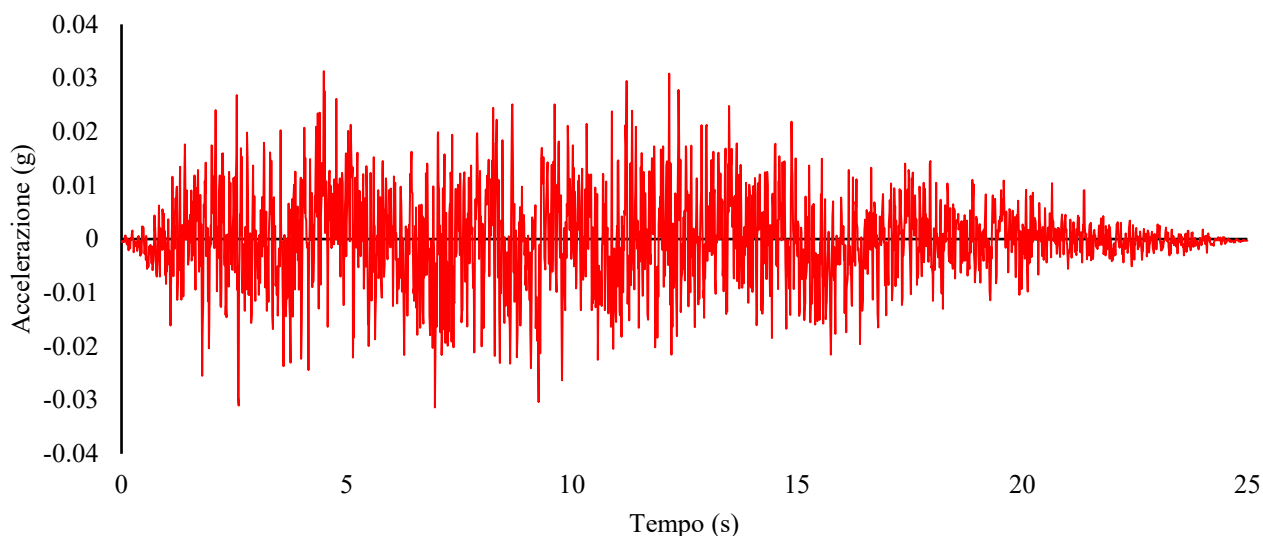


Grafico 5.5.1.1: Accelerogramma spettro-compatibile verticale.

Può risultare utile conoscere la Peak Ground Acceleration (PGA) del sito, ai fini di poter avere una misura qualitativa delle accelerazioni sismiche. Le due PGA relativamente alla direzione orizzontale e verticale valgono:

$$PGA_h=0,122g$$

$$PGA_v=0,031g$$

Confrontate con varie zone del territorio italiano, le PGA in oggetto non risultano essere molto elevate ma conformi alle PGA del territorio.

Si utilizzano accelerogrammi dalla durata di 25s, rispettando la durata minima definita dalle NTC2018 al capitolo §3.2.3.6. Non vengono utilizzate storie temporali più lunghe in quanto, visto l'elevato carico computazionale, le tempistiche di analisi potrebbero prolungarsi per periodi non indifferenti.

5.5.2. Modalità d'applicazione dell'accelerogramma

Gli accelerogrammi dovranno essere applicati simultaneamente per ottenere dei risultati veritieri, in quanto le accelerazioni non si presenteranno solo in direzione verticale o orizzontale, ma in entrambe contemporaneamente. Considerare le azioni con la piena intensità in tutte le tre dimensioni risulta un'ipotesi troppo a favore di sicurezza, nonché impossibile nella realtà. Si combinano quindi le azioni secondo paragrafo §7.3.5 delle NTC2018, seguendo la formula [7.3.10]:

$$1 \cdot E_x + 0,3 \cdot E_y + 0,3 \cdot E_z$$

Dove:

E_x, E_y = accelerazioni nelle direzioni orizzontali;

E_z = accelerazione in direzione verticale.

Si ottengono tante combinazioni quante sono le possibili permutazioni circolari dei coefficienti 1 e 0,3. Nel caso di studio in oggetto si è deciso (a favore di sicurezza) di mantenere un coefficiente unitario per l'azione verticale, in quanto le accelerazioni non sono molto elevate. Si ottengono di conseguenza due combinazioni:

$$\text{Comb. 1) } E_X + 0,3E_Y + E_Z$$

$$\text{Comb. 2) } 0,3E_X + E_Y + E_Z$$

In questo caso le combinazioni non verranno effettuate utilizzando anche i coefficienti negativi (-1 e -0,3), in quanto l'applicazione di un accelerogramma tiene implicitamente conto il cambio di segno.

5.5.3. Step di analisi

Per valutare il comportamento dinamico della struttura, si è deciso di utilizzare un solutore dinamico implicito. In questo modo è possibile scegliere il time increment minimo e massimo per portare l'analisi a convergenza. È stato utilizzato un solutore implicito, anziché un solutore esplicito, a causa dei tempi computazionali. Un solutore esplicito è un solutore stabile e arriverà sempre a convergenza. Questo è possibile solo attraverso l'adozione di time increment molto ridotti, dipendenti dal materiale e dalla mesh. Nel caso in oggetto il time increment valutato dal software era dell'ordine di 10^{-10} . Un incremento così basso avrebbe comportato tempi computazionali veramente troppo elevati e non si è ritenuto opportuno utilizzarlo.

Il time increment iniziale utilizzato è di 0,001s, il massimo time increment è stato scelto pari a 0,01s, coincidente con la precisione degli accelerogrammi forniti. Per risolvere i vari problemi di non convergenza, è stato utilizzato come metodo di stabilizzazione il Transient fidelity in modo da mantenere l'energia dissipata al minimo (SIMULIA, 2021).

5.5.4. Risultati analisi dinamica non lineare

Verranno ora mostrati i risultati ottenuti dall'analisi dinamica non lineare. Verranno mostrati gli spostamenti e le tensioni al passo finale dell'accelerogramma, quest'ultime valutate secondo la combinazione di Von Mises. Successivamente, verrà mostrata l'estensione del danno che la struttura ha subito in seguito all'applicazione dei carichi dinamici, e, infine, verrà graficata la quantità di energia dissipata dal danno.

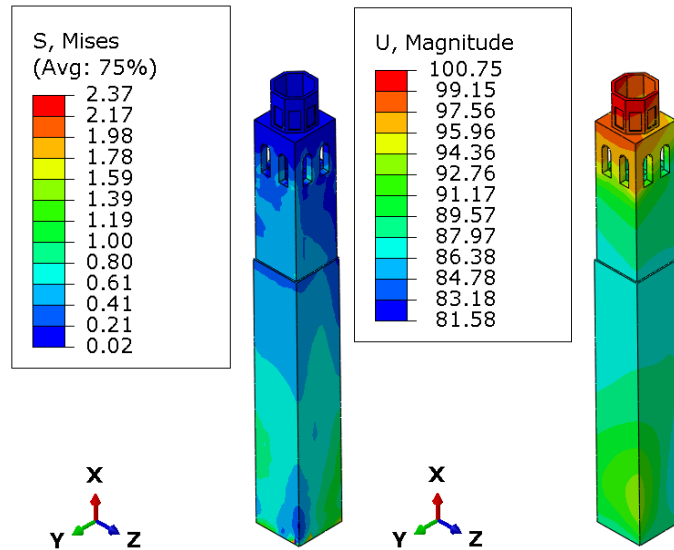


Figura 5.5.4.2.1: Andamento delle tensioni in combinazione di Von Mises e degli spostamenti all'ultimo passo dell'accelerogramma.

Le tensioni risultano essere più elevate rispetto alla situazione statica, per ovvi motivi. Non si presentano in generale elevate concentrazioni di tensioni che possono suggerire un imminente e catastrofico collasso della struttura. Si mostrino ora gli allungamenti totali e plastici della struttura.

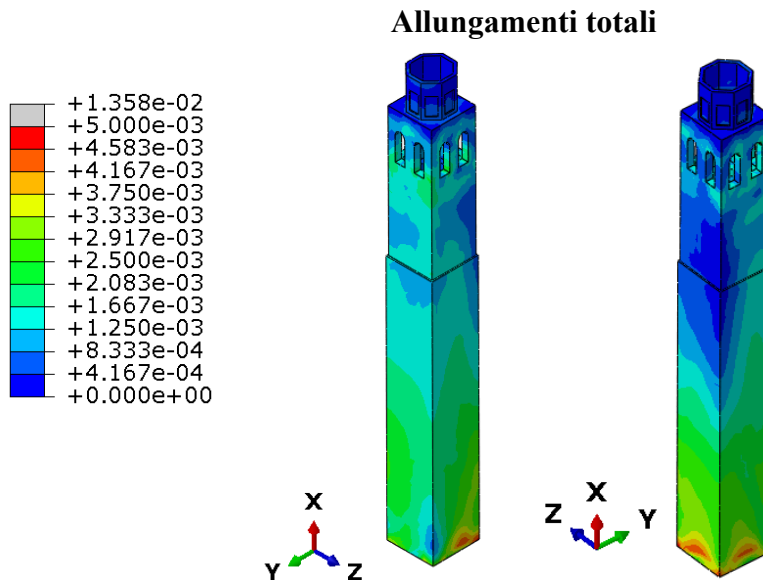


Figura 5.5.4.2.1: Allungamenti totali della struttura.

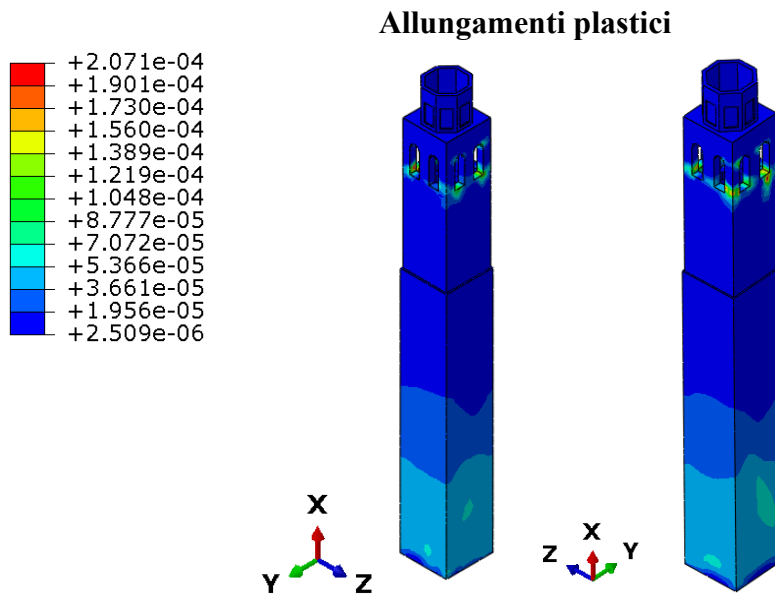


Figura 5.5.4.2.2: Allungamenti plastici della struttura.

Si illustra ora l'estensione del danno della struttura.

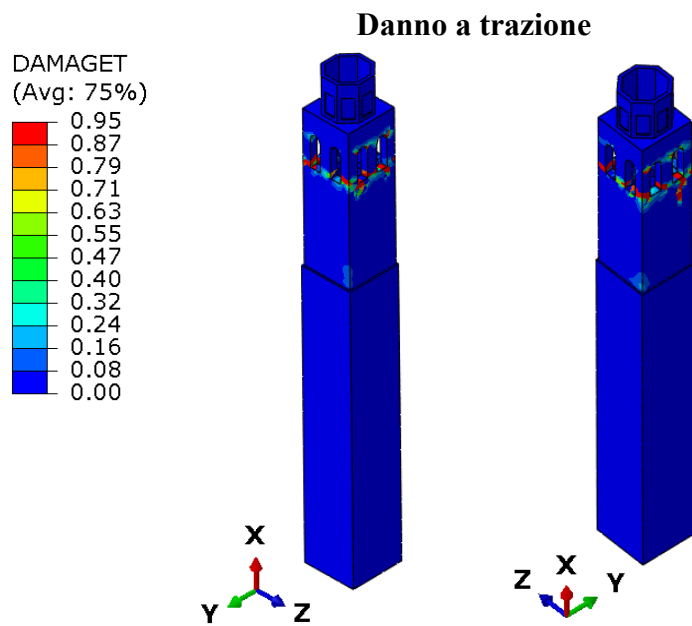


Figura 5.5.4.2.1: Estensione del danno sulla struttura.

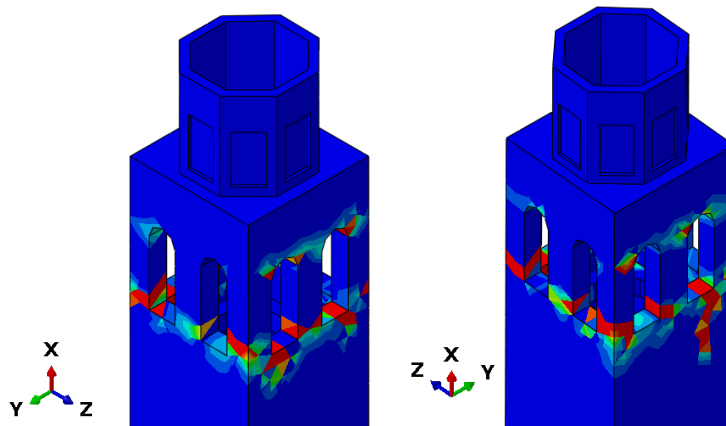


Figura 5.5.4.2.2: Dettaglio del danno della cella campanaria.

Come si può notare dalla Figura 5.5.4.2.2, il sisma ha creato dei danni che ricordano il cinematismo di collasso della cella campanaria. Il sisma non è stato sufficientemente intenso per arrivare a collasso. Tale risultato era stato previsto nel paragrafo §5.4.2.5, dove il cinematismo risultava appunto verificato, anche se in una trattazione approssimativa e a favore di sicurezza.

Si grafichi ora l'energia dissipata dal danno. Tale energia fornisce un'indicazione di quanto il danno si sia esteso in termini energetici. Un maggiore danno sarà collegato, ovviamente, a una quantità di energia dissipata maggiore. Maggiore sarà l'energia dissipata, minore sarà l'energia che colpisce la struttura, in quanto parte dell'energia sismica verrà dissipata per plasticizzare gli elementi fino a portarli a rottura. Una maggiore dissipazione di energia comporta necessariamente un aumento del danno e, quindi, minori elementi in grado di dissipare energia.

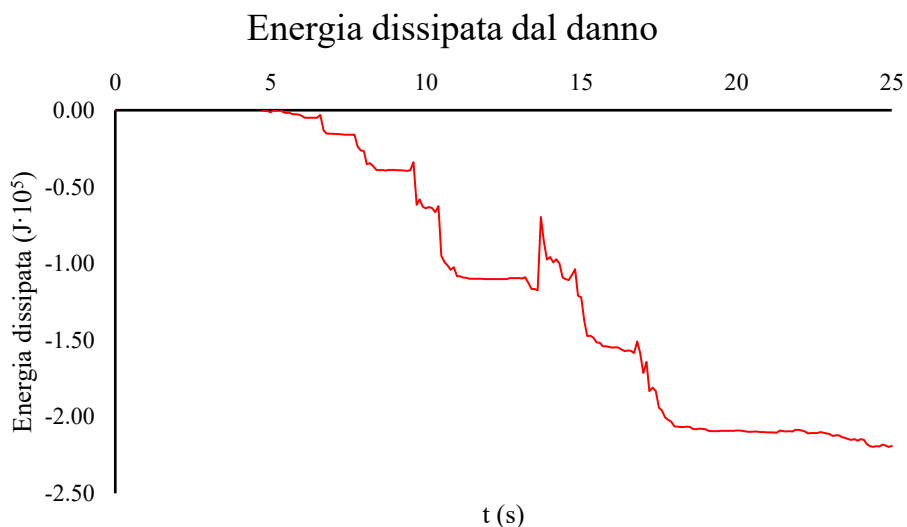


Figura 5.5.4.2.3: Andamento dell'energia dissipata in funzione del tempo.

Si grafica ora il rapporto dell'energia dissipata in funzione dell'energia totale del sistema. In questo modo è possibile valutare l'estensione dei danni.

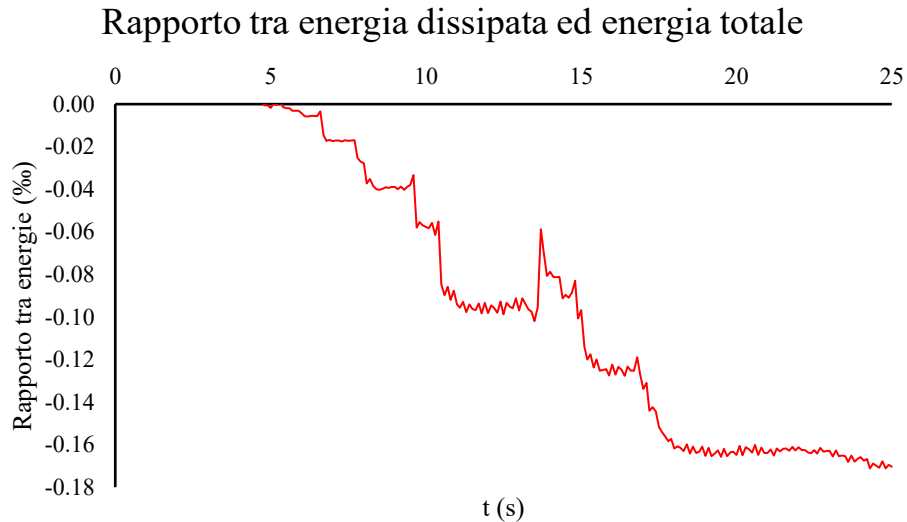


Figura 5.5.4.2.4: Andamento del rapporto tra l'energia dissipata e l'energia totale.

L'energia dissipata raggiunge un massimo rapporto (in valore assoluto) pari al 0,17% a 24,3s dall'inizio del sisma. L'energia dissipata non è molto elevata e questo è confermato dai danni non molto estesi. Si vuole precisare che per avere collasso della struttura non è necessario arrivare ad una situazione dove l'energia dissipata risulti quasi equivalente all'energia totale del sistema. Come si può notare dalla Figura 5.5.4.2.2, il numero di elementi della mesh danneggiati non è elevato, eppure un numero limitato di elementi gravemente danneggiati può comportare il collasso della cella campanaria, il quale pur essendo un meccanismo locale, rappresenta un collasso.

Come si può notare dalla Figura 5.5.4.2.3, sono presenti dei picchi più o meno elevati. Tali picchi rappresentano il danno di uno o più elementi. Il danno di alcune porzioni della struttura fa sì che tali elementi danneggiati abbiano raggiunto la massima quantità di energia accumulabile. Una volta danneggiati, si ha un rilascio di energia che dovrà essere assorbita dagli altri elementi resistenti limitrofi. Il rilascio di energia si presenta, appunto, come un picco. Il picco massimo si presenta dopo 13,7s dall'inizio dell'accelerogramma e coincide, infatti, con il danno dei pilastri della cella campanaria, il quale risulta essere l'estensione di danno maggiore in un intervallo di 0,1s.

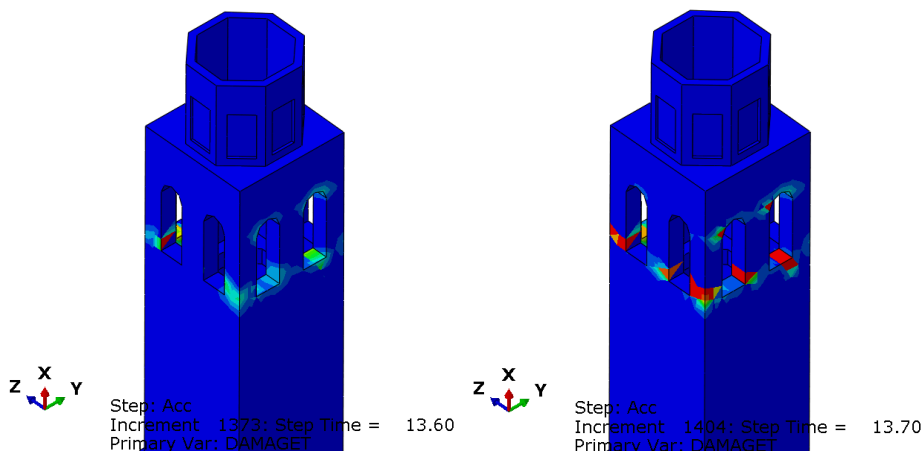


Figura 5.5.4.2.3: Estensione del danno prima (sinistra) e dopo (destra) il picco di rilascio d'energia derivante dal danno.

Si può affermare quindi che la struttura della torre campanaria è stata in grado di assorbire le sollecitazioni sismiche senza arrivare a collasso, presentando un'estensione del danno non troppo estesa.

6. CONCLUSIONI

In seguito allo sviluppo dell'analisi statica non lineare, nel rispetto delle varie fasi costruttive identificate, si è giunti alla conclusione che la struttura non presenta danni estesi, così come le tensioni e gli allungamenti non presentano valori anormali. Tale risultato era previsto, in quanto la struttura non presenta, o ha presentato, dissesti dovuti all'applicazione del solo peso proprio. Come si nota, però, al capitolo §5.2.2.1, le tensioni assumono dei valori superiori al limite massimo a compressione definito in questa sede. Va ricordato che la resistenza a compressione è con molta probabilità sottostimata, in quanto ricavata tramite tabella C8.5.I della Circolare 2019 delle NTC2018. Inoltre, le tensioni massime si trovano in corrispondenza di punti di instabilità numerica quali ad esempio gli spigoli, dove si ha una concentrazione di tensioni tangenziali. Di conseguenza, il superamento della tensione massima si ha in pochi punti localizzati e non comportano problematiche rilevanti in termini di danno. La torre campanaria presenta risultati in linea con la basilica, in quanto le tensioni non sono assolutamente elevate così come il danno. Data inoltre la maggiore semplicità del modello di calcolo del campanile, sono presenti minori instabilità numeriche.

Successivamente, si è proceduto attraverso l'analisi alle frequenze naturali. A seguito dell'estrazione delle principali frequenze di vibrazione, si è proceduto attraverso l'estrazione del periodo di vibrazione e della massa partecipante al moto, considerando non solo i modi con un'elevata massa partecipante, ma anche i modi che presentano una massa esigua, che tuttavia coinvolgono una grande parte della struttura nel moto, escludendo però i modi superiori. I modi di vibrazione ricavati si sono rivelati conformi ai modi di vibrazione che potevano essere previsti: il campanile presenta modi di vibrare principalmente traslazionali nelle tre direzioni (prevedibile data la simmetria della struttura nelle 2 direzioni), mentre la basilica presenta modi principalmente traslazionali, vista la simmetria lungo l'asse longitudinale. Vi è la presenza sporadica di modi torsionali, ma non muovono una quantità di massa rilevante e, soprattutto, risultano essere modi di vibrare superiori, quindi non molto indicativi del comportamento.

Una volta identificati i principali modi di vibrare, è stato possibile proseguire attraverso la verifica dei cinematismi attraverso un'analisi cinematica lineare. Tutti i cinematismi valutati in questa sede risultano verificati. La struttura presenta dei danni, successivamente risanati con successo, a seguito del terremoto del 1976 e del 2012. Gli interventi riassunti brevemente nel paragrafo §2.3 confermano quanto risultato dall'analisi alle frequenze naturali.

L'ultima analisi svolta è stata l'analisi dinamica non lineare, condotta attraverso l'utilizzo di accelerogrammi artificiali spettro compatibili. Dai risultati ottenuti si evince che la struttura della torre campanaria non presenta danni molto estesi. I danni sono concentrati principalmente a livello della cella campanaria, ma non sono abbastanza estesi da creare collasso.

Va sottolineato che gli accelerogrammi artificiali generalmente sono dei segnali che risultano essere leggermente sottostimati, se confrontati con accelerogrammi naturali. Lo studio della risposta

dinamica attraverso l'utilizzo di segnali di origine naturale porterebbe a dei risultati differenti e più reali. L'utilizzo di accelerogrammi artificiali può essere condotto quando si vuole limitare lo studio della struttura in un periodo limitato.

7. BIBLIOGRAFIA

- [1] SIMULIA, Abaqus, Theory Manual.
- [2] SIMULIA, Abaqus, Analysis user's Manual Volume I.
- [3] SIMULIA, Abaqus, Analysis user's Manual Volume II.
- [4] SIMULIA, Abaqus, Analysis user's Manual Volume III.
- [5] SIMULIA, Abaqus, Analysis user's Manual Volume IV.
- [6] SIMULIA, Abaqus, Analysis user's Manual Volume V.
- [7] SIMULIA, Abaqus, "Get started" Manual.
- [8] SIMULIA, Abaqus, "CAE" Manual.
- [9] Penada I. (1759) Descrizione della Chiesa di Santa Giustina di Padova, Padova, 7-17.
- [10] Cavacius J. (1606) *Historiarum Coenobii D. Justinæ Patavinae, Venetiis*, 257-258 (trad. Beltramini).
- [11] Guidarelli G. (2016) L'architettura del monastero e della basilica di Santa Giustina nel XV e XVI secolo, Università degli Studi di Padova, Padova, 288-299.
- [12] Valutazione e riduzione del rischio sismico del patrimonio culturale con riferimento alle Norme tecniche per le costruzioni di cui al decreto del Ministero delle infrastrutture e dei trasporti del 14 gennaio 2008. Suppl ord. alla "Gazzetta ufficiale, n. 47 del 26 febbraio 2011 – Serie generale", Roma, Italia, 86-89.
- [13] Van Der Pluijm R. (1993) Shear Behaviour of bed joints. Proceedings of 6th North American masonry conference, Philadelphia, 125-136.
- [14] Page A. (1981) The biaxial compressive strength of brick masonry. Proceedings of the Institute of Civil Engineering, University of Newcastle, 871-893.
- [15] Valente M., Milani G. (2018) Damage survey, simplified assessment and advanced seismic analyses of two masonry churches after the 2012 Emilia earthquake, Department of Architecture, Built Environment and Construction Engineering Politecnico di Milano, Italia, 14-15.
- [16] Ghiassi B., Milani G. (2019) Numerical Modeling of Masonry and Historical Structures. From theory to application, Amsterdam, 255-257.
- [17] Drougkas A., Roca P., Molins C. (2013) Micro-modeling of stack bond masonry in compression using a plasticity law, XII International Conference on Computational Plasticity. Fundamentals and Applications, Barcellona, 920-921.

[18] DM 17/01/2018. Aggiornamento delle «Norme tecniche per le costruzioni». Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (GU n.8 20/02/2018), Roma, Italia.

[19] CIRCOLARE 21 gennaio 2019, n. 7 C.S.LL.PP. Istruzioni per l'applicazione dell'«Aggiornamento delle "Norme tecniche per le costruzioni"». Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (GU n.35 11/02/2019), Roma, Italia.

[20] CIRCOLARE 2 febbraio 2009, n. 617. Istruzioni per l'applicazione delle «Nuove norme tecniche per le costruzioni"» di cui al decreto ministeriale 14 gennaio 2008. Ministero delle Infrastrutture e dei Trasporti (GU n.47 26/02/2009) – Suppl. Ordinario n. 27, Roma, Italia.

[21] Milani G. (2016) Verifiche dei cinematismi locali nelle strutture in muratura: teoria ed esempi pratici, Politecnico di Milano, 71-84.

[22] Pfister M. (2022) Longitudinal section, Abbey of Santa Giutina of Padua, ETHzürich, Institute of Preservation and Construction History (IDB).

8. SITOGRAFIA

[1] https://gelfi.unibs.it/software/programmi_studenti.html

[2] <http://sacrissolemniis.blogspot.com/2010/09/splendori-patavini-le-campane-della.html>

[3] <https://www.google.it/maps/preview>