



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA TRIENNALE IN INGEGNERIA
DELL'INFORMAZIONE

Controllo di un Sistema di Puntamento Radar

Laureando:
Daniele DAN

Relatore:
Prof. Mauro BISIACCO

Anno accademico 2012/2013

Indice

Introduzione	1
1 Modello fisico	3
1.1 Motore elettrico	3
1.2 Calcolo delle coppie motrici	5
1.3 Modello matematico generale	7
1.4 Modello linearizzato	10
2 Analisi	13
2.1 Considerazioni generali	13
2.2 Catena aperta	14
2.3 Catena chiusa	18
3 Progettazione del controllore	23
3.1 Modello di retroazione con controllore	23
3.2 Specifiche di controllo	25
3.3 Controllore 1 (moto rettilineo uniforme)	29
3.4 Controllore 2 (moto uniformemente accelerato)	39
3.5 Controllore 3 (moto uniformemente accelerato)	56
4 Possibili miglioramenti al sistema	73
4.1 Utilizzo di un motore con V_{max} maggiore	73
4.2 Retroazione su $\alpha(t)$	75
Bibliografia	79

Introduzione

L'obiettivo di questa tesi è la progettazione di un dispositivo di controllo per un radar mobile che gli permetta di catturare e inseguire oggetti volanti con moto casuale ma altezza costante. Il movimento del meccanismo avviene per mezzo di un motore elettrico mentre l'individuazione della posizione dell'oggetto è eseguita dal radar che ne fornisce la distanza e la posizione angolare relativa. Il sistema sarà modellizzato matematicamente e questo evidenzierà la sua non linearità. Verrà proposto un procedimento di linearizzazione che permetterà di studiare il sistema in catena aperta e catena chiusa. Sarà inoltre possibile progettare dei controllori, attraverso la sintesi per tentativi, in grado non solo di risolvere il problema, ma anche di rispettare una serie di specifiche successivamente elencate. Infine saranno proposte delle soluzioni alternative a quella discussa nel corpo di questa tesi e si valuteranno i miglioramenti da esse apportati. Nella trattazione verranno sfruttate tecniche apprese durante il corso di Controlli Automatici. Sarà fatto inoltre ampio uso del software Matlab e del pacchetto Simulink per la simulazione delle risposte del sistema.

Indice

1 Modello fisico

1.1 Motore elettrico

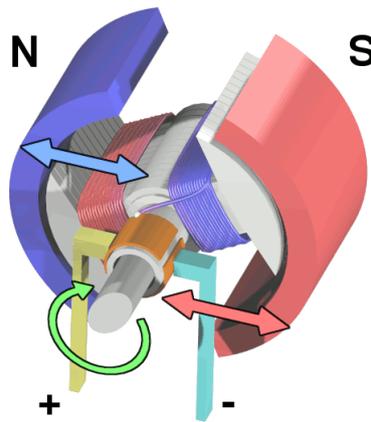


Figura: Motore elettrico

Il motore elettrico, come mostrato in figura, è una macchina elettrica in cui la potenza di ingresso è di tipo elettrico e quella di uscita è di tipo meccanico. Esso nel nostro caso è costituito da due parti dette statore e rotore. Lo statore è esterno, fisso e costituito nel caso più semplice da due magneti permanenti che generano quindi un campo magnetico costante. All'interno dello statore si colloca il rotore detto anche armatura. Esso è di forma cilindrica ed avvolto da spire metalliche disposte parallelamente al suo asse. I fili conduttori sono isolati elettricamente e terminano ai due estremi su un condotto di giunzione detto collettore. Esso è formato da due parti di forma semi-cilindrica, conduttrici, solidali al rotore e isolate l'una dall'altra. Due spazzole fisse insistono ciascuna su una delle due metà del collettore. Queste, toccandolo attraverso dei contatti in grafite, permettono il passaggio di corrente elettrica nel motore poiché sono collegate una al contatto positivo e l'altra al contatto negativo di un generatore di tensione.

Per poter fare considerazioni quantitative è necessario studiare un modello elettrico semplificato di motore con statore a magneti permanenti e quindi campo magnetico costante. Un circuito equivalente può essere schematizzato come nella figura seguente

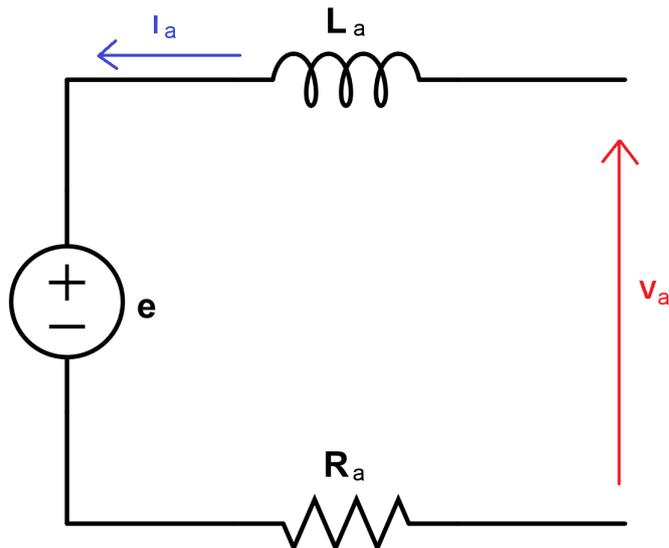


Figura: Schema elettrico del motore

In questo schema, in cui vengono trascurati eventuali effetti secondari, si individuano:

- L_a cioè l'induttanza totale delle spire del rotore detta induttanza di armatura
- R_a cioè la resistenza totale delle spire del rotore detta resistenza di armatura
- e cioè la forza contro elettromotrice (fcem) modellata come un generatore di tensione. Essa è causata dal fatto che aumentando la corrente nella bobina, aumenta il flusso di campo magnetico e quindi per la legge di Faraday si forma una fem indotta. Il verso della fem indotta è dato dalla legge di Lenz che afferma che la corrente indotta si oppone alla variazione di flusso di campo magnetico che l'ha causata. In questo caso la fem indotta è in verso opposto alla corrente da cui il nome di forza contro elettromotrice.

Vale inoltre la relazione:

$$e(t) = k_e \frac{d\theta(t)}{dt} = k_e \omega(t)$$

dove

- k_e è una costante poiché il campo magnetico è in questo caso costante ed è detta costante di tensione del motore
- θ è la posizione angolare dell'asse del motore e quindi, secondo le convenzioni precedentemente adottate, l'angolo formato tra il radar e la verticale (misurato in radianti)

1 Modello fisico

- $\omega = \frac{d\theta}{dt}$ è la velocità angolare dell'asse del motore

Applicando la seconda legge di Kirchhoff alla maglia in figura si ottiene

$$v_a(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + e(t) = R_a i_a(t) + L_a \frac{di_a(t)}{dt} + k_e \frac{d\theta(t)}{dt}$$

Applicando la trasformata di Laplace a entrambi i membri e considerando condizioni iniziali nulle per corrente di armatura e posizione angolare si arriva a

$$V_a(s) = I_a(s) (R_a + s L_a) + s k_e \Theta(s) \quad (1.1)$$

1.2 Calcolo delle coppie motrici



Figura: Disegno stilizzato di un radar mobile

Il meccanismo di elevazione del radar, come mostrato in figura, può essere modellato come una massa soggetta ad attrito viscoso che ruota attorno all'asse del motore sotto l'azione del momento meccanico, detto anche coppia motrice, fornito dal motore. Per l'analogo rotazionale della seconda legge di Newton vale

$$C_{tot}(t) = I_r \alpha(t) = I_r \frac{d^2\theta(t)}{dt^2}$$

Tenendo conto del verso dei vari momenti agenti si può esplicitare C_{tot} come

$$C_{tot}(t) = C_m(t) - f \frac{d\theta(t)}{dt} - C_d(t)$$

quindi unendo le due espressioni si ottiene

1 Modello fisico

$$C_m(t) = I_r \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + f \frac{d\theta(t)}{dt} + C_d(t)$$

dove

- $C_{tot}(t)$ è il momento meccanico totale agente sull'asse del motore
- I_r è il momento di inerzia del sistema
- $C_m(t)$ è il momento meccanico, o coppia motrice, prodotto dal motore
- f è il coefficiente di attrito viscoso che viene moltiplicato per la velocità angolare
- $C_d(t)$ è il momento dovuto a un eventuale disturbo che agisce in modo casuale e sconosciuto e che sarà compito del controllore attenuare almeno in una banda di frequenze prestabilita

Inoltre in un motore a corrente continua come quello considerato, cioè in cui il campo magnetico dello statore è fisso, la coppia motrice è direttamente proporzionale alla corrente di armatura secondo la formula

$$C_m(t) = k_t i_a(t)$$

con k_t detto coefficiente di coppia.

Sostituendo si ottiene

$$k_t i_a(t) = I_r \frac{d^2\theta(t)}{dt^2} + f \frac{d\theta(t)}{dt} + C_d(t)$$

ed applicando le trasformate di Laplace ad entrambi i membri dell'equazione considerando sempre nulle le condizioni iniziali si arriva a

$$k_t I_a(s) = I_r s^2 \Theta(s) + f s \Theta(s) + C_d(s) \quad (1.2)$$

1.3 Modello matematico generale

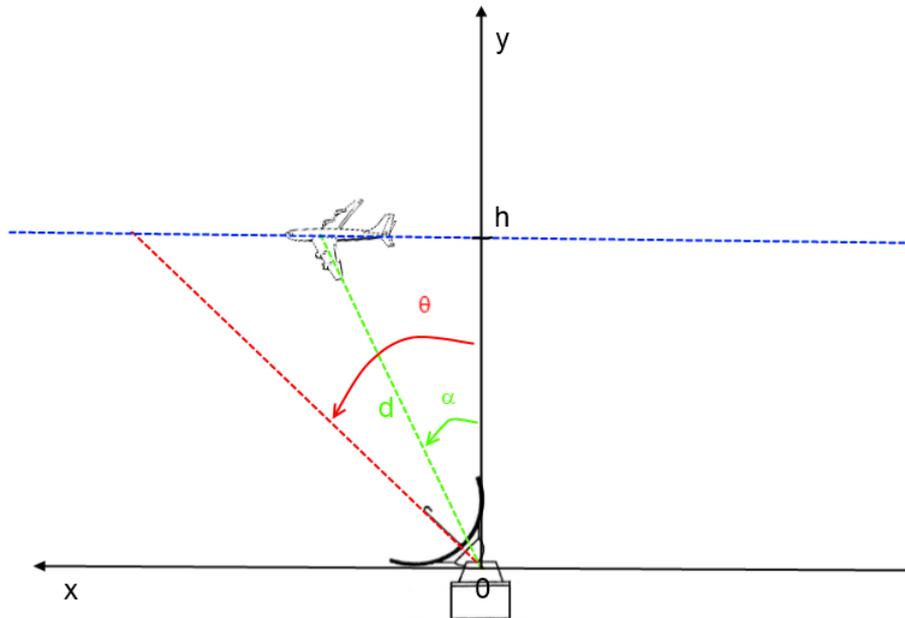


Figura: Piano β contenente il radar e la traiettoria dell'oggetto

In figura è riportato il sistema complessivo composto da un radar mobile, cioè in grado di ruotare di 180 gradi grazie a un motore elettrico, e da un eventuale oggetto volante che lo strumento ha il compito di inseguire. In altre parole il radar ha il compito di seguire la posizione dell'aereo, qui modellizzato come un corpo puntiforme, che si muove in moto rettilineo mantenendo costante la sua distanza dal suolo h . Più dettagliatamente il radar deve muoversi in modo che l'aereo puntiforme appartenga sempre alla retta identificata dall'asse del radar. Ipotesi semplificativa è inoltre il fatto che l'aereo si muova lungo una retta appartenente ad un piano β perpendicolare al suolo a cui appartiene anche il punto di appoggio al suolo del radar che sarà considerato nel modello l'origine degli assi. In particolare la retta su cui si muove l'aereo passa esattamente sopra la posizione del radar. Il piano β è raffigurato in figura e θ e α sono rispettivamente gli angoli formati tra l'asse del radar e la verticale e tra l'oggetto e la verticale.

Verrà assunta nota istante per istante, quindi misurata da un apposito strumento, la funzione $\theta(t)$ cioè la posizione angolare dell'asse del radar rispetto alla retta perpendicolare al suolo.

Il radar è modellizzato come uno strumento in grado di misurare istante per istante la distanza $d(t)$ dell'aereo, assunto puntiforme, dal radar stesso e l'angolo $\gamma(t) = \theta(t) - \alpha(t)$

1 Modello fisico

cioè l'angolo a cui si trova l'oggetto rispetto all'asse del radar. Si assume d_{max} come la massima distanza di un oggetto dal radar per cui quest'ultimo riesce a misurare $d(t)$ e $\gamma(t)$. Se l'oggetto non c'è o si trova ad una distanza maggiore di d_{max} il radar fornisce il segnale costante $\gamma(t) = 0$ quindi resta immobile. Si assume inoltre che in posizione di riposo il radar si trovi ad avere l'asse in posizione verticale cioè $\theta(t) = 0$ finché nessun oggetto viene agganciato. In altri termini a riposo la retta che identifica la direzione verso cui punta il radar è perpendicolare al suolo quindi $\theta = 0$.

In ogni istante l'aereo è identificato nel piano dalle coordinate $(x_a(t), h)$. Inoltre è identificato in ogni istante anche il punto in cui l'asse del radar interseca la retta su cui si sta muovendo l'aereo cioè $(x_r(t), h)$. L'obiettivo finale è progettare un controllore in grado di fare in modo che il segnale $x_r(t)$ insegua $x_a(t)$.

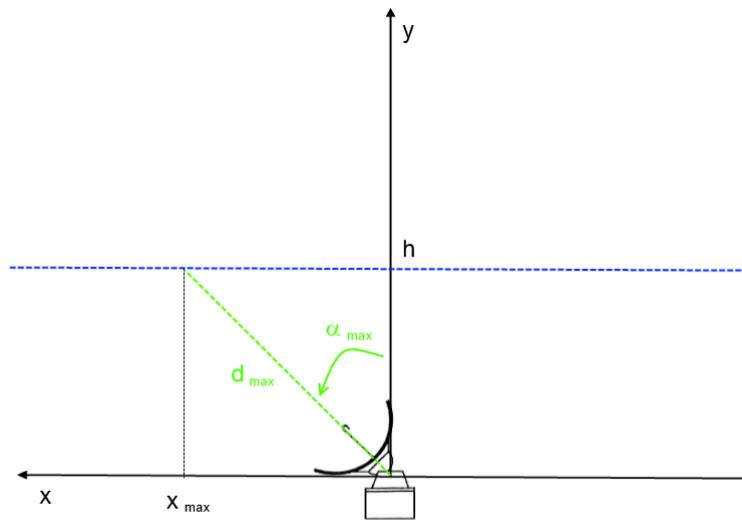


Figura: Schema per il calcolo di x_{max}

Un'ulteriore ipotesi semplificativa è far coincidere $t = 0$ con l'istante in cui l'oggetto viene agganciato dal radar cioè l'istante in cui $|x_a| = x_{max} = \sqrt{d_{max}^2 - h^2}$ da cui si deduce che $|x_a(0)| = x_{max} = \sqrt{d_{max}^2 - h^2}$ quindi ogni segnale di ingresso sarà nullo prima di 0 e poi $x_a(0) = \pm\sqrt{d_{max}^2 - h^2}$ dove il segno dipende dal verso di provenienza dell'aereo. Ogni ingresso potrà quindi essere scomposto in un gradino più un altro segnale che dipende dal tipo di moto dell'aereo. Da questa panoramica si deduce che al massimo il radar riuscirà a inseguire l'oggetto lungo la retta di ordinata h nell'intervallo di ascisse $(-\sqrt{d_{max}^2 - h^2}, +\sqrt{d_{max}^2 - h^2})$.

Più dettagliatamente avviene che:

1 Modello fisico

- L'aereo entra nell'intervallo in cui il radar lo rivela. L'altezza h , costante per ipotesi di modello, è ricavata dalla formula $h = d(t) \cos \alpha(t) = d(t) \cos(\theta(t) - \gamma(t))$ e quindi può essere considerata nota. Allo stesso modo è nota la posizione angolare dell'oggetto rispetto alla verticale perché $\alpha(t) = \theta(t) - \gamma(t)$. Da semplici relazioni trigonometriche si ricava inoltre

$$\tan \alpha(t) = \frac{x_a(t)}{h}$$

quindi il legame tra $\alpha(t)$ e $x_a(t)$ non è lineare. Sarebbe possibile linearizzarlo considerando che per piccoli angoli $\alpha(t) \cong \tan \alpha(t)$. Questo però introduce un vincolo molto restrittivo sulla possibile altezza che dovrebbe avere l'aereo per essere inseguito dal radar. In seguito quindi valuteremo alcune soluzioni diverse a questo problema e cercheremo di linearizzare il sistema senza necessariamente limitarci ad angoli piccoli. La linearizzazione del modello risulta infatti necessaria al fine della sintesi del controllore che dovrà portare agli scopi precedentemente descritti.

- Il segnale che rappresenta un angolo viene trasformato in un segnale in tensione da usare come ingresso per il motore elettrico che controlla l'inclinazione del radar rispetto alla verticale secondo la relazione

$$V_a(s) = k_c A(s)$$

- Risulta necessario ricavare una relazione che legghi la tensione di armatura del motore elettrico alla posizione angolare dell'asse che coincide con $\theta(t)$ precedentemente definito. Ricavando $I_a(s)$ dalle espressioni (1) e (2) si ottiene

$$I_a(s) = \frac{V_a(s) - s k_e \Theta(s)}{R_a + s L_a}$$

$$I_a(s) = \frac{s^2 I_r \Theta(s) + s f \Theta(s) + C_d(s)}{k_t}$$

e eguagliando i secondi membri con qualche passaggio si arriva a

$$\Theta(s) = \frac{k_t}{s (k_t k_e + (R_a + s L_a) (I_r s + f))} V_a(s) +$$

$$- \frac{R_a + s L_a}{k_t} \frac{k_t}{s (k_t k_e + (R_a + s L_a) (I_r s + f))} C_d(s)$$

quindi

$$\Theta(s) = M(s) V_a(s) + H(s) M(s) C_d(s)$$

dove $M(s) = \frac{k_t}{s (k_t k_e + (R_a + s L_a) (I_r s + f))}$ e $H(s) = - \frac{R_a + s L_a}{k_t}$

- Infine si ha di nuovo una relazione non lineare tra $\theta(t)$ e $x_r(t)$ cioè

$$\tan \theta(t) = \frac{x_r(t)}{h}$$

In conclusione il sistema può essere riassunto dal seguente schema a blocchi

$$C_d(t) = n(t)$$

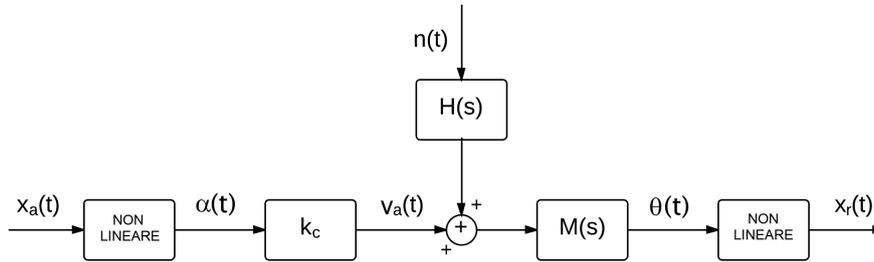


Figura: Schema a blocchi che riassume il modello generale

1.4 Modello linearizzato

Si nota dallo schema che il sistema contiene dei blocchi non lineari dovuti al fatto che, ad esempio, ad una variazione uniforme della posizione dell'oggetto che si muove in moto rettilineo uniforme non corrisponde una variazione uniforme dell'angolo formato con l'origine. La velocità angolare infatti è maggiore se l'oggetto è vicino all'origine e minore se l'oggetto è lontano secondo le relazioni trigonometriche precedentemente citate. Il modello quindi, pur descrivendo esattamente il sistema considerato, non è adatto per effettuare un'analisi accurata e in particolare per progettare un controllore in grado di garantire determinate prestazioni. Risulta quindi indispensabile trasformare il sistema non lineare in un sistema lineare e più precisamente sostituire i due blocchi non lineari con blocchi lineari. Si consideri la relazione

$$\tan \alpha(t) = \frac{x_a(t)}{h}$$

Qui α può essere visto come $\alpha = \alpha_0 + \Delta\alpha$ dove α_0 è un generico angolo appartenente all'intervallo $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ in quanto rappresenta l'angolo rispetto alla verticale a cui può trovarsi l'oggetto e $\Delta\alpha$ è un angolo molto piccolo. In questo modo $\tan \alpha$ può essere sostituita con il suo sviluppo di Taylor centrato nel punto α_0 e interrotto al primo ordine

$$\tan \alpha(t) = \tan(\alpha_0 + \Delta\alpha(t)) = \tan \alpha_0 + \frac{(\alpha(t) - \alpha_0)}{\cos^2 \alpha_0}$$

da cui si ottiene

$$\alpha(t) = x_a(t) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} + \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \alpha_0 = A x_a(t) + B$$

1 Modello fisico

dove $A = \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}$ è la costante per cui viene moltiplicato il segnale di ingresso e $B = \alpha_0 + \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$ è una costante che quindi può essere considerata un'ulteriore ingresso del sistema. Si sostituisce quindi il blocco non lineare con uno lineare più un ulteriore ingresso costante

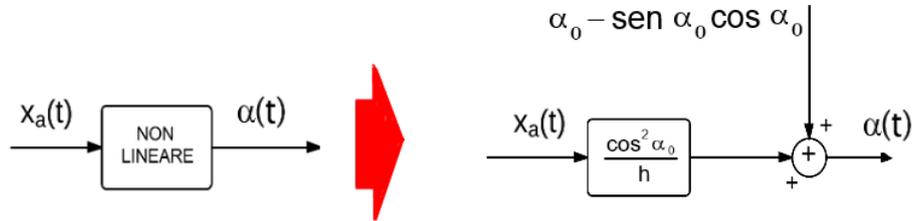


Figura: Linearizzazione del primo blocco

Allo stesso modo per l'ultimo blocco si può considerare $\theta = \theta_0 + \Delta\theta$ dove θ_0 è un generico angolo appartenente a $(-\frac{\Pi}{2}, \frac{\Pi}{2})$ in quanto il radar può muoversi di Π radianti in totale e $\Delta\theta$ è un angolo molto piccolo. Considerando come in precedenza lo sviluppo di Taylor centrato nel punto θ_0 si ottiene

$$\tan \theta(t) = \tan(\theta_0 + \Delta\theta(t)) = \tan \alpha_0 + \frac{(\theta(t) - \theta_0)}{\cos^2 \theta_0}$$

e sostituendo

$$x_r(t) = \theta(t) \frac{h}{\cos^2 \theta_0} + h \tan \theta_0 - \frac{\theta_0 h}{\cos^2 \theta_0} = (\theta(t) + \sin \theta_0 \cos \theta_0 - \theta_0) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}$$

e per questo anche il secondo blocco non lineare può essere sostituito da uno lineare e da un ulteriore ingresso costante nel sistema

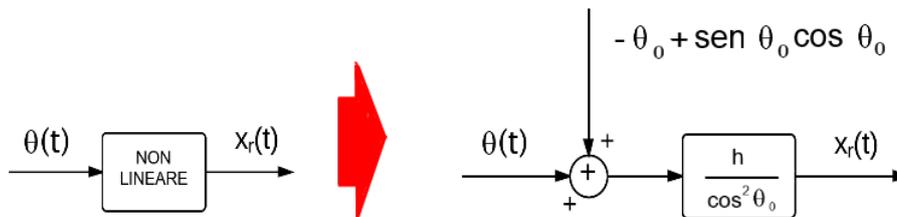


Figura: Linearizzazione del secondo blocco

In conclusione lo schema a blocchi del sistema linearizzato diventa

1 Modello fisico

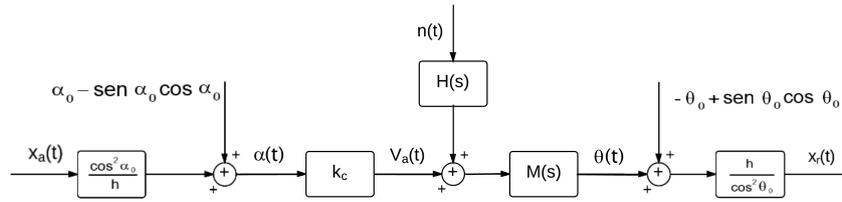


Figura: Schema a blocchi del sistema linearizzato

Si nota che per ogni scelta della coppia (α_0, θ_0) all'interno dell'intervallo precedentemente definito si ha un sistema diverso. Il sistema non lineare è quindi stato sostituito da una famiglia di sistemi lineari che lo approssimano nelle varie situazioni. Questa è solo apparentemente una complicazione. Studiando le proprietà comuni a tutti i sistemi lineari della famiglia si potranno dedurre le proprietà del sistema di partenza. In particolare se si riuscirà a progettare un controllore in grado di soddisfare determinate condizioni per tutti i sistemi della famiglia allora tale controllore soddisferà le stesse condizioni anche per il sistema non lineare di partenza.

Se non espressamente indicato il disturbo sarà considerato assente cioè $n(t) = 0$ per ogni t .

I parametri che verranno utilizzati nelle analisi successive sono:

Nome grandezza fisica	Simbolo	Valore numerico
Induttanza di armatura	L_a	$25 \cdot 10^{-3} H$
Resistenza di armatura	R_a	0.5Ω
Coefficiente di attrito viscoso	f	$240 N \cdot m \cdot s/rad$
Coefficiente di coppia	k_t	$1 N \cdot m/A$
Costante di tensione del motore	k_e	$1 V \cdot sec/rad$
Momento di inerzia del radar	I_r	$20 Kg \cdot m^2$
Costante di trasformazione angolo-tensione	k_c	$50 V/rad$
Distanza massima misurabile dal radar	d_{max}	$15000 m$
Tensione nominale massima del motore	V_{max}	$100 V$

2 Analisi

2.1 Considerazioni generali

Lo scopo finale che ci si è prefissato è quello di progettare un sistema di controllo in grado di fare in modo che il radar, inizialmente fermo in posizione verticale, si sposti verso l'oggetto non appena questo viene individuato e lo segua nei suoi spostamenti. Questo equivale a modificare il sistema in modo che il segnale di uscita sia uguale a quello di ingresso a regime cioè dopo un determinato tempo che si cercherà di rendere il più piccolo possibile. Per ottenere questo risultato si può considerare come ingresso o il segnale $x_a(t)$ o il segnale $\alpha(t)$ e come uscita rispettivamente il segnale $x_r(t)$ o il segnale $\theta(t)$. In altre parole si può fare in modo o che il punto di intersezione dell'asse del radar con la retta parallela al suolo di ordinata h coincida col punto in cui si trova l'oggetto, o che l'angolo di inclinazione del radar rispetto la verticale coincida con la distanza angolare dell'oggetto dalla verticale. È facilmente intuibile che entrambe le scelte portano a raggiungere lo scopo. In seguito però verrà preferito considerare come ingresso $x_a(t)$ e come uscita $x_r(t)$ per semplicità di progetto. In questo modo ad un moto rettilineo uniforme dell'oggetto corrisponde un segnale composto dalla somma di un gradino e una rampa lineare quindi formato dalla somma di due segnali canonici. Analogamente ad un moto uniformemente accelerato corrisponde un ingresso composto dalla somma di un gradino, una rampa parabolica e eventualmente una rampa lineare se la velocità iniziale dell'oggetto è diversa da 0 nel momento in cui viene rilevato. Per le convenzioni precedentemente indicate gli ingressi sono causali cioè nulli per $t < 0$ e quindi, poiché anche il sistema è causale, le uscite saranno causali. Chiaramente il radar all'interno del quale verrà inserito il meccanismo di controllo non dispone del segnale $x_a(t)$ ma può facilmente ricavarlo a partire dalle grandezze note h e $\alpha(t)$. Allo stesso modo può tradurre l'uscita $x_r(t)$ in $\theta(t)$ sfruttando le medesime relazioni trigonometriche. Dall'analisi accurata della famiglia di sistemi lineari si cercheranno di capire le proprietà del sistema non lineare di partenza.

Ad esempio si cercherà di capire se esso è:

- ASINTOTICAMENTE STABILE cioè tale che, in assenza di ingresso, le traiettorie di uscita in evoluzione libera convergono asintoticamente a zero in corrispondenza ad ogni possibile n-upla di condizioni iniziali.
- BIBO STABILE cioè tale da rispondere ad ogni ingresso causale limitato con una uscita causale limitata a partire da condizioni iniziali nulle.

Poiché ogni possibile ingresso è composto dalla somma di un gradino e un altro segnale si sarà particolarmente interessati alla risposta al gradino $\omega_{-1}(t)$. Nella famiglia di sistemi

2 Analisi

linearizzati infatti, poiché lineari, l'uscita ad un ingresso composto da una somma di due segnali è formata dalla somma dell'uscita corrispondente al primo segnale e dell'uscita corrispondente al secondo segnale. Si valuteranno in particolare i parametri:

- TEMPO DI SALITA t_r cioè il tempo necessario affinché l'uscita entri per la prima volta in un fissato intorno del valore finale $\omega_{-1}(+\infty)$. Ad esempio volendo un tempo di salita all' 1% si sarà interessati all'istante in cui l'uscita raggiunge il valore $0.99 \cdot \omega_{-1}(+\infty)$. In questo caso

$$t_r = \min \{ t \geq 0 : | \omega_{-1}(t) - \omega_{-1}(+\infty) | \leq 0.01 | \omega_{-1}(+\infty) | \}$$

- TEMPO DI ASSESTAMENTO t_s cioè il tempo di cui necessita l'uscita per assestarsi definitivamente in un intorno del valore finale. Ipotizzando un tempo di assestamento del 10% si ha

$$t_s = \min \{ t \geq 0 : \forall \tau \geq t \ | \omega_{-1}(\tau) - \omega_{-1}(+\infty) | \leq 0.1 | \omega_{-1}(+\infty) | \}$$

- SOVRAELONGAZIONE s cioè il massimo scostamento dal valore dell'uscita a regime definito in termini percentuali come

$$s = \left(\sup_{t \in \mathbb{R}_+} \frac{\omega_{-1}(t) - \omega_{-1}(+\infty)}{\omega_{-1}(+\infty)} \cdot 100 \right) \%$$

Inoltre si determinerà il tipo del sistema cioè

- SISTEMA DI TIPO 0 se insegue con errore di regime permanente costante non nullo il gradino unitario e con errore infinito la rampa lineare.
- SISTEMA DI TIPO 1 se insegue con errore di regime permanente nullo il gradino unitario, con errore di regime permanente costante non nullo la rampa lineare e con errore infinito la rampa parabolica.
- SISTEMA DI TIPO 2 se insegue con errore di regime permanente nullo la rampa lineare, con errore di regime permanente costante non nullo la rampa parabolica.
- SISTEMA DI TIPO 3 se insegue con errore di regime permanente nullo la rampa parabolica.

Per il tracciamento dei diagrammi di Bode e Nyquist sarà utilizzato il software MATLAB mentre per le simulazioni e quindi i grafici raffiguranti le risposte ai vari ingressi sia nel sistema linearizzato che in quello non lineare verrà utilizzato il pacchetto Simulink.

2.2 Catena aperta

Considerando nullo il disturbo $n(t)$ si ha lo schema in catena aperta

2 Analisi

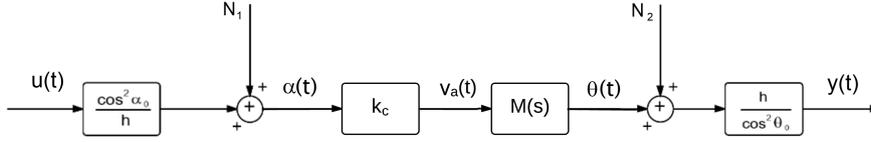


Figura: Schema a blocchi in catena aperta del sistema linearizzato

dove le costanti valgono $N_1 = \alpha_0 - \sin \alpha_0 \cos \alpha_0$ e $N_2 = \sin \theta_0 \cos \theta_0 - \theta_0$ e per rendere più chiare le scelte di ingresso e uscita si è effettuata la sostituzione $x_a(t) = u(t)$ e $x_r(t) = y(t)$.

Sfruttando la proprietà dei sistemi lineari si determina l'uscita totale applicando gli ingressi uno alla volta e considerando gli altri nulli (sovrapposizione degli effetti).

Applicando inizialmente soltanto $u(t)$ si ha

$$Y(s) = \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0} U(s) = \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \theta_0} k_c M(s) U(s) = K k_c M(s) U(s) = G(s) U(s)$$

dove $K = \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \theta_0}$ e $G(s) = K k_c M(s)$.

Applicando solo N_1 si ottiene

$$Y(s) = k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0} \frac{N_1}{s} = \frac{G(s)}{\frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} \frac{N_1}{s}$$

Applicando solo N_2 si ha

$$Y(s) = \frac{h}{\cos^2 \theta_0} \frac{N_2}{s}$$

Unendo i 3 risultati la risposta complessiva è

$$Y(s) = G(s) U(s) + \frac{G(s)}{\frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} \frac{N_1}{s} + \frac{h}{\cos^2 \theta_0} \frac{N_2}{s} = \left(U(s) + \frac{N_1}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} \right) G(s) + \frac{h}{\cos^2 \theta_0} \frac{N_2}{s}$$

Il modello può essere visto come un sistema che ha come ingresso la somma del segnale $u(t)$ e di una costante, che trasforma l'ingresso attraverso la funzione di trasferimento $G(s)$ e che aggiunge all'uscita un'ulteriore costante. Al fine di valutare la stabilità basta quindi concentrarsi sulla funzione di trasferimento $G(s)$ perché se essa trasforma tutti i

2 Analisi

segnali limitati in segnali limitati allora anche il sistema fa lo stesso e quindi è BIBO-stabile.

Esprimendo esplicitamente $G(s)$ si ha

$$G(s) = K \frac{k_c k_t}{s (k_t k_e + (R_a + s L_a) (I_r s + f))}$$

e infine sostituendo i valori numerici

$$G(s) = K \frac{50}{s (1 + (0.5 + 25 \cdot 10^{-3} s) (20 s + 240))} = K \frac{50}{s (0.5 s^2 + 16 s + 121)}$$

Infine portando $G(s)$ in forma di Bode e considerando 3 cifre decimali si ottiene

$$G(s) = \frac{0.413 K}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}$$

Quindi la funzione di trasferimento ha guadagno di Bode dipendente da K e presenta due poli negativi ed un polo nell'origine. A causa del polo nell'origine, cioè a parte reale non negativa, nessun sistema linearizzato della famiglia è BIBO-stabile perciò esiste almeno un ingresso limitato che porta ad un'uscita divergente e questo indipendentemente dalla scelta di α_0 e θ_0 perché il denominatore non dipende da essi. Il fatto che nessun sistema della famiglia sia BIBO-stabile lascia intendere che nemmeno il sistema non lineare di partenza lo sia.

Dato che si è notato che le costanti non influiscono sulla valutazione sulla stabilità del sistema si scelgono arbitrariamente $\alpha_0 = \theta_0 = 0$ da cui $K = 1$, $N_1 = N_2 = 0$ e si ottiene da Simulink lo schema

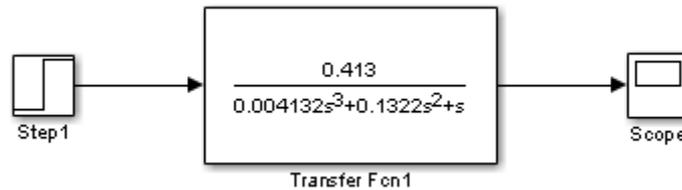


Figura: Schema Simulink di un particolare sistema linearizzato

Agendo con l'ingresso a gradino $u(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ che corrisponde ad un oggetto che viene rilevato ad altezza $h = 10000$ si ottiene dal modello linearizzato

2 Analisi

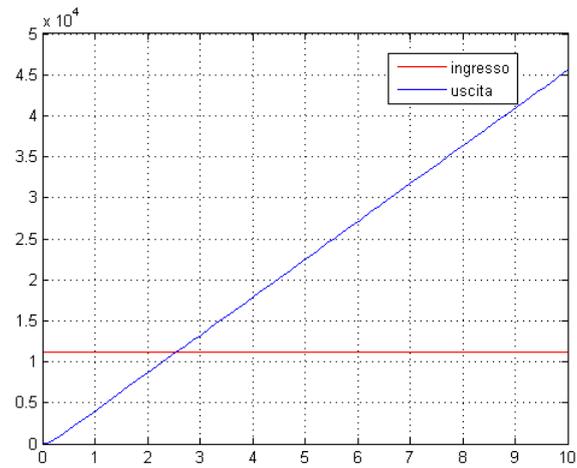


Figura: Risposta al gradino del sistema linearizzato considerato

Se la linearizzazione è coerente, lo stesso ingresso dovrebbe dare un'uscita illimitata anche nel sistema di partenza

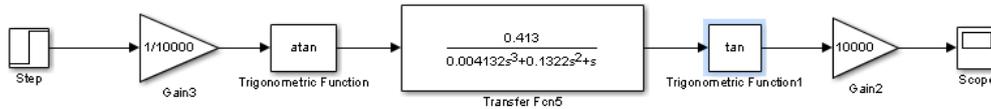


Figura: Schema Simulink del sistema non lineare in catena aperta

Applicando lo stesso ingresso $u(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ si ottiene infatti

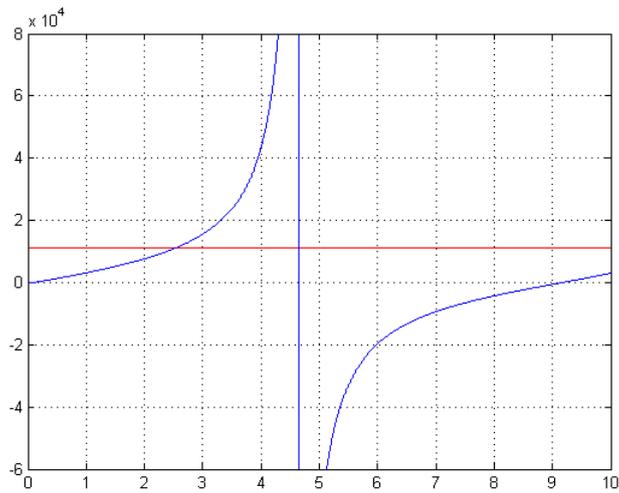


Figura: Risposta al gradino del sistema non lineare in catena aperta

da cui si nota che l'uscita è illimitata e quindi, poiché esiste un segnale limitato che viene trasformato in uno illimitato, il sistema non lineare in catena aperta non è BIBO stabile. Questo risultato era prevedibile anche notando la presenza del blocco tangente. Essendo instabile non ha senso valutare né i parametri legati alla risposta al gradino, né il tipo.

2.3 Catena chiusa

Non solo per rendere stabile il sistema, ma anche per avvicinarsi alla soluzione del problema, è indispensabile applicare la retroazione unitaria negativa. In altre parole ci si propone di studiare l'anello chiuso cominciando con il verificare che, senza l'utilizzo di un apposito controllore $C(s)$, il sistema si avvicina maggiormente alle specifiche rispetto all'anello aperto, ma non soddisfa comunque i requisiti richiesti. La progettazione di un controllore adeguato verrà perciò trattata nel paragrafo seguente.

Il modello linearizzato della famiglia di sistemi a cui è stata applicata la retroazione unitaria negativa (che può anche essere visto come un modello con controllore dove $C(s) = 1$) è

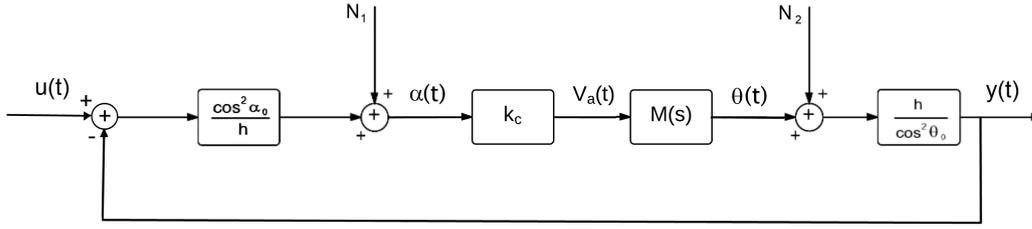


Figura: Schema a blocchi del sistema linearizzato in catena chiusa

Come nel caso precedente si determina l'uscita complessiva applicando i 3 ingressi singolarmente e successivamente sommando le uscite relative ad ognuno di essi.

Applicando inizialmente soltanto $u(t)$ si ottiene

$$Y(s) = \frac{\frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} U(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} U(s)$$

Applicando N_1

$$Y(s) = \frac{k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} \frac{N_1}{s} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \frac{N_1}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}}$$

Applicando N_2

$$Y(s) = \frac{\frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} \frac{N_2}{s} = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \frac{N_2}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)}$$

e quindi la risposta complessiva è

$$Y(s) = \frac{G(s)}{1 + G(s)} \left(U(s) + \frac{N_1}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} + \frac{N_2}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)} \right)$$

In questo modo l'uscita è la stessa che si avrebbe presentando l'ingresso $U(s) + \frac{N_1}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} + \frac{N_2}{s \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)}$ ad un sistema con funzione di trasferimento $\frac{G(s)}{1+G(s)}$. Si valuta perciò la stabilità di tale famiglia di sistemi dipendenti ognuno dalle varie scelte di α_0 e θ_0 e in particolare in questo caso dal valore di K . Sostituendo i valori numerici si ottiene

$$G(s) = \frac{0.413 K}{s \left(1 + \frac{s}{19.742} \right) \left(1 + \frac{s}{12.258} \right)}$$

2 Analisi

$$\frac{G(s)}{1+G(s)} = \frac{0.413 K}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right) + 0.413 K}$$

La stabilità varia a seconda del sistema della famiglia che si considera cioè a seconda della scelta di $K = \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \theta_0}$. Poiché $-\frac{\pi}{2} < \alpha_0 < \frac{\pi}{2}$ e $-\frac{\pi}{2} < \theta_0 < \frac{\pi}{2}$ allora $0 < \cos^2 \alpha_0 \leq 1$ e $0 < \cos^2 \theta_0 \leq 1$ quindi $K > 0$.

Per valutare la stabilità della famiglia di sistemi si disegnerà il luogo delle radici al variare di K e da esso si trarranno le conclusioni. Si userà questo metodo nonostante non dia nessuna informazione riguardo eventuali variazioni causate da errori nella misura delle grandezze perché tale precisione è inutile in questo caso specifico. Non si sta infatti studiando attentamente la famiglia di sistemi linearizzati, ma si vuole solo cercare di dedurre da essa le proprietà del sistema non lineare di partenza. Il luogo delle radici di $\frac{0.413 K}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right) + 0.413 K}$ al variare di $K > 0$ è

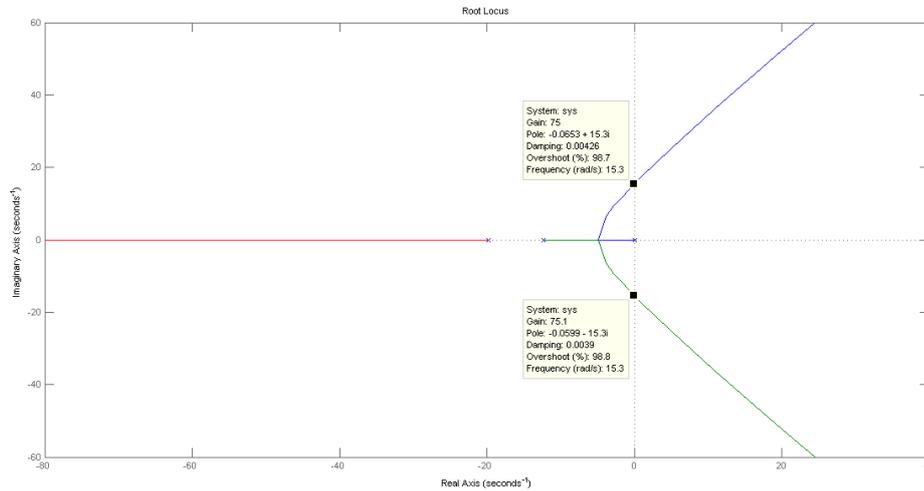


Figura: Luogo delle radici al variare di K

Come si deduce dal grafico non tutti i sistemi linearizzati della famiglia sono stabili. Per $K > 75$ circa la funzione di trasferimento del sistema retroazionato ha 2 radici a parte reale positiva. Non si può quindi dedurre nessuna informazione circa la stabilità o instabilità del sistema non lineare di partenza. Si nota però che i sistemi caratterizzati da valori di $K > 75$ sono quelli per cui $|\alpha_0|$ è sufficientemente minore di $|\theta_0|$ e quindi descrivono la situazione in cui l'oggetto è vicino alla verticale e il radar invece sta puntando un punto abbastanza lontano dalla verticale. Questo caso non si verifica mai se il radar insegue adeguatamente l'oggetto come inizialmente auspicato. Si nota però

2 *Analisi*

che l'applicazione di un controllore permetterebbe anche di ampliare i valori ammissibili per K .

Dalla famiglia di sistemi linearizzati non sono deducibili informazioni riguardato il tipo del sistema non lineare o le sue caratteristiche.

L'esempio appena proposto ha naturalmente il solo scopo di illustrare i vantaggi derivanti dalla retroazione. Il feedback a cui si è interessati e che permetterà di risolvere il problema iniziale è quello in cui è presente $C(s)$.

3 Progettazione del controllore

3.1 Modello di retroazione con controllore

Né in sistema in catena aperta, né quello in catena chiusa permettono di avvicinarsi all'obiettivo finale di inseguimento di un oggetto in movimento a una certa altezza da parte di un radar mobile. Per raggiungere lo scopo, soddisfacendo inoltre determinati requisiti sul tempo di salita, sul tempo di assestamento, sul tipo e sulla stabilità, è indispensabile ricorrere ad un controllore. Si progetteranno dei controllori in grado di rispettare determinati requisiti per tutti i sistemi appartenenti alla famiglia, tali cioè da rispettare gli stessi requisiti anche se applicati al sistema non lineare di partenza.

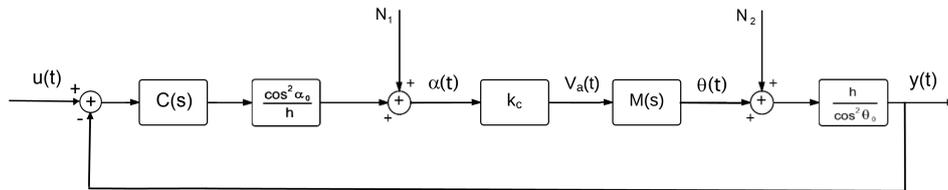


Figura: Schema a blocchi del sistema linearizzato con controllore

Come fatto in precedenza si ricava l'uscita totale sommando le uscite del sistema ottenute applicando gli ingressi uno alla volta.

Applicando solamente $u(t)$ si ha

$$Y(s) = \frac{C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} U(s) = \frac{C(s) G(s)}{1 + C(s) G(s)} U(s) = W(s) U(s)$$

dove $W(s) = \frac{C(s) G(s)}{1 + C(s) G(s)}$

Applicando N_1

$$Y(s) = \frac{k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} \frac{N_1}{s} = W(s) \frac{N_1}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}}$$

3 Progettazione del controllore

Applicando N_2

$$Y(s) = \frac{\frac{h}{\cos^2 \theta_0}}{1 + C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s) \frac{h}{\cos^2 \theta_0}} \frac{N_2}{s} = W(s) \frac{N_2}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)}$$

L'uscita totale è

$$Y(s) = W(s) \left(U(s) + \frac{N_1}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} + \frac{N_2}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)} \right)$$

da cui si nota che l'uscita è equivalente a quella di un sistema caratterizzato dalla funzione di trasferimento $W(s)$ e a cui viene imposto l'ingresso $U(s) + \frac{N_1}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h}} + \frac{N_2}{s C(s) \frac{\cos^2 \alpha_0}{h} k_c M(s)}$.

Si nota anche che sia N_1 che N_2 sono divise per $C(s)$ quindi se il modulo di $C(s)$ è abbastanza grande in particolare nella banda di frequenze in cui sono concentrati i segnali, cioè le basse frequenze, allora il contributo di questi ultimi diventa trascurabile. Sotto questa ipotesi tutti i sistemi linearizzati della famiglia si semplificano come

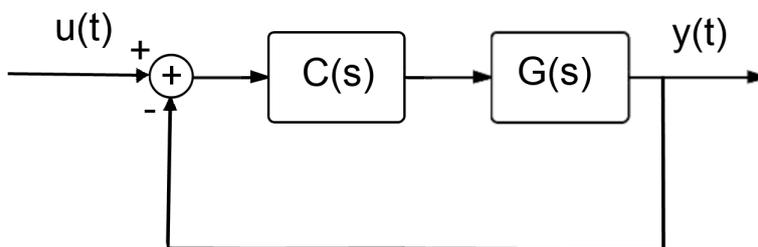


Figura: Schema a blocchi semplificato del sistema linearizzato

caratterizzati dalla formula

$$Y(s) = \frac{C(s) G(s)}{1 + C(s) G(s)} U(s) = W(s) U(s)$$

e sostituendo i valori dei parametri

$$G(s) = \frac{0.413 K}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}$$

3 Progettazione del controllore

dove come precedentemente detto $K > 0$. Poiché risulta però impossibile progettare un controllore che rispetti determinate specifiche per tutti i possibili valori di K non negativi si restringerà la scelta di $\cos \alpha_0$ e $\cos \theta_0$ in modo che $\frac{1}{3} \leq \cos \alpha_0 \leq 1$ e $\frac{1}{3} \leq \cos \theta_0 \leq 1$. Questa sottofamiglia di sistemi descrive bene il sistema non lineare solo se l'oggetto da seguire si muove ad una altezza minima di $h_{min} = d_{max} \cos \alpha_0 = 5000 \text{ m}$. Con questa ulteriore ipotesi si può infine limitare l'intervallo dei valori di $K = \frac{\cos^2 \alpha_0}{\cos^2 \theta_0}$ come $K_{min} = \frac{1}{9} < K < 9 = K_{max}$. Si nota che i sistemi con K grande approssimano il sistema non lineare ad esempio quando l'angolo α è prossimo a 0 mentre l'angolo θ è sufficientemente grande. Una situazione in cui il radar si trova molto lontano dall'oggetto nonostante l'oggetto stesso sia stato individuato da un tempo relativamente grande. Evento quindi che non si verifica mai se il controllore è ben progettato e quindi il radar insegue precisamente la posizione dell'oggetto. Invece i sistemi con K piccolo approssimano bene il sistema lineare ad esempio quando θ è prossimo a 0 e α è sufficientemente grande. Contrariamente a prima questa situazione si verifica sempre negli istanti iniziali in cui l'asse del radar è parallelo all'origine, quindi forma con essa un angolo nullo, mentre l'oggetto, essendo appena stato rivelato, forma con la verticale il massimo angolo possibile tanto maggiore quanto minore è la sua altezza h . Con questa osservazione si precisa il fatto che sarà importante nella progettazione dei controllori che essi rispettino perfettamente le specifiche se applicati a sistemi caratterizzati da K minore o uguale a 1 mentre il fatto che non le rispettino esattamente per sistemi caratterizzati da K grande non inciderà sul comportamento del sistema non lineare. Quanto detto non significa che per oggetti che si muovano a una altezza inferiore di h_{min} il controllore non funzioni, ma che semplicemente le prestazioni in quel caso saranno peggiori.

Si definiscono inoltre

$$G_{min}(s) = \frac{0.413 K_{min}}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)} = \frac{0.0459}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}$$
$$G_{max}(s) = \frac{0.413 K_{max}}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)} = \frac{3.717}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}$$

3.2 Specifiche di controllo

Lo scopo iniziale di progettare un meccanismo che permetta al radar di seguire un oggetto volante si traduce in precise specifiche da rispettare nella progettazione del controllore.

Inizialmente il radar, una volta individuato l'oggetto, si sposta dalla iniziale posizione verticale fino alla direzione dell'oggetto. Questo deve avvenire nel minor tempo possibile. Si devono quindi minimizzare il tempo di salita t_r , il tempo di assestamento t_s e la sovraelongazione s . Traducendo in requisiti per la funzione di trasferimento $G(s)C(s)$ si ha

3 Progettazione del controllore

- pulsazione di attraversamento ω_a abbastanza grande in quanto essa è quasi uguale alla banda passante e quindi inversamente proporzionale al tempo di salita. Idealmente sembrerebbe corretto porre questo parametro al valore più alto possibile ma tempi di salita troppo bassi causerebbero fenomeni di saturazione all'interno del sistema che si cercherà di evitare.
- margine di fase m_φ maggiore di 45 gradi e auspicabilmente intorno ai 90 gradi per limitare al massimo le componenti oscillatorie e quindi ridurre il tempo di assestamento e la sovraelongazione.

Riguardo le caratteristiche a regime, il fatto che la direzione del radar debba essere uguale a quella dell'oggetto si traduce in un sistema che risponda con un'uscita a regime uguale al segnale di ingresso. La funzione di trasferimento $G(s)C(s)$ quindi dovrà

- essere almeno di tipo 2 cioè in grado di seguire con errore a regime nullo almeno un oggetto in moto rettilineo uniforme cioè un ingresso composto dalla somma di rampa e gradino
- avere costante di Bode abbastanza grande per diminuire l'errore a regime alla rampa parabolica e diminuire il tempo di salita, come precedentemente un valore troppo alto creerebbe però fenomeni di saturazione che si cercherà di evitare

Inoltre, nel caso che si sta studiando, per poter ridurre il sistema a quello in figura sarà necessario rendere trascurabile la componente dell'uscita dovuta agli ingressi costanti e quindi

- il controllore $C(s)$ dovrà avere un modulo più alto possibile almeno per le basse frequenze, questo inoltre permette di diminuire la sensibilità del sistema ai disturbi esterni costanti

Si nota infine che tutte le specifiche fin qui esposte per poter valere anche nel sistema non lineare di partenza devono essere valide per tutti i sistemi linearizzati della famiglia. Da qui in poi si considererà sempre di avere ingressi con $d_{max} > h > h_{min}$ e quindi ci si concentrerà solo su $K_{min} = \frac{1}{9} < K < 9 = K_{max}$ con particolare attenzione ai valori minori o uguali a 1 per quanto detto sopra.

Per la progettazione dei controllori si userà la tecnica di sintesi per tentativi basata sull'utilizzo dei diagrammi di Bode per rappresentare la risposta in frequenza.

Riassumendo i requisiti che si desidera che il controllore e l'uscita soddisfino per ingressi con $h_{min} < h < d_{max}$ sono:

1. Sistemi linearizzati stabili almeno per i valori di K scelti
2. Considerando il tempo di assestamento al 2%, $t_s < 7 s$ per ogni h nell'intervallo, questo è il parametro veramente importante in quanto determina il tempo trascorso il quale il radar insegue perfettamente l'oggetto. Il motivo per cui viene scelta questa percentuale non standard è legato alla visualizzazione grafica delle risposte. Infatti scegliendo il classico 1% non sarebbero ben identificabili dai grafici i tempi di assestamento e di salita in quanto le rette identificanti le soglie entro cui dovrebbe trovarsi il segnale di uscita sarebbero indistinguibili dal valore del gradino

3 Progettazione del controllore

di ingresso. Nel modo proposto invece è possibile verificare direttamente nei grafici proposti i valori di t_s e t_r forniti da MATLAB e questo garantisce maggiore chiarezza nella trattazione. Come si noterà in seguito i tempi di assestamento all'1% sarebbero comunque di poco superiori a quelli considerati al 2% e in ogni caso finiti.

3. Considerando il tempo di salita al 2%, $t_r < 7 s$ in quanto non è molto importante per i nostri scopi che il sistema raggiunga rapidamente il valore dell'ingresso, è invece importante il tempo impiegato per "assestarsi" attorno a quel valore. La motivazione della scelta della percentuale del 2% è la stessa indicata al punto precedente
4. Sovraelongazione massima $s < 100\%$, anche questo limite è molto blando in quanto non è molto rilevante ai nostri fini la presenza di sovraelongazioni, è tuttavia importante che la componente oscillatoria si estingua nel minor tempo possibile. Il problema in questione è un problema di inseguimento quindi si è interessati esclusivamente al comportamento a regime. Valori anche molto alti di sovraelongazione non portano alla rottura del sistema in quanto l'antenna è progettata per ruotare di 180 gradi e quindi il segnale $x_r(t)$ può assumere tutti i valori tra $-\infty$ e $+\infty$ senza creare problemi alla struttura
5. Evitare fenomeni di saturazione in quanto questi potrebbero sia causare la rottura del dispositivo, sia causare ulteriori fenomeni non lineari che diventerebbero imprevedibili almeno usando i modelli descritti finora. Si vorrà quindi che la tensione di ingresso nel motore nel sistema non lineare, cioè il segnale di ingresso nel blocco $M(s)$, sia compresa tra $-V_{max}$ e V_{max} . Nel sistema non lineare in esame questa condizione è però automaticamente verificata in quanto il segnale di ingresso al motore è quello in uscita dal blocco contenente l'arcotangente e moltiplicato per $k_c = 50$ e quindi è compreso tra $-50 \frac{\pi}{2}$ e $+50 \frac{\pi}{2}$
6. Errore a regime nullo per ingressi composti dalla somma di rampa lineare e gradino o rampa parabolica e gradino a seconda degli scopi
7. Guadagno di Bode di tutti i sistemi linearizzati con controllore della sottofamiglia superiore a 10 per avere numerosi vantaggi tra cui la diminuzione della sensibilità alla variazione di parametri e la diminuzione dell'errore a regime
8. Modulo di $C(s)$ molto alto almeno per basse frequenze in modo da attenuare gli ingressi costanti dei sistemi linearizzati
9. Sistema poco sensibile ai disturbi esterni almeno per basse frequenze. Si nota che quest'ultimo requisito è equivalente al precedente in quanto gli ingressi costanti dei sistemi linearizzati possono essere visti come disturbi esterni.

Si riportano in seguito i diagrammi di Bode di $G(s)_{min}$ e $G(s)_{max}$ indispensabili per la sintesi dei controllori.

3 Progettazione del controllore

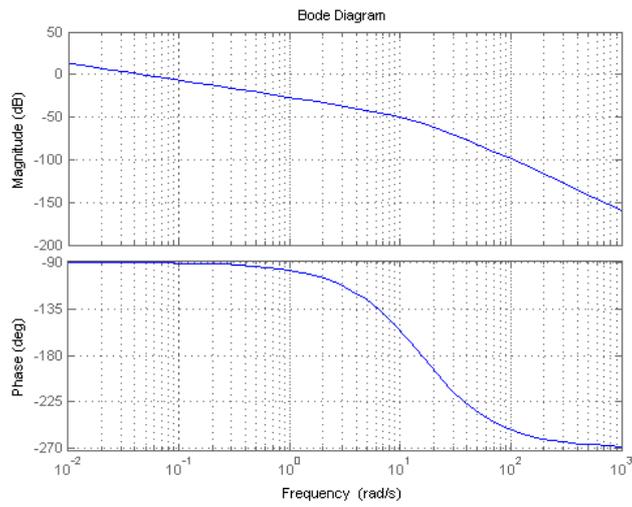


Figura: Diagramma di Bode di $G(s)_{min}$

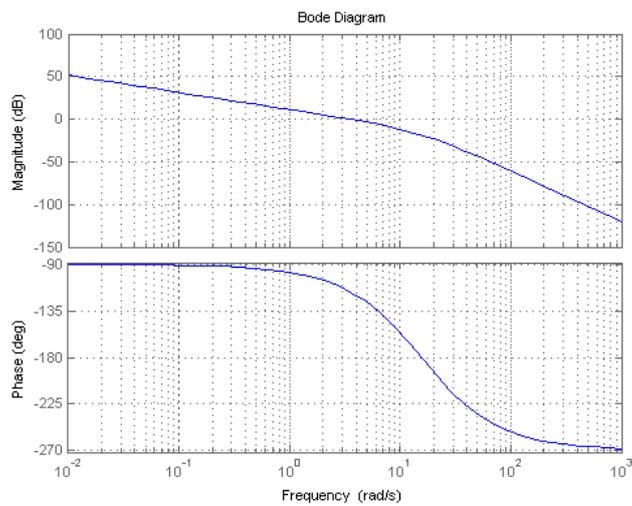


Figura: Diagramma di Bode di $G(s)_{max}$

Le simulazioni dell'uscita della famiglia di sistemi linearizzati e del sistema non lineare verranno eseguite mediante il pacchetto SIMULINK.

3.3 Controllore 1 (moto rettilineo uniforme)

Si cercherà di progettare un controllore in grado di seguire con errore a regime nullo la rampa lineare quindi capace di permettere al radar di seguire esattamente oggetti che si muovano in moto rettilineo uniforme.

Per possedere le proprietà sopra descritte un sistema deve innanzitutto essere di tipo 2 e quindi deve avere una funzione di trasferimento in cui compare un polo nell'origine con molteplicità 2. Poiché in $G(s)$ è già presente un polo di molteplicità 1 se ne deduce che, scomponendo il controllore finale nella forma $C(s) = C_a(s) C_b(s)$, $C_a(s) = \frac{1}{s}$. I diagrammi di Bode di $C_a(s) G_{min}(s)$ e $C_a(s) G_{max}(s)$ sono

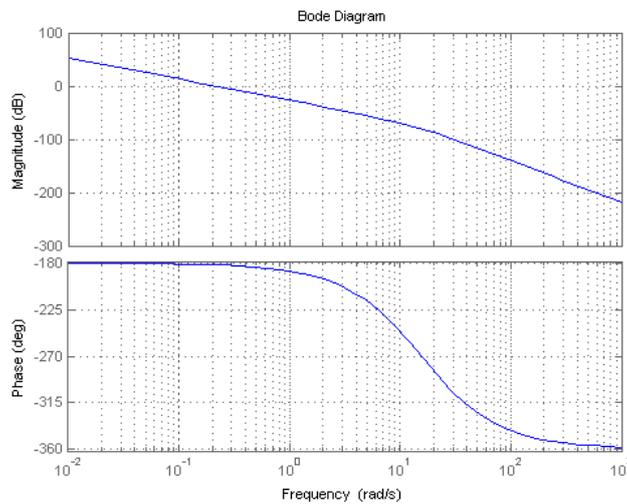


Figura: Diagramma di Bode di $C_a(s) G_{min}(s)$

3 Progettazione del controllore

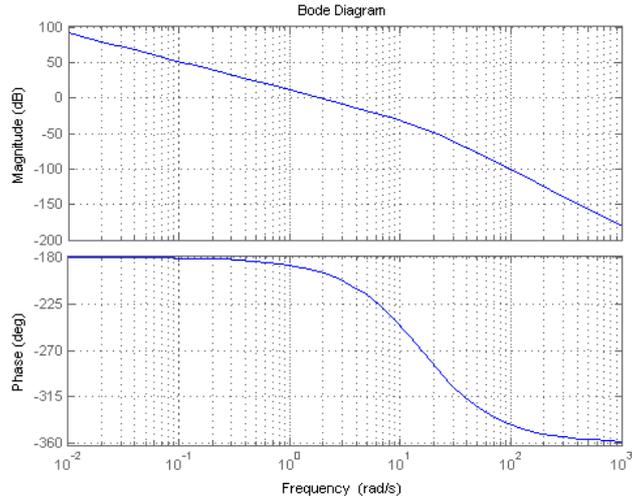


Figura: Diagramma di Bode di $C_a(s)G_{max}(s)$

Volendo limitarsi al controllore più semplice quindi avente un solo zero oltre al polo già posto nell'origine ci si trova di fronte a dei vincoli. La fase infatti non è mai superiore a -180 gradi e in particolare è esattamente -180 gradi fino alla frequenza di circa 1 rad/sec . Per avere la minore elongazione possibile e il minor tempo di assestamento si desidera avere il margine di fase più vicino possibile a 90 gradi almeno per $\frac{1}{9} < K \leq 1$. Per queste ragioni lo zero andrà posto necessariamente almeno due decadi prima di 1 rad/sec in modo da permettere alla fase di salire, di raggiungere valori vicini a -90 gradi e di mantenerli per una decade prima di scendere a causa dei due poli. La pulsazione di attraversamento, variabile a seconda del valore di K , si troverà invece tra la posizione dello zero e 1 rad/sec . Con un controllore di questa complessità si è quindi costretti ad avere una pulsazione di attraversamento inferiore a 1 rad/sec e quindi un tempo di salita abbastanza alto. Fissati questi vincoli resta un grado di libertà dato dalla scelta della posizione dello zero da cui deriva automaticamente il valore del guadagno di Bode. Per tentativi si nota che il modo migliore in cui fissare tali valori è $C_b(s) = 0.02 (1 + 100 s)$ quindi

$$C(s) = \frac{0.02 (1 + 100 s)}{s}$$

Si disegnano i diagrammi di Bode di $C(s)G_{min}(s)$, $C(s)G(s)$ e $C(s)G_{max}(s)$.

3 Progettazione del controllore

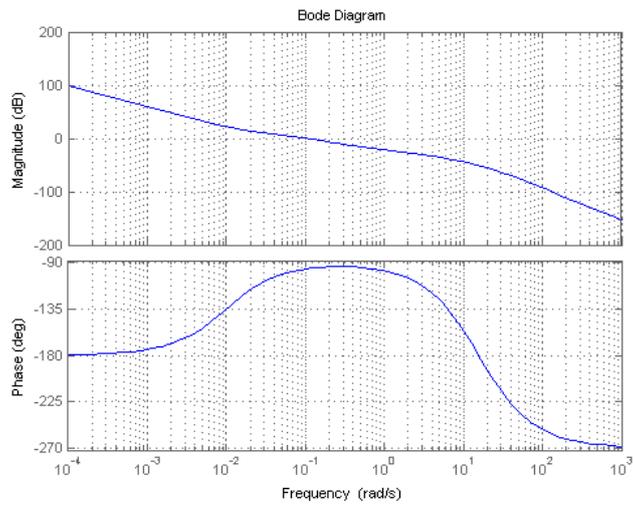


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{min}(s)$

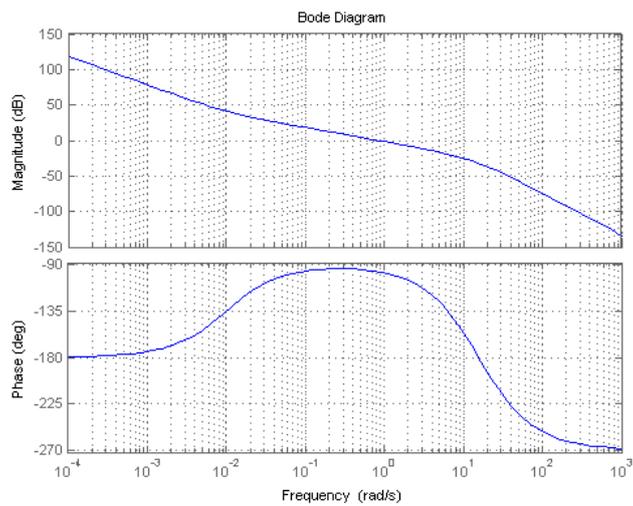


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G(s)$

3 Progettazione del controllore

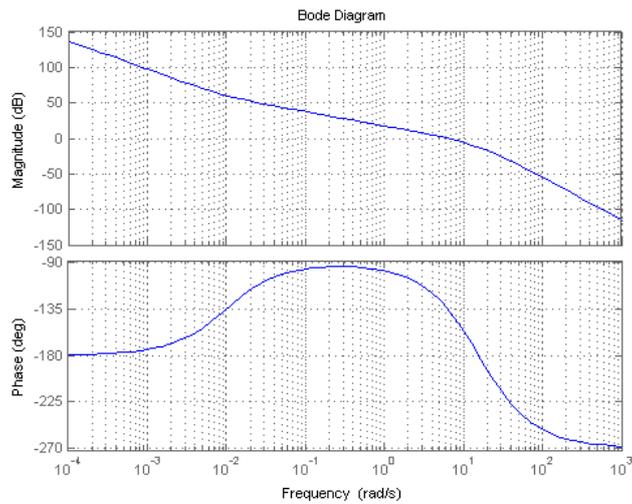


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{max}(s)$

Il margine di fase è $m_\varphi \simeq 90^\circ$ per le $G(s)$ che corrispondono a $\frac{1}{9} < K \leq 1$ mentre scende a $m_\varphi \simeq 45^\circ$ per $K = 9$ ma come si è già detto questo non influirà significativamente sulle prestazioni del sistema non lineare.

Si valuta ora, tracciando il diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$, la stabilità dei sistemi linearizzati considerati da cui si può ipotizzare la stabilità del sistema non linearizzato almeno nelle condizioni precedentemente descritte.

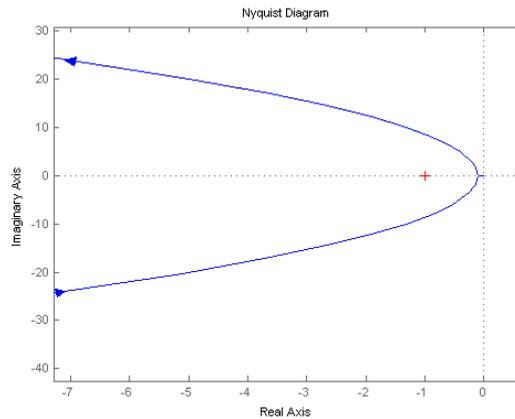


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$

3 Progettazione del controllore

Piuttosto che tracciare tutti i diagrammi al variare di K risulta più comodo spostare il punto -1 da $\frac{-1}{9}$ a $\frac{-1}{\frac{1}{9}} = -9$ e in ogni caso il diagramma non effettua nessun giro attorno al punto considerando anche le due semicirconferenze che chiudono il grafico ruotando in verso orario. Per il teorema di Nyquist questi sistemi linearizzati sono stabili.

Tralasciando i termini moltiplicativi dipendenti dalla scelta di α_0 e θ_0 le funzioni $\frac{1}{C(s)}$ e $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$ per cui vengono moltiplicate le costanti N_1 e N_2 hanno come diagrammi di Bode

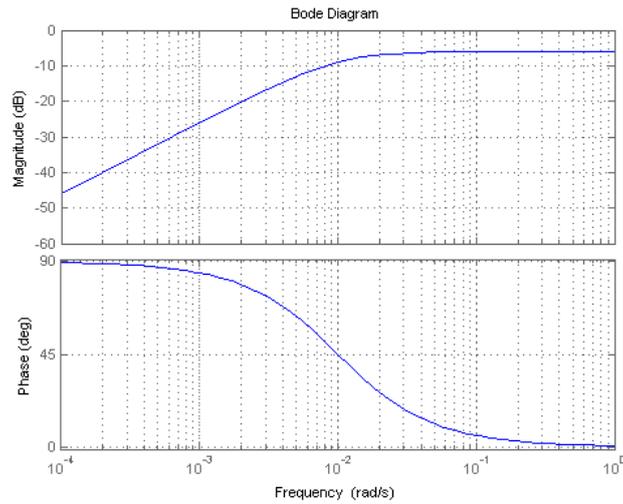


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)}$

3 Progettazione del controllore

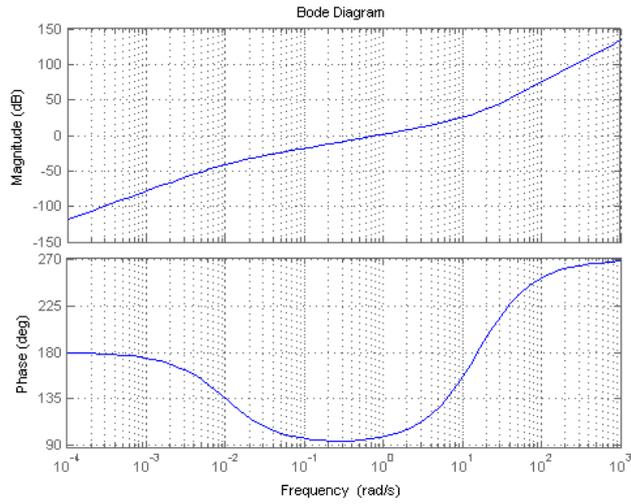


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$

Per frequenze basse il modulo tende a 0 in entrambi i grafici. Questo rende ininfluenti i contributi degli ingressi costanti N_1 e N_2 e permette che questo controllore progettato per i sistemi linearizzati rispetti requisiti simili anche per il sistema non lineare. Per verificare quest'ultimo essenziale aspetto verranno effettuate delle simulazioni mediante il pacchetto Simulink grazie al quale si è costruito il seguente modello del sistema non lineare retroazionato

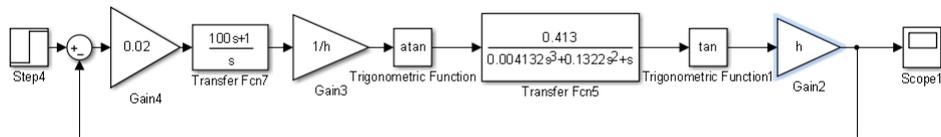


Figura: Modello Simulink del sistema non lineare retroazionato con controllore

Si analizzano le risposte al gradino ai segnali $u_1(t) = 5385 \delta_{-1}(t)$ (relativo ad $h = \sqrt{d_{max}^2 - u(0)_1^2} = 14000$), $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$), $u_3(t) = 14142 \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

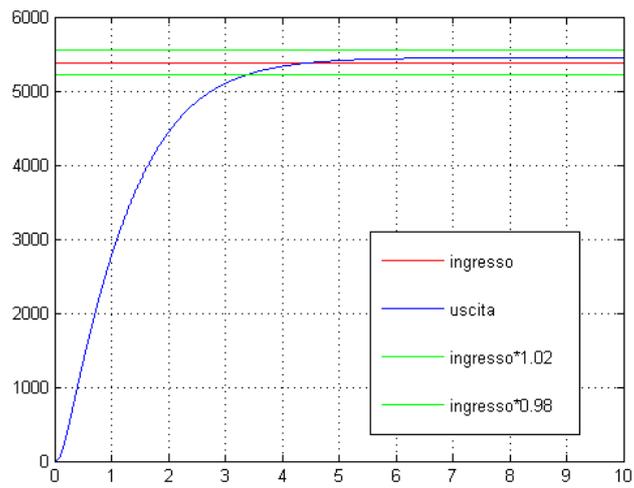


Figura: Risposta all'ingresso $u_1(t) = 5385 \delta_{-1}(t)$

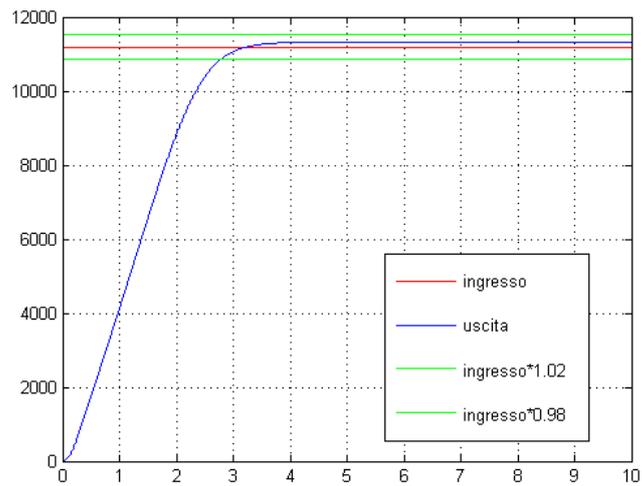


Figura: Risposta all'ingresso $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

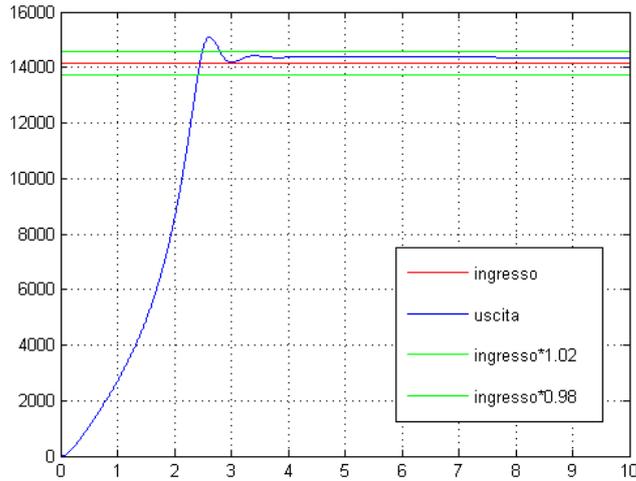


Figura: Risposta all'ingresso $u_3(t) = 14142 \delta_{-1}(t)$

All'aumentare dell'altezza dell'oggetto aumenta sia il tempo di salita del sistema sia il tempo di assestamento nonostante la lieve sovraelongazione presente per h prossimo a h_{min} . Se si considerassero segnali relativi ad altezze minori diminuirebbe il tempo di salita però aumenterebbe il tempo di estinzione della componente oscillatoria e di conseguenza aumenterebbe anche il tempo di assestamento ben oltre i requisiti minimi.

Il problema principale è la presenza di un inaspettato errore a regime difficilmente coglibile dai grafici di circa 0.8%. Esso è probabilmente dovuto al fatto che le componenti costanti dei sistemi linearizzati non vengono completamente eliminate dal controllore nonostante il modulo elevato per basse frequenze.

Si valuta inoltre la risposta del sistema a un segnale con un significato fisico. Esso è composto dalla somma di un gradino che indica la distanza dalla verticale a cui viene rilevato un oggetto e da una rampa la cui inclinazione è uguale alla velocità costante dell'oggetto che si muove verso l'origine. Come velocità si sceglie $-250 \text{ m/s} = 900 \text{ km/h}$ che è la velocità di crociera tipica degli aerei di linea. Gli ingressi saranno $u_4(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$) e $u_5(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

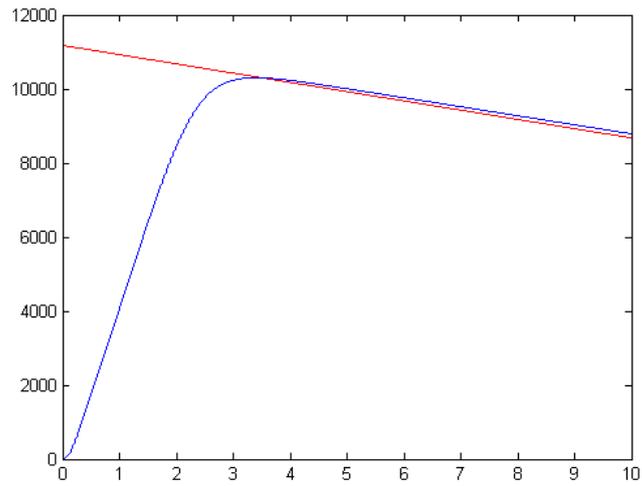


Figura: Risposta all'ingresso $u_4(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

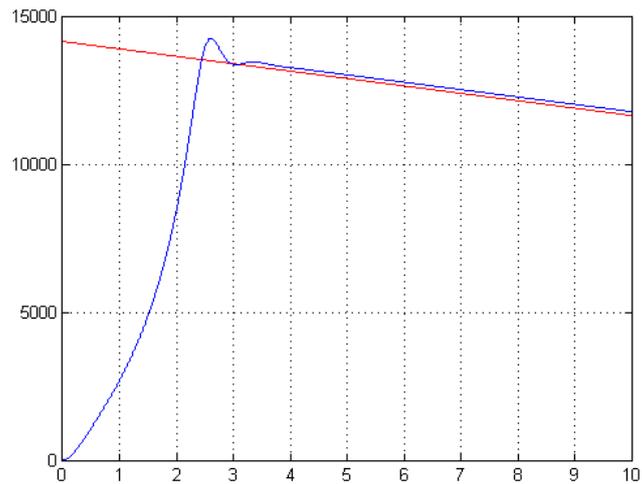


Figura: Risposta all'ingresso $u_5(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

Come previsto l'errore costante a regime nella risposta a gradino si riflette in un errore a regime nella risposta alla rampa lineare apparentemente costante di circa 0.8%. Il fatto che tale errore a regime non diventi infinito nella risposta alla rampa supporta l'ipotesi che esso sia dovuto non a problemi non considerati nel processo di linearizzazione ma alla non eliminazione totale degli ingressi costanti nei sistemi linearizzati. Risulta superfluo

3 Progettazione del controllore

in questo caso valutare la sensibilità del sistema ai disturbi esterni in quanto anche senza disturbi l'errore a regime non è nullo.

Infine da ulteriori simulazioni si verifica che la tensione in ingresso al motore elettrico si mantiene sempre nell'intervallo consentito e non vi sono fenomeni di saturazione. Ad esempio per $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ e $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ si ha

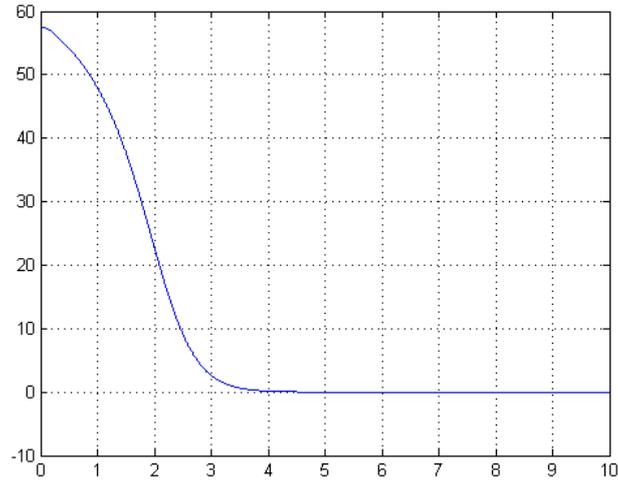


Figura: Grafico di $v_a(t)$ in corrispondenza all'ingresso $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

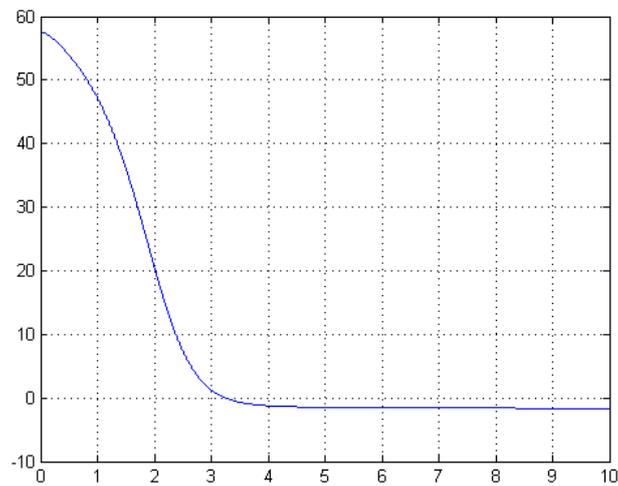


Figura: Grafico di $v_a(t)$ in corrispondenza all'ingresso $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

Riassumendo infine i parametri ottenuti con questo controllore in relazione ai requisiti sono:

1. I sistemi linearizzati sono stabili per i valori di K considerati.
2. Il tempo di assestamento al 2% è $2.8 \leq t_s \leq 3.5$ quindi rispetta ampiamente le specifiche nell'intervallo di valori di h considerati
3. Il tempo di salita al 2% è $2.4 \leq t_r \leq 3.5$ quindi rispetta le specifiche
4. La sovraelongazione massima si ha per valori di h prossimi a h_{min} e si ha $s < 6.8\%$ quindi rispetta le specifiche
5. Non vi sono fenomeni di saturazione che potrebbero danneggiare il sistema
6. L'errore a regime non è nullo ma in particolare per la rampa è circa dello 0.8%
7. Il guadagno di Bode dei sistemi linearizzati è $k_b = 0.02 \cdot K \cdot 0.413$ da cui $9.17 \cdot 10^{-4} < k_b < 7.43 \cdot 10^{-2}$ quindi è molto inferiore a quanto richiesto. Il sistema perciò è molto sensibile alle variazioni parametriche.
8. Grazie all'integratore il modulo di $C(s)$ è molto alto per basse frequenze ma questo non sembra essere abbastanza per eliminare totalmente gli ingressi costanti che influiscono sull'uscita.
9. Il sistema è sensibile ai disturbi e tuttavia l'errore a regime non è nullo nemmeno in assenza di tali disturbi.

Nonostante siano rispettate le specifiche relative al tempo di assestamento e di saturazione, questo controllore non permette di raggiungere lo scopo iniziale a causa di un errore a regime non nullo. Per risolvere tutti i problemi evidenziati sembra indispensabile diminuire l'influenza delle componenti costanti dei sistemi linearizzati quindi aumentare ulteriormente il modulo di $C(s)$ per le basse frequenze sia aumentando la k_b del sistema, sia aggiungendo un ulteriore integratore.

3.4 Controllore 2 (moto uniformemente accelerato)

Per migliorare le prestazioni del precedente controllore si procede innanzitutto aggiungendo un integratore. Questo fa diventare i sistemi linearizzati controllati, e auspicabilmente anche quello non lineare, di tipo 3 cioè in grado di inseguire una rampa parabolica con errore a regime nullo. Il controllore sarà composto come $C(s) = C_a(s) C_b(s)$ dove per quanto detto $C_a(s) = \frac{1}{s^2}$. Vengono riportati i diagrammi di Bode di $C_a(s) G_{min}(s)$ e $C_a(s) G_{max}(s)$:

3 Progettazione del controllore

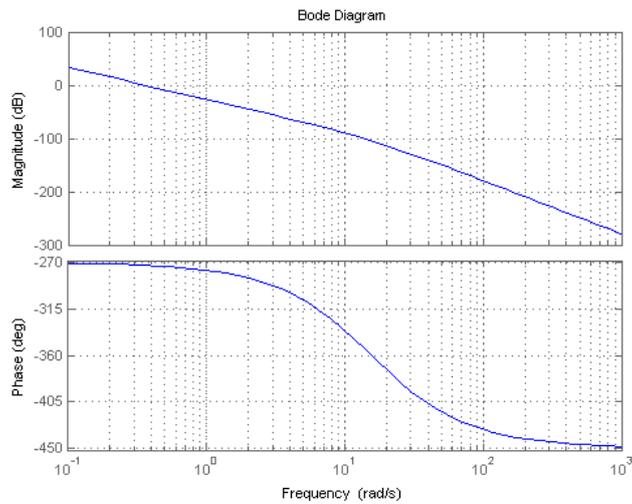


Figura: Diagramma di Bode di $C_a(s)G_{min}(s)$

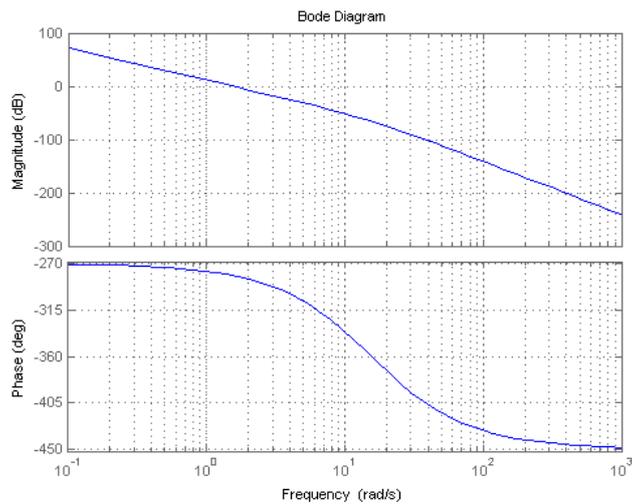


Figura: Diagramma di Bode di $C_a(s)G_{max}(s)$

Come nel caso precedente volendo limitarsi a costruire il controllore più semplice possibile si potranno posizionare esattamente 2 zeri in quanto il denominatore ha grado 2 e non sono realizzabili filtri con funzione di trasferimento impropria. La fase è inizialmente di -270 gradi e scende in corrispondenza ai due poli della funzione di trasferimento. Poiché si cerca di ottenere un margine di fase maggiore di 45 gradi almeno per i sistemi

3 Progettazione del controllore

linearizzati corrispondenti ai valori di K compresi tra $\frac{1}{9}$ e 1, gli zeri possono essere posti solo nella zona in cui la fase è ancora di -270 gradi. Porli a frequenze più alte renderebbe impossibile soddisfare il requisito sul margine di fase. Più precisamente gli zeri devono essere posti almeno una decade prima delle frequenze a cui si trovano i poli di $C_a(s)G_{max}(s)$ per non risentire dell'azione dell'abbassamento di fase. Poiché inoltre si deve creare un intervallo di frequenze abbastanza grande in cui il margine di fase sia intorno ai 90 gradi in modo che tutti i sistemi linearizzati della famiglia abbiano un margine buono, è indispensabile porre gli zeri a una frequenza inferiore di 2 decadi rispetto a quella a cui sono posti i poli. In conclusione i due zeri possono essere posizionati solo prima della frequenza 0.1 rad/sec per ottenere gli scopi desiderati. Le pulsazioni di attraversamento saranno concentrate tra 0.1 rad/s e 10 rad/s e quindi più gli zeri si troveranno a basse frequenze più sarà necessario porre un guadagno basso per non far variare tali pulsazioni di attraversamento. In ogni caso non volendo ricorrere a controllori più complessi è necessario avere guadagni generalmente inferiori all'unità e pulsazioni di attraversamento inferiori a 10 rad/sec .

Valutando diversi controllori che rispettino le caratteristiche descritte è evidente che, diversamente da quanto ipotizzato, l'errore a regime della risposta non è legato solo al guadagno del controllore ma varia inaspettatamente anche a seconda del posizionamento degli zeri. Per tentativi si nota che, avendo come obiettivo principale l'annullamento dell'errore a regime, la scelta migliore è $C_b(s) = 0.01 (1 + 20s)^2$ quindi

$$C(s) = \frac{0.01 (1 + 20s)^2}{s^2}$$

Si disegnano i diagrammi di Bode di $C(s)G_{min}(s)$, $C(s)G(s)$ e $C(s)G_{max}(s)$

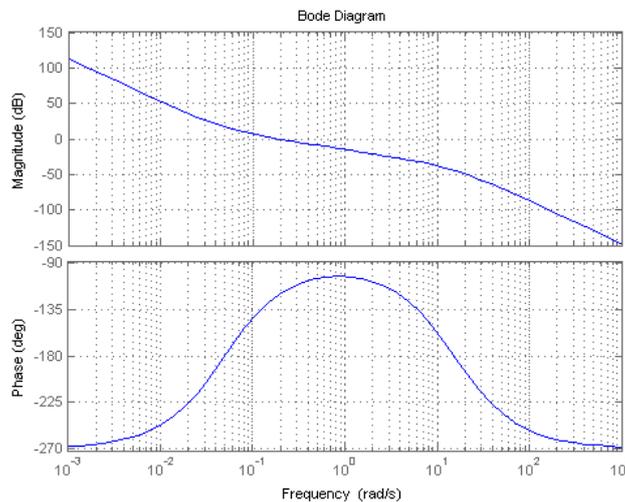


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{min}(s)$

3 Progettazione del controllore

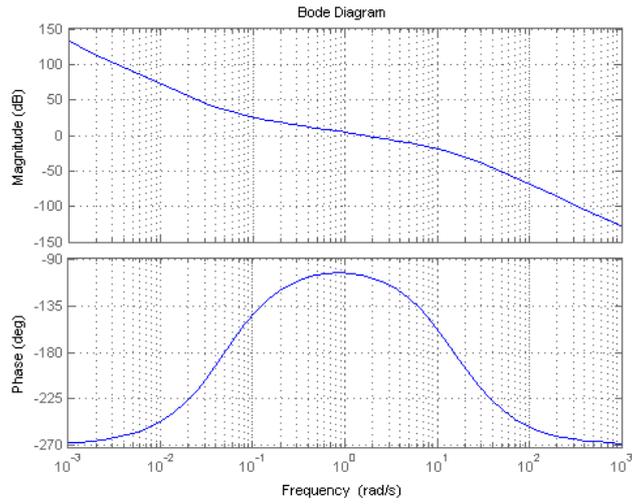


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G(s)$

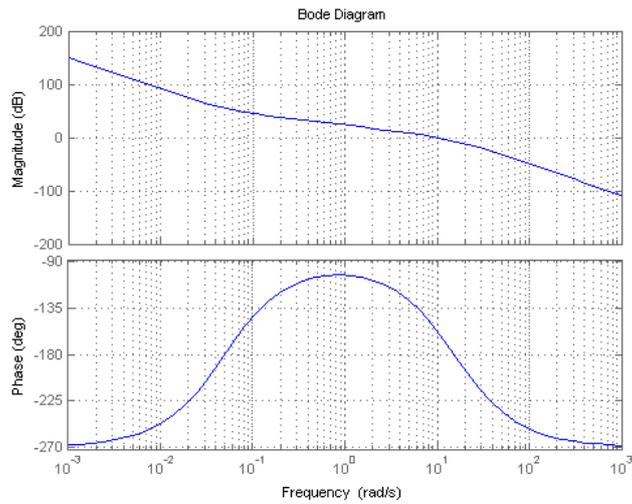


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{max}(s)$

Per i sistemi linearizzati caratterizzati da $\frac{1}{9} < K \leq 1$ il margine di fase è $m_\varphi \simeq 80^\circ$ e in ogni caso superiore a 45 gradi, esso scende invece a $m_\varphi \simeq 25^\circ$ per $K = 9$ ma questo è di scarsa importanza in quanto riguarda situazioni rare che nel caso il controllore funzioni bene non si verificano.

3 Progettazione del controllore

Per valutare l'attenuazione delle componenti costanti nei modelli linearizzati si graficano, tralasciando i termini moltiplicativi dipendenti dalla scelta di α_0 e θ_0 , le funzioni di trasferimento $\frac{1}{C(s)}$ e $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$ che trasformano gli ingressi costanti N_1 e N_2

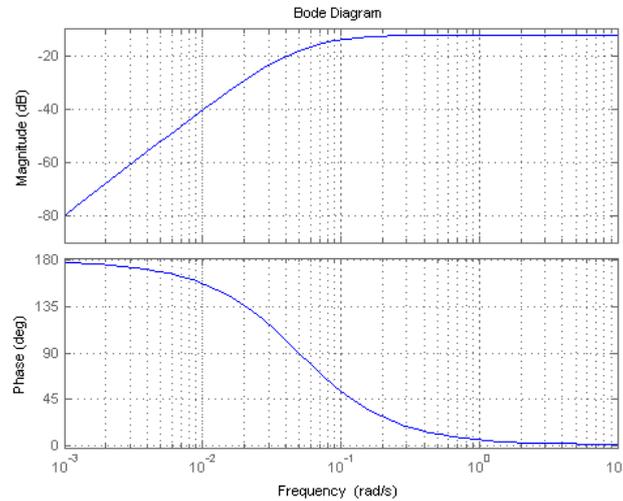


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)}$

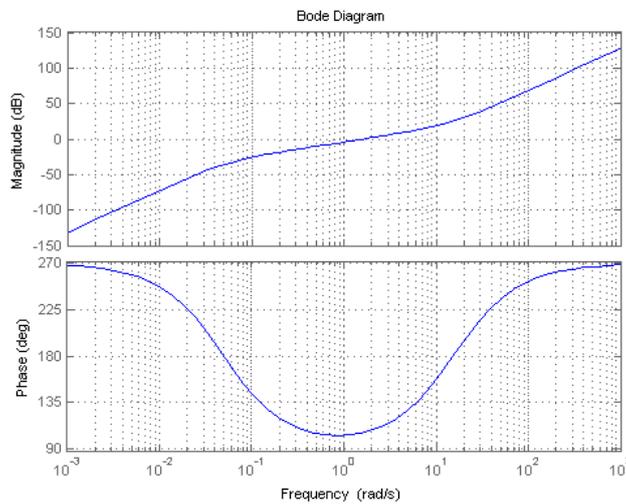


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$

La sola aggiunta di un ulteriore integratore al controllore permette un'ulteriore attenuazione di N_1 e N_2 rispetto al caso precedente. Infatti per basse frequenze il modulo scende

3 Progettazione del controllore

in entrambi i diagrammi di Bode con pendenza di 60 dB/dec . Questa modifica basta per rendere nullo l'errore a regime anche nel sistema non lineare come avviene nei sistemi linearizzati che si sono utilizzati per l'analisi.

Si valuta ora, tracciando il diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$, la stabilità dei sistemi linearizzati considerati da cui si può ipotizzare la stabilità del sistema non lineare almeno nelle condizioni precedentemente descritte

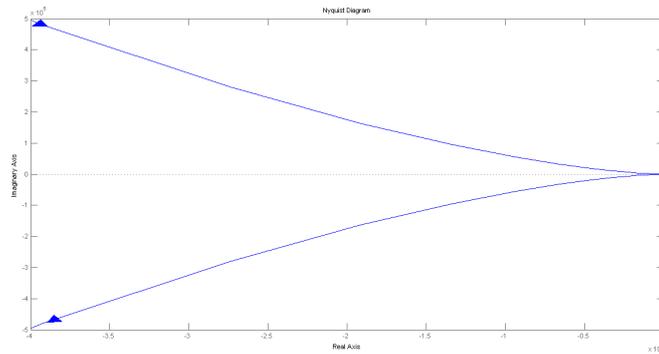


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$

Ingrandendo nelle vicinanze del punto -1

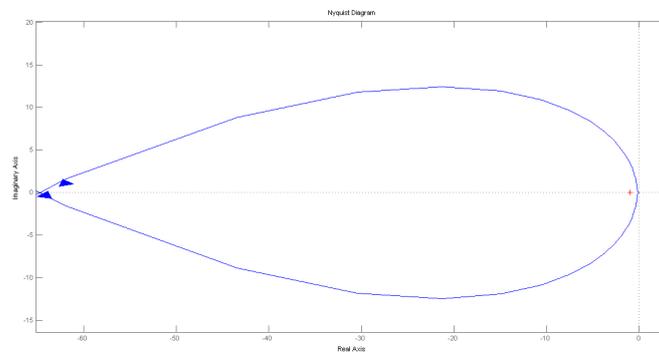


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$ nell'intorno di -1

Il diagramma di Nyquist sembra ruotare intorno al punto -1 dal disegno, ma non è così e per capirlo basta valutare un grafico più qualitativo delle sole frequenze positive con indicati i punti di attraversamento degli assi

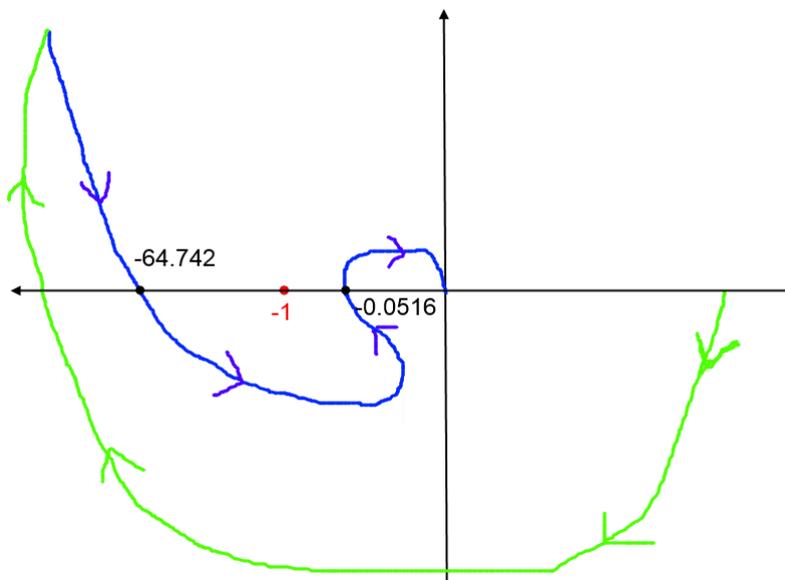


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$ qualitativo per le frequenze positive

dove in blu è rappresentato il diagramma di Nyquist relativo alle frequenze positive e in verde una e mezza delle tre semicirconferenze dovute alla presenza del triplo polo in 0 indispensabile per chiudere la curva e poter valutare i giri attorno a -1 . Il mezzo-grafico in figura non fa giri attorno al punto -1 e in particolare non fa giri attorno a nessuno dei punti compresi tra $-\frac{1}{9} \simeq -0.111$ e -9 . Di conseguenza nemmeno il grafico completo effettuerà giri attorno ai punti considerati e se ne può dedurre che i sistemi linearizzati caratterizzati da $\frac{1}{9} < K < 9$ a cui viene aggiunto questo controllore in retroazione sono stabili per il teorema di Nyquist. Si può ipotizzare per questo che anche il sistema non lineare in retroazione con questo controllore sia stabile almeno per gli ingressi considerati cioè con $h_{min} < h < d_{max}$.

Vengono in seguito graficate le risposte del sistema non lineare relative agli ingressi $u_1(t) = 5385\delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$), $u_2(t) = 11180\delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$), $u_3(t) = 14142\delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

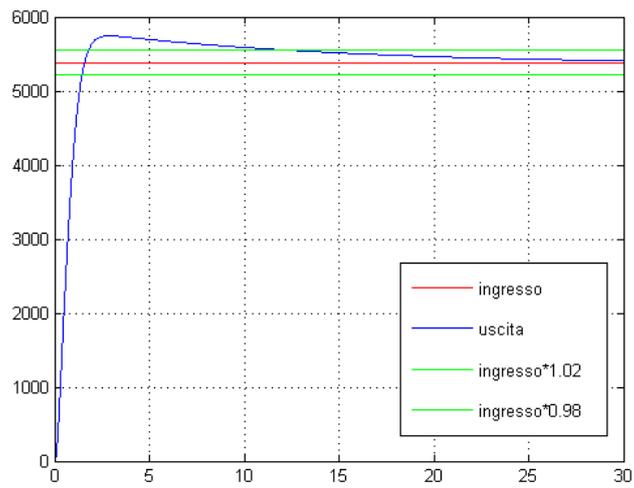


Figura: Risposta all'ingresso $u_1(t) = 5385 \delta_{-1}(t)$

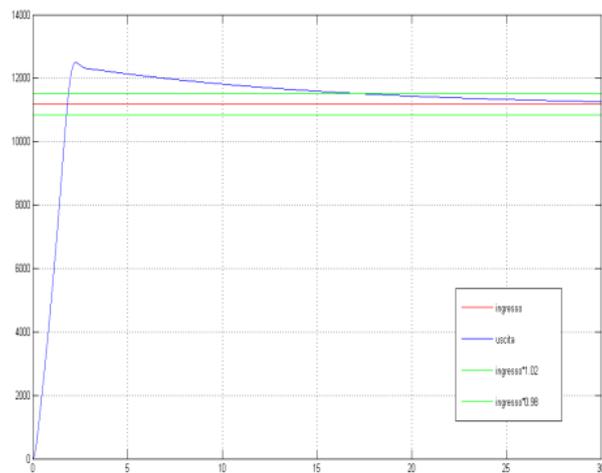


Figura: Risposta all'ingresso $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

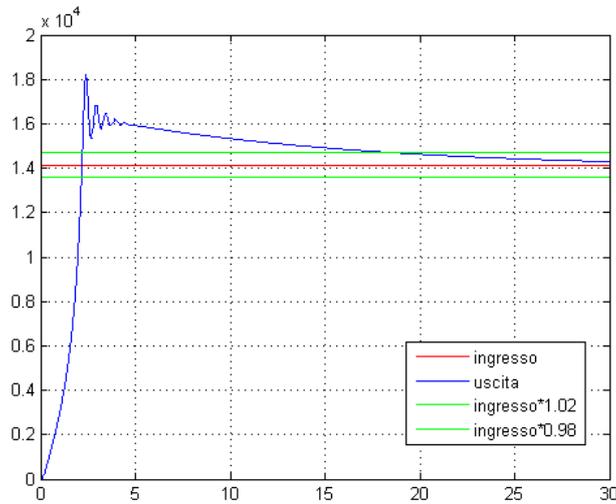


Figura: Risposta all'ingresso $u_3(t) = 14142 \delta_{-1}(t)$

I tempi di salita sono piccoli e dell'ordine di $3s$. Sono però nettamente peggiori sia i tempi di assestamento, che aumentano al diminuire dell'altezza fino a circa $17s$, sia la sovraelongazione che per h grande ha valori di circa 4% ma arriva a 25% per $h = h_{min} = 5000 m$. Per valori di h minori aumenterebbe sensibilmente sia la sovraelongazione sia il tempo di assestamento. I peggioramenti delle condizioni del transitorio sono accettati nell'ambito del miglioramento delle condizioni a regime permanente. L'errore a regime infatti è nullo per ogni h a differenza del caso precedente. Questo è il requisito fondamentale per il sistema che stiamo considerando e pur di rispettarlo si accettano anche i peggioramenti degli altri parametri. Come precedentemente spiegato è indispensabile sacrificare o il tempo di assestamento o l'errore a regime volendo limitarsi all'utilizzo di un controllore con numeratore e denominatore di grado 2.

Si valuta ora la risposta a segnali di ingresso composti dalla somma di rampa e gradino e corrispondenti al moto di comuni aerei di linea alla velocità di $250 m/s$ e a diverse altezze. Gli ingressi sono $u_4(t) = (5385 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$) $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$) e $u_6(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

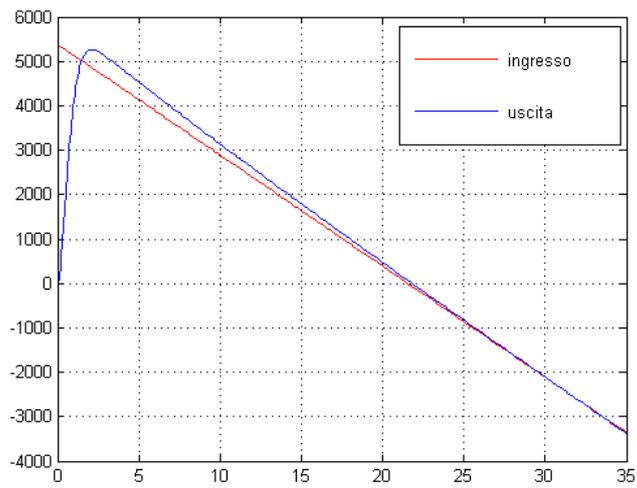


Figura: Risposta all'ingresso $u_4(t) = (5385 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

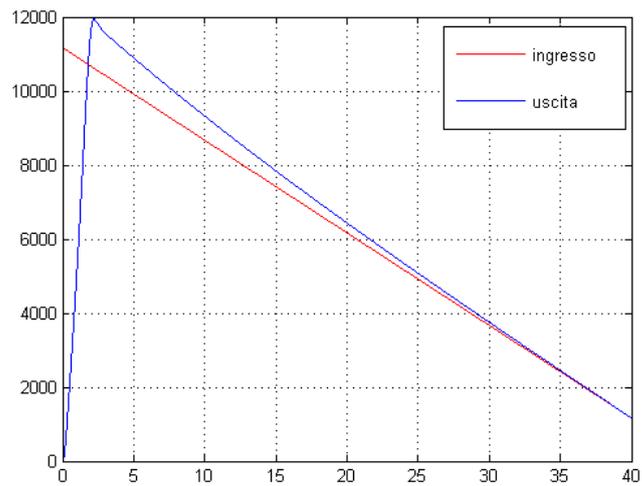


Figura: Risposta all'ingresso $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

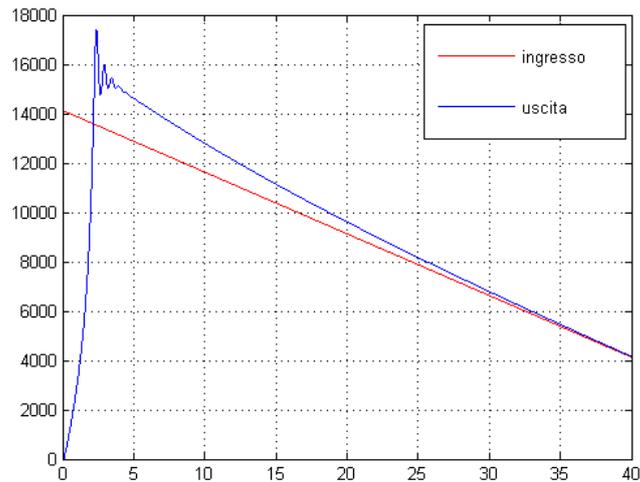


Figura: Risposta all'ingresso $u_6(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

Dopo un tempo abbastanza grande l'uscita segue perfettamente l'ingresso anche nel caso della rampa lineare. Per mezzo di questo controllore quindi il radar è in grado di seguire perfettamente a regime un oggetto che si muove in moto rettilineo uniforme a una certa altezza $h_{min} < h < d_{max}$.

Si valuta quindi il comportamento nel caso più generale cioè quello in cui l'oggetto volante ha velocità costante ma anche accelerazione non nulla. Viene presa in considerazione una accelerazione positiva, e quindi di verso opposto a quello della velocità, di modulo 10 m/s^2 . Gli ingressi sono $u_7(t) = (5385 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$) $u_8(t) = (11180 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$) e $u_9(t) = (14142 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

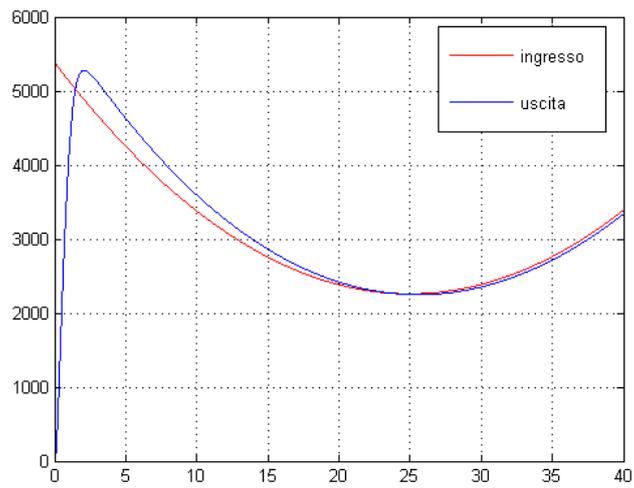


Figura: Risposta all'ingresso $u_7(t) = (5385 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$

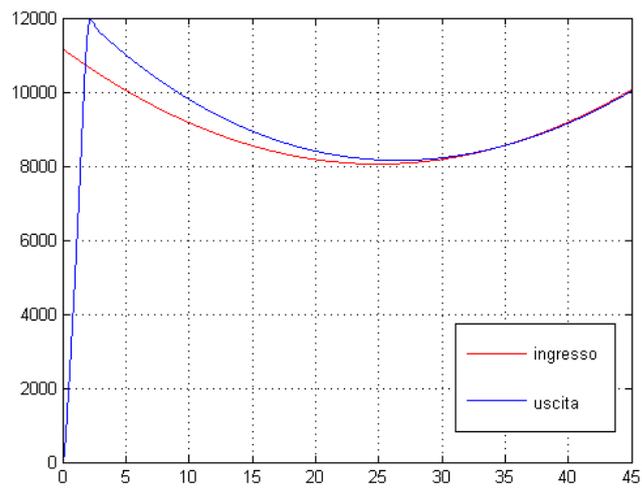


Figura: Risposta all'ingresso $u_8(t) = (11180 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

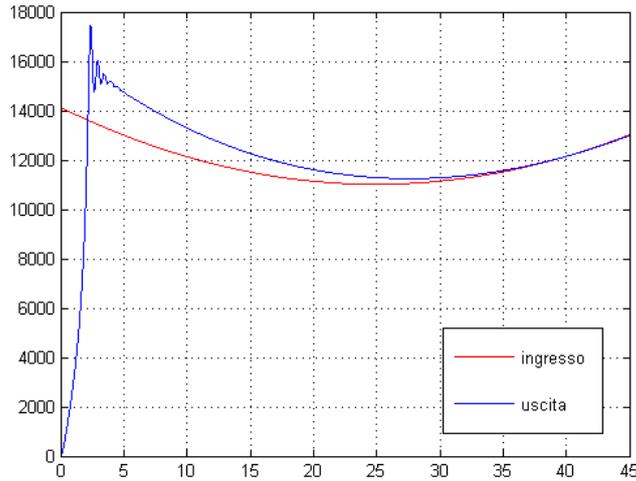


Figura: Risposta all'ingresso $u_9(t) = (14142 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$

Anche nel caso della rampa parabolica l'errore a regime è approssimativamente nullo per ogni altezza h . Il radar riuscirà perciò a inseguire anche oggetti con velocità iniziale non nulla e accelerazione costante.

Per completezza si analizza il comportamento del radar in un contesto realistico in cui il segnale di ingresso descrive un moto con velocità iniziale non nulla e accelerazione casuale. Esso rappresenta lo spostamento di un veicolo volante che cerca di sfuggire al radar e far fallire il sistema di controllo progettato. I segnali utilizzati negli esempi seguenti saranno caratterizzati da

- posizioni iniziali variabili a seconda dell'altezza dell'oggetto e quindi nei 3 casi $u_{10}(0) = 5385$ ($h = 14000$), $u_{11}(0) = 11180$ ($h = 10000$), $u_{12}(0) = 14142$ ($h = 5000$)
- velocità iniziale uguale in tutti e 3 i casi a $v_0 = -500$ m/s
- accelerazione che cambia ogni 10 secondi e più precisamente

$$\begin{cases} a(t) = 12 \text{ m/s}^2 & 0 \text{ s} < t < 10 \text{ s} \\ a(t) = 40 \text{ m/s}^2 & 10 \text{ s} < t < 20 \text{ s} \\ a(t) = 28 \text{ m/s}^2 & 20 \text{ s} < t < 30 \text{ s} \\ a(t) = -37 \text{ m/s}^2 & 30 \text{ s} < t < 40 \text{ s} \\ a(t) = -21 \text{ m/s}^2 & 40 \text{ s} < t < 50 \text{ s} \\ a(t) = 39 \text{ m/s}^2 & 50 \text{ s} < t < 60 \text{ s} \end{cases}$$

3 Progettazione del controllore

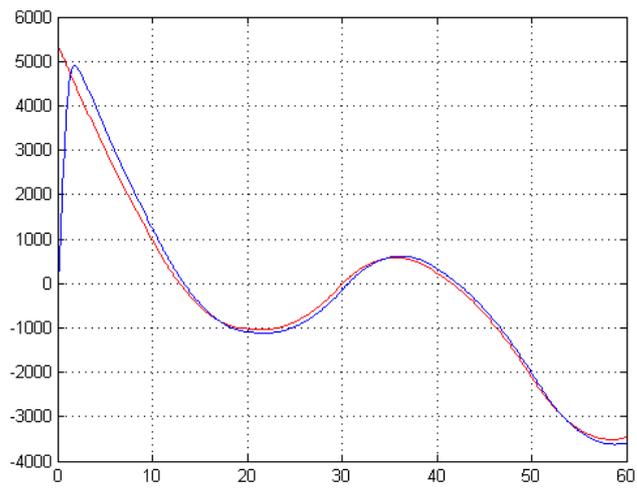


Figura: Risposta all'ingresso $u_{10}(t)$

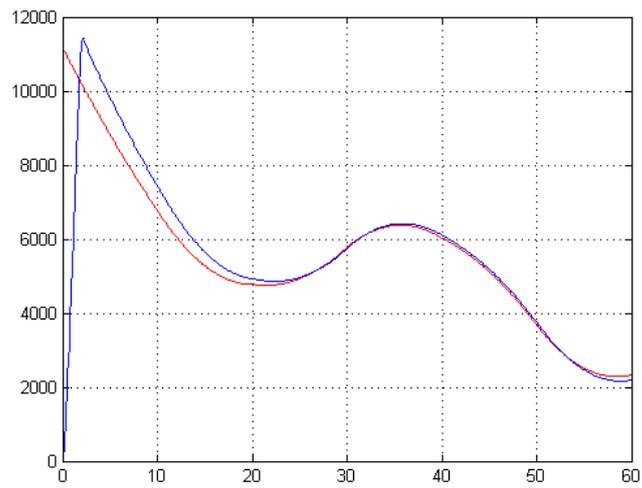


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$

3 Progettazione del controllore

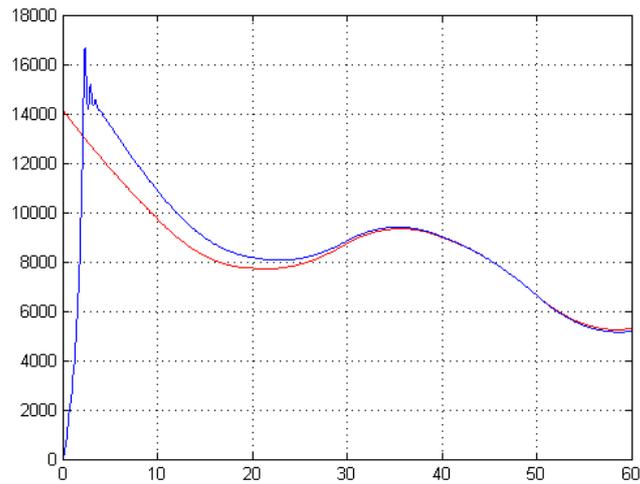


Figura: Risposta all'ingresso $u_{12}(t)$

L'errore è al massimo dell'ordine dello 0.5% ma non è quasi mai nullo. L'uscita quindi segue l'ingresso anche nel caso di accelerazione casuale ma diminuisce la precisione. Come precedentemente osservato il tempo entro il quale l'uscita si porta a valori prossimi a quelli dell'ingresso aumenta al diminuire dell'altezza. Riassumendo, trascorso un tempo di assestamento, di circa 15 s in media, il radar punta verso una posizione compresa nell'intervallo $(0.995 x_a, 1.005 x_a)$. Questa approssimazione è accettabile nella realtà nel caso l'oggetto da seguire abbia una lunghezza dell'ordine delle decine di metri e quindi anche il punto indicato dal radar appartenga effettivamente al corpo reale non puntiforme.

Naturalmente anche in questo caso più generale non ci sono fenomeni di saturazione. Ad esempio per l'ingresso $u_{11}(t)$ relativo all'altezza $h = 11180$ la tensione in ingresso al motore elettrico è graficata come

3 Progettazione del controllore

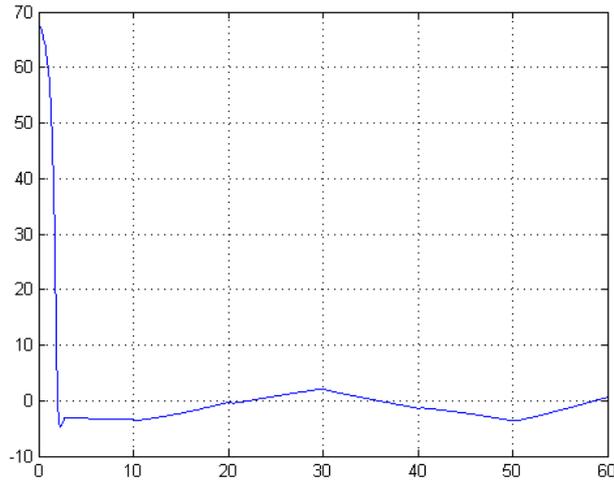


Figura: Grafico di $v_a(t)$ in corrispondenza all'ingresso $u_{11}(t)$

Infine si valuta la risposta del sistema non lineare in presenza di un disturbo esterno basandosi sul seguente schema ottenuto da SIMULINK

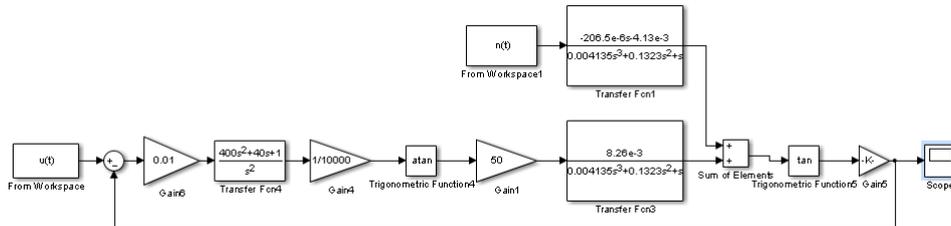


Figura: Schema Simulink del sistema non lineare in presenza di disturbo

dove il rumore $n(t)$ è stato inserito in una posizione diversa da quella dello schema fatto inizialmente in quanto Simulink non permette di inserire funzioni di trasferimento improprie come è $H(s) = -\frac{R_a + s L_a}{k_t} = -0.5 - 25 \cdot 10^{-3} s$. Per rendere il modello equivalente, il disturbo viene modificato attraverso la funzione di trasferimento $H(s) M(s)$ e inserito dopo il blocco $M(s)$.

Si valuterà l'influenza dei due segnali di disturbo $n_1(t) = 30$ e $n_2(t) = 30 \sin(5t)$ sull'ingresso generale $u_{11}(t)$ ($h = 10000$) visto precedentemente. Si sono volutamente scelti rumori di modulo elevato per valutare il comportamento del sistema nelle situazioni peggiori per quanto riguarda i disturbi esterni

3 Progettazione del controllore

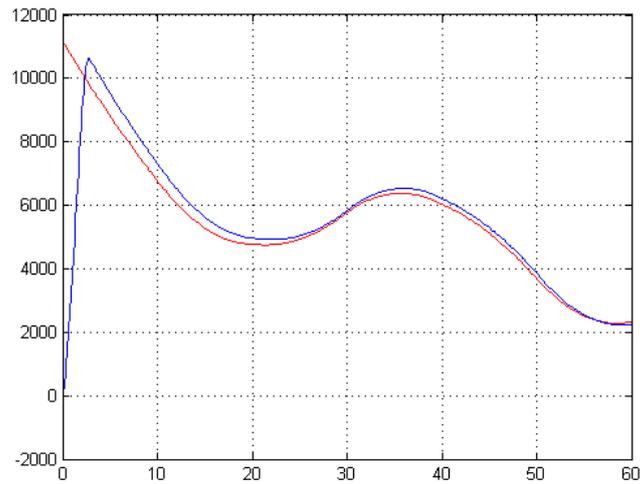


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$ in presenza di disturbo $n_1(t) = 30$

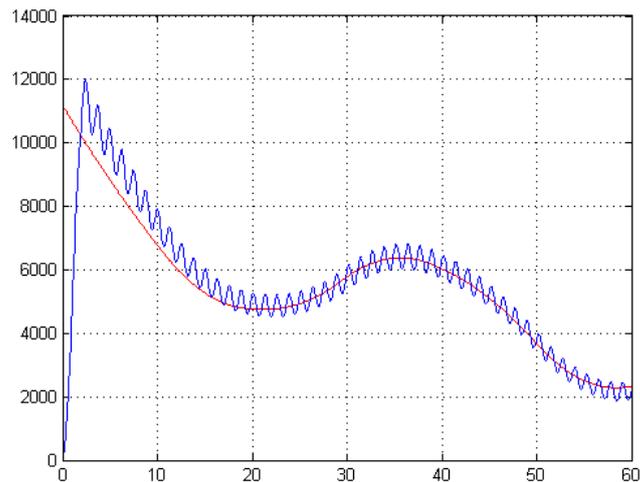


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$ in presenza di disturbo $n_2(t) = 30 \sin(5t)$

Il sistema è pressoché insensibile ai disturbi costanti mentre è molto sensibile ai segnali concentrati su frequenze più alte come $n_2(t)$. Questo si poteva dedurre dal diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)}$ che quantifica quanto il rumore incide sull'uscita. Per basse frequenze il modulo tende a 0 e quindi i rumori concentrati su basse frequenze come le costanti vengono totalmente eliminati. Per la frequenza a cui è concentrato $n_2(t)$ invece il modulo

3 Progettazione del controllore

per cui viene moltiplicato il segnale è circa -10 dB quindi prossimo a 1 e per questo il suo contributo va a modificare in modo evidente l'uscita.

In conclusione i parametri ottenuti con questo controllore in relazione ai requisiti sono:

1. I sistemi linearizzati sono stabili per i valori di K considerati.
2. Il tempo di assestamento al 2% è $12 \leq t_s \leq 17$ quindi non rispetta le specifiche nemmeno per valori grandi di h , questo però è considerato accettabile pur di riuscire a minimizzare l'errore a regime che è il parametro più importante nel problema trattato
3. Il tempo di salita al 2% è $t_r \simeq 3\text{ s}$ quindi rispetta le specifiche
4. La sovraelongazione a seconda dell'altezza ha valori $4\% < s < 25\%$ ma tuttavia rispetta le specifiche che sono molto permissive
5. Non vi sono fenomeni di saturazione che potrebbero danneggiare il sistema
6. L'errore a regime è nullo per gradini, rampe lineari e rampe paraboliche. Varia fino a un massimo di 0.5% in caso di oggetti con velocità iniziale non nulla e accelerazione casuale ma in questo specifico caso l'errore è accettabile
7. Il guadagno di Bode dei sistemi linearizzati è $k_b = 0.01 \cdot K \cdot 0.413$ da cui $4.58 \cdot 10^{-4} < k_b < 3.71 \cdot 10^{-2}$ quindi anche stavolta è molto inferiore a quanto richiesto. Il sistema perciò è molto sensibile alle variazioni parametriche. Questo problema si ripresenta anche con questo secondo controllore ma verrà risolto con la soluzione proposta nel paragrafo successivo.
8. Per mezzo dell'ulteriore integratore aggiunto il modulo di $C(s)$ è molto alto per basse frequenze e questo permette di eliminare totalmente i contributi dei disturbi costanti che influiscono sul sistema, siano essi disturbi esterni o componenti dovute alla linearizzazione del sistema.
9. Il sistema non è sensibile ai disturbi costanti ma lo è a quelli concentrati su frequenze maggiori di 0.1 rad/sec in quanto essi vengono riportati quasi inalterati all'uscita. Anche questo fenomeno è dovuto al basso guadagno di Bode del sistema.

3.5 Controllore 3 (moto uniformemente accelerato)

Appurata l'impossibilità di soddisfare tutti i requisiti con controllori composti da polinomi di secondo grado sia al numeratore che al denominatore non resta altra possibilità che utilizzare controllori più complessi. Potendo disporre di più di 2 zeri da posizionare sarà inoltre possibile spostare la pulsazione di attraversamento oltre la frequenza di 10 rad/sec vicino alla quale si trovano i due poli della funzione di trasferimento. Si potrà diminuire il tempo di assestamento del sistema non lineare mantenendo nullo l'errore a regime. Come si vedrà un controllore che rispetta tutti i requisiti è

3 Progettazione del controllore

$$C(s) = \frac{150 (1 + s)^3 \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}{s^2 \left(1 + \frac{s}{10^4}\right)^2}$$

A riprova delle caratteristiche positive del controllore proposto si forniscono i diagrammi di Bode di $C(s)G_{min}(s)$, $C(s)G(s)$ e $C(s)G_{max}(s)$

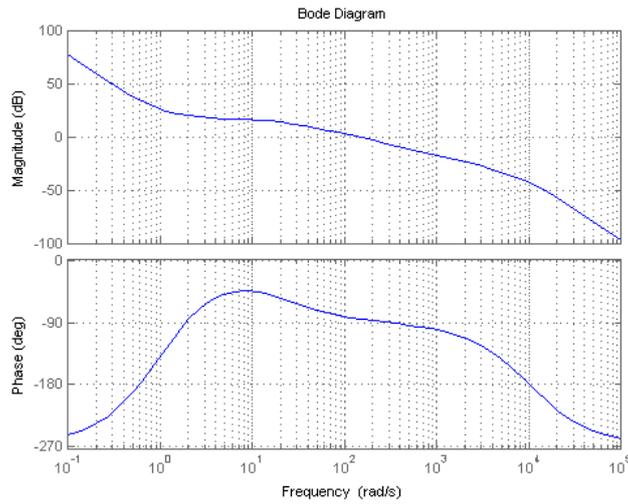


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{min}(s)$

3 Progettazione del controllore

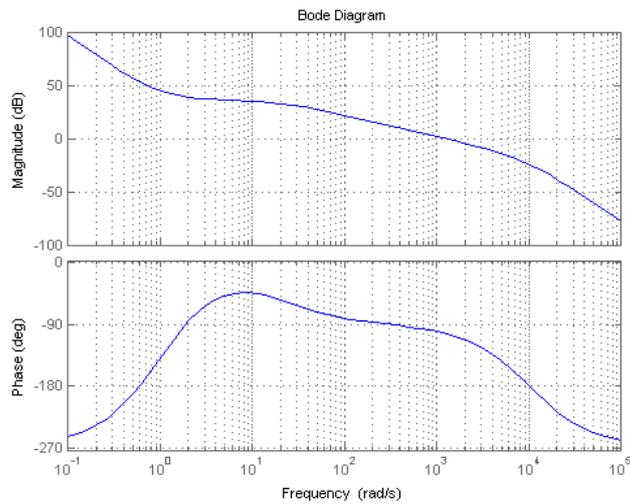


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G(s)$

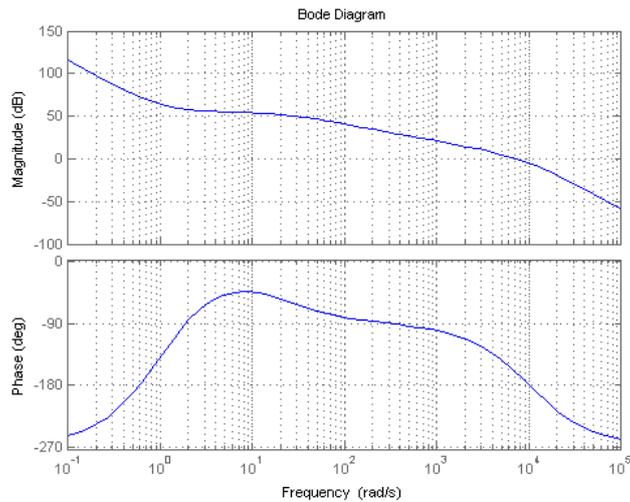


Figura: Diagramma di Bode di $C(s)G_{max}(s)$

Il margine di fase è di circa 90 gradi per ogni sistema linearizzato caratterizzato da K nell'intervallo $\frac{1}{9} < K \leq 1$ quindi la componente oscillatoria è assente o si estingue relativamente velocemente. Diversamente dai casi precedenti la pulsazione di attraversamento è compresa nell'intervallo $10^2 \text{ rad/sec} < \omega_a < 10^4 \text{ rad/sec}$ e quindi è prevedibile un tempo di salita più piccolo nei sistemi linearizzati.

3 Progettazione del controllore

Queste caratteristiche si riflettono anche sul sistema non lineare in quanto vengono totalmente annullate le componenti costanti N_1 e N_2 . Esse sono moltiplicate per le quantità $\frac{1}{C(s)}$ e $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$ i cui diagrammi di Bode sono

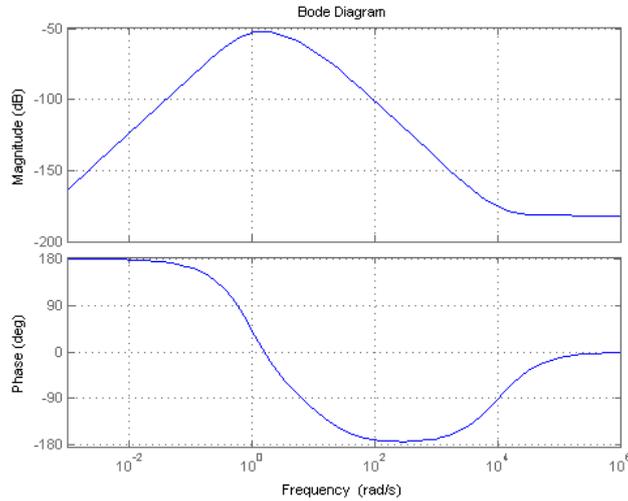


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)}$

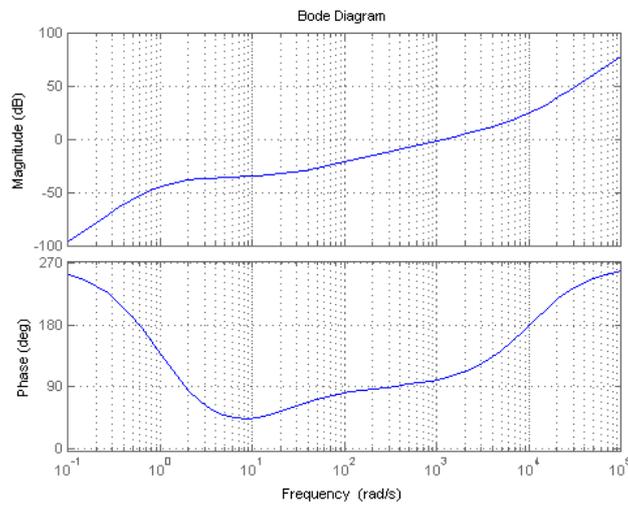


Figura: Diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)k_c M(s)}$

3 Progettazione del controllore

Nel primo grafico il modulo si mantiene sempre ben sotto l'unità e per basse frequenze scende con pendenza 60 dB/dec quindi il contributo della componente N_1 è completamente trascurabile. Lo stesso vale per la componente N_2 che, essendo una costante, è concentrata nelle frequenze inferiori a 1 rad/sec . La funzione per cui è moltiplicata N_2 ha modulo inferiore all'unità per frequenze inferiori a 10^3 rad/sec ed anche in questo caso scende per basse frequenze con pendenza 60 dB/dec .

Si verifica la stabilità della famiglia di sistemi linearizzati considerata tracciando il diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$ a diversi livelli di ingrandimento

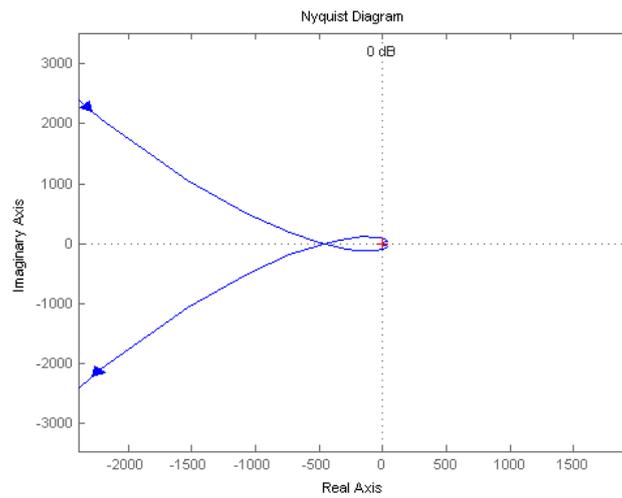


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$

3 Progettazione del controllore

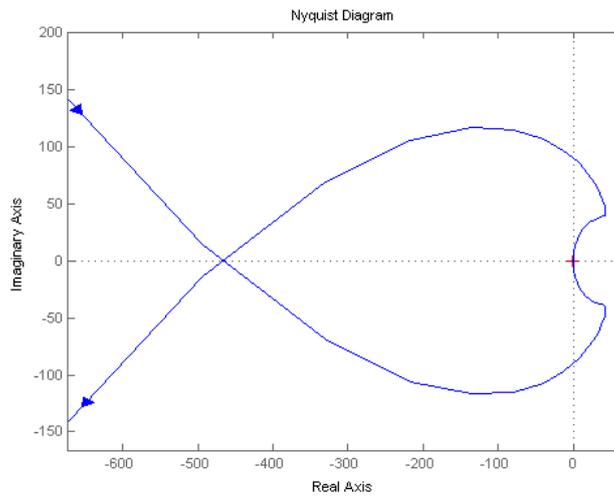


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$

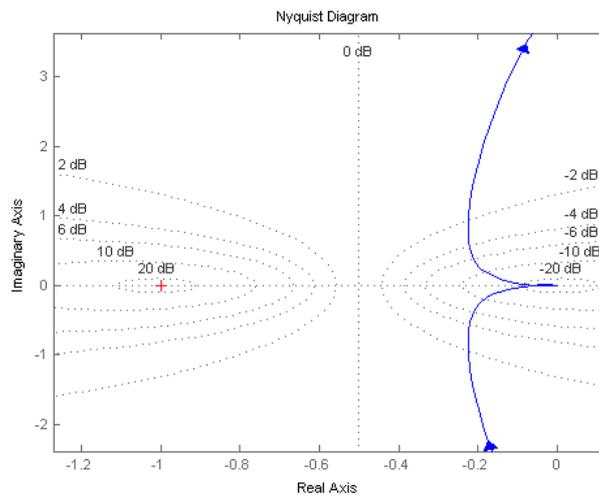


Figura: Diagramma di Nyquist di $C(s)G(s)$

Si tratta di un caso molto simile a quello analizzato con il precedente controllore. Nonostante l'apparenza, il diagramma di Nyquist con l'aggiunta delle tre semicirconferenze ausiliarie dovute ai poli in 0 non effettua giri intorno ai punti compresi tra -9 e $-\frac{1}{9}$. Quindi per il teorema di Nyquist, considerato il fatto che tralasciando il polo in 0 i sistemi in catena aperta sono stabili per ogni K , tutti i sistemi linearizzati considerati con l'aggiunta di questo controllore sono stabili.

3 Progettazione del controllore

Vengono infine graficate le risposte al gradino del sistema non lineare relative agli ingressi $u_1(t) = 5385\delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$), $u_2(t) = 11180\delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$), $u_3(t) = 14142\delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

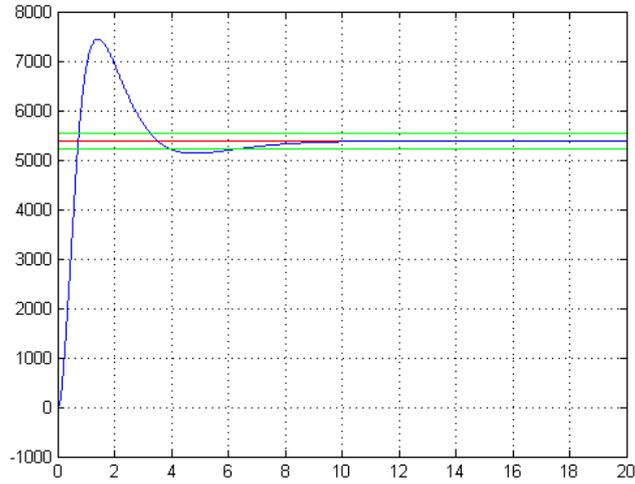


Figura: Risposta all'ingresso $u_1(t) = 5385 \delta_{-1}(t)$

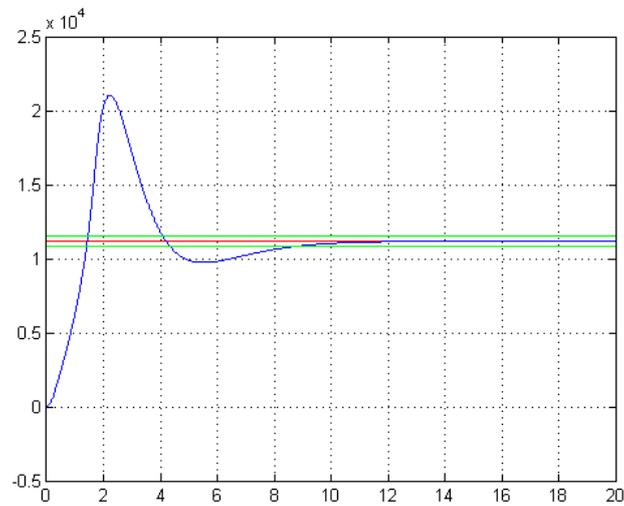


Figura: Risposta all'ingresso $u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

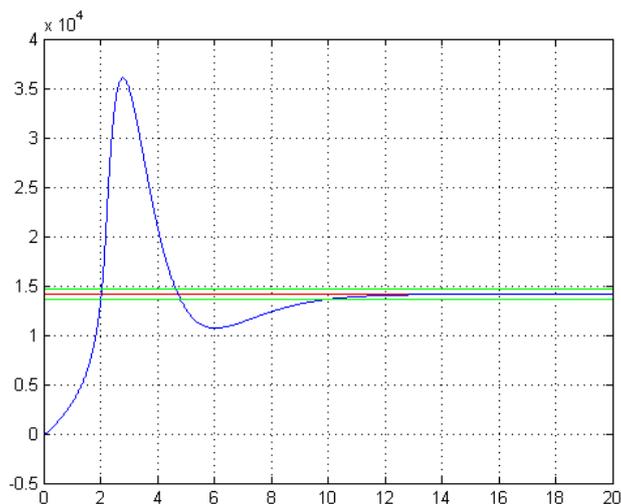


Figura: Risposta all'ingresso $u_3(t) = 14142 \delta_{-1}(t)$

I tempi di salita sono molto piccoli e inferiori ai 2 s per ognuna delle altezze considerate. Anche i tempi di assestamento sono in generale più piccoli del caso precedente dato che $6.4 s < t_s < 9.8 s$. L'aspetto più importante però è che il sistema non solo ha errore a regime nullo per ogni h , ma comincia a inseguire esattamente l'ingresso senza errori in un tempo molto vicino al tempo di assestamento. Con l'ultimo controllore analizzato invece l'uscita si avvicinava gradualmente all'ingresso ma lo raggiungeva esattamente solo in tempi molto grandi e in genere abbastanza maggiori del tempo di assestamento. L'unico parametro peggiorato è la sovraelongazione che arriva anche al 235% nel caso di $h = 5000 m$ ma è superiore al 40% anche per altezze prossime a d_{max} . Questo parametro tuttavia è il meno importante nel problema trattato per cui questo peggioramento è accettabile.

Si analizza anche la risposta a segnali di ingresso composti dalla somma di rampa e gradino e corrispondenti al moto di comuni aerei di linea alla velocità di $250 m/s$. Gli ingressi sono $u_4(t) = (5385 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$) $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$) e $u_6(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

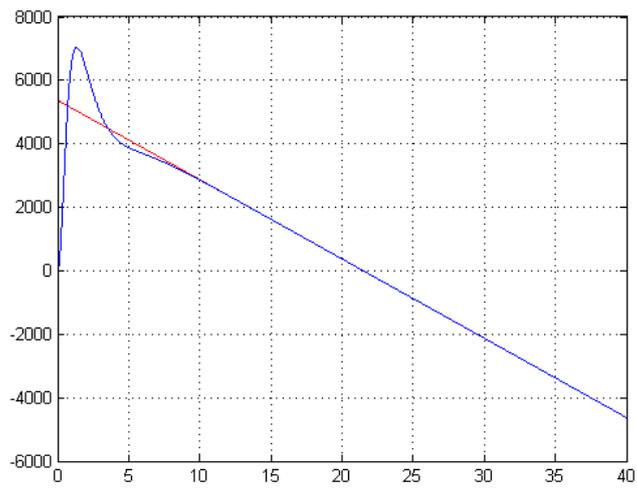


Figura: Risposta all'ingresso $u_4(t) = (5385 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

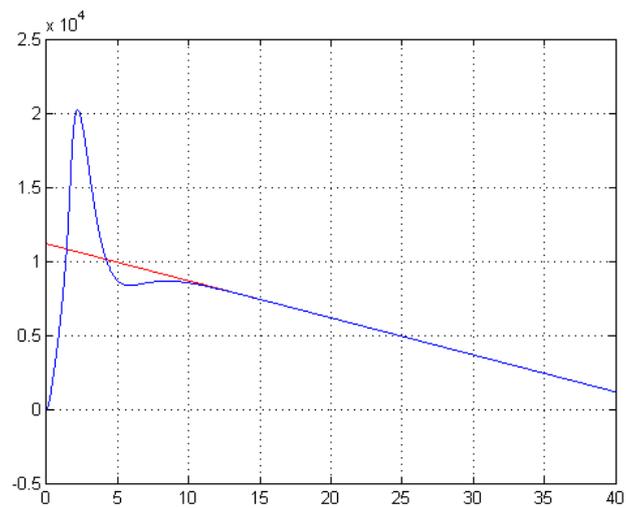


Figura: Risposta all'ingresso $u_5(t) = (11180 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

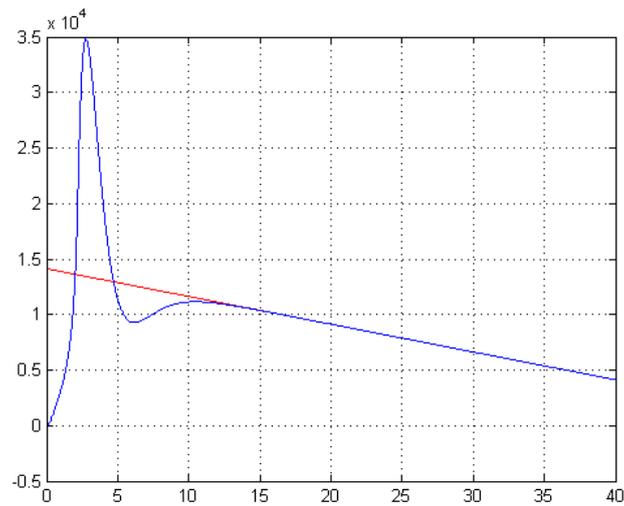


Figura: Risposta all'ingresso $u_6(t) = (14142 - 250 t) \delta_{-1}(t)$

Dopo un tempo massimo di $12s$, anche per i segnali che rappresentano oggetti che si muovono a quote più basse, l'ingresso insegue esattamente l'uscita. Il radar al massimo dopo questo intervallo di tempo insegue esattamente qualsiasi oggetto si stia muovendo nell'intervallo di altezze considerato e a velocità costante. Si valuta ora il comportamento in caso di moti uniformemente accelerati con gli ingressi $u_7(t) = (5385 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$) $u_8(t) = (11180 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$) e $u_9(t) = (14142 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$)

3 Progettazione del controllore

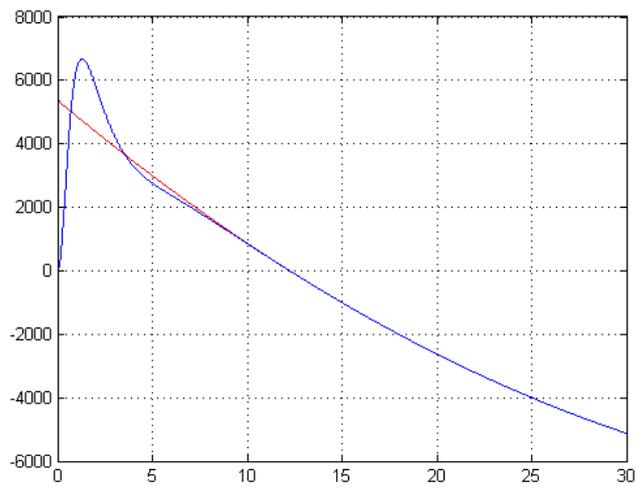


Figura: Risposta all'ingresso $u_7(t) = (5385 - 250t + 5t^2) \delta_{-1}(t)$

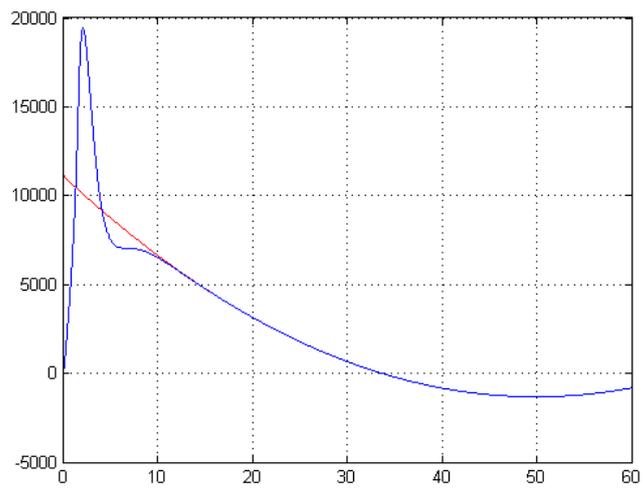


Figura: Risposta all'ingresso $u_8(t) = (11180 - 250t + 5t^2) \delta_{-1}(t)$

3 Progettazione del controllore

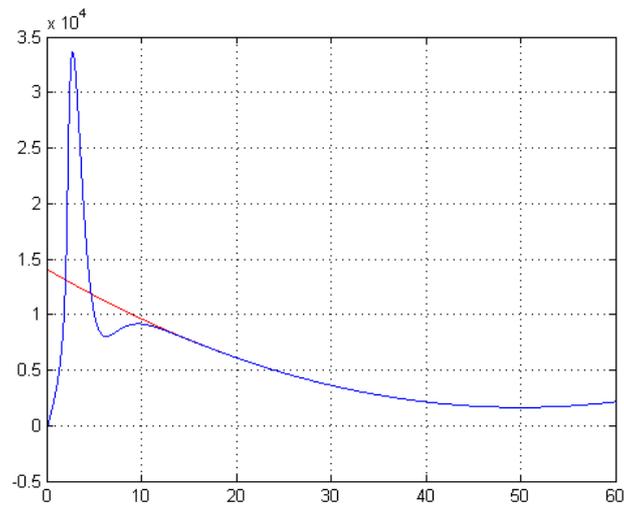


Figura: Risposta all'ingresso $u_9(t) = (14142 - 250 t + 5 t^2) \delta_{-1}(t)$

Anche nei casi considerati, rappresentanti aerei con capacità di accelerazione e velocità massima ben superiori ai comuni aerei di linea, il radar insegue perfettamente l'oggetto in un tempo massimo di 12 s.

Resta infine da valutare il comportamento del sistema di controllo nel caso dell'inseguimento di un oggetto che si muove con accelerazione casuale ed in questo caso in grado di raggiungere velocità massime e accelerazioni molto più grandi di quelle dei comuni velivoli volanti. Gli ingressi sono gli stessi precedentemente descritti mentre le uscite sono quelle graficate

3 Progettazione del controllore

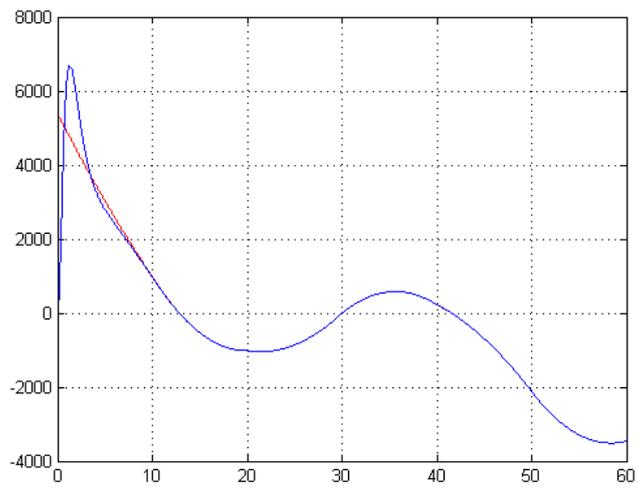


Figura: Risposta all'ingresso $u_{10}(t)$

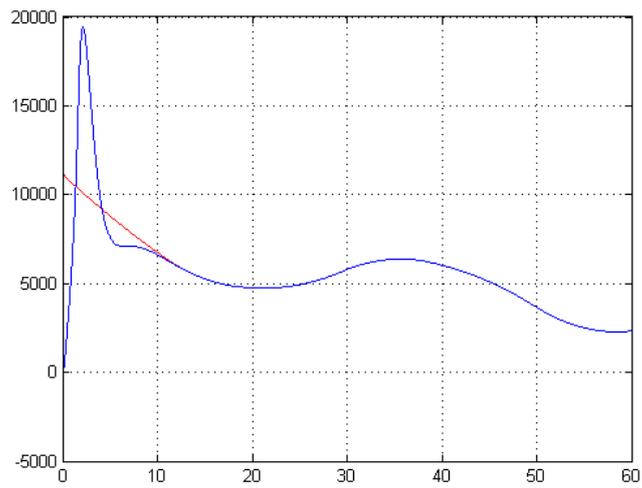


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$

3 Progettazione del controllore

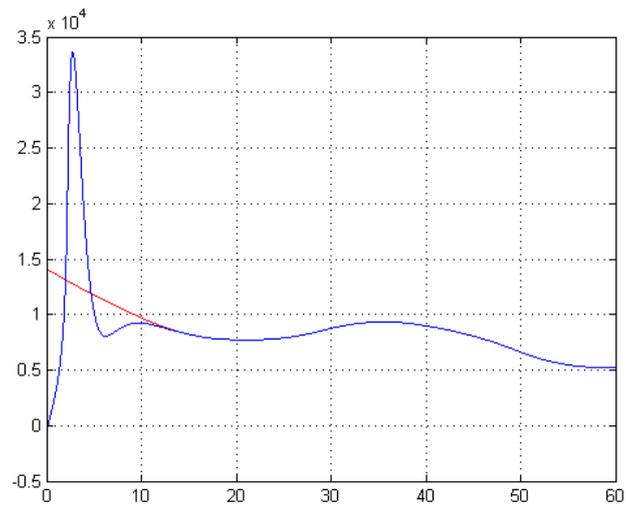


Figura: Risposta all'ingresso $u_{12}(t)$

Il radar è in grado di inseguire perfettamente anche oggetti in moto casuale e quindi molto simili a quelli reali. A causa della sua grande precisione il controllore progettato è utilizzabile anche per l'inseguimento di oggetti di lunghezza dell'ordine del metro a differenza del precedente.

Resta infine da valutare la sensibilità ai disturbi sfruttando Simulink e il modello già presentato nel caso precedente. I disturbi valutati sono $n_1(t) = 30$ e $n_2(t) = 30 \sin(5t)$ sull'ingresso generale $u_{11}(t)$ ($h = 10000$)

3 Progettazione del controllore

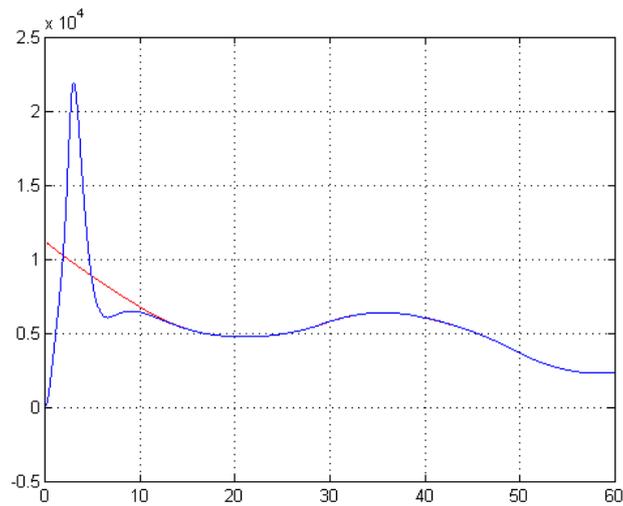


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$ in presenza di disturbo $n_1(t) = 30$

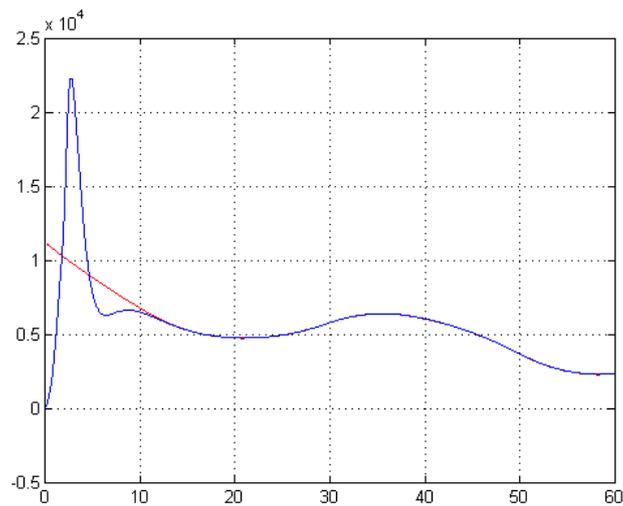


Figura: Risposta all'ingresso $u_{11}(t)$ in presenza di disturbo $n_2(t) = 30 \sin(5t)$

Il sistema è insensibile ad entrambi i disturbi in quanto la risposta è approssimativamente identica a quella che si avrebbe senza nessun disturbo. In generale si può dire che il sistema è insensibile sia ai rumori con frequenza molto bassa sia a quelli con frequenza prossima a 1 rad/sec . Queste caratteristiche erano deducibili dal diagramma di Bode di $\frac{1}{C(s)}$ in cui l'ampiezza tende a 0 per basse frequenze ma è costante e molto piccola cioè

3 Progettazione del controllore

-180 dB anche per frequenze superiori a 10^4 rad/sec . In generale l'ampiezza ha il valore massimo di -60 dB che corrisponde a 0.001. In altre parole nel peggiore dei casi il valore del disturbo viene ridotto di 1000 volte. Da questa analisi si può affermare che questo controllore è pressoché insensibile a qualsiasi rumore concentrato in qualsiasi frequenza in quanto lo attenua almeno di un fattore 1000.

Come sempre nel sistema non vi sono fenomeni di saturazione e il modulo della tensione in ingresso al motore elettrico è inferiore al valore nominale.

Valutando il rispetto delle specifiche imposte inizialmente si ha

1. I sistemi linearizzati sono stabili per tutti i valori di K considerati.
2. Il tempo di assestamento al 2% è $6.4\text{ s} < t_s < 9.8\text{ s}$ quindi rispetta le specifiche solo per valori grandi di h
3. Il tempo di salita al 2% è $t_r \simeq 2\text{ s}$ quindi rispetta ampiamente le specifiche
4. La sovraelongazione a seconda dell'altezza ha valori $35\% < s < 235\%$ quindi non sono rispettate le specifiche anche se questo è il parametro meno importante da tenere in considerazione in un problema di inseguimento come quello trattato
5. Non vi sono fenomeni di saturazione che potrebbero danneggiare il sistema
6. L'errore a regime è nullo per qualsiasi segnale compreso quello più generale caratterizzato da velocità iniziale non nulla e accelerazione casuale. Questa è la qualità fondamentale di quest'ultimo controllore e la caratteristica fondamentale che deve avere per il soddisfacimento degli obiettivi iniziali.
7. Il guadagno di Bode dei sistemi linearizzati è $k_b = 150 \cdot K \cdot 0.413$ da cui $6.88 < k_b < 557.55$ quindi, eccetto che per altezze prossime a h_{min} , i sistemi linearizzati e quindi anche quello non lineare sono ad esempio insensibili alle variazioni parametriche
8. Come nei casi precedenti il modulo di $C(s)$ è molto alto per basse frequenze a causa degli integratori. In questo caso però il modulo è molto alto anche nel resto dello spettro delle frequenze e quindi non solo le costanti, ma ogni segnale è fortemente ridotto e questo vale sia per le componenti dovute alla linearizzazione, sia per i disturbi esterni.
9. Il sistema non è sensibile ad alcun tipo di disturbo in quanto lo attenua almeno di un fattore 1000.

Quest'ultimo controllore soddisfa pienamente tutte le specifiche per oggetti che si muovono ad altezze prossime a d_{max} ma anche per altezze più basse difetta solo di un tempo di assestamento leggermente troppo alto e di una sovraelongazione troppo grande.

3 Progettazione del controllore

4 Possibili miglioramenti al sistema

4.1 Utilizzo di un motore con V_{max} maggiore

Nonostante le ottime prestazioni a regime anche l'ultimo controllore proposto ha un transitorio con un modulo troppo elevato e che si estingue troppo lentamente. Un metodo semplice per risolvere questo problema è sostituire il motore utilizzato con uno identico in tutti i parametri eccetto V_{max} . Il motore considerato ha infatti $V_{max} = 100 V$ piuttosto bassa. Le prestazioni aumentano sensibilmente utilizzando un motore elettrico con tensione nominale $V_{max} = 250 V$ in quanto ad esempio, potendo fornire maggiore tensione al motore, esso raggiunge più velocemente il valore finale. Avendo apportato questa modifica si può cambiare anche k_c in modo da non avere fenomeni di saturazione per nessun segnale di ingresso e in particolare quando l'uscita dal blocco arcotangente è massima in modulo e cioè è $\frac{\pi}{2}$. Ponendo perciò $k_c = \frac{250}{\frac{\pi}{2}} \cong 160$, le risposte al gradino

utilizzando il controllore $C(s) = \frac{150(1+s)^3(1+\frac{s}{12.258})}{s^2(1+\frac{s}{10^4})^2}$ in corrispondenza dei soliti ingressi $u_1(t) = 5385\delta_{-1}(t)$ ($h = 14000$), $u_2(t) = 11180\delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$), $u_3(t) = 14142\delta_{-1}(t)$ ($h = 5000$) diventano

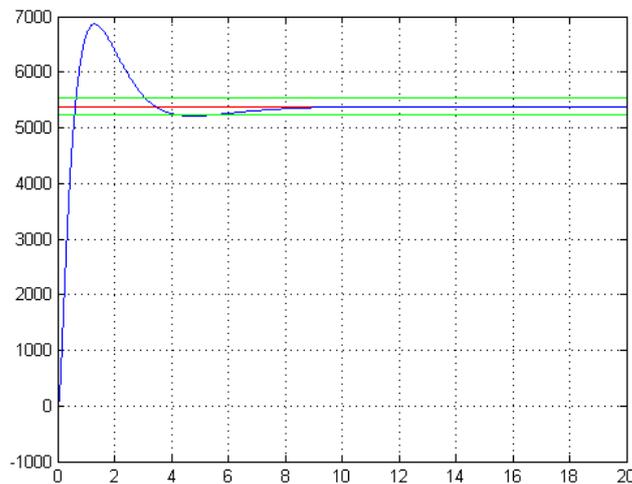


Figura: Risposta all'ingresso $u_1(t) = 5385 \delta_{-1}(t)$

4 Possibili miglioramenti al sistema

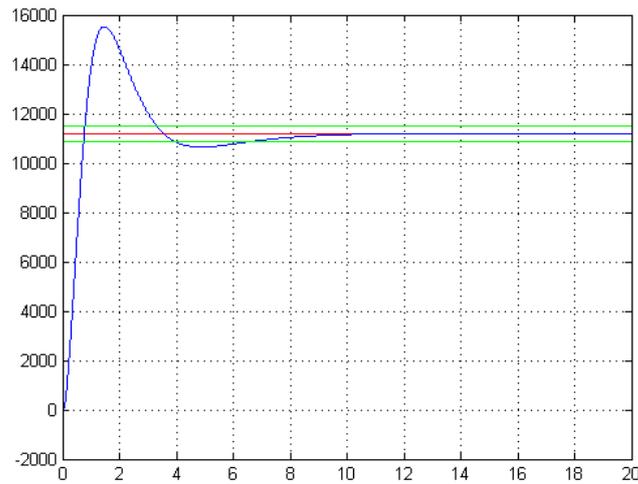


Figura: Risposta all'ingresso $u_1(t) = u_2(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

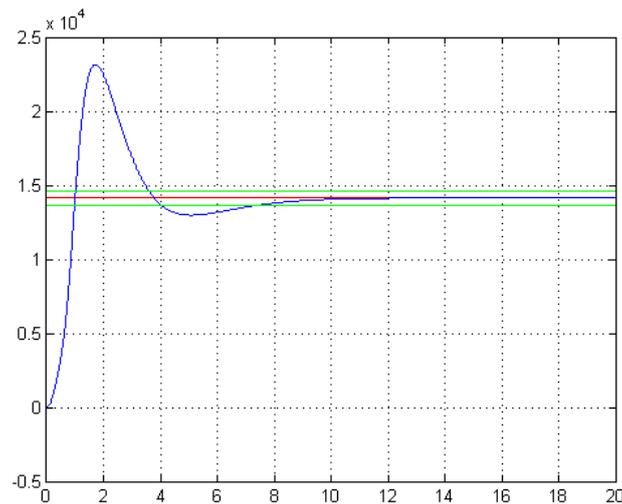


Figura: Risposta all'ingresso $u_3(t) = 14142 \delta_{-1}(t)$

Il miglioramento più evidente riguarda la sovralongazione che anche nel caso peggiore in cui $h = h_{min}$ è del 63% quindi ampiamente minore rispetto al caso precedenti. Per ogni altezza vale $t_r < 1 s$ e il tempo di assestamento è al massimo $t_s = 7.2 s$ nel caso peggiore. Poiché invece gli altri parametri non vengono modificati rispetto al caso con il motore precedente si può affermare che questa soluzione permette di soddisfare tutte le specifiche di progetto per tutti i segnali considerati. In questo modo quindi il radar è in grado di agganciare velocemente ed inseguire esattamente a regime qualsiasi oggetto volante che abbia $h_{min} < h < d_{max}$.

4.2 Retroazione su $\alpha(t)$

Finora, a causa della semplicità dei segnali di ingresso, si è effettuata la retroazione su $x_a(t)$. Si è quindi cercato di fare in modo che il punto individuato dal radar sulla retta di ordinata h corrispondesse con la posizione dell'oggetto. In seguito invece si valuteranno gli effetti di una retroazione su $\alpha(t)$ cioè il tentativo di fare in modo che l'inclinazione del radar rispetto alla verticale sia uguale alla posizione angolare dell'oggetto rispetto alla verticale. Ovviamente le due soluzioni sono equivalenti a livello teorico ma presentano difficoltà diverse nella sintesi dei controllori da utilizzare. Lo schema ottenuto da SIMULINK è

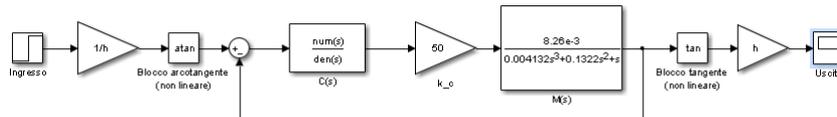


Figura: Schema a blocchi del sistema non lineare con controllore e retroazione su $\alpha(t)$

dove $M(s) = \frac{k_t}{s(k_t k_e + (R_a + s L_a)(I_r s + f))} = \frac{8.26 \cdot 10^{-3}}{s \left(1 + \frac{s}{19.742}\right) \left(1 + \frac{s}{12.258}\right)}$ e $k_c = 50$.

La differenza maggiore rispetto al caso studiato finora è che qui non è necessario pensare a un controllore adatto a una famiglia di sistemi linearizzati e valutarne poi le prestazioni nel sistema non lineare. Tra i segnali $\alpha(t)$ e $\theta(t)$ non sono presenti blocchi non lineari quindi non è necessaria la linearizzazione. Tuttavia in questo caso i segnali in ingresso, che l'uscita cercherà di seguire, non sono segnali canonici o loro somme ma funzioni del tipo $\alpha(t) = \arctan(A t^2 + B t + C)$. La teoria dei controlli non fornisce indicazioni sul come progettare controllori in grado di inseguire segnali di questo tipo, però se un sistema è in grado di inseguire una rampa parabolica con errore a regime nullo allora anche l'errore nell'inseguire il segnale considerato non sarà elevato in modulo anche se probabilmente non nullo a regime. La maggior facilità nella progettazione del controllore viene quindi compensata da una imprecisione nella conoscenza dell'errore a regime. Si ipotizzerà e verificherà in seguito che un sistema retroazionato di tipo 3 sia sufficiente affinché $\theta(t)$ inseguisca con errore accettabile $\alpha(t)$.

Un controllore $C(s)$ in grado di far raggiungere lo scopo deve essere tale che $C(s)k_c M(s)$ rispetti i consueti requisiti per pulsazione di attraversamento, margine di fase e numero di integratori. Si nota però che $k_c M(s)$ corrisponde a $G(s)$ se $K = 1$. Poiché i controllori 2 e 3 precedentemente proposti rispettavano strettamente i requisiti per i $G(s)$ con $\frac{1}{9} \leq K \leq 1$ allora essi rispettano tali requisiti anche in questo caso. Si valuta quindi la risposta $x_r(t)$ del sistema retroazionato con il controllore 2 in corrispondenza a $x_a(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$)

4 Possibili miglioramenti al sistema

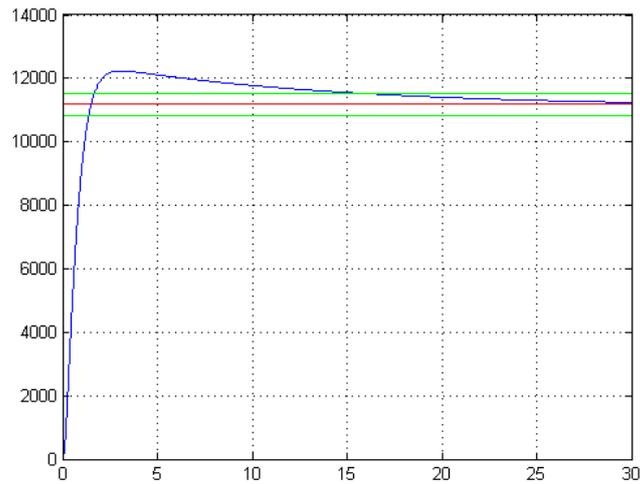


Figura: Funzione $x_r(t)$ corrispondente a $x_a(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$

Sia i tempi di salita e assestamento che la sovraelongazione sono gli stessi del caso con retroazione su $x_a(t)$. L'unico parametro che varia è la tensione in ingresso al motore elettrico che raggiunge un massimo di $169 V$. Si presentano perciò fenomeni di saturazioni controllabili nella simulazione inserendo un blocco saturatore a $V_{max} = 100 V$ prima del blocco $M(s)$. Anche con questo cambiamento la risposta al gradino resta approssimativamente la stessa e non vi sono evidenti vantaggi nell'applicazione del nuovo schema.

Si valuta quindi la risposta al gradino $x_r(t)$ del sistema retroazionato con il controllore 3 in corrispondenza sempre a $x_a(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ ($h = 10000$)

4 Possibili miglioramenti al sistema

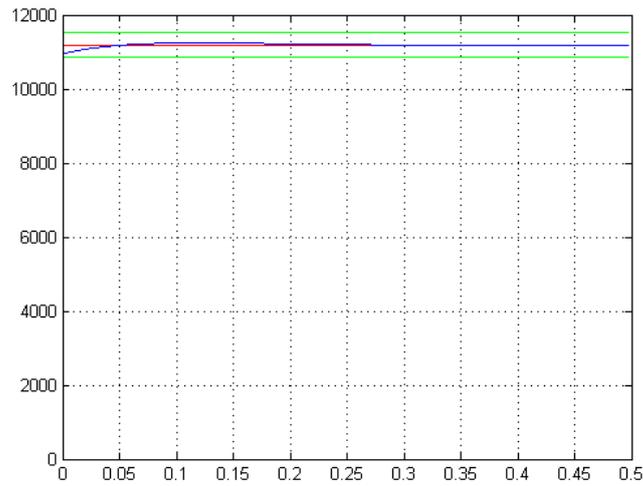


Figura: Funzione $x_r(t)$ corrispondente a $x_a(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ senza saturatore

Sia i tempi di salita che i tempi di assestamento si sono ridotti sensibilmente fino all'ordine del millesimo di secondo e la sovraelongazione è quasi totalmente scomparsa. Questo netto miglioramento però dà luogo a evidentissimi fenomeni di saturazione in quanto la tensione in ingresso al motore elettrico raggiunge grandezze nell'ordine di 10^{10} quindi ben maggiori di V_{max} . Un tale controllore quindi non solo non fornirebbe la risposta evidenziata nel grafico ma rischierebbe di danneggiare fortemente il sistema. Aggiungendo come in precedenza un blocco saturatore la risposta diventa

4 Possibili miglioramenti al sistema

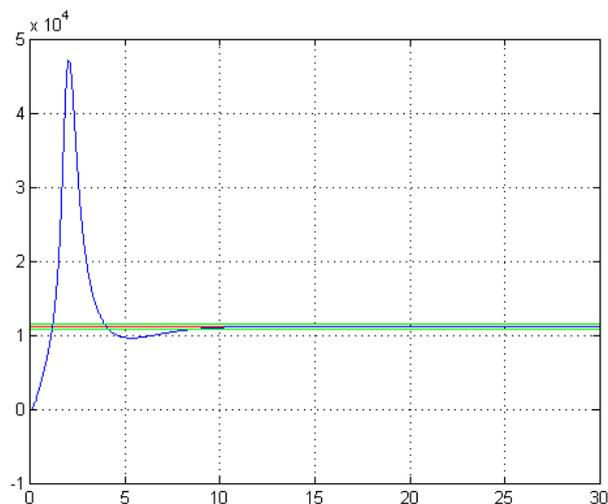


Figura: Funzione $x_r(t)$ corrispondente a $x_a(t) = 11180 \delta_{-1}(t)$ con saturatore

Mentre il tempo di salita ed il tempo di assestamento sono approssimativamente uguali a quelli del caso precedente la sovravelongazione è quasi tripla motivo per cui anche in questo caso questo schema non è preferibile e dà una soluzione peggiore di quella vista precedentemente.

Con questi due esempi non si intende dimostrare che questo secondo schema di retroazione è peggiore del primo ma semplicemente far notare che non vi sono grandi differenze nelle prestazioni tra i due.

Bibliografia

- [1] Mauro Bisiacco, Maria Elena Valcher, *Controlli automatici*, Edizioni Libreria Progetto, Padova, 2008
- [2] Roberto Guidorzi, *Teoria dei sistemi: Esercizi e Applicazioni*, Tecnocopia, 1988