

Università degli studi di Padova

Facoltà di scienze statistiche

Corso di laurea in Statistica e tecnologie
informatiche

Tesi di laurea

Studio di una carta di controllo EWMA sui
residui di dati autocorrelati

Relatore: Prof.ssa Giovanna Capizzi

Laureando: Ruffa Marco

Anno accademico 2004/2005

Indice

1	Concetti generali	7
1.1	La variabilità nei processi produttivi	7
1.2	Le carte di controllo	8
1.3	La carta di controllo EWMA	10
1.3.1	Applicabilità	10
1.3.2	Calcolo della carta EWMA	10
1.3.3	Interpretazione	12
1.3.4	Valutazione di una carta EWMA	12
1.3.5	Procedura per il disegno di una carta di controllo EWMA	13
1.4	Il punto di cambio	14
2	Carta EWMA per dati autocorrelati	15
2.1	Il Problema dei dati autocorrelati	15
2.2	L'uso dell'EWMA per dati correlati	16
2.3	L'approccio tramite i residui	17
2.3.1	Calcolo dei residui	17
3	I risultati	19
3.1	Introduzione	19
3.2	La procedura per la stima del punto di cambio τ	19
3.3	I risultati	22
3.4	Conclusioni	23
	Appendice	25

Introduzione

La carta di controllo Ewma (Roberts, 1959) viene tipicamente implementata assumendo che i parametri del processo siano noti e che i dati non siano correlati tra loro. Solitamente i parametri sono incogniti e quindi la carta di controllo viene disegnata sostituendo ai parametri delle loro stime.

Spesso accade che le X_t non sono indipendenti ma serialmente correlate

$$\rho(X_t, X_{t+h}) \neq 0$$

In tal caso i tempi di risposta nominali (*Average Run Length, ARL*), ottenuti per osservazioni dipendenti, non sono più comparabili a quelli ottenuti nel caso di dati incorrelati. Una possibilità per superare il problema dell'auto-correlazione è applicare una carta di controllo ai residui ottenuti dall'adattamento di un conveniente modello per serie storiche.

Il seguente studio tratta un'applicazione di una carta di controllo Ewma ai residui di un dato modello ARMA(p,q).

L'obiettivo principale del controllo statistico di processo è individuare, nel minor tempo possibile, lo shift del processo in modo che possano essere prese azioni correttive.

Il primo capitolo è una descrizione generale della carta di controllo Ewma.

Nel secondo capitolo è esposto il problema della costruzione di carte di controllo per dati autocorrelati;

Nel terzo capitolo sono esposti i risultati e le conclusioni.

Capitolo 1

Concetti generali

1.1 La variabilità nei processi produttivi

I dati dei processi produttivi hanno sempre una certa variabilità. Quando questa variabilità è il risultato di fattori casuali in grado di determinare una variazione minima del processo senza influenzarne l'andamento generale, essa è chiamata variabilità naturale. Un processo nel quale si presenta solo questa variabilità è detto *sotto controllo (in control, IC)*.

Esistono altre cause di variabilità che incidono maggiormente sul prodotto e quindi sul suo livello di qualità e in primo luogo sono riconducibili a guasti dei macchinari, errori degli operatori e materiali difettosi. Questa variabilità è più evidente di quella precedente e può portare a lotti di produzione difettosi.

Un processo che presenta una variabilità dovuta a fattori specifici, è detto *fuori controllo (out of control, OC)*.

L'obiettivo principale del controllo della qualità è quindi controllare la produzione, attraverso la misurazione delle sue caratteristiche e di

alcune statistiche a loro associate, per individuare eventuali variazioni di ampiezza δ nella statistica di controllo.

Lo strumento più utilizzato e più affidabile per determinare se un processo ha subito un cambiamento, è la *carta di controllo*.

1.2 Le carte di controllo

La carta di controllo consiste in un grafico nel quale sono riportati i valori della statistica di controllo, in funzione del tempo, t . Essa è costituita da:

- una statistica di controllo, ω_t , corrispondente ad una funzione delle osservazioni della caratteristica del processo in esame;
- CL (Central Line), una linea centrale che rappresenta il valore nominale della statistica per il processo in controllo;
- UCL (Upper Central Line), una linea superiore che rappresenta il valore di soglia al di sopra del quale viene segnalato uno stato di fuori controllo del processo;
- LCL (Lower Central Line), una linea inferiore che rappresenta il valore di soglia al di sotto del quale viene segnalato uno stato di fuori controllo del processo;

I valori UCL e LCL sono detti *limiti di controllo*. Essi rappresentano quegli indici con cui la statistica di controllo viene confrontata ad ogni istante t . La carta di controllo non è altro che una sequenza di test di verifica d'ipotesi per saggiare se il processo risulta in controllo o meno.

Data una statistica di controllo ω_t che misuri la caratteristica X:

$$\omega_t = f(x_1 \dots + x_n)$$

Si considera dunque il seguente problema di verifica d'ipotesi:

$$H_0 : \omega_t \in (LCL; UCL)$$

$$H_1 : \omega_t \notin (LCL; UCL)$$

Non appena una statistica di controllo cade al di fuori dei limiti di controllo, viene lanciato l'allarme di una possibile anomalia nel processo.

Esistono diversi tipi di carte di controllo. Una prima distinzione viene fatta tra carte di controllo per *variabili* nel caso in cui si trattino variabili continue, e carte di controllo per *attributi*, nel caso si trattino variabili discrete. In seguito le carte per variabili sono distinte in carte di controllo con memoria o senza memoria. Le prime utilizzano le informazioni provenienti dai campioni precedenti in aggiunta a quella del campione attuale e permettono di cogliere cambiamenti anche di piccole dimensioni ($0 < \delta < 1,5$), mentre le seconde utilizzano solamente l'informazione derivante dal campione corrente e sono adatte ad individuare cambiamenti più ampi $\delta > 1,5$.

1.3 La carta di controllo EWMA

1.3.1 Applicabilità

La carta di controllo EWMA (*Exponentially Weighted Moving Average*) fu introdotta da Roberts (1959) per individuare piccoli cambiamenti nella media nei processi produttivi. Essa può essere utilizzata in due diversi modi, (1) come strumento per monitorare il processo produttivo, (2) come previsore per le successive osservazioni del processo.

Tipicamente per una corretta applicazione della carta EWMA viene assunto che le osservazioni del processo siano distribuite come una

Normale con parametri, media e deviazione standard noti. Nel seguente studio si assume che le osservazioni siano correlate tra loro e che i parametri non siano noti.

1.3.2 Calcolo della carta EWMA

Si assuma che le osservazioni della caratteristica di qualità di interesse, denotata con X_t , siano indipendenti ed identicamente distribuite secondo una normale di media μ_t e varianza, σ_x dove il valore μ_t indica che la media delle osservazioni può subire dei cambiamenti nel tempo.

Il valore della statistica EWMA al tempo t , che indicheremo come Q_t , è definita quindi come:

$$Q_t = (1 - \lambda)Q_{t-1} + \lambda Y_t \quad (1.1)$$

dove λ è la costante di lisciamento esponenziale appartenente all'intervallo $0 < \lambda < 1$ che determina quanto peso assegnare alle osservazioni passate nel calcolo di Q_t . Più il suo valore sarà piccolo più memoria avrà la statistica. L'equazione (1.1) può essere scritta come:

$$Q_t = \lambda \sum_{i=0}^{t-1} (1 - \lambda)^i + (1 - \lambda)^t Q_0 \quad (1.2)$$

dove Q_0 è pari al valore target della statistica.

Assumendo che $Q_0 = \mu$ è facile dimostrare che dall'equazione (1.2) risulta $E[Q_t] = \mu$, mentre la varianza è pari a:

$$\sigma_{Q_t}^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\lambda}{2 - \lambda} \right) [1 - (1 - \lambda)^{2t}] \quad (1.3)$$

I limiti di controllo risultano pari a:

$$UCL_t = \mu + h\sigma_x \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) [1 - (1-\lambda)^{2t}]} \quad (1.4)$$

$$LCL_t = \mu - h\sigma_x \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) [1 - (1-\lambda)^{2t}]} \quad (1.5)$$

dove h è la costante che determina l'ampiezza dei limiti di controllo. Dal momento che la quantità $1 - (1-\lambda)^{2t} \rightarrow 1$ per $t \rightarrow \infty$ si ottiene la varianza asintotica:

$$\sigma_Q^2 = \sigma_x^2 \left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right) \quad (1.6)$$

ed i limiti di controllo asintotici risultano pari a:

$$UCL_t = \mu + h\sigma_x \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (1.7)$$

$$LCL_t = \mu - h\sigma_x \sqrt{\left(\frac{\lambda}{2-\lambda}\right)} \quad (1.8)$$

1.3.3 Interpretazione

Gli andamenti non casuali all'interno del processo monitorato vengono segnalati usualmente con la fuoriuscita della statistica dai limiti di controllo. Quando si utilizza una carta EWMA andamenti non casuali possono essere individuati anche studiando la distribuzione della statistica all'interno dei limiti di controllo. Infatti, i valori della statistica EWMA fluttuano attorno alla linea centrale, quando il processo risulta in controllo, mentre quando vi è un cambiamento essa si sposta lentamente verso il nuovo livello. L'individuazione di cambiamenti nel processo può avvenire evidenziando la presenza di andamenti crescenti o decrescenti della statistica di controllo.

1.3.4 Valutazione di una carta EWMA

Per ottenere una carta di controllo EWMA che sia in grado di raggiungere determinate *performance*, è necessario individuare la coppia di parametri, λ e h ottimali. I criteri per valutare le capacità di una carta sono basati maggiormente sulla distribuzione della *Run Length*.

La *Run Length*, T , di una carta di controllo è una variabile casuale che rappresenta il primo istante temporale in corrispondenza del quale la statistica di controllo fuoriesce dai limiti di controllo. Questo evento è segnale di una potenziale condizione di fuori controllo. In realtà la distinzione tra un falso allarme ed un vero fuori controllo non è sempre individuabile, si cerca così di costruire una carta che segnali il minor numero di falsi allarmi e che riesca a individuare un vero cambiamento il prima possibile.

La più comune misura per valutare le capacità di una carta di controllo è l'ARL, *Average Run Length*, pari al valore atteso di T . Per un processo in controllo è desiderabile ottenere il più alto valore possibile dell'ARL (ovvero la più bassa percentuale di falsi allarmi). Di contro, quando il processo risulta fuori controllo, l'ARL deve risultare molto bassa così da cogliere il prima possibile il cambiamento avvenuto. Per effettuare un confronto tra diverse carte di controllo è usualmente fissato uguale, per tutte le carte, l'ARL in controllo come anche il cambiamento da individuare. La carta con ARL fuori controllo minore risulta essere la migliore.

1.3.5 Procedura per il disegno di una carta di controllo EWMA

Il disegno statistico di una carta di controllo consiste nella determinazione dei limiti di controllo che devono essere ottimali in termini di ARL, in controllo e fuori controllo, nella scelta della dimensione dei campioni e nel determinare la frequenza di campionamento.

Per un ARL in controllo fissato, i limiti di controllo vengono determinati in modo che l'ARL fuori controllo risulti il più piccolo possibile per un cambiamento di grandezza fissata.

Per una carta EWMA ciò consiste nella determinazione delle costanti (λ , h). Il numero di combinazioni di λ e h per ottenere una carta EWMA con un determinato ARL in controllo sono infinite, ma è necessario individuare quella combinazione in grado di produrre il minor ARL fuori controllo quando un cambiamento è effettivamente avvenuto. L'approccio generale per il disegno di una carta EWMA è il seguente:

- stabilire l'ARL in controllo della carta;
- determinare il cambiamento minimo che la carta deve individuare;
- trovare la costante di lisciamiento, λ^* , utilizzando le tavole appropriate di Crowder (1987b, 1989) o di Lucas e Saccucci (1990);
- dato λ , trovare il valore di h che soddisfa il vincolo sull'ARL in controllo;

La combinazione ottimale di parametri, (λ^*, h^*) , è dunque tale da produrre per un dato ARL in controllo, l'ARL fuori controllo minimo per il cambiamento prefissato.

1.4 Il punto di cambio

Le carte di controllo segnalano all'istante T la presenza di una causa specifica. A tal punto è utile procedere alla stima dell'istante temporale in cui è avvenuto il cambiamento.

Per stimare il punto di cambio usiamo la proposta fatta da Nishina (1992). La carta EWMA è definita come una sequenza di punti che si aggirano attorno alla linea centrale in situazione di controllo del processo. Una volta segnalato un allarme si propone come punto di cambiamento

$$\hat{\tau}_{EWMA} = \max \{ t : \omega_t \leq \mu_0 \}$$

Capitolo 2

Carta EWMA per dati autocorrelati

2.1 Il Problema dei dati autocorrelati

Le assunzioni alla base di un corretto uso delle carte di controllo stabiliscono che i dati generati da un processo in stato di controllo sono indipendenti e seguono una distribuzione normale di media μ e deviazione standard σ . Sia μ che σ sono considerate costanti e ignote. Una condizione di fuori controllo comporta un cambiamento (shift) del livello medio μ , oppure di σ , oppure entrambe. Pertanto quando il processo è in controllo la caratteristica di qualità x_t al tempo t può essere rappresentata dal modello:

$$x_t = \mu + \varepsilon_t \quad t = 1, 2, \dots$$

dove le ε_t sono identicamente e indipendentemente distribuite con media nulla e deviazione standard σ .

Quando queste assunzioni sono soddisfatte, si possono applicare le carte di controllo convenzionali, le cui proprietà statistiche costituiscono un agevole guida all'interpretazione dell'andamento del processo. Anche in presenza di violazioni dell'assunto di normalità della distribuzione di x_t alcune carte, quali l'EWMA, continuano a

funzionare in modo soddisfacente. L'assunzione più importante è quella dell'indipendenza delle osservazioni, in mancanza della quale la carta non funziona in modo corretto. In particolare, se i dati sono correlati, tale carta fornisce risultati fuorvianti, in termini di frequenza troppo elevata di falsi allarmi.

Sfortunatamente le assunzioni di indipendenza e di incorrelazione non sono soddisfatte in molte situazioni reali. Ad esempio, i processi di produzione dell'industria chimica presentano tipicamente osservazioni fortemente correlate, come pure le procedure automatiche di ispezione e controllo. Fondamentalmente tutti i processi produttivi risentono di elementi inerziali, e quando la frequenza delle osservazioni diviene elevata ciò comporta la presenza di correlazione seriale.

2.2 L'uso dell'EWMA per dati correlati

L'approccio per serie temporali a volte può risultare difficoltoso. Tipicamente, vengono applicate le carte di controllo a molte variabili del processo, cosicché lo sviluppo di modelli per serie temporali per ogni variabile di interesse potrebbe risultare potenzialmente troppo dispendioso.

In generale, se le osservazioni sono correlate positivamente e la media del processo non cambia troppo velocemente di livello, la carta EWMA con un valore opportuno di λ costituisce un eccellente previsore a un passo.

Di conseguenza, ci si può attendere che molti processi caratterizzati da una dinamica del primo ordine (cioè salti di livello molto piccoli) siano ben interpretati dall'EWMA.

La procedura in questo caso consiste nel costruire una carta di controllo sugli errori di previsione a un passo oppure una sui residui di un conveniente modello di serie storiche. Noi ci baseremo su questo secondo approccio.

2.3 L'approccio tramite i residui

2.3.1 Calcolo dei residui

Un approccio che si è rilevato utile nel trattare dati autocorrelati, è quello di descrivere direttamente la struttura di correlazione con appropriati modelli di serie temporali, con i quali rimuovere la presenza di autocorrelazione e in seguito applicare una carta di controllo (EWMA) ai residui. Solitamente il modello usato è di tipo autoregressivo a media mobile ARMA(p,q), Box e Jenkins 1976.

$$y_t = \eta + \psi_1^*(y_{t-1}-\eta) + \dots + \psi_p^*(y_{t-p}-\eta) + u_t + \phi_1 u_{t-1} + \dots + \phi_q u_{t-q}$$

dove $-1 < \psi_i < 1$ e $-1 < \phi_i < 1$ sono costanti note stimate e con le u_t distribuite indipendentemente e normalmente, con media nulla e deviazione standard σ e con η costante nota pari alla media del processo:

$$E(y_t) = \eta$$

Con i valori \hat{y}_t calcolati dalla stima del processo calcoliamo i residui tramite la differenza tra i dati (valori simulati in precedenza) e quelli stimati

$$e_t = y_t - \hat{y}_t$$

i residui sono indipendenti e hanno distribuzione normale con media nulla e deviazione standard σ . Si può dunque procedere all'applicazione di due tipi di carte di controllo:

- a) Una carta del tipo CCC (Carta di Controllo delle Cause Comuni): tale carta viene applicata ai valori adattati \hat{y}_t e non ha limiti di controllo, fornisce solamente indicazioni sul livello medio del processo e sulla sua evoluzione nel tempo.
- b) Una carta del tipo SCC (Carta di Controllo delle Cause Speciali): tale carta viene applicata ai residui $e_t = y_t - \hat{y}_t$ in assenza di cause speciali i residui dovrebbero essere indipendenti e identicamente distribuiti, in presenza di qualche causa speciale, invece, i residui ne dovrebbero fornire una certa evidenza. Le carte di controllo convenzionali vengono dunque applicate a tali residui.

Capitolo 3

I risultati

3.1 Introduzione

Un assunto importante nell'applicazione delle carte di controllo sui residui è che il modello di serie storiche che usiamo per descrivere i dati sia il più vicino possibile alla distribuzione reale dei dati. Molto importante è la sensibilità della carta di controllo sui residui, infatti molti autori hanno puntualizzato che la carta sui residui risulta poco sensibile a salti di livello di ampiezza moderata. Per migliorare detta sensibilità si raccomanda l'uso delle CUSUM o delle EWMA sui residui (come facciamo in questa simulazione), in luogo delle carte Shewhart. Montgomery e Mastrangelo (1991) suggeriscono l'uso di procedure supplementari, dette "*tracking signals*", per tener conto, nel modo più completo possibile, della presenza di autocorrelazione da usarsi in combinazione alle carte sui residui.

3.2 La procedura per la stima del punto di cambio τ

La procedura per la stima del punto di cambio è sviluppata con il programma statistico R 1.8.1, tale procedura è riportata interamente in appendice.

Questo programma fornisce la stima del punto di cambio, inoltre si divide in 6 parti che sono qui approfondite:

1. La prima parte serve per creare e inizializzare delle variabili sia di tipo numerico che di tipo vettoriale. Precisamente, $nsim$ è il numero di simulazioni che farà il nostro programma, $ncampione$ è la numerosità del campione nel quale ci saranno 150 osservazioni in controllo e le restanti 4850 fuori controllo. I valori di h e λ sono scelti dalle tavole Lucas-Saccucci dopo aver fissato l'ARL in controllo pari a 500 ed il valore del cambiamento δ che la carta deve individuare (i valori sono riportati sulla tabella 3.1). Poi ci sono due *array* di tipo numerico, i residui e i valori della statistica EWMA, w , che hanno numerosità pari a quella del campione. Per finire ci sono altre due variabili vettoriali, τ e T , che rispettivamente contengono le stime del punto di cambiamento ed i valori osservati della *run length*. Ovviamente questi vettori hanno tanti elementi come il numero di simulazioni che eseguiamo. Qui dobbiamo inizializzare il primo elemento del vettore w a 0 perché la nostra statistica EWMA ha come valore iniziale la media dei residui che è per l'appunto 0. Poi $nno fuori$ e $nprima$ sono due contatori, inizializzati a 0, che forniscono rispettivamente il numero di fuori controllo non segnalati e il numero di falsi allarmi. Per finire c'è la variabile i inizializzata a 1 che è il contatore delle simulazioni.
2. Nella seconda viene generato un ciclo, che si ripeterà $nsim$ volte, nel quale inizialmente si genera $ncampione$ valori da un modello ARMA(1,1) con parametri $\psi = -0,9$ e $\phi = 0,4$. In un secondo momento, a partire dall'osservazione 150 in poi, viene sommato il valore dello shift δ pari compreso tra 0,5 e 3

3. La terza parte è quella del calcolo dei residui. Prima, a partire dalla prime cento osservazioni, adattiamo un conveniente modello ARMA(p,q) e calcoliamo, per mezzo della funzione arima, le stime $\hat{\psi}$ e $\hat{\phi}$. Poi, calcoliamo i residui con la funzione filter usata due volte la prima filtrando la parte relativa alla componente autoregressiva poi quella della componente media mobile.
4. In questa parte del programma c'è un ciclo nel quale si calcola la statistica EWMA

$$w_t = \lambda * e_t + (1 - \lambda) * w_{t-1}$$

Con un altro ciclo e una condizione si confronta la statistica EWMA con i limiti della carta, -h e h. Se la condizione trova un valore che è al di fuori dei limiti si memorizza sul vettore T il punto in cui si realizza un segnale di fuori controllo.

Successivamente si controlla se ci sono stati falsi allarmi e poi si genera un'altra condizione che serve per verificare un fuori controllo, se la condizione è vera si incrementa il contatore dei fuori controllo non segnalati e si decrementa quello delle simulazioni. Se invece la condizione è falsa si genera un ultimo ciclo che serve per calcolare la stima del punto di cambio τ :

$$\hat{\tau}_{EWMA} = \max \{ t : \omega_t \leq \mu_0 \}$$

dove $\mu_0=0$.

Queste operazioni (a parte quelle descritte nel punto 1) saranno ripetute nsim volte.

5. Alla fine delle simulazioni il vettore T contiene tutti i punti di fuori controllo e il vettore tau conterrà tutti i punti di cambio

stimati. Di tali vettori calcoliamo la media e la deviazione standard. Alla fine controlliamo anche i contatori del numero di fuori controllo non segnalati e del numero di falsi allarmi.

Tabella 3.2 Parametri ottimali per la carta EWMA con ARL in controllo pari 500

δ	0,5	1,0	2,0	3,0
λ	0,05	0,15	0,37	0,7
h	2,616	2,907	3,047	3,086

3.3 I risultati

Vengono eseguite delle simulazioni per ottenere la stima del punto di cambio di un processo autocorrelato avente un'ARL in controllo pari a 500.

Al variare dello shift si vuole verificare in quali casi è più efficiente la carta EWMA applicata ai residui. Per le nostre simulazioni abbiamo usato il programma descritto in precedenza dando i risultati descritti nella tabella 3.2

Tabella 3.2 1000 simulazioni, Punto di cambio $\tau = 150$

δ	E(T)	s.e.(T)	$\hat{\tau}_{EWMA}$	s.e.($\hat{\tau}_{EWMA}$)
0,5	228,15	450,73	143,61	16,37
1,0	26,82	76,82	142,85	10,22
2,0	1,91	2,23	146,60	3,97
3,0	0,73	0,68	147,78	1,97

Guardando la tabella possiamo notare che per valori piccoli shift la carta di controllo EWMA su residui non fornisce dei buoni risultati per la stima della *run length* T e anche se abbiamo una stima di τ abbastanza vicina al vero punto di cambio ma con una variabilità ampia. Invece per valori dello shift grandi (2,0 e 3,0) abbiamo delle buone stime sia della *run length* T che del punto di cambiamento entrambe con una bassa variabilità anche se per questi due shift sono stati segnalati dei falsi allarmi che nel programma non sono stati considerati. La simulazione fatta con shift pari a 1,0 risulta quella migliore perché le stime 2 stime sono abbastanza buone e non sono mai stati generati falsi allarmi.

3.4 Conclusioni

Possiamo concludere che usando una carta EWMA sui residui, con un modello iniziale negativamente autocorrelato se si verifica un cambiamento in media, la carta sui residui reagisce bene nello stimare il punto di cambiamento.

In sintesi la carta di controllo EWMA sui residui per la stima del punto di cambiamento di una serie autoregressiva a media mobile (con parametro di regressione negativo e parametro della media mobile positivo) per la stima è da considerarsi un buon metodo di controllo per dati autocorrelati.

Appendice

```
#ARL=500
nsim<-1000
ncampione<-5000
h<-3.086
la<-0.7
residui<-c(rep(0,ncampione))
w<-c(rep(0,ncampione))
tau<-c(rep(0,nsim))
T<-c(rep(0,nsim))
w[1]<-0
no<-0
i<-1
dopo<-0
prima<-0

while(i<=nsim)
{
  x <- arima.sim(list(order=c(1,0,1),ar=-0.9,ma=0.4),
  n = ncampione)
  xin<-x[1:149]
  xout<-3+x[150:5000]
  y<-c(xin,xout)
  mb<-arima(xin[1:100],c(1,0,1))
  phi<-mb$coef[1]
  theta<-mb$coef[2]
  residui<-filter((filter(y,(1-
  phi))),theta,method="recursive")

  for (t in 2:ncampione)
  {
    w[t]<-((la*residui[t])+((1-la)*w[t-1]))
  }

  l<-1
  while((l<ncampione)&&(T[i]<150))
  {
    if((abs(w[l]))>h)
      T[i]<-l
    l<-l+1
  }
}
```

```

if(!(all((abs(w[1:149]))<h)))
  prima<-prima+1

if(all((abs(w))<h))
  {
    no<-no+1
    i<-i-1
  }
else
  {
    for (k in 1:T[i])
    {
      if(w[k]<=0)
      {
        tau[i]<-k
      }
    }
    i<-i+1
  }

T

tau

mean(T-150)

sqrt(var(T))

mean(tau)
sqrt(var(tau))

no
prima

```

Bibliografia

- “Controllo statistico della qualità”, Douglas C. Montgomery
- Lucidi di metodi statistici per il controllo della qualità,
Giovanna Capizzi
- Lucidi di Analisi delle serie temporali, Guido Masarotto
- “Estimation of the Change Point of a Normal Process Mean in SPC Applications”, Joseph J. Pignatiello jr. and Thomas R. Samuel, Journal of Quality Technology gennaio 2001
- “The Changepoint Model for Statistical Process Control”, Douglas M. Hawkins, Peihua Qiu and Chang Wook Kang
Journal of Quality Technology ottobre 2003
- “Run-Length Distributions of Special-Cause Control Charts for Correlated Processes”, Don G. Wardell, Herbert Moskowitz and Robert D. Plante, Technometrics Febbraio 1994
- “EWMA control chart for monitoring the mean of autocorrelated processes”, Chao-Wen Lu and R. Reynolds, jr.
Journal of Quality Technology aprile 1999