



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

**TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN
INGEGNERIA CHIMICA E DEI PROCESSI INDUSTRIALI**

**STUDIO SPERIMENTALE DEL COLLASSO
DI COLONNE GRANULARI UMIDE**

Relatore: Ing. Andrea Claudio Santomaso

Laureando: MIRKO DE FANTI

ANNO ACCADEMICO 2011-2012

Riassunto

In questa tesi viene affrontato il problema relativo al collasso di una colonna di materiale granulare. In particolare si affrontano sia le problematiche relative all'effetto dovuto all'utilizzo di materiali non ideali, mediante un confronto tra ballottini in vetro e carbonato di calcio, sia le problematiche relative all'effetto dell'aggiunta di liquido al campione da analizzare.

Per far questo è stato necessario innanzitutto caratterizzare il carbonato di calcio mediante vagliatura per ottenere frazioni con diametri caratteristici diversi. Successivamente è stato realizzato un apparato sperimentale nel quale effettuare l'esperimento, che consiste in un parallelepipedo di vetro con una parete mobile che con il suo movimento dà inizio all'esperimento.

Successivamente i dati sperimentali ottenuti sono stati analizzati in modo tale da ottenere relazioni empiriche che descrivano le grandezze caratteristiche del deposito finale: distanza raggiunta, angoli alla sommità e alla base e velocità massima raggiunta dal fronte principale. Le relazioni ottenute presentano identica struttura per i vari materiali, e differiscono solamente per quanto riguarda il valore numerico dei coefficienti.

Tuttavia non è stato possibile trovare relazioni accettabili per quel che riguarda la velocità massima raggiunta dal fronte nel caso dei ballottini in vetro, rendendo impossibile il confronto con i dati relativi al carbonato di calcio.

Indice

INTRODUZIONE	1
CAPITOLO 1 – Descrizione del problema	3
1.1 CONSIDERAZIONI GENERALI.....	3
1.2 DINAMICA DEI BALLOTTINI A SECCO.....	7
1.3 GRANDEZZE CARATTERISTICHE DEI BALLOTTINI A SECCO.....	10
1.4 DINAMICA DEI BALLOTTINI UMIDI.....	14
CAPITOLO 2 - Metodi e materiali	19
2.1 APPARECCHIATURE.....	19
2.1.1 Vibrovaglio.....	19
2.1.2 Cella di shear.....	22
2.1.3 Apparato sperimentale.....	24
2.1.4 Fotocamera digitale.....	26
2.2 MATERIALI.....	27
2.2.1 Ballottini in vetro.....	27
2.2.2 Carbonato di calcio.....	28
2.2.3 Liquidi.....	31
2.3 METODO.....	31
2.4 ANALISI D'AIMMAGINE.....	33
CAPITOLO 3 - Risultati sperimentali	35
3.1 BALLOTTINI IN VETRO.....	35
3.1.1 Runout.....	35
3.1.2 Angolo alla sommità.....	37
3.1.3 Angolo alla base.....	38
3.1.4 Velocità massima.....	40
3.2 CARBONATO DI CALCIO.....	41
3.2.1 Runout.....	41
3.2.2 Angolo alla sommità.....	44

3.2.3 Angolo alla base	47
3.2.4 Velocità massima	49
3.3 CONFRONTO TRA BALLETTINI E CARBONATO DI CALCIO	52
3.3.1 Runout	52
3.3.2 Angolo alla sommità	53
3.3.3 Angolo alla base	54
3.3.4 Velocità massima	55
3.4 ANGOLI DI CEDIMENTO	56
3.5 ANALISI DEI DATI	58
CAPITOLO 4 - Analisi dei dati a secco e confronto con dati di letteratura	61
4.1 GRANDEZZE CARATTERISTICHE	61
4.2 DURATA DELL'ESPERIMENTO	64
CAPITOLO 5 - Analisi dei dati ad umido	67
5.1 UTILIZZO DEL NUMERO DI BOND.....	67
5.1.1 Ballezzini in vetro	68
5.1.2 Carbonato di calcio	70
5.1.3 Confronto tra ballezzini e carbonato di calcio.....	73
5.2 NUMERO DI BOND SECONDO WILLETT	74
5.3 APPROCCIO UTILIZZATO.....	75
5.4 RUNOUT.....	77
5.5 ANGOLO ALLA SOMMITÀ	81
5.6 ANGOLO ALLA BASE.....	84
5.7 VELOCITÀ MASSIMA	87
5.8 INTERPRETAZIONE DEI RISULTATI.....	91
CONCLUSIONI.....	93
APPENDICE	95
A.1 ANALISI AUTOMATICA DELLE FOTOGRAFIE	95
A.2 ANALISI DEI DATI PER IL CARBONATO	98
A.3 ANALISI DEI DATI PER I BALLETTINI IN VETRO	1055
A.4 ANALISI DEI DATI PER I BALLETTINI CON TENSIOATTIVO	107

A.5 MINIMIZZAZIONE DELLE <i>job</i>	109
NOMENCLATURA	111
RIFERIMENTI BIBLIOGRAFICI	113

Introduzione

L'argomento di questa tesi riguarda il collasso di una colonna di materiale granulare. Tale problema negli anni ha assunto un ruolo sempre più rilevante nelle attività di ricerca, in quanto l'utilizzo sempre più diffuso di materiali granulari, soprattutto in particolari ambiti industriali e civili, richiede una conoscenza approfondita del comportamento di tali materiali, in modo tale da poter prevedere il loro comportamento.

Per fare qualche esempio, per quel che riguarda l'industria farmaceutica o l'industria dei fertilizzanti, si ha spesso la necessità di granulare materiali diversi per poter ottenere un prodotto finale con caratteristiche predeterminate ed è quindi necessario conoscere a priori il comportamento della miscela in base alle quantità relative. Per quel che riguarda invece l'ambito civile e geotecnico, si sta assistendo anche recentemente a studi riguardanti il cedimento e la dinamica di masse granulari con riferimento a fenomeni come le frane, al fine di poter prevedere la loro estensione. Quest'ultimo ambito ha ispirato questa tesi, nata da una collaborazione con il dipartimento di Ingegneria Civile, edile e ambientale ICEA dell'Università di Padova.

L'obiettivo principale, quindi, è quello di riuscire a descrivere il deposito finale attraverso le sue grandezze caratteristiche in modo tale da poter valutare l'effetto del materiale impiegato e della quantità di liquido aggiunto oltre al suo valore di tensione superficiale. Nello specifico questa tesi si propone di ottenere delle semplici forme funzionali che leghino le singole caratteristiche del deposito finale (lunghezza raggiunta, angolo alla sommità, angolo alla base e velocità massima del fronte) a dei gruppi adimensionali precedentemente scelti. I valori dei coefficienti sperimentali di tali forme funzionali saranno poi oggetto di analisi per cercare di poter confrontare le varie serie di esperimenti effettuati.

Nel primo capitolo della tesi ci si propone di esporre in modo esaustivo il problema, focalizzandosi sullo studio degli articoli presenti in letteratura. Tali articoli saranno poi utilizzati come punto di partenza per le successive valutazioni.

Nel secondo capitolo si presentano gli strumenti utilizzati per la preparazione dei campioni e per l'analisi degli esperimenti, ed il metodo con il quale questi vengono effettuati, indicando le motivazioni che portano ad ogni singola decisione. Inoltre vengono descritti i vari materiali utilizzati e si giustifica il loro utilizzo.

Nel terzo capitolo vengono illustrati i risultati sperimentali ottenuti. Per far questo ci si avvale di grafici che illustrano l'andamento delle varie grandezze caratteristiche in funzione sia della dimensione delle particelle del campione, sia della percentuale in peso di liquido aggiunto. Inoltre si riportano i dati relativi agli angoli di cedimento ricavati dalla cella di shear anulare.

Nel quarto capitolo ci si sofferma sull'analisi dei dati per gli esperimenti condotti a secco. Tali risultati in buona parte sono già presenti in articoli di letteratura, e quindi il confronto con i dati ottenuti risulta anche una verifica della bontà del metodo utilizzato.

Infine, il quinto capitolo rappresenta la parte fondamentale di questa tesi. In esso vengono analizzati i dati ottenuti per le prove ad umido di tutti gli esperimenti effettuati. Si cerca quindi di ottenere delle forme funzionali semplici che riescano a mostrare l'effetto delle condizioni iniziali dell'esperimento e dei materiali utilizzati sul deposito finale, e successivamente i coefficienti di tali forme funzionali vengono confrontati per cercare eventuali relazioni.

Capitolo 1

Descrizione del problema

Il problema affrontato in questa tesi riguarda la descrizione del collasso di una colonna di materiale granulare. In particolare ci si pone l'obiettivo di analizzare l'effetto delle dimensioni delle particelle del campione, della quantità aggiunta e del valore della tensione superficiale del liquido e della natura del materiale analizzato.

Per ottenere risultati accettabili è necessario, tuttavia, conoscere lo stato dell'arte attuale e di conseguenza è stato svolto uno studio degli articoli presenti in letteratura prima di focalizzarsi sulla realizzazione dell'esperimento. In questo capitolo, quindi, si illustrano le problematiche generali relative allo studio del collasso di colonne di materiali granulari, per poi focalizzarsi sulle diverse strutture degli apparati sperimentali utilizzati e soprattutto sulla grandezze caratteristiche che descrivono il deposito finale.

Si espongono quindi i dati presenti in letteratura per le varie configurazioni dell'esperimento che consistono nell'utilizzo a secco e ad umido di ballottini in vetro monodispersi. Tali dati saranno poi utilizzati come punto di partenza per l'analisi dei dati sperimentali ottenuti.

1.1 Considerazioni generali

La difficoltà principale nella descrizione dei materiali granulari sta nel fatto che, a differenza di materiali che si trovano allo stato liquido o gassoso, allo stato dell'arte attuale è impossibile definire con precisione una equazione di stato che permetta di prevedere in modo esatto il loro comportamento. Questo ha portato molte università ad effettuare prove di laboratorio per cercare di prevedere il comportamento di tali materiali utilizzando un approccio empirico, che prevede di individuare delle grandezze caratteristiche che influenzano la dinamica del moto e la configurazione finale della massa granulare, e quindi di utilizzare tali grandezze per ottenere delle forme compatte, mediante anche l'utilizzo di numeri adimensionali, per descrivere il fenomeno.

Per quanto riguarda l'apparato sperimentale utilizzato, sono presenti in letteratura studi su due diverse configurazioni, le quali danno risultati compatibili (*Lajeunesse et al., 2005*). La prima configurazione trovata consiste in un cilindro all'interno del quale viene posto il materiale; per iniziare l'esperimento il cilindro viene sollevato e di conseguenza si ottiene

una caduta totalmente simmetrica. La seconda configurazione trovata, che è anche quella scelta per gli esperimenti presentati in questa tesi, consiste in un parallelepipedo in vetro all'interno del quale viene caricato il campione; in questo caso per far partire l'esperimento si solleva solamente una delle pareti in modo tale da osservare lo sviluppo laterale del cedimento (valanga). Questa seconda configurazione potrebbe dare risultati falsati in quanto le pareti di confinamento laterale potrebbero interferire con in il fenomeno osservato (effetto parete). Tuttavia, studi in letteratura hanno verificato che tale effetto parete è trascurabile quando la larghezza del campione è superiore a 10 diametri particellari.

Nello studio del collasso di colonne di materiale granulare le grandezze caratteristiche che si vanno a valutare in letteratura sono principalmente:

- la lunghezza percorsa dalla valanga normalizzata rispetto alla lunghezza iniziale, definita con il termine anglosassone runout;
- l'angolo che si forma alla base della colonna;
- l'angolo che si forma sulla sommità della colonna.

Tali grandezze permettono di descrivere in maniera completa il fenomeno del collasso. Altri studi si soffermano inoltre sulla velocità del fronte e sul tempo caratteristico del collasso.

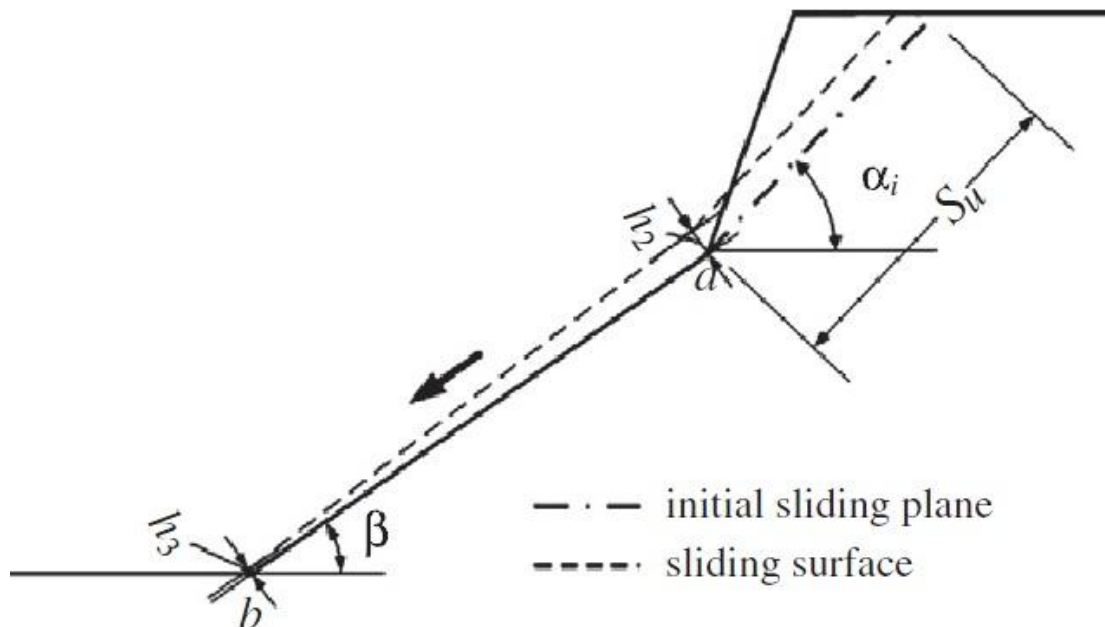


Figura 1.1 *Rappresentazione degli angoli sulla sommità α e alla base β del deposito finale.*

Gran parte di tali lavori, tuttavia, hanno come oggetto di studio il collasso di una colonna di materiale granulare a secco, quindi senza presenza alcuna di liquido, ed inoltre trattano come materiale ballottini di vetro monodispersi, con caratteristiche molto particolari che lo rendono materiale pressoché ideale, eliminando la maggior parte delle difficoltà che si incontrano nello studio dei materiali granulari.

Alcuni studi recenti hanno cercato di fare un passo avanti, cercando di determinare l'effetto dovuto all'aggiunta di un liquido nel materiale. Questo porta infatti alla formazione di ponti capillari, i quali aumentano la coesione del materiale e di conseguenza vanno a modificare la natura del fenomeno. Anche in questo caso, tuttavia, gli studi presenti in letteratura trattano solamente di ballottini di vetro cui viene aggiunta una piccola quantità di acqua. La quantità di acqua aggiunta al campione è stata scelta in modo tale da trovarsi nello stato pendolare. In tale stato, infatti, si assume la presenza di ponti capillari singoli tra due particelle, escludendo la formazione di strutture più complesse.

La quantità di liquido aggiunto ad un sistema, infatti, determina lo stato dello stesso. Questi stati si classificano come (*Neddermann, 2005*):

- Stato pendolare: è lo stato in cui l'aggiunta di liquido è minima. Si può quindi considerare che i ponti capillari che si formano siano singoli, senza quindi portare alla formazione di cluster di geometria fortemente irregolare e con caratteristiche casuali non prevedibili.
- Stato funicolare: è lo stato in cui a causa della presenza di liquido in quantità maggiore si uniscono vari ponti singoli. In questo modo si ottengono strutture più complesse che rendono molto complicata la descrizione del materiale che di fatto dev'essere considerato come formato da granuli eterogenei, ognuno dei quali ha una propria dimensione e una propria densità. Si ottiene quindi una descrizione globale del fenomeno che risulta dipendente dalle condizioni locali che hanno carattere non prevedibile.
- Stato capillare: è lo stato in cui l'aggiunta di ulteriore liquido è tale per cui quest'ultimo costituisce la fase continua. Si ha quindi una situazione nella quale le particelle di solido sono immerse nel liquido, che ha occupato tutto lo spazio interparticellare.
- Goccia: si parla di goccia nel momento in cui il liquido immerge anche la superficie esterna del granulo. In questo caso si è in una situazione di sovrabagnatura, ovvero l'aggiunta di liquido risulta eccessiva.

Considerando il sistema nello stato pendolare si può quindi utilizzare un modello di descrizione dei ponti capillari binario, ovvero nel quale ogni ponte capillare è condiviso

tra due sole particelle. In realtà anche nello stato pendolare si osserva la formazione di ponti più complessi, ma la loro diffusione è talmente ridotta che trascurare la loro presenza è accettabile.

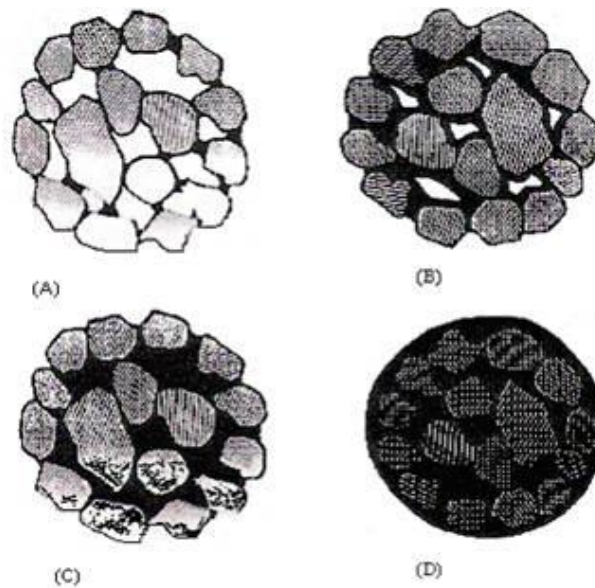


Figura 1.2 Stati di saturazione di un sistema solido-liquido. Si osservano gli stati pendolare (A), funicolare (B), capillare (C) e la goccia (D).

Considerando quindi gli studi presenti in letteratura e la necessità di riuscire a rappresentare delle situazioni reali, questa tesi ha preso in considerazione inizialmente il fenomeno del collasso di una colonna di pallottini in vetro monodispersi. Tuttavia ci si è voluti focalizzare maggiormente sullo studio di un materiale fortemente non ideale diffuso in natura. È stato quindi trattato tale argomento con l'utilizzo di frazioni di carbonato di calcio estratto da cava, sia per quel che riguarda le prove a secco, sia per quanto riguarda le prove ad umido.

Per quanto riguarda invece l'effetto dovuto alle proprietà del liquido, solo nel caso dei pallottini è stato utilizzato, oltre all'acqua distillata, anche un tensioattivo fluorurato per valutare l'effetto della tensione superficiale.

Gli articoli presenti in letteratura, pur trattando nella maggior parte dei casi la situazione ideale che prevede l'utilizzo di pallottini in vetro a secco, risultano fondamentali come punto di partenza per le considerazioni che verranno successivamente fatte. Si ottiene infatti una descrizione dettagliata della dinamica del moto, dall'istante iniziale in cui si ha il movimento del materiale, all'istante finale in cui la massa nella sua totalità risulta ferma.

Inoltre si ottengono relazioni empiriche basate su numeri adimensionali per quanto riguarda i due angoli, alla base e sulla sommità della configurazione finale, ma soprattutto per quanto riguarda il runout.

1.2 Dinamica dei ballottini a secco

Come detto in precedenza la maggior parte degli articoli trattano il caso più semplice del collasso di una colonna di ballottini in vetro monodispersi senza l'aggiunta di liquido. In questo caso molto particolare si nota che gli unici fenomeni presenti riguardano la forza di coesione presente tra le particelle e il loro attrito. Di conseguenza è buona approssimazione trattare il fenomeno del cedimento utilizzando la legge di Mohr-Coulomb (*Meruane et al., 2010*):

$$\tau = \mu \cdot \sigma + C \quad (1.1)$$

In cui C rappresenta la coesione, la quale dipende dal materiale e dalla grandezza delle particelle, σ rappresenta lo sforzo a cui il materiale è sottoposto, mentre μ rappresenta il coefficiente di attrito interno del materiale, definito come $\mu = \tan(\delta)$, in cui δ rappresenta l'angolo di attrito interno del materiale. Si nota quindi che il fenomeno del collasso è regolato solamente dalla natura del materiale che si analizza.

Per quanto riguarda lo studio della dinamica è stata determinata innanzitutto l'inclinazione della superficie lungo la quale si sviluppa il moto. Tale inclinazione risulta pari a:

$$\alpha = 45 - \delta/2 \quad (1.2)$$

in accordo con quanto previsto dal cedimento di tipo Coulombiano (*Lube et al., 2007*).

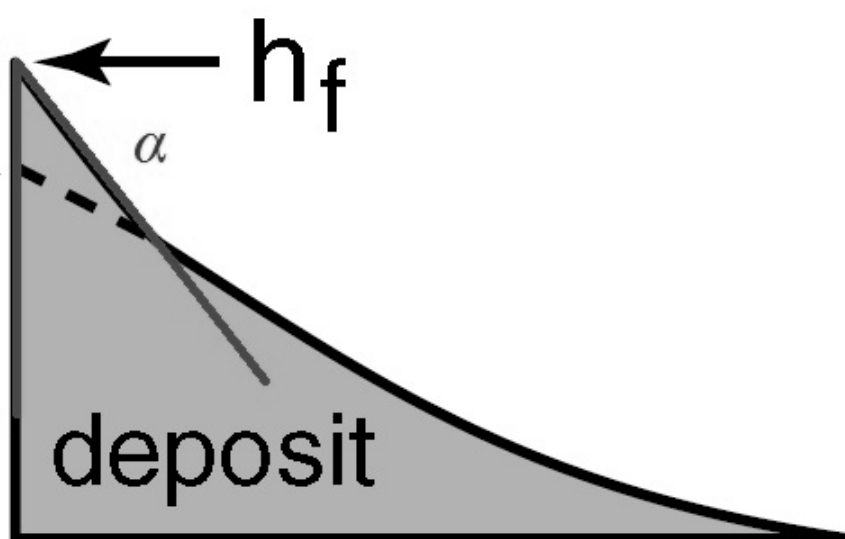


Figura 1.3 Rappresentazione dell'angolo alla sommità del deposito α che corrisponde ad un valore pari a $45 - \delta/2$.

Una volta messo in movimento il materiale sono stati individuate due fasi distinte (E. Lajeunesse *et al.*, 2004): si nota un primo stadio che consiste in un collasso della colonna che interessa la maggior parte del materiale inizialmente presente, denominata “spreading phase”.

In questa fase l’interfaccia tra la zona statica e quella dinamica si propaga lungo la superficie superiore ed inizialmente risulta essere concava. Tuttavia, con lo sviluppo del moto, l’interfaccia riduce la sua concavità fino ad arrivare alla situazione finale in cui la superficie superiore e l’interfaccia tra lo strato dinamico e quello statico risultano essere parallele.

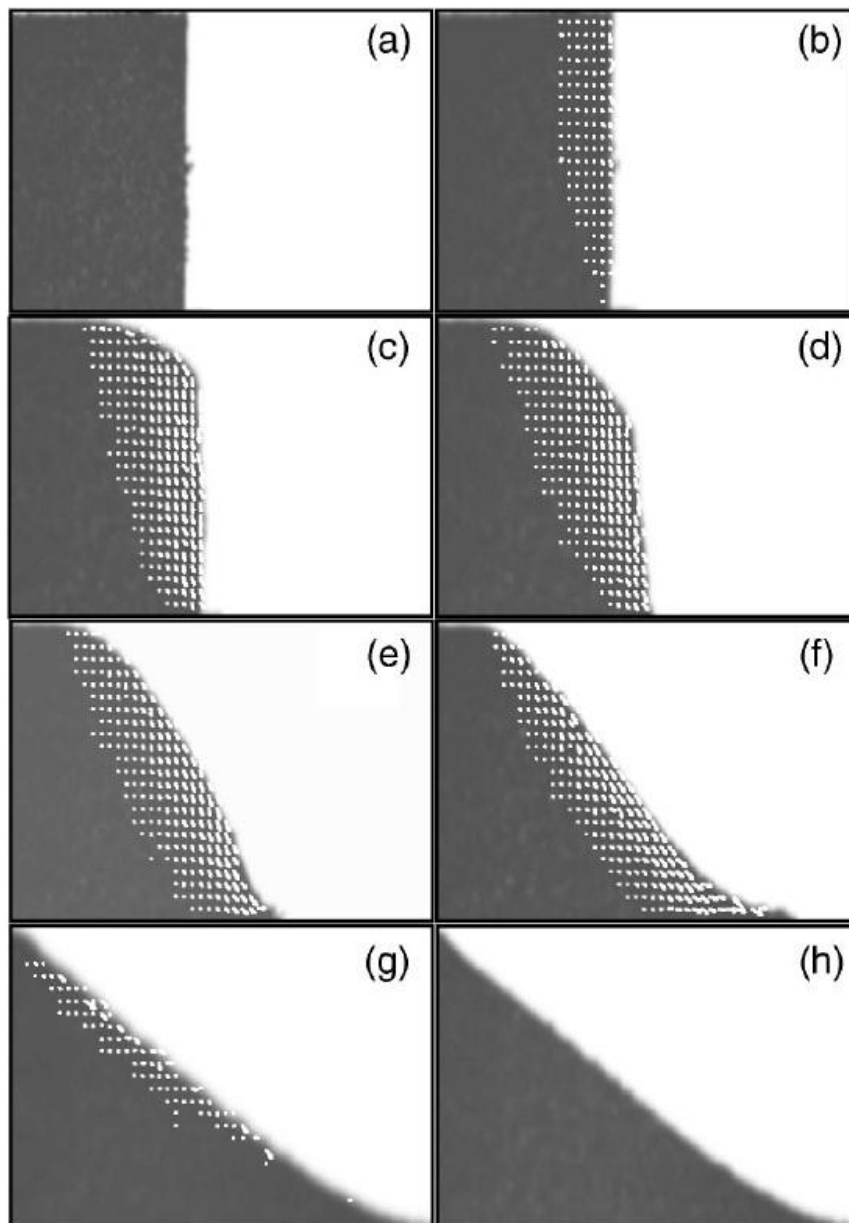


Figura 1.4 Rappresentazione dell’evoluzione della valanga con il passare del tempo.

L’area tratteggiata indica la zona in cui si ha movimento.

Col passare del tempo si nota, oltre ad un aumento della distanza di runout raggiunta, anche che la zona statica aumenta di dimensione. La maggior parte del flusso si ha al di sopra del materiale depositato: le analisi in sequenza delle immagini mostrano infatti come ci sia uno strato delle dimensioni di pochi diametri particellari che è a contatto con la superficie inferiore dell'apparecchiatura, strato su cui il restante materiale scorre.

In questa fase si ha il completo sviluppo del profilo di velocità, che poi progressivamente si riduce fino all'arresto del materiale. Inizialmente tale profilo coinvolge solamente qualche diametro particellare, ma con l'avanzare del tempo si sviluppa e arriva a coinvolgere sempre più particelle, restando comunque confinato sulla superficie. Nel dettaglio, partendo dalla base, si nota inizialmente una zona statica, al di sopra della quale si ha una zona di transizione che si estende per pochi diametri particellari in cui la velocità ha andamento esponenziale. Si ha quindi una zona in cui la velocità aumenta in modo lineare che però riduce il suo spessore con il tempo, fino ad arrivare alla parte superiore in cui la velocità risulta costante, come fosse un moto a pistone (*Siavoshi e Kudrolli, 2005*). Si nota inoltre in questa fase che le forze d'inerzia dovute alla velocità di caduta sono molto più elevate rispetto alle forze d'attrito interparticellare e quindi l'attrito tra le particelle risulta trascurabile.

Alla fine della "spreading phase" si osserva un periodo di tempo in cui la velocità delle particelle in moto cala e quindi diventano dominanti le forze di attrito interno, e questo si manifesta in una brusca frenata del materiale. Dagli studi analizzati si nota che tale transizione tra il regime inerziale e il regime in cui domina l'attrito dipende dalle dimensioni delle particelle.

Si arriva quindi alla seconda fase, denominata "final avalanching phase", che consiste in un movimento sulla superficie libera di piccoli gruppi di particelle, mentre nel complesso la massa risulta già ferma. Durante questa fase è stata considerata la variazione della lunghezza di runout, in accordo con articoli presenti in letteratura (*Lube et al., 2005*).

Per quanto riguarda l'effetto dell'apparecchiatura in cui si svolge l'esperimento, si nota che la rugosità della superficie inferiore può essere trascurata, a condizione che l'entità della rugosità sia inferiore rispetto alla grandezza delle particelle analizzate (*Lube et al., 2004*).

1.3 Grandezze caratteristiche dei ballottini a secco

Oltre allo studio della dinamica gli articoli presenti in letteratura si soffermano sull'analisi dei parametri che caratterizzano ogni fenomeno di collasso: la lunghezza di runout normalizzata e gli angoli alla base e alla sommità della configurazione finale oltre che, in alcuni studi, anche il profilo di velocità del fronte.

Tutti i parametri elencati possono essere ricondotti a semplici relazioni considerando come variabile fondamentale l'aspect ratio, definito:

$$a = h_0/l_0 \quad (1.3)$$

In cui h_0 e l_0 rappresentano rispettivamente l'altezza iniziale e la lunghezza iniziale della colonna di materiale che si va ad analizzare.

Per quanto riguarda la lunghezza raggiunta dalla valanga, gli articoli presenti in letteratura definiscono come parametro fondamentale la lunghezza di runout normalizzata, definita come rapporto tra il cammino percorso dalla valanga l e lunghezza iniziale del deposito.

$$l = (l_F - l_0)/l_0 \quad (1.4)$$

La lunghezza di runout adimensionale è stata calcolata in modo empirico utilizzando una semplice relazione con l'aspect ratio. Nel caso di nostro interesse, ovvero il caso in cui l'aspect ratio abbia valore inferiore a 1.7, si ottiene un andamento lineare tra lunghezza di runout e aspect ratio. Il coefficiente che regola questa relazione è stato trovato in modo empirico a partire da dati sperimentali.

$$l = c_1 \cdot a \quad c_1 = 1.2 \quad (1.5)$$

In questa configurazione è stato inoltre determinato, grazie all'utilizzo di marcatori che consistono in ballottini con colori differenti, che le particelle che coincidono con la distanza di runout si trovano tutte nella stessa zona iniziale, corrispondente ad un'altezza pari a $h = 0.65 \cdot h_0$ (Thompson e Huppert, 2007).

L'analisi dell'angolo alla sommità della configurazione finale ha evidenziato come ci sia una corrispondenza molto forte con la relazione $\alpha = 45 - \delta/2$ che determina il piano di cedimento iniziale. Questa osservazione è coerente con la teoria di Coulomb, che definisce tale angolo come l'angolo di cedimento di un materiale. Tuttavia si può notare che il valore osservato differisce in certi casi per valori fino a 5° rispetto al valore teorico;

ciò è dovuto all'effetto delle valanghe secondarie precedentemente descritte, che vanno ad influenzare di conseguenza tutto il profilo del deposito. Valutando l'angolo sulla sommità utilizzando l'aspect ratio, si nota che decresce secondo una legge logaritmica (Lube et al., 2007).

L'analisi dell'angolo alla base, al contrario, è molto sommaria in letteratura. Questo perché non si è trovata una caratteristica intrinseca del materiale utile per una sua descrizione. Si nota semplicemente che l'angolo alla base risulta essere molto inferiore rispetto all'angolo di attrito interno, e ciò è giustificato dal fatto che la formazione dell'angolo alla base dipende dal comportamento del materiale nella transizione tra dinamica e statica. Valutando il suo valore rispetto all'aspect ratio, si nota un valore dell'angolo alla base decrescente secondo una legge logaritmica (Lube et al., 2007).

Infine qualche studio isolato (Lajeunesse et al., 2005) ha provato a caratterizzare i profili di velocità lungo una sezione del flusso principale. Diagrammando la velocità normalizzata, definita come:

$$v^* = v/(g \cdot x)^{1/2} \quad (1.6)$$

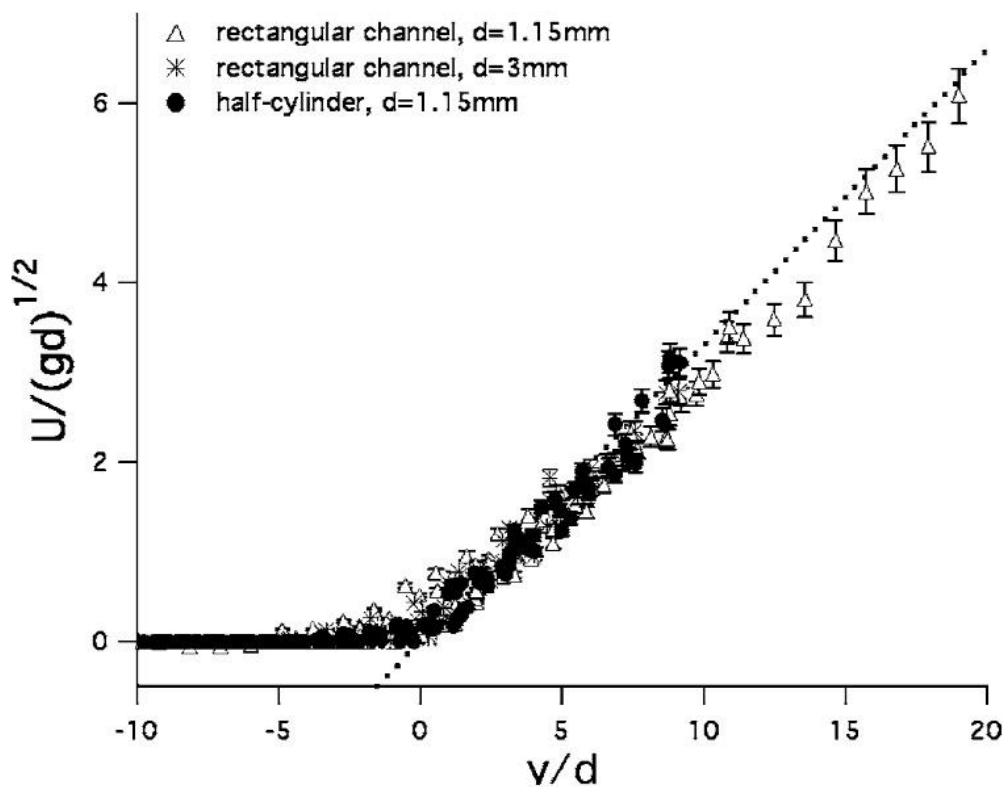


Figura 1.5 Rappresentazione della velocità normalizzata rispetto alla profondità normalizzata.

Rispetto alla profondità normalizzata y/x si ottiene una retta con pendenza pari a 0.3.

Questo sta a significare che durante la fase dinamica il materiale è sottoposto ad un gradiente di velocità verticale e costante, indipendente sia dalla geometria dell'apparecchiatura, sia dalle proprietà intrinseche del materiale.

$$\dot{\gamma} = 0.3 \cdot \sqrt{(g/x)} \quad (1.7)$$

Si nota che l'unico parametro che va ad incidere sul valore di $\dot{\gamma}$ è la dimensione delle particelle che compongono il campione.

Riguardo la velocità, qualche studio (*Siavoshi e Kudrolli, 2005*) ha cercato di analizzare l'andamento della velocità del fronte principale rispetto al tempo dell'esperimento.

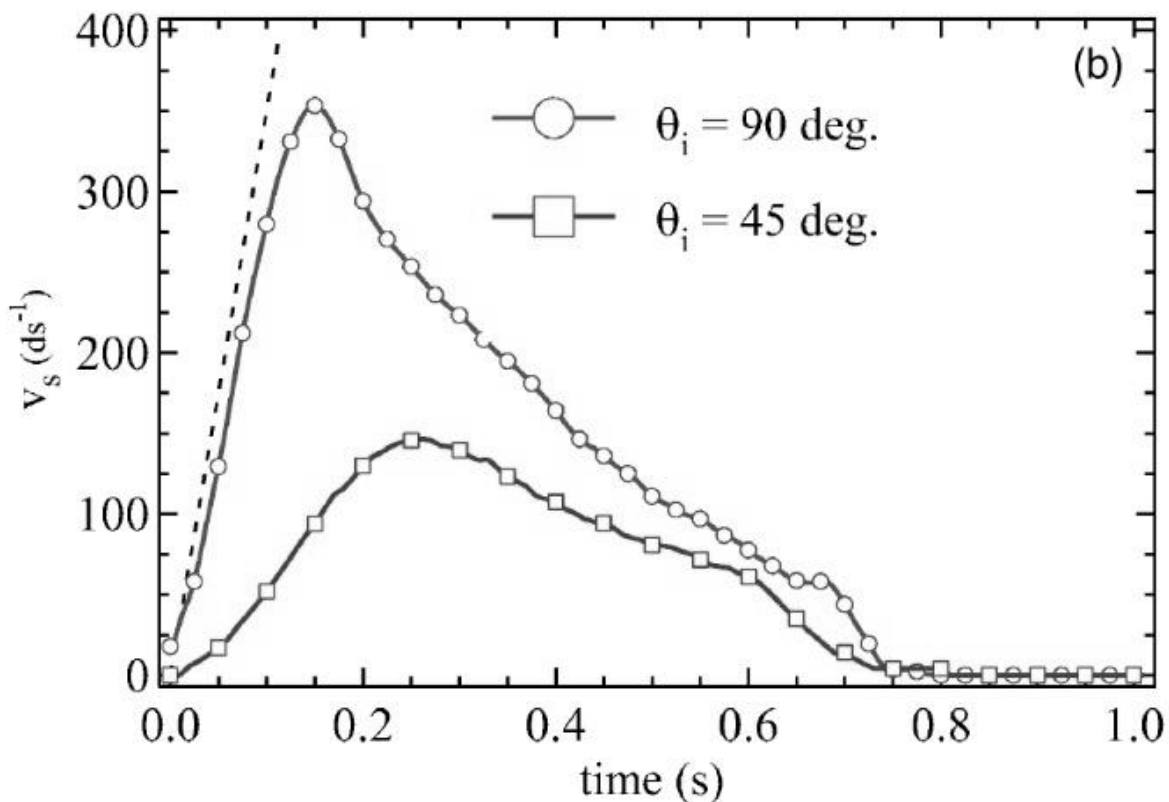


Figura 1.6 Rappresentazione della velocità rispetto al tempo. Si nota una fase iniziale con accelerazione costante, seguita da una fase più lenta di arresto del materiale.

Si ottiene un profilo che prevede un aumento iniziale marcato della velocità del fronte, nel quale si può individuare un'accelerazione costante. Si raggiunge quindi il picco di velocità, oltre il quale la velocità del fronte si riduce gradualmente, fino a fermarsi definitivamente.

Alcuni studi hanno caratterizzato anche il tempo complessivo di movimento del materiale granulare, includendo quindi la fase di "final avalanching" che ha carattere totalmente casuale. Questi studi sono riusciti ad ottenere una semplice relazione nella quale compaiono la lunghezza di runout, l'accelerazione di gravità e l'aspect ratio. Tale relazione, riportata di seguito, è risultata valida rispetto a tutti i valori di aspect ratio indagati.

$$t = 30 \cdot (l_0/g)^{1/2} \cdot a^{1/2} \quad (1.8)$$

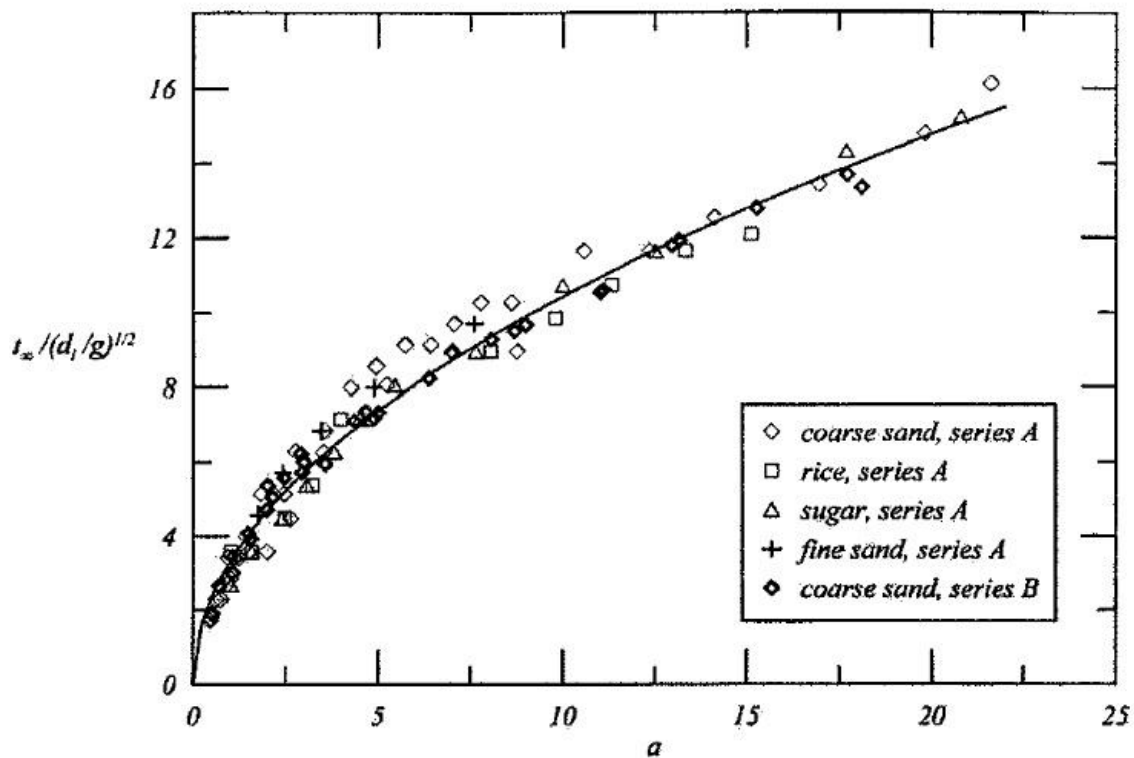


Figura 1.7 Rappresentazione del tempo adimensionale rispetto all'aspect ratio per campioni di vario materiale.

1.4 Dinamica dei ballottini umidi

Dalla letteratura i dati relativi al collasso della colonna composta da ballottini con l'aggiunta di acqua sono numericamente molto inferiori rispetto al caso precedente. Tuttavia si possono trovare descrizioni del fenomeno sufficientemente accurate.

La differenza principale consiste nel fatto che l'aggiunta di acqua comporta la formazione di ponti capillari tra le particelle, la cui forza dipende dalla tensione superficiale del liquido, che quindi va ad aggiungersi all'effetto dell'attrito interparticellare. Tale forza, esplicitata nella formula seguente, include l'effetto delle dimensioni delle particelle e contiene la quantità di liquido aggiunto.

$$F_c = (\pi \cdot x \cdot \gamma \cdot \cos \theta) / (1 + 2.1 \cdot k^{1/2} + 10 \cdot k) \quad (1.9)$$

in cui l'angolo θ rappresenta l'angolo di contatto tra il materiale granulare ed il liquido, mentre γ è il valore della tensione superficiale del liquido. Al denominatore si nota la presenza del gruppo k definito come:

$$k = (s^2 \cdot x) / V \quad (1.10)$$

Questo gruppo si utilizza per considerare il fatto che le particelle tra cui si formano i ponti capillari non sono a contatto tra loro, ma tra di loro c'è una certa distanza s .

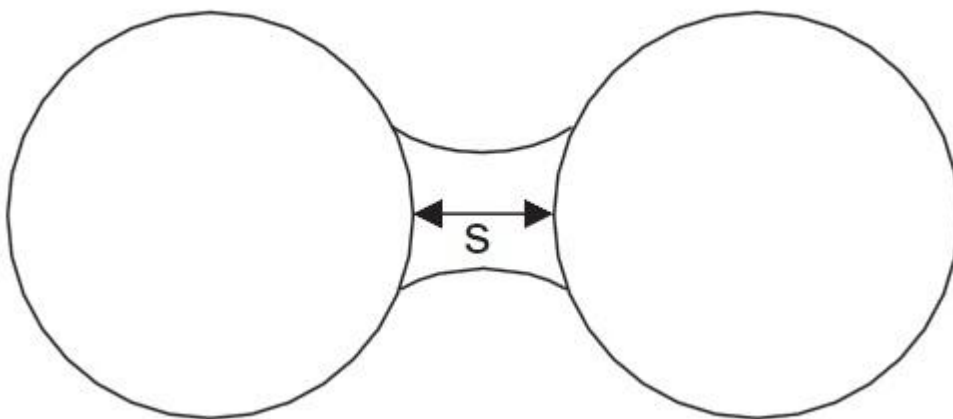


Figura 1.8 Due particelle sferiche tra cui si forma un ponte capillare sono distanziate di una certa distanza s , il cui valore è difficilmente determinabile.

Inoltre questo gruppo permette di parametrizzare la forza dovuta alla capillarità in base al volume di liquido presente V che va a formare ponti capillari (Iveson *et al.*, 2002).

In molti degli articoli trattati si nota che il denominatore di F_c viene trascurato. Questo porta ad una trattazione molto più semplice, in quanto si trascura il problema della determinazione della distanza s tra due particelle adiacenti e della dipendenza dalla quantità di liquido aggiunto. L'utilizzo di ballottini di vetro porta ad un'ulteriore semplificazione in quanto permette di poter considerare che tutto il volume V di liquido vada utilizzato per formare ponti capillari tra particelle.

Inoltre l'aggiunta del liquido porta anche alla presenza di una forza viscosa, che si oppone al moto.

$$F_v = ((3 \cdot \pi \cdot \mu_L \cdot r^2) \cdot (ds / dt)) / (2 \cdot s) \quad (1.11)$$

In cui μ_L rappresenta la viscosità del liquido, (ds / dt) risulta essere la velocità di allontanamento della semidistanza tra le due particelle, mentre il valore r è calcolato come media armonica tra i diametri delle due particelle tra le quali si forma il ponte capillare.

$$r = (x_1^{-1} + x_2^{-1}) \quad (1.12)$$

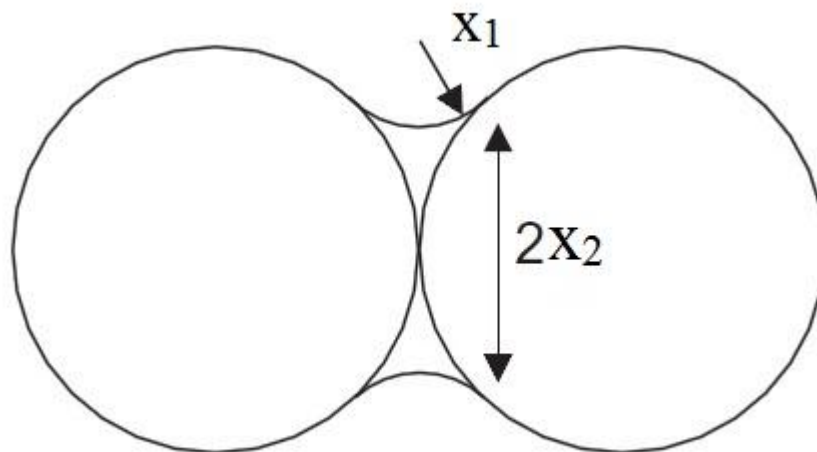


Figura 1.9 Rappresentazione del ponte capillare tra due particelle. I valori x_1 ed x_2 influenzano la forza del ponte capillare.

L'utilizzo di ballottini monodispersi semplifica la trattazione, in quanto tutte le particelle del campione hanno la stessa dimensione.

Nella rappresentazione dei ponti capillari è ampiamente diffusa l'approssimazione per la quale si considerano solamente ponti capillari che si costituiscono tra due singole particelle. Nelle situazioni reali, tuttavia, sono frequenti casi in cui l'aggiunta del liquido porta a legami più complessi tra più particelle.

Di fatto, quando si forma un ponte capillare tra due particelle si genera una depressione dovuta alla curvatura del ponte che a sua volta è dovuta all'angolo di contatto tra il liquido ed il materiale.

Essendoci oltre all'attrito interparticellare anche la forza dei ponti capillari che si oppone al moto, risulta che meno particelle hanno sufficiente energia per poter iniziare il moto, e di conseguenza il movimento complessivo della massa granulare risulta limitato. Questo si riflette sul fatto che il caso bagnato rispetto al caso secco ha una dinamica con una durata minore ed una quantità di materiale in movimento maggiore (Tegzes et al., 2002). Ciò è dovuto al fatto che nel caso secco il flusso principale risulta essere approssimabile ad un flusso continuo, in qualche modo paragonabile a quello di un fluido Newtoniano. Al contrario, si nota che il flusso nelle prove bagnate consiste in una successione di eventi locali che comprendono dei cluster di materiale. Questa differente natura del moto porta in primo luogo ad una difficoltà ulteriore a descrivere la dinamica, in quanto il movimento non può essere affrontato come nel caso secco in cui si aveva il moto di molte particelle aventi la stessa forma e dimensione. In questo caso, infatti, i vari cluster che si formano sono eventi imprevedibili e statistici, e quindi il moto è descritto da elementi che hanno diversa forma e dimensione. Inoltre considerando che gli eventi sono locali, e non globali come nel caso precedente, si ottiene che il moto è sottoposto a grandi fluttuazioni, che complicano in maniera rilevante la descrizione del fenomeno. Questa variazione di condizioni locali ha anche effetto sul flusso di materia: si ha infatti che c'è un flusso di materia netto attraverso le zone a densità maggiore. In queste zone le particelle che entrano subiscono urti più frequenti con la conseguenza che quando escono da questa zona sono molto più lente, avendo perso parte della loro energia negli urti.

Nel caso umido, al contrario del caso secco, si nota che diventano rilevanti le dimensioni delle particelle per valutare l'effetto dei ponti capillari. Si nota infatti che il comportamento è differente in base alla dimensione delle particelle: per le particelle di dimensioni tali per cui si hanno forze di coesione rilevanti, la presenza di un liquido in quantità minime porta ad un effetto di lubrificazione, in quanto si ha un numero di coordinazione elevato e quindi il liquido contrasta l'effetto di attrito interparticellare. Con

l'aumentare del liquido aggiunto i ponti capillari che si formano tra le varie particelle prevalgono sull'effetto di lubrificazione, portando ad un aumento della resistenza al moto. Al contrario, in particelle grossolane in cui la coesione è trascurabile, non si ha effetto lubrificante e quindi l'aggiunta del liquido ha il solo effetto di formare ponti capillari il cui effetto si somma a quello dell'attrito (*Kim e Hwang, 2003*).

L'utilizzo dei ballottini di vetro monodispersi nel caso umido comporta due vantaggi notevoli: innanzitutto dalla letteratura si ricava che la forza dei cluster che si formano durante il moto è maggiore, e difficilmente quantificabile, quando il cluster è formato da particelle di dimensioni differenti; inoltre essendo i ballottini in vetro si può considerare con ottima approssimazione che tutto il liquido aggiunto venga utilizzato per formare ponti capillari, avendo i ballottini porosità nulla.

Per quanto riguarda la descrizione del fenomeno attraverso l'utilizzo di modelli per caratterizzare la forza dei ponti capillari, tuttavia, si incontrano grandi difficoltà che obbligano a fare delle approssimazioni. Infatti un modello preciso avrebbe bisogno di conoscere l'esatta distanza tra ogni coppia di particelle per poter valutare la forza dei ponti capillari (*Herminghaus, 2005*).

Essendo questo difficilmente ottenibile, si può cercare di ottenere un valore approssimato, sebbene non completamente rappresentativo, utilizzando un tomografo. Tuttavia, solitamente si supera questo problema con l'utilizzo di relazioni empiriche ottenute da dati sperimentali, che danno risultati accettabili.

Capitolo 2

Metodi e materiali

Per conseguire l'obiettivo della tesi sono stati utilizzati due materiali granulari diversi, sfere di vetro e particelle di carbonato di calcio, in modo tale da poter ottenere una situazione approssimabile all'ideale e confrontarla quindi ad una situazione reale.

È stato inoltre necessario utilizzare varie apparecchiature per poter caratterizzare le particelle di carbonato di calcio e ottenere una descrizione accurata del collasso della colonna di materiale.

Il metodo utilizzato per effettuare l'esperimento è stato pensato in modo tale da poter ottenere risultati il più riproducibili possibile, e quindi poter trascurare eventuali errori sistematici dovuti alle apparecchiature.

2.1 Apparecchiature

Per quanto riguarda le apparecchiature utilizzate, sono state distinte in due categorie: la prima contiene le apparecchiature utilizzate per poter preparare i campioni di carbonato di calcio a partire dal materiale a disposizione, mentre la seconda comprende le apparecchiature utilizzate per realizzare gli esperimenti e poterli poi analizzare.

Nella prima categoria rientrano il vibrovaglio, utilizzato per ottenere campioni di dimensioni note, e la cella di shear anulare che permette di caratterizzare il carbonato di calcio restituendo i valori caratteristici di ogni frazione.

2.1.1 Vibrovaglio

Per poter separare le varie frazioni di carbonato di calcio da analizzare è stato necessario utilizzare un vibrovaglio. Questa apparecchiatura permette di ottenere frazioni del campione iniziale che verranno in seguito caratterizzate.

Il vibrovaglio utilizzato è il modello *RETSCH® AS200 control 'g'*. Tale setacciatore deve il suo funzionamento ad un sistema elettromagnetico che produce un movimento oscillante tridimensionale che muove il materiale al suo interno in modo equivalente su tutta la superficie utile. I vagli utilizzati partono da un diametro massimo di 2500 micron, fino ad un minimo di 400 micron. In questo intervallo sono incluse tutte le frazioni d'interesse considerando il fatto che il campione deve essere presente in quantità inferiore

al 5% al di sopra del setaccio con maglie di dimensioni maggiori e al di sotto del vaglio con maglia di dimensioni minori.



Figura 2.1 *Vagli di diverse dimensioni.*

Ogni vaglio è costituito da un cilindro all'interno del quale è presente una maglia metallica rettangolare che seleziona le particelle in base al loro diametro di setaccio, definito dalla lunghezza B riportata in figura.

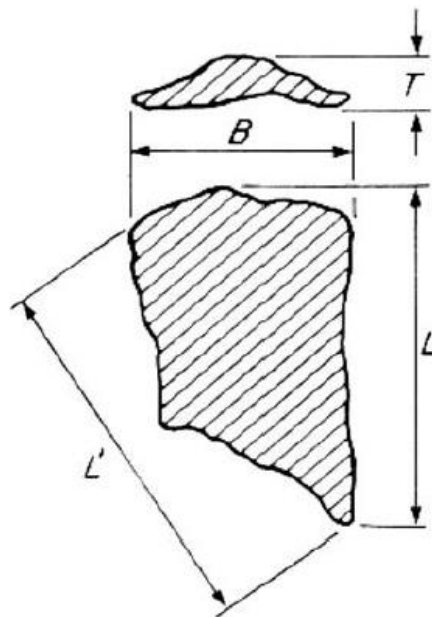


Figura 2.2 *Rappresentazione schematica di una particella irregolare.*

Il diametro di setaccio è definito dalla lunghezza B .

Il diametro di setaccio è definito in modo tale da poter rappresentare la dimensione massima di una particella che può attraversare le maglie del setaccio.

L'operazione di vagliatura avviene sovrapponendo vari vagli e aggiungendo in quantità non eccessive il materiale da setacciare.



Figura 2.3 Vibrovaglio utilizzato per la setacciatura del materiale.

2.1.2 Cella di shear

L'utilizzo della cella di shear ha come scopo quello di ottenere grandezze caratteristiche di ogni campione, in modo tale da poterle successivamente correlare con alcune proprietà tipiche del deposito finale.

La cella di shear utilizzata è il modello BROOKFIELD ® PFT la quale permette di ottenere risultati in formato digitale mediante il software Powder Flow Pro V 1.2. Tale cella di shear è di tipo anulare, e consiste in un coperchio che si va a posizionare al di sopra del porta campione esercitando uno sforzo normale prestabilito.



Figura 2.4 Coperchi per la cella di shear.

Per iniziare l'analisi il porta campione ruota rispetto al coperchio in modo tale da produrre sforzi di taglio fino ad arrivare al cedimento.



Figura 2.5 Porta campione per l'analisi nella cella di shear.

Per quanto riguarda ogni singola prova si analizza il comportamento del materiale sottoposto a cinque diversi carichi normali. Tuttavia dopo ogni sforzo di taglio che provoca cedimento è necessario, per l'analisi dello sforzo successivo, annullare i carichi che hanno agito sul sistema, in quanto il cedimento in queste condizioni risulta facilitato poiché il materiale ha già un piano di cedimento derivante dalla prova appena effettuata. Si procede quindi al cosiddetto pre-shear che consiste nel portare il sistema nelle condizioni iniziali in modo tale da annullare l'effetto degli sforzi di taglio sottoposti. Questo procedimento risulta essere totalmente automatizzato, ma aumenta i tempi necessari per l'analisi.



Figura 2.6 Cella di shear pronta per l'analisi.

2.1.3 Apparato sperimentale

L'apparato sperimentale utilizzato per svolgere gli esperimenti consiste in un canale di forma rettangolare in vetro trasparente di lunghezza pari a 35cm, altezza pari a 12cm e una larghezza pari a 5cm. All'interno di questo canale si effettua il caricamento del campione e il suo successivo rilascio. Il vetro trasparente permette di osservare la dinamica del fenomeno e l'aspetto finale del deposito. Il materiale viene caricato nella parte posteriore del canale, per una lunghezza di 7cm e fino ad un'altezza pari ad 8cm. Considerando gli scopi della tesi, che sono quelli di indagare l'effetto della non idealità del materiale utilizzato e l'effetto dovuto all'aggiunta di acqua, si è preferito non agire sull'aspect ratio.



Figura 2.7 Vista laterale dell'apparato sperimentale.

L'inizio dell'esperimento avviene mediante il sollevamento della parete frontale del canale, in modo tale da poter innescare la caduta del campione per effetto della gravità. Il sistema per il sollevamento della parete consiste in delle carrucole installate su di un asse metallica che viene collegata al canale in vetro mediante l'utilizzo di una piastra metallica. Un filo viene quindi collegato ad un'estremità con la parete che si deve sollevare, mentre all'estremità opposta si trova un peso di 2kg che all'inizio dell'esperimento viene lasciato cadere.



Figura 2.8 Sistema di alzata per la parete frontale.

La notevole differenza di peso fa sì che si possa utilizzare con buona approssimazione un'accelerazione costante della parete, pari a quella di gravità. Il peso inoltre viene lasciato cadere con il filo inizialmente non completamente teso, in modo tale che il sollevamento della parete abbia inizio quando il peso ha già una certa velocità.



Figura 2.9 Sollevamento della parete che dà inizio all'esperimento.

2.1.4 Fotocamera digitale

Per poter aver una buona conoscenza della dinamica degli esperimenti, si è reso necessario l'utilizzo di una macchina fotografica digitale in grado di scattare immagini in sequenza. A questo scopo è stata utilizzata la fotocamera *CANON® EXILIM EX-F1*, in grado di scattare sessanta fotogrammi al secondo.

Considerata la durata dell'esperimento la fotocamera ha permesso una descrizione accurata della sua dinamica, permettendo di determinare vari parametri in modo molto preciso. Sono stati individuati gli istanti di tempo iniziali e finali per quanto riguarda il flusso principale, la durata della fase di “final valanching” ed il tempo necessario alla parete per sollevarsi completamente. Per garantire un'inquadratura sempre identica la fotocamera è stata posizionata su di un treppiede.



Figura 2.10 Fotocamera digitale *CANON® EXILIM EX-F1*.

L'acquisizione delle immagini è stata fatta in modo automatico, utilizzando il software della fotocamera. Tale software ha permesso inoltre di avviare la fotocamera direttamente dal computer, e questo ha facilitato la partenza in simultanea dell'esperimento e della sequenza di foto.

2.2 Materiali

Nel corso della tesi sono stati utilizzati due diversi materiali per poter caratterizzare l'effetto di alcune proprietà caratteristiche sul fenomeno del collasso.

2.2.1 *Ballottini in vetro*

Si è partiti quindi utilizzando dei ballottini di vetro monodispersi. In questo modo il campione inserito nell'apparecchiatura risulta formato da sfere di vetro, le quali hanno tutte lo stesso diametro. In questo modo l'effetto della distribuzione di dimensione all'interno del campione risulta annullato. Inoltre in questo modo anche l'attrito dovuto alla forma delle particelle risulta equivalente per ogni coppia di particelle che si vanno a considerare. Queste due approssimazioni risultano molto utili per poter costruire un modello semplificato che descriva il fenomeno.

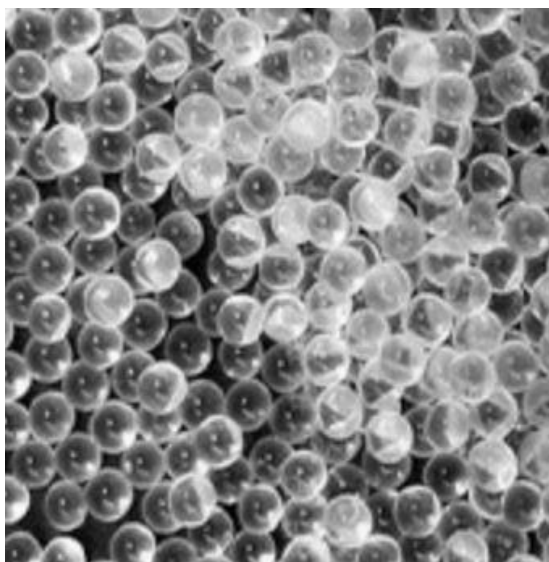


Figura 2.11 *Ballottini in vetro monodispersi.*

L'utilizzo dei ballottini, inoltre, porta vantaggi anche nella descrizione del fenomeno umido; infatti i ballottini essendo in vetro hanno una porosità ed un rigonfiamento dovuto all'assorbimento del liquido all'interno dei pori nullo. Questo garantisce il fatto che tutto il liquido aggiunto al campione venga utilizzato per la formazione di ponti capillari. La natura monodispersa del campione permette inoltre di considerare i ponti capillari equamente distribuiti e garantisce che questi generino una forza costante, essendo i ponti tra particelle indistinguibili.

Negli esperimenti effettuati si è scelto di utilizzare ballottini di diametro pari a 1200 micron, in modo tale da poter essere confrontati con una delle frazioni di carbonato di calcio. Di seguito sono riportate le proprietà caratteristiche dei ballottini utilizzati:

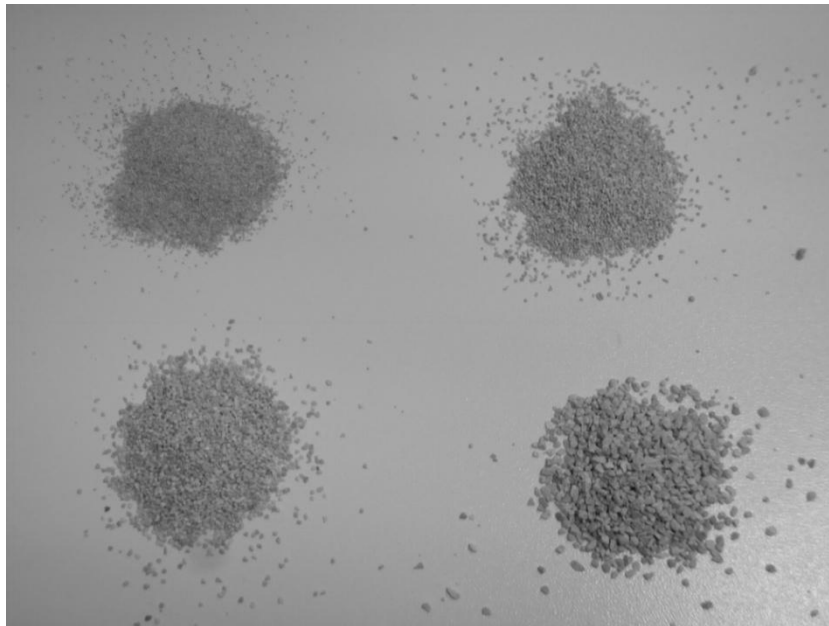
Tabella 2.1 *Proprietà dei pallottini in vetro.*

Diametro [μm]	1200
Densità [kg/m^3]	2574
δ [$^\circ$]	62

2.2.2 Carbonato di calcio

Considerato lo scopo della tesi, che si propone di effettuare un passo in avanti rispetto ai lavori presenti in letteratura, gli esperimenti sono stati effettuati utilizzando un materiale presente in grandi quantità in natura. A questo scopo si è utilizzato del carbonato di calcio proveniente da cava. Questo materiale non presenta nessuna delle caratteristiche tipiche dei pallottini che permettono di effettuare semplificazioni, le quali poi sono smentite dai dati sperimentali.

Per ottenere un'analisi completa del comportamento del carbonato di calcio sono stati effettuati esperimenti su quattro diverse granulometrie, ottenute mediante l'utilizzo del vibrovaglio, in modo tale da ottenere un range sufficientemente ampio di dimensioni.

**Figura 2.12** *Varie granulometrie di carbonato utilizzate.*

Per garantire la bontà dei campioni la vagliatura è stata effettuata in due stadi successivi: in un primo stadio il carbonato è stato vagliato per 8 minuti ed è stata quindi ottenuta una vagliatura grossolana. Successivamente si è proceduto a fare una seconda vagliatura utilizzando come frazione di partenza la frazione presente nel piatto corrispondente alla frazione desiderata. In questo modo si è cercato di ridurre al minimo la presenza di

particelle aventi diametri differenti da quelli desiderati, non essendo possibile ottenere vagliature con efficienza unitaria.

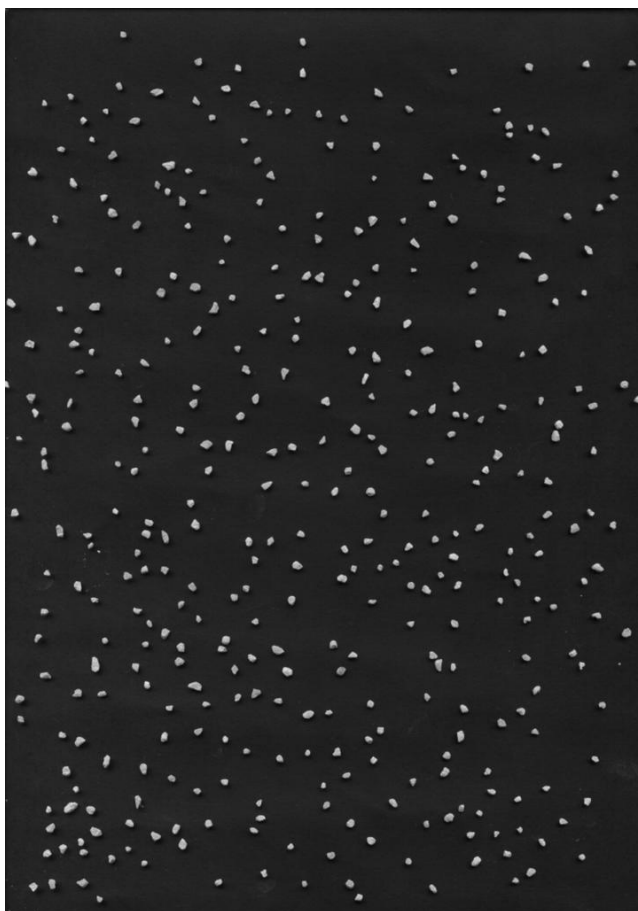


Figura 2.13 *Campione di carbonato di calcio per l'analisi di immagine.*

I campioni così ottenuti sono stati sottoposti ad un'analisi di immagine per poterne determinare i valori caratteristici che sono stati poi utilizzati nell'analisi dei dati. A tale scopo una parte del campione è stata prelevata e posta su uno scanner utilizzando uno sfondo nero per massimizzare la visibilità delle particelle di carbonato. Tali particelle sono state prelevate in varie zone del campione e in numero elevato in modo tale da poter essere considerate rappresentative.

Successivamente per l'analisi delle immagini delle varie granulometrie è stato utilizzato il software ImageTool®. In questo modo sono stati ottenuti due risultati: in primo luogo è stato calcolato il diametro caratteristico delle varie frazioni di carbonato; inoltre è stato possibile ottenere il valore medio della circolarità delle particelle presenti in ogni campione, ed è stato verificato in questo modo che tutte le frazioni utilizzate avevano circolarità molto simili. La circolarità, pur essendo un valore caratteristico

bidimensionale, risulta utile poiché indica quanto si discostano le particelle del campione da una geometria sferica.

La determinazione del diametro caratteristico è stata effettuata considerando la curva di distribuzione granulometrica di ogni frazione di carbonato. Si ottiene in questo modo la PSD (Particle Size Distribution) da cui sono stati ricavati i diametri caratteristici utilizzando la distribuzione numerale. La distribuzione ponderale non è stata considerata necessaria in quanto tutte le particelle sono dello stesso materiale e l'intervallo di dimensione è tale per cui la distribuzione ponderale restituisce risultati molto simili alla distribuzione numerale. Quindi per ogni frazione sono state innanzitutto definite le classi di diametri; si è scelto di utilizzare 20 classi di ampiezza costante per tutti i campioni. Una volta definite le classi, è stata trovata la distribuzione di frequenza di ogni singola classe, definita come:

$$f_i = n_i/n_{tot} \quad (2.1)$$

In cui n_i indica il numero di particelle della classe, mentre n_{tot} indica il numero totale delle particelle presenti nel campione.

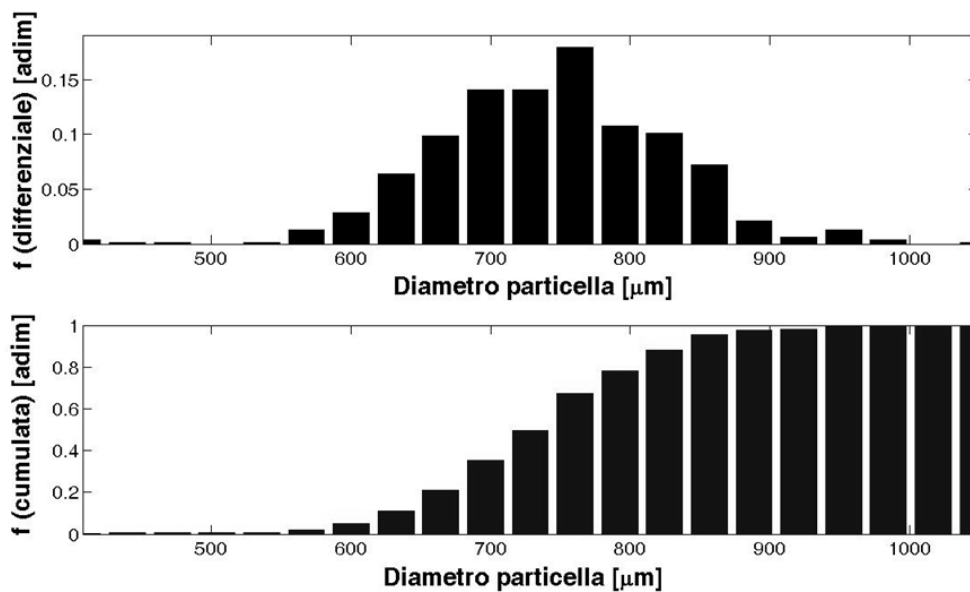


Figura 2.14 Distribuzioni differenziale e cumulata dei diametri nel campione di dimensioni minori.

Questo permette di caratterizzare completamente il campione, e quindi di ricavare il diametro caratteristico utilizzando la relazione:

$$\bar{x} = \sum_i(x_i \cdot f_i) / \sum_i f_i \quad (2.2)$$

In cui x_i è il diametro di ogni classe, definito come la media degli estremi dell'intervallo, e il valore \bar{x} rappresenta il diametro caratteristico del campione.

Tabella 2.2 *Diametri delle varie frazioni di carbonato di calcio scelte per l'analisi.*

Frazione	Diametro [μm]
1	824
2	1271
3	1583
4	2328

2.2.3 Liquidi

Per quanto riguarda i liquidi utilizzati per effettuare le prove ad umido, lo scopo della tesi è quello di indagare l'effetto della tensione superficiale, e quindi della forza dei ponti capillari, sul collasso della colonna di materiale.

Per questo sono stati utilizzati acqua distillata, liquido utilizzato nella quasi totalità degli articoli presenti in letteratura con un valore di tensione superficiale pari a 72.8 mN/m, e un tensioattivo fluorurato, 1-perfluorooctil-3-propan-2-olo, avente un valore molto inferiore per quanto riguarda la tensione superficiale, misurato e pari a 17.5 mN/m.

L'acqua distillata ed il tensioattivo sono stati aggiunti in quantità ridotte, corrispondenti a 0.5%, 1% e 2% in peso, quantità tuttavia sufficienti ad avere un forte impatto sui parametri che si sono voluti analizzare. L'utilizzo di due liquidi diversi ha permesso di evidenziare l'effetto che la tensione superficiale esercita in quanto quest'ultima definisce la forza dei ponti capillari che si vanno ad instaurare tra due particelle.

Il tensioattivo tuttavia è stato utilizzato solamente per gli esperimenti riguardanti i pallottini di vetro, in quanto dovendo valutare l'effetto della tensione superficiale si è preferito eliminare tutti i disturbi dovuti alla forte non idealità dei campioni di carbonato di calcio. Per analizzare l'effetto della tensione superficiale su questo materiale, infatti, sarebbero necessarie altre campagne sperimentali per avere una conoscenza più approfondita.

2.3 Metodo

Lo scopo del metodo utilizzato è principalmente quello di render il più riproducibile possibile gli esperimenti, in modo tale da poter escludere eventuali interferenze del metodo nella fase di analisi dei dati.

Innanzitutto ci si è focalizzati sulla preparazione del campione: il materiale da analizzare viene inizialmente pesato su una bilancia, considerando il fatto che il peso complessivo del materiale e del liquido aggiunto dev'essere costante per poter eliminare l'effetto della massa nelle analisi dei risultati. Il campione di materiale, una volta pesato, è stato posto in un becker in modo tale da renderlo disponibile per il successivo mescolamento con il liquido. Il passo successivo consiste nel pesare il liquido da aggiungere, mediante l'ausilio di una siringa per prelevare la quantità indicata. Si è reso necessario l'utilizzo della siringa in quanto le quantità di liquido da aggiungere sono pari a pochi grammi.

Si versa quindi il materiale nel contenitore in cui è stato pesato il liquido, e si procede al mescolamento. Questo avviene utilizzando una spatola metallica che per assicurarsi che non presenti fenomeni di assorbimento del liquido. Si osserva che dopo circa un minuto il mescolamento risulta sufficiente, tuttavia per garantire una distribuzione ottimale del liquido all'interno del campione si è scelto di effettuare l'operazione per due minuti.

Una volta preparato il campione si procede al caricamento del materiale nell'apparecchiatura in cui avviene l'esperimento. È necessario quindi porre la parte mobile nella posizione iniziale, e per garantire che mantenga la sua posizione durante il caricamento del materiale è stato appoggiato un peso. Il caricamento avviene utilizzando un imbuto in modo tale da non perdere parte del campione, e quindi si procede al un livellamento manuale agendo su di esso in maniera delicata con un pennello, per evitare di comprimere il campione e creare di conseguenza zone a densità maggiore.

A questo punto il sistema è carico, ed è pronto per essere azionato. Si posiziona quindi la fotocamera digitale posta sul treppiede, in modo tale da ottenere un'inquadratura laterale dell'apparecchiatura, e si scatta una foto della situazione iniziale. Quindi si lascia cadere il peso collegato alla parete laterale, e si avvia contemporaneamente la modalità di scatto in sequenza presente nella fotocamera digitale. In questo modo ha luogo l'esperimento, che si svolge completamente in un arco di tempo inferiore al secondo.

Per garantire l'assenza di effetti dovuti all'apparecchiatura ci si è focalizzati sull'alzata della parete mobile. Per garantire che l'effetto del suo movimento non vada a influenzare l'esperimento sono stati presi alcuni accorgimenti: in primo luogo per garantire una risalita verticale della parete e una sua posizione iniziale sempre uguale sono state inserite nel rettangolo in vetro due guide di plastica in modo tale da non poter far oscillare la parete una volta messa in movimento. Ci si è quindi concentrati sulla velocità di risalita, confrontandola anche con il tempo totale dell'esperimento. L'analisi dei fotogrammi iniziali ha evidenziato come il tempo necessario alla parete per sollevarsi completamente è pari a $1/20$ di secondo, mentre il tempo complessivo dell'esperimento si aggira intorno ai $16/20$ di secondo. Si è quindi potuto escludere la dinamica del sollevamento della parete nell'analisi dell'esperimento, avendo un tempo molto minore dello stesso.

Una volta raggiunta la configurazione finale, si scatta un'ulteriore fotografia da cui poi si ricaveranno gli angoli a riposo, e quindi, con la fotocamera posizionata in modo tale da poter avere una visione dall'alto dell'apparecchiatura, si scattano due foto: la prima serve per caratterizzare l'eventuale presenza di materiale a contatto con la parete posteriore che genera un gradino, mentre la seconda immagine permette di visualizzare il punto più avanzato raggiunto dal flusso principale, in modo tale da ottenere poi la distanza di runout.

A questo punto l'esperimento si considera concluso, e si deve quindi procedere alla pulizia del sistema, in modo tale da prepararlo all'esperimento successivo. Tutti gli oggetti utilizzati vengono accuratamente asciugati e riposizionati nella loro situazione iniziale, mentre il materiale dev'essere essiccato per togliere il liquido che altrimenti andrebbe a falsare le analisi successive.

Per essiccare il materiale si utilizza un forno elettrico nel quale si pone il campione ad una temperatura di 110°C per circa trenta minuti.

2.4 Analisi d'immagine

Per poter ottenere i dati sperimentali che verranno successivamente utilizzati si è reso necessario acquisire in maniera automatizzata le informazioni dalle immagini ricavate dalla fotocamera digitale. A questo scopo è stato utilizzato il software Matlab® il quale presenta la possibilità di analizzare immagini precedentemente salvate sul computer. Per prima cosa è stato necessario trasformare le immagini digitali a colori in immagini su scala di grigi a 256bit.

Successivamente, grazie a funzioni specifiche presenti nel software, si è riusciti innanzitutto a descrivere in maniera soddisfacente il profilo finale del deposito dal quale sono stati ricavati i dati relativi agli angoli alla sommità e alla base. Inoltre, mediante l'analisi delle immagini in sequenza ottenute dalla fotocamera, si è potuto ricavare il profilo di velocità del fronte principale, dal quale si ricava il dato di velocità massima raggiunta che verrà poi utilizzato nelle analisi.

Il codice che ha permesso l'utilizzo delle immagini è riportato in appendice.

Capitolo 3

Risultati sperimentali

In questo capitolo sono riportati i risultati e le relative analisi riguardanti gli esperimenti effettuati. I dati sperimentali sono stati ottenuti mediante la ripetizione per tre volte di ogni singolo esperimento, in modo tale da poter valutare la ripetibilità dei risultati, ed evitare il rischio di errori dovuti ad un singolo esperimento eseguito in modo errato.

3.1 Ballottini in vetro

Per quanto riguarda gli esperimenti effettuati con i ballottini in vetro, essi riguardano i ballottini a secco cui successivamente viene aggiunta una certa quantità di liquido: 0.5%, 1% e 2% in peso. Gli esperimenti riguardano sia l'aggiunta di acqua, sia l'aggiunta del tensioattivo per ballottini in vetro monodispersi di diametro pari a 1200 micron.

3.1.1 Runout

Sono di seguito riportati i dati sperimentali ottenuti per quanto riguarda il runout normalizzato l :

Tabella 3.1 Valori di runout normalizzato ottenuti nelle varie prove per i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	l_1 [adim]	l_2 [adim]	l_3 [adim]
ballottini	-	-	2,845	2,746	2,782
ballottini	acqua	0,5	1,611	1,469	1,474
ballottini	acqua	1,0	1,323	1,336	1,335
ballottini	acqua	2,0	1,310	1,304	1,299
ballottini	tensioattivo	0,5	1,955	1,964	1,995
ballottini	tensioattivo	1,0	1,844	1,847	1,842
ballottini	tensioattivo	2,0	1,809	1,754	1,773

Tali valori sperimentali portano ai seguenti valori di runout medio e della varianza:

Tabella 3.2 Valori medi e varianze del runout normalizzato ottenuti dalle prove con i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	<i>l [adim]</i>	<i>σ [adim]</i>
ballottini	-	-	2,791	0,050
ballottini	acqua	0,5	1,518	0,081
ballottini	acqua	1,0	1,331	0,007
ballottini	acqua	2,0	1,304	0,005
ballottini	tensioattivo	0,5	1,972	0,021
ballottini	tensioattivo	1,0	1,845	0,002
ballottini	tensioattivo	2,0	1,779	0,028

Tali valori sono stati riportati in un grafico in base alla percentuale in peso di acqua. Le diverse curve rappresentano i vari liquidi aggiunti.

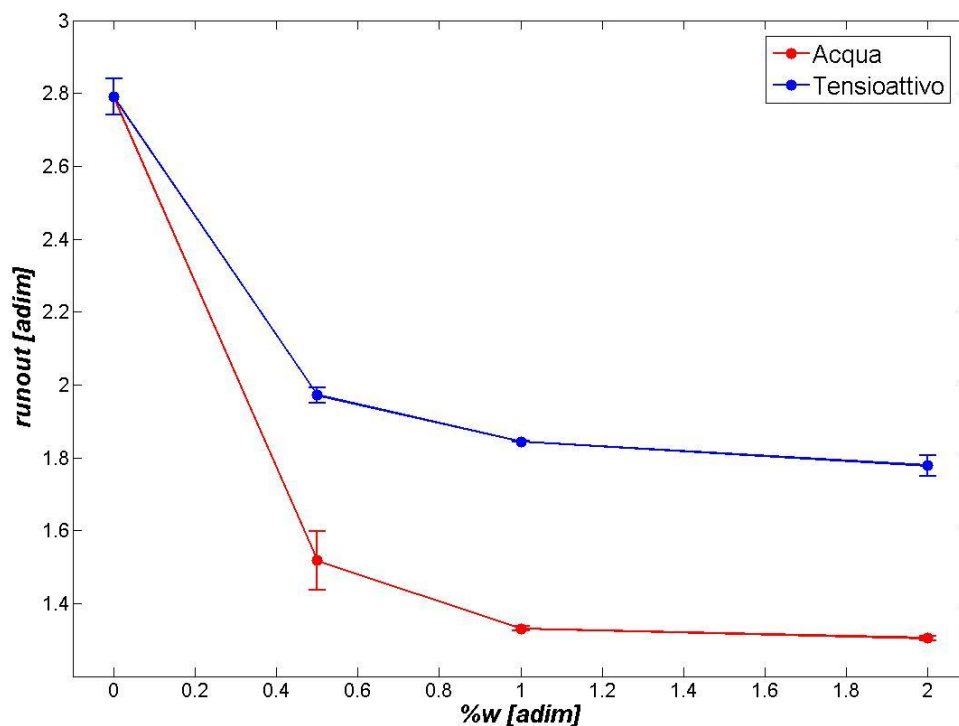


Figura 3.1 Andamento del runout normalizzato rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per i ballottini.

3.1.2 Angolo alla sommità

I dati sperimentali che riguardano l'angolo sulla sommità α del deposito finale sono riportati di seguito:

Tabella 3.3 Valori dell'angolo alla sommità ottenuti nelle varie prove per i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	α_1 [°]	α_2 [°]	α_3 [°]
ballottini	-	-	19,994	20,103	19,626
ballottini	acqua	0,5	30,518	29,796	30,579
ballottini	acqua	1,0	30,488	29,462	30,500
ballottini	acqua	2,0	30,234	30,305	30,219
ballottini	tensioattivo	0,5	25,826	26,039	25,046
ballottini	tensioattivo	1,0	25,151	25,432	24,140
ballottini	tensioattivo	2,0	24,475	25,136	24,392

Si ottengono quindi i seguenti valori di media e varianza:

Tabella 3.4 Valori medi e varianze dell'angolo alla sommità ottenuti dalle prove con i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	α [°]	σ [adim]
ballottini	-	-	19,908	0,250
ballottini	acqua	0,5	30,298	0,436
ballottini	acqua	1,0	30,150	0,596
ballottini	acqua	2,0	30,253	0,046
ballottini	tensioattivo	0,5	25,637	0,021
ballottini	tensioattivo	1,0	24,908	0,002
ballottini	tensioattivo	2,0	24,668	0,028

I valori di media e varianza così ottenuti vengono riportati di seguito in un grafico in funzione della percentuale di liquido in peso aggiunto. Come nel caso precedente le diverse curve rappresentano i due liquidi aggiunti.

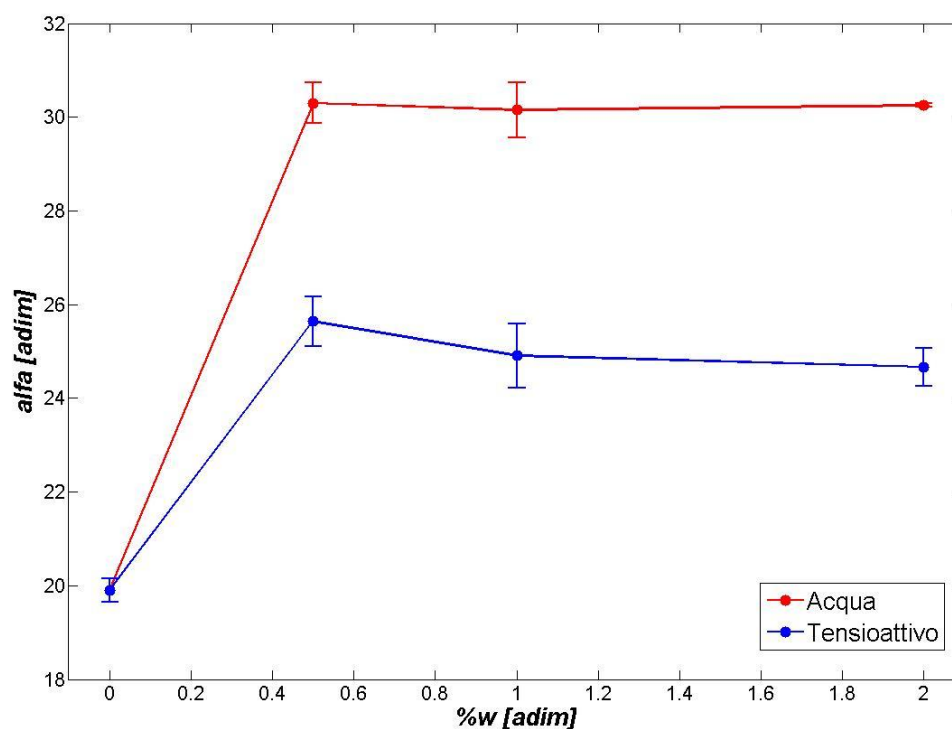


Figura 3.2 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per i ballottini.

3.1.3 Angolo alla base

Si riportano nella tabella seguente i valori sperimentali dell'angolo alla base del deposito finale β :

Tabella 3.5 Valori dell'angolo alla base ottenuti nelle varie prove per i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	β_1 [°]	β_2 [°]	β_3 [°]
ballottini	-	-	9,970	10,007	9,801
ballottini	acqua	0,5	13,273	13,146	14,238
ballottini	acqua	1,0	15,751	15,602	15,900
ballottini	acqua	2,0	17,542	18,081	17,721
ballottini	tensioattivo	0,5	11,136	10,997	10,949
ballottini	tensioattivo	1,0	12,529	12,732	12,918
ballottini	tensioattivo	2,0	13,798	13,712	13,815

Questi valori sperimentali portano ai seguenti valori di media e varianza:

Tabella 3.6 Valori medi e varianze dell'angolo alla base ottenuti dalle prove con i pallottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	β [°]	σ [adim]
ballottini	-	-	9,926	0,110
ballottini	acqua	0,5	13,552	0,597
ballottini	acqua	1,0	15,751	0,149
ballottini	acqua	2,0	17,781	0,275
ballottini	tensioattivo	0,5	11,027	0,097
ballottini	tensioattivo	1,0	12,726	0,195
ballottini	tensioattivo	2,0	13,775	0,055

I valori di media e varianza sono quindi riportati in funzione della percentuale in peso di acqua nel grafico seguente:

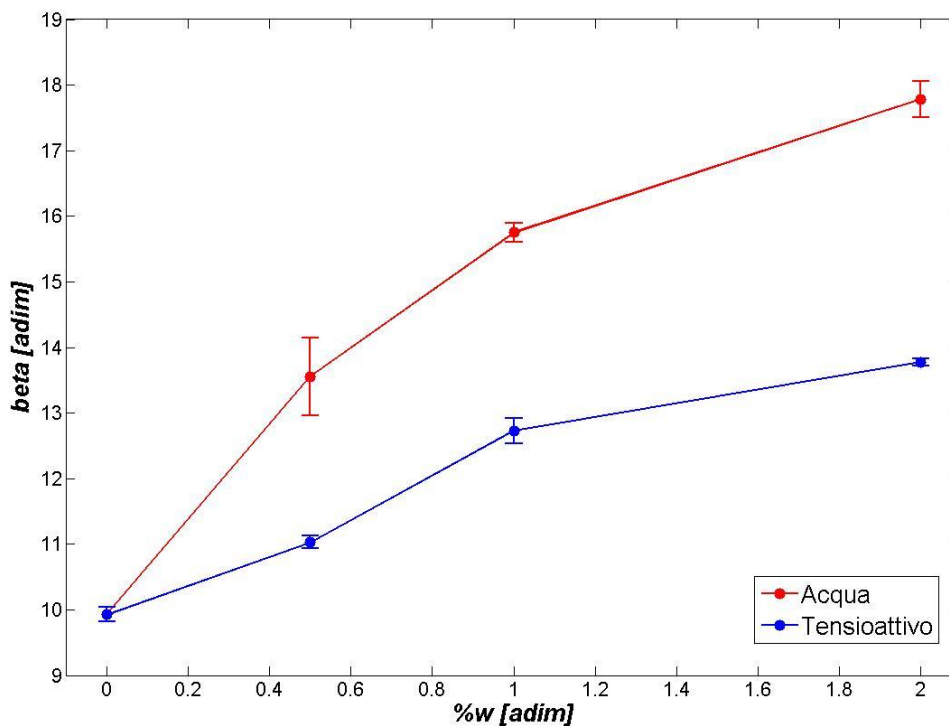


Figura 3.3 Andamento dell'angolo alla base rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per i pallottini.

3.1.4 Velocità massima

Di seguito si riportano i dati relativi alla velocità massima raggiunta dal fronte principale v_{MAX} :

Tabella 3.7 Valori della velocità massima raggiunta ottenuti nelle varie prove per i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>%w</i>	$v_{MAX,1}$ [m/s]	$v_{MAX,2}$ [m/s]	$v_{MAX,3}$ [m/s]
ballottini	-	-	0,726	0,710	0,709
ballottini	acqua	0,5	0,520	0,512	0,510
ballottini	acqua	1,0	0,466	0,481	0,482
ballottini	acqua	2,0	0,450	0,459	0,457
ballottini	tensioattivo	0,5	0,679	0,668	0,674
ballottini	tensioattivo	1,0	0,644	0,650	0,630
ballottini	tensioattivo	2,0	0,656	0,668	0,658

Da tali valori sperimentali si ottengono i seguenti valori di media e varianza:

Tabella 3.8 Valori medi e varianze della velocità massima raggiunta ottenuti dalle prove con i ballottini in vetro.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	v_{MAX} [m/s]	σ [adim]
ballottini	-	-	0,715	0,023
ballottini	acqua	0,5	0,514	0,026
ballottini	acqua	1,0	0,476	0,024
ballottini	acqua	2,0	0,455	0,029
ballottini	tensioattivo	0,5	0,674	0,024
ballottini	tensioattivo	1,0	0,641	0,027
ballottini	tensioattivo	2,0	0,661	0,026

I valori della velocità massima raggiunta dal fronte riguardanti le prove effettuate con i ballottini in vetro sono riportate nel grafico seguente:

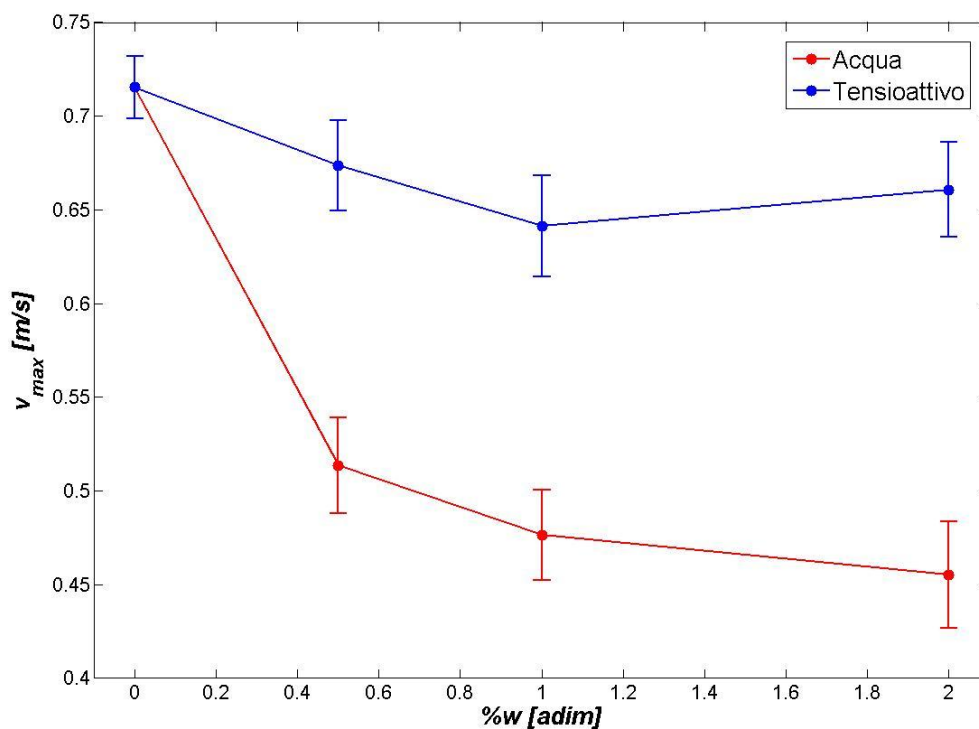


Figura 3.4 Andamento della velocità massima raggiunta rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per i ballottini.

3.2 Carbonato di calcio

In questa sezione sono riportati i risultati relativi agli esperimenti effettuati con le varie frazioni di carbonato di calcio.

Tali esperimenti si concentrano sull'utilizzo di acqua distillata come liquido aggiunto, e hanno lo scopo di mostrare l'andamento delle grandezze caratteristiche del deposito in funzione sia della percentuale in peso di liquido aggiunto, sia della dimensione delle particelle del campione che sono, rispettivamente, pari a 824 μm , 1271 μm , 1583 μm e 2328 μm .

3.2.1 Runout

Si riportano di seguito i dati sperimentali che riguardano la lunghezza di runout normalizzata l :

Tabella 3.9 Valori di runout normalizzato ottenuti nelle varie prove per il carbonato di calcio.

frazione	% w	l_1 [adim]	l_2 [adim]	l_3 [adim]
1	0,0	1,886	1,836	1,903
1	0,5	1,747	1,730	1,712
1	1,0	1,683	1,666	1,635
1	2,0	1,575	1,573	1,513
2	0,0	1,905	1,825	1,826
2	0,5	1,710	1,689	1,717
2	1,0	1,691	1,605	1,609
2	2,0	1,514	1,529	1,431
3	0,0	1,817	1,780	1,777
3	0,5	1,720	1,649	1,728
3	1,0	1,675	1,599	1,563
3	2,0	1,404	1,357	1,399
4	0,0	1,775	1,707	1,781
4	0,5	1,651	1,661	1,644
4	1,0	1,567	1,488	1,536
4	2,0	1,321	1,318	1,337

Si ottengono quindi i seguenti valori di media e varianza per le varie frazioni di carbonato, che vengono riportati in tabella e quindi nelle due figure successive:

Tabella 3.10 Valori medi e varianze del runout normalizzato ottenuti dalle prove con il carbonato di calcio.

frazione	% w	l [adim]	σ [adim]
1	0,0	1,875	0,035
1	0,5	1,730	0,017
1	1,0	1,661	0,024
1	2,0	1,554	0,035
2	0,0	1,852	0,046
2	0,5	1,705	0,014
2	1,0	1,635	0,049

frazione	% w	l [adim]	σ [adim]
2	2,0	1,492	0,053
3	0,0	1,791	0,022
3	0,5	1,699	0,044
3	1,0	1,612	0,057
3	2,0	1,386	0,026
4	0,0	1,754	0,041
4	0,5	1,652	0,008
4	1,0	1,530	0,040
4	2,0	1,325	0,010

Gli andamenti del runout normalizzato ottenuti negli esperimenti con il carbonato di calcio vengono riportati nelle seguenti figure. Si riporta innanzitutto l'andamento rispetto alla percentuale in peso di liquido aggiunto, come nel caso dei pallottini in vetro. Successivamente si riporta anche l'andamento del runout normalizzato rispetto alla dimensione delle particelle del campione.

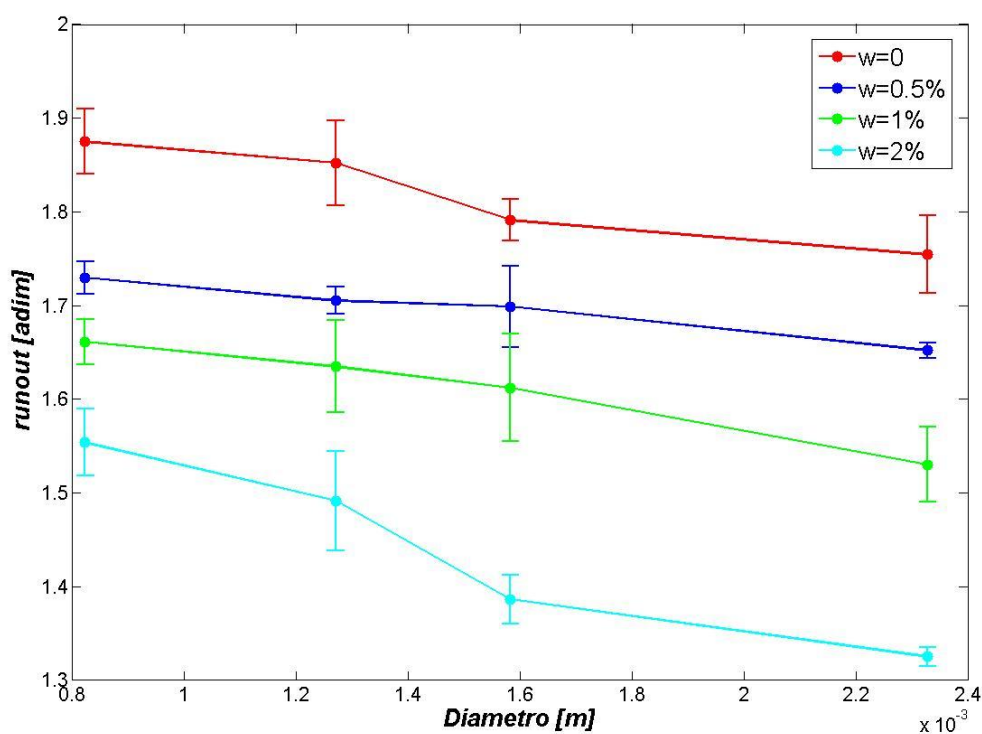


Figura 3.5 Andamento del runout normalizzato rispetto alle dimensioni delle particelle per il carbonato di calcio.

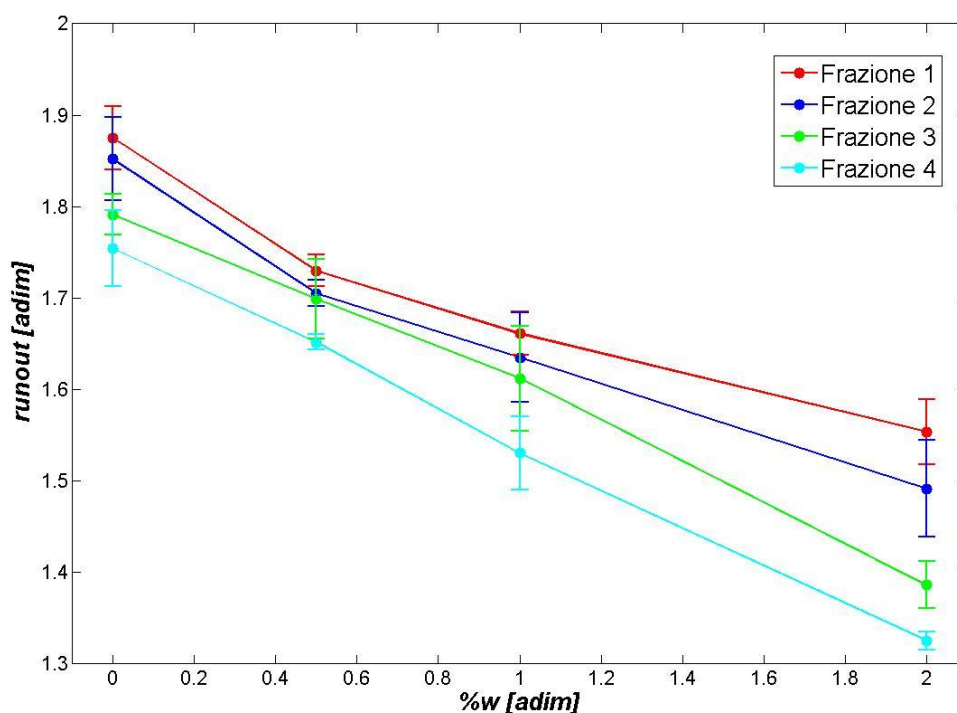


Figura 3.6 Andamento del runout normalizzato rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per il carbonato di calcio.

3.2.2 Angolo alla sommità

Nella tabella di seguito si riportano i valori dell'angolo alla sommità α del deposito:

Tabella 3.11 Valori dell'angolo alla sommità ottenuti nelle varie prove per il carbonato di calcio.

frazione	% w	α_1 [°]	α_2 [°]	α_3 [°]
1	0,0	29,565	28,548	28,499
1	0,5	30,339	30,762	30,082
1	1,0	32,910	31,882	32,051
1	2,0	35,160	35,353	34,129
2	0,0	28,431	27,742	28,458
2	0,5	29,567	29,361	29,554
2	1,0	31,224	31,351	31,340
2	2,0	34,361	34,336	33,816
3	0,0	27,878	27,730	27,955

frazione	% w	α_1 [°]	α_2 [°]	α_3 [°]
3	0,5	28,979	29,340	29,087
3	1,0	32,093	30,419	30,382
3	2,0	33,949	33,111	33,862
4	0,0	27,592	27,600	27,471
4	0,5	28,837	28,486	28,126
4	1,0	29,758	30,298	30,174
4	2,0	31,953	32,005	33,246

Da questi dati si ottengono i seguenti valori di media e varianza:

Tabella 3.12 Valori medi e varianze dell'angolo alla sommità ottenuti dalle prove con i ballottini in vetro.

frazione	% w	α [°]	σ [adim]
1	0,0	28,871	0,602
1	0,5	30,394	0,343
1	1,0	32,281	0,551
1	2,0	34,881	0,658
2	0,0	28,210	0,406
2	0,5	29,494	0,115
2	1,0	31,305	0,070
2	2,0	34,171	0,308
3	0,0	27,854	0,114
3	0,5	29,135	0,185
3	1,0	30,965	0,977
3	2,0	33,641	0,461
4	0,0	27,554	0,072
4	0,5	28,483	0,356
4	1,0	30,077	0,283
4	2,0	32,401	0,732

Di seguito si riportano gli andamenti dell'angolo alla sommità del deposito come nel caso precedente:

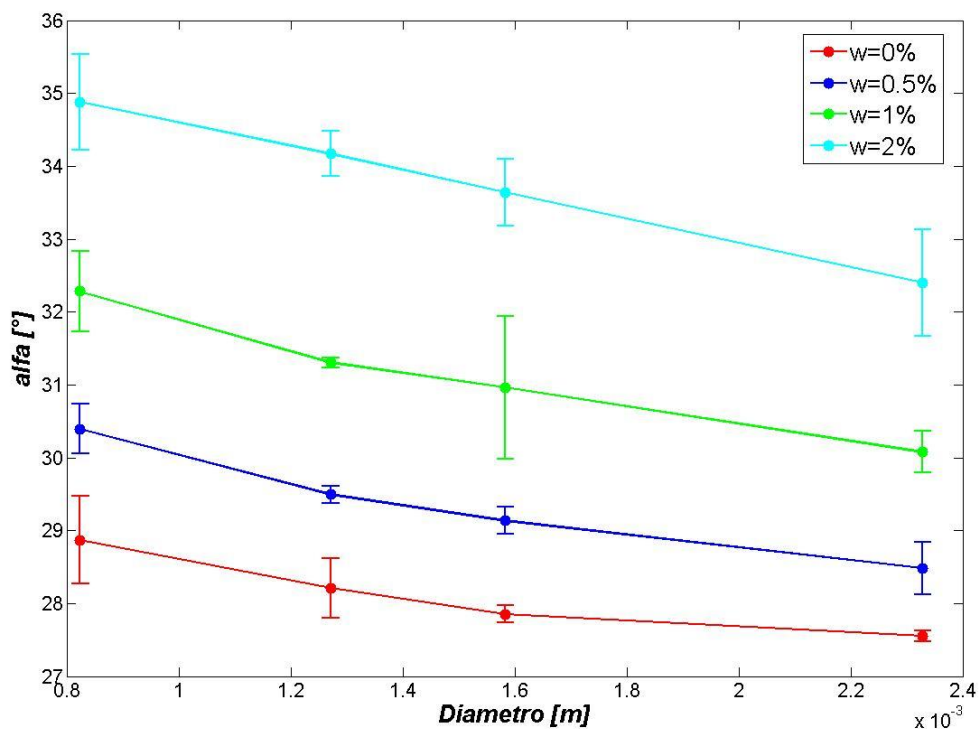


Figura 3.7 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto alle dimensioni delle particelle per il carbonato di calcio.

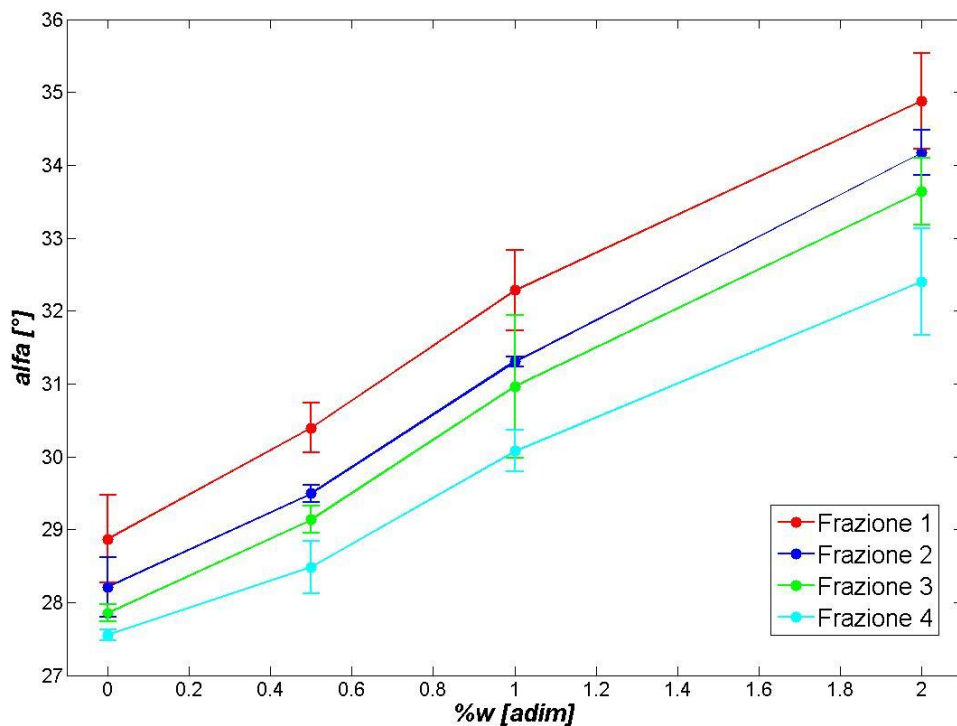


Figura 3.8 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per il carbonato di calcio.

3.2.3 Angolo alla base

Si riportano in tabella i dati sperimentali relativi all'angolo alla base del deposito finale β :

Tabella 3.13 Valori dell'angolo alla base ottenuti nelle varie prove per il carbonato di calcio.

frazione	% w	β_1 [°]	β_2 [°]	β_3 [°]
1	0,0	9,620	9,448	9,652
1	0,5	10,214	10,481	10,217
1	1,0	10,776	11,093	11,216
1	2,0	12,315	12,133	12,277
2	0,0	9,462	9,938	10,012
2	0,5	11,282	11,029	10,313
2	1,0	12,257	11,572	11,312
2	2,0	12,793	12,596	12,366
3	0,0	9,544	9,810	9,918
3	0,5	11,995	11,943	11,032
3	1,0	12,454	12,168	12,235
3	2,0	14,525	14,601	16,102
4	0,0	9,266	10,096	10,356
4	0,5	12,164	12,875	12,471
4	1,0	13,426	13,376	13,871
4	2,0	17,402	17,333	17,559

Da tali valori si ricavano medie e varianze riportate in tabella:

Tabella 3.14 Valori medi e varianze dell'angolo alla base ottenuti dalle prove con il carbonato di calcio.

frazione	% w	β [°]	σ [adim]
1	0,0	9,573	0,110
1	0,5	10,304	0,153
1	1,0	11,028	0,227
1	2,0	12,242	0,096
2	0,0	9,804	0,298

frazione	% w	β [°]	σ [adim]
2	0,5	10,875	0,503
2	1,0	11,714	0,488
2	2,0	12,585	0,214
3	0,0	9,757	0,192
3	0,5	11,657	0,542
3	1,0	12,286	0,150
3	2,0	15,076	0,889
4	0,0	9,906	0,569
4	0,5	12,503	0,357
4	1,0	13,558	0,273
4	2,0	17,431	0,116

Si riportano quindi in figura gli andamenti dell'angolo alla base del deposito rispetto alla percentuale di acqua aggiunta e rispetto alle dimensioni delle particelle del campione:

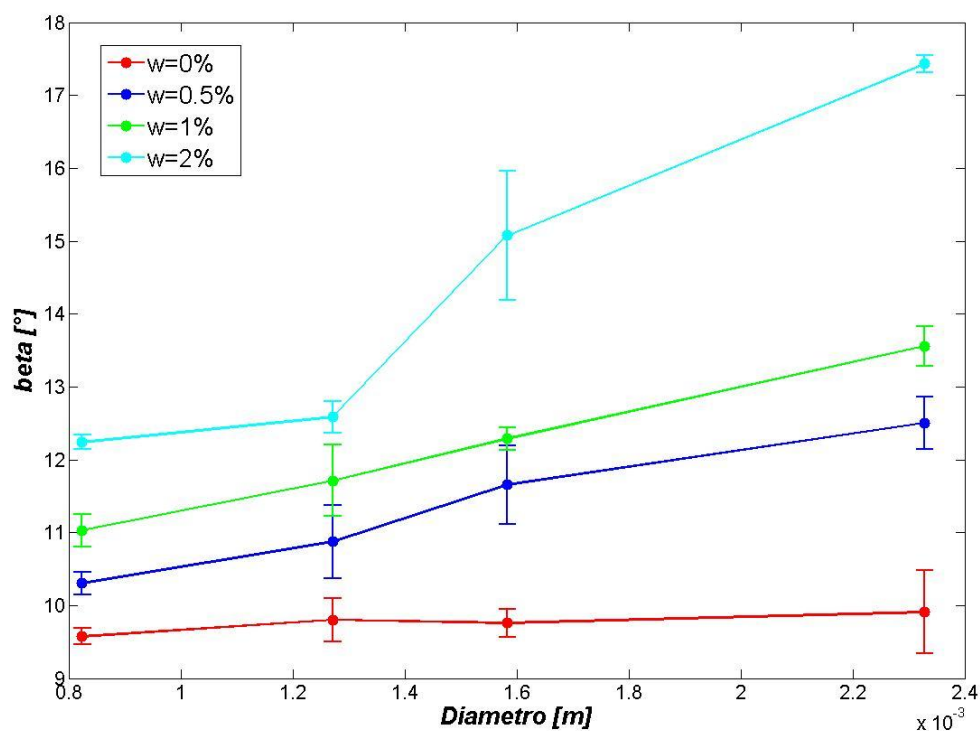


Figura 3.9 Andamento dell'angolo alla base rispetto alle dimensioni delle particelle per il carbonato di calcio.

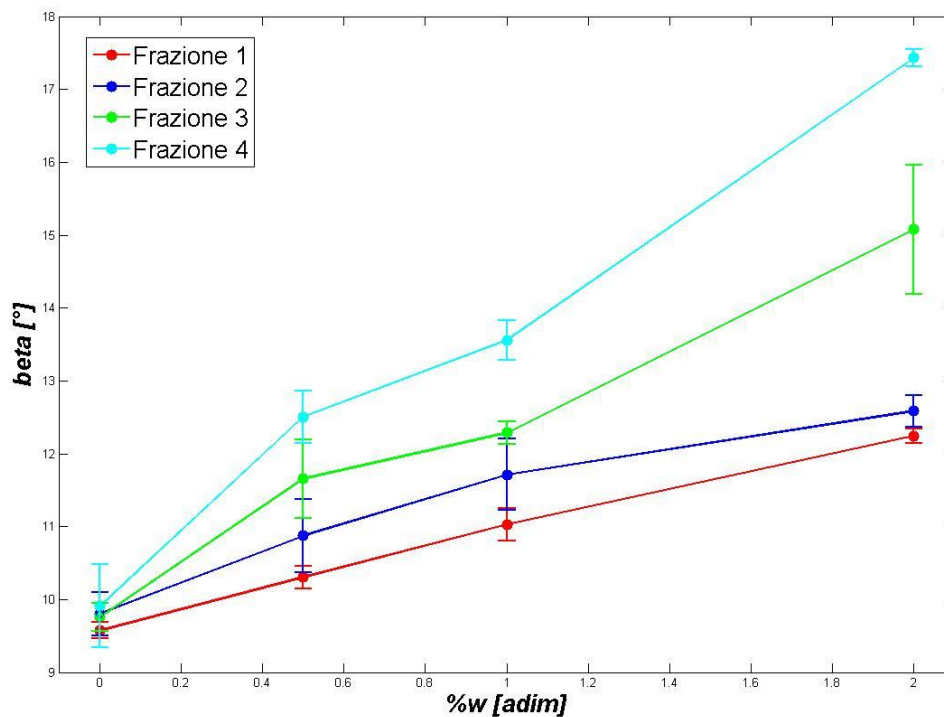


Figura 3.10 Andamento dell'angolo alla base rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per il carbonato di calcio.

3.2.4 Velocità massima

Nella seguente tabella vengono riportati i dati sperimentali relativi alla velocità massima v_{MAX} raggiunta dal fronte per le prove con le varie frazioni di carbonato di calcio:

Tabella 3.15 Valori della velocità massima raggiunta ottenuti nelle varie prove con il carbonato di calcio.

frazione	% w	$v_{MAX,1}$ [m/s]	$v_{MAX,2}$ [m/s]	$v_{MAX,3}$ [m/s]
1	0,0	0,811	0,799	0,802
1	0,5	0,791	0,792	0,768
1	1,0	0,750	0,768	0,773
1	2,0	0,639	0,650	0,643
2	0,0	0,972	0,966	0,956
2	0,5	0,800	0,810	0,802
2	1,0	0,706	0,711	0,693
2	2,0	0,705	0,699	0,709
3	0,0	0,873	0,861	0,859

frazione	% w	$v_{MAX,1}$ [m/s]	$v_{MAX,2}$ [m/s]	$v_{MAX,3}$ [m/s]
3	0,5	0,839	0,850	0,843
3	1,0	0,770	0,762	0,759
3	2,0	0,589	0,578	0,584
4	0,0	0,766	0,771	0,754
4	0,5	0,888	0,879	0,886
4	1,0	0,837	0,845	0,850
4	2,0	0,639	0,647	0,646

Si ottengono quindi i seguenti valori di media e varianza:

Tabella 3.16 Valori medi e varianze della velocità massima raggiunta ottenuti dalle prove con il carbonato di calcio.

frazione	% w	v_{MAX} [m/s]	σ [adim]
1	0,0	0,804	0,030
1	0,5	0,784	0,027
1	1,0	0,764	0,015
1	2,0	0,644	0,033
2	0,0	0,965	0,021
2	0,5	0,804	0,017
2	1,0	0,703	0,030
2	2,0	0,704	0,033
3	0,0	0,864	0,024
3	0,5	0,844	0,021
3	1,0	0,764	0,029
3	2,0	0,584	0,035
4	0,0	0,764	0,017
4	0,5	0,884	0,027
4	1,0	0,844	0,029
4	2,0	0,644	0,033

Si riporta di seguito il grafico relativo ai valori medi della velocità massima raggiunta dal fronte per le varie prove con il carbonato di calcio:

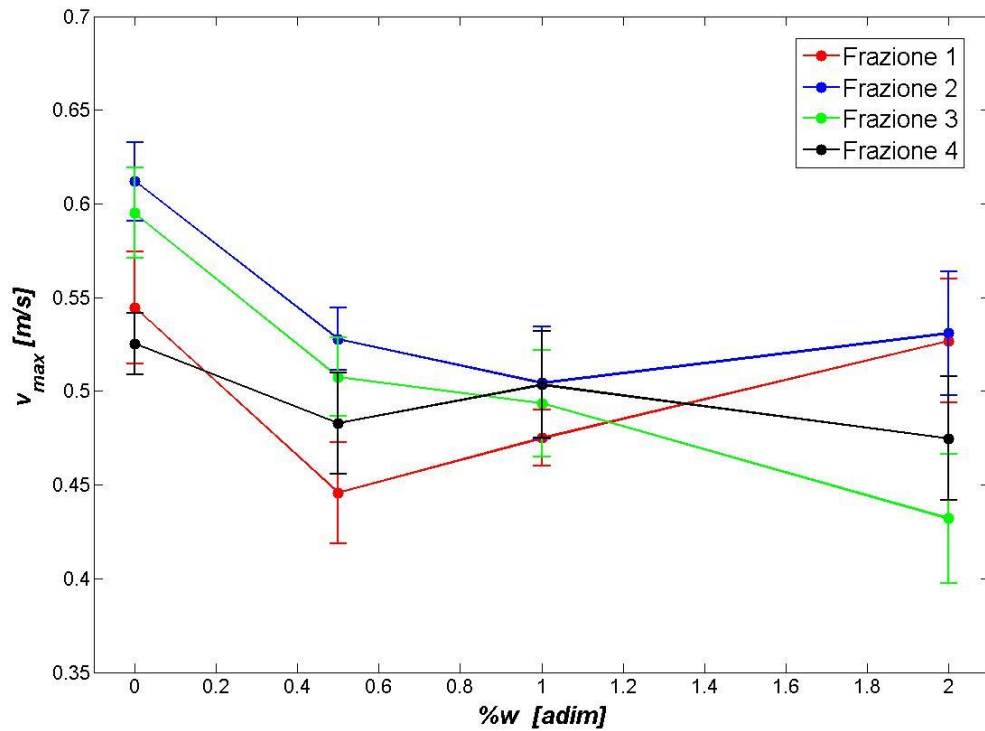


Figura 3.11 Andamento della velocità massima raggiunta rispetto alle dimensioni delle particelle per il carbonato di calcio.

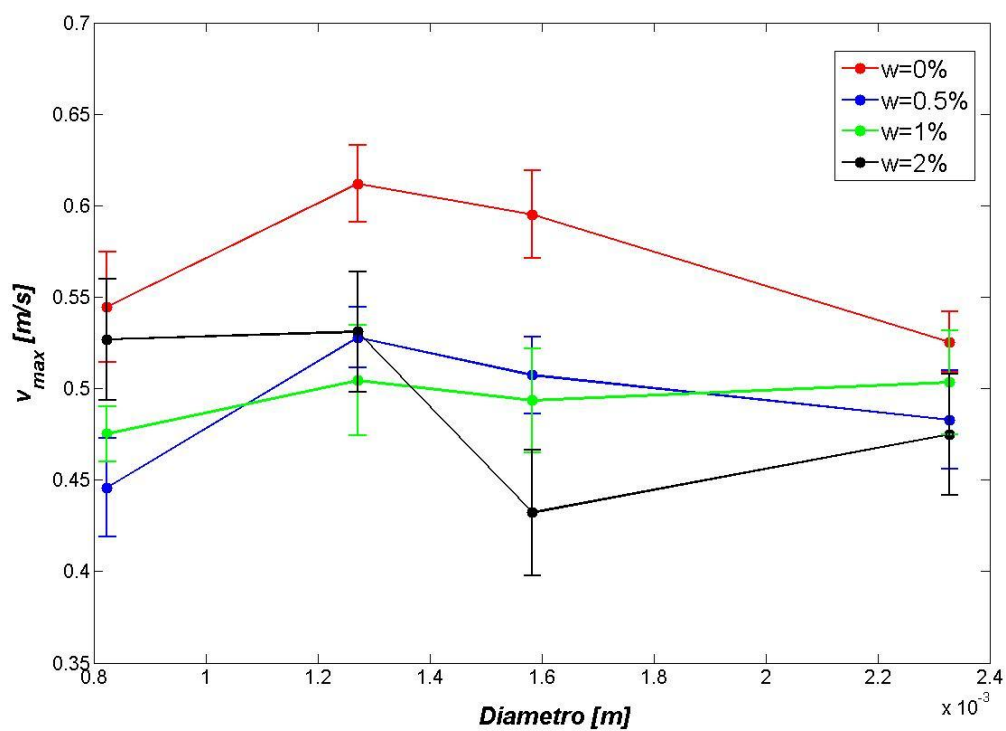


Figura 3.12 Andamento dell'angolo alla base rispetto alla percentuale di liquido aggiunto per il carbonato di calcio.

3.3 Confronto tra ballottini e carbonato di calcio

Dato lo scopo della tesi sono stati riportati anche i risultati relativi al confronto tra i ballottini di vetro monodispersi e la frazione di carbonato di calcio avente diametro confrontabile.

3.3.1 Runout

Si riportano di seguito i valori medi e gli andamenti del runout normalizzato dei ballottini e delle frazione 3 di carbonato:

Tabella 3.17 Valori di runout normalizzato ottenuti con i ballottini e la frazione 3 di carbonato di calcio.

<i>materiale</i>	<i>% w</i>	<i>l [adim]</i>
ballottini	0,0	2,791
ballottini	0,5	1,518
ballottini	1,0	1,331
ballottini	2,0	1,304
frazione 3	0,0	1,791
frazione 3	0,5	1,699
frazione 3	1,0	1,612
frazione 3	2,0	1,386

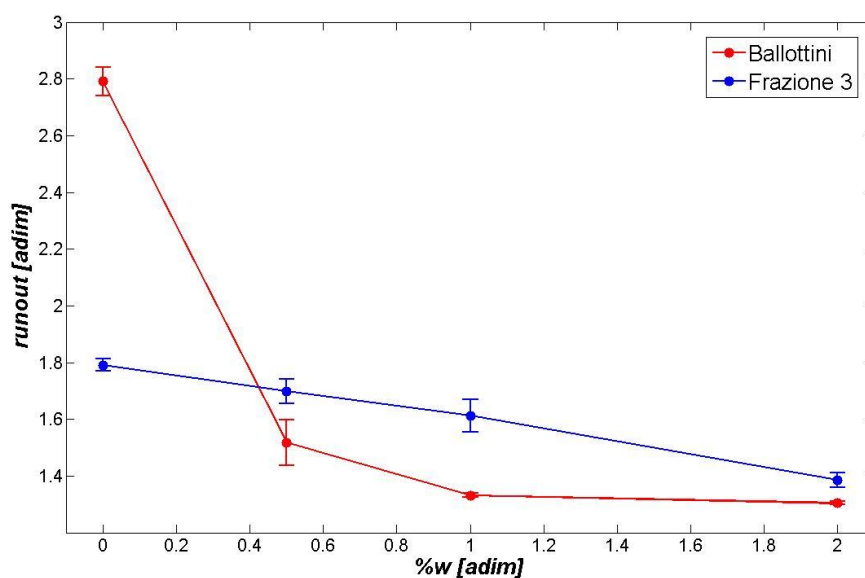


Figura 3.13 Runout normalizzato nei ballottini e nella frazione 3.

3.3.2 Angolo alla sommità

Si confrontano nella tabella seguente i valori dell'angolo alla sommità dei ballottini e della frazione 3 di carbonato di calcio:

Tabella 3.18 Valori dell'angolo alla sommità ottenuti con i ballottini e la frazione 3 di carbonato di calcio.

<i>materiale</i>	<i>% w</i>	<i>α [°]</i>
ballottini	0,0	19,908
ballottini	0,5	30,298
ballottini	1,0	30,150
ballottini	2,0	30,253
frazione 3	0,0	27,854
frazione 3	0,5	29,135
frazione 3	1,0	30,965
frazione 3	2,0	33,641

Tali valori descrivono i seguenti andamenti in base alla percentuale in peso di acqua:

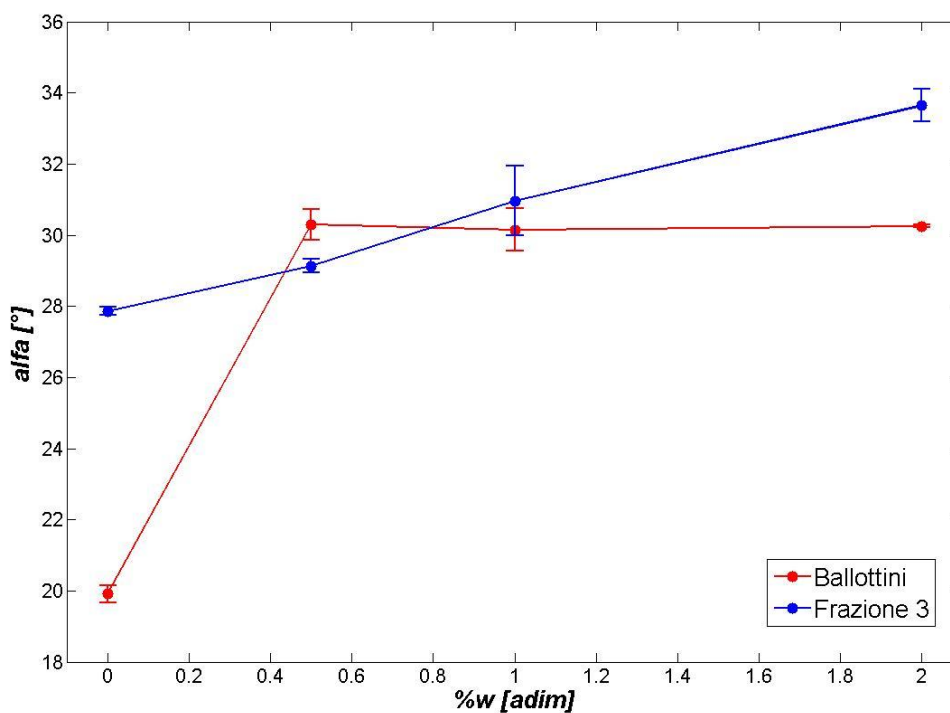


Figura 3.14 Angolo alla sommità nei ballottini e nella frazione 3.

3.3.3 Angolo alla base

I dati relativi all'angolo alla base del deposito finale per i ballottini in vetro e la frazione 3 sono riportati nella seguente tabella:

Tabella 3.19 Valori dell'angolo alla base ottenuti con i ballottini e la frazione 3 di carbonato di calcio.

<i>materiale</i>	<i>% w</i>	<i>β [°]</i>
ballottini	0,0	9,926
ballottini	0,5	13,552
ballottini	1,0	15,751
ballottini	2,0	17,781
frazione 3	0,0	9,757
frazione 3	0,5	11,657
frazione 3	1,0	12,286
frazione 3	2,0	15,076

Si ottiene quindi il seguente andamento in funzione della percentuale di acqua aggiunta:

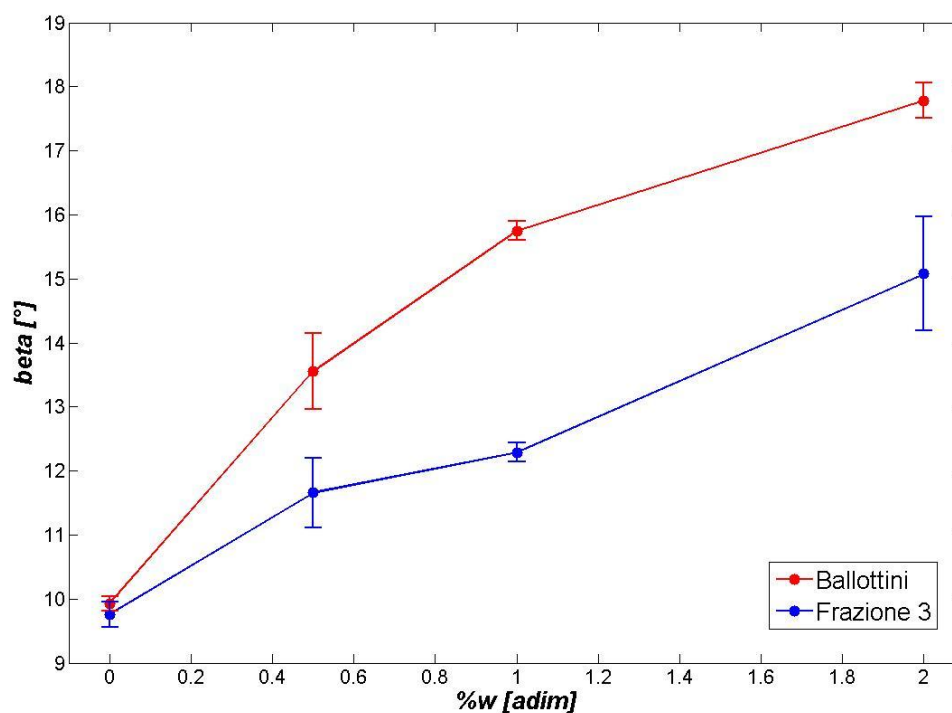


Figura 3.15 Angolo alla base nei ballottini e nella frazione 3.

3.3.4 Velocità massima

Si riportano di seguito i dati relativi alla frazione 3 di carbonato di calcio e al tensioattivo per quel che riguarda la velocità massima raggiunta dal fronte:

Tabella 3.20 Valori della velocità massima raggiunta ottenuti con i ballottini e la frazione 3 di carbonato di calcio.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>% w</i>	<i>v_{MAX} [m/s]</i>
ballottini	-	-	0,715
ballottini	acqua	0,5	0,514
ballottini	acqua	1,0	0,476
ballottini	acqua	2,0	0,455
ballottini	tensioattivo	0,5	0,844
ballottini	tensioattivo	1,0	0,764
ballottini	tensioattivo	2,0	0,584

Di seguito si riporta l'andamento della velocità massima raggiunta rispetto alla quantità di liquido raggiunto:

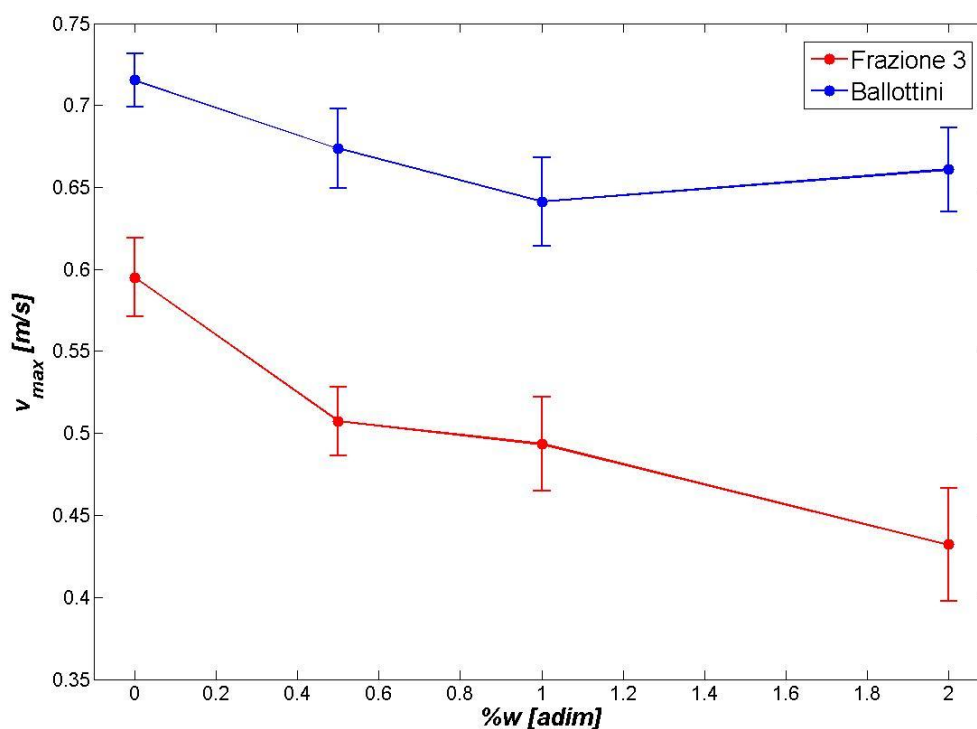


Figura 3.16 Velocità massima raggiunta nei ballottini e nella frazione 3.

3.4 Angoli di cedimento

Mediante l'utilizzo della cella di shear anulare sono stati valutati gli angoli di cedimento relativi alle varie granulometrie di carbonato di calcio a cui sono state aggiunte le prestabilite percentuali in peso di acqua. Nell'analisi sono stati ricavati due differenti valori di angolo di cedimento, relativi a diversi sforzi normali esercitati sul campione. Lo scopo di tale procedura è quello di verificare se la teoria del cedimento Coulombiano, citata in letteratura nei casi di esperimenti a secco (*Meruane et al., 2010*), si possa ritenere valida anche nel caso di esperimenti con l'aggiunta di liquido.

Di seguito si riportano in tabella i valori degli angoli di cedimento ottenuti nelle tre prove; i valori dello sforzo normale applicato sono, rispettivamente, pari a $\sigma_1 = 0.382 \text{ KPa}$ e $\sigma_2 = 4.864 \text{ KPa}$:

Tabella 3.21 Valori degli angoli di cedimento per le varie frazioni di carbonato di calcio sottoposte ad uno sforzo pari a 0.382KPa.

frazione	% w	$\delta_{\sigma_{1,1}} [^\circ]$	$\delta_{\sigma_{1,2}} [^\circ]$	$\delta_{\sigma_{1,3}} [^\circ]$
1	0,0	34,2	34,5	34,2
1	0,5	33,4	33,3	33,0
1	1,0	33,0	33,4	32,9
1	2,0	33,3	33,0	33,0
2	0,0	35,0	35,3	35,0
2	0,5	35,7	34,9	35,3
2	1,0	36,6	36,4	36,2
2	2,0	36,6	36,2	36,1
3	0,0	35,7	36,5	35,8
3	0,5	37,2	37,4	36,4
3	1,0	37,0	36,5	37,2
3	2,0	36,1	36,5	36,6
4	0,0	37,5	37,9	38,0
4	0,5	38,8	38,5	38,2
4	1,0	39,0	39,0	39,6
4	2,0	38,2	38,1	38,9

Tabella 3.22 Valori degli angoli di cedimento per le varie frazioni di carbonato di calcio sottoposte ad uno sforzo pari a 4.864KPa.

frazione	% w	$\delta_{\sigma 2,1}$ [°]	$\delta_{\sigma 2,2}$ [°]	$\delta_{\sigma 2,3}$ [°]
1	0,0	34,8	35,5	35,0
1	0,5	34,8	34,9	35,0
1	1,0	34,5	35,0	35,2
1	2,0	34,6	34,9	34,9
2	0,0	37,6	37,4	36,9
2	0,5	37,5	37,2	37,5
2	1,0	37,6	37,9	37,6
2	2,0	37,3	37,0	37,9
3	0,0	38,0	37,5	37,3
3	0,5	38,5	37,8	37,7
3	1,0	37,1	36,7	36,6
3	2,0	36,4	36,7	37,0
4	0,0	38,3	38,0	38,3
4	0,5	37,6	37,0	37,6
4	1,0	39,0	39,3	39,9
4	2,0	38,5	39,8	36,0

Si ottengono quindi i seguenti valori medi relativi ai due diversi sforzi normali applicati:

Tabella 3.23 Valori medi degli angoli di cedimento per le varie frazioni di carbonato di calcio.

frazione	% w	$\bar{\delta}_{\sigma 1}$ [°]	$\bar{\delta}_{\sigma 2}$ [°]
1	0,0	34,3	35,1
1	0,5	33,2	34,9
1	1,0	33,1	34,9
1	2,0	33,1	34,8
2	0,0	35,1	37,3
2	0,5	35,3	37,4
2	1,0	36,4	37,7
2	2,0	36,3	37,4

frazione	% w	$\bar{\delta}_{\sigma 1}$ [°]	$\bar{\delta}_{\sigma 2}$ [°]
3	0,0	36,0	37,6
3	0,5	37,0	38,0
3	1,0	36,9	36,8
3	2,0	36,4	36,7
4	0,0	37,8	38,2
4	0,5	38,5	37,4
4	1,0	39,2	39,4
4	2,0	38,4	38,1

Nei capitoli successivi riguardanti l'analisi dei dati si è scelto di utilizzare come valori di riferimento relativi agli angoli di cedimento quelli ottenuti con lo sforzo normale minore. Questa scelta è dovuta al fatto che durante la preparazione del campione, come descritto nel metodo, quest'ultimo non è stato compattato in alcun modo.

Per quel che riguarda i pallottini in vetro non è stato possibile produrre risultati apprezzabili per quanto riguarda l'angolo di cedimento. Questo, probabilmente, è dovuto al fatto che quando i pallottini in vetro arrivano ad una situazione di cedimento, quest'ultimo nella cella di shear anulare non si sviluppa lungo un angolo ben definito come nel caso del carbonato di calcio, in quanto i pallottini, data la loro natura perfettamente sferica e non coesiva, danno valori troppo rumorosi per essere misurati correttamente.

3.5 Analisi dei dati

Nei capitoli successivi ci si pone l'obiettivo di analizzare i dati sperimentali ottenuti, in modo tale da poter ottenere una descrizione accurata del fenomeno del collasso di una colonna di materiale granulare.

In particolare nel capitolo successivo ci si focalizza sugli esperimenti effettuati a secco, in modo tale da poter confrontare i risultati ottenuti con quelli presenti in letteratura e quindi avere una conferma della bontà del metodo utilizzato.

Per far questo si pone particolare attenzione alle caratteristiche morfologiche del deposito finale sia nel caso degli esperimenti effettuati con i pallottini in vetro, sia nel caso di quelli effettuati con le varie frazioni di carbonato di calcio. Infine, considerando la

possibilità di un confronto con i dati reperiti in letteratura, si è valutata anche la durata complessiva dell'esperimento.

Il capitolo 5 si pone l'obiettivo di analizzare i dati sperimentali ottenuti per quel che riguarda gli esperimenti effettuati aggiungendo varie quantità di liquido al sistema. Lo scopo finale di tale capitolo è quello di trovare delle forme funzionali compatte che riescano a descrivere l'andamento ottenuto per le varie grandezze caratteristiche considerando la configurazione iniziale della colonna, il materiale utilizzato e la quantità di liquido aggiunta in ogni singolo esperimento.

Si è quindi cercato inizialmente di correlare tali grandezze a numeri adimensionali presenti in letteratura; tuttavia questo non ha portato a risultati soddisfacenti. Si è scelto quindi di continuare ad utilizzare gruppi adimensionali con un approccio che prevede di cercare semplici forme funzionali in cui dei coefficienti empirici sono legati a tali gruppi in modo tale per cui il deposito finale possa essere descritto in maniera esaustiva con l'ausilio di tali forme funzionali, così da poter ottenere delle relazioni empiriche che possano essere utilizzate anche per la previsione delle grandezze caratteristiche del deposito.

L'analisi dei dati quindi è stata divisa in tre fasi, con una suddivisione analoga a quella appena esplicitata in questo capitolo: inizialmente verranno aggiunte varie quantità di due liquidi differenti ad un sistema approssimabile all'ideale, in modo tale da poter valutare l'impatto della tensione superficiale.

Successivamente si considereranno i dati relativi alle frazioni di carbonato di calcio a cui vengono aggiunte quantità di acqua analoghe al caso precedente, in modo tale da poter indagare l'effetto dovuto alle dimensioni delle particelle.

La parte finale, che consiste nel confronto tra i dati sperimentali relativi ai ballottini di vetro a cui sono state aggiunte varie quantità di acqua e la frazione di carbonato di calcio avente dimensioni confrontabili, ha lo scopo di mostrare l'effetto sulle grandezze caratteristiche che l'aggiunta di liquido porta considerando la forte non idealità del carbonato di calcio. Tale parte servirà anche come verifica della bontà delle relazioni empiriche trovate, in quanto si cercherà di confrontare i vari parametri empirici trovati nei due casi.

Capitolo 4

Analisi dei dati a secco e confronto con dati di letteratura

Questo capitolo ha lo scopo di confrontare i dati sperimentali ricavati dall'esperimento svolto in laboratorio a secco con quelli presenti in letteratura utilizzando le stesse configurazioni iniziali. In questo modo si va a validare il metodo usato durante lo svolgimento della tesi, e quindi si conferma l'attendibilità dei risultati sperimentali rendendo possibile analizzarli con approcci differenti da quelli presenti in letteratura.

4.1 Grandezze caratteristiche

Sono stati confrontati innanzitutto i dati sperimentali che riguardano le grandezze caratteristiche che vengono utilizzate per descrivere il deposito finale.

Per quanto riguarda la parte del deposito iniziale che non partecipa alla caduta, e che quindi mantiene un'altezza pari a quella iniziale, in letteratura (*Lube et al., 2005*) è presente la relazione:

$$l_0/l_a = 0.99 - \tan(\delta) \cdot a \quad (4.1)$$

In cui il valore di l_a rappresenta la distanza dalla parete posteriore a cui il materiale si muove durante la prima fase del moto. Dai dati sperimentali per i vari materiali utilizzati sono stati ottenuti i seguenti valori:

Tabella 4.1 Lunghezza del campione non inizialmente in moto.

Materiale	δ [°]	l_0/l_a	$0.99 - \tan(\delta) \cdot a$
Carbonato frazione 1	34.3	0.223	0.210
Carbonato frazione 2	35.1	0.194	0.187
Carbonato frazione 3	36.0	0.171	0.160
Carbonato frazione 4	37.8	0.115	0.104
Ballottini	62.0	0.000	<1

Dai dati sperimentali si osserva che nei ballottini tutta la massa iniziale è in movimento anche nella prima fase, mentre per le varie frazioni di carbonato si nota una zona adiacente alla parete posteriore inizialmente ferma. Per cui si ottiene che la relazione utilizzata si può considerare valida. Si vede pertanto che la relazione di *Lube et al. (2005)* è in buon accordo con i dati osservati sperimentalmente.

Per quel che riguarda il runout normalizzato in letteratura sono presenti relazioni che legano la distanza percorsa dal materiale all'aspect ratio, ovvero al rapporto tra altezza iniziale e lunghezza iniziale della colonna di materiale granulare (*Lube et al, 2005*). Nel caso in cui quest'ultimo abbia un valore inferiore a 5 la relazione utilizzata è la seguente:

$$(l_F - l_0)/l_0 = c_1 \cdot a \quad (4.2)$$

Considerando i dati sperimentali si ottengono i seguenti valori:

Tabella 4.2 Lunghezza del deposito per i vari materiali.

Materiale	$(l_F - l_0)/l_0$
Carbonato frazione 1	1.87
Carbonato frazione 2	1.85
Carbonato frazione 3	1.79
Carbonato frazione 4	1.76
Ballottini	2.79

In letteratura gli esperimenti effettuati con vari materiali granulari di uguale diametro hanno portato a determinare un valore di c_1 pari a 1.6 (*Lube et al, 2005*), che risulta coerente con i dati sperimentali.

Nel caso dei ballottini in vetro in letteratura non sono presenti valori della costante c_1 , ma la relazione di linearità viene mantenuta. Considerando solamente i dati sperimentali ottenuti si può assumere un valore della costante c_1 maggiore nel caso dei ballottini, probabilmente dovuto al minor attrito tra le particelle.

La valutazione dell'altezza finale h_F è stata fatta considerando anche il fenomeno del "final avalanching" che va a modificare l'aspetto finale del deposito. In letteratura (*Lajeunesse et. al, 2005*) per prove con aspect ratio superiore a 0.7 ma inferiore a 3 è ritenuta valida la seguente equazione:

$$h_F/l_0 = c_2 \cdot a^{1/3} \quad (4.3)$$

Dai dati sperimentali ottenuti si trovano i seguenti valori:

Tabella 4.3 Altezza finale del deposito per i vari materiali.

Materiale	h_F/l_0	$a^{1/3}$
Carbonato frazione 1	1.077	1.045
Carbonato frazione 2	1.049	1.045
Carbonato frazione 3	1.069	1.045
Carbonato frazione 4	1.055	1.045
Ballottini	0.672	1.045

Come nel caso precedente in letteratura è presente il valore della costante c_2 solamente per quel che riguarda il carbonato di calcio. Tale valore è pari ad 1 (Lajeunesse et al., 2005) e risulta coerente con i dati sperimentali.

Nel caso dei ballottini di vetro la forte idealità del sistema, dovuta al fatto di avere particelle sferiche, porta ad una maggiore scorrevolezza che si riflette in un'altezza minore del deposito finale.

Dalle considerazioni presenti in letteratura per esperimenti effettuati a secco (Lube et al., 2005) si evince che le dimensioni e la forma delle particelle del campione non incidono sulle grandezze caratteristiche del deposito nel caso secco.

Tuttavia i nostri esperimenti hanno dato esito opposto, ed in particolare si può notare che le grandezze caratteristiche non dipendono dalla dimensione delle particelle, come evidenziato nelle prove effettuate con le varie frazioni di carbonato, ma dipendono fortemente dal materiale utilizzato, come evidente nel confronto tra i dati relativi al carbonato di calcio e quelli relativi ai ballottini in vetro.

Tabella 4.4 Rapporto tra le costanti di ballottini di vetro e carbonato.

c_1 ballottini/ c_1 carbonato	1.55
c_2 ballottini/ c_2 carbonato	$0.645=1.55^{-1}$

Si nota dai due casi precedenti che il rapporto tra i valori delle costanti che si ottengono considerando i ballottini in vetro e le varie frazioni di carbonato corrispondono ad un valore di circa 1.55 nel caso della lunghezza di runout e ad un valore di circa 1.55^{-1} per quanto riguarda l'altezza finale.

Quindi si osserva che l'altezza finale cala con l'attrito tra le particelle, mentre la lunghezza di runout aumenta al calare dell'attrito tra particelle.

Questo è dovuto alla forma delle particelle che compongono il campione; tale caratteristica infatti determina difficoltà di scorrimento, che si riflette in un aumento dell'attrito, a causa dell'interlocking, ovvero del fatto che le particelle non scorrono liberamente le une sulle altre in quanto le loro irregolarità si sovrappongono.

Per quanto riguarda il valore dell'angolo alla sommità del deposito α la letteratura prevede valori in accordo con la teoria del cedimento di tipo Coulombiano, che seguono l'equazione (Lajeunesse et al., 2005):

$$\alpha = 45 - \delta/2 \quad (4.4)$$

Considerando i valori ottenuti dai dati sperimentali e confrontandoli con i dati teorici si ottengono i seguenti valori:

Tabella 4.5 Angolo alla sommità del deposito teorico e sperimentale.

Materiale	$\alpha_{TEORICO}$	$\alpha_{SPERIMENTALE}$
Carbonato frazione 1	27.85	28.871
Carbonato frazione 2	27.45	28.210
Carbonato frazione 3	27.00	27.852
Carbonato frazione 4	26.10	27.554
Ballottini	14.00	19.908

Dai dati sperimentali si nota che la teoria del cedimento Coulombiano approssima in maniera soddisfacente i dati relativi alle varie frazioni di carbonato di calcio, tuttavia non trova una corrispondenza altrettanto buona nel caso dei ballottini di vetro.

Questo probabilmente è dovuto al fatto che la determinazione dell'angolo di attrito interno per i ballottini risulta molto rumorosa ed incerta, data la loro natura molto scorrevole.

4.2 Durata dell'esperimento

In letteratura sono state trovate, oltre a dati relativi alle grandezze tipiche del deposito, anche dati relativi alla durata dell'esperimento. In particolare tale durata, che tiene conto

di entrambe le fasi del moto descritte nei capitoli precedenti, segue l'equazione (Lube et al., 2005):

$$t = c_3 \cdot (l_0/g)^{1/2} \cdot a^{1/2} \quad (4.5)$$

I valori di tempo rilevati negli esperimenti non sono continui, ma essendo l'esperimento ripreso mediante fotografie in sequenza, i valori di tempo rilevati hanno differenze pari a 1/60 di secondo. Considerando l'incertezza dovuta all'errore sperimentale, tuttavia, questo scarto risulta trascurabile nella determinazione della validità dell'equazione.

Dai dati sperimentali ottenuti si ottengono i seguenti valori:

Tabella 4.6 Durata degli esperimenti.

Materiale	$t_{SPERIMENTALE}$ [s]	$t_{TEORICO}$ [s]
Carbonato frazione 1	0.383	0.398
Carbonato frazione 2	0.400	0.398
Carbonato frazione 3	0.383	0.398
Carbonato frazione 4	0.400	0.398
Ballottini	0.417	0.398

Si ricava quindi che, in accordo con quanto trovato in letteratura, il tempo caratteristico dell'esperimento non dipende né dal materiale utilizzato, né dalle dimensioni dello stesso, ma solamente dalla configurazione iniziale del sistema. Ponendo la costante $c_3 = 4.4$ si soddisfa l'equazione.

Capitolo 5

Analisi dei dati ad umido

In questo capitolo si analizzano i dati sperimentali illustrati nei capitoli precedenti. A questo scopo si cercano relazioni empiriche semplici che permettano di descrivere i depositi finali osservati e inoltre di poter prevedere il comportamento in condizioni differenti da quelle sperimentate.

5.1 Utilizzo del numero di Bond

Allo scopo di ottenere una descrizione ottimale del deposito finale sono stati utilizzati dei numeri adimensionali, in modo tale da ottenere relazioni semplici che abbiano questi numeri come parametri.

Considerando la natura del fenomeno studiato, è stato scelto di utilizzare come numero adimensionale il cosiddetto numero di Bond, Bo . Tale numero è definito come il rapporto tra la forza di gravità e le forze coesive, in questo caso rappresentate dalla capillarità; si ricava quindi da tale numero un'indicazione del comportamento del materiale: se il numero adimensionale Bo è superiore ad un valore critico significa che la gravità domina sulle forze coesive e il materiale tende a scorrere facilmente; se invece Bo è minore di tale valore critico è atteso un comportamento opposto.

Nel caso in esame si considera che la forza di gravità che agisce sulle particelle è influenzata dalla pendenza dell'angolo alla sommità, che con buona approssimazione descrive il piano di primo cedimento. Si ottiene quindi la seguente equazione:

$$F_G = (\pi/6) \cdot g \cdot \sin(\alpha) \cdot \rho \cdot x^3 \quad (5.1)$$

Mentre le forze coesive sono definite come:

$$F_C = \pi \cdot x \cdot \gamma \cdot \cos(\theta) \quad (5.2)$$

In cui γ è la tensione superficiale del liquido e θ rappresenta l'angolo di contatto tra il materiale ed il liquido. Nella definizione delle forze coesive presenti sono state trascurate le forze interparticellari dovute alla forza di Van der Waals. Questa scelta è dovuta al fatto che tali forze sono rilevanti solamente per valori di dimensioni delle particelle

inferiori a circa $100\mu\text{m}$, valore di gran lunga inferiore rispetto alle dimensioni dei campioni analizzati. Inoltre in presenza di acqua tali forze diminuiscono approssimativamente di un ordine di grandezza, rendendole del tutto trascurabili. Si definisce quindi il numero di Bond come rapporto tra queste due forze:

$$Bo = F_G/F_C \quad (5.3)$$

In questo modo si ottiene una descrizione del comportamento del campione che tiene conto sia della configurazione iniziale dell'esperimento, sia delle caratteristiche del materiale utilizzato.

Si cerca quindi di trovare delle tendenze nei comportamenti delle grandezze caratteristiche dei vari campioni, in funzione del numero di Bond, per tutti gli esperimenti presi in considerazione: i ballottini in vetro monodispersi con diversi liquidi aggiunti, le varie granulometrie di carbonato di calcio e il confronto tra ballottini e carbonato di dimensioni simili.

5.1.1 Ballottini in vetro

Si riportano di seguito i risultati ottenuti ponendo in funzione del numero di Bond le grandezze caratteristiche degli esperimenti effettuati con i ballottini in vetro:

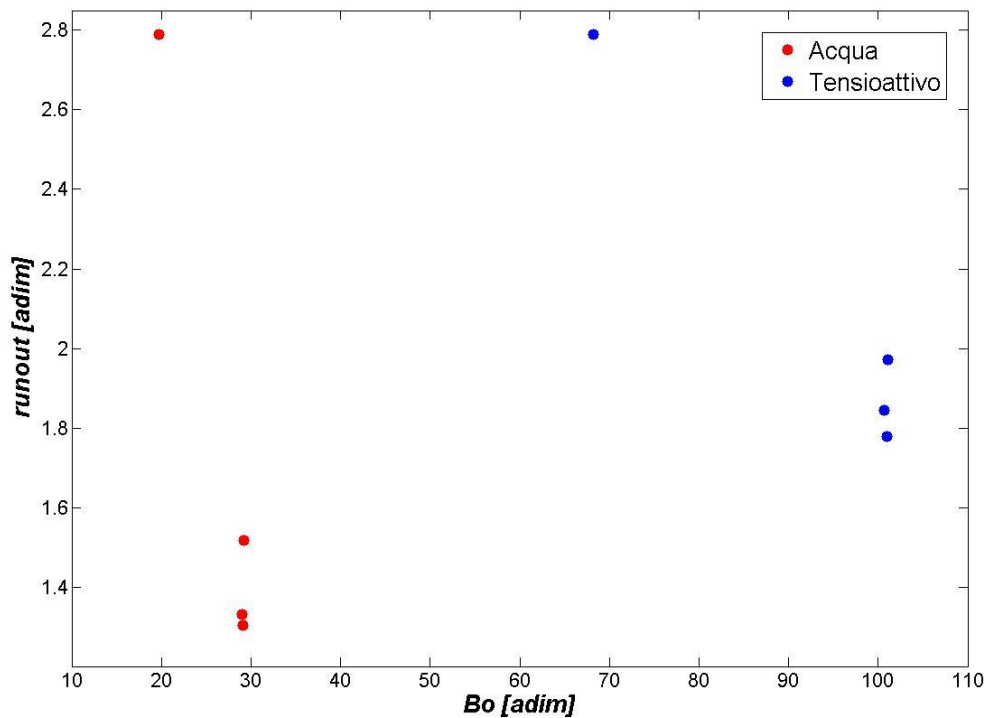


Figura 5.1 Andamento del runout normalizzato rispetto al numero di Bond per i ballottini in vetro.

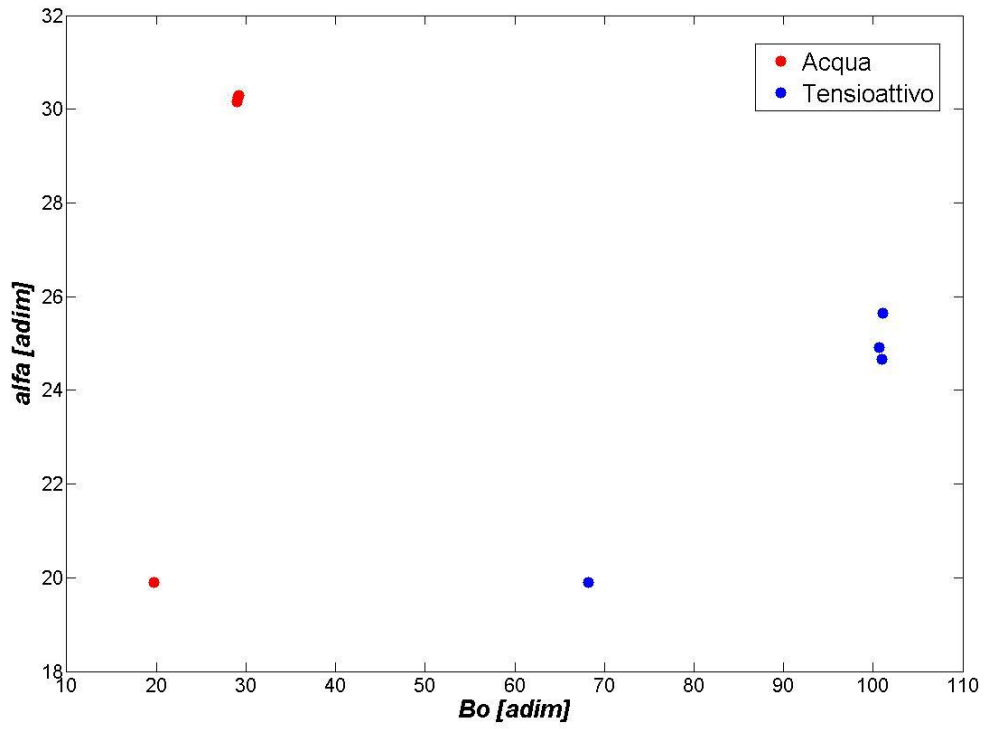


Figura 5.2 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto al numero di Bond per i ballottini in vetro.

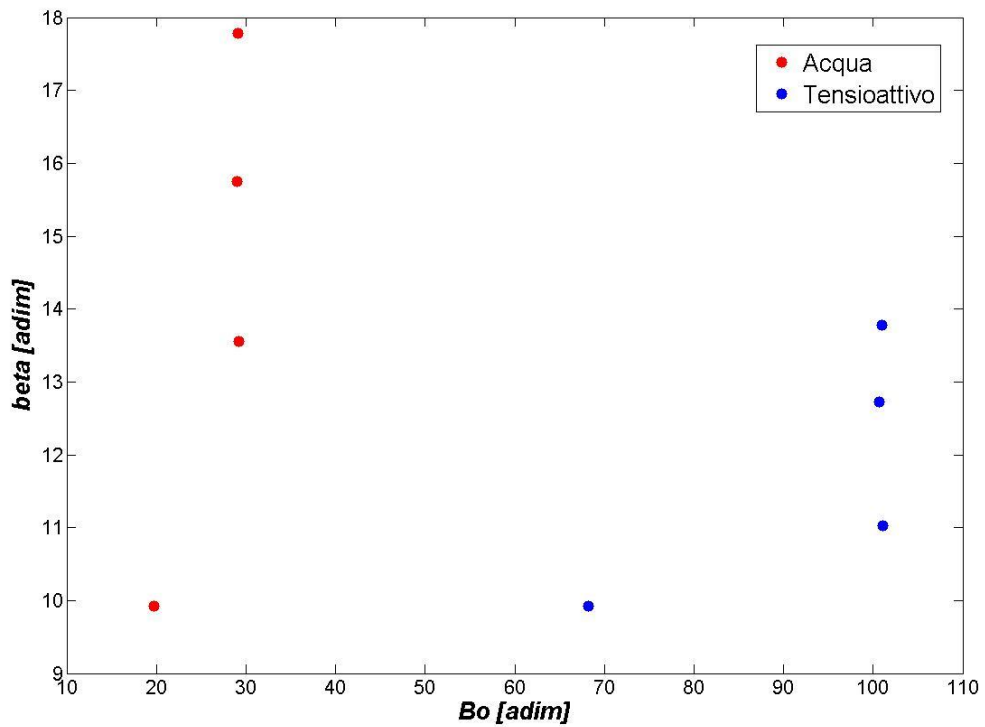


Figura 5.3 Andamento dell'angolo alla base rispetto al numero di Bond per i ballottini in vetro.

5.1.2 Carbonato di calcio

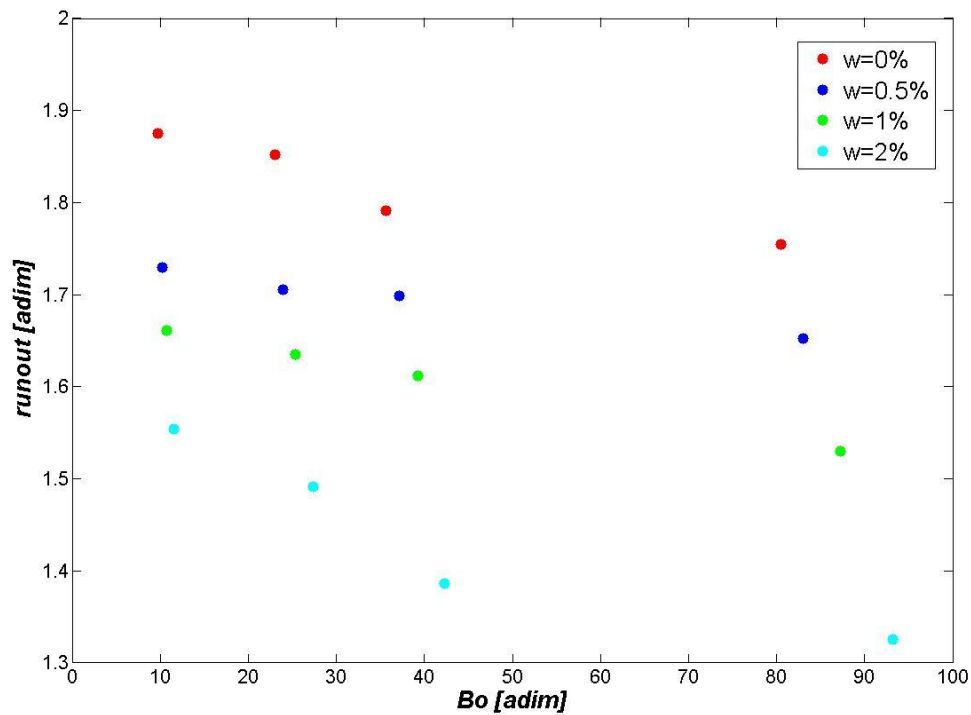


Figura 5.4 Andamento del runout normalizzato rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano i diversi contenuti di acqua.

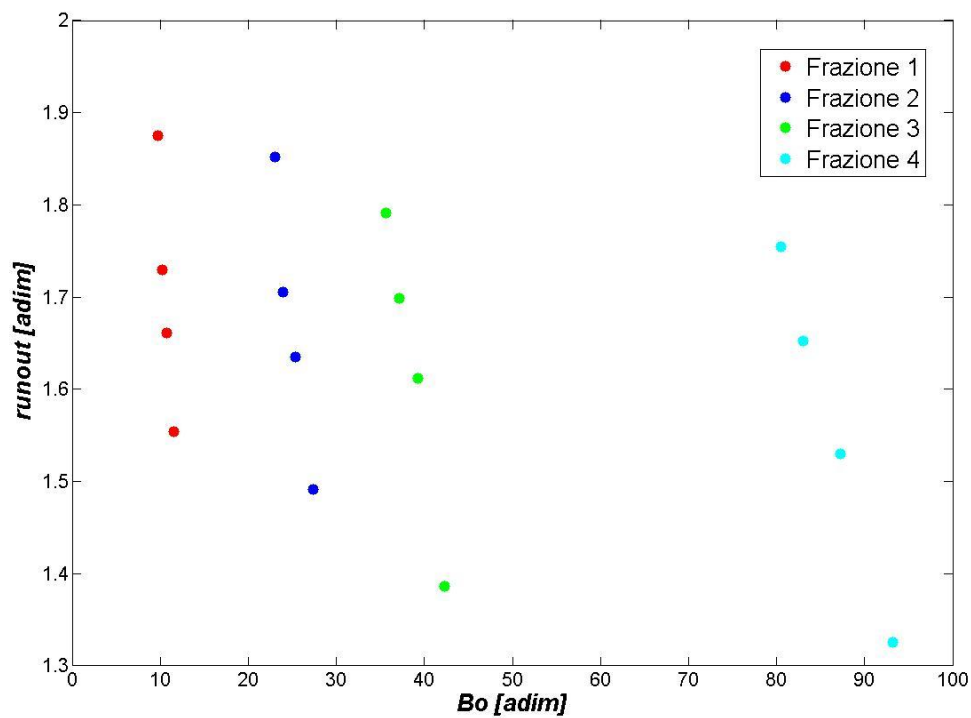


Figura 5.5 Andamento del runout normalizzato rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano le diverse granulometrie.

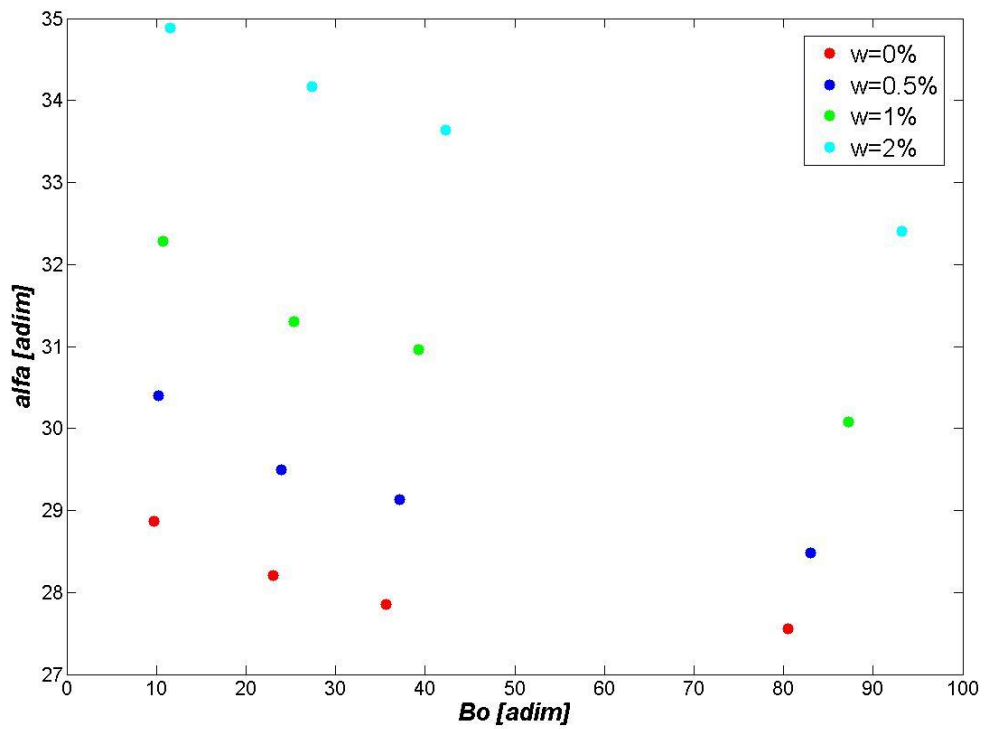


Figura 5.6 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano i diversi contenuti di acqua.

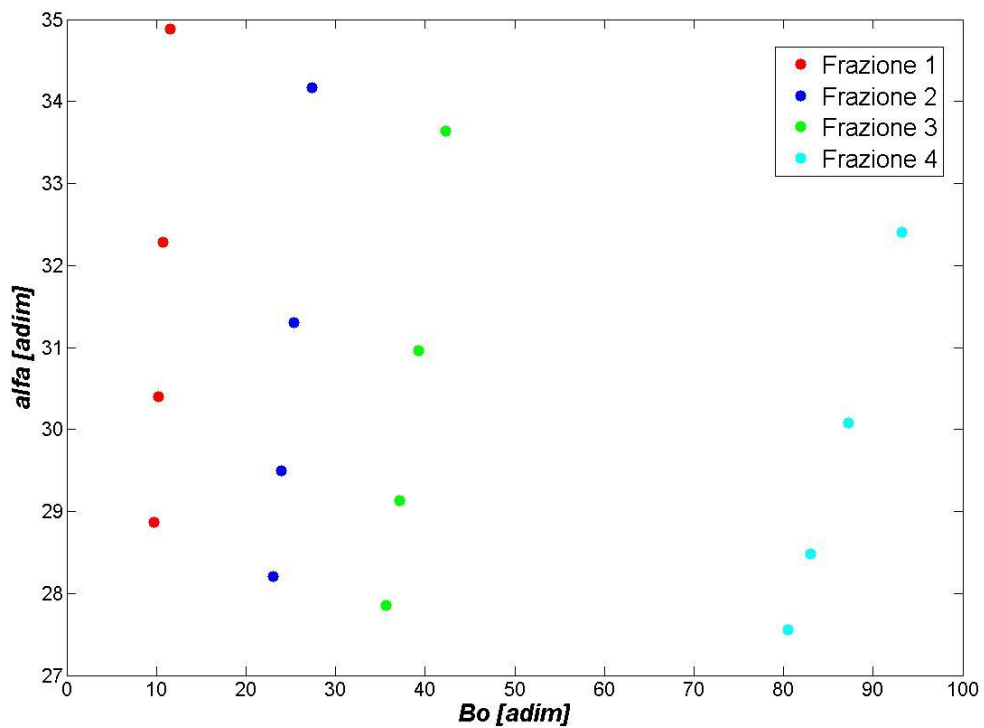


Figura 5.7 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano le diverse granulometrie.

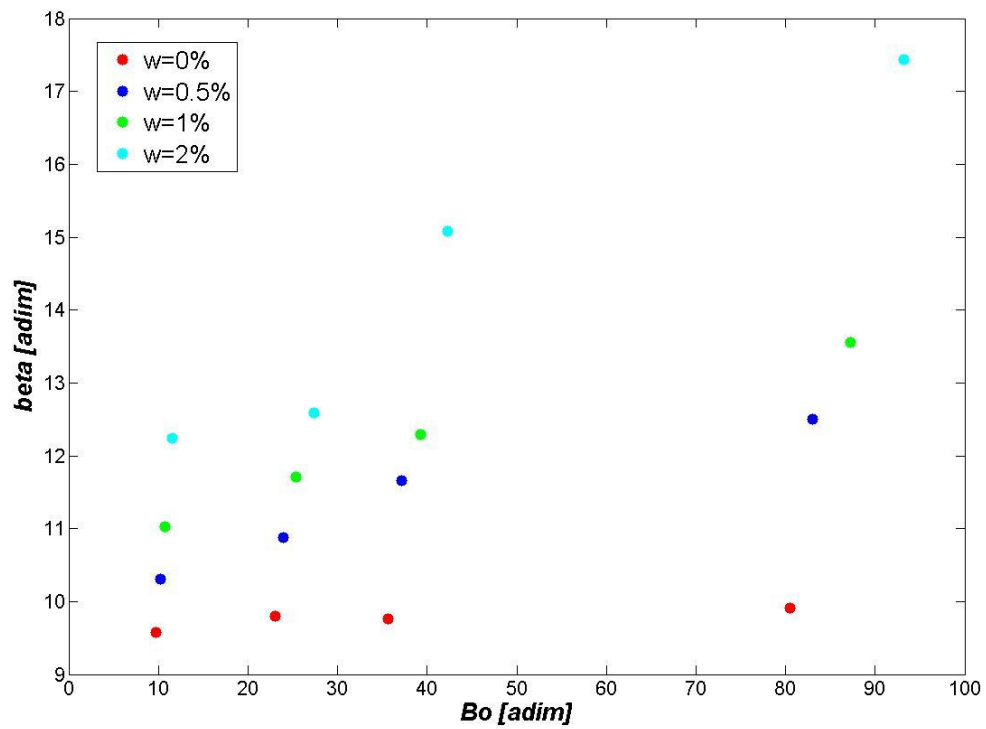


Figura 5.8 Andamento dell'angolo alla base rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano i diversi contenuti di acqua.

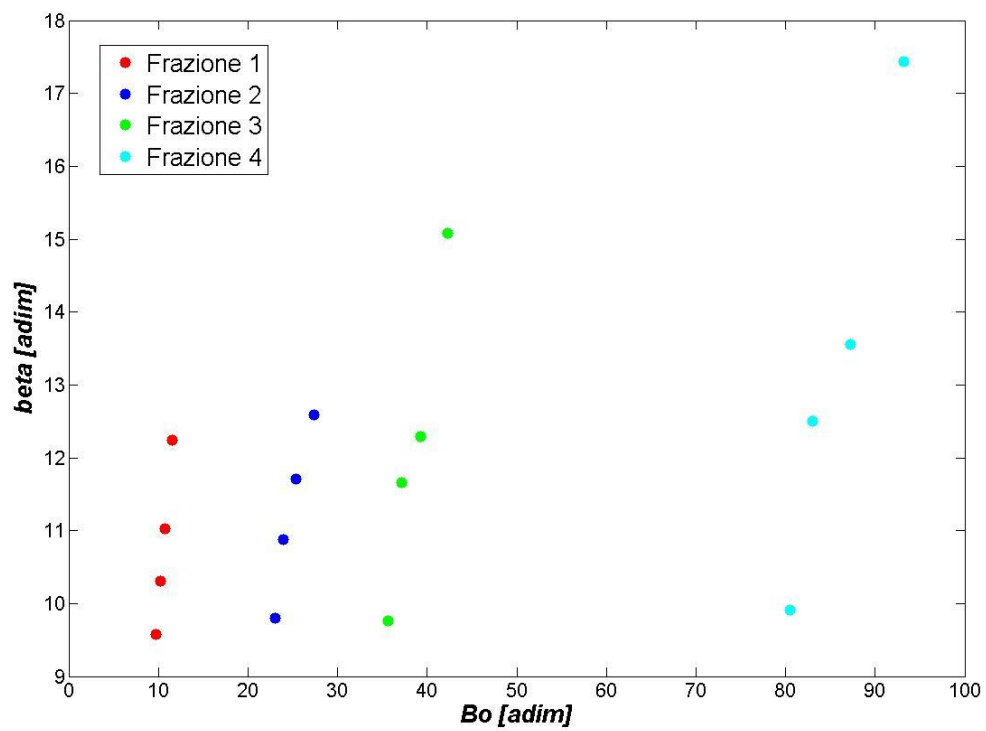


Figura 5.9 Andamento dell'angolo alla base rispetto al numero di Bond per il carbonato di calcio. Le varie serie indicano le diverse granulometrie.

5.1.3 Confronto tra ballottini e carbonato di calcio

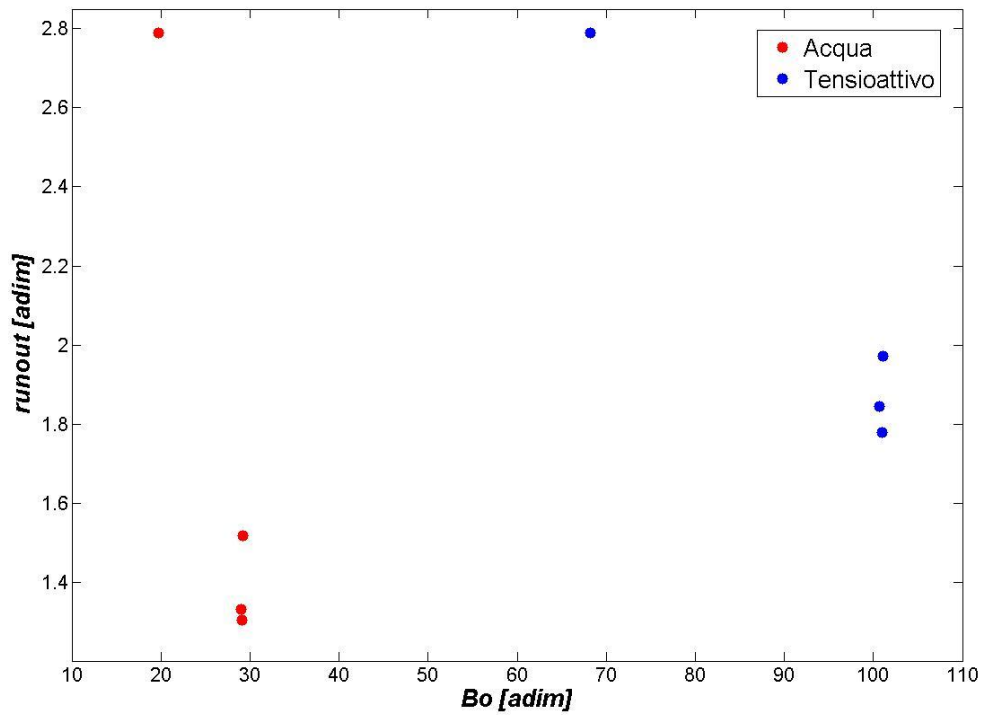


Figura 5.10 Andamento del runout normalizzato rispetto al numero di Bond per il confronto tra ballottini e carbonato di calcio.

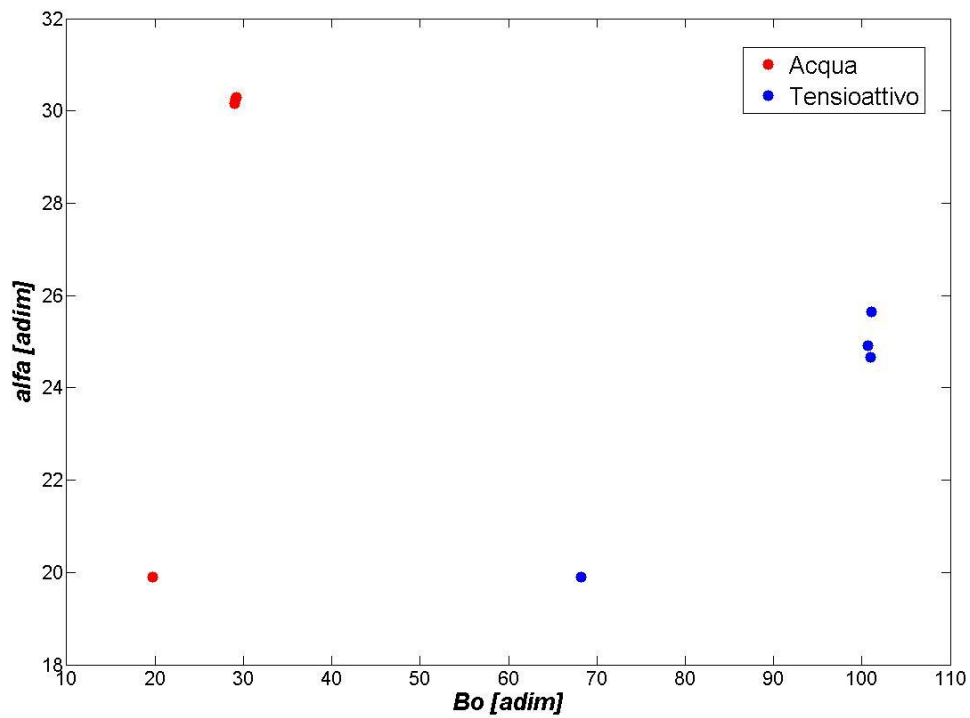


Figura 5.11 Andamento dell'angolo alla sommità rispetto al numero di Bond per il confronto tra ballottini e carbonato di calcio.

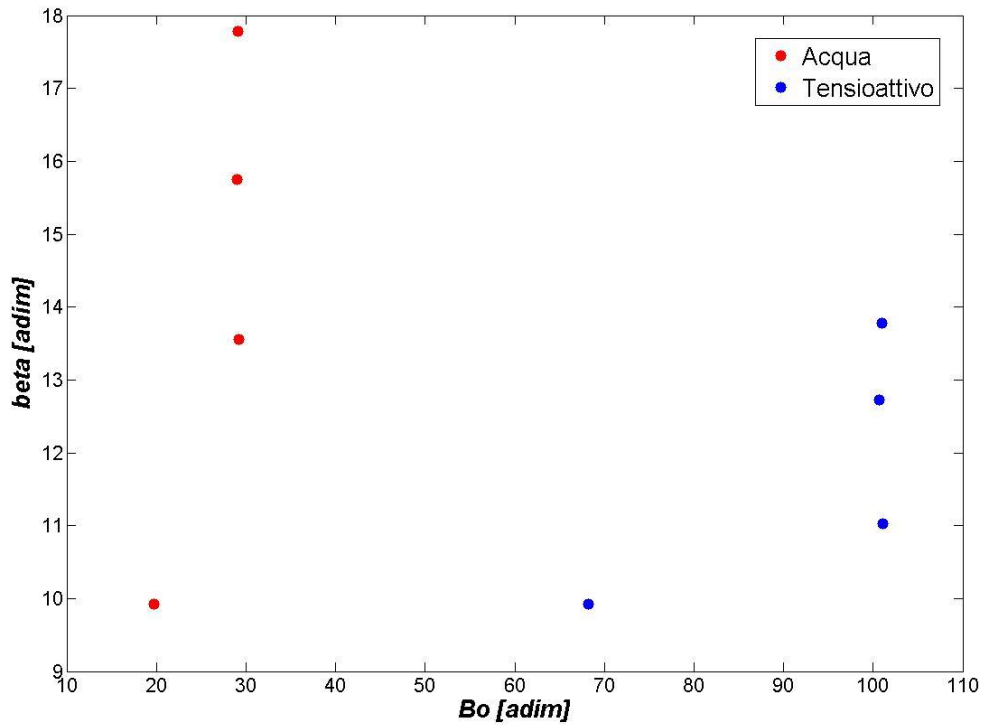


Figura 5.12 Andamento dell'angolo alla base rispetto al numero di Bond per il confronto tra pallottini e carbonato di calcio.

5.2 Numero di Bond secondo Willett

La definizione del numero di Bond utilizzata nel paragrafo precedente non è completamente soddisfacente rispetto allo scopo della tesi; si nota infatti che non compare in alcun modo la quantità di liquido aggiunto al campione, ma solamente la sua tensione superficiale.

Inizialmente si è pensato di risolvere questo problema utilizzando delle definizioni più articolate del numero di Bond presenti in letteratura, all'interno delle quali compare in maniera implicita la quantità di liquido aggiunto.

È stato utilizzato quindi l'approccio di Willett (*Willett et al., 2000*) da cui si ricava tale espressione riguardante la forza capillare:

$$F_c = (\pi \cdot x \cdot \gamma \cdot \cos \theta) / (1 + 2.1 \cdot k^{1/2} + 10 \cdot k) \quad (5.4)$$

Al denominatore si nota la presenza del gruppo k definito come:

$$k = (s^2 \cdot x) / V \quad (5.5)$$

Tale gruppo fornisce una descrizione microscopica del sistema, ed in particolare il fatto che le particelle non sono in contatto tra loro ma separate da una certa distanza s , ed inoltre include anche la quantità di liquido presente. Il valore V , infatti, rappresenta il volume del ponte capillare, che esteso ad un'analisi complessiva del campione indica la quantità di liquido presente.

Come si può notare dall'espressione del numero di Bond secondo Willett, in assenza di liquido tale numero assume valori infiniti, per cui risulta impossibile utilizzarlo per definire espressioni semplici. Si è quindi pensato di limitare le formulazioni ai casi in cui fosse presente del liquido, trascurando i dati a secco analizzati nel capitolo precedente.

Considerando la definizione della frazione ponderale di liquido si ottiene la seguente relazione:

$$w = m_L/m_S = 6 \cdot n_c \cdot [V/(2 \cdot \pi \cdot x^3)] \cdot (\rho_L/\rho_S) \quad (5.6)$$

In cui m_L e m_S rappresentano, rispettivamente, la massa del liquido e del materiale granulare, mentre n_c è il numero di coordinazione. Utilizzando quindi la nota relazione di Rumpf $k \cdot \epsilon = \pi$ (Rumpf, 1990) si ottiene la seguente espressione esplicitando il volume complessivo di liquido:

$$V = (1/3) \cdot w \cdot x^3 \cdot \epsilon \cdot (\rho_L/\rho_S) \quad (5.7)$$

In cui ϵ indica la porosità del materiale.

Questo approccio porta con se numerose incertezze, concentrate soprattutto nella determinazione del valore s/x . Si trovano infatti in letteratura diverse espressioni, nessuna delle quali con un riscontro sperimentale tale da ritenerla esatta. Inoltre questo approccio considera che tutto il liquido aggiunto sia utilizzato per la formazione di ponti capillari, affermazione difficilmente verificabile.

5.3 Approccio utilizzato

Considerando le forti approssimazioni derivanti dal tentativo di descrivere dettagliatamente un fenomeno così complesso si è scelto di utilizzare un approccio semplificato che, senza descrivere nel dettaglio i contatti tra le particelle e la distribuzione dei ponti capillari, tenesse comunque conto della fisica del sistema. Quindi al fine di determinare semplici relazioni che descrivessero le grandezze caratteristiche del deposito, è stato utilizzato il numero di Bond, Bo , nella sua forma semplificata, mentre l'effetto

dovuto all'aggiunta del liquido è stato considerato in maniera indipendente in termini di un secondo numero adimensionale, la frazione di liquido aggiunta w .

Questo ha permesso, oltre al fatto di prevenire eventuali errori dovuti ad approssimazioni troppo forti presenti nell'approccio di Willett, di avere più flessibilità essendo le equazioni ottenute dipendenti da tre parametri, considerando anche un fattore moltiplicativo aggiunto in ogni equazione.

Si ottengono in questo modo relazioni empiriche relativamente semplici che permettono di rappresentare tutti i dati sperimentali raccolti. Una volta trovata la forma funzionale migliore per descrivere ogni singola grandezza, si è cercato di dare un'interpretazione dei parametri ricavati dall'equazione.

Le forme funzionali utilizzate sono leggi di potenza (power laws), ed in particolare sono risultate efficaci le relazioni ottenute mediante le seguenti formulazioni:

$$y = A \cdot B_0^B \cdot w^C \quad (5.8)$$

$$y = A \cdot B_0 \cdot w^B + C \quad (5.9)$$

In cui y indica la generica grandezza caratteristica analizzata, w rappresenta la frazione di liquido aggiunta al campione, mentre A , B e C sono i tre parametri i cui valori forniscono la relazione empirica.

Per quanto riguarda la successiva rappresentazione grafica è stato scelto di evidenziare la dipendenza lineare tra la grandezza caratteristica analizzata ed il gruppo adimensionale considerato.

Si riporta quindi in ascissa il valore del gruppo adimensionale, mentre in ordinata vengono rappresentati i valori sperimentali ottenuti che sono quindi confrontati con il valore derivante dall'approssimazione lineare.

Il calcolo dei parametri è stato effettuato minimizzando gli scarti quadratici medi tra i valori sperimentali y_{SP} e quelli approssimati y_{TH} , secondo la relazione:

$$fob = \min \sum_i (y_{SP,i}^2 - y_{TH,i}^2) \quad (5.10)$$

5.4 Runout

La prima grandezza caratteristica analizzata con la metodologia descritta è la lunghezza di runout normalizzata raggiunta dal deposito. Tale scelta è dovuta al fatto che la distanza percorsa dal flusso di materiale granulare è il parametro più importante per determinare la dinamica del fenomeno. Sono state utilizzate entrambe le formulazioni descritte in precedenza, tuttavia solamente la prima ha fornito risultati soddisfacenti.

$$l = A_R \cdot BO^{B_R} \cdot w^{C_R} \quad (5.11)$$

Si nota dall'analisi dei risultati che l'approssimazione ottenuta è molto simile nel caso dei pallottini in vetro e nel caso del carbonato: i due coefficienti che fungono da esponente ai gruppi adimensionali sono difatti simili tra loro, e si possono considerare uguali dato l'errore sperimentale presente. L'unico parametro a cambiare risulta quindi il fattore pre-esponenziale.

Di seguito si riporta la figura che rappresenta la dipendenza lineare del runout normalizzato rispetto ai gruppi adimensionali; nel caso dei pallottini in vetro si è scelto di rappresentare tale dipendenza senza considerare le diverse serie di dati riguardanti le dimensioni delle particelle e la quantità di liquido aggiunto.

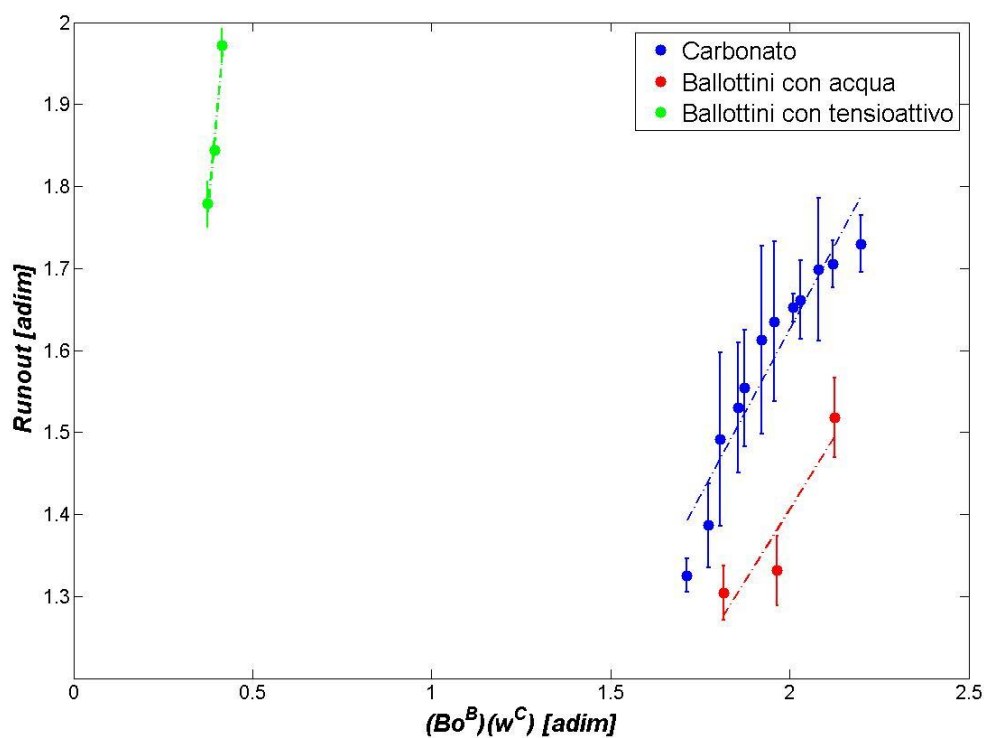


Figura 5.13 Relazione lineare tra il runout normalizzato e i gruppi adimensionali per i tre casi considerati.

Allo scopo di verificare l'effettiva validità delle approssimazioni fatte, si riportano nella tabella seguente i valori sperimentali e quelli approssimati in tutti i casi analizzati.

Tabella 5.1 *Confronto tra valori sperimentali e approssimati del runout nei casi analizzati.*

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>%w</i>	<i>l_{SP} [adim]</i>	<i>l_{TH} [adim]</i>
ballottini	acqua	0,5	1,518	1,495
ballottini	acqua	1,0	1,331	1,382
ballottini	acqua	2,0	1,304	1,277
ballottini	tensioattivo	0,5	1,972	1,964
ballottini	tensioattivo	1,0	1,845	1,860
ballottini	tensioattivo	2,0	1,779	1,771
carb_frazione 1	acqua	0,5	1,730	1,789
carb_frazione 1	acqua	1,0	1,661	1,652
carb_frazione 1	acqua	2,0	1,554	1,525
carb_frazione 2	acqua	0,5	1,705	1,724
carb_frazione 2	acqua	1,0	1,635	1,592
carb_frazione 2	acqua	2,0	1,492	1,469
carb_frazione 3	acqua	0,5	1,699	1,692
carb_frazione 3	acqua	1,0	1,612	1,562
carb_frazione 3	acqua	2,0	1,386	1,442
carb_frazione 4	acqua	0,5	1,652	1,634
carb_frazione 4	acqua	1,0	1,530	1,510
carb_frazione 4	acqua	2,0	1,325	1,393

Si può notare che in tutti e tre i casi presi in considerazione la relazione risolta lineare rispetto allo stesso gruppo funzionale, con una piccola variazione nel caso dei ballottini di vetro con l'aggiunta di tensioattivo, mentre il solo fattore che cambia è il fattore pre-esponenziale, che rappresenta la pendenza della retta.

Per evidenziare questo nella seguente tabella si riportano i valori dei tre parametri per i casi considerati:

Tabella 5.2 Valori dei coefficienti per la relazione empirica del runout nei vari casi considerati.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	A_R	B_R	C_R
carbonato	acqua	1,050	-0,043	-0,111
ballottini	acqua	0,704	-0,043	-0,113
ballottini	tensioattivo	5,320	-0,041	-0,098

Si nota nei tre casi analizzati che il valore della costante di proporzionalità A cresce all'aumentare della distanza percorsa dal materiale, mentre la dipendenza del runout rispetto al numero di Bond e alla quantità di liquido non varia.

Considerando i casi dei ballottini e delle varie frazioni di carbonato si nota che il rapporto tra i coefficienti A è pari a 0.67, simile al valore di 0.645 rilevato in letteratura nel caso degli esperimenti effettuati a secco.

Dalla tabella precedente si nota come, in tutti gli esperimenti effettuati, i valori dei coefficienti relativi al numero di Bond e alla quantità di liquido aggiunto presentano valori molto simili tra loro, tali da poter essere considerati compatibili data l'incertezza dovuta agli errori sperimentali.

Questo indica che la lunghezza di runout normalizzata raggiunta segue una legge di potenza i cui esponenti non dipendono dalla forma oppure dalle dimensioni delle particelle del campione, e nemmeno dalla natura del liquido aggiunto.

Da queste considerazioni si è scelto di scaricare tutti gli effetti che incidono sul valore di runout raggiunto sul coefficiente pre-esponenziale A_R che quindi contiene sia l'effetto della forma, e quindi dell'attrito, sia l'effetto dovuto alla natura del liquido aggiunto al campione. Dai dati a disposizione è stato possibile valutare solamente l'effetto dovuto alla forma delle particelle del campione, ed in particolare sono stati confrontati i dati relativi ai ballottini in vetro e alle varie frazioni di carbonato a cui è stata aggiunta l'acqua.

Considerato il sistema analizzato, per valutare l'effetto della diversa natura delle particelle si è scelto di prendere in considerazione l'angolo di contatto tra il materiale ed il liquido aggiunto, in questo caso l'acqua.

I valori dell'angolo di contatto θ tra il materiale e l'acqua sono, rispettivamente, pari a 15° nel caso dei ballottini in vetro e di 37° nel caso del carbonato di calcio.

Si è quindi cercato di ottenere una relazione più generica della precedente, nella quale possa comparire anche l'angolo di contatto.

Nella seguente figura si riporta tale relazione, che risulta essere una generalizzazione del caso precedente nel quale sono stati presi in considerazione gli esperimenti effettuati a parità di liquido aggiunto. Si nota che i dati relativi ai pallottini in vetro e al carbonato di calcio sono rappresentati dalla stessa retta, che moltiplica il valore del runout per il coseno dell'angolo di contatto:

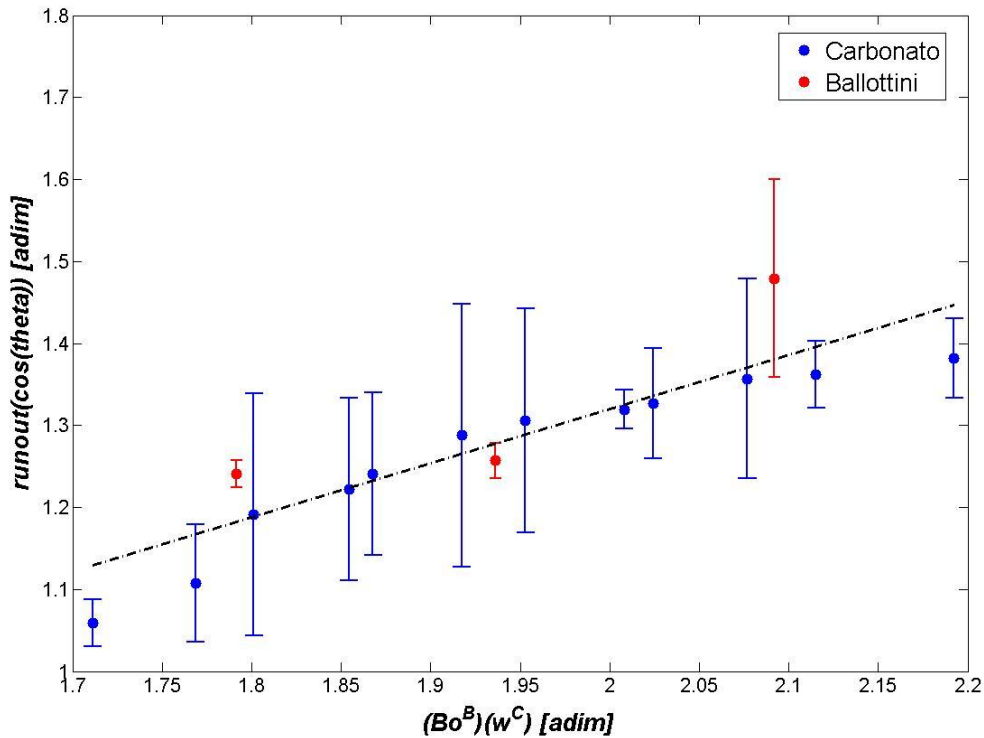


Figura 5.14 Relazione generale tra il runout normalizzato e i gruppi adimensionali nei casi con l'aggiunta di acqua.

Tale risultato indica come l'andamento del runout per diversi materiali ai quali è stata aggiunta acqua è pari a:

$$l \cdot \cos(\theta) = 0.67 \cdot Bo^{-0.043} \cdot w^{-0.11} \quad (5.12)$$

Per quanto riguarda la possibilità di ottenere un'ulteriore generalizzazione che comprende i diversi liquidi aggiunti, è necessario provvedere ad effettuare gli esperimenti con un numero maggiore di liquidi differenti, in modo da ottenere un numero sufficiente di prove.

5.5 Angolo alla sommità

In questo paragrafo si analizzano i risultati riguardanti l'angolo alla sommità del deposito. Dai dati ottenuti dalla cella di shear si nota che nel caso di esperimenti effettuati ad umido è stato necessario effettuare un'approssimazione empirica. Come nel caso precedente sono state provate entrambe le configurazioni descritte in precedenza, tuttavia solo la prima è risultata valida. Si è quindi ottenuta la seguente formulazione:

$$\alpha = A_T \cdot Bo^{B_T} \cdot w^{C_T} \quad (5.13)$$

Come nel caso del runout normalizzato si nota che il parametro associato all'esponente del numero di Bond risulta essere paragonabile per tutte e tre le configurazioni dell'esperimento, mentre il fattore pre-esponenziale subisce variazioni significative.

A differenza del caso precedente si osserva che l'esponente che riguarda la percentuale di liquido aggiunta al campione assume valori approssimabili allo zero nel caso dei pallottini in vetro. Questa differenza di comportamento è dovuta al fatto che la quantità di liquido aggiunta non modifica le proprietà statiche dei pallottini in vetro, che quindi hanno piani di cedimento con angolazioni costanti. Si riporta di seguito la figura che rappresenta la dipendenza lineare tra i gruppi adimensionali considerati e l'angolo alla sommità:

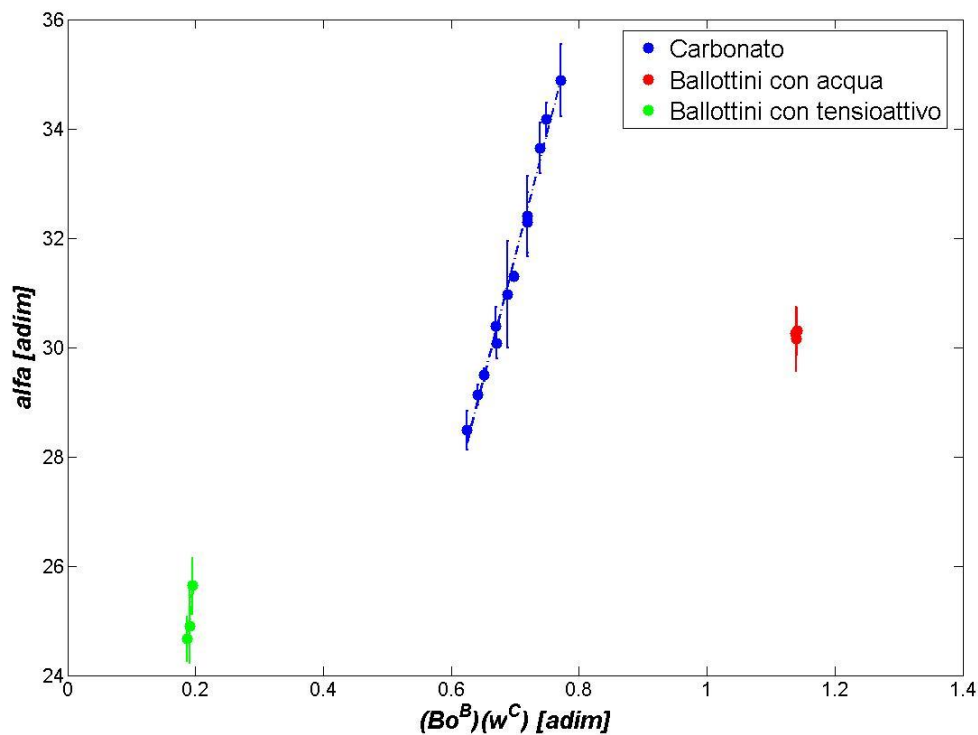


Figura 5.15 Relazione lineare tra l'angolo alla sommità e i gruppi adimensionali per i tre casi considerati.

Si può notare dall'analisi dei dati ottenuti che il parametro B_T assume valori pressoché costanti in tutti i casi, mentre il parametro legato alla percentuale di liquido aggiunto assume valori più elevati nel caso degli esperimenti riguardanti le varie frazioni di carbonato di calcio.

Nella tabella seguente si riportano i valori sperimentali e quelli approssimati, per verificare la validità dell'approssimazione:

Tabella 5.3 *Confronto tra valori sperimentali e approssimati dell'angolo alla sommità nei casi analizzati.*

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>%w</i>	α_{SP} [adim]	α_{TH} [adim]
ballottini	acqua	0,5	30,298	30,255
ballottini	acqua	1,0	30,150	30,236
ballottini	acqua	2,0	30,253	30,210
ballottini	tensioattivo	0,5	25,637	25,559
ballottini	tensioattivo	1,0	24,908	25,052
ballottini	tensioattivo	2,0	24,668	24,590
carb_frazione 1	acqua	0,5	30,394	30,290
carb_frazione 1	acqua	1,0	32,281	32,505
carb_frazione 1	acqua	2,0	34,881	34,866
carb_frazione 2	acqua	0,5	29,494	29,442
carb_frazione 2	acqua	1,0	31,305	31,595
carb_frazione 2	acqua	2,0	34,171	33,879
carb_frazione 3	acqua	0,5	29,135	29,016
carb_frazione 3	acqua	1,0	30,965	31,137
carb_frazione 3	acqua	2,0	33,641	33,392
carb_frazione 4	acqua	0,5	28,483	28,253
carb_frazione 4	acqua	1,0	30,077	30,323
carb_frazione 4	acqua	2,0	32,401	32,527

Come nel caso precedente si espongono in tabella i valori dei tre parametri per tutti i casi considerati; si nota ancora una volta che il parametro associato al numero di Bond coincide indipendentemente dal materiale e dal liquido utilizzato; la dipendenza rispetto alla quantità di acqua, al contrario, risulta dipendente dal materiale utilizzato come si osserva nei due casi con i ballottini in vetro messi a confronto con il caso delle varie granulometrie di carbonato di calcio.

Tabella 5.4 Valori dei coefficienti per la relazione empirica del runout nei vari casi considerati.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	A_T	B_T	C_T
carbonato	acqua	43,220	-0,034	0,104
ballottini	acqua	26,534	-0,036	0,001
ballottini	tensioattivo	35,564	-0,030	0,001

Si nota ancora una volta che il rapporto tra il fattore pre-esponenziale nel caso dei ballottini in vetro con l'aggiunta di acqua e il caso del carbonato di calcio assume valori simili a quelli trovati in precedenza, più precisamente pari a 0.614.

Per quel che riguarda l'ottenimento di una relazione più generale simile a quella trovata nel caso del runout, si nota dai dati a disposizione che i valori dei coefficienti relativi alle dipendenze dal numero di Bond e dalla quantità di liquido aggiunto coincidono solamente per gli esperimenti effettuati con i ballottini in vetro. Questo implica la possibilità di ottenere una relazione generica a parità di materiale utilizzato, al contrario del caso del runout normalizzato in cui si considerava lo stesso liquido aggiunto. Il valore dell'angolo di contatto θ tra i ballottini in vetro e il tensioattivo è pari a 40° .

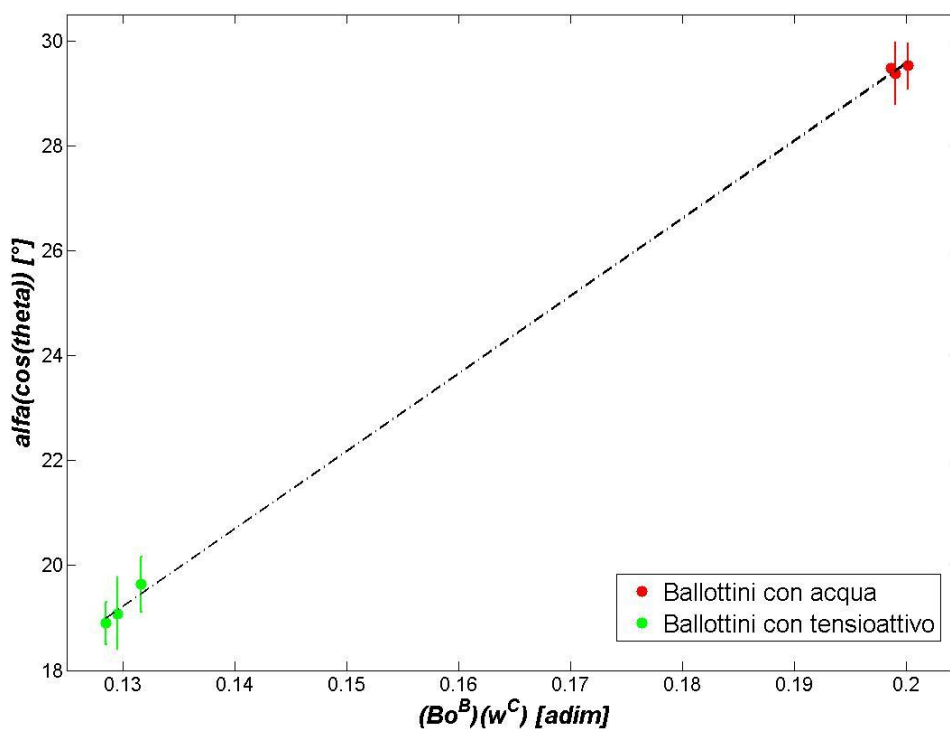


Figura 5.16 Relazione generica tra l'angolo alla sommità e i gruppi adimensionali per i ballottini in vetro.

Si ottiene quindi una relazione valida per i ballottini in vetro:

$$\alpha \cdot \cos(\theta) = 142 \cdot Bo^{-0.033} \cdot w^{0.001} \quad (5.14)$$

In questo caso la possibilità di ottenere una relazione valida per diversi materiali risulta essere complessa in quanto si nota una certa differenza tra i valori dei coefficienti che compaiono nella legge di potenza.

5.6 Angolo alla base

Ci si sofferma in questo paragrafo sulla descrizione dell'angolo alla base del deposito finale. A differenza dei casi precedenti, si nota che la seconda forma descritta è quella che approssima meglio i dati sperimentali; risulta quindi:

$$\beta = A_B \cdot Bo \cdot w^{B_B} + C_B \quad (5.15)$$

Si riporta di seguito il grafico che riguarda l'approssimazione degli andamenti dell'angolo alla base del deposito nei vari casi considerati:

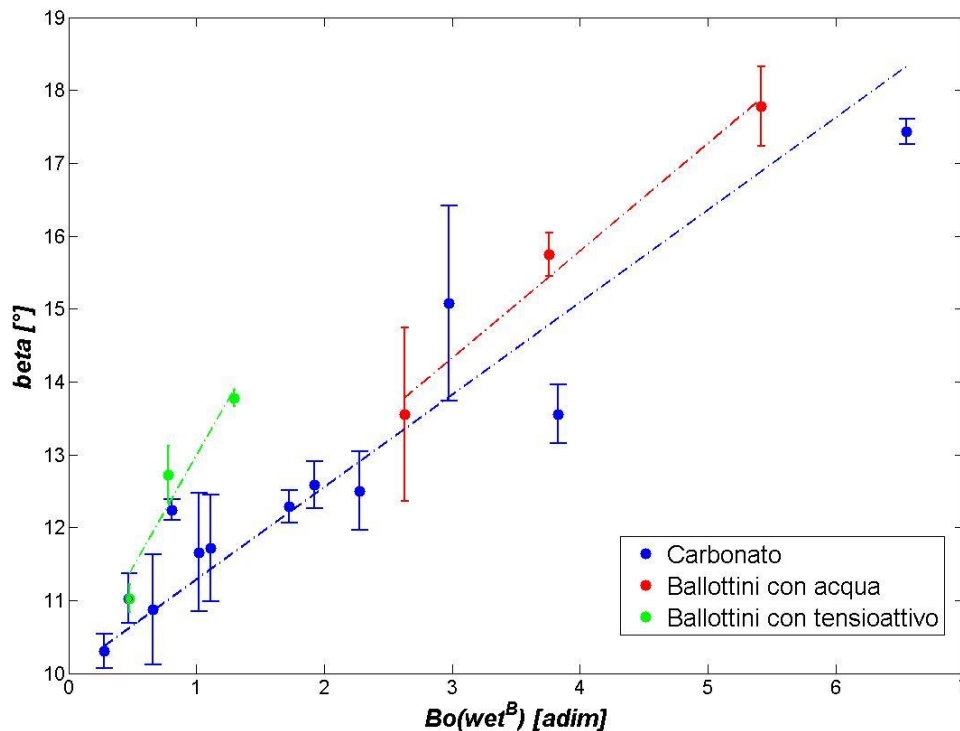


Figura 5.17 Relazione lineare tra l'angolo alla sommità e i gruppi adimensionali per i tre casi considerati.

Questa formulazione al contrario delle precedenti indica che la retta di approssimazione non passa per l'origine, ma l'intercetta della retta coincide in maniera approssimativa con il valore dell'angolo alla base osservato nel caso degli esperimenti effettuati a secco con i diversi materiali. Tuttavia in maniera analoga a quanto si nota nell'approssimazione del runout l'esponente legato alla percentuale di liquido aggiunto risulta indipendente dal materiale, ma dipende solamente dal liquido aggiunto.

Si riportano di seguito i dati sperimentali e quelli ottenuti mediante l'approssimazione per verificarne la validità:

Tabella 5.5 Confronto tra valori sperimentali e approssimati dell'angolo alla base nei casi analizzati.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	<i>%w</i>	β_{SP} [adim]	β_{TH} [adim]
ballottini	acqua	0,5	13,552	13,773
ballottini	acqua	1,0	15,751	15,442
ballottini	acqua	2,0	17,781	17,889
ballottini	tensioattivo	0,5	11,027	11,372
ballottini	tensioattivo	1,0	12,726	12,305
ballottini	tensioattivo	2,0	13,775	13,902
carb_frazione 1	acqua	0,5	10,304	9,877
carb_frazione 1	acqua	1,0	11,028	11,136
carb_frazione 1	acqua	2,0	12,242	11,591
carb_frazione 2	acqua	0,5	10,875	10,386
carb_frazione 2	acqua	1,0	11,714	10,997
carb_frazione 2	acqua	2,0	12,585	12,089
carb_frazione 3	acqua	0,5	11,657	10,874
carb_frazione 3	acqua	1,0	12,286	11,823
carb_frazione 3	acqua	2,0	15,076	14,504
carb_frazione 4	acqua	0,5	12,503	12,566
carb_frazione 4	acqua	1,0	13,558	14,657
carb_frazione 4	acqua	2,0	17,431	18,326

Si nota che il parametro B_T assume valori molto simili nel caso dei ballottini in vetro e del carbonato di calcio nei quali è stata aggiunta acqua, mentre con il tensioattivo assume un valore più elevato.

Si riportano ora in tabella i coefficienti relativi ai tre parametri dell'equazione empirica per i casi considerati nel corso degli esperimenti.

Tabella 5.6 Valori dei coefficienti per la relazione empirica del l'angolo alla base nei vari casi considerati.

<i>materiale</i>	<i>liquido</i>	A_B	B_B	C_B
carbonato	acqua	1,347	0,679	9,573
ballottini	acqua	2,128	0,649	9,926
ballottini	tensioattivo	3,089	0,750	9,926

Dai dati presentati in tabella si nota che anche in questo caso la quantità di liquido aggiunto influisce indipendentemente dal materiale utilizzato, ma solamente in base alla natura del liquido.

Si nota, a differenza dei due casi precedenti, che compare all'interno dell'equazione empirica anche un parametro relativo al comportamento in assenza di liquido del materiale: si è infatti evidenziato che il valore dell'intercetta è confrontabile con quello dell'angolo alla base nel caso di prova effettuata a secco, e quindi la relazione empirica si può scrivere come:

$$\beta = A_B \cdot B_0 \cdot w^{B_B} + \beta_0 \quad (5.16)$$

In cui β_0 rappresenta l'angolo alla base del deposito nel caso secco.

La coincidenza perfetta tra l'angolo β_0 utilizzato e quello ottenuto dalle prove sperimentali si deve al fatto che, una volta notata la corrispondenza tra l'intercetta della retta e tale angolo, si è posto il passaggio per tale punto come condizione per effettuare l'approssimazione.

In questo caso, come in entrambi i casi precedenti, si nota che il rapporto tra i coefficienti pre-esponenziali relativi alle prove effettuate con i ballottini in vetro e con le varie granulometrie di carbonato di calcio assume un valore che si avvicina molto a quello osservato in letteratura nella descrizione del fenomeno a secco; tale rapporto risulta infatti essere pari a 0.633.

In questo caso, analogamente a quanto accade per il runout normalizzato, i parametri legati alla legge di potenza coincidono nel caso di ballottini in vetro e carbonato di calcio cui è stata aggiunta acqua. Si è quindi cercata una relazione generalizzata che comprende gli esperimenti in cui è stata aggiunta acqua al sistema, considerando i valori degli angoli di contatto espressi in precedenza.

Per rendere possibile l'ottenimento della relazione generalizzata è stato necessario definire l'angolo β' :

$$\beta' = (\beta - \beta_0) \cdot \cos(\theta) \quad (5.17)$$

L'angolo β' così definito permette di moltiplicare per il coseno dell'angolo di contatto solamente il contributo dovuto all'aggiunta di liquido; in figura si riporta la relazione generalizzata.

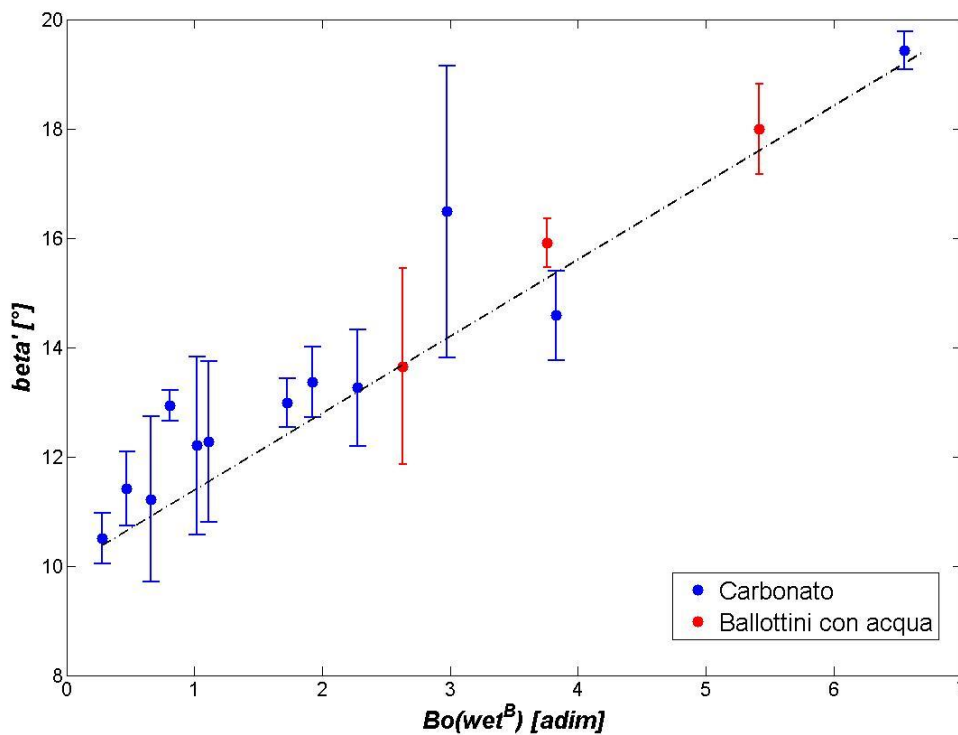


Figura 5.18 Relazione generale tra l'angolo alla base e i gruppi adimensionali nei casi con l'aggiunta di acqua.

Si ottiene quindi tale relazione valida nel caso dell'aggiunta di acqua:

$$\beta' = 1.35 \cdot Bo \cdot w^{0.667} + \beta_0 \quad (5.18)$$

Da cui si ricava:

$$\beta \cdot \cos(\theta) = 1.35 \cdot Bo \cdot w^{0.667} + \beta_0 \cdot (1 + \cos(\theta)) \quad (5.19)$$

Come nel caso del runout normalizzato, la possibilità di ottenere una relazione generale che comprenda anche l'effetto dovuto ai diversi liquidi aggiunti implica la necessità di effettuare prove sperimentali con un numero maggiore di liquidi.

5.7 Velocità massima

L'ultimo parametro analizzato riguarda la velocità massima raggiunta dal fronte principale durante il collasso della colonna di materiale granulare.

Per l'analisi dei risultati ottenuti è stato scelto di utilizzare il gruppo adimensionale che contiene in modo esplicito la velocità, ovvero il numero di Froude, definito come rapporto tra l'energia cinetica e quella potenziale:

$$Fr = (E_K/E_P)^{1/2} \quad (5.20)$$

Da cui si ricava l'espressione finale:

$$Fr = v/\sqrt{g \cdot h_0} \quad (5.21)$$

Utilizzando tale numero adimensionale si nota la dipendenza dalla configurazione iniziale del deposito, e questo rende possibile confrontare colonne di dimensioni diverse, argomento non trattato in questa tesi.

Si è scelto di utilizzare, come valore v , quello relativo alla velocità massima misurata nel corso dell'esperimento.

Come nei casi precedenti, si è cercato di rappresentare i dati sperimentali con l'aiuto di forme funzionali semplici basate sulla legge di potenza. La forma funzionale che meglio rappresenta i dati sperimentali è la seguente:

$$Fr = A_F \cdot B_O^{B_F} \cdot W^{C_F} \quad (5.22)$$

Di seguito si riporta in figura l'andamento lineare del numero di Froude rispetto alla legge di potenza che comprende al suo interno il numero di Bond e la quantità di liquido aggiunta. Sono presenti solamente i dati relativi agli esperimenti effettuati con le varie frazioni di carbonato di calcio; ciò è dovuto al fatto che non è stato possibile ottenere una forma funzionale semplice che riesca a descrivere in maniera soddisfacente l'andamento del numero di Froude nel caso dei ballottini in vetro. Questo conferma il notevole effetto della forma sulla fisica dei sistemi osservati e come l'adozione di sistemi idealizzati possa portare a forti deviazioni dei comportamenti rispetto ai materiali reali.

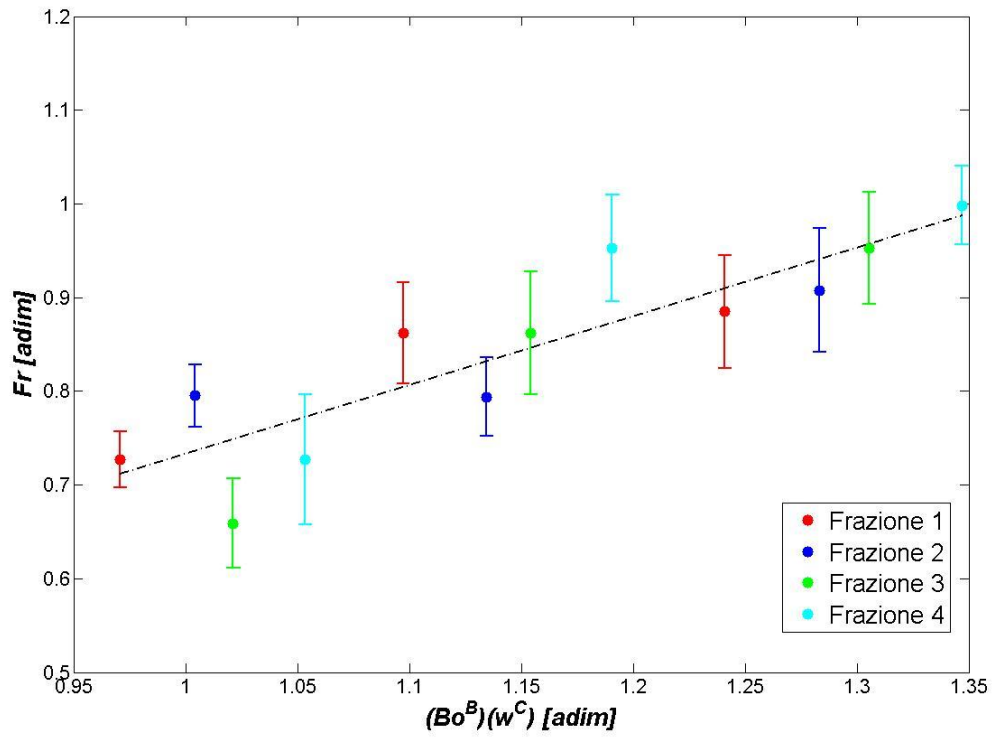


Figura 5.19 Relazione lineare tra la velocità massima raggiunta e i gruppi adimensionali per il carbonato di calcio rispetto alla dimensione delle particelle.

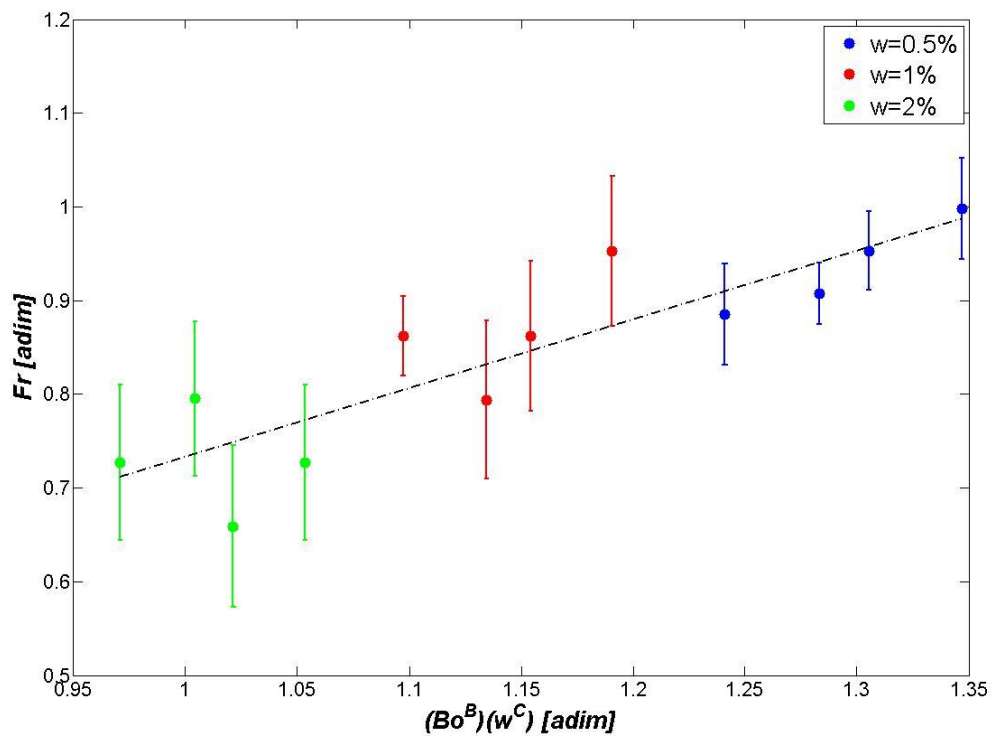


Figura 5.20 Relazione lineare tra la velocità massima raggiunta e i gruppi adimensionali per il carbonato di calcio rispetto alla quantità di acqua aggiunta.

Si nota dall'analisi dei dati che il valore assoluto dell'esponente che regola la dipendenza del numero di Froude dal numero di Bond è confrontabile con quello trovato nel caso del runout.

Di seguito si riporta il confronto tra dati sperimentali e dati approssimati e successivamente i valori dei coefficienti numerici utilizzati per la approssimazione:

Tabella 5.7 *Confronto tra valori sperimentali e approssimati della velocità massima raggiunta per il carbonato di calcio.*

frazione	% w	Fr_{SP} [adim]	Fr_{TH} [adim]
1	0,5	0,885	0,910
1	1,0	0,862	0,805
1	2,0	0,727	0,712
2	0,5	0,907	0,941
2	1,0	0,794	0,832
2	2,0	0,795	0,736
3	0,5	0,953	0,957
3	1,0	0,862	0,846
3	2,0	0,659	0,749
4	0,5	0,998	0,988
4	1,0	0,953	0,873
4	2,0	0,727	0,773

Tabella 5.8 *Valori dei coefficienti per la relazione empirica della velocità massima raggiunta.*

materiale	A_F	B_F	C_F
carbonato	0,733	0,039	-0,181

5.8 Interpretazione dei risultati

Analizzando le formulazioni empiriche ottenute per la descrizione della morfologia finale del deposito si possono fare determinate osservazioni: innanzitutto, come scritto in precedenza, si nota che i fattori di proporzionalità riguardanti i ballottini in vetro con aggiunta di acqua e le varie frazioni di carbonato di calcio hanno rapporti molto simili tra loro, simili anche a quello presente dai dati di letteratura ricavato da esperimenti effettuati a secco.

Nella tabella seguente si riporta una sintesi dei valori dei fattori pre-esponenziali che riguardano i ballottini in vetro e il carbonato di calcio per le tre grandezze caratteristiche considerate:

Tabella 5.9 Rapporto tra le costanti di ballottini di vetro e carbonato.

<i>materiale</i>	A_R	A_T	A_B
ballottini	0,704	26,534	2,128
carbonato	1,050	43,220	1,347
ballottini / carbonato	0,670	0,620	1,570

Considerando poi il coefficiente sperimentale legato alla quantità di liquido aggiunta al campione, presente in tutte le equazioni empiriche, si osserva che esso dipende dalla natura del liquido aggiunto nel caso del runout normalizzato e nel caso dell'angolo alla base del deposito, mentre dipende solamente dal materiale utilizzato nel caso dell'angolo alla sommità.

Nei casi in cui compare il parametro legato al numero di Bond, questo assume valori molto simili in tutte le configurazioni sperimentali considerate, sia nel caso del runout normalizzato, sia nel caso dell'angolo alla sommità.

Considerando l'equazione sperimentale legata all'angolo alla base del deposito, si nota che l'intercetta dipende dal materiale utilizzato, essendo pari all'angolo alla base ottenuto da esperimenti a secco.

Infine, considerando i dati relativi alla velocità massima raggiunta dal fronte per gli esperimenti effettuati con le varie frazioni di carbonato di calcio, si nota che il valore del

parametro associato al numero di Bond risulta molto simile a quello trovato nel caso del runout normalizzato e dell'angolo alla sommità del deposito..

Il confronto tra dati relativi a ballottini in vetro e carbonato non è stato possibile in quanto non è stata trovata alcuna approssimazione valida nel caso dei ballottini.

Si osservano quindi le formulazioni generalizzate ottenute nelle tre grandezze caratteristiche analizzate: innanzitutto si nota che la generalizzazione delle forme funzionali è dovuta all'utilizzo dell'angolo di contatto tra il liquido ed il materiale utilizzato. Questo è dovuto al fatto che l'interazione tra liquido e materiale granulare gioca un ruolo fondamentale nel fenomeno del collasso.

La relazione generalizzata è stata ottenuta a parità di materiale utilizzato nell'esperimento nel caso dell'angolo alla sommità del deposito, mentre nel caso del runout normalizzato e dell'angolo alla base tale relazione si ottiene a parità di liquido aggiunto.

Questo comportamento può essere riconducibile al fatto che il runout normalizzato e l'angolo alla base del deposito si possono ottenere in base a considerazioni cinetiche, in quanto i loro valori sono fortemente influenzati dalla dinamica del flusso di materiale granulare; al contrario l'angolo alla sommità si ricava in base a considerazioni statiche, essendo correlato con l'angolo di cedimento del materiale.

Conclusioni

Questa tesi si pone l'obiettivo di indagare il fenomeno del collasso di una colonna di materiale granulare ponendo particolare attenzione sull'effetto della non idealità del campione, descritta confrontando i pallottini in vetro e il carbonato di calcio, e della percentuale in peso di liquido aggiunto.

Per raggiungere tale scopo è stato necessario caratterizzare il carbonato di calcio: prima di tutto si è resa necessaria un'operazione di setacciatura per ottenere frazioni il più possibile omogenee e successivamente mediante l'utilizzo di una cella di shear anulare è stato ricavato l'angolo di cedimento per tutte le condizioni.

Ottenute le varie frazioni di carbonato di calcio sono stati effettuati gli esperimenti, sia con il carbonato di calcio che con i pallottini in vetro, in un'apparecchiatura consistente in un parallelepipedo in vetro con una parete mobile alla quale è stato collegato un peso, in modo tale da poterla alzare lasciando cadere quest'ultimo e dar quindi inizio all'esperimento, che è stato osservato mediante l'utilizzo di una fotocamera digitale ad alta velocità. È stato quindi necessario trasportare le immagini ottenute in forma binaria per poterle analizzare, e per questo è stato utilizzato il software Matlab®. Quest'ultimo punto ha causato delle difficoltà, superate solamente aumentando l'incertezza della misura, soprattutto nella fase relativa alla binarizzazione dell'immagine, in quanto è risultato complicato riuscire a mantenere una buona descrizione dell'intero profilo del deposito finale, necessario per poterlo poi caratterizzare.

Ottenuti i dati sperimentali è stato quindi necessario cercare delle semplici relazioni empiriche che descrivano in modo accettabile le grandezze caratteristiche del deposito finale. Per ottenere tali relazioni ci si è basati su determinati gruppi adimensionali, che con coefficienti calcolati minimizzando gli scarti con i dati sperimentali hanno portato all'ottenimento di semplici forme funzionali che descrivono in maniera esplicita l'effetto dell'aggiunta di liquido e della non idealità del campione.

Tali forme funzionali, per ogni singola grandezza caratteristica ad eccezione della velocità massima raggiunta dal fronte, presentano una struttura identica nel caso dei pallottini in vetro e in quello delle varie frazioni di carbonato di calcio, e presentano inoltre un valore costante tra il rapporto dei coefficienti di proporzionalità che risulta essere confrontabile con quello riportato in letteratura, valido solo nel caso degli esperimenti effettuati a secco, confrontabile al rapporto tra i valori del coseno dell'angolo di attrito interno del materiale.

Considerate le modalità operative e gli argomenti trattati, la descrizione della velocità del fronte non può essere considerata ottimale, in quanto ricavata da una serie di fotogrammi che, per quanto possibile ravvicinati, non riescono a fornire indicazioni continue. A questo si aggiunge inoltre il fatto che l'obbligo di convertire in forma binaria le immagini ottenute per poterle usare in Matlab® ha portato ad ulteriori possibili errori che si sono quindi ripercossi sul valore sperimentale trovato.

Possibili sviluppi futuri potrebbero riguardare innanzitutto l'effetto della diversa tensione superficiale del liquido anche nel caso di materiale non ideale, ed inoltre si dovrebbe indagare, come presente nella maggior parte dei casi presenti in letteratura, sull'effetto del rapporto tra altezza e lunghezza iniziale del campione che nel caso a secco regola la totalità delle grandezze caratteristiche finali del deposito.

Appendice

A.1 Analisi automatica delle fotografie

```
clc, clear all, close all
for ss=1:3
for N1 =1:16
    switch N1
        case 1
            i=imread(['600w0pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=100;
            disk=0;
        case 2
            i=imread(['600w05pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=150;
            disk=1;
        case 3
            i=imread(['600w1pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=200;
            disk=1;
        case 4
            i=imread(['600w2pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=400;
            disk=2;
        case 5
            i=imread(['1000w0pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=100;
            disk=0;
        case 6
            i=imread(['1000w05pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=150;
            disk=1;
        case 7
            i=imread(['1000w1pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=200;
            disk=1;
        case 8
            i=imread(['1000w2pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=400;
            disk=2;
        case 9
            i=imread(['1180w0pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=100;
            disk=0;
        case 10
            i=imread(['1180w05pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=150;
            disk=1;
        case 11
            i=imread(['1180w1pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=200;
            disk=1;
        case 12
            i=imread(['1180w2pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
            windowSize=400;
```

```

        disk=2;
    case 13
        i=imread(['2000w0pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
        windowSize=100;
        disk=0;
    case 14
        i=imread(['2000w05pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
        windowSize=150;
        disk=1;
    case 15
        i=imread(['2000w1pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
        windowSize=200;
        disk=1;
    case 16
        i=imread(['2000w2pr_' sprintf('%01.0f',ss) '.jpg']);
        windowSize=400;
        disk=2;
end

for N =1:60
    level = graythresh(i)*0.9;
    BW = ~im2bw(i, level);

    %ciclo per evitare contorni neri
    [rmax,lmax]=size(BW);
    for k=1:lmax
        BW(end,k)=1;
    end
    for k=1:rmax
        BW(k,end)=1;
    end
    BW=imfill(BW,'holes');
    se = strel('disk',3);
    BW = imopen(BW,se);
    BW=imclose(BW,se);
    BW=bwareaopen(BW,100000);
    BW = bwmorph(BW,'remove');

    BW =BW(2:end-1,2:end-1);
    [r,c]=find(BW);
    rM=max(r);
    cM=max(c);
    y=rM-r;
    x=c;
    [rt,ct]=find(BW(end-100:end,1:end));
    pos1(N,ss)=min(ct);
    pr(N,ss)=lmax-pos1(N,ss);
    t(N)=N;

    if N==60
        windowSize=400;
        yf =filtfilt(ones(1,windowSize)/windowSize,1,y);
        xf =filtfilt(ones(1,windowSize)/windowSize,1,x);
        xf=xf';
        yf=yf';

    % _____ CALCOLO ANDAMENTO DEGLI ANGOLI _____
    dy =diff(yf);
    dx =diff(xf);
    m=dy./dx;
    windowSize=400;

```



```

m1 =filtfilt(ones(1,windowSize)/windowSize,1,m);
d2x=filtfilt(ones(1,windowSize)/windowSize,1,dx);
ang =atan(m)*180/pi; %Angolo pendio
ang1=atan(m1)*180/pi;
d2y=diff(ang1);
d2x=diff(d2x);
ang2=d2y./d2x;

%__ ANGOLO ALLA BASE
n0=50;
cstart=1;
while cstart==1
    if abs(d2y(n0))>0.02 || d2y(n0)*d2y(n0+100)<0
        n0=n0+10;
    else
        cstart=0;
    end
end
n=n0+1;
while cstart==0
    tr2=abs(ang1(n0)-ang1(n));
    if tr2<1 && d2y(n)<0.02
        n=n+1;
    else
        cstart=1;
        alfa=sum(ang1(n0:n))/(n-n0);
    end
end

%__ ANGOLO AL TOP
n0=length(xf)-50;
cstart=1;
while cstart==1
    if abs(d2y(n0))>0.02 || d2y(n0)*d2y(n0-100)<0
        n0=n0-10;
    else
        cstart=0;
    end
end
n=n0-1;
while cstart==0
    tr2=abs(ang1(n0)-ang1(n));
    if tr2<1 && d2y(n)<0.02
        n=n-1;
    else
        cstart=1;
        beta=sum(ang1(n:n0))/(n0-n);
    end
end
[length(xf)-50 n0 n]
end
end

%STAMPA VELOCITA DEL FRONTE
for N=1:60
    pos(N)=sum(pos1(N,:))/ss;
end
for N=2:60
    if pos(N)>pos(N-1)
        pos(N)=pos(N-1);
    end
end

```

```

    end
end
vel=diff(pos);
vel(60)=vel(59);
vel=abs(vel);

%trova dove inizia il moto
i=1;
while vel(i)<=5 || vel(i+1)<=5
    i=i+1;
end

%trova dove finisce il moto
k=20;
while vel(k)~=0
    k=k+1;
end

%scrivi i dati su file
for i=1:ss
    bt=fopen(['bot' sprintf('%01.0f',i) '.txt'],'w');
    fprintf(bt,'%3.8f\n',bot_pr(:,i))
    fclose(bt)
    tp=fopen(['top' sprintf('%01.0f',i) '.txt'],'w');
    fprintf(tp,'%3.8f\n',top_pr(:,i))
    fclose(tp)
    ps=fopen(['pos' sprintf('%01.0f',i) '.txt'],'w');
    fprintf(tp,'%3.8f\n',vel(:,i))
    fclose(ps)
end

```

A.2 Analisi dei dati per il carbonato

```

clc, clear all, close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
option=optimset('MaxFunEvals',1e8)
dim1=824e-6;
dim2=1271e-6;
dim3=1583e-6;
dim4=2328e-6;
dim=[dim1;dim1;dim1;dim1;dim2;dim2;dim2;dim2;dim3;dim3;dim3;dim3;dim4;di
m4;dim4;dim4];
wetw=[0; 0.005; 0.01; 0.02];
run1=load('runout1.txt');
run2=load('runout2.txt');
run3=load('runout3.txt');
wet=[wetw;wetw;wetw;wetw];
bot1=load('bot1.txt');
bot2=load('bot2.txt');
bot3=load('bot3.txt');
top1=load('top1.txt');
top2=load('top2.txt');
top3=load('top3.txt');
n=(pi/6*(dim.^3)/(0.075*0.08*0.05)).^-1;

```

```
%calcolo valori medi
run=(run1+run2+run3)/3;
bot=(bot1+bot2+bot3)/3;
top=(top1+top2+top3)/3;

%calcolo scarti quadratici
for i=1:length(dim)
runsq(i)=std([run1(i) run2(i) run3(i)]);
botsq(i)=std([bot1(i) bot2(i) bot3(i)]);
topsq(i)=std([top1(i) top2(i) top3(i)]);
end

%costruzione vettori per andamenti
k=1;
for i=1:4:16
vetdim(k)=dim(i);
run_w0(k)=run(i);
bot_w0(k)=bot(i);
top_w0(k)=top(i);
runsq_w0(k)=runsq(i);
botsq_w0(k)=botsq(i);
topsq_w0(k)=topsq(i);
run_w05(k)=run(i+1);
bot_w05(k)=bot(i+1);
top_w05(k)=top(i+1);
runsq_w05(k)=runsq(i+1);
botsq_w05(k)=botsq(i+1);
topsq_w05(k)=topsq(i+1);
run_w1(k)=run(i+2);
bot_w1(k)=bot(i+2);
top_w1(k)=top(i+2);
runsq_w1(k)=runsq(i+2);
botsq_w1(k)=botsq(i+2);
topsq_w1(k)=topsq(i+2);
run_w2(k)=run(i+3);
bot_w2(k)=bot(i+3);
top_w2(k)=top(i+3);
runsq_w2(k)=runsq(i+3);
botsq_w2(k)=botsq(i+3);
topsq_w2(k)=topsq(i+3);
k=k+1;
end

vetwet=100*wet(1:4)';
run_600=run(1:4)';
runsq_600=runsq(1:4)';
bot_600=bot(1:4)';
botsq_600=botsq(1:4)';
top_600=top(1:4)';
topsq_600=topsq(1:4)';
run_1000=run(5:8)';
runsq_1000=runsq(5:8)';
bot_1000=bot(5:8)';
botsq_1000=botsq(5:8)';
top_1000=top(5:8)';
topsq_1000=topsq(5:8)';
run_1180=run(9:12)';
runsq_1180=runsq(9:12)';
bot_1180=bot(9:12)';
botsq_1180=botsq(9:12)';
top_1180=top(9:12)';
```

```

topsq_1180=topsq(9:12)';
run_2000=run(13:16)';
runsq_2000=runsq(13:16)';
bot_2000=bot(13:16)';
botsq_2000=botsq(13:16)';
top_2000=top(13:16)';
topsq_2000=topsq(13:16)';

%ANALISI RISPETTO AL NUMERO DI BOND
gamma=7.28e-2;
g=9.81;
alfa=top*pi/180;
ro_600=1321.2;
ro_1000=1342.4;
ro_1180=1356.8;
ro_2000=1429.6;
for i=1:length(dim)
    if i<=4
        ro(i)=ro_600;
    end
    if i>4 && i<=8
        ro(i)=ro_1000;
    end
    if i>8 && i<=12
        ro(i)=ro_1180;
    end
    if i>12 && i<=16
        ro(i)=ro_2000;
    end
end

Fc=pi.*dim*gamma;
Fg=(pi/6)*g.*sin(alfa)*1000.*ro'.*(dim.^3);

%NUMERO DI BOND SEMPLIFICATO
Bo=Fg./Fc;

figure,
subplot(121)
plot(Bo,run,'ro')
subplot(122)
plot(Bo.^-1,run,'bo')

%calcolo del numero di bond per le varie sere di dati
Bo_600=Bo(1:4)';
Bo_1000=Bo(5:8)';
Bo_1180=Bo(9:12)';
Bo_2000=Bo(13:16)';
k=1;
for i=1:4:16
    Bo_w0(k)=Bo(i);
    Bo_w05(k)=Bo(i+1);
    Bo_w1(k)=Bo(i+2);
    Bo_w2(k)=Bo(i+3);
    k=k+1;
end

%grafico del runout rispetto ai diametri
figure,
plot(Bo_600,run_600,'ro')
hold on

```

```
plot(Bo_1000,run_1000,'bo')
hold on
plot(Bo_1180,run_1180,'go')
hold on
plot(Bo_2000,run_2000,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('Runout [adim]')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4')

%grafico del runout rispetto alla %w di acqua
figure,
plot(Bo_w0,run_w0,'ro')
hold on
plot(Bo_w05,run_w05,'bo')
hold on
plot(Bo_w1,run_w1,'go')
hold on
plot(Bo_w2,run_w2,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('Runout [adim]')
legend('w=0%','w=0.5%','w=1%','w=2%')
dimp=[dim1,dim2,dim3,dim4];

%grafico dell'angolo alla sommità rispetto ai diametri
figure,
plot(Bo_600,top_600,'ro')
hold on
plot(Bo_1000,top_1000,'bo')
hold on
plot(Bo_1180,top_1180,'go')
hold on
plot(Bo_2000,top_2000,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('alfa [adim]')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4')

%grafico dell'angolo alla sommità rispetto alla %w di acqua
figure,
plot(Bo_w0,top_w0,'ro')
hold on
plot(Bo_w05,top_w05,'bo')
hold on
plot(Bo_w1,top_w1,'go')
hold on
plot(Bo_w2,top_w2,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('alfa [adim]')
legend('w=0%','w=0.5%','w=1%','w=2%')

%grafico dell'angolo alla base rispetto ai diametri
figure,
plot(Bo_600,bot_600,'ro')
hold on
plot(Bo_1000,bot_1000,'bo')
hold on
plot(Bo_1180,bot_1180,'go')
hold on
plot(Bo_2000,bot_2000,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('beta [adim]')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4')
```

```

%grafico dell'angolo alla base rispetto alla %w di acqua
figure,
plot(Bo_600,bot_600,'ro')
hold on
plot(Bo_1000,bot_1000,'bo')
hold on
plot(Bo_1180,bot_1180,'go')
hold on
plot(Bo_2000,bot_2000,'co')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('beta [adim]')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4')

%seleziona dati con % di acqua diversa da zero
k=1;
for i=1:length(Bo)
    if wet(i)~=0
        Bo_c(k)=Bo(i);
        wet_c(k)=wet(i);
        run_c(k)=run(i);
        n_c(k)=n(i);
        top_c(k)=top(i);
        bot_c(k)=bot(i);
        k=k+1;
    end
end

%%-----
%%ANALISI RUNOUT
%%-----

crun=fminsearch(@(crun)fun_run_exp2(Bo_c,wet_c,run_c',crun),[1,1,1],opti
on)
for i=1:length(Bo_c)
    yplot(i)=crun(1)*(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
    xplot(i)=(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
end
a(1)=min(yplot);
a(2)=max(yplot);
b(1)=min(xplot);
b(2)=max(xplot);
figure
plot(xplot,run_c,'ro')
hold on
plot(b,a,'k-.')
xlabel('(Bo^B)(w^C) [adim]')
ylabel('Runout [adim]')
k=1;
for i=1:3:length(Bo_c)
    xplot_w05(k)=xplot(i);
    xplot_w1(k)=xplot(i+1);
    xplot_w2(k)=xplot(i+2);
    k=k+1;
end

figure,
plot(xplot_w05,run_w05,'ro')
hold on
plot(xplot_w1,run_w1,'bo')
hold on

```

```

plot(xplot_w2,run_w2,'go')
hold on
plot(b,a,'k-.')
legend('w=0.5%','w=1%','w=2%','fitting')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')
ylabel('Runout [adim]')

figure,
plot(xplot(1:3),run_c(1:3),'ro')
hold on
plot(xplot(4:6),run_c(4:6),'bo')
hold on
plot(xplot(7:9),run_c(7:9),'go')
hold on
plot(xplot(10:12),run_c(10:12),'co')
hold on
plot(b,a,'k-.')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4','fitting')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')
ylabel('Runout [adim]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO AL TOP
%%-----

ctop=fminsearch(@(ctop)
fun_top_exp2(Bo_c,wet_c,top_c',ctop),[30,5,5],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot2(i)=(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
    yplot2(i)=ctop(1)*(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
end

a2(1)=min(yplot2);
a2(2)=max(yplot2);
b2(1)=min(xplot2);
b2(2)=max(xplot2);
figure
plot(xplot2,top_c,'ro')
hold on
plot(b2,a2,'k-.')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')
ylabel('alfa [°]')

k=1;
for i=1:3:length(Bo_c)
    xplot2_w05(k)=xplot2(i);
    xplot2_w1(k)=xplot2(i+1);
    xplot2_w2(k)=xplot2(i+2);
    k=k+1;
end

figure,
plot(xplot2_w05,top_w05,'ro')
hold on
plot(xplot2_w1,top_w1,'bo')
hold on
plot(xplot2_w2,top_w2,'go')
hold on
plot(b2,a2,'k-.')
legend('w=0.5%','w=1%','w=2%','fitting')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')

```

```

ylabel('alfa [°]')
figure,
plot(xplot2(1:3),top_c(1:3),'ro')
hold on
plot(xplot2(4:6),top_c(4:6),'bo')
hold on
plot(xplot2(7:9),top_c(7:9),'go')
hold on
plot(xplot2(10:12),top_c(10:12),'co')
hold on
plot(b2,a2,'k-.')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4','fitting')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')
ylabel('alfa [°]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO ALLA BASE
%%-----

cbot=fminsearch(@(cbot) fun_bot(Bo_c,wet_c,bot_c',cbot),[4,1],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot3(i)=Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2));
    yplot3(i)=cbot(1)*(Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2)))+9.5;
end
a3(1)=min(yplot3);
a3(2)=max(yplot3);
b3(1)=min(xplot3);
b3(2)=max(xplot3);
figure
plot(xplot3,bot_c,'ro')
hold on
plot(b3,a3,'k-.')
xlabel('Bo (wet^B) [adim]')
ylabel('Angolo base [°]')
k=1;
for i=1:3:length(Bo_c)
    xplot3_w05(k)=xplot3(i);
    xplot3_w1(k)=xplot3(i+1);
    xplot3_w2(k)=xplot3(i+2);
    k=k+1;
end

figure,
plot(xplot3_w05,bot_w05,'ro')
hold on
plot(xplot3_w1,bot_w1,'bo')
hold on
plot(xplot3_w2,bot_w2,'go')
hold on
plot(b3,a3,'k-.')
legend('w=0.5%','w=1%','w=2%','fitting')
xlabel('Bo (wet^B) [adim]')
ylabel('Angolo base [°]')
figure,
plot(xplot3(1:3),bot_c(1:3),'ro')
hold on
plot(xplot3(4:6),bot_c(4:6),'bo')
hold on
plot(xplot3(7:9),bot_c(7:9),'go')
hold on
plot(xplot3(10:12),bot_c(10:12),'co')

```



```
hold on
plot(b3,a3,'k-.')
legend('Frazione 1','Frazione 2','Frazione 3','Frazione 4','fitting')
xlabel('Bo(wet^B) [adim]')
ylabel('Angolo base [°]')
```

A.3 Analisi dei dati per i ballottini in vetro

```
clc, clear all, close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
option=optimset('MaxFunEvals',1e8)
dim0=1000e-6;
dim=[dim0;dim0;dim0;dim0];
wetw=[0; 0.005; 0.01; 0.02];
run1=load('run_bal_1.txt');
run2=load('run_bal_2.txt');
run3=load('run_bal_3.txt');
wet=[wetw;wetw;wetw;wetw];
bot1=load('bot_bal_1.txt');
bot2=load('bot_bal_2.txt');
bot3=load('bot_bal_3.txt');
top1=load('top_bal_1.txt');
top2=load('top_bal_2.txt');
top3=load('top_bal_3.txt');
n=(pi/6*(dim.^3)/(0.075*0.08*0.05)).^-1;

%calcolo valori medi
run=(run1+run2+run3)/3;
bot=(bot1+bot2+bot3)/3;
top=(top1+top2+top3)/3;

%calcolo scarti quadratici
for i=1:length(dim)
runsq(i)=std([run1(i) run2(i) run3(i)]);
botsq(i)=std([bot1(i) bot2(i) bot3(i)]);
topsq(i)=std([top1(i) top2(i) top3(i)]);
end

%costruzione vettori per andamenti
vetdim=dim;
vetwet=100*wet(1:4)';

%stampa andamenti
figure,
plot(vetwet,run,'r-')
hold on
errorbar(vetwet,run,runsq,'ro')
title('Runout su %w acqua')
ylabel('Runout [adim]')
xlabel('%w acqua')
figure,
plot(vetwet,bot,'r-')
hold on
errorbar(vetwet,bot,botsq,'ro')
title('Angolo alla base su %w acqua')
```

```

ylabel('Angolo alla base [°]')
xlabel('%w acqua')

figure
plot(vetwet,top,'r-')
hold on
errorbar(vetwet,top,topsq,'ro')
title('Angolo al top su %w acqua')
ylabel('Angolo al top [°]')
xlabel('%w acqua')

%ANALISI RISPETTO AL NUMERO DI BOND
gamma=7.28e-2;
g=9.81;
alfa=top*pi/180;
ro=2754;

Fc=pi.*dim*gamma;
Fg=(pi/6)*g.*sin(alfa).*ro'.*(dim.^3);

%NUMERO DI BOND SEMPLIFICATO
Bo=Fg./Fc;
figure,
plot(Bo,run,'ro')
title('Andamento runout su Bond')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('runout [adim]')
k=1;
for i=1:length(Bo)
    if wet(i)~=0
        Bo_c(k)=Bo(i);
        wet_c(k)=wet(i);
        run_c(k)=run(i);
        n_c(k)=n(i);
        top_c(k)=top(i);
        bot_c(k)=bot(i);
        k=k+1;
    end
end

%%-----
%%ANALISI RUNOUT
%%-----

crun=fminsearch(@(crun) fun_run_exp2(Bo_c,wet_c,run_c',crun),[1,-0.036,-
0.114],option)
for i=1:length(Bo_c)
    yplot(i)=crun(1)*(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
    xplot(i)=(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
end
figure
plot(xplot,run_c,'ro')
hold on
plot(xplot,yplot,'k-.')
xlabel('(Bo^B)(w^C) [adim]')
ylabel('Runout [adim]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO AL TOP
%%-----

```

```

ctop=fminsearch(@(ctop) fun_top_exp2(Bo_c,wet_c,top_c',ctop),[18,-
0.03,1],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot2(i)=(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
    yplot2(i)=ctop(1)*(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
end
figure
plot(xplot2,top_c,'ro')
hold on
plot(xplot2,yplot2,'k-.')
xlabel('(Bo^B)(w^C) [adim]')
ylabel('alfa [°]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO ALLA BASE
%%-----

cbot=fminsearch(@(cbot)
fun_bot_bal(Bo_c,wet_c,bot_c',cbot),[2,0.67],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot3(i)=Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2));
    yplot3(i)=cbot(1)*(Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2)))+9.9;
end
figure
plot(xplot3,bot_c,'ro')
hold on
plot(xplot3,yplot3,'k-.')
xlabel('Bo*wet^B [adim]')
ylabel('beta [°]')

```

A.4 Analisi dei dati per i ballottini con tensioattivo

```

clc, clear all, close all
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%CALCOLO DEGLI ANDAMENTI%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%PER I BALLOTTINI CON TENSIOATTIVO%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
option=optimset('MaxFunEvals',1e8)
dim0=1000e-6;
dim=[dim0;dim0;dim0;dim0];
wetw=[0; 0.005; 0.01; 0.02];
run1=load('run_balT_1.txt');
run2=load('run_balT_2.txt');
run3=load('run_balT_3.txt');
wet=[wetw;wetw;wetw;wetw];
bot1=load('bot_balT_1.txt');
bot2=load('bot_balT_2.txt');
bot3=load('bot_balT_3.txt');
top1=load('top_balT_1.txt');
top2=load('top_balT_2.txt');
top3=load('top_balT_3.txt');
n=(pi/6*(dim.^3)/(0.075*0.08*0.05)).^-1;

%calcolo valori medi
run=(run1+run2+run3)/3;
bot=(bot1+bot2+bot3)/3;
top=(top1+top2+top3)/3;

```

```

%calcolo scarti quadratici
for i=1:length(dim)
runsq(i)=std([run1(i) run2(i) run3(i)]);
botsq(i)=std([bot1(i) bot2(i) bot3(i)]);
topsq(i)=std([top1(i) top2(i) top3(i)]);
end

%costruzione vettori per andamenti
vetdim=dim;
vetwet=100*wet(1:4)';

%ANALISI RISPETTO AL NUMERO DI BOND
gamma=1.75e-2;
g=9.81;
alfa=top*pi/180;
ro=2754;

Fc=pi.*dim*gamma;
Fg=(pi/6)*g.*sin(alfa).*ro'.*(dim.^3);

%NUMERO DI BOND SEMPLIFICATO
Bo=Fg./Fc;
figure,
plot(Bo,run,'ro')
title('Andamento runout su Bond')
xlabel('Bo [adim]')
ylabel('runout [adim]')
k=1;
for i=1:length(Bo)
    if wet(i)~=0
        Bo_c(k)=Bo(i);
        wet_c(k)=wet(i);
        run_c(k)=run(i);
        n_c(k)=n(i);
        top_c(k)=top(i);
        bot_c(k)=bot(i);
        k=k+1;
    end
end

%%-----
%%ANALISI RUNOUT
%%-----

crun=fminsearch(@(crun) fun_run_exp2(Bo_c,wet_c,run_c',crun),[1,-0.036,-
0.114],option)
for i=1:length(Bo_c)
    yplot(i)=crun(1)*(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
    xplot(i)=(Bo_c(i)^crun(2))*(wet_c(i)^crun(3));
end
figure
plot(xplot,run_c,'ro')
hold on
plot(xplot,yplot,'k-.')
xlabel('(Bo^B)(w^C) [adim]')
ylabel('Runout [adim]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO AL TOP
%%-----

```

```

ctop=fminsearch(@(ctop) fun_top_exp2(Bo_c,wet_c,top_c',ctop),[5,-
2,0.1],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot2(i)=(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
    yplot2(i)=ctop(1)*(Bo_c(i)^ctop(2))*(wet_c(i)^ctop(3));
end
figure
plot(xplot2,top_c,'ro')
hold on
plot(xplot2,yplot2,'k-.')
xlabel('(Bo^B) (w^C) [adim]')
ylabel('Angolo top [°]')

%%-----
%%ANALISI ANGOLO ALLA BASE
%%-----

cbot=fminsearch(@(cbot)
fun_bot_bal(Bo_c,wet_c,bot_c',cbot),[2,0.67],option)
for i=1:length(Bo_c)
    xplot3(i)=Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2));
    yplot3(i)=cbot(1)*(Bo_c(i)*(wet_c(i)^cbot(2)))+9.9;
end
figure
plot(xplot3,bot_c,'ro')
hold on
plot(xplot3,yplot3,'k-.')
xlabel('Bo(wet^B) [adim]')
ylabel('beta [°]')

```

A.5 Minimizzazione delle *fob*

```

function f_run_exp2=fun_run_exp2_dim(Bo,wet,y,n,crun,cd)
for i=1:length(Bo)
    ftest(i,1)=y(i)/cd(1)/(n(i)^cd(2));
    xttest(i,1)=crun(1)*(Bo(i)^crun(2))*(wet(i)^crun(3));
end
par=ftest-xttest;
f_run_exp2_dim=sum(par.^2);

function f_top_exp2=fun_top_exp2(Bo,wet,y,ctop)
for i=1:length(Bo)
    ftest(i,1)=ctop(1)*(Bo(i)^ctop(2))*(wet(i)^ctop(3));
end
par=y-ftest;
f_top_exp2=sum(par.^2);

function f_bot_exp2=fun_bot_exp2(Bo,wet,y,cbot)
for i=1:length(Bo)
    ftest(i,1)=cbot(1)*(Bo(i)^cbot(2))*(wet(i)^cbot(3));
end
par=y-ftest;
f_bot_exp2=sum(par.^2);

```


Nomenclatura

C_0	=	coesione del materiale (KN/m ²)
a	=	aspect ratio (adim)
h_0	=	altezza iniziale (m)
h	=	altezza finale (m)
l_0	=	lunghezza iniziale (m)
l_F	=	lunghezza finale (m)
l_a	=	distanza a cui il materiale si mette in moto (m)
l	=	runout normalizzato (adim)
v	=	velocità del fronte (m/s)
v^*	=	velocità del fronte normalizzata (adim)
g	=	accelerazione di gravità (m/s ²)
x	=	diametro delle particelle (m)
t	=	tempo del movimento del fronte principale (s)
F_C	=	forza del ponte capillare (N)
s	=	distanza tra due particelle (m)
r	=	raggio medio tra due particelle (m)
V	=	volume di liquido aggiunto (m ³)
F_V	=	forza viscosa (N)
n_i	=	numero di particelle della classe i (adim)
n_{TOT}	=	numero totale di particelle del campione (adim)
f	=	distribuzione di frequenza (adim)
\bar{x}	=	diametro della frazione di carbonato (μm)
w	=	percentuale in peso di liquido aggiunto (adim)
l_i	=	runout normalizzato sperimentale nella prova i (adim)
\bar{l}	=	runout normalizzato sperimentale medio (adim)
F_G	=	forza di gravità (N)
Bo	=	numero di Bond (adim)
A,B,C	=	parametri di fitting (adim)

Lettere greche

α	=	angolo alla sommità (°)
β	=	angolo alla base (°)
τ	=	sforzo di taglio (kN/m ²)
μ	=	coefficiente di attrito interno (adim)
δ	=	angolo di attrito interno (°)
σ	=	sforzo normale (kN/m ²)
$\dot{\gamma}$	=	gradiente di velocità verticale (s ⁻¹)
γ	=	tensione superficiale (mN/m)
θ	=	angolo di contatto tra liquido e materiale (°)
μ_L	=	viscosità del liquido (cP)
ρ	=	densità (kg/m ³)
ε	=	porosità (adim)
α_i	=	angolo alla sommità sperimentale nella prova i (°)
$\bar{\alpha}$	=	angolo alla sommità sperimentale medio (°)
β_i	=	angolo alla base sperimentale nella prova i (°)
$\bar{\beta}$	=	angolo alla base sperimentale medio (°)
$\bar{\sigma}$	=	varianza (adim)

Riferimenti bibliografici

Roche, O. , M. Attali, A. Mangeney, A. Lucas (2011). On the run-out distance of geophysical gravitational flows: insight from fluidized granular collapse experiments. *Earth and Planetary Science letters*, **311**, 375-385.

Gabrieli, F. , R. Artoni, A. Santomaso, S. Cola (2011). Collapse of wet granular columns: experiment and discrete element simulations. *Conference on particle-based methods*, Barcelona, Spain. 26-28 October.

Lube, G. , H.E. Huppert, R.Stephen, J. Sparks, M.A. Hallworth (2004). Axisymmetric collapses of granular columns. *Journal of Fluid Mechanic*, **508**, 175-199.

Staron, L. , E.J. Hinch (2007). The spreading of a granular mass: role of grain properties and initial conditions. *Granular Matter*, **9**, 205-217.

Mériaux, C. , T. Triantafillou (2008). Scaling the final deposit of dry cohesive granular columns after collapse and quasi-static fall. *Physics of Fluids*, **20**,

Balmforth, N.J. , R.R. Kerswell (2005). Granular collapse in two dimensions. *Journal of Fluid Mechanic*, **538**, 399-428.

Meruane, C. , A. Tamburrino, O. Roche (2010). On the role of the ambient fluid on gravitational granular flow dynamics. *Journal of Fluid Mechanic*, **648**, 381-404.

Althaus, T.O. , E.J. Windhab, N. Scheuble (2012). Effect of pendular liquid bridges on the flow behavior of wet powders. *Powder Technology*, **217**, 599-606.

Rabinovich, Y. , M. Esayanur, K. Johanson, Chen-Luh Lin, J. Miller, B.M. Moudgil (2010). The flow behavior of the liquid/powder mixture, theory and experiment. I. The effect of the capillarity force (bridging rupture). *Powder Technology*, **204**, 173-179.

Rabinovich, Y. , K. Johanson, B. Moudgil (2010). The flow behavior of the liquid/powder mixture, theory and experiment. II. Effect of the friction force. *Powder Technology*, **204**, 180-187.

Tegzes, P. , T. Vicsek, P. Schiffer (2002). Avalanche dynamics in wet granular materials. *Physical review letters*, Volume **89**, Number 9.

Siavoshi, S. , A. Kudrolli (2005). Failure of a granular step. *Physical review*, **71**.

Lajeunesse, E. , A. Mangeney-Castelnau, P. Villotte (2004). Spreading of a granular mass on a horizontal plane. *Physics of fluid*, Volume **16**, Numer 7.

Lajeunesse, E. , J.B. Monnier, G.M. Homsy (2005). Granular slumping on a horizontal surface. *Physics of fluid*, **17**.

Lube, G. , H.E. Huppert, R. Stephen, J. Sparks, A. Freundt (2005). Collapses of two-dimensional granular columns. *Physical review*, **72**.

Herminghaus, S. (2005). Dynamics of wet granular matter. *Advanced in Physics*, Volume **54**, Number 3, 221-261.

Lube, G. , H.E. Huppert, R. Stephen, J. Sparks, A. Freundt (2007). Static and flowing regions in granular collapses down channels. *Physics of fluids*, **19**.

Kim, Tae-Hyung, c. Hwang (2003). Modeling of tensile strength on moist granular earth material at low water content. *Engineering Geology*, **69**, 233-244.

Scheel, M. , R. Seemann, M. Brinkmann, M. Di Michiel, A. Sheppard, B. Breidenbach, S. Herminghaus (2008). Morphological clues to wet granular pile stability. *Nature materials*, **7**.

Du Pont, S.C. , P. Gondret, B. Perrin, M. Rabaud (2003). Granular avalanches in fluids. *Physical review letters*, Volume **90**, Numer 4.

Réka, A. , A. Istvan, D. Hornbaker, P. Schiffer, A.L. Barbasi (1997). Maximum angle of stability in wet and dry spherical granular media. *Physical review E*, Volume **56**, Number 6.

Thompson, E.L. , H.E. Huppert (2007). Granular column collapses: further experimental results. *Journal of Fluid Mechanic*, **575**, 177-186.

Lade, P.V. (2002). Instability, shear banding and failure in granular materials. *International journal of solids and structures*, **39**, 3337-3357.

Tegzes, P. , T. Vicsek, P. Schiffer (2003). Development of correlations in the dynamics of wet granular avalanches. *Physical review E*, **67**.

H. Rumpf, Particle Technology, *Chapman and Hall*, London, 1990.

Willett, C.D. , M.J. Adams, S.A. Johnson, J.P.K. Seville (2000). Capillary bridges between two spherical bodies, *Langmuir*, **16**, 9396-9405.