



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata  
Dipartimento di matematica "Tullio Levi-Civita"

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE INTERATENEO IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

TESI DI LAUREA

# Il pensiero geometrico nella scuola primaria: tra realtà e astrazione.

Relatore

Prof. Francesco Ciraulo

Correlatore

Dott. Samuele Maschio

Laureanda  
Lucia Franco  
matricola 1166651

Anno accademico 2021/2022



# Abstract

Il presente elaborato intende analizzare teorie e pratiche per l'insegnamento-apprendimento della geometria nella scuola primaria. Precisamente, si farà riferimento alle teorie di Fischbein, Duval, Piaget e van Hiele in relazione allo sviluppo del pensiero geometrico, cogliendone i punti salienti come stimoli per la didattica. Particolare rilevanza verrà posta alla riflessione su come poter utilizzare rappresentazioni grafiche di concetti geometrici per favorire (e non inibire) l'apprendimento. Successivamente saranno presentati i risultati di un questionario indirizzato agli insegnanti di scuola primaria e volto a indagare consapevolezza e attenzione posta, nella pratica, allo sviluppo del pensiero geometrico. Infine, si vedranno una serie di proposte di diversi autori orientate a tale obiettivo.



# Indice

Indice .....	3
Abstract .....	3
Introduzione.....	7
Capitolo 1 - Considerazioni teoriche .....	10
1.1 Approcci teorici in didattica della matematica, una panoramica. 10	
1.2 Difficoltà specifiche della matematica: errori, ostacoli e misconcezioni.....	12
Capitolo 2 - Principali teorie in didattica della geometria .....	17
2.1 Processi cognitivi per la costruzione di concetti geometrici: abilità visuo-spaziali, immagini mentali .....	17
2.2 Il modello di van Hiele.....	19
2.3 I <i>concetti figurali</i> di Fischbein .....	22
2.4 Il paradosso di Duval.....	24
Capitolo 3 - Costruire concetti geometrici: la pratica.....	29
3.1 Quadri normativi di riferimento per orientare la pratica didattica: Competenze Chiave europee e Indicazioni Nazionali .....	29
3.2 Le peculiarità dell'insegnamento della geometria: il rapporto tra realtà sensibile, rappresentazione e oggetti ideali.....	37
3.3 Il ruolo delle figure: facilitatori oppure ostacoli.....	41
3.4 Consapevolezza del problema ed utilizzo delle figure in aula: un questionario per i docenti .....	44
3.5 Analisi dei dati raccolti.....	46
3.5.1 Prima sezione: l'esperienza di insegnamento .....	46

3.5.2 Seconda sezione: le scelte didattiche.....	48
3.5.3 Terza sezione: atteggiamenti e convinzioni rispetto alle rappresentazioni grafiche.....	52
3.6 Discussione dei dati .....	55
Capitolo 4 - Proposte per la didattica .....	61
4.1 Partire dalla realtà .....	62
4.2 Manipolare modelli concreti .....	64
4.3 Immaginare.....	67
4.4 Sviluppare la <i>visualizzazione</i> .....	71
4.5 Parlare di matematica .....	75
4.6 Sperimentare in ambienti di geometria dinamica .....	77
Capitolo 5 - Conclusioni .....	80
Bibliografia.....	83
Allegati.....	90
Allegato 1.....	90

# Introduzione

Quale rapporto lega la matematica alla realtà? Si può pensare che le leggi matematiche siano state costruite con l'intenzione di descrivere in modo rigoroso ciò che ci circonda, oppure si può pensare che quelle stesse leggi siano state "semplicemente" scoperte e che, quindi, la natura si basi su concetti ideali esistenti a priori. Certo è che matematica e realtà, seppur vicine per alcuni aspetti, non possono coincidere: ciascuna presenta caratteristiche peculiari che non appartengono all'altra. Questo complesso rapporto influenza anche la didattica, che si muove su un terreno delicato e deve - soprattutto nella scuola primaria, ma non solo - permettere la costruzione di concetti astratti a partire da riferimenti concreti. È necessaria, da parte dei docenti, una particolare sensibilità per far sì che i propri studenti riescano a sviluppare un pensiero dinamico e capace di muoversi tra la realtà sensibile e la realtà ideale propria della matematica.

L'interesse per il tema, dal quale muove la presente ricerca, è dato dalla consapevolezza di quanto la matematica - e in particolare la geometria - siano fonte di difficoltà per gli studenti di ogni ordine e grado. In particolare, spesso la disciplina viene vista (perché così è presentata) come un insieme di leggi formali e rigorose distanti dall'esperienza quotidiana. Mi è capitato, parlando con ragazzi alla scuola secondaria, di sentire l'osservazione per cui "la matematica è inutile, basta saper fare addizioni, sottrazioni e tabelline, e poi c'è Internet... e la calcolatrice!", probabilmente perché questi temi sono quelli più direttamente collegati all'esperienza quotidiana. Oppure perché sono gli unici che sono stati presentati loro stimolando un effettivo collegamento con la realtà, mentre nel successivo percorso scolastico la matematica è diventata un insieme di formule da applicare a problemi distanti dagli alunni.

Ma quindi, “servono” tutte le definizioni, le formule, le relazioni tra i diversi elementi che vengono fatte imparare a memoria nei diversi cicli scolastici?

“Probabilmente no. Però se i ragazzi hanno seguito il ragionamento sottostante [a capire un costrutto matematico, n.d.r.] o, meglio ancora, se sono stati loro ad arrivarci, sia pure a «pezzi e bocconi» e con l’aiuto dell’insegnante, allora significa che sono stati esposti a un bell’esempio di come «fare matematica». [...] Oppure potranno ricordarsi che si è fatto un ragionamento che ha permesso di arrivare a un risultato inaspettato. [...] Oppure... non si ricorderanno nulla di tutto ciò, ma avranno acquisito (non certo con la bacchetta magica di un singolo esempio, ma per aver incontrato in più occasioni problemi di questo genere) una abitudine a leggere i dati e le formule, a confrontare i risultati con i dati iniziali, a verificarli.” (Dedò, 2016, p.91)

Dedò, da cui è ripresa la precedente citazione, propone un’impostazione didattica libera da formalismi e di concetti “dati dall’alto”, ma evidenzia la potenzialità di sviluppare un’attitudine volta alla ricerca e un pensiero di tipo logico e matematico che possono essere strumenti effettivamente utili nella vita quotidiana, nella quale – verosimilmente – non ci si troverà di fronte a costruzioni impossibili di cui calcolare, senza motivo, superficie o volume e non si dovrà dimostrare la perpendicolarità degli spigoli di un tavolo (che poi, magari, davvero perpendicolari non sono).

In questo elaborato l’attenzione sarà posta soprattutto all’ambito della geometria, con l’intenzione di capire come costruire fin dalla scuola primaria un’attitudine positiva nei confronti della disciplina e un pensiero geometrico che faciliti l’esperienza futura degli alunni. La scelta di questo ambito deriva dal fatto che ritengo, d’accordo con gli autori, che esso “si prest[i] assai bene come linguaggio che mette in relazione le immagini della realtà e le loro proprietà formali oltre a quelle concrete” (Fandiño Pinilla & D’Amore, 2020, p.10) e che troppo spesso sia ridotto a un



insieme di formule e definizioni, dimenticandone gli aspetti più interessanti e affascinanti. Le domande di ricerca che hanno orientato l'indagine possono essere riassunte come segue:

- Quale rapporto lega i concetti geometrici, le loro rappresentazioni o modelli e la realtà concreta?
- Quali aspetti sono più complessi da apprendere per gli alunni? Come presentarli in modo efficace?
- Cosa caratterizza il pensiero geometrico?
- È possibile sviluppare un pensiero astratto già nella scuola primaria? Quali modalità sono le più efficaci?
- Quanto spazio e quali attenzioni sono dati dagli insegnanti a questi aspetti?

# Capitolo 1

## Considerazioni teoriche

### 1.1 Approcci teorici in didattica della matematica, una panoramica

Numerose sono le teorie alla base di approcci e metodologie utilizzati dagli insegnanti. D'Amore e Godino (2006) le dividono in due filoni principali: realiste e antropologiche-pragmatiche. Gli autori spiegano che le prime guardano alla matematica come una scienza certa, che prescinde dall'esperienza umana, e i cui oggetti sono visti attraverso una concezione platonica, ideale. Le teorie classificate come pragmatiche, invece, considerano la matematica come una scienza maggiormente situazionale, che acquista significato in relazione alle istituzioni all'interno delle quali viene studiata e di conseguenza non è portatrice di un'unica verità immutabile ma di molteplici interpretazioni di essa. Dal confronto tra questi diversi modi di guardare alla disciplina, emerge chiaramente come una diversa concezione da parte dell'insegnante potrebbe influenzare l'approccio didattico utilizzato in classe: da un lato si corre il rischio di cadere in un eccesso di formalismo e di astrazione, insegnando e pretendendo dagli allievi troppo (soprattutto per quanto previsto negli anni della scuola primaria) rigore; dall'altro lato il rischio è quello di non guidare adeguatamente la sistematizzazione degli apprendimenti per la costruzione di modelli matematici, lasciando i bambini in un'eccessiva indeterminatezza.

D'Amore e Godino (2006) evidenziano infine un terzo filone teorico che può essere definito ontosemiotico e rappresenta un punto d'incontro tra realismo e pragmatismo. Scrivono gli autori:

“ci pare di poter affermare che il significato degli oggetti matematici comincia come pragmatico, relativo al contesto; ma, tra i tipi di uso relativi a quel significato, ne esistono alcuni che permettono di orientare

i processi di insegnamento - apprendimento della matematica. Questi tipi di usi vengono oggettivizzati attraverso il linguaggio e finiscono con il costituire referenti del lessico istituzionale” (D’Amore & Godino, 2006, p. 27).

Se ci si basa su questo tipo di concezione teorica, la pratica didattica che ne deriva potrebbe partire dall’esperienza concreta e quotidiana dei bambini, all’interno della quale si andranno a ricercare gli aspetti matematici che verranno successivamente formalizzati attraverso azioni specifiche e mirate: un approccio ontosemiotico potrebbe essere un buon modo per permettere agli alunni di apprendere concetti matematici corretti ma non slegati dalla quotidianità, per far sviluppare l’astrazione e il ragionamento logico avvicinandosi passo dopo passo.

Una panoramica di alcune tra le principali teorie che hanno dato origine ad approcci specifici in didattica della matematica si può trovare in Iori (2016) che nomina:

- “*teorie costruttiviste* nelle loro diverse varianti (Cobb, 1988; Ernest, 1991; Goldin, 1990; von Glasersfeld, 1995)
- *teoria delle situazioni didattiche* (Brousseau, 1986, 1997)
- *teoria antropologica della didattica* (Chevallard, 1992)
- *teorie socioculturali* nelle loro diverse varianti (D’Ambrosio, 1985; Radford, 1997)
- *teorie semiotiche* nelle loro diverse varianti (Arzarello, 2006; Bartolini Bussi & Mariotti, 2008; Duval, 1993, 1995; Godino, 2002; Godino & Batanero, 1994, 1998; Hoffmann, 2006; Sáenz-Ludlow & Presmeg, 2006).” (p. 148)

Mentre la teoria di Chevallard è già stata trattata in precedenza, rientrando a pieno titolo nel filone delle teorie antropologiche, con riferimento a Radford (2008, 2011) è possibile approfondire alcuni di questi approcci. In particolare, il costruttivismo pone al centro del processo di apprendimento lo studente, attivo e autonomo costruttore del proprio apprendimento mediante l’utilizzo di risorse cognitive che gli

permettono di organizzare l'esperienza. La teoria delle situazioni didattiche di Brousseau, invece, dà rilevanza al rapporto dello studente con l'oggetto matematico da conoscere, nella ricerca di situazioni che possano attribuirgli senso. All'interno dell'ampio spettro delle teorie socioculturali, i principi comuni sono l'attribuzione di un ruolo centrale alle pratiche sociali, le quali permettono di sviluppare l'apprendimento attraverso di un processo di oggettivizzazione che si svolge all'interno di un certo contesto di riferimento, e la considerazione della conoscenza come un prodotto culturale che mette in relazione la realtà con le interpretazioni di essa da parte del gruppo sociale. Infine, le teorie semiotiche (e gli approcci semio-cognitivi da esse derivanti) partono da presupposti completamente diversi, che prevedono l'appropriazione di oggetti matematici mediante processi cognitivi di elaborazione semiotica. Della teoria di Raymond Duval, la più rilevante e innovativa tra esse, si parlerà approfonditamente nel capitolo 2.

Iori analizza in particolare le relazioni e i diversi principi base delle teorie presentate, arrivando alla conclusione che ciascuna, se considerata da sola, non risponde adeguatamente alla complessità della disciplina; è pertanto opportuno considerare i principi e metodologie propri di ciascuna ed integrarli nella pratica didattica per costruire una rete che permetta di “descrivere aspetti diversi del medesimo fenomeno didattico” (Iori, 2016, p. 157)

## **1.2 Difficoltà specifiche della matematica: errori, ostacoli e misconcezioni**

La matematica spesso è vista da bambini e ragazzi come una disciplina complessa o, addirittura, incomprensibile. La dottoressa Fandiño Pinilla (2019) presenta una panoramica delle diverse tipologie di difficoltà che possono emergere nell'apprendimento della matematica. In *primis* fa riferimento al “triangolo della didattica”, che vede ai suoi vertici

l'allievo, l'insegnante e il Sapere: ciascuno e, in particolare, ogni interazione tra questi può dare origine a difficoltà nell'apprendimento. I tre vertici sono collegati

- dal processo di trasposizione didattica, che vede coinvolto l'insegnante nella scelta e selezione dei contenuti, al fine di trasformare il Sapere disciplinare in sapere da insegnare;
- dalla relazione tra l'alunno e i contenuti da apprendere, mediata dalle caratteristiche personali dello studente, dagli atteggiamenti e dai processi cognitivi messi in atto per far proprie le conoscenze;
- dalla relazione reciproca tra insegnante e alunno, che pone l'apprendimento anche su un piano emotivo, il quale può influenzare sensibilmente l'esito del processo.

Tuttavia, Fandiño Pinilla propone poi un'analisi più approfondita, distinguendo cinque componenti dell'apprendimento della matematica, specificatamente:

- apprendimento concettuale-noetico, l'aspetto più formale e astratto della matematica;
- apprendimento algoritmico, che comprende l'esecuzione di operazioni;
- apprendimento strategico, definito come la capacità di risolvere problemi
- apprendimento comunicativo, necessario ad argomentare e dimostrare;
- apprendimento della gestione dei diversi registri semiotici.

Mettendo in relazione questi aspetti con il triangolo della didattica, si possono identificare quindici nodi che sono potenziali fonti di difficoltà specifiche: questi possono essere uno strumento per gli insegnanti nell'analizzare gli errori manifestati dagli allievi e capire quali strategie attuare per risolverli. In particolare, in questo elaborato sarà

posta l'attenzione sull'apprendimento legato alla gestione dei diversi registri semiotici e alla relazione di esso con l'aspetto noetico, considerati da molti autori gli aspetti di maggiore difficoltà in ambito di didattica della matematica; tuttavia, va sottolineato che ciascuno di questi nuclei è sempre in relazione dialogica con gli altri e non può mai essere considerato come autonomo per poter costruire apprendimenti significativi (Ausubel, 1995, Novak, 2001).

Al fine di perseguire il successo formativo di ciascuno, è essenziale che da parte degli insegnanti avvenga un'analisi puntuale delle cause - immediate e latenti - che portano gli alunni a sbagliare. È opportuno, infatti, che vengano rilevati eventuali errori sistematici nell'applicazione di regole e nell'interpretazione dei concetti affinché essi possano essere corretti prima che diventino credenze (*beliefs*) stabili e consolidate, “ma per far ciò bisogna sempre essere attenti a proporre analoghe prove più d'una volta, con alcune significative variazioni, per esaminare a fondo la situazione” (Fandiño Pinilla, 2019, p. 30). Non basta quindi limitarsi a correggere l'errore - fatta eccezione per quelli di distrazione, saltuari -, ma è necessario comprendere i processi cognitivi attivati dal bambino e dargli gli strumenti per correggerli e favorire così il processo di accomodamento.

In ambito di difficoltà inerenti all'apprendimento della matematica, è doveroso accennare alla *teoria degli ostacoli* formulata da Brousseau (1976). Egli va a definire quelle conoscenze che l'allievo possiede e sa utilizzare in contesti noti ma che possono rendere più complesso l'apprendimento dei successivi “capitoli” della matematica quando applicate a nuove situazioni, nelle quali la conoscenza fallisce e produce contraddizioni: lo studente, se non reso consapevole, tenderà ad opporsi a tali dissonanze rimanendo fedele al proprio sapere che, in questo modo, diventerà ostacolo alla comprensione profonda. L'autore definisce tre diversi tipi di ostacoli, fortemente correlati ai vertici del triangolo didattico:

- di natura ontogenetica, cioè legati a una fase di sviluppo dell'allievo (intelligenza, sensi, sistemi percettivi), che non possono essere evitati ma generalmente sono rimossi con la crescita ed il conseguente superamento della fase evolutiva;
- di natura didattica, cioè derivanti da scelte operate dal docente, sia per quanto concerne la selezione dei contenuti da affrontare (e dunque il processo di trasposizione didattica), che per le metodologie utilizzate. Infatti, seppur con l'intenzione di selezionare e presentare i contenuti andando incontro agli allievi, è possibile che l'insegnante proprio attraverso le sue scelte crei difficoltà, in quanto contenuti e metodologie "possono non essere efficaci per tutti gli studenti e rivelarsi dunque fallimentari per alcuni" (D'Amore, 2019, p. 48);
- di natura epistemologica, cioè inerenti alle specificità della matematica: sono ostacoli "intrinseci", di fronte ai quali non si trova solo lo studente, ora, ma che hanno coinvolto nel passato anche studiosi e teorici. Proprio questi ostacoli sono stati nella storia il punto di partenza per l'approfondimento e lo sviluppo ulteriore della disciplina.

Mentre, come detto, il primo tipo non è prescindibile - anche se è comunque necessario avvenga un monitoraggio da parte dei docenti per assicurarsi che tali ostacoli vengano effettivamente superati con il naturale sviluppo -, le altre due tipologie di complessità possono essere gestite e controllate dall'insegnante, assicurandosi di proporre strategie di differenziazione didattica e utilizzando un'ampia varietà di metodologie, favorendo un atteggiamento attivo degli allievi. Inoltre, è importante che i docenti abbiano un'adeguata formazione sui contenuti della disciplina e su quali elementi siano più complessi da apprendere o potrebbero portare a misconcezioni, cercando di prevenirle ed esplicitarle. A questo proposito, un atteggiamento che, secondo Brousseau (citato in D'Amore et al, 2019), è causa di errori e difficoltà di

comprensione è che “l’insegnante convinca sé stesso e gli allievi che quel che stanno facendo in aula è buona matematica anche quando non lo è affatto” (p.23). Ciò si manifesta ad esempio quando l’insegnante ripropone un certo quesito (modificandone magari alcuni aspetti “superficiali”, ma preservandone la struttura che stabilisce la strategia risolutiva) aspettandosi e stimolando una risposta dagli studenti che segua metodologie analoghe a quelle mostrate in precedenza, senza assicurarsi che sia avvenuto l’apprendimento di tali strumenti: in questo caso, è probabile che l’allievo riesca a rispondere correttamente alle richieste dell’insegnante ma senza aver compreso e fatta propria tale procedura o concetto matematico, solamente notando la somiglianza con altri quesiti e replicando meccanicamente le strategie di risoluzione. Ne consegue che, quando lo studente si troverà ad affrontare situazioni di diversa natura, non sarà in grado di capire quando applicare tali strategie dal momento che non ne ha sviluppata la piena padronanza. Nel seguire del percorso scolastico, si troverà nella condizione di dover ampliare un concetto matematico senza però averne solide basi e quindi correrà il rischio di non superare correttamente l’ostacolo di tale apprendimento.

Alla luce di quanto spiegato, nel prossimo capitolo si andranno a presentare alcune importanti teorie in ambito di didattica della geometria che permettono lo sviluppo di una consapevolezza delle possibili difficoltà intrinseche della disciplina, da tenere in considerazione nella pratica didattica per permettere agli alunni di costruire solidi apprendimenti geometrici.



# Capitolo 2

## Principali teorie in didattica della geometria

### 2.1 Processi cognitivi per la costruzione di concetti geometrici: abilità visuo-spaziali, immagini mentali

I primi studi inerenti alla costruzione nel bambino di concetti geometrici si devono a Piaget e Inhelder (1979). Essi inseriscono all'interno degli stadi definiti da Piaget nella sua *teoria dello sviluppo della conoscenza* (1967) le diverse fasi che, a loro avviso, portano allo sviluppo dei concetti geometrici e delle rappresentazioni spaziali. Si ipotizza quindi che il bambino inizi lo sviluppo di tali aspetti fin dai suoi primi anni di vita, passando da uno spazio di tipo "percettivo", legato alla fase di esperienza senso-motoria a uno spazio "rappresentativo", costruito e regolato da processi cognitivi (Poli et al, 2014). Successivamente, altri studiosi hanno sviluppato modelli per indagare come avviene e quali fasi segue lo sviluppo del pensiero geometrico; particolarmente rilevante è quello proposto dai coniugi van Hiele di cui si tratterà nel paragrafo successivo.

Molti studi sono stati fatti negli ultimi anni nell'ambito della psicologia cognitiva, orientati a comprendere quali abilità visuo-spaziali sono necessarie al corretto sviluppo del pensiero geometrico. In estrema sintesi Poli, Bertolli e Lucangeli (2014) indicano i seguenti:

- Bishop (1983), che definisce due componenti delle abilità visuo-spaziali: *interpretare informazioni* sulle figure geometriche e *manipolare rappresentazioni visive* di esse;
- Hershkowitz (1989), che distingue la cognizione geometrica tra *visualizzazione* - quando il bambino utilizza un modello

prototipico come riferimento per l'identificazione - e l'*analisi descrittivo-analitica* - quando le figure vengono categorizzate sulla base delle loro proprietà;

- Del Grande (1990), che identifica molte abilità necessarie allo sviluppo della cognizione geometrica, precisamente: coordinazione oculomotoria, individuazione di figure su uno sfondo, percezione della costanza della forma (anche in caso di cambiamenti del punto di vista), percezione della posizione nello spazio e delle relazioni spaziali, discriminazione visiva, memoria visiva (con riferimento alla memoria di lavoro visuo-spaziale, presentata da Baddeley e Hitch nel 1974, e successivamente modificata e arricchita nelle sue componenti da altri studiosi).

Sbaragli (2019) adotta una prospettiva più centrata sulle peculiarità dell'apprendimento matematico introducendo l'idea delle immagini e dei modelli mentali. Le prime, sostiene, sono prodotti individuali, costruiti dal singolo a partire da stimoli sensoriali e possono essere di tipo figurale o proposizionale. L'insieme delle immagini inerenti a un certo concetto ne costituisce il modello mentale, che "è, tra le immagini, la definitiva, quella che racchiude il massimo delle informazioni e che si dimostra stabile rispetto a un buon numero di ulteriori sollecitazioni" (p. 58). Certo è che tali modelli devono essere formati in seguito a molti stimoli che siano quanto più possibile vari: solo in questo modo il modello a cui si arriva può risultare complesso e articolato, e avvicinarsi al concetto a cui fa riferimento. Diversamente, se le proposte e le esperienze sono scarse o vanno tutte nella stessa direzione, l'alunno formerà modelli mentali rigidi e riduttivi, lontani dal concetto geometrico cui si riferiscono. Inoltre, la ridondanza di immagini mentali troppo simili creerà difficoltà anche nello sviluppo del ragionamento logico-geometrico, inibendo la manipolazione e la comprensione profonda degli oggetti della disciplina. Così, nell'esempio delle figure piane, sarà importante che gli insegnanti propongano una pluralità di stimoli anche appartenenti a diversi registri

semiotici cosicché gli alunni possano distaccarsi da una rappresentazione stereotipata verso l'acquisizione del concetto astratto, evitando o superando eventuali misconcezioni.

## 2.2 Il modello di van Hiele

I coniugi van Hiele, cercando di comprendere le difficoltà dei loro studenti nell'apprendimento della geometria, hanno elaborato una teoria stadiale che suddivide la competenza in questa disciplina in cinque livelli. Ciascuno di essi presenta caratteristiche specifiche rispetto alla visualizzazione e riconoscimento delle figure, al vocabolario della disciplina, alla capacità di astrazione e di ragionamento logico, verso il raggiungimento - nel quinto stadio - del rigore geometrico, proprio dei gradi più alti di istruzione. Ogni livello è precursore e prerequisito del successivo, il quale non può essere appreso correttamente se non si posseggono solide basi sugli aspetti che caratterizzano il precedente: gli studiosi, infatti, hanno ipotizzato che molti studenti di ordini scolastici avanzati presentino difficoltà nel ragionamento formale e nell'eseguire dimostrazioni poiché non possiedono adeguate competenze nei livelli più bassi dell'apprendimento geometrico (Mason, 1998). Sbaragli e Mammarella (2010) propongono un'approfondita spiegazione dei cinque stadi:

“1. Ad un primo livello, denominato *livello visivo*, i bambini riconoscono le forme presentate loro a livello percettivo, ma non possono rappresentarle mentalmente, ovvero non sono in grado di creare delle immagini mentali delle forme geometriche. A questo livello, una figura è un rettangolo “perché è simile ad una porta”, non vi è, pertanto, una comprensione delle proprietà delle figure. I bambini di questo livello possono apprendere il vocabolario geometrico, identificare e riprodurre le figure in modo corretto.

2. Al secondo livello, denominato *descrittivo-analitico*, i bambini iniziano a riconoscere le figure in base alle loro proprietà. Le immagini perdono di importanza rispetto ai loro attributi, ma le proprietà non sono ancora ordinate, e i bambini non sono ancora in grado di differenziarle in

termini di definizioni e proposizioni, e non sono ancora capaci di spiegare le relazioni tra le varie figure geometriche. Ad esempio, un quadrato non è ancora riconosciuto come un particolare rettangolo.

3. Il terzo livello è denominato delle *deduzioni informali o della geometria euclidea*. Il bambino comincia ad osservare le varie relazioni tra le figure dal punto di vista logico, ad esempio il quadrato è un caso particolare di rettangolo poiché soddisfa tutte le proprietà del rettangolo. Questo presuppone la conoscenza di una terminologia specifica appropriata e delle definizioni, così da poter riconoscere classi di figure e dedurne alcune proprietà. A questo livello, tuttavia, non vi è ancora una comprensione degli assiomi e delle dimostrazioni.

4. Al quarto livello, *deduttivo*, o della *logica formale*, i ragazzi cominciano ad essere in grado di distinguere formalmente tra una proposizione e la sua inversa, e possono capire le dimostrazioni, i postulati, gli assiomi ed i teoremi. Il pensiero si occupa del significato di deduzione, del reciproco di un teorema, della [sic] condizione necessaria e sufficiente.

5. L'ultimo livello, del *rigore geometrico*, consente agli studenti di apprendere la geometria non-euclidea e di confrontare diversi sistemi di assiomi. La geometria viene pertanto rappresentata in modo astratto. [...]

Sulla base di alcuni studi sperimentali, Clements e Battista (1992) hanno inserito un livello precedente a quello visivo, un livello zero, denominato *di pre-riconoscimento*, nel quale i bambini percepiscono le forme in modo corretto ma non sono in grado di classificarle o di riprodurle attraverso il disegno.” (p. 7-8)

I cinque livelli, secondo i van Hiele, possiedono alcune proprietà (Sbaragli & Mammarella, 2010). Oltre ad essere, come già detto, sequenziali e quindi a svilupparsi rispettando l'ordine previsto nel modello, ciascuno di essi presenta caratteri di intrinsecità ed estrinsecità: gli oggetti che in un livello rappresentano solo motivo di interesse, nel successivo verranno analizzati e studiati, nel successivo ancora diventeranno strumenti per sviluppare nuovi apprendimenti. Inoltre, ogni livello possiede uno specifico linguaggio, adeguato ed accettato, ma che dev'essere poi ampliato o affinato man mano che si procede con lo sviluppo. Infine, vi sono due proprietà che richiedono particolari attenzioni da parte degli insegnanti: una legata allo sviluppo della comprensione geometrica e una alla discrepanza tra il livello dell'adulto

e dei bambini. Quest'ultima va tenuta in particolare considerazione perché può essere causa di difficoltà e di incomprensioni; infatti, se l'insegnante non basa la propria azione didattica su un piano cognitivo che possa essere accessibile allo studente, l'apprendimento che ne deriverà sarà di tipo mnemonico e imitativo, egli non sarà in grado di appropriarsi dei concetti trattati con consapevolezza ma tenderà a riprodurre una rete di significati propria dell'insegnante. L'ultima caratteristica, già citata, del modello di van Hiele è legata al passaggio da un livello al successivo che, a differenza di ciò che succede secondo la teoria di Piaget (1967), non avviene in modo automatico in base alla fase evolutiva dello studente ma è favorito o inibito dall'istruzione. Pertanto, affinché avvenga la piena acquisizione di un livello, l'insegnante dovrebbe analizzare il punto in cui si trovano gli allievi e costruire sulla base di tale analisi l'azione didattica, organizzata in cinque fasi e orientata a sviluppare il successivo livello di comprensione (Mason, 1998). La prima fase è chiamata dell'*informazione*, in cui l'insegnante rileva le preconcoscenze degli allievi rispetto all'argomento. Successivamente, vi è la fase dell'*orientamento guidato*, nella quale gli studenti hanno un ruolo attivo all'interno però di un ambiente controllato dall'insegnante, che propone esperienze - soprattutto di tipo pratico e manipolativo - orientate a esplorare alcuni specifici concetti. La terza fase, dell'*esplicitazione*, prevede che gli studenti descrivano ciò che hanno appreso riguardo l'argomento; essi utilizzeranno, verosimilmente, un vocabolario legato al precedente livello, quello che già padroneggiano: compito dell'insegnante in questa fase sarà di introdurre termini rilevanti e adeguati agli obiettivi da raggiungere. Segue poi la fase dell'*orientamento libero*, caratterizzata da quesiti ed esperienze meno strutturate, per risolvere le quali gli studenti devono utilizzare attivamente i nuovi apprendimenti. Infine, gli studenti integrano (fase di *integrazione*) tutte le conoscenze possedute creando connessioni tra oggetti e relazioni. È necessario comunque ricordare che "uno studente potrebbe aver bisogno di passare per alcune delle cinque fasi più di una

volta con un particolare argomento”, così come potrebbe sviluppare prima un pensiero più astratto con alcune figure, di cui ha più familiarità, mentre potrebbe aver bisogno di più tempo per applicare il livello di ragionamento a oggetti dei quali non ha fatto molte esperienze (Mason, 1998).

### **2.3 I concetti figurali di Fischbein**

Una teoria estremamente significativa in ambito di didattica della matematica è quella elaborata nel 1993 da Fischbein. Essa apre a una nuova prospettiva dalla quale guardare gli enti geometrici: l'autore li definisce come concetti figurali, cioè oggetti che possiedono in sé caratteristiche sia di concetto che di figura. Scrive l'autore:

“Una figura geometrica può essere descritta come avente intrinsecamente proprietà concettuali. Tuttavia una figura geometrica non è un puro concetto. È un'immagine, un'immagine visiva. Possiede una proprietà che i concetti usuali non possiedono, cioè include la rappresentazione mentale di proprietà spaziali. Tutte le figure geometriche rappresentano costruzioni mentali che possiedono simultaneamente, proprietà concettuali e figurali” (Fischbein, 1993).

Nel ragionamento matematico, gli oggetti materiali (siano essi disegni o solidi) altro non sono che una rappresentazione dei concetti con cui si ha a che fare. Tuttavia, il ragionamento logico-matematico caratteristico della geometria si basa su oggetti che possiedono in sé proprietà concettuali (generalità, astrattezza, essenzialità, idealità) che rispondono a teoremi e definizioni, e proprietà figurali e spaziali (forma, distanza, posizione), attribuite loro mediante la rappresentazione mentale di tale concetto. Questi oggetti devono essere liberati, mediante processi cognitivi, dall'aspetto sensoriale caratteristico degli oggetti nella realtà (Fischbein, 1993). Ciò che sottolinea in particolare l'autore è che tali processi cognitivi non si sviluppano naturalmente, ma vanno stimolati

con attività che richiedano una stretta collaborazione tra l'aspetto figurale e quello concettuale. Una particolare difficoltà che viene espressa è che “nelle scienze empiriche [fisica, biologia,.. n.d.r.], il concetto tende ad approssimare una realtà corrispondente esistente, mentre in matematica è il concetto, mediante la sua definizione, che detta le proprietà delle figure corrispondenti” (Fischbein, 1993): soprattutto nei primi livelli di scuola questa caratteristica dei concetti matematici li rende impossibili da raggiungere e molto difficili da costruire, visto che il bambino esplora la realtà sensibile e da essa apprende. È necessario, tuttavia, avviare una riflessione sul rapporto tra la matematica e la realtà che possa mettere le basi per il successivo sviluppo del ragionamento logico e geometrico.

Davanti ad un'immagine che rappresenti un oggetto geometrico, è complesso per bambini e ragazzi gestire adeguatamente i due aspetti, tendendo a far prevalere i vincoli della figura disegnata a quelli della definizione, infatti

“anche se lo studente conosce la definizione di parallelogramma (un quadrilatero i cui lati opposti sono paralleli) potrebbe diventare difficile per lui vedere nelle varie forme corrispondenti a tale definizione la stessa *Gestalt*, la stessa categoria di figure. Un parallelogramma obliquo, un rettangolo, un quadrato sono figurativamente così diversi che l'effetto unificante del concetto semplicemente svanisce” (Fischbein, 1993).

Al fine di far sviluppare agli alunni un pensiero di tipo geometrico, è necessario lavorare con loro, fin dalla scuola primaria, per allenare la capacità di far interagire i due aspetti cercando di proporre molte rappresentazioni dei concetti, che presentino anche ambiguità o apparenti dissonanze che possono essere superate solo facendo intervenire la definizione. Occorre, inoltre, rendere consapevoli gli studenti che qualsiasi disegno di un concetto ne è una particolare produzione iconica, che condivide con il concetto primario la componente

figurale e solo in parte quella concettuale, così da guardare con consapevolezza alle rappresentazioni grafiche verso la formazione di immagini mentali stabili (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). In questo modo sarà possibile mettere le basi per lo sviluppo, negli anni successivi, del ragionamento logico-formale necessario nelle dimostrazioni. È vero infatti che “la componente figurale stimola nuove direzioni del pensiero, ma i vincoli logico-concettuali controllano il rigore formale del processo” (Fischbein, 1993, p.139), pertanto se gli studenti riescono a far conciliare i due aspetti, rispettandone i vincoli e le caratteristiche, possono avviare un processo di riflessione e deduzione geometricamente corretto anche a partire dalla visualizzazione delle immagini. La visualizzazione, in geometria, riguarda proprio il “vedere geometricamente” cioè la capacità di cogliere caratteristiche e proprietà delle figure a partire dalla loro rappresentazione; ciò può accadere solo se sono padroneggiati i limiti formali del concetto, in modo da superare la visione particolare del disegno, verso una visualizzazione globale del concetto figurale.

## **2.4 Il paradosso di Duval**

Raymond Duval è uno dei maggiori esponenti dell'approccio semio-cognitivo in didattica della matematica (si veda il capitolo 1). I suoi studi si concentrano soprattutto sugli “invarianti cognitivi dell'apprendimento” (Asenova, 2018, p.175), cioè le capacità e i processi mentali necessari allo studente per avere successo nel processo di costruzione di concetti matematici. Il punto di partenza della sua teoria si può comprendere attraverso le parole di D'Amore:

“Usando uno strumento metodologico univoco, la rappresentazione dell'oggetto matematico è univoca, di conseguenza non si può avere apprendimento dell'oggetto matematico nella sua complessità, ma si cade nelle maglie di quel che Raymond Duval chiama “paradosso cognitivo dell'apprendimento”: lo studente identificherà l'oggetto matematico con la sua rappresentazione (nel migliore dei casi, cioè se lo strumento metodologico utilizzato ha avuto successo), dunque non sarà



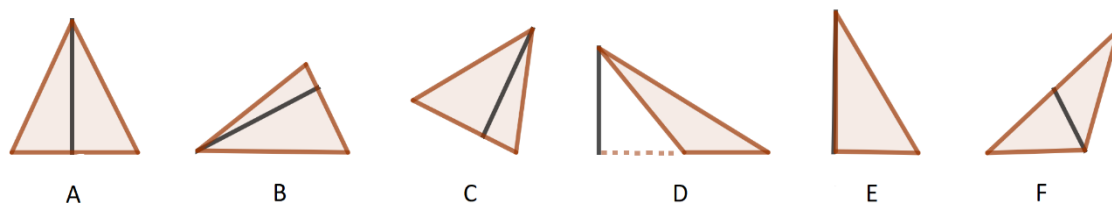
affatto avvenuto apprendimento matematico. L'oggetto matematico, astratto, sarà, per quello studente, irraggiungibile.” (2016)

Duval (1993), infatti, sostiene l'impossibilità di avere accesso agli oggetti della disciplina se non attraverso una rappresentazione di essi, che non potrà mai essere pienamente esaustiva. Secondo questa prospettiva teorica, l'aspetto noetico della matematica rimane inaccessibile se non mediante le sue rappresentazioni semiotiche, che possono però essere confuse con il concetto stesso (Asenova, 2018). Ogni oggetto matematico, secondo Duval, può essere rappresentato in molteplici modi e registri semiotici, che devono essere coordinati sia da parte dell'insegnante sia dell'allievo al fine di comprendere il concetto nella sua interezza.

Ne consegue che, al fine di comprendere i concetti matematici, è necessario riconoscere - e far riconoscere - che l'oggetto non coincide con la sua rappresentazione, essa ne è solamente una possibile manifestazione. Diversamente, si corre il rischio di instillare negli allievi la convinzione di aver appreso l'oggetto matematico astratto nel momento in cui hanno fatto propria una sua rappresentazione. Questo potrebbe poi diventare un ostacolo all'apprendimento quando il bambino si troverà di fronte a una diversa rappresentazione dello stesso oggetto, appartenente a un altro registro semiotico. Un esempio, inerente alla geometria, potrebbe essere l'altezza nelle figure geometriche: se a un bambino viene sempre presentata l'altezza come una rappresentazione grafica di un segmento verticale rispetto al foglio (esempio A in Figura 1), egli non sarà propenso ad accettare poi la definizione a parole dello stesso oggetto, detta “segmento di perpendicolare che va da un vertice a un lato (base)” (vocabolario Treccani online), definizione che mette in relazione l'altezza con i lati del poligono cui appartiene, senza riferimenti spaziali rispetto alla superficie su cui è realizzata la rappresentazione. Ecco che allora per l'alunno ciascun poligono avrà - nel migliore e più

comune dei casi - un'unica altezza e non saranno accettate rappresentazioni come quelle negli esempi B, C, D, E, F in Figura 1.

**Figura 1** - rappresentazione di altezze in triangoli anche con “casi particolari” e un errore, immagini utilizzate nel questionario proposto ai docenti



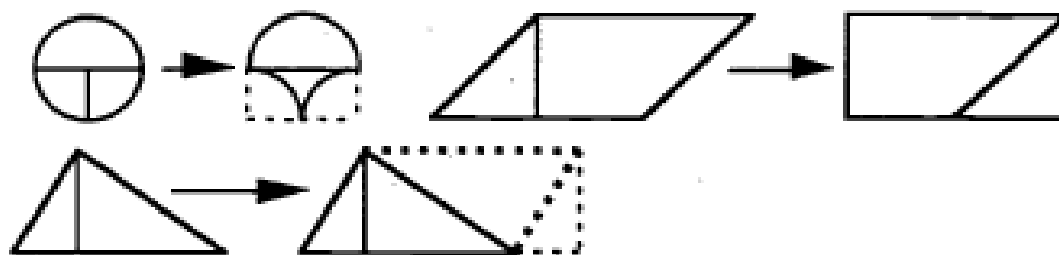
Per chiarire il significato di oggetto matematico, in accordo con le teorie pragmatiste precedentemente trattate, è possibile riprendere Chevallard, che lo definisce come:

“un emergente da un sistema di prassi dove sono manipolati oggetti materiali che si scompongono in differenti registri semiotici: registro orale, delle parole o delle espressioni pronunciate; registro gestuale; dominio delle iscrizioni, ovvero ciò che si scrive o si disegna (grafici, formule, calcoli, ...), vale a dire, registro della scrittura” (Chevallard, 1991 in D’Amore 2001).

Seppur partendo da un diverso - o meglio, opposto - approccio alla matematica, entrambi gli autori precisano come gli oggetti della disciplina si compongano di una pluralità di aspetti e modalità attraverso le quali rappresentarli e apprenderli. Certo è che, dal punto di vista di una didattica inclusiva che tiene conto delle diverse caratteristiche psicologiche e cognitive degli allievi, questa ricchezza di possibilità è una risorsa che può permettere l’accesso al sapere a tutti gli studenti mediante la via che è più affine a loro e al loro tipo di intelligenza (Gardner, 1993). Allo stesso tempo, occorre che gli insegnanti nella pratica didattica prestino particolare attenzione a supportare gli alunni nel coordinare i diversi registri e nel compiere “operazioni specifiche della semiotica” (D’Amore, 2019, p.41), definite come:

- rappresentazione dell'oggetto, mediante la “*scelta dei tratti distintivi*” di tale oggetto in un determinato registro;
- il passaggio a una nuova rappresentazione, diversa dalla precedente ma appartenente allo stesso registro semiotico (*trattamento*);
- il passaggio a una nuova rappresentazione, diversa dalla precedente e appartenente a un diverso registro semiotico (*conversione*).

Figura 2 - esempi di *trattamento* di figure geometriche proposti da Duval (1999)



“Queste connessioni tra registri costruiscono l’architettura cognitiva attraverso cui gli studenti riconoscono lo stesso oggetto attraverso diverse rappresentazioni e possono fare connessioni oggettive tra la matematica empirica e deduttiva. Imparare la matematica implica la costruzione di questa architettura cognitiva. Si inizia sempre con la coordinazione di un registro che fornisca la visualizzazione e un registro che esegua una delle quattro funzioni discorsive” (Duval, 1999, p. 11).

La visualizzazione, spiegata dall’autore, è un processo cognitivo molto diverso dalla semplice visione. Quest’ultima, di cui tutti fanno esperienza nella quotidianità, si riferisce all’appropriazione mediante il canale visivo di oggetti concreti. La visualizzazione invece è più complessa, sia come processo sia per le modalità di sviluppo, in quanto essa coglie “un’organizzazione bi-dimensionale di relazioni tra unità rappresentative” (Duval, 1999). Vale a dire che, davanti a una

rappresentazione di un oggetto matematico, la visualizzazione è il processo che permette di coglierne relazioni intrinseche (l'*aspetto concettuale* di Fischbein) coordinando almeno due registri semiotici. Duval, infatti, ritiene che se si considerano le unità rappresentative da un singolo punto di vista (parole, simboli, proposizioni) non è possibile costruire l'organizzazione, la rete di significati che dà senso all'oggetto. Nonostante la visualizzazione utilizzi gli strumenti propri della visione, è in realtà un processo molto più complesso che richiede il supporto dell'istruzione per realizzarsi: mentre vedere un oggetto reale rappresentato, magari attraverso un disegno, è sufficiente per comprendere cos'è, vedere un oggetto matematico rappresentato mediante un disegno non basta per capirlo davvero (Duval, 1999).

L'autore continua sottolineando la difficoltà di molti studenti nell'appropriarsi dei concetti matematici, facendo particolare riferimento a quelli geometrici, partendo dall'idea che le figure geometriche insegnate nella scuola primaria siano rappresentazioni equivoche, infatti

“esse possono essere forti rappresentazioni iconiche e non sono altro che un erbario di *Gestalt* matematiche. O possono funzionare come rappresentazioni di oggetti geometrici, e in questo caso apparire come organizzazioni *2D* di unità figurali *1D*. In altre parole, ci sono diverse comprensioni delle figure più elementari; una che è conforme solo al lavoro percettivo spontaneo, e un'altra che è «discorsiva» o ancorata ad affermazioni (definizioni, teoremi)” (Duval, 1998, p.).

Vengono quindi delineate quelle in seguito chiamate “comprensione locale” e “comprensione globale”. Il successo di un alunno nella prima determina il fatto che egli riesca a comprendere le singole unità rappresentative, in modo iconico, ma non determina un necessario raggiungimento della comprensione globale. Essa, infatti, può avvenire solo se lo studente riesce a cogliere, mediante la visualizzazione, i rapporti che intercorrono tra le unità, quindi a manipolarli e a utilizzarli nel considerare le rappresentazioni più adatte per, ad esempio, risolvere un dato problema.

## Capitolo 3

### Costruire concetti geometrici: la pratica

#### 3.1 Quadri normativi di riferimento per orientare la pratica didattica: Competenze Chiave europee e Indicazioni Nazionali

Per orientare la pratica didattica della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione alla costruzione di competenze utili a formare persone attive e competenti rispetto alla realtà che le circonda, è importante avere obiettivi comuni e ampi, orientati alla formazione integrale della persona. In particolare, è possibile fare riferimento a due documenti principali. Il primo, che assume un punto di vista più generale, è il quadro comune delle competenze chiave europee (Consiglio dell'Unione Europea, 2018) che definisce otto competenze come obiettivo dell'apprendimento permanente in tutti gli Stati europei. Tra esse, ai fini della ricerca qui svolta, è possibile fare riferimento alla “Competenza matematica e competenza in scienze, tecnologie e ingegneria” che riguarda la

“capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematici per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. [...] La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo. [...] La conoscenza necessaria in campo matematico comprende una solida conoscenza dei numeri, delle misure e delle strutture, delle operazioni fondamentali e delle presentazioni matematiche di base, la comprensione dei termini e dei concetti matematici e la consapevolezza dei quesiti cui la matematica può fornire una risposta.” (Raccomandazione del Parlamento e del Consiglio dell'Unione Europea, 2018, p.9)

È chiaro che, nella quotidianità, ha relativamente poca importanza conoscere a memoria teoremi, definizioni e formule o ricordare le proprietà caratterizzanti le figure geometriche. È essenziale invece sviluppare - e far sviluppare agli studenti - un pensiero di tipo matematico, basato sulla riflessione, l'analisi, l'osservazione, la deduzione. In questo senso, la geometria con i suoi oggetti e processi può essere strumento per lo sviluppo di strutture mentali solide necessarie nella quotidianità. Il processo che, ad esempio, sostiene le dimostrazioni geometriche, che spinge a osservare e non dare nulla per scontato, a sviluppare una sempre maggiore curiosità e capacità di mettere in discussione ciò che "si vede", può favorire l'acquisizione di tale atteggiamento, critico e riflessivo, anche di fronte alla realtà (Dedò, 2016).

All'interno del quadro di riferimento europeo, l'Italia ha sviluppato nel 2012 le Indicazioni Nazionali per il Curricolo (MIUR, 2012, D.M. n. 254/2012), che rappresentano le linee guida per la costruzione di percorsi significativi dalla scuola dell'infanzia fino al termine della scuola secondaria di primo grado. Il testo fornisce un orientamento per gli insegnanti al fine di costituire una formazione continua e ricorsiva, realizzando un curriculum verticale unitario, che affronti i contenuti attraverso progressivi livelli di complessità. L'ideale alla base di tali Indicazioni è di sviluppare una didattica orientata alla vita quotidiana degli studenti, per costruire apprendimenti e strumenti che trovino applicazione in relazione al contesto in cui essi sono inseriti. C'è quindi un esplicito tentativo di superare l'impostazione didattica "tradizionale", intesa come mera trasmissione di contenuti astratti e slegati dalla realtà, per mettere al centro lo studente come protagonista del proprio processo di apprendimento, che sarà stimolato a partire dall'esperienza personale. In quest'ottica, anche l'insegnamento della matematica - ancora una volta - non può risolversi in definizioni e algoritmi imparati mnemonicamente ma deve fornire gli strumenti per l'appropriazione e l'interpretazione della realtà. Il quadro di riferimento generale delle Indicazioni Nazionali,

infatti, più volte ribadisce l'importanza di educare all'autonomia di pensiero e di accesso alle conoscenze, permettendo così il successo formativo di ciascuno, in base alle proprie inclinazioni, in ottica inclusiva. La scuola primaria, si legge,

“si pone come scuola formativa che, attraverso gli alfabeti caratteristici di ciascuna disciplina, permette di esercitare differenti stili cognitivi, ponendo così le premesse per lo sviluppo del pensiero riflessivo e critico.” (Indicazioni Nazionali, p.32)

Si continua poi facendo riferimento alla scuola secondaria di primo grado, nella quale

“si realizza l'accesso alle discipline come punti di vista sulla realtà e come modalità di conoscenza, interpretazione e rappresentazione del mondo. La valorizzazione delle discipline avviene pienamente quando si evitano due rischi: sul piano culturale, quello della frammentazione dei saperi; sul piano didattico, quello dell'impostazione trasmissiva. Le discipline non vanno presentate come territori da proteggere definendo confini rigidi, ma come chiavi interpretative disponibili ad ogni possibile utilizzatore” (Indicazioni Nazionali, p.32)

Dalla lettura di queste righe, seppur generali, è possibile fare un riferimento alla didattica della matematica. Come già detto infatti, il ragionamento logico, cardine delle dimostrazioni geometriche, ma anche il pensiero geometrico in sé, capace di astrarre e concettualizzare, comprendere relazioni e strutture, possono essere strumenti utili a costruire capacità di ragionamento anche complesso per affrontare la realtà. Va aggiunto poi che, in ottica inclusiva e di valorizzazione di ciascuno, il linguaggio della matematica, nella sua poliedricità di rappresentazioni semiotiche, può offrire diversi punti per l'accesso alla conoscenza, tra i quali ogni studente ha la possibilità di utilizzare quello da lui favorito. Affinché ciò si possa verificare, tuttavia, rimane necessaria un'azione didattica che ponga particolare attenzione al coordinamento dei registri e delle rappresentazioni degli oggetti matematici.

Continuando l'analisi delle Indicazioni Nazionali, è possibile soffermarsi sull'ambiente di apprendimento che esse auspicano per i bambini. Si parla quindi di “*valorizzare l'esperienza e le conoscenze degli alunni, per ancorarvi nuovi contenuti*”, “*favorire l'esplorazione e la scoperta [...] [anche attraverso] la problematizzazione*” e “*realizzare attività didattiche in forma di laboratorio, per favorire l'operatività e allo stesso tempo il dialogo e la riflessione su quello che si fa*” (Indicazioni Nazionali, p. 34-35). Quest'impostazione metodologica potrebbe, per quanto riguarda l'insegnamento della matematica, favorire l'apprendimento significativo degli oggetti della disciplina, aiutando gli alunni a farli propri superando i possibili ostacoli incontrati nel percorso. Verrebbe così stimolato un atteggiamento attivo e partecipativo, attraverso attività non centrate sul rigore formale delle definizioni ma orientate allo sviluppo del pensiero geometrico. La matematica - se proposta con queste intenzioni - “*dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri*” (Indicazioni Nazionali, p.60).

Andando poi nello specifico del campo di esperienza *la conoscenza del mondo* (nella scuola dell'infanzia) e della disciplina *matematica* (scuola primaria e secondaria di primo grado), si può notare chiaramente l'impostazione ricorsiva e l'intenzione di uno sviluppo graduale del pensiero matematico e geometrico, verso un grado sempre maggiore di astrazione. Le Indicazioni, infatti, fanno riferimento all'intera fascia d'età che va dai tre ai dodici anni, che comporta una grande varietà nella capacità di elaborazione concettuale. Facendo riferimento alla teoria piagetiana, i bambini alla scuola dell'infanzia si trovano in quello che viene definito *stadio pre-operatorio*, in cui non vi è ragionamento logico ma si avvia un primo processo di rappresentazione simbolica di realtà concrete; nel passaggio alla scuola primaria, vi è l'entrata nello *stadio*



*operatorio concreto*, nel quale si sviluppa la capacità di compiere alcune operazioni logiche (classificazione, seriazione, numerazione) e mentali. Infine, nel corso della scuola secondaria di primo grado, attorno ai 12 anni, secondo Piaget si avvia lo *stadio operatorio formale*, il livello più avanzato nello sviluppo, caratterizzato dal ragionamento mentale basato su astrazioni e sull'applicazione della logica (Piaget, 1967). Nonostante le critiche e le modifiche che negli anni sono state fatte alla teoria degli stadi, essa può dare comunque un riferimento per comprendere le specificità dei bambini in ciascun grado scolastico, che ovviamente si ritrovano nelle indicazioni per i diversi curricula.

Analizzando *in primis* la parte dedicata alla scuola dell'infanzia, con il campo di esperienza riguardante la conoscenza del mondo, si legge che attraverso l'esplorazione di oggetti concreti nella realtà quotidiana i bambini sono stimolati a riflettere sulle caratteristiche e proprietà di tali oggetti, arrivando anche a saper "descrivere le forme di oggetti tridimensionali, riconoscendo le forme geometriche e individuandone le proprietà (ad esempio, riconoscendo nel «quadrato» una proprietà dell'oggetto e non l'oggetto stesso)" (Indicazioni Nazionali, p.29). L'idea è quindi quella di partire dall'esperienza sensibile di una realtà tridimensionale ma avviando il ragionamento sulle proprietà delle forme, verso una primissima formazione del concetto geometrico. Anche tra i *traguardi per lo sviluppo della competenza* vi è un richiamo alla maturazione della capacità di categorizzare sulla base di alcune caratteristiche degli oggetti: negli anni scolastici successivi sarà poi possibile affinare tale capacità verso la selezione delle proprietà più adeguate a una categorizzazione di tipo geometrico.

Dalla lettura della parte dedicata alla disciplina della matematica (riferita alla scuola del primo ciclo) nelle Indicazioni Nazionali, emerge subito l'intenzione di sviluppare la capacità di ragionamento e riflessione sui fenomeni piuttosto che l'eccessivo accanimento per regole e definizioni. Infatti, si legge, "[d]i estrema importanza è lo sviluppo di

un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo" (Indicazioni Nazionali, p.60). Da questa affermazione, sembra essere preferito un approccio di tipo antropologico-pragmatico (D'Amore & Godino, 2006), orientato alla ricerca di significati all'interno della comunità scolastica e della realtà quotidiana. Tuttavia, non manca un'attenzione rivolta all'esplorazione dei concetti geometrici, soprattutto delle loro rappresentazioni. I *traguardi per lo sviluppo della competenza* (Indicazioni Nazionali, p.61) indicano che, alla fine della scuola primaria, l'alunno

- “[r]iconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo”: un'applicazione quindi della geometria alla realtà, che può generare motivazione e un legame più diretto con la disciplina, considerandola più vicina all'esperienza quotidiana e non appartenente solo a una realtà distante.
- “Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo”: si vede in questo caso una ripresa dei traguardi già indicati per la scuola dell'infanzia, ma con la precisazione che le caratteristiche sulle quali il bambino è chiamato a porre maggiore attenzione diventano quelle di tipo geometrico. Per farlo, la pratica didattica dovrà essere orientata alla distinzione e alla diversificazione tra le proprietà di tipo strettamente geometrico e quelle di tipo fisico. Lavorando in questa direzione, l'alunno sarà spinto all'appropriazione sia dei *concetti figurati*, imparando a cogliere le proprietà spaziali delle figure, sia del secondo - e successivamente terzo - livello del modello di van Hiele.

- “Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro,...)”: lo stimolo all'utilizzo di strumenti e alla rappresentazione autonoma può essere di grande utilità nello sviluppo della capacità di *visualizzazione*, infatti essa può contribuire a cogliere gli elementi che costituiscono le figure geometriche e quindi a passare da una comprensione locale a una comprensione globale delle stesse. Nel prossimo paragrafo si tornerà su questo argomento, con la presentazione una ricerca che ha avvalorato la metodologia della costruzione attiva delle figure geometriche per l'apprendimento concettuale.
- “Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)”: il raggiungimento di questo traguardo vorrebbe dire, in accordo con la teoria semiotica di Duval (1993), che l'alunno inizierebbe la costruzione di solidi concetti geometrici impadronendosi delle diverse rappresentazioni degli stessi.

Volendo poi approfondire l'analisi, è possibile osservare gli obiettivi, al termine della terza e della quinta primaria, con particolare riferimento a quelli inerenti all'ambito di *spazio e figure*. In essi vengono specificati alcuni requisiti essenziali al fine del raggiungimento dei traguardi sopra citati. Gli obiettivi per i primi tre anni riguardano soprattutto la costruzione del concetto di spazio attraverso esperienze in prima persona che affianchino alla consapevolezza spaziale anche quella corporea e del sé; è invece fatto solo breve accenno agli oggetti della geometria, mantenendo la linea del riconoscimento e classificazione già seguita all'infanzia. In modo diverso in base all'età a cui sono rivolti, è posta l'attenzione al saper descrivere, denominare e classificare le figure in modo opportuno, cogliendone gli “elementi significativi” (Indicazioni Nazionali, p. 62). Solo al termine della quinta primaria, sono citate le trasformazioni geometriche, quali rotazione, riflessione e traslazione,

con l'intento di far sviluppare agli alunni la capacità di riconoscere le figure geometriche anche se sottoposte a tali variazioni, ancora una volta avviandosi all'acquisizione di *concetti figurati* e di un atteggiamento orientato alla *visualizzazione* piuttosto che alla visione. Esso è favorito anche dal perseguire l'obiettivo di saper costruire modelli e rappresentazioni e di usarli a supporto dell'apprendimento. Inoltre, vi è un ultimo obiettivo di estremo interesse: "determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule" (Indicazioni Nazionali, p.62); la prima parte di tale obiettivo implica la capacità di vedere geometricamente per cogliere gli elementi o le altre figure in cui può essere suddivisa quella data (Asenova, 2018).

In ottica di verticalità del curriculum, è opportuno osservare anche le indicazioni date per la didattica alla scuola secondaria di primo grado, nonostante non sia oggetto specifico di questa ricerca. Un solo traguardo è esplicitamente riferito alle competenze di tipo geometrico, il quale sostiene che l'alunno, arrivato alla conclusione del primo ciclo di istruzione, "riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra elementi" (Indicazioni Nazionali, p.63). Vengono quindi riprese e rese più complesse le abilità già sviluppate alla primaria, con l'intenzione di raggiungere con successo il terzo livello del modello di van Hiele, con una prima comprensione delle relazioni logiche che legano gli elementi delle figure.

Ampio spazio nei traguardi viene dato ad aspetti più ampi e generali della matematica, che possono avvalersi della geometria, dei suoi strumenti e dei suoi oggetti specifici per essere raggiunti. Ad esempio, si legge, l'alunno:

"confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di

definizione).

Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni, ...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.” (Indicazioni Nazionali, p.63)

Si nota da queste parole l'intento di maggiore formalizzazione e strutturazione proprio della scuola secondaria che, visti gli strumenti costruiti negli anni scolastici precedenti e visto il livello presumibilmente già raggiunto dagli studenti, ha come obiettivi nell'ambito di *spazio e figure* conoscenze e abilità più specifiche della geometria (formule, teoremi, definizioni, costruzioni particolari). Essi sono però sempre affiancati da un'attenzione a quegli elementi che caratterizzano il pensiero geometrico e l'avvicinamento agli oggetti della disciplina (capacità di visualizzare e rappresentare, utilizzare le proprietà delle figure, compiere trasformazioni geometriche).

### **3.2 Le peculiarità dell'insegnamento della geometria: il rapporto tra realtà sensibile, rappresentazione e oggetti ideali**

Riassumendo quanto detto fino a qua, l'esperienza della geometria alla scuola primaria deve necessariamente essere legata alla realtà, partendo dalla quotidianità e allo stesso tempo avendola come obiettivo finale, in termini di costruzione di strumenti per interpretarla. Tuttavia, va tenuto in considerazione che il sapere geometrico non è riducibile all'esperienza concreta, essendo essa solo una delle possibili rappresentazioni di una dimensione astratta e ideale. Spiegano bene Sbaragli e Mammarella che

“Proprio la possibilità di una evidenza empirica delle proprietà espresse dalla geometria è stata per secoli alla base della fiducia nella verità assoluta della geometria stessa. Tale certezza si è attenuata con la scoperta delle geometrie “non-Euclidee” e soprattutto con l'accesso dibattito che ha caratterizzato la storia della matematica a partire dalla *Crisi dei Fondamenti* avvenuto a cavallo tra il XIX ed il XX secolo. In

questo senso, Henri Poincaré (1902) distingue tra lo *spazio fisico* nel quale avvengono le nostre esperienze e quello *geometrico* astratto e ideale [...]. Ancora più incisiva è la scelta di David Hilbert nelle *Grundlagen der Geometrie*, che segnano un vero e proprio momento di svolta, tagliando di fatto il legame tra la geometria e la realtà. La geometria diventa così una disciplina sempre più affrancata da ogni riferimento al reale: il criterio essenziale di validità diviene la correttezza formale del ragionamento e la coerenza di un sistema formale. Un sistema di assiomi dovrà essere coerente, ovvero non contraddittorio, e questa è la sola condizione logica richiesta per l'esistenza degli oggetti matematici definiti da esso." (2010, p.2)

Questo assunto ha portato, nel passato, a rinunciare all'insegnamento nei primi ordini scolastici della disciplina, perché ritenuta - giustamente - troppo complessa nel suo aspetto prettamente ideale. Successivamente però si è iniziata a sviluppare un'attenzione maggiore alla dimensione didattica della geometria che, come si è visto dalle Indicazioni Nazionali, può partire dalle esperienze concrete e avvicinarsi all'aspetto più formale solo con la crescita e lo sviluppo dei bambini e dei loro processi cognitivi. È necessario, per sviluppare questo processo, una particolare attenzione didattica volta allo sviluppo di concetti geometrici, attraverso attività che permettano il passaggio tra la realtà fisica e l'astrattezza matematica e stimolino la riflessione sul rapporto tra esse (Sbaragli & Mammarella, 2010). Costruire un ponte solido tra questi due mondi è auspicabile, essenziale ma anche complesso: spesso nel tentativo di farlo si rischia di creare inutile confusione che non favorisce l'apprendimento. Ne fanno un esempio Fandiño Pinilla e D'Amore (2020), spiegando che una procedura utile per il successo nell'utilizzo degli strumenti della geometria può essere quella di partire da un problema concreto, reale o verosimile, a partire dal quale poi strutturare un modello e cercare la risoluzione. Il ciclo però, sottolineano gli autori, deve tornare alla fine all'aspetto concreto per sviluppare apprendimento, altrimenti si finisce per presentare una

matematica “ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare” (Indicazioni Nazionali, p.60) e il contesto reale presentato nel momento iniziale rimane sullo sfondo, dimenticato, come cornice di dubbia utilità. Il quesito così risolto non avrà costituito un solido legame con la quotidianità del bambino: spiega D’Amore che a questo punto se quello stesso studente si dovesse trovare davanti a un problema simile nella realtà, quindi senza un testo che fornisce dati necessari con i quali agire, è possibile che non saprebbe quali elementi dover considerare, quali eventuali misurazioni raccogliere, pur sapendo esattamente come operare e come muoversi all’interno di un modello precostituito.

La costruzione del pensiero geometrico quindi parte e si conclude nella realtà, ma si sviluppa mediante l’utilizzo di rappresentazioni e modelli, che spostano il ragionamento sul piano astratto. Il passaggio avviene (può avvenire) solo se l’alunno ha sviluppato la capacità di cogliere tali rappresentazioni dal punto di vista geometrico. Come già detto, Duval (1999) differenzia la capacità di percepire una rappresentazione geometrica come un’immagine, con una data forma, stabile oppure come una costruzione a partire da vari elementi primi. L’autore specifica poi questa distinzione sostenendo che, nel momento in cui una persona si dovesse trovare a interpretare una figura geometrica, avrà a sua disposizione quattro modalità per farlo:

“(1) *il modo di vedere del botanico*: il tipo di operazione richiesta al soggetto consiste nel riconoscere forme a partire dalle qualità visuali di un contorno; (2) *il modo di vedere del geometra*: il tipo di operazione che il soggetto deve compiere consiste nel misurare e sfruttare le misure rilevate e le conoscenze teoriche relative a esse per poter determinare delle grandezze; (3) *il modo di vedere del costruttore*: richiede che il soggetto sia in grado di decomporre una forma in tracciati costruibili mediante uno strumento (eventualmente passando attraverso tracciati ausiliari che non appartengono alla figura finale); (4) *il modo di vedere dell’inventore-artigiano*: richiede che lo studente riesca a trasformare una

figura di partenza in un'altra, in modo da far emergere proprietà geometriche rilevanti per il compito assegnato.” (Asenova, 2018, p.178)

La necessità di utilizzo e l'adeguatezza di una di queste rispetto alle altre è controllata dal problema da risolvere. Ne consegue che solo chi le padroneggia tutte ha la possibilità di utilizzare gli strumenti di visualizzazione più adeguati alle diverse situazioni che potrebbe incontrare.

Asenova (2018) ha svolto un'interessante sperimentazione a partire da queste considerazioni, seguendo l'ipotesi che “le possibili cause delle difficoltà degli studenti dei livelli scolastici superiori possano essere ricercate nel modo di vedere *la* geometria e di vedere *in* geometria ai livelli scolastici inferiori” (p. 180), sostenendo che solo alcune di tali modalità di vedere le figure si sviluppino in autonomia, mentre le altre (ad esempio quella del costruttore) necessitano di un'educazione formale. Ha quindi proposto alcune attività per la scuola primaria che vedessero coinvolti i bambini nella costruzione con riga e compasso di figure geometriche, dando un supporto visivo o testuale, e successivamente chiedendo loro di spiegare e dimostrare alcune proprietà. Questo tipo di attività ha permesso di partire da elementi semplici per costruire figure complesse, nel tentativo di favorire una comprensione degli elementi costitutivi delle figure. Dai risultati emerge che, seppur costruite in autonomia le figure, alla fine negli alunni prevaleva comunque il modo di vedere iconico, indice che le figure (immagini) sono fortemente radicate nel pensiero dei bambini, abituati a vederle come qualcosa di unitario e non come più elementi gestiti e coordinati da un concetto. Una visione di tipo non iconico ha iniziato ad emergere, nella ricerca, quando alla costruzione delle figure è stata affiancata la relativa dimostrazione, coordinando quindi i due registri semiotici.

Dedò (2016) sostiene, a proposito della costruzione del pensiero geometrico, un punto di vista molto interessante che può costituire un



ponte tra la realtà e il ragionamento di tipo matematico e astratto: non è necessario rigore, non sono necessari estremi formalismi, è importante avvicinare a una modalità di pensiero e di concettualizzazione degli oggetti geometrici. Scrive infatti:

“proprio perché vogliamo insistere sul fatto che le definizioni sono un elemento importante della geometria, proprio perché vogliamo che i ragazzi colgano la differenza tra una proprietà e una proprietà caratterizzante [...], c'è bisogno che questi “esercizi di definizione” siano fatti su un terreno che i ragazzi dominano completamente e non su un terreno infido che li obbligherebbe a ricordare a memoria qualcosa che non comprendono appieno” (Dedò, 2016, p.71)

Secondo questa visione, non è importante porre l'accento su definizioni o formule eccessivamente distanti dall'esperienza del bambino, quanto più dar loro la possibilità di costruire e appropriarsi dei concetti fondamentali, aiutarli a sviluppare gli strumenti per pensare in modo logico anche partendo da modelli e rappresentazioni concrete, anche se non possiedono tutte le caratteristiche concettuali degli oggetti geometrici “puri”. Si tratta quindi, come già visto con D'Amore (2020), di partire dalla realtà, spostarsi sul piano astratto del ragionamento e poi tornare alla realtà, avendo acquisito nuovi strumenti per interpretarla.

### **3.3 Il ruolo delle figure: facilitatori oppure ostacoli**

Visto il rapporto esistente tra gli oggetti della geometria e le loro rappresentazioni, è lecito chiedersi come queste ultime possano essere utilizzate nella pratica didattica affinché gli studenti vengano facilitati nella costruzione di modelli mentali e di ragionamento. Sicuramente è necessario rendere consapevoli gli alunni del fatto che le raffigurazioni e i modelli concreti sono solo rappresentazioni particolari e non costituiscono l'oggetto in sé, attraverso l'esplicitazione e la problematizzazione del rapporto tra questi elementi (Sbaragli, 2019). Diversamente, il rischio è di bloccare l'apprendimento a singole

rappresentazioni dei concetti, che “magari, sul momento, sembrano semplificazioni preziose perché evitano una particolare difficoltà, ma che poi, con il proseguire del cammino, andrebbero a generare conflitti difficilmente sanabili” (Dedò, 2016, p.52). L’affermazione può essere fatta riferire alle “figure limite”, cioè quegli oggetti della geometria che, pur appartenendo a una certa categoria, presentano alcune regolarità in più e a cui pertanto viene attribuito un nome diverso, più specifico. Ad esempio, una figura che oltre a rispettare le proprietà della categoria dei rombi abbia anche le diagonali congruenti, è detta quadrato. L’insegnante - in questo esempio - si troverà a dover operare una scelta per quanto riguarda la classificazione dei quadrilateri da presentare alla classe: come una catena che, mediante operatori logici, parte dai quadrilateri più generali (o, volendo ampliare, dalla definizione di poligono o addirittura di linea spezzata) e per specificazioni successive arriva a definire tutte le figure geometriche con quattro lati; o come “oggetti geometrici [...] essenzialmente profondamente diversi” (Fandiño Pinilla & D’Amore, 2020, p. 28), ognuno definito in sé. Chiaramente, se un quadrato dovesse essere presentato come una cosa diversa, distante, da un rombo e queste due figure non venissero mai messe in relazione, la concettualizzazione da parte dello studente potrebbe essere limitata o, quanto meno, compartimentale. A questo proposito, Millán Gasca (2016) sostiene che ci siano diverse modalità per vedere e sperimentare gli oggetti geometrici ma

“l’unica cosa da evitare è la pura discriminazione delle forme, e soprattutto di sole quattro forme (triangolo, quadrato, rettangolo, cerchio); le figure si collegano attraverso vari punti di vista: [...] il quadrato è un tipo di rettangolo, quindi invece di opporlo al rettangolo si tratta di farlo emergere tra i rettangoli (ed è anche un tipo di rombo, e si può fare anche qui un discorso analogo).” (p. 129)

L’autrice propone quindi una prospettiva orientata all’apprendimento delle figure attraverso le reciproche relazioni, che

possono aiutare a dare maggiore significato alle rappresentazioni, a sviluppare la capacità di manipolarle e di *visualizzarle*, a sviluppare un pensiero di tipo geometrico.

Le semplificazioni nelle rappresentazioni, tuttavia, non si limitano ai casi appena discussi. Un altro esempio spesso considerato complesso, pertanto semplificato, è il rapporto tra base e altezza nelle figure geometriche. Questi due elementi sono essenziali per l'utilizzo di formule, come nel calcolo dell'area, e per ragionamenti complessi alla base della risoluzione di molti problemi. Tuttavia, spesso in classe si tende a presentare la raffigurazione dell'altezza ritenuta più semplice, con un lato del poligono posto orizzontalmente nel foglio e l'altezza che quindi, chiaramente, si troverà posta verticalmente nel foglio. A volte, per timore che possa risultare troppo complesso, non viene mostrata agli alunni la possibilità che base e altezza si trovino orientate diversamente nel foglio, pur mantenendo la relazione reciproca di perpendicolarità. Inoltre, nel caso di triangoli ottusi, nei quali un'altezza intersecherà il prolungamento esterno del lato considerato come base, potrebbe succedere che ai bambini non venga mostrata questa possibilità, preferendo ad essa quella di un'altezza relativa a un altro lato, che risulti di più immediata comprensione e quasi lasciando intendere che quella esterna al poligono "non esista". Tale pratica, come detto sopra, potrebbe in un primo momento essere semplice e più accessibile per gli alunni, tuttavia, se protratta e non affrontata adeguatamente, sarà un ostacolo per i successivi apprendimenti. Si pensi ad esempio a quando lo studente, nel suo percorso scolastico, arriverà ad affrontare la definizione di altezza, che richiamerà la presenza di tante altezze quanti sono i lati del poligono. Entrerà, verosimilmente, in conflitto cognitivo, dato dalla convinzione che l'altezza esista solo rispetto al lato posto come base (e se il poligono fosse "appoggiato" su un vertice, probabilmente penserebbe che quella figura non abbia alcuna altezza). Gli esempi di questo tipo, nella pratica didattica, sono numerosi.

Come ben espresso dalle Indicazioni Nazionali, è necessario che gli alunni sviluppino i concetti geometrici - come possono essere la classificazione dei quadrilateri o l'altezza delle figure - in modo attivo e consapevole, evitando la mera trasmissione da parte degli insegnanti. A questo proposito, molti autori propongono di avviare già alla primaria percorsi che abbiano l'obiettivo di avvicinare alle dimostrazioni geometriche, sviluppando quindi capacità di visualizzazione, manipolazione e astrazione delle figure rappresentate (Dedò, 2016, Millán Gasca, 2016). In questo modo si potrebbe affinare il pensiero di tipo geometrico, dare significato alle immagini senza che la disciplina venga ridotta a sole misurazioni e formule o definizioni da imparare a memoria.

### **3.4 Consapevolezza del problema ed utilizzo delle figure in aula: un questionario per i docenti**

Per indagare quali attenzioni vengono dedicate dalle insegnanti della scuola primaria allo sviluppo del pensiero geometrico negli studenti, è stato costruito un questionario. Nello specifico, esso voleva indagare atteggiamenti e consapevolezza delle difficoltà nell'insegnamento della geometria, con particolare riferimento all'utilizzo delle rappresentazioni grafiche di figure piane nella pratica didattica. Il questionario era suddiviso in tre sezioni: la prima, composta da cinque item a risposta chiusa, poneva l'attenzione sull'esperienza degli intervistati, su come essi gestiscono l'insegnamento della geometria, sui temi a loro avviso più complessi da essere appresi. La seconda sezione proponeva la scelta tra varie rappresentazioni di due oggetti geometrici - il rombo e l'altezza di alcuni triangoli - comprendenti anche casi ambigui, particolari o di errate rappresentazioni, andando ad indagare le motivazioni che avrebbero guidato i docenti nel selezionare quali immagini utilizzare o non utilizzare in classe nel presentare i suddetti oggetti. La terza e ultima sezione era invece composta da undici affermazioni rispetto alle quali gli intervistati avrebbero dovuto esprimere il proprio grado di accordo.

Questi item riprendevano le teorie fin qui esposte riguardanti lo sviluppo del pensiero geometrico anche in relazione all'utilizzo delle immagini. L'intenzione era quindi di rilevare l'atteggiamento degli insegnanti nei confronti di tali posizioni.

Le ipotesi fatte in fase di costruzione del questionario, rispetto ai risultati che sarebbero potuti emergere da esso, possono essere riassunte come segue:

- Il tempo dedicato all'insegnamento della geometria alla scuola primaria è inferiore rispetto a quello dedicato all'aritmetica, e si focalizza soprattutto su caratteristiche fisiche dei modelli, come le misure, rispetto allo sviluppo del pensiero geometrico;
- Si insegna a partire dal concreto, dal riconoscimento di solidi e figure nella realtà;
- Si tende a prediligere rappresentazioni degli oggetti geometrici considerate semplici, simili tra loro;
- Nella rappresentazione dei concetti si tende ad evitare casi particolari o casi limite, senza approfondirli o sviluppare attorno ad essi una riflessione;
- Le rappresentazioni grafiche vengono utilizzate acriticamente, senza riflettere sulle difficoltà che esse possono comportare nell'apprendimento o il loro rapporto con gli oggetti geometrici;
- L'azione didattica parte da esempi concreti, presi come modelli delle entità geometriche, e si conclude con la riproduzione grafica di essi; non viene dato molto spazio allo sviluppo di concetti più astratti e allo sviluppo di modelli mediante l'immaginazione.

Il questionario (presente per intero in Allegato 1) è stato somministrato online, mediante lo strumento *Moduli* di Google a 23 docenti di scuola primaria che stanno avendo o hanno avuto esperienza di didattica della matematica. Nel prossimo paragrafo saranno analizzati

i dati raccolti, attraverso la raccolta complessiva e l'indagine delle relazioni tra le risposte all'interno dei singoli questionari compilati.

### **3.5 Analisi dei dati raccolti**

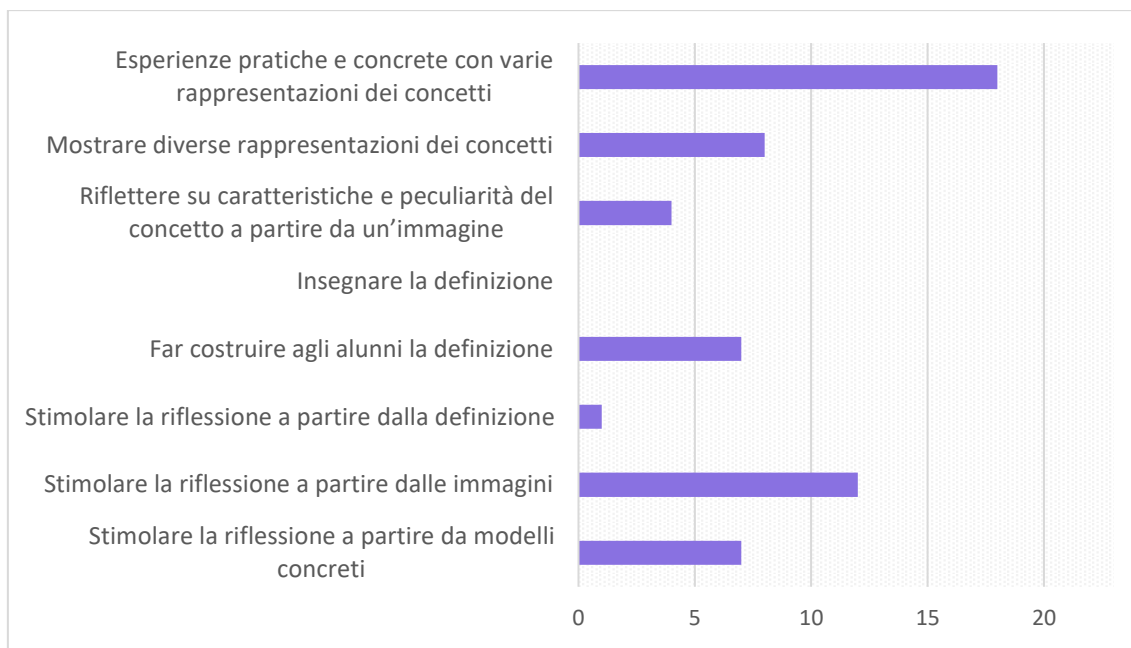
#### *3.5.1 Prima sezione: l'esperienza di insegnamento*

Dai risultati ottenuti nella prima sezione del questionario, emerge che, diversamente dalle aspettative, il 48% degli intervistati inizia ad affrontare in classe la geometria dagli enti primitivi (punto, retta, piano). Il restante 52% invece, in linea con le ipotesi, dichiara di iniziare a presentare la disciplina attraverso il riconoscimento di solidi o figure geometriche presenti nella realtà. Il fatto che quasi la metà degli insegnanti partano dagli enti primitivi è rilevante soprattutto in relazione alle risposte ricevute nella seconda domanda, in cui il 30% degli intervistati ha segnalato proprio tali enti come un argomento che risulta complesso agli alunni. La seconda domanda, infatti, era orientata a rilevare quali temi, dall'esperienza dei docenti, sono più difficili da insegnare e da apprendere. L'item ha permesso a ciascuno di selezionare fino a tre risposte, e l'argomento risultato più complesso è stato quello delle trasformazioni geometriche, seguito dai solidi astratti e gli enti geometrici primitivi al pari delle figure geometriche astratte; cinque intervistati hanno ritenuto le misurazioni un elemento di difficoltà mentre solo uno ha indicato il riconoscimento di solidi nella realtà e nessuno le figure geometriche nella realtà. Tra chi ha selezionato gli enti geometrici come complessi per gli alunni, risultano anche due intervistati che sostengono di iniziare proprio da essi la propria azione didattica.

Il quesito successivo, volto ad indagare le strategie più utilizzate per favorire la costruzione da parte degli alunni di solidi concetti geometrici, ha dato i risultati presenti nel Grafico 1 (ciascun intervistato poteva indicare fino a tre risposte). Emerge una forte predominanza delle esperienze pratiche, ma molti sostengono anche di utilizzare

rappresentazioni grafiche e di sviluppare attorno ad esse una riflessione sul concetto geometrico.

**Grafico 1** – strategie più utilizzate per favorire l'apprendimento geometrico



Riguardo il rapporto tra l'insegnamento di diversi aspetti della matematica, solo due intervistati sostengono di dare maggiore rilevanza all'insegnamento dell'aritmetica, mentre la maggior parte ha dichiarato di affrontare sia aritmetica che geometria attraverso percorsi diversi che presentano punti in comune. Infine, il 26% ha dichiarato di affrontare i due ambiti separatamente, senza prevedere punti di contatto tra essi; il 17% invece sviluppa un percorso comune tra geometria e aritmetica. Nonostante questo, nessuno aveva indicato di avere come punto di partenza le misurazioni, che potrebbero essere un elemento d'unione tra i due ambiti.

L'ultimo quesito ha rilevato che tutti gli intervistati affrontano le figure geometriche con i propri alunni, e la quasi totalità lo fa nel corso del primo biennio.

### 3.5.2 Seconda sezione: le scelte didattiche

La seconda sezione è stata dedicata a rilevare le attitudini degli insegnanti intervistati attraverso la proposta di alcune scelte legate alla trasposizione didattica dei contenuti e la raccolta delle motivazioni che le hanno guidate.

In un primo quesito sono state mostrate sei immagini, raffiguranti quadrilateri (Figura 3). Cinque di essi (A, B, C, E, F) rappresentano rombi, anche se la figura E e la figura F rientrano anche nella categoria dei quadrati, avendo le diagonali della stessa lunghezza. L'immagine D invece rappresenta un deltoide.

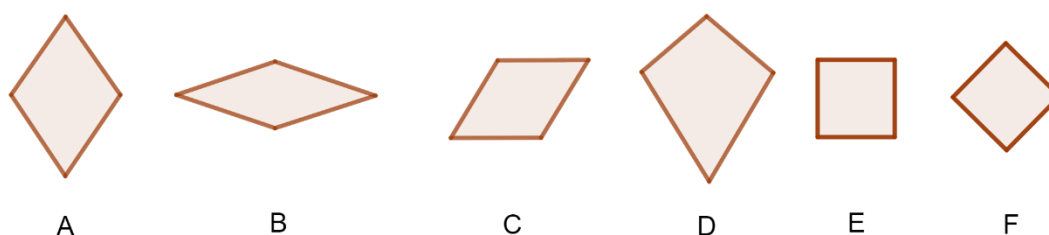


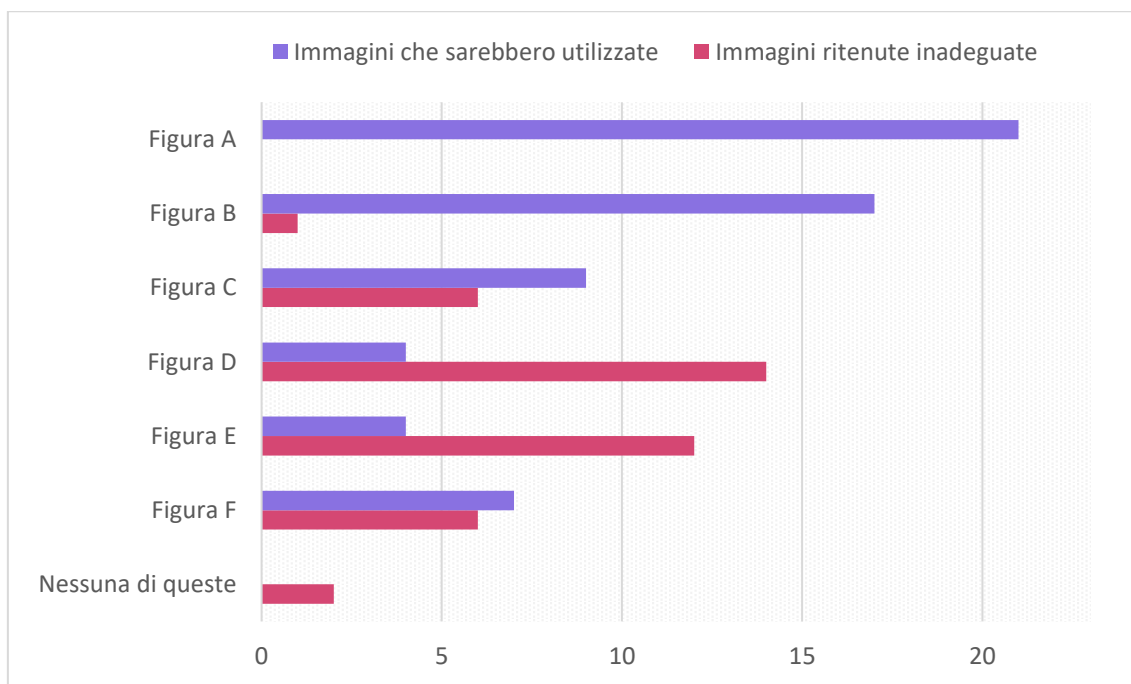
Figura 3 - rappresentazione di diversi quadrilateri, immagini proposte nel questionario

Agli intervistati è quindi stato chiesto quali di essi utilizzerebbero in classe per presentare l'oggetto *rombo* e quali invece non riterrebbero opportune, con la possibilità di esprimere tutte le loro preferenze. I risultati sono riassunti nel Grafico 2 che segue. Si può vedere che le più utilizzate sono quelle "classiche", con le diagonali verticali e orizzontali rispetto al foglio. È interessante notare che due insegnanti non presenterebbero il rombo con la diagonale maggiore posta verticalmente, la raffigurazione più comune. Inoltre, si può osservare il rapporto tra chi utilizzerebbe la figura F e chi utilizzerebbe la E: quasi il doppio; entrambe le immagini tuttavia rappresentano un quadrato, con diversi orientamenti. Questa osservazione, parallelamente, può essere fatta



anche rispetto alle rappresentazioni considerate inadeguate dagli insegnanti, con il medesimo rapporto - invertito - tra le due figure.

**Grafico 2** - scelte effettuate rispetto alle rappresentazioni di rombi



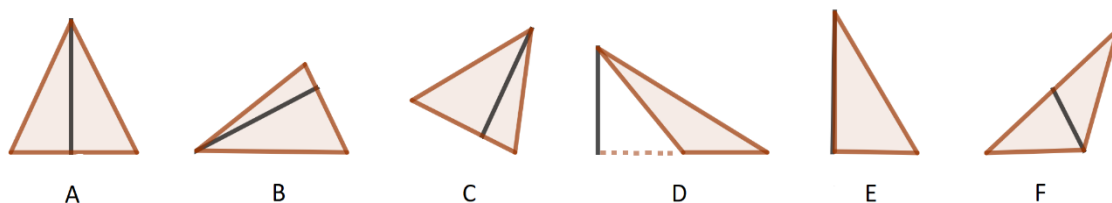
Le motivazioni più significative date a riguardo pongono l'attenzione su una presunta necessaria distinzione tra rombi, quadrati e parallelogrammi per favorire la comprensione da parte del bambino. In generale, la motivazione più comune alla scelta di escludere alcune immagini rappresenta proprio il criterio di classificazione dei quadrilateri, escludendo quindi il quadrato dichiarato non-rombo ma, in molti casi, non escludendo la figura F, nonostante sia anch'essa un quadrato. Si cita, a titolo di esempio, una risposta data da un insegnante che ha ritenuto inopportune le raffigurazioni C ed E: "Non sono rombi! Il bambino ha bisogno di classificarli come quadrato e parallelogramma per percepire e capire una differenza", non facendo però riferimento al fatto che anche la figura D non è un rombo e che la figura F è anch'essa un quadrato. Altre risposte invece presenterebbero tutte le cinque figure

corrette, con varie motivazioni che fanno riferimento ad una diversa modalità di classificare i quadrilateri e riassumibili nell'intenzione di presentare quante più raffigurazioni possibili, lavorando anche sullo sviluppo della capacità di discriminare le figure in base alle loro caratteristiche e non all'orientamento nel foglio.

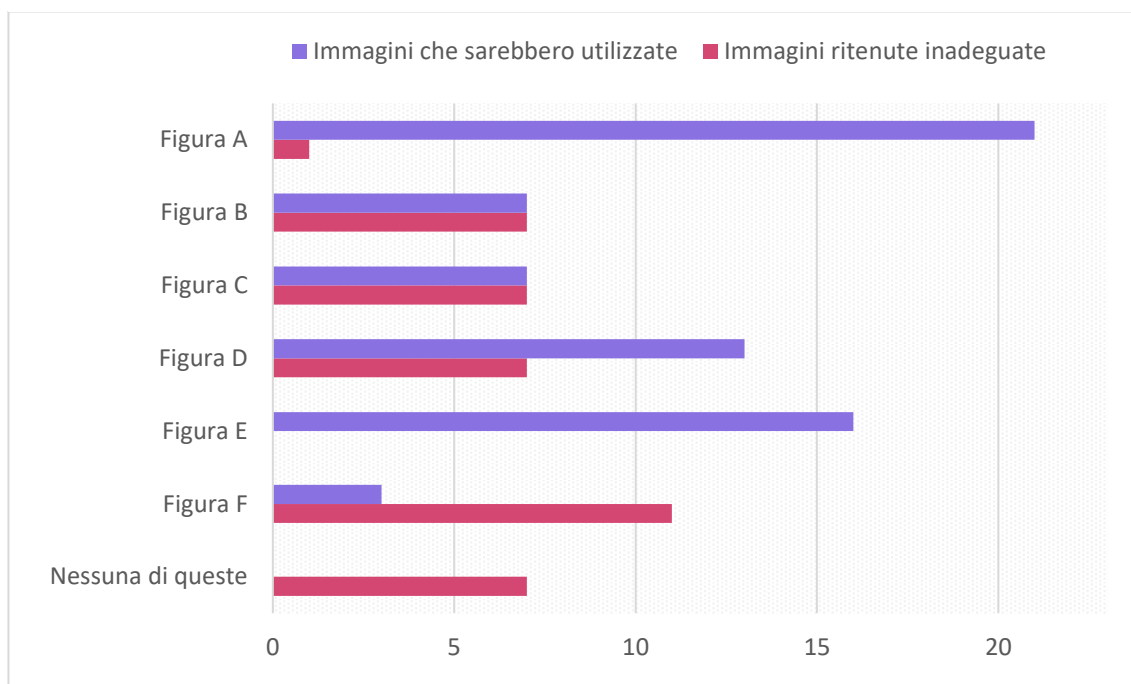
La figura D, che non appartiene alla categoria dei rombi, è quella che meno verrebbe usata in classe, nonostante la percentuale di intervistati che sceglie esplicitamente di non utilizzarla sia minore rispetto alle aspettative. Una motivazione data a riguardo, da parte di un insegnante che non ritiene alcuna immagine inadatta a presentare il rombo, è che “lavorerei sul discriminare le caratteristiche che rendono simili o meno le figure, andando poi ad escludere i non rombi a partire dalla definizione e riflettendo sul fatto che alcune figure possano appartenere contemporaneamente a più insiemi (es. Quadrati e rombi)”.

La seconda parte di questa sezione, simile alla precedente, proponeva la scelta tra cinque raffigurazioni di un'altezza in diversi triangoli (A, B, C, D, E) e una mediana (F), presentate in Figura 4. Anche in questo caso, gli intervistati avevano la possibilità di selezionare più scelte che avrebbero o non avrebbero utilizzato in classe.

**Figura 4** - rappresentazione di altezze in diversi triangoli (in F, una mediana), immagini proposte nel questionario



**Grafico 3** - scelte effettuate rispetto alla rappresentazione di altezze



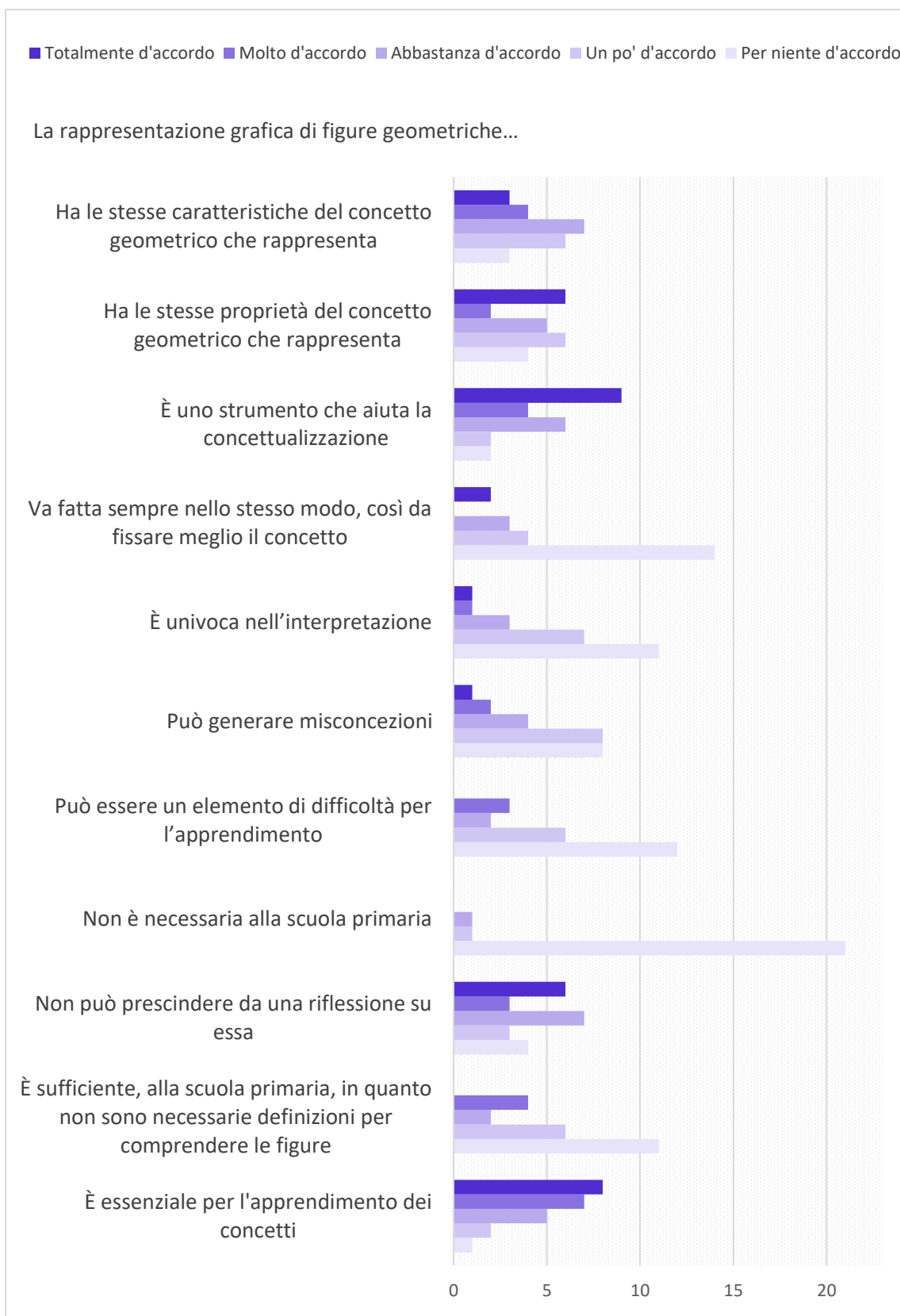
Il Grafico 3 mostra che, anche in questo caso, la figura più utilizzata è quella più semplice, con l'altezza che risulta verticale; anche la figura E è stata scelta da una buona percentuale degli insegnanti (70%), nonostante la coincidenza dell'altezza con un lato del triangolo. Inoltre, è interessante notare che nel secondo quesito nessuno ha selezionato questa figura come inadatta a rappresentare l'altezza, che è quindi considerata chiara e non ambigua. Un insegnante invece ha dichiarato che l'unica figura che non utilizzerebbe sarebbe proprio quella più comune perché, sostiene, confondibile con la bisettrice coincidente. Inoltre, si può notare che la figura D, nella quale è rappresentata un'altezza esterna al triangolo, è stata scelta da una percentuale maggiore di docenti rispetto a figure in cui l'altezza è interna ma orientata diversamente. Gli intervistati, quindi, sembrano preferire altezze rappresentate verticalmente anche se esterne, non considerando questa caratteristica un elemento di eccessiva difficoltà nella comprensione.

In questo quesito solo il 48% degli intervistati ha dichiarato che non presenterebbe in classe la rappresentazione F (nonostante essa non mostri l'altezza), ma questo può essere dato dalla modalità di somministrazione del questionario, che può aver influito sull'attenzione posta alla rilevazione della correttezza delle figure. Tra chi ha selezionato alcune immagini dichiarandole non idonee per affrontare il concetto nelle proprie classi, escludendo chi ha rilevato l'inesattezza della figura F, quasi tutti hanno indicato congiuntamente la B, C, D, F indicandole come poco intuitive o difficili da comprendere (le prime tre, infatti, sono state selezionate tutte nel 30% dei casi; l'ultima presenta invece una percentuale maggiore perché segnalata anche da chi l'ha considerata errata). Una motivazione data a questa scelta è stata che "il bambino ha inizialmente bisogno di avere uno schema chiaro e tracciare l'altezza come una dimensione verticale facilmente individuabile". Anche in questo caso, e in percentuale maggiore rispetto ai quesiti sui rombi, alcuni intervistati ritengono opportuno utilizzare tutte le rappresentazioni corrette, non precludendo agli alunni la possibilità di vedere anche immagini più complesse, ampliando i possibili punti di vista e sviluppando la capacità di costruire in autonomia l'angolo retto tra l'altezza e il lato. Alcuni sottolineano però la necessità di una riflessione guidata dall'insegnante affinché esse possano essere ben comprese.

### *3.5.3 Terza sezione: atteggiamenti e convinzioni rispetto alle rappresentazioni grafiche*

L'ultima sezione del questionario, costruita per indagare atteggiamenti e consapevolezza degli insegnanti rispetto all'utilizzo delle immagini, sosteneva undici affermazioni - alcune in linea, altre in contrasto con le teorie precedentemente illustrate - rispetto alle quali gli intervistati dovevano esprimere il proprio grado di accordo. Generalmente, i risultati (riportati nel Grafico 4) sono stati in linea con le aspettative, eccetto per due item che hanno riportato la moda molto distante rispetto a quello che era stato previsto.

**Grafico 4** - atteggiamenti e considerazioni rispetto alle rappresentazioni grafiche



Si può notare che nella maggior parte delle risposte non vi è una nettissima predominanza di un atteggiamento rispetto ad un altro, dimostrando, probabilmente, la complessità del tema e le diverse concezioni a riguardo. Ciò su cui invece sembra esserci generalmente accordo è la necessità di utilizzare rappresentazioni grafiche e di non presentarle sempre uguali ma di variarne la realizzazione. In quest'ultimo caso però emergono due risposte che sostengono la posizione contraria, quindi che la rappresentazione grafica *va fatta sempre nello stesso modo, così da fissare meglio il concetto*. Nonostante la varietà di risposte ricevute, si possono comunque riassumere gli atteggiamenti prevalenti negli insegnanti, oltre quelli già analizzati, nel ritenere utili le raffigurazioni al fine di aiutare la concettualizzazione, ma anche di doverle supportare mediante definizioni a causa della loro possibile ambiguità nell'interpretazione.

Le due affermazioni rispetto alle quali le aspettative erano diverse sono quelle inerenti alla possibilità di generare misconcezioni e di essere elemento di difficoltà nell'apprendimento. In esse, che riprendono le teorie di Duval e Fischbein, la maggioranza degli intervistati si è dichiarato poco o per nulla d'accordo, sottintendendo quindi la chiarezza delle immagini per i bambini.

È possibile poi riscontrare alcune correlazioni tra le risposte date dai singoli nei diversi quesiti. Ad esempio, su nove persone che ritengono necessario affiancare le immagini a una riflessione su di esse,

- sei non le considerano fonte di difficoltà o misconcezioni: questo potrebbe essere frutto dell'esperienza maturata per cui se esse vengono discusse attivamente le rappresentazioni diventano uno strumento efficace;
- sei ritengono che le immagini non abbiano, o abbiano solo in parte, le stesse caratteristiche del concetto che rappresentano:

potrebbe quindi essere questa la motivazione che spinge a svilupparci attorno una riflessione.

Emerge poi la presenza di cinque intervistati che ritengono le rappresentazioni molto distanti dalle figure geometriche cui si riferiscono, in termini di caratteristiche e proprietà, ma nonostante questo non ritengono necessaria una riflessione sulle immagini, né le ritengono fonti di possibili difficoltà o misconcezioni nel processo di apprendimento.

Facendo un confronto tra le scelte individuali fatte nella seconda sezione e le idee qui espresse, si nota una totale coerenza tra chi sosteneva di voler presentare una pluralità di rappresentazioni, anche complesse, ai bambini. Questi intervistati infatti dichiarano che non è necessario raffigurare i concetti sempre nello stesso modo, che le immagini non hanno un'interpretazione univoca e che possono invece essere uno strumento per lo sviluppo della concettualizzazione. Peculiare, infine, il fatto che il 75% degli insegnanti che avevano scelto di non presentare alcune immagini - nel caso dei rombi e/o delle altezze - motivando la decisione con il fatto che esse sarebbero troppo complesse o poco immediate, si sono dichiarati sfavorevoli alla rappresentazione sempre uguale dei concetti. Da questo gruppo di intervistati, la rappresentazione grafica è anche considerata uno strumento utile per favorire lo sviluppo della concettualizzazione e non rappresenta un elemento di difficoltà ma, è da ricordare, evitando l'utilizzo nella pratica di immagini complesse, casi particolari o possibili ambiguità.

### **3.6 Discussione dei dati**

Alla luce dei risultati emersi dal questionario e delle teorie precedentemente presentate, è possibile ora fare ancora alcune considerazioni.

Come ci si aspettava, e in linea con le Indicazioni Nazionali, la maggior parte degli insegnanti insegna la geometria soprattutto sviluppando esperienze pratiche che mettono gli studenti davanti a una pluralità di rappresentazioni dei concetti. Si potrebbe quindi ipotizzare che tali pratiche favoriscano un atteggiamento attivo e partecipe dell'allievo, permettendogli lo sviluppo delle strutture logiche e di ragionamento proprie del pensiero geometrico.

È peculiare, tuttavia, la scelta di quasi la metà degli insegnanti di iniziare con l'affrontare gli enti primitivi, tra cui la retta (monodimensionale) o il punto (adimensionale). Essi sono probabilmente gli enti geometrici più distanti dalla realtà concreta e dalla capacità di astrazione e di ragionamento del bambino nei primi anni della scuola primaria; richiedono infatti, per un'opportuna comprensione, di "eliminare" mentalmente due o tre dimensioni rispetto al modello che può essere osservato, oltre alle caratteristiche fisiche e sensoriali. D'accordo con Sbaragli e Mammarella (2010), si può sostenere che

"ciascun oggetto o rappresentazione mostrata per far intuire un concetto matematico, non può che esserne solo un modello, e in quanto tale non potrà mai possedere le caratteristiche di idealità, perfezione, astrazione, generalità tipiche di un oggetto matematico, ma riteniamo che i modelli 3D risultano più vicini alla intuizione degli allievi, dato che per questi, a differenza di quello che avviene per quelli 2D, non devono far finta che non abbiano una dimensione." (p. 4)

Lo stesso ragionamento, con un ulteriore grado di difficoltà, si può fare con gli enti citati. Non è un caso quindi che molti insegnanti li ritengano un elemento di difficile comprensione, anche tra chi sceglie di iniziare ad affrontare la disciplina proprio da essi.

È poi possibile riflettere rispetto al rapporto tra aritmetica e geometria nelle classi: i docenti intervistati preferiscono affrontarle in percorsi separati, alcuni con punti in comune, altri mantenendoli distinti. Si può pensare che affrontare alcuni aspetti sia da un punto di vista che



dall'altro possa garantire maggiore accessibilità dei contenuti, favorendo un insegnamento inclusivo e valorizzante delle diverse modalità di apprendimento. Può anche essere vero, però, che la realizzazione di un percorso di geometria senza punti in comune con quello di aritmetica (quindi, si immagina, senza l'introduzione di formule e calcoli) possa avvicinare maggiormente gli studenti al pensiero geometrico, favorendo l'osservazione delle caratteristiche proprie degli oggetti della geometria, a prescindere dagli aspetti numerici come possono essere le misure, le quali ancorano i modelli alla realtà e potrebbero rendere più complessa l'astrazione.

Rispetto alla scelta delle immagini, è possibile chiedersi quanto nelle classi i cui insegnanti preferiscono evitare rappresentazioni più complesse dei concetti si riescano a sviluppare adeguatamente questi ultimi. Ritenere alcune immagini troppo difficili o poco intuitive, infatti, potrebbe limitare l'esperienza degli alunni e portare a costruire modelli mentali dei concetti troppo presto, fissandoli attorno a un ristretto ventaglio di casi incontrati e andando così a formare un ostacolo alle successive conoscenze (Sbaragli, 2019). Gli autori citati in precedenza sono d'accordo sul fatto che la rappresentazione delle figure geometriche non potrà mai essere esaustiva, ma potrà essere controllata dalle medesime proprietà degli oggetti ideali. Sembra allora auspicabile presentare molte diverse possibilità di raffigurazione, in modo da porre l'accento sulle proprietà generali piuttosto che sulle caratteristiche peculiari dell'immagine. Certo è che, da parte di alcuni insegnanti, è stata sostenuta proprio questa modalità didattica, che emerge dalle motivazioni date alle scelte del questionario:

“Perché è importante capire che anche un quadrato è un rombo e stimolare la visualizzazione della figura quando non è parallela rispetto ai margini del quaderno”

“Perché proporre l'altezza solo in modo “semplice” limiterebbe il bambino. È giusto che si scontrino fin da subito con altezze più “difficili” da vedere”

“Perché mi concentrerei sulla diversità dei punti di vista”

“Perché ragionerei con ogni bambino rispetto alle caratteristiche di ogni figura [prima motivazione, n. d. r.] Come prima, è importante ragionare sulle singole figure anche quelle più difficili. Senza andare nel dettaglio ma capendo come si costruisce l'angolo retto dell'altezza [seconda motivazione, n. d. r.]”

Forse, chi sostiene di non voler ampliare a tutti i diversi punti di vista, può essere maggiormente legato a un modo di vedere di tipo iconico. Questo emerge anche da alcuni casi in cui, per rappresentare il rombo viene esplicitamente rifiutato un quadrato se rappresentato con i lati verticali e orizzontali rispetto al foglio, sottolineando che esso - in quanto quadrato - confonderebbe i bambini o addirittura non rientrerebbe nella giusta categoria, mentre verrebbe utilizzato il medesimo quadrato se ruotato. È quindi possibile che in alcuni insegnanti sia poco sviluppata la capacità di visualizzazione di cui parla Duval, con ovvie ricadute sulle pratiche didattiche. Inoltre, da alcune risposte sembra chiaro che in alcuni intervistati sia radicata una categorizzazione dei quadrilateri di tipo esclusivo, in cui ogni gruppo di figure è considerato in sé e non fatto emergere dalle relazioni con le altre. Seppur, come sostengono Fandiño Pinilla e D'Amore (2020), gli insegnanti hanno libertà nella scelta del tipo di definizione da presentare agli alunni, soprattutto nella scuola primaria, gli autori ritengono anche indispensabile che i docenti siano consapevoli della possibilità di guardare alle figure geometriche attraverso i rapporti logici che le legano.

L'impressione di una predominanza dell'aspetto figurale anche nel ragionamento di alcuni insegnanti si ha anche dalla rilevazione degli atteggiamenti rispetto alla rappresentazione grafica di figure geometriche. Emerge in particolare dalla relazione tra le risposte di chi ha

sostenuto di ritenerla uno strumento utile e necessario alla concettualizzazione ma allo stesso tempo ha escluso di utilizzare alcune figure ritenute troppo complesse: è chiaro che, se vengono presentati in aula solo i casi ritenuti più semplici, la concettualizzazione avverrà attorno ad essi. Come sostengono alcuni insegnanti, tuttavia, alla scuola primaria alcune rappresentazioni possono rendere più complesso l'apprendimento e generare confusione. Non è possibile escludere questo punto di vista ma è probabilmente opportuno problematizzare la questione, rendere gli studenti consapevoli che la matematica non può essere ridotta alle rappresentazioni dei suoi oggetti e stimolarli - anche con immagini ambigue - alla curiosità, chiave per sviluppare un pensiero che possa andare oltre "ciò che si vede" (Dedò, 2016, Sbaragli, 2019).

Ancora qualche riflessione si può fare rispetto agli atteggiamenti rilevati dal questionario, in particolare per quanto riguarda la scarsa percezione delle raffigurazioni grafiche come possibili elementi di difficoltà o fonti di misconcezioni. Sembra emergere una generale consapevolezza rispetto al paradosso di Duval e alla relazione che intercorre tra un modello concreto e il concetto astratto, tuttavia, sembra che questo non venga considerato un particolare problema dalla maggior parte. Sembrerebbe, ancora una volta, che gli intervistati non rilevino difficoltà perché effettivamente non ce ne sono o sono molto limitate se ci si orienta a una concezione iconica delle figure. Il fatto che una significativa percentuale degli insegnanti ritenga indispensabile l'affiancamento di definizioni alle immagini potrebbe significare consapevolezza rispetto al tema dei *concetti figurati*; dalla relazione con le risposte agli altri item del questionario, però, sembra emergere che pochi tra gli intervistati pongano effettiva attenzione a sviluppare una buona relazione tra l'aspetto concettuale e quello figurale.

L'impressione complessiva è di una generale consapevolezza del rapporto tra realtà sensibile, realtà rappresentata e realtà geometrica ma allo stesso tempo di pochi casi in cui questo rapporto venga

effettivamente approfondito, cercando di integrare con efficacia i diversi registri semiotici e le modalità di ragionamento per lo sviluppo di un pensiero geometrico.

## Capitolo 4

### Proposte per la didattica

Viste le possibili difficoltà legate all'apprendimento della geometria e allo sviluppo del pensiero geometrico, la necessità di lavorare su questo aspetto fin dai primi anni di scolarizzazione e l'importanza che può avere per la vita futura degli individui, si presentano ora alcune linee guida per perseguire l'obiettivo dell'insegnamento efficace della geometria, formulate a partire da attività didattiche proposte da diversi autori. Molte di esse fanno riferimento al volume *Geometria* (Cottino et al., 2016), parte del progetto *Matematica nella scuola primaria, percorsi per apprendere*; questa raccolta di azioni didattiche, concretizzate in diverse realtà scolastiche italiane, presenta percorsi che avvicinano i bambini alla geometria attraverso continue relazioni tra il concreto (inteso come esperienze nella realtà, con oggetti o modelli), le rappresentazioni grafiche di oggetti bi- e tridimensionali e le immagini mentali costruite passo dopo passo dai bambini. Inoltre, in accordo con le teorie di Duval e Fischbein e con il modello di van Hiele, nelle proposte seguenti si presta molta attenzione a favorire l'acquisizione di una pluralità di punti di vista rispetto agli oggetti e ai fatti geometrici, cercando di far superare la contingenza delle rappresentazioni. Si cerca così di utilizzare molteplici registri e dei supporti "liberi" (come fogli rotondi o bianchi, privi del riferimento di perpendicolarità dei bordi o dei quadretti), di sviluppare l'immaginazione e una visione dinamica della geometria.

Tutte le proposte prevedono un ruolo attivo dell'alunno, protagonista e costruttore dei propri apprendimenti, attraverso attività che favoriscono i processi cognitivi del pensiero geometrico in modo diretto (ragionando su modelli e figure) o in modo indiretto (attraverso l'osservazione di opere d'arte, ad esempio). L'obiettivo è sempre di

interessare e incuriosire gli studenti, andando così a sviluppare un atteggiamento volto alla ricerca - di domande e di risposte - che può accompagnarli anche fuori dall'ambiente scolastico, riprendendo le finalità generali dell'insegnamento espresse nelle Indicazioni Nazionali del 2012.

#### **4.1 Partire dalla realtà**

L'insegnamento della matematica, così come di tutte le altre discipline, deve essere legato almeno in partenza a situazioni di vita quotidiana. Per garantire la motivazione e l'interesse, quindi, sarà necessario partire dal vissuto reale degli alunni, valorizzandone aspetti che possono essere punti di accesso ai concetti matematici. Millán Gasca (2016) suggerisce alcuni ambiti in cui sono più facilmente identificabili elementi geometrici:

“l'architettura, la pittura e la scultura offrono molti esempi di applicazione dei concetti geometrici quali le simmetrie (quindi la congruenza e le isometrie) e la proporzione geometrica. [...] Forse il ruolo della matematica nell'arte è quello più sorprendente, perché un'immagine stereotipata della matematica - che spesso è proprio quella che si riserva ai bambini a scuola - oppone radicalmente la razionalità fredda e calcolatrice della matematica alla sensibilità artistica e alla ricerca estetica delle arti.” (p. 221)

Continua l'autrice sostenendo che sviluppare percorsi di matematica che hanno come punto di partenza il mondo che ci circonda può essere un'opportunità per far percepire agli alunni la natura della matematica come campo d'indagine e di sperimentazioni. Questi collegamenti con la realtà non devono però diventare pretesti per far eseguire i “soliti” esercizi con l'applicazione di formule e algoritmi, altrimenti perderebbero di significato. Si cadrebbe così nel problema, già affrontato nel paragrafo 3.2, di costruire situazioni di partenza pretestuose che non valorizzano i processi degli alunni ma rimangono cornici prive di significato per un

ragionamento completamente slegato dalla realtà cui volevano riferirsi (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020).

Anche Dedò (2016) esprime la necessità di valorizzare l'esperienza, cogliendo situazioni nella vita quotidiana o nei racconti del vissuto degli alunni che possono avviare una riflessione di tipo matematico. Tali pratiche, sostiene, hanno il merito di

“fornire un utile materiale di confronto sia per i ragazzi più deboli, con maggiori difficoltà, sia per quelli che già possiedono strumenti più solidi. [...] In modo apparentemente paradossale, lo stesso problema funziona sia per i ragazzi con meno strumenti (che possono magari provare a risolverlo empiricamente, per tentativi), sia per quelli più bravi (che possono vederne generalizzazioni o cercarne una soluzione più astratta).” (p.40)

Si tratta quindi di una possibilità di differenziazione didattica (D'Alonzo, 2017), basata sull'utilizzo delle strategie più familiari a ciascuno, che favorisce l'inclusione e la personalizzazione dell'apprendimento. Da questo punto di vista la pluralità di stimoli e possibilità date dall'esperienza sensibile può essere la chiave per permettere l'accesso alla matematica a tutti gli studenti dalla prospettiva che preferiscono, pur ricordando la necessità di ampliare poi a un piano di ragionamento astratto.

Nel volume *Geometria* (Cottino et al., 2011) è presente un'attività che parte dall'esperienza in prima persona e permette ai bambini di fare i primi passi verso l'appropriazione del concetto di altezza delle figure e dei solidi geometrici. Per darne una visione più ampia rispetto a quello che è il significato comune (solitamente orientato a misurare la distanza della cima di un oggetto rispetto al suolo), si propone agli alunni la rilevazione della loro altezza disponendosi verticalmente a fianco della parete e poi stesi a terra, con i piedi adagiati alla medesima parete. Si verifica poi che la misura non cambia e si avvia una riflessione sulle diverse posizioni e sul significato di altezza (Cottino et al, 2011). In

questo modo i bambini sono avviati alla concettualizzazione del concetto - svincolato dall'orientamento spaziale - ma iniziano anche a familiarizzare con distanza e perpendicolarità. L'esperienza continua poi mediante l'utilizzo di un modello di parallelepipedo, sul quale sperimentare la stessa metodologia di rilevazione delle altezze.

Se nei primi anni della scuola primaria è assolutamente necessario fare riferimento alla vita quotidiana, nelle ultime classi è possibile ampliare la visione: "l'allargamento dei concetti matematici cui i bambini possono accedere fa sì che le ore di matematica offrano il contesto adatto, insieme alle ore di scienze naturali, per l'introduzione al pensiero scientifico" (Millán Gasca, 2016, p.226). In accordo con quanto si legge nelle Indicazioni Nazionali del 2012, si delinea un approccio alla matematica che esuli da formalismi e apprendimenti mnemonici, ma valorizzi un determinato modo di pensare e approcciarsi alla realtà.

#### **4.2 Manipolare modelli concreti**

In accordo con le modalità di apprendimento e di scoperta proprie dei bambini all'ingresso della scuola primaria, e prevalenti nel corso degli anni successivi, il punto di partenza per l'insegnamento della matematica deve essere l'esperienza sensibile. A fianco della realtà quotidiana, è possibile sviluppare l'indagine geometrica attorno a modelli concreti, che danno modo ai bambini di manipolarli vedendo - e non dovendo prevedere, come nel caso dei modelli astratti - gli effetti di tali sperimentazioni. Le proposte in questo ambito sono moltissime, e gli autori sono concordi nel sottolineare la necessità di presentare agli alunni una pluralità di stimoli, per costruire il concetto geometrico nel modo più completo possibile, ricordando che il modello concreto è solo una particolare manifestazione dell'oggetto ideale e non può essere considerato come esaustivo. Secondo Paoli (2018) e Dedò (2016), è possibile partire proprio da molteplici rappresentazioni, molto diverse



tra loro, per far capire il concetto di proprietà caratterizzante e di relazioni di dipendenza. Lo si può fare ad esempio di fronte a un mucchio di forme, “che deve però essere davvero un grosso mucchio” (Dedò, 2016, p.71), cercando di accordarsi sul significato del concetto da definire, determinandone le caratteristiche peculiari che lo differenziano dagli altri, magari poi avviando la formalizzazione mediante l’identificazione di una “lista minima” di proprietà necessarie a renderne univoca la definizione (Dedò, 2016, Paoli, 2018).

Una proposta orientata soprattutto alla manipolazione del modello per l’appropriazione di alcuni concetti è quella avanzata da Cottino et al. (2011), i quali propongono ad esempio di far avvicinare i bambini alla geometria osservando le caratteristiche dei poliedri. Partendo quindi da solidi che possono trovare attorno a loro, sono stimolati alla ricerca di caratteristiche e analogie. Successivamente, gli autori ritengono utile che gli alunni possano scomporre tali solidi e provare poi a ricostruirli, andando così a costruire un ponte tra gli oggetti tridimensionali e bidimensionali. Gli insegnanti danno a disposizione dei bambini una scatola a forma di parallelepipedo, li invitano a osservarne la struttura e a sperimentare la sua funzione di contenitore; poi chiedono loro di scomporla tagliando lungo gli spigoli, stimolando l’osservazione del modello ricavato in questo modo, notando come esso non riesca più a contenere gli oggetti come prima. Si esplora così l’idea del volume come di uno spazio delimitato da figure piane e si avvia una comprensione degli elementi bidimensionali che costituiscono il solido. L’attività si configura come una prima decostruzione dimensionale (Duval, 1998, 1999), fatta sul piano concreto, che può avvicinare i bambini a quello che sarà opportuno fare mentalmente in seguito.

Millán Gasca (2016) propone lo sviluppo di una visione dinamica della geometria, i cui oggetti non sono bloccati da vincoli spaziali. Per farlo, i bambini devono essere coinvolti in attività “in movimento”,

attraverso giochi o esercizi che li vedano interagire in prima persona con gli oggetti di studio:

“l’uso degli strumenti di disegno *righetto*, *compasso* e *squadra* è un’attività motoria che porta quindi a una visione dinamica della retta, del parallelismo e della direzione, della circonferenza e delle relazioni di incidenza (fra rette, fra rette e altre linee). Al posto della rigida imitazione di un’immagine si attiva l’immedesimazione, poiché quando io traccio e sposto la mano e la penna o la matita «io sono» la linea stessa [...]. Le rette e i punti ottenuti con *piegature della carta* producono configurazioni che si possono ruotare per osservarle in varie posizioni e confrontare le impressioni dell’osservazione con il ragionamento” (p. 183-184)

L’autrice continua su questa linea anche rispetto ai problemi di misura, di area e perimetro, i quali possono essere visti in modo dinamico ragionando sulle relazioni che intercorrono tra gli elementi delle figure e i rapporti tra esse, attraverso una riflessione di tipo euclideo, anziché porre l’attenzione solo sulle note formule di calcolo (Millán Gasca, 2016).

L’utilizzo di modelli concreti per l’apprendimento geometrico apre anche alla possibilità di utilizzare strumenti costruiti con l’intenzione di porre l’attenzione su alcune caratteristiche dei concetti. Sostenitrice attiva di questo approccio, Emma Castelnuovo (1959, 2008) ritiene indispensabile far partire l’apprendimento geometrico da materiali concreti, facilmente manipolabili, che permettano di riflettere sulle proprietà delle figure. Queste sarebbero quindi intuite empiricamente e successivamente, attraverso il metodo induttivo, generalizzate e astratte. Sebbene l’autrice si riferisca soprattutto all’insegnamento nella scuola secondaria di primo grado, il metodo che teorizza può essere applicato anche nella scuola primaria, probabilmente con la necessità di un maggiore controllo nella fase di generalizzazione (che, con i bambini di quest’età, può non rispettare i vincoli formali e rigorosi della disciplina). L’autrice sostiene che tale approccio alla geometria intuitiva possa

favorire l'interesse e tenere viva l'attenzione dei bambini, orientandoli a un'interpretazione dei fatti della realtà che li circonda, spostandosi solo in un secondo momento su un piano razionale; questo può anche avvalorare il contributo di ciascuno, coinvolto nella costruzione attiva del sapere e non in un'applicazione di regole date per certe (Castelnuovo, 2013). I modelli e i materiali concreti non sono perfetti, nel loro utilizzo si "perdono" alcune proprietà sulle quali non è posta diretta attenzione, tuttavia, essi possono essere di grande supporto per i docenti nel proporre un tipo di didattica attiva e laboratoriale, e per i bambini nella costruzione del pensiero astratto (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). È necessario ricordare, però, che l'utilizzo di strumenti che evidenziano ed isolano concetti matematici non può essere fatto in modo acritico da parte degli insegnanti, in quanto questi strumenti rappresentano *ambienti artificiali* di lavoro, che necessitano di accortezze didattiche affinché le conoscenze ed abilità che fanno maturare siano poi trasferite in contesti più ampi e generali (D'Amore, 2006).

### **4.3 Immaginare**

È vero che i bambini nell'età della scuola primaria prediligono un tipo di ragionamento concreto, tuttavia compito dell'insegnamento è quello di permettere loro di costruire strutture per il ragionamento di tipo astratto. Il pensiero geometrico può favorire questo aspetto se viene posta opportuna attenzione allo sviluppo dei processi cognitivi necessari all'astrazione e alla costruzione di immagini mentali, andando quindi oltre la realtà di "ciò che si vede". Affinché ciò avvenga, molti studiosi ritengono indispensabili quattro abilità, riguardanti la generazione di immagini mentali e la capacità di integrarle in seguito a nuovi stimoli, il mantenere tali immagini attive nella memoria e la capacità di accedervi quando necessario (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020).

“L’insieme delle immagini mentali elaborate (più o meno coscientemente) e tutte relative a uno stesso concetto costituisce il *modello mentale* del concetto stesso. [...] Il modello si può vedere o staticamente, come semplice insieme delle immagini; o, meglio, dinamicamente, come immagine-limite di un processo che costituisce una successione di immagini. [...] Con questa interpretazione [...], si spiegherebbe la relatività della creazione di immagini mentali via via *accomodate*, sulla base della sollecitazione dell’insegnante.” (Fandiño Pinilla & D’amore, 2020, p.152-153)

L’autore suggerisce quindi di orientare le attività didattiche allo sviluppo delle abilità citate, dando stimoli che mettano in crisi le immagini già formate al fine di permettere l’elaborazione di modelli più ampi, che possono rispondere adeguatamente a una varietà sempre maggiore di situazioni.

Una delle possibilità per allenare i processi cognitivi alla base della costruzione delle immagini mentali è proporre in classe “esercizi di immaginazione” (Dedò, 2006, Conway et al., 2018), coinvolgendo gli studenti in giochi e ragionamenti mentali che implicano la costruzione e l’utilizzo di strutture logiche di pensiero e modelli astratti. All’interno di una raccolta online di proposte (Conway et al., 2018), è possibile trovare numerosi di questi esercizi, che - secondo l’esplicito intento degli autori - è opportuno cercare di risolvere senza avvalersi di rappresentazioni grafiche, così da stimolare la costruzione di modelli mentali completi e complessi, la capacità di immaginazione e di ragionamento astratto e attivo. Si citano, a titolo di esempio e per una maggiore comprensione della tipologia dei quesiti posti, alcuni esempi significativi che potrebbero, con i dovuti accorgimenti e adattamenti, essere utilizzati alla scuola primaria:

“Immagina il tuo nome, e leggi le lettere all’indietro. Se non riesci a farlo con l’intero nome, fallo per gruppi di tre lettere. [...] Assicurati di farlo mediante i segni, non i suoni.

Taglia ciascun angolo di un quadrato fino ai punti medi dei lati. Che figura è rimasta? Come puoi riassemblare i quattro angoli per fare un altro quadrato?

Prendi lo scheletro di un cubo. Traccia una linea continua che attraversa esattamente una volta ogni spigolo.

Prendi un rettangolo di punti nel piano di misura  $3 \times 4$ , collega i punti verticalmente e orizzontalmente. Quanti quadrati vengono inclusi?" (Conway et al., 2018, p.35-36).

Sicuramente per i bambini potrebbe essere stimolante e coinvolgente, soprattutto avviando poi una riflessione tra le diverse ipotesi e una successiva verifica (ad esempio utilizzando modelli concreti). È importante, tuttavia, calibrare adeguatamente le richieste, per evitare di dare compiti eccessivamente complessi o semplici; eventualmente si potrebbe valutare di fare prima una sperimentazione concreta e in un secondo momento stimolare il ragionamento astratto, variando alcuni aspetti significativi dei quesiti posti. È anche possibile, come propongono Fandiño Pinilla e D'Amore (2020), utilizzare un modello concreto che può essere di riferimento al bambino nelle prime fasi e fargli immaginare di manipolarlo e modificarlo. Si potrebbe così ancorare un processo cognitivo complesso a un elemento che si può vedere e toccare, andando a sviluppare o rinforzare la conoscenza del legame tra entità geometriche e mondo sensibile, abituando gli alunni a un pensiero che vada oltre quest'ultimo.

Tra le proposte nel volume *Geometria* (Cottino et al., 2016), soprattutto nella sezione dedicata alla classe quinta, si possono trovare attività che coinvolgono i bambini in giochi di immaginazione, facendoli operare manipolando i loro modelli mentali. Si propone quindi di partire da un triangolo rettangolo, farlo ruotare su sé stesso per ottenere un cono, individuare le linee generatrici della superficie laterale (avendo già familiarità con i solidi di rotazione, sui quali in precedenza si era lavorato con esperienze pratiche). Si avvicinano così i bambini al concetto di

infinito e si fa “emergere la differenza tra l’oggetto matematico (linea con una sola dimensione) e l’oggetto fisico che la rappresenta” (Cottino et al, 2016, p.229-230), rifacendosi a preconcoscenze già consolidate in precedenza, sfruttando l’occasione per stimolare una maggiore padronanza. Nell’attività si chiede poi ai bambini di immaginare di sezionare tale cono con diversi piani, orientati in vari modi, osservando cosa si può ottenere. Gli alunni possono aiutarsi con le mani, costruendo “nell’aria” il proprio modello. Solo successivamente viene loro proposta la verifica attraverso l’osservazione di oggetti fisici. Potrebbero sembrare attività complesse, anche per un adulto, ma la proposta degli autori, sperimentata in diverse realtà scolastiche, dimostra che se viene sviluppato un continuum degli apprendimenti (che parte dall’esperienza sensibile, si muove verso l’astrazione, per poi tornare al concreto come riferimento e terreno per la conferma), è possibile costruire un pensiero geometrico con solide basi, che permette anche l’attivazione di processi di ragionamento complessi.

Un ultimo strumento di cui si propone l’utilizzo per stimolare la creazione di una rete di significati e relazioni tra figure, elementi, situazioni è l’analogia (Sbaragli et al., 2008). Questa può permettere di basarsi su modelli già conosciuti e consolidati per svilupparne di nuovi, dando la possibilità di aumentarne la complessità. Attraverso l’immaginazione, si possono trovare relazioni significative, esplorarle e applicarle nella risoluzione di quesiti di vario genere. Le autrici citano Speranza quando sostiene che

“A mio avviso il ritrovare analogie è uno dei momenti essenziali del pensiero critico: ritengo che sia utile lasciare che gli allievi si sbizzarriscano a inventare qualche analogia anche se poi una più attenta critica potrà farne dimenticare molte tra quelle inventate” (Speranza, 1998, citato in Sbaragli et al., 2008, p.78)

È quindi sottolineata l’importanza di una supervisione al processo da parte degli insegnanti che propongono l’analogia come metodo per lo

sviluppo di concetti geometrici, per evitare che essa venga utilizzata impropriamente andando incontro a misconcezioni o generalizzazioni eccessivamente ampie.

#### 4.4 Sviluppare la *visualizzazione*

Si è già parlato a lungo della *visualizzazione* come modalità di apprendere le figure geometriche oltre la semplice raffigurazione. Come detto in precedenza, è necessario che questa capacità venga allenata attraverso opportune attività, altrimenti si correrebbe il rischio di bloccare l'apprendimento e incorrere in misconcezioni difficilmente superabili. Alcuni autori propongono di tessere un legame tra la geometria e l'arte, in quanto i processi cognitivi alla base della comprensione di una figura geometrica o un'opera d'arte sono simili (Duval, 2018, D'Amore & Duval, 2019). Non basta, infatti, semplicemente osservare ciò che è rappresentato ma è necessario cogliere le relazioni tra gli elementi che le compongono attraverso processi di interpretazione semiotica. L'esempio cardine di questa idea - riportato da D'Amore e Duval (2019) - è il filone artistico del surrealismo, in particolare la celebre opera *Ceci n'est pas une pipe* di Magritte (Figura 5), la raffigurazione di una pipa che, come sottolinea l'autore attraverso una provocazione semiotica, non coincide con l'oggetto stesso: un bel parallelismo con i concetti geometrici, seppure questi presentino, come visto, ulteriori gradi di complessità. Nel caso dei dipinti, l'idea che rappresentano è suggerita dall'autore, che diventa guida per l'appropriazione del vero significato del quadro. Nel caso delle figure geometriche, l'interpretazione è gestita dal concetto, il quale coordina le proprietà che essa deve avere affinché possa essere considerata una rappresentazione geometrica. Si possono quindi costruire percorsi che abituino i bambini ad andare oltre le raffigurazioni in entrambe le discipline, per permettere uno sviluppo integrale e una comprensione più approfondita dell'abilità di visualizzare.

**Figura 5** - René Magritte, *Ceci n'est pas une pipe*, 1928-29, olio su tela, 60×81 cm, Los Angeles, Los Angeles County Museum of Art



Particolari opere d'arte che possono essere usate come stimolo e allenamento per i bambini sono le illusioni ottiche e le “illustrazioni impossibili” (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). Le prime ingannano l'osservatore, fanno facilmente comprendere come la visione si basi su processi cognitivi che forniscono sempre un'interpretazione dell'immagine e come sia semplice che tali interpretazioni portino a errori e misconcezioni (Dedò, 2016). Le seconde invece sono illustrazioni che presentano conflitti di tipo prospettico, spesso difficili da cogliere se non opportunamente guidati; anche in questo caso è necessario attivare processi interpretativi e cogliere le relazioni tra gli elementi. A riguardo, D'Amore e Duval (2019) sostengono che

“vi sono ragazzi che non riescono a vedere questa impossibilità prospettica, altri che la colgono al volo, altri ancora che la riescono a riconoscere solo grazie alle indicazioni dei compagni o dell'insegnante; ma è sempre una grande conquista in quella direzione dell'apprendimento geometrico che abbiamo chiamato il «saper vedere in geometria» (p.96).



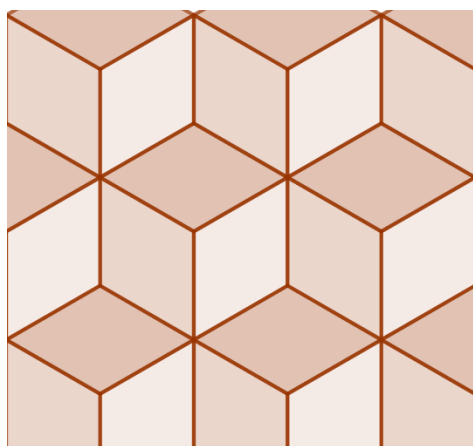
Si potrebbe aggiungere che queste immagini possono sviluppare la curiosità e l'interesse dei bambini, per l'incredulità che fanno naturalmente scaturire.

Per continuare la presentazione di proposte che pongono l'attenzione allo sviluppo della *visualizzazione*, è possibile fare riferimento alle attività che riguardano le dimostrazioni geometriche effettuate senza utilizzare il registro lessicale, ma solo attraverso le immagini (Van de Walle & Lovin, 2006, Paoli, 2018, Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). Non possono essere considerate dimostrazioni a tutti gli effetti, ma contribuiscono a mettere in luce alcune proprietà o relazioni e a trovare il punto di partenza per una successiva effettiva dimostrazione (Nelsen, 1993). Queste attività, attraverso la manipolazione di modelli concreti, possono favorire la capacità di analizzare le immagini e vederne le relazioni, abituando allo stesso tempo all'idea che "in matematica non ci sono regole, ma proprietà che vanno mostrate, verificate in generale" (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020, p. 130). Un ulteriore strumento utilizzabile per perseguire una molteplicità di obiettivi logici e geometrici, adattabile a tutti i livelli di scuola, è il *tangram*: un gioco di origini antichissime composto da sette pezzi (cinque triangoli, un quadrato e un parallelogramma) che, opportunamente ordinati, costituiscono un quadrato. Attraverso la proposta di questo strumento, è possibile far sviluppare la capacità di visualizzare le forme, comporle e scomporle, stimolando la creatività degli alunni e la riflessione guidata da opportune domande stimolo (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020, Paoli, 2018).

Anche le tassellazioni (o pavimentazioni), cioè la pratica di riempire un piano accostando figure congruenti, possono aiutare ad affinare l'osservazione dei bambini. In particolare, è possibile proporle con l'obiettivo di far riflettere gli alunni rispetto a come posizionare le tessere per evitare di lasciare spazi vuoti (e scoprire così che non tutte le figure possono essere utilizzate in questo senso, rendendosi facilmente conto che gli angoli affiancati delle forme dovranno formare un angolo di  $360^\circ$

affinché riesca il compito), oppure per riflettere sulle simmetrie, le rotazioni e le traslazioni, o ancora per riconoscere alcune figure date dalla composizione di altre figure (Cottino et al., 2011, Paoli, 2018, Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). Inoltre, anche le tassellazioni possono sviluppare illusioni ottiche (Figura 6) mediante le quali avviare una riflessione anche sulla tridimensionalità e la rappresentazione prospettica.

**Figura 6** - tassellazione con moduli a figura di rombo, illusione di prospettiva



Infine, è doveroso fare un accenno alle attività che propongono ai bambini un'osservazione dei modelli o della realtà quotidiana attraverso molteplici punti di vista. Cottino et al. (2011) propongono, già dal primo anno della scuola primaria, esperienze semplici che abituino i bambini a guardare da diverse prospettive e con gli "occhiali della matematica" (p. 23). Ad esempio, dopo aver realizzato il plastico di una loro città ideale, gli alunni sono spinti a osservarlo e descriverlo a seconda della loro posizione rispetto ad esso, producendo così una serie di descrizioni molto diverse in base a dove si trovano. Si rendono conto in questo modo che è possibile guardare le cose da diversi punti di vista, che restituiscono immagini diverse. Lavorando successivamente con delle fotografie del plastico, e mettendole a confronto con esso, sviluppano anche una prima

consapevolezza dei diversi registri di rappresentazione degli oggetti. Infine, indossano gli “occhiali della matematica” imparano a formalizzare il proprio linguaggio e astrarre la visione, cogliendo le caratteristiche di tipo geometrico dai modelli concreti (Cottino et al., 2011).

#### **4.5 Parlare di matematica**

Per quanto, si è detto, alla scuola primaria è opportuno evitare eccessivi formalismi e la ricerca del rigore tipico delle dimostrazioni, si ritiene comunque indispensabile avviare con i bambini, anche piccoli, un discorso matematico. Si tratta quindi di allenarli a parlare della disciplina, a descrivere in modo oggettivo, ad analizzare anche verbalmente. Questo tipo di attività che permettono una “pulizia del ragionamento” e del linguaggio – senza la necessità di conoscere a priori tutti i termini specifici, che arriveranno invece con la pratica –, permettono anche di comprendere le formule linguistiche utilizzate quotidianamente, dando nuove possibili chiavi per l’interpretazione critica della realtà (Dedò, 2016, p.63). Un’interessante proposta avanzata da Dedò (2016) è l’uso delle “definizioni inventate” (p.64), nelle quali gli alunni utilizzano nomi di fantasia per indicare categorie di figure che rispettano una stessa proprietà, identificata attraverso l’esplorazione di modelli concreti. Da questo punto si possono poi identificare le relazioni tra le categorie identificate e solo successivamente, quando le proprietà delle figure saranno ben comprese, si affiancheranno a termini specifici della geometria. I bambini potranno così sperimentare le prime dimostrazioni attraverso un linguaggio a loro vicino, senza che il ragionamento venga limitato dalla mancanza o non completa padronanza di espressioni adeguate. Un’altra attività proposta dall’autrice è quella della *Mosca cieca*, che coinvolgerebbe i bambini nel descrivere ai compagni oggetti geometrici al fine di farglieli rappresentare. Questo, oltre ad essere in linea con quanto enunciato tra gli obiettivi delle Indicazioni Nazionali del 2012, permette di riflettere sulle caratteristiche che devono essere

comunicate necessariamente e su un utilizzo del linguaggio (un po' più) rigoroso (Dedò, 2016). Secondo Fandiño Pinilla e D'Amore (2020), anche proporre delle sfide, invitando i bambini a provare le loro ipotesi quando messi di fronte a risultati controintuitivi, può spingerli a parlare inconsciamente di matematica, coinvolgendoli attivamente nel processo di apprendimento e fornendo una forte motivazione per impegnarsi, anche in questo caso evitando un blocco dato da ovvie carenze nel lessico formale.

Gli stessi autori propongono anche una modalità più strutturata per permettere agli alunni di esprimere le proprie conoscenze, i TEP (produzioni testuali autonome degli allievi, dall'origine tedesca del nome originariamente introdotto da Selter nel 1994) (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020). Si configurano quindi come testi che trattano di matematica e sono scritti interamente dagli studenti. Essi, sostengono gli studiosi, devono essere intesi come "protocolli commentati di problem solving" (p. 101), uno strumento che permette agli alunni di parlare - o meglio, scrivere - di matematica, con le loro parole e le loro idee. I vantaggi nel proporre la produzione di questi testi in aula sono molteplici, infatti

"stimola[no] lo studente ad analizzare e a riflettere su concetti matematici, relazioni, operazioni e procedure, ricerche e processi di problem solving con cui ha a che fare. [...] I TEP possono migliorare le competenze e le prestazioni dello studente nell'uso del linguaggio specifico, poiché gli lasciano il tempo per un'attenta e riflessiva scelta dei significati linguistici [...]. I TEP consentono all'insegnante di valutare in modo effettivo le conoscenze personalmente costruite e la comprensione di idee matematiche, in maniera più dettagliata e profonda di quanto sia possibile sulla base delle comunicazioni orali e dei comuni testi scritti, normalmente eseguiti come protocolli che non sono veri commenti spontanei." (Fandiño Pinilla & D'Amore, 2020, p.102)

Questa metodologia potrebbe quindi rivelarsi molto utile per far acquisire agli studenti maggiori capacità di riflessione e ragionamento,

che potrebbero favorire l'appropriazione dei concetti geometrici ed evitare la ripetizione meccanica di formule o definizioni “vuote”.

#### **4.6 Sperimentare in ambienti di geometria dinamica**

La realtà quotidiana, anche quella dei bambini, è permeata di strumenti tecnologici. Anche nelle classi di scuola primaria è sempre più probabile avere a disposizione una LIM o altri dispositivi che permettono di sfruttare le ampie possibilità date dalla rete. A questo proposito, molti autori sostengono l'utilità nell'insegnamento della geometria dei DGS, software per la costruzione di figure geometriche e la gestione dinamica di esse.

“La figura viene costruita mediante l'uso di strumenti propri del software quali *Punto, Retta, Circonferenza, Retta perpendicolare, Retta parallela*, ... La figura ottenuta poi può essere manipolata mediante il «trascinamento» degli oggetti, mantenendo però le proprietà geometriche con cui è stata costruita” (Mammana, 2017, p.1)

Questi ambienti permettono quindi di costruire le figure geometriche, così come sarebbe possibile fare manualmente su un foglio, ma in aggiunta danno la possibilità di interagire con le costruzioni fatte, cercando di manipolarle. Le potenzialità dei software in questione però è ancora più ampia, infatti il “trascinamento” di cui parla l'autrice è una funzione che permette di muovere nel piano alcuni elementi, modificando di conseguenza anche gli altri: si evidenziano così le relazioni di dipendenza e le proprietà delle figure (Mammana, 2017, Candeloro et al., 2015).

Gli ambienti di geometria dinamica possono quindi essere un terreno fertile per lo sviluppo di concetti - appunto - dinamici, permettendo ai bambini di sperimentare e manipolare un modello che perde parte delle caratteristiche di concretezza e si avvicina, anche più di un disegno, agli oggetti ideali della geometria. Inoltre, attraverso i software di geometria

dinamica in 3D, è possibile osservare anche modelli di solidi e ruotarli moltiplicando i punti di vista per l'esplorazione: potrebbero così configurarsi come un punto intermedio tra lo studio di modelli concreti e gli esercizi di immaginazione di cui si è parlato in precedenza. Questo perché gli ambienti digitali danno la possibilità di vedere un modello strettamente legato ai vincoli concettuali dati in fase di costruzione, che dà anche la possibilità di sviluppare familiarità con il binomio concetto-figura, verso un'integrazione cognitiva dei due aspetti. Va detto che proprio per i vincoli (proprietà) presenti nelle rappresentazioni fatte con i DGS, le indicazioni rispetto al loro uso in didattica della matematica, e le sperimentazioni che sono state fatte, sono orientate soprattutto alla scuola secondaria. Si ritiene tuttavia possibile l'utilizzo di software semplici, come potrebbe essere *Geogebra*, già dagli ultimi anni della scuola primaria. Questo tipo di proposte, oltre alle caratteristiche già esplicitate, favorirebbe anche un ponte con l'informatica, avviando la comprensione del funzionamento e della logica degli algoritmi sulla base dei quali è costruito il software. Inoltre, secondo Paola (2004), l'utilizzo di DGS è di stimolo per comprendere il ruolo della dimostrazione come "attività che consente di precisare la nozione di conseguenza logica che esiste tra i *fatti* osservati e le conoscenze che, in qualche modo, sono state assunte" (p.106): dall'osservazione di ciò che succede ad esempio modificando o trascinando alcuni elementi, si possono coinvolgere gli alunni nella formulazione di ipotesi. Esse possono poi essere verificate attraverso lo stesso strumento, strutturando sempre più chiaramente un metodo di indagine di tipo scientifico. Sottolinea Mammana (2017) che la didattica attraverso i software, soprattutto se fatta in forma laboratoriale, può favorire anche lo scambio e l'apprendimento cooperativo, perché "gli studenti confrontano idee, intuizioni, argomentazioni, e lavorano insieme per ottenere risultati utilizzando le loro capacità critiche" (p.2).

Infine, gli ambienti di geometria dinamica sembrano essere particolarmente efficaci in ottica inclusiva, dando modo di usufruire di

un canale sensoriale solitamente preferito dai bambini che si trovano in maggiori difficoltà di apprendimento.

“La ricerca ha individuato essenzialmente quattro canali sensoriali attraverso i quali si può accedere alle informazioni: quello visivo-verbale, quello visivo-non-verbale, quello uditivo e quello cinestetico (Mariani, 1996; 2000). Sembra che lo studente con difficoltà prediliga, in genere, i canali *visivo-non-verbale* e *cinestesico*. Questi studenti prediligono immagini, schemi, grafici e mappe; imparano sulla base di una memoria visiva che fa uso di immagini e di «memotecniche immaginative» per effettuare l’immagazzinamento dei dati in memoria. Le informazioni vengono memorizzate costruendo immagini mentali di tipo sia statico che dinamico che sono legate ai contenuti da memorizzare e che ne permettono la rievocazione. Inoltre, questi studenti sembrano prediligere attività concrete, come fare esperienza diretta di una situazione problematica, cioè imparano «facendo».” (Candeloro et al., 2015)

Può in questo senso essere efficace l’utilizzo di immagini facilmente manipolabili rispetto ad una riflessione mediata dal canale verbale. Ciò faciliterebbe anche nell’utilizzo di concetti geometrici senza essere limitati dal punto di vista lessicale: come già si è detto, prima di formule e definizioni è importante appropriarsi dei concetti che esse formalizzano; un ambiente di geometria dinamica può dare modo di sperimentare e consolidare la proprie conoscenze, sviluppando un po’ alla volta un lessico specifico carico di significato (Dedò, 2016).

# Capitolo 5

## Conclusioni

A fronte di quanto visto, è possibile trarre delle conclusioni rispetto alle domande di ricerca poste inizialmente.

*Quale rapporto lega i concetti geometrici, le loro rappresentazioni o modelli e la realtà concreta?*

Pur essendoci diversi approcci rispetto alla matematica, tutti gli autori studiati sono concordi che gli oggetti della geometria non possono prescindere da una loro rappresentazione grafica, che è l'unico modo per poterne sviluppare un'idea. Tuttavia, essi vanno oltre l'immagine perché possiedono proprietà concettuali che vincolano gli elementi da cui sono composti. La realtà sensibile presenta moltissime rappresentazioni degli oggetti geometrici, che tuttavia si distanziano notevolmente da essi per la presenza di caratteristiche fisiche peculiari (colore, massa, materiale,...). La realtà concreta è però il punto di partenza e di arrivo dell'apprendimento, che per essere significativo deve essere orientato alla quotidianità degli alunni dando strumenti per affrontarla. Gli strumenti possono essere costruiti solo se il processo di insegnamento porta gli allievi a ragionare a livello astratto, non bloccandoli alle contingenze del reale.

*Quali aspetti sono più complessi da apprendere per gli alunni? Come presentarli in modo efficace?*

Il maggiore elemento di difficoltà nell'apprendimento della geometria, secondo gli autori presi in esame, è l'interpretazione delle rappresentazioni grafiche delle figure geometriche, che hanno bisogno di particolari processi cognitivi - come la *visualizzazione* - per poter essere comprese come rappresentazioni di concetti più ampi, in possesso di



determinate proprietà. Per facilitare gli studenti di fronte a questi aspetti, si è proposto di sviluppare percorsi di geometria che diano molti stimoli e favoriscano un continuo passaggio dinamico tra astratto e concreto, una riflessione puntuale sugli apprendimenti e un'attenzione particolare alle *immagini mentali* che costruiscono passo dopo passo gli alunni, monitorandole per evitare lo sviluppo di ostacoli poi difficili da superare.

*Cosa caratterizza il pensiero geometrico?*

Il pensiero geometrico è caratterizzato dalla capacità di astrarre, cogliere gli elementi che formano gli oggetti della disciplina, coglierne le relazioni reciproche e saperle utilizzare nel ragionamento. Ma si tratta anche di un pensiero di tipo analitico e critico, dinamico, carico di curiosità e capace di utilizzare il particolare come riferimento per la generalizzazione. Gli strumenti che lo caratterizzano sono la dimostrazione geometrica e il processo legato alla *visualizzazione*.

*È possibile sviluppare un pensiero astratto già nella scuola primaria? Quali modalità sono le più efficaci?*

Nella scuola primaria è possibile sviluppare un pensiero astratto, ma esso deve essere preceduto da un percorso che porti prima alla consapevolezza e padronanza della realtà concreta, muovendo poi da essa i primi passi per ampliarla. È necessario rendere consapevoli gli studenti, anche attraverso percorsi interdisciplinari, delle caratteristiche degli oggetti geometrici e abituarli ad ampliare le proprie considerazioni. Inoltre, il riferimento alla realtà dev'essere mantenuto lungo tutto il processo, sia per avere conferma empirica di quanto si è elaborato, sia in ottica di applicazione del pensiero alla quotidianità. È infatti auspicabile abituare i bambini fin da piccoli ad andare oltre una prima, immediata interpretazione dei fatti per coglierne anche aspetti non intuitivi.

*Quanto spazio e quali attenzioni sono dati dagli insegnanti a questi aspetti?*

Dall'indagine effettuata, il campione di insegnanti ha fatto emergere una consapevolezza (sia dal punto di vista teorico che pratico) delle difficoltà intrinseche della geometria e delle caratteristiche del rapporto tra i suoi oggetti e le rappresentazioni grafiche di essi. Una parte degli intervistati ha fatto capire di prestare particolare attenzione a questi aspetti di complessità, favorendo lo scambio e la riflessione attiva, per la costruzione di un pensiero geometrico dinamico; altri invece preferiscono affrontare la disciplina in modo più analitico, focalizzandosi soprattutto sui modelli, per sviluppare una solida comprensione di essi.

Dal percorso di ricerca si può quindi concludere che è possibile e auspicabile promuovere lo sviluppo di un pensiero geometrico fin dalla primaria per mettere in relazione la realtà concreta e la dimensione astratta. Sono state quindi proposte alcune indicazioni per un'effettiva costruzione di questa modalità di pensiero, prescindendo da rigide e vuote definizioni o formule, partendo dall'esperienza sensibile, promuovendo la manipolazione concreta e digitale dei modelli, stimolando lo sviluppo della capacità di visualizzare e di immaginare, e infine allenando a verbalizzare e a parlare di matematica. Tutto questo deve però partire da un sentimento di curiosità da parte degli allievi, sviluppato con stimoli opportuni, e deve portare a costruire strutture logiche di ragionamento che possano aiutarli nella vita quotidiana; in questo modo la matematica potrà essere utile anche oltre la conoscenza delle quattro operazioni fondamentali.

## Bibliografia

Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. In L. Radford & B. D'Amore (Eds.), *Semiotics, Culture and Mathematical Thinking. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 267-299.

Asenova, M. (2018). Vedere geometricamente. La percezione non iconica nella scuola primaria. *La matematica e la sua didattica*, 26(2), 173-210.

Ausubel D.P. (1995). *Educazione e processi cognitivi. Guida psicologica per gli insegnanti*. Franco Angeli.

Baddeley, A. D., & Hitch, G. J. (1974). Working memory. In Bower, G. A. (Eds.), *Recent advances in learning and motivation*. New York Academic Press.

Bartolini Bussi, M. G., & Mariotti, M. A. (2008). Semiotic mediation in the mathematics classroom: Artifacts and signs after a Vygotskian perspective. In English, L. (Ed.), *Handbook of International Research in Mathematics Education*. New York: Routledge.

Bishop, A. J. (1983). Space and geometry. In Lesh, R. & Landau, M. (Eds.), *Acquisition of mathematical concepts and processes*. Orlando Academic Press.

Brousseau, G. (1976). Les obstacles épistémologiques et les problèmes en mathématiques. In Vanhamme, J., & Vanhamme, W. (Eds.), *La problématique et l'enseignement des mathématiques. Comptes rendus de la XXVIIIe rencontre organisée par la Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*, 101-117.

Brousseau, G. (1986). Fondements et méthodes de la didactique des mathématiques. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7(2), 33-115.

Brousseau, G. (1997). *Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques, 1970-1990*. Dordrecht: Kluwer.

Candeloro, A., Del Zozzo, A., Bettini, P., Poli, F., & Baccaglioni-Frank, A. (2015). Possibili effetti dell'apprendimento in geometria mediato da un software di geometria dinamica nella scuola secondaria di primo grado: Risultati del progetto "Muoviamo le Proprietà Geometriche". *Student's reasoning in the context of DGE's*.

Castelnuovo, E. (1959). *Geometria intuitiva*. La Nuova Italia.

Castelnuovo, E. (2008). *L'officina matematica. Ragionare con i materiali*. La Meridiana.

Castelnuovo, E. (2013). Un metodo attivo nell'insegnamento della geometria intuitiva. *La Matematica nella Società e nella Cultura*, 6(1), p. 137-148.

Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: Perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.

Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning: Handbook of research on mathematics teaching and learning*. MacMillan.

Cobb, P. (1988). The tension between theories of learning and instruction in mathematics education. *Educational Psychologist*, 23(2), 87-103.

Consiglio dell'Unione Europea (2018). Raccomandazione del Consiglio del 22 maggio 2018 relativa alle competenze chiave per l'apprendimento permanente. *Gazzetta ufficiale dell'unione europea*, 189(1).

Conway, J., Doyle, P., Gilman, J., & Thurston, B. (2018). *Geometry and the imagination in Minneapolis*.

<https://math.dartmouth.edu/~doyle/docs/mpls/mpls.pdf>

Cottino, L., Gualandi, C., Nobis, C., Ponti, A., Ricci, M., Sbaragli, S., & Zola, L. (2011). *Geometria*. Pitagora.

D'Alonzo, L. (2017). *La differenziazione didattica per l'inclusione. Metodi, strategie, attività*. Erickson.

D'Ambrosio, U. (1985). Ethnomathematics and its place in the history and pedagogy of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 5(1), 44-48.

D'Amore B. (2001). Conceptualisation, registres de représentations sémiotiques et noétique: interactions constructivistes dans l'apprentissage des concepts mathématiques et hypothèse sur quelques facteurs inhibant la dévolution. *Scientia Paedagogica Experimentalis*, 38(2), 143-168.

D'Amore B. (2006). Didattica della matematica "C". In: Sbaragli S. (2006). *La matematica e la sua didattica, vent'anni di impegno*. Atti del Convegno Internazionale omonimo, Castel San Pietro Terme (Bo), 23 settembre 2006. Pitagora.

D'Amore, B. (2016). A proposito di "metodi di insegnamento" univoci: Errori pedagogici, epistemologici, didattici e semiotici delle metodologie univoche. *La Vita Scolastica web*.

<http://www.giuntiscuola.it/lavitascolastica/magazine/articoli/a-proposito-dimetodi-di-insegnamento-univoci/>

D'Amore. B., & Godino, D. J. (2006). Punti di vista antropologico ed ontosemiotico in didattica della Matematica. *La matematica e la sua didattica*, 14(1), 9-38.

D'Amore, B., Fandiño Pinilla, M. I., Marazzani, I., & Sbaragli, S. (2019). *Le difficoltà di apprendimento in matematica. Il punto di vista della didattica*. Pitagora.

D'Amore, B., & Duval, R. (2019). L'educazione dello sguardo in geometria elementare e in arte figurativa. Quali variabili cognitive e didattiche sono coinvolte? Come si rappresenta in arte l'impossibilità? Quali elementi semiotici possono essere coinvolti nell'arte? *La matematica e la sua didattica*, 27(1), 47-67.

- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic teacher*, 27, 14-20.
- Duval, R. (1993). Registres de représentations sémiotique et fonctionnement cognitive de la pensée. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitives*, 5(1), 37-65.
- Duval, R. (1995). *Sémiosis et pensée humaine: Registres sémiotiques et apprentissages intellectuels*. Berne: Peter Lang.
- Duval, R. (1999). *Representation, vision and visualization: cognitive functions in mathematical thinking. Basic issue for learning*. Proceedings of the annual meeting of the north American chapter of the international group for the psychology of mathematics education, 21<sup>st</sup>, Messico, Ottobre 23-26.
- Duval, R. (2018). Per l'educazione allo sguardo in geometria elementare e in pittura. *La matematica e la sua didattica*, 26(2), 211-245.
- Dedò, M. (2016). Alla ricerca della geometria perduta 1. Quale geometria per la scuola. *Alice & Bob*, 46.
- Ernest, P. (1991). Constructivism, the psychology of learning, and the nature of mathematics: Some critical issues. In F. Furinghetti (Ed.), *Proceedings of 15<sup>th</sup> International Conference on the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 25-32), Assisi.
- Fandiño Pinilla, M. I., & D'Amore, B. (2020). *Geometria. Storia, epistemologia e didattica per la scuola di base*. Pitagora.
- Fischbein, E. (1993). The theory of figural concepts. *Educational studies in mathematics*. 24(2), 139-162.
- Gardner, H. (1993). *Multiple intelligences: The theory in practice*. Basic Books.
- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 22(2-3), 237-284.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355.

Godino, J. D., & Batanero, C. (1998). Clarifying the meaning of mathematical objects as a priority area of research in mathematics education. In A. Sierpinska & J. Kilpatrick (Eds.), *Mathematics Education as a research domain: A search for identity*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Goldin, G. (1990). Chapter 3: Epistemology, constructivism, and discovery learning in mathematics. *Journal for Research in Mathematics Education. Monograph*, 4, 31-47 and 195-210.

Hershkowitz, R. (1989). Visualization in Geometry—Two Sides of the Coin. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11, 61-76.

Hoffmann, M. H. G. (2006). What is a “semiotic prospective”, and what could it be? Some comments on the contributions to this special issue. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 279-291.

Iori, M. (2016). Riflessioni sui fondamenti teorici della ricerca in didattica della matematica nella sua complessità e problematicità. *La matematica e la sua didattica*, 24(1-2), 145-161.

Mammana, M. F. (2017). Software di Geometria Dinamica nell'insegnamento-apprendimento della geometria: esempi. *Bricks*, 2(4), 114-123.

Mariani, L. (1996), Investigating Learning Styles, Perspectives. *Journal of TESOL-Italy*, 21(2)-22(1).

Mariani, L. (2000). *Portfolio. Strumenti per documentare e valutare cosa si impara e come si impara*: Zanichelli.

- Mason, M. (1998). The van Hiele levels of geometric understanding. In McDougal, L., (1998) *Geometry: exploration and applications. Professional handbook for teachers*. McDougal Little/Houghton Mifflin.
- Millán Gasca, A. (2016). *Numeri e forme. Didattica della matematica con i bambini*. Zanichelli.
- MIUR (2012). Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione. *Annali della pubblica istruzione*, numero speciale.
- Nelsen, R. B. (1993). *Proofs without words. Exercises in visual thinking*. The Mathematical Association of America.
- Novak J. (2001). *L'apprendimento significativo. Le mappe concettuali per creare e usare la conoscenza*. Erikson.
- Paola, D. (2004), Software di geometria dinamica per un sensato approccio alla dimostrazione in geometria: un esempio di laboratorio di matematica. *Progetto Alice*, 13, 103-121
- Paoli, F. (2018). *Didattica della matematica: dai tre agli undici anni*. Carocci.
- Piaget, J. (1967). *Lo sviluppo mentale del bambino e altri studi di psicologia*. Einaudi.
- Piaget, J., & Inhelder, B. (1970). *La psicologia del bambino*. Einaudi.
- Poincaré, H. (1902). *La science et l'hypothèse*. Flammarion.
- Poli, S., Bertoli, C., & Lucangeli, D. (2014). *Potenziare competenze geometriche. Abilità cognitive e metacognitive nella costruzione della cognizione geometrica (6-11 anni)*. Erickson.
- Radford, L. (1997). On psychology, historical epistemology and the teaching of mathematics: Towards a socio-cultural history of mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 17(1), 26-33.



Radford, L. (2008). Connecting theories in mathematics education: Challenges and possibilities. *ZDM Mathematics Education*, 40(2), 317-327.

Radford, L. (2011). La evolución de paradigmas y perspectivas en la investigación: El caso de la didáctica de las matemáticas. In Vallès, J., Álvarez, D., & Rickenmann, R. (Eds.), *L'activitat docent intervenció, innovació, investigació*. Documenta Universitaria.

Sáenz-Ludlow, A., & Presmeg, N. (2006). Guest editorial: Semiotic perspectives on learning mathematics and communicating mathematically. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1-2), 1-10.

Sbaragli S., Cottino L., Gualandi C., Nobis G., Ponti A., & Ricci M. (2008). L'analogia in ambito geometrico. *Bollettino dei docenti di matematica*, 57, 71-92.

Sbaragli S., & Mammarella I.C. (2010). L'apprendimento della geometria. In Lucangeli D., & Mammarella I.C. *Psicologia della cognizione numerica. Approcci teorici, valutazione e intervento*. Franco Angeli.

Treccani (n.d). Altezza. In *Vocabolario online*.

<https://www.treccani.it/vocabolario/altezza>

Van de Walle, J. A., & Lovin, L. H. (2006). *Teaching student-centered mathematics*. Pearson.

Von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: A way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.

# Allegati

## Allegato 1

Questionario proposto agli insegnanti di scuola primaria

### La geometria in classe

1. Qual è il suo punto di partenza nell'insegnare geometria?

- Enti geometrici primitivi (punto, retta, piano)
- Figure geometriche astratte
- Figure geometriche nella realtà
- Solidi astratti
- Solidi nella realtà
- Trasformazioni geometriche (traslazioni, rotazioni)
- Misurazioni
- Altro: \_\_\_\_\_

2. Quali temi, a suo avviso, risultano più complessi agli alunni?

*(è possibile indicare fino a due risposte)*

- Enti geometrici primitivi (punto, retta, piano)
- Figure geometriche astratte
- Figure geometriche nella realtà
- Solidi astratti
- Solidi nella realtà
- Trasformazioni geometriche (traslazioni, rotazioni)
- Misurazioni
- Altro: \_\_\_\_\_

3. Che strategie predilige per sviluppare l'apprendimento di concetti geometrici da parte dei suoi alunni?  
(è possibile indicare fino a tre risposte)
- Esperienze pratiche e concrete con varie rappresentazioni dei concetti
  - Mostrare diverse rappresentazioni dei concetti
  - Riflettere su caratteristiche e peculiarità del concetto a partire da un'immagine
  - Insegnare la definizione
  - Far costruire agli alunni la definizione
  - Stimolare la riflessione a partire dalla definizione
  - Stimolare la riflessione a partire dalle immagini
  - Stimolare la riflessione a partire da modelli concreti
4. Quanto tempo dedica all'insegnamento della geometria in classe?
- Insegno soprattutto geometria
  - Insegno soprattutto aritmetica
  - Insegno sia aritmetica che geometria, in un percorso comune
  - Insegno sia aritmetica che geometria, in momenti diversi ma sviluppando percorsi che abbiano punti in comune
  - Insegno sia aritmetica che geometria, in momenti diversi e seguendo due percorsi separati
5. In che classe introduce le figure geometriche?
- Prima
  - Seconda
  - Terza
  - Quarta

Quinta

Non affronto con le mie classi le figure geometriche

### Figure e rappresentazioni

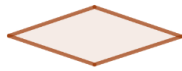
*In questa sezione le sarà chiesto di esprimere delle scelte tra diverse opzioni, in riferimento a ciò che proporrebbe in aula.*

1. Quali delle seguenti figure utilizzerebbe nel presentare agli alunni il rombo?

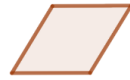
*(è possibile selezionare più risposte)*



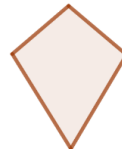
A



B



C



D



E



F

A

B

C

D

E

F

Nessuna di queste

2. Quali invece non utilizzerebbe?

*(è possibile selezionare più risposte)*

A

B

C

D

E

F

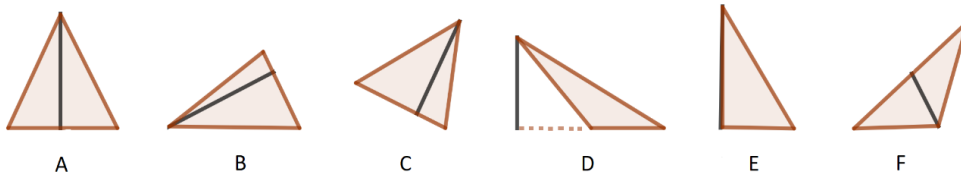
Nessuna di queste

3. Perché?

---

4. Quali immagini ritiene più adatte per rappresentare alla scuola primaria l'altezza di un triangolo?

*(è possibile selezionare più risposte)*



A

B

C

D

E

F

Nessuna di queste

5. Quali invece sono, secondo lei, inadatte?

*(è possibile selezionare più risposte)*

A

B

C

D

E

F

Nessuna di queste

6. Perché?

---

## Idee e atteggiamenti

*I seguenti item indagheranno idee e atteggiamenti nei confronti dell'utilizzo di rappresentazioni grafiche di figure geometriche. Indichi il grado di accordo con le affermazioni proposte.*

<i>La rappresentazione grafica di figure geometriche...</i>	<b>Per niente d'accordo</b>	<b>Un po' d'accordo</b>	<b>Abbastanza d'accordo</b>	<b>Molto d'accordo</b>	<b>Totalmente d'accordo</b>
È essenziale per l'apprendimento dei concetti					
È sufficiente, alla scuola primaria, in quanto non sono necessarie definizioni per comprendere le figure					
Non può prescindere da una riflessione su essa					
Non è necessaria alla scuola primaria					
Può essere un elemento di difficoltà per l'apprendimento					
Può generare misconcezioni					
È univoca nell'interpretazione					
Va fatta sempre nello stesso modo, così da fissare meglio il concetto					
È uno strumento che aiuta la concettualizzazione					

Ha le stesse proprietà del concetto geometrico che rappresenta					
Ha le stesse caratteristiche del concetto geometrico che rappresenta					







UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI  
PADOVA  
Dipartimento di Filosofia, Sociologia,  
Pedagogia e Psicologia applicata

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE INTERATENEO IN  
SCIENZE DELLA FORMAZIONE PRIMARIA

Relazione finale di tirocinio

# *Storie, parole, movimento*

Un percorso di scoperta fonologica attraverso la motricità.

Relatore: Masiero Stefania

Laureanda: Franco Lucia

Matricola: 1166651

Anno accademico 2021/2022

# Indice

Indice .....	2
Introduzione .....	4
1. Dimensione istituzionale .....	5
1.1. Costruire reti di collaborazione .....	5
1.2. Il contesto di riferimento: città e Istituto Comprensivo.....	6
1.3. In sezione: relazione professionalizzante con la tutor dei tirocinanti .....	6
1.4. Oltre la sezione: le famiglie e il territorio.....	8
1.5. Una rete di supporto: scambio e confronto tra pari nel tirocinio indiretto.....	9
2. Dimensione didattica.....	11
2.1. L'insegnamento tra progettazione e azione.....	11
2.2. Lettura del contesto didattico: specificità ed esigenze .....	12
2.3. Progettazione sulla base delle conoscenze teoriche, curriculari e normative....	14
2.4. Forme e strumenti della valutazione formativa .....	15
2.5. Conduzione e riprogettazione: un percorso in adattamento.....	18
2.5.1. un'evidenza di crescita: il materiale facilitatore dell'apprendimento .....	27
3. Dimensione professionale .....	31
3.1. Riflessione e documentazione in ottica formativa .....	31
3.2. Uno sguardo al passato: una concezione favolistica della scuola .....	31
3.3. Uno sguardo al presente per capire dove sono arrivata .....	33
3.3.1. Documentazione.....	33
3.3.2. Riflessione.....	34
3.4. Uno sguardo al futuro per continuare a crescere .....	36

Riferimenti .....	38
Bibliografia.....	38
Sitografia.....	38
Documentazione scolastica .....	39
Normativa .....	39
Allegati.....	40
Allegato 1.....	40
Allegato 2.....	42

## Introduzione

Il tirocinio del quinto anno rappresenta il punto di arrivo del percorso di Scienze della Formazione Primaria, permette di unire le conoscenze teoriche apprese nei corsi e le abilità maturate negli anni precedenti dando la possibilità di sperimentare le proprie competenze all'interno del sistema scuola. In quest'annualità, infatti, la prospettiva sistemica è l'obiettivo principale: si realizza nel costruire una rete di relazioni che unisca l'azione didattica con il contesto in cui è inserita, valorizzandola attraverso la riflessione e i collegamenti con la realtà circostante. Il percorso svolto quest'anno è qui raccontato attraverso i tre cardini della professione docente: la dimensione didattica, istituzionale e professionale. L'esplorazione di ciascuna di esse è stata motivo di apprendimento e di crescita, attraverso un atteggiamento che mi ha permesso di partire dalle difficoltà incontrate per maturare nuove competenze, attraverso la sperimentazione, lo scambio con le colleghe e la riflessione sulle pratiche attuate.

*Storie, parole, movimento* racconta di un percorso proposto ai bambini di una sezione eterogenea della scuola dell'infanzia "G. Rodari" di Spinea. A partire dalla narrazione, motivante e stimolante, verso l'apprendimento attivo attraverso il gioco, gli alunni hanno avuto modo di essere immersi e sperimentare i suoni della lingua e le potenzialità del proprio corpo. L'unione dell'aspetto emotivo, dato dalle storie, di quello fonologico, affrontato con ascolto e produzione, e di quello motorio, ha interessato i bambini e ha permesso di dare significato agli apprendimenti, anche in ottica inclusiva. Ma nel presente elaborato l'attenzione sarà posta anche a tutto ciò che sta intorno a tale percorso, che ha permesso di costruirlo e di svilupparlo nel migliore dei modi. Saranno quindi presentate le relazioni più significative e il loro contributo essenziale nella realizzazione del progetto, e le riflessioni sul mio operato, che sono state necessarie per migliorare e orientare in modo più adeguato la proposta e mi hanno permesso di costruire la mia identità professionale. *Storie, parole, movimento* racconta di un percorso in cui ho insegnato ma, soprattutto, ho imparato e ho imparato ad imparare, a sperimentare e a "fare la maestra".

# 1. Dimensione istituzionale

## 1.1. Costruire reti di collaborazione

Tra gli *obiettivi formativi qualificanti* del corso di laurea magistrale a ciclo unico in Scienze della formazione primaria, elencati all'interno del D. M. n° 249/2010, è presente il seguente:

“f) essere in grado di partecipare attivamente alla gestione della scuola e della didattica collaborando coi colleghi sia nella progettazione didattica, sia nelle attività collegiali interne ed esterne, anche in relazione alle esigenze del territorio in cui opera la scuola.”

Tale obiettivo ben sintetizza la dimensione oggetto di questo capitolo: l'insegnante non lavora solo all'interno della sezione ma si trova in un contesto più ampio e complesso con cui è necessario entrare in relazione. Innanzitutto, con colleghi e colleghe con cui avviare una comunicazione attiva con l'obiettivo di riflessione e condivisione di pratiche, nonché di progettazione dei diversi percorsi di apprendimento. L'insegnante però deve anche rapportarsi con il contesto esterno alla sezione in cui opera, allargando lo sguardo al plesso, all'Istituto, alla realtà esterna e alla comunità in cui è inserita.

Nel corso del tirocinio, c'è la preziosa possibilità di ampliare ulteriormente questa rete di relazioni, grazie al supporto di tutor e compagni/e del gruppo territoriale. Tale ricchezza contribuisce alla crescita di ciascuno, attraverso l'apertura a più punti di vista e il confronto con insegnanti esperti che aiutano la formazione e l'acquisizione di competenze didattiche. In quest'ultimo anno, il mio ruolo come tirocinante è in parte cambiato: sono entrata nella *team* di docenti come studentessa, pronta ad essere istruita, e ne sono uscita come insegnante che ha apportato un contributo e un supporto significativo alla sezione, anche attraverso scambi più maturi e formativi per entrambe le parti.

## 1.2. Il contesto di riferimento: città e Istituto Comprensivo

La scuola dell'infanzia "G. Rodari", in cui ho svolto il tirocinio di quest'anno, si trova all'interno dell'Istituto Comprensivo "M. Hack" di Spinea. La città negli ultimi anni ha visto un continuo incremento della popolazione e contestualmente è aumentata la percentuale di stranieri residenti assestandosi sopra alla media nazionale (11,6%, Italia 8,7% - elaborazione dati ISTAT, 2021). Effetto diretto di questa conformazione è la presenza nelle scuole di una grande ricchezza multiculturale e la vasta numerosità di servizi, enti e associazioni nel territorio. Il Piano dell'Offerta Formativa (PTOF 2019-2022) illustra le finalità dell'Istituto, a partire dall'obiettivo di promuovere il benessere in situazione di apprendimento. Pertanto, si legge che

"La nostra scuola pone al centro dei suoi obiettivi la formazione, l'apprendimento e l'insegnamento in condizioni di serenità e benessere individuando bisogni formativi cui corrispondono degli obiettivi educativi comuni.

L'organizzazione delle attività si impernia sulla spinta motivazionale ad insegnare e ad apprendere in un rapporto interattivo fra adulto e l'alunno che abbia come sfondo la curiosità ad apprendere."

E che la libertà di insegnamento e l'autonomia didattica, organizzativa e di ricerca della scuola (D. lgs n° 297/94, D.P.R. n° 275/99) vengono declinate in una massima flessibilità metodologica dei docenti, al fine di "mettere in atto strategie di insegnamento - apprendimento il più possibile individualizzate" (PTOF 2019-2022). La presenza di molti enti nel territorio e la collaborazione con reti scolastiche determinano una ricchezza di proposte formative e di collaborazioni attive cui i bambini sono inseriti.

## 1.3. In sezione: relazione professionalizzante con la tutor dei tirocinanti

Come già accennato, quest'anno ho avvertito molto il cambiamento di ruolo che ho fatto: sono entrata in punta di piedi, pronta ad imparare quanto più possibile attraverso un'osservazione silenziosa, certa di avere ancora tanta strada da fare prima di potermi considerare insegnante a tutti gli effetti. Nel corso dei mesi, grazie a molte esperienze ma soprattutto grazie alla relazione formativa con la tutor, sono diventata

consapevole delle mie competenze, da quelle più sviluppate a quelle meno, e della risorsa che posso essere all'interno della scuola. I preziosi feedback ricevuti sono sempre stati motivo di riflessione e crescita.

Alla fine dei primi incontri si è spesso ripetuta una breve ma precisa sequenza di domande:

*Lucia: "Francesca, posso chiederti com'è andata oggi?"*

*Francesca: "Ti rigiro la domanda, tu come pensi sia andata?"*

La prima volta che mi sono sentita rispondere in questo modo mi sono sentita spiazzata: temevo di aver commesso errori importanti o che la mia azione didattica avesse mostrato grossi problemi; temevo questa risposta potesse in realtà celare una critica. Quando, dopo avermi ascoltata, la tutor rispondeva alla stessa domanda evidenziando *in primis* gli aspetti positivi e le accortezze sulle quali avevo prestato particolare attenzione, ho capito le sue intenzioni che, da ottima insegnante, erano quelle di darmi la possibilità prima di tutto di riflettere in autonomia senza farmi influenzare da opinioni esterne, ma poi dandomi comunque il suo *feedback* esperto. Dalla reazione istintiva che ho avuto le prime volte mi resa conto della mia insicurezza e di quanto fossi poco convinta, all'inizio, delle mie idee; tuttavia, attraverso la costruzione di un rapporto di fiducia e di scambio la tutor è stata di supporto alla mia crescita sia professionale che personale. In particolare, mi ha molto colpita la meticolosità della sua osservazione con cui riusciva a cogliere alcuni dettagli ai quali, seppur piccoli, io prestavo particolare attenzione perché erano per me essenziali al fine dell'apprendimento significativo e del benessere di ciascuno. Attraverso il riconoscimento e la valorizzazione di essi che ho ricevuto durante i *feedback* finali, ho capito che stavo riuscendo nel mio intento e stavo crescendo nella direzione che volevo, verso l'insegnante che vorrò essere.

Nel corso delle settimane, i momenti di confronto sono diventati più approfonditi e hanno acquisito una diversa struttura: mentre all'inizio io tendevo a concentrarmi sulle cose che *io* non avevo fatto correttamente o in cui non ero riuscita, successivamente ho iniziato a guardare i traguardi raggiunti *da me e dai bambini* ampliando una visione

all'insieme delle risorse attivate da ciascuno e non al mero raggiungimento dell'obiettivo della giornata. Attraverso questa prospettiva, sono riuscita a valutare con maggiore oggettività le attività, a riprogettare quando necessario con efficacia basandomi su caratteristiche e bisogni dei singoli effettivamente emersi e a trovare soluzioni efficaci di fronte ai problemi. Inizialmente, l'insegnante mi ha dato molti suggerimenti e consigli soprattutto per l'aspetto di gestione del gruppo e dei tempi, notando le mie difficoltà e la mia poca esperienza; in seguito, la comunicazione ha assunto i caratteri di uno scambio quasi tra pari, con la tutor che spesso mi ha chiesto pareri da insegnante ormai cresciuta, anche per avere una prospettiva diversa sui bambini che conosce benissimo.

In quest'anno sono cresciuta e maturata, ho capito di essere (un po' più) pronta a gestire le situazioni in autonomia ma senza mai dimenticare l'importanza dello scambio, della relazione e dei feedback tra colleghi e colleghe. L'ho capito concretamente quando uno degli ultimi scambi si è concluso in questo modo:

*Lucia: "Ciao Francesca, e grazie mille!"*

*Francesca: "E di cosa, hai fatto tutto da sola!"*

#### 1.4. Oltre la sezione: le famiglie e il territorio

Nel corso di questi anni di tirocinio, anche a fronte dell'emergenza sanitaria e quindi dei lunghi periodi trascorsi in DAD e DDI, ho compreso ancora meglio la stretta relazione tra scuola e famiglie. Purtroppo, a causa dell'ancora attuale normativa COVID, non è stato possibile pensare di far entrare a scuola i genitori, ad esempio per mostrare loro un prodotto finale del percorso fatto con i bambini o per coinvolgerli in un pomeriggio di giochi; tuttavia, ho voluto comunque creare un ponte con le famiglie attraverso due accorgimenti. Il primo è stato la condivisione mediante un video esplicativo e una presentazione Power Point del percorso fatto con i bambini, esplicitandone obiettivi e attività, in modo da avvicinare, anche se virtualmente, i genitori all'esperienza dei figli. Avevo poi l'intenzione di realizzare insieme a ciascun alunno un gioco dell'oca che riprendesse l'esperienza fatta in aula mediante la sperimentazione corporea. In questo modo i bambini avrebbero potuto condividere e



rafforzare gli apprendimenti con i genitori, favorendo anche l'incontro tra grandi e piccoli. A causa di alcuni imprevisti e della necessità di ripensare una parte degli incontri, non c'è stato il tempo per costruirlo insieme e ho preferito non dare un percorso fatto soltanto da me, che sarebbe risultato meno significativo per i bambini. L'idea sarà però portata avanti dall'insegnante tutor che la sfrutterà anche in ambito logico-matematico e permetterà ai bambini di realizzare il proprio gioco con il tempo necessario.

Importante è anche la collaborazione con la Biblioteca di Spinea, da anni attiva con l'Istituto e presente tra i progetti messi in luce nel PTOF 2019-2022, che ha permesso la realizzazione di un ampio spazio nel presso dedicato ai libri e al prestito di essi. Il mio progetto voleva approfondire tale collaborazione, stimolando un sentimento di cura e di valorizzazione del libro e della biblioteca mediante attività che dessero modo ai bambini di acquisire responsabilità verso di essi. Ci sono stati però alcuni problemi legati al Covid che non mi hanno dato la possibilità di coordinare la mia azione didattica con l'insegnante che si occupava dell'angolo biblioteca. Ho quindi ripensato alcune attività adattandole al contesto sezione, consapevole che i bambini avrebbero nei mesi successivi avuto l'opportunità di approfondirne i contenuti nel contesto della biblioteca.

Queste due esperienze, con la biblioteca e con la realizzazione del gioco dell'oca, mi hanno fatto apprendere e provare in prima persona alcune difficoltà che possono entrare in campo quando bisogna coordinare più soggetti in un tempo limitato; e la necessità di essere sempre pronti a riorganizzare le attività per sfruttare anche gli imprevisti come possibilità.

### 1.5. Una rete di supporto: scambio e confronto tra pari nel tirocinio indiretto

La collaborazione con i colleghi, di cui si parla nell'obiettivo sopra citato, non si limita – almeno per quanto riguarda il percorso universitario – alla sezione o plesso di riferimento ma si arricchisce anche dallo scambio con tutor, compagni e compagne del tirocinio indiretto che permettono di avere uno sguardo diverso con cui analizzare le diverse situazioni. Fin dal primo anno, il gruppo è stato di essenziale supporto nel costruire strumenti (sia materiali che a livello di competenze) che potessero aiutare

l'entrata a scuola. Crescendo, la condivisione è diventata sempre più importante: non solo si possono osservare le situazioni con occhi diversi ma c'è anche la possibilità di confrontarsi su buone pratiche attuate e ricercare analogie (e differenze) tra i vari percorsi che possono essere di spunto per il proprio. Inoltre, lo scambio avviene tra persone che hanno alla spalle un percorso universitario comune e di conseguenza condividono linee generali di azione. Si affianca così il confronto con insegnanti esperti, le tutor a scuola e in università, a quello con ragazzi e ragazze con cui si sta svolgendo il percorso e che quindi spesso riescono a capire, supportare e aiutare in modo molto efficace.

Quest'anno, dopo vari semestri in cui gli incontri avvenivano a distanza e quindi soffrivano la perdita di una parte significativa della relazione, è stato emozionante e importante tornare in presenza, riavviando lo scambio diretto e personale. Ogni incontro di tirocinio ha contribuito a costruire una piccola parte del percorso, organizzando le idee e risistemando gli strumenti costruiti nel tempo. Ho trovato particolarmente utile il confronto tra piccoli gruppi, soprattutto quando ho lavorato con colleghi che si trovavano alla scuola dell'infanzia come me: mi sono resa conto che spesso avevamo gli stessi dubbi e gli stessi problemi, ma insieme abbiamo elaborato strategie per superarli. Inoltre, sono stati molto belli i momenti di scambio informale con alcune colleghe, prima di iniziare o alla fine degli incontri, conversazioni spontanee che hanno supportato la mia crescita sia professionale che personale. Grazie al tirocinio ho imparato a chiedere aiuto quando necessario, attivando relazioni positive e formative con compagni e tutor, orientandomi al superamento dell'atteggiamento di voler risolvere ogni problema in totale autonomia per svilupparne uno più aperto e in grado di capire e accettare i propri limiti.

## 2. Dimensione didattica

### 2.1. L'insegnamento tra progettazione e azione

I primi cinque obiettivi del corso di laurea, presenti nel D. M. n° 249/2010, riguardano molto da vicino la dimensione didattica; infatti, si legge che gli studenti al termine del percorso dovranno:

- “a) possedere conoscenze disciplinari negli ambiti oggetto di insegnamento (linguistico-letterario, matematico, delle scienze fisiche e naturali, storico e geografico, artistico, musicale, motorio);
- b) essere in grado di articolare i contenuti delle discipline in funzione dei diversi livelli scolastici, dell'età dei bambini e dell'assolvimento dell'obbligo d'istruzione;
- c) possedere capacità pedagogico-didattiche per gestire la progressione degli apprendimenti adeguando i tempi e le modalità al livello dei diversi alunni;
- d) essere in grado di scegliere e utilizzare di volta in volta gli strumenti più adeguati al percorso previsto (lezione frontale, discussione, simulazione, lavoro di gruppo, nuove tecnologie...);
- e) possedere capacità relazionali e gestionali tali da rendere il lavoro di classe fruttuoso per ogni bambino, facilitando la convivenza di culture e religioni diverse, sapendo costruire regole di vita comuni, il senso di responsabilità, la solidarietà e il senso di giustizia”.

Nei diversi corsi universitari, tra le altre cose, abbiamo maturato diverse competenze disciplinari, sempre connesse all'aspetto didattico, seguendo il modello TPACK (Mishra & Koheler, 2006 in Messina & De Rossi, 2015) al fine di raggiungere tali obiettivi. È nel lavoro in sezione però che abbiamo potuto mettere in pratica gli apprendimenti, calandoli in un contesto reale e con le sue specificità. Per farlo, è stato essenziale iniziare con un'analisi dettagliata della sezione e di ciò che stava attorno, tra ambiente, gruppo di bambini, metodologie utilizzate dalle insegnanti e proposte formative attivate. Da questo è stato poi possibile realizzare il progetto, che potesse unire le esigenze manifestate dalla sezione e dalle docenti con le mie attitudini e

conoscenze: in questa fase è stato importante valutare come articolare i contenuti disciplinari adattandoli all'età dei bambini e scegliere quali metodologie e strumenti preferire per garantire il successo formativo di tutti. La sfida più grande però è stata la gestione in prima persona della sezione, che hanno richiesto particolari attenzioni e una costante osservazione e riflessione, sulle quali basare una riprogettazione in itinere che meglio adattasse le proposte al gruppo. Inoltre, l'azione didattica ha implicato molte volte la necessità di improvvisazione – cercando di rimanere comunque orientati verso gli obiettivi posti – e di accorgimenti di natura pratica per un'efficace gestione dei tempi e delle attività: questo è forse l'aspetto più peculiare del tirocinio, che nessun corso avrebbe potuto insegnare adeguatamente proprio per la specificità dei contesti in cui ci si trova, pur dando degli strumenti generali. Infine, tra le competenze che non possono mancare agli insegnanti per garantire una formazione di qualità vi è quella valutativa; nessun percorso infatti potrebbe essere efficace se non si basasse su obiettivi definiti e un monitoraggio del livello di raggiungimento di essi. Pertanto, la valutazione che accompagna l'intero lavoro permette di valutarne l'efficacia formativa e di stabilire come procedere nello stesso, attraverso una logica promozionale (Falcinelli, 2015).

## 2.2. Lettura del contesto didattico: specificità ed esigenze

La sezione di riferimento è composta da venti bambini, tra cui sei di cinque anni, undici di tre anni e tre di soli due anni e mezzo (anticipatari). Nelle prime ore di osservazione, mi è stato spiegato che tutto il gruppo sta vivendo il periodo dell'inserimento: anche per i più grandi, che provengono da altre e diverse realtà scolastiche. La diversità di percorsi alle spalle si nota chiaramente durante le attività soprattutto per quanto riguarda l'abitudine e la capacità di ascoltare, partecipare e interagire, memorizzare, manipolare o attuare strategie di *problem solving*. Il gruppo, guidato dalle insegnanti, nel corso dei primi mesi ha iniziato a cercare e costruire interazioni più forti. Dal punto di vista della comunicazione, inizialmente la sezione si presentava molto eterogenea, con tre bambini che non parlavano italiano se non ripetendo alcune parole e faticavano a interagire con i compagni, altri che mostravano

una spiccata propensione alla socializzazione ma erano molto carenti nell'espressione verbale e altri ancora che riuscivano a comunicare con efficacia. Nel corso dei mesi si è creato un bel clima in sezione e tutti ora interagiscono e collaborano; le difficoltà linguistiche per alcuni sono ancora importanti ma molti, soprattutto bambini non madrelingua italiani, hanno fatto notevoli progressi per quanto riguarda la comprensione orale e, alcuni, anche per la produzione atta a comunicare nel quotidiano con compagni e insegnanti. Purtroppo, alcuni bambini sono stati spesso assenti nel corso dell'anno e ho avuto pochissime occasioni di lavorare anche con loro. A marzo invece è arrivato in sezione un nuovo alunno, proveniente da un altro plesso. La sezione si è presentata quindi eterogenea ma anche dinamica: in alcuni casi ciò ha costituito un elemento di complessità nello svolgersi del percorso, ma mi ha permesso anche di comprendere e applicare meglio strategie di differenziazione didattica prevedendo vari livelli all'interno di ciascuna attività, permettendo così a ciascuno di raggiungere il successo formativo.

L'ambiente di apprendimento è ricco ma ben organizzato, il plesso strutturalmente è composto da tre aule che si affacciano su un atrio comune suddiviso per luoghi d'interesse e all'interno del quale è stata ricavata una biblioteca scolastica. Questa è gestita da un'insegnante ora in pensione che si è presa l'incarico di istituire un raccordo con la biblioteca di Spinea, la quale ha fornito i libri e permette ai bambini di effettuare il prestito. Per promuovere l'avvicinamento alla lettura, l'insegnante propone ogni settimana una storia e alcune attività ad essa connesse; con le stesse intenzioni è stato attivato anche il prestito dei libri alle famiglie.

L'approccio metodologico delle insegnanti della sezione è di tipo esperienziale e laboratoriale: gli alunni sono attivi nel proprio processo di apprendimento, stimolati attraverso attività di esplorazione e domande di riflessione, dando loro la possibilità di provare, sbagliare e capire senza dare soluzioni certe a priori. Altre attività hanno permesso ai bambini l'esplorazione manuale mediante varie tecniche artistiche (dalla pittura con mani e piedi alla manipolazione della creta al collage) che ne hanno favorito anche la creatività. Inoltre, fin dai primi mesi, si è lavorato molto nel renderli autonomi

e nell'aiutarli ad autoregolarsi, anche attraverso l'interiorizzazione consapevole delle regole delle quali è sempre stata spiegata con chiarezza la motivazione.

### 2.3. Progettazione sulla base delle conoscenze teoriche, curricolari e normative

La progettazione del percorso parte da un'esigenza espressa dalla tutor di potenziamento linguistico, a fronte di una sezione con bambini che sperimentano i primi contatti con la lingua italiana e altri che, pur essendo madrelingua, faticano molto nell'espressione verbale con risultati che sfociano in una difficoltà nella comunicazione interpersonale. Ho deciso allora di perseguire obiettivi in ambito fonologico, vista l'età particolarmente favorevole dei bambini all'apprendimento di tale aspetto della lingua seconda o straniera (Favaro, 2016) andando a proporre attività in forma ludica e laboratoriale che permettessero di sperimentare ed essere immersi nei suoni della lingua.

Il percorso è stato pensato per rispondere al principio di direzionalità (Balboni, 2015), partendo dall'aspetto globale verso l'analitico e da stimoli per la comprensione verso quelli per la produzione. L'apprendimento e la riflessione sui suoni della lingua sono stati affiancati da una pluralità di stimoli da diversi canali, con particolare attenzione posta al corpo e al movimento. Ho voluto darvi rilevanza perché ritengo essenziale che esso venga promosso sistematicamente fin dai primi anni del bambino: l'intenzione è di permettere agli allievi di ampliare la gamma di movimenti e abilità a loro disposizione, per sperimentare al meglio le potenzialità del proprio corpo, forte dell'idea che "lo sviluppo non è spontaneo: si diventa in funzione delle esperienze che si conducono e a cui si è esposti. Avere competenze motorie è un requisito necessario per la vita di tutti i giorni e per lo sviluppo di tutte le funzioni dell'essere umano. Lo sviluppo delle competenze motorie richiede la pratica di attività fisica e la limitazione di tale pratica interferisce negativamente con lo sviluppo armonico dell'individuo" (Tortella & Fumagalli, 2016, p. 16).

In fase di sviluppo ho progettato a ritroso, secondo il modello di Wiggins e McTighe (2004), partendo dagli obiettivi da raggiungere e definendo le evidenze di accettabilità. Per quanto riguarda traguardi e obiettivi del percorso, la cornice teorica di riferimento sono state le competenze chiave europee (Raccomandazione del Parlamento e del Consiglio dell'Unione Europea, 2018) e le indicazioni nazionali per il curricolo (D.M. n. 254/2012) e i testi di Cisotto (2009), che tratta specificatamente delle competenze linguistiche, e di Bonifaci e Tobia (2017) che mi ha permesso di orientare l'azione didattica nel modo più adatto alla scuola dell'infanzia. Ho poi realizzato la rubrica per la valutazione delle competenze declinata in dimensioni-criteri-indicatori-livelli sulla base delle indicazioni date da Castoldi (2016).

Nella progettazione della pratica in sezione ho invece fatto riferimento al testo di Messina e De Rossi (2015) adottando un approccio attivo, che vedesse i bambini protagonisti in prima persona, con metodologie di tipo ludico e laboratoriale. Particolare attenzione è stata data al valorizzare ciascun bambino, tendendo di rispondere adeguatamente ai bisogni manifestati e alle inclinazioni che emergevano nella pratica didattica, progettando attività che potessero essere portate a termine secondo diversi livelli di difficoltà e autonomia affinché ognuno avesse la possibilità di riuscire al meglio in base al punto di partenza, stimolato a lavorare sulla propria zona di sviluppo prossimale (Vygotskij, 2007); inoltre, ho cercato di costruire un clima di classe positivo, avendo cura di far percepire ai bambini il loro ruolo centrale nell'azione didattica e prestando attenzione agli aspetti emotivi che essa implicava, così da favorire il senso di benessere, la motivazione, l'impegno e l'interesse (D'Alonzo, 2016).

#### 2.4. Forme e strumenti della valutazione formativa

Per monitorare e valutare il percorso svolto, ho adottato una prospettiva trifocale (Castoldi, 2016) mettendo in relazione i dati raccolti attraverso la mia soggettività, l'intersoggettività nel confronto con la tutor e con i bambini e l'oggettività dell'osservazione guidata da griglie e dei compiti proposti. Tale prospettiva è stata utilizzata in un primo momento per rilevare il livello iniziale dei bambini su cui calibrare

le attività, in itinere con l'obiettivo formativo di monitorare e riorientare il percorso per la costruzione di apprendimenti e nel momento conclusivo per rilevare il livello raggiunto e che sarà poi utile all'insegnante tutor come punto di partenza per un laboratorio continuativo del lavoro che ho fatto con la sezione, così da dare continuità all'insegnamento.

Nella Tabella 1 è possibile vedere una sintesi degli strumenti utilizzati per la valutazione. Inizialmente, ho fatto un'analisi del contesto dal mio punto di vista, utilizzando la matrice SWOT, per identificarne le caratteristiche in relazione a ciò che avrei voluto fare: ho rilevato i progetti attivi nel plesso e nella sezione, anche attraverso la lettura del PTOF dell'istituto, ho individuato nell'eterogeneità della sezione un'opportunità di sviluppare un percorso ampio e vario, ho rilevato i vincoli dettati dall'emergenza sanitaria e dall'organizzazione oraria, ho considerato i punti di forza del gruppo e delle strategie didattiche utilizzate dalle insegnanti. Inoltre, mi sono autovalutata secondo diversi aspetti tenendo conto delle competenze maturate e di quelle in cui ancora avrei dovuto crescere. Ho poi svolto un'osservazione oggettiva guidata da una griglia che indagasse determinate capacità degli allievi in relazione alle successive attività attraverso quattro criteri (*suddivide in sillabe parole di uso quotidiano, sa muoversi con consapevolezza rispetto alle indicazioni date, coordina l'espressione verbale e motoria, risponde coerentemente alle richieste*); e mi sono confrontata con la tutor unendo i nostri punti di vista per avere un quadro più ampio e completo della sezione. Tutto il percorso è poi stato caratterizzato da un'osservazione costante, scambi con la tutor e momenti di autovalutazione da parte dei bambini utilizzati come dialogo a più voci sugli incontri fatti e infine una riflessione volta per volta sugli incontri fatti in ottica formativa. Per arricchire il punto di vista sul percorso, mi sono anche confrontata nel gruppo di tirocinio indiretto per eventuali problemi o per sviluppare nuove soluzioni. In itinere ho anche ricavato un momento specifico, più strutturato per utilizzare nuovamente la griglia di partenza con il fine di rilevare i miglioramenti avvenuti. Infine, in conclusione del percorso, ho proposto il compito autentico che ha visto i bambini mettere in gioco le proprie competenze e collaborare per aiutare i compagni. Tale momento è stato valutato mediante una rubrica di



valutazione (Allegato 1) che ho voluto mantenere uguale sia per i più grandi che per i più piccoli, consapevole che questo percorso per i bambini di tre anni voleva essere introduttivo rispetto ai contenuti e aveva obiettivi diversi rispetto a quelli per i compagni, di conseguenza il livello raggiunto è un punto di partenza per lo sviluppo successivo delle abilità trattate. Anche nel momento finale del percorso, ho aperto il confronto con la tutor e i bambini, orientato alla riflessione su tutti gli incontri fatti insieme e sulle competenze maturate, raccogliendo stimoli per la crescita e il miglioramento. A queste prospettive si aggiungerà poi quella universitaria mediante la valutazione degli elaborati prodotti e del percorso fatto. Ho inoltre svolto la mia autovalutazione finale, in relazione alle tre dimensioni identificate, avviando una riflessione sull'esperienza fatta e sul mio profilo professionale.

*Tabella 1 - strumenti per la valutazione*

	<b>Intersoggettivo</b>	<b>Oggettivo</b>	<b>Soggettivo</b>
<b>Iniziale – diagnostica</b>	Osservazione e confronto con la tutor Valutazione del project work	Rilevazione del livello di partenza mediante griglie appositamente costruite	Analisi SWOT Autovalutazione delle competenze raggiunte nelle tre diverse dimensioni
<b>In itinere – formativa</b>	Scambi informali con la tutor, confronto puntuale rispetto alle attività svolte e al progresso dei bambini Autovalutazione dei bambini in merito a interesse per l'attività e partecipazione Confronto di idee ed opinioni nel gruppo di tirocinio indiretto	Osservazione continua rispetto agli atteggiamenti generali Rilevazione in alcuni incontri specifici del livello di raggiungimento dell'obiettivo, attraverso la medesima griglia	Riflessioni all'interno dei diari di bordo, monitoraggio del percorso
<b>Finale – sommativa</b>	Confronto sommativo con la tutor dei tirocinanti e i bambini Valutazione del percorso, portfolio e relazione finale da parte dei tutor universitari	Compito autentico, osservazione guidata dalla rubrica valutativa	Autovalutazione finale nelle tre dimensioni attorno a cui è costruito il tirocinio

## 2.5. Conduzione e riprogettazione: un percorso in adattamento

Il percorso è iniziato a febbraio e si è concluso nei primi giorni di aprile. Quando ho iniziato, mi sono subito resa conto di come la pratica possa discostarsi molto dalla teoria: ho incontrato alcuni problemi soprattutto inerenti alle tempistiche e al livello di autonomia e autoregolazione dei bambini, che non avevo valutato correttamente in fase di osservazione. Ho quindi utilizzato le prime attività, e la griglia per la valutazione iniziale, come base per la riprogettazione successiva, che tenesse maggiormente conto delle esigenze emerse e che fosse più adatta ai bambini che avevo davanti. Ho quindi cercato di capire quali attività coinvolgessero maggiormente i bambini, quali gli permettessero una migliore attivazione cognitiva e quali strategie adottare per gestire il gruppo. Tra le attività a maggiore partecipazione ci sono state quelle che prevedevano l'impersonare – ad esempio – un animale e, soprattutto, quelle proposte in forma ludica. Tale tecnica è stata infatti alla base della quasi totalità delle proposte: i giochi hanno permesso a tutti di partecipare con entusiasmo attivando risorse cognitive anche complesse. In fase di riprogettazione, ho scelto di modificare leggermente gli obiettivi generali del percorso e ho sostituito alcune attività eccessivamente astratte, che avrebbero coinvolto solo il canale verbale, a favore di proposte che permettessero ai bambini di aprire diverse porte per l'apprendimento significativo (Wiggins & McTighe, 2004) presentate attraverso il gioco e di consolidare gli apprendimenti mediante la ricorsività (Allegato 2).

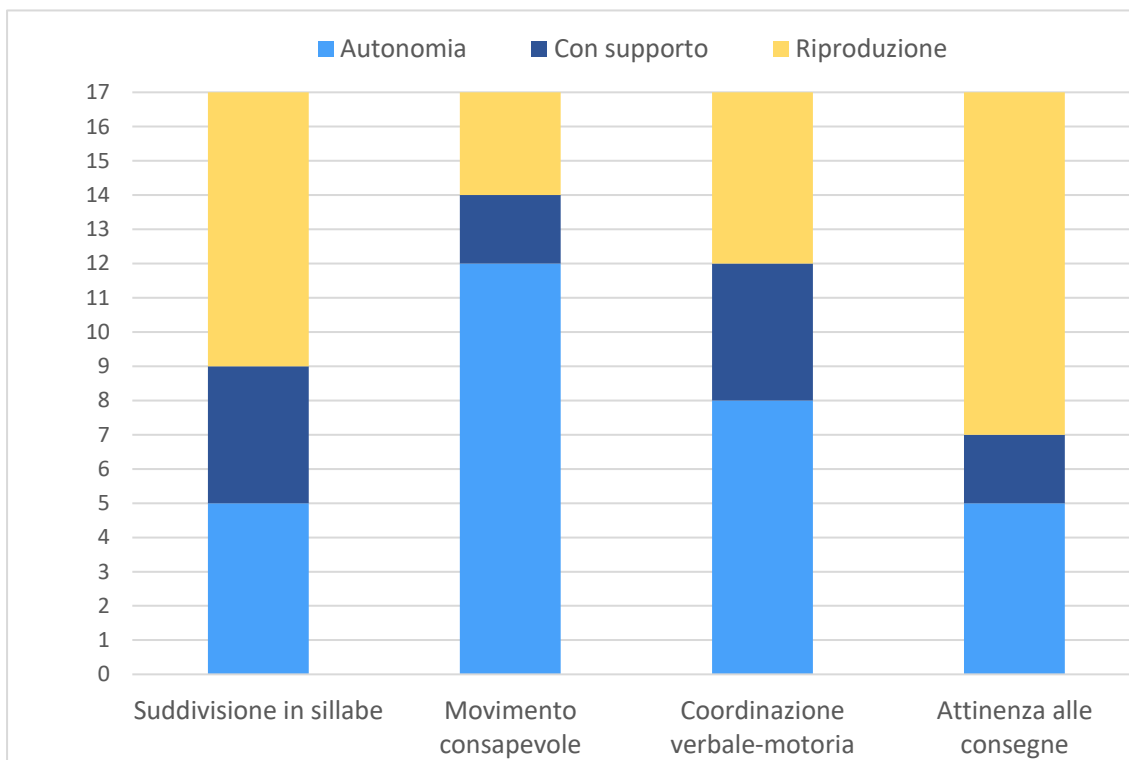
Inoltre, fin dalle prime attività, mi sono resa conto che molti bambini di madrelingua non italiana avevano necessità di un supporto lessicale per svolgere le attività: pur riuscendo a identificare e pronunciare i suoni, spesso non conoscevano parole di uso quotidiano rappresentate sul materiale che proponevo. Nel corso delle varie attività quindi ho speso molto tempo per assicurarmi che i bambini avessero familiarità con i termini che chiedevo loro di manipolare (dividendo in sillabe, abbinando in base alle sillabe iniziali/finali, ...) per assicurarmi che eventuali difficoltà nelle attività fonologiche non presentassero in realtà una natura di tipo lessicale e per favorire un generale e necessario arricchimento di questo aspetto. Di seguito, il percorso svolto sarà presentato suddiviso in sei tappe principali.

### *1. Attività iniziali per rilevazione dei livelli di partenza*

Questi primi incontri sono stati oggetto di valutazione oggettiva iniziale, mediante l'osservazione guidata dalla griglia predisposta. Le diverse abilità, oggetto degli obiettivi del percorso, sono state valutate prima singolarmente con attività che ne isolassero le caratteristiche e in un secondo momento è stata osservata la capacità di integrare le capacità linguistiche e quelle motorie.

I risultati ottenuti sono sintetizzati nel grafico che segue (Grafico 1). Pur avendo considerato i singoli bambini e la loro evoluzione nel corso delle settimane, ai fini di questa relazione i risultati delle valutazioni sono stati aggregati in modo da evidenziare gli effetti del percorso a livello generale sull'intero gruppo. Inoltre, sono qua riportati solo i dati dei 17 bambini presenti nella maggior parte delle attività, in quanto per tre alunni, spesso assenti, non ho potuto rilevare adeguatamente il livello. Non tutti erano presenti nei momenti predisposti alla valutazione ma ho osservato alcuni bambini, basandomi sulla griglia, in alcuni momenti di attività successive in modo da avere comunque una prospettiva quanto più possibile oggettiva.

*Grafico 1 - risultati della valutazione iniziale*



I bambini di cinque anni, fatta salvo qualche eccezione, si trovano tutti nel livello di autonomia rispetto ai compiti proposti: per loro, infatti, prevedo alcune attività più complesse e adatte all'età. Si nota che, come da aspettative, l'obiettivo fonologico è quello in cui meno alunni riescono ad essere autonomi, mentre i risultati sono molto buoni per quanto riguarda l'aspetto del movimento. Esso sarà quindi ampiamente utilizzato come canale d'accesso – a fianco di altri – per le competenze linguistiche. Un criterio che mi ha fatto molto riflettere è l'ultimo, quello che indaga la coerenza delle risposte dei bambini con le richieste fatte loro: 10 bambini sono riusciti ad eseguire alcune consegne solo attivando meccanismi di coping nei confronti dei compagni. Ho cercato di indagare le possibili cause di queste difficoltà, che potrebbero essere di tipo linguistico (soprattutto per i bambini non madrelingua italiani) o potrebbero derivare dal modo in cui io ho spiegato le attività, forse non chiaro o semplice. Ho quindi deciso per gli incontri successivi di semplificare le mie spiegazioni, di accompagnarle con esempi o con più gesti e di chiedere spesso ai bambini se avessero compreso ed eventualmente di riformulare le indicazioni date. Inoltre, ho pensato di progettare alternative alle successive attività individuali, qualora esse non fossero riuscite.

## *II. Attività con focus sulla divisione in sillabe di parole*

Questa seconda tappa ha coinvolto i bambini in una serie di attività da semplici a più complesse per la familiarizzazione con la divisione di parole in "pezzettini". I primi momenti hanno visto più protagonisti i grandi, con i piccoli che osservavano e avevano un ruolo di supporto al gioco essenziale. È stata un'occasione per lavorare insieme anche sull'arricchimento lessicale esplicito ed implicito. Le attività sono poi proseguite con proposte che vedevano direttamente coinvolti rispetto agli obiettivi i bambini di tre anni: attraverso il movimento hanno imparato a sillabare e a riflettere sulla lunghezza delle parole in base ai pezzi di cui sono composte.

Altre attività di questa tappa sono state orientate alla manipolazione dei pezzettini ricavati, mediante la ricostruzione di parole e la riflessione attiva. Da questo, per i più grandi, è iniziato un percorso orientato all'isolamento di singole sillabe e alla produzione

autonoma mentre per i più piccoli i giochi successivi hanno permesso di sviluppare maggiore consapevolezza fonologica (tappa V).

*III. Attività con focus sulla sperimentazione di movimenti in associazione a determinati suoni sillabici*

Questo breve gruppo di proposte si è basato sull'albo illustrato *Oh! Un libro che fa dei suoni* di Hervé Tullet (2017). I giochi in questo caso erano orientati allo sviluppo di una maggiore coordinazione tra l'aspetto verbale e quello motorio, cercando quindi di far riflettere i bambini sulle caratteristiche di alcuni suoni (discreto-continuo, piano-forte) utilizzando l'esperienza corporea. Tutti, ma soprattutto i più piccoli, hanno avuto modo in questi incontri di sperimentare attivamente e mettere in gioco la propria creatività e abilità: le attività prevedevano ampi momenti poco strutturati in cui ciascuno potesse dare libero sfogo all'esplorazione di movimenti e suoni, sulla base di pochissime indicazioni. Ciò che ne è risultato è stato per me estremamente significativo, perché ho potuto notare che anche un contesto più libero può generare apprendimento e anche da semplici azioni dei bambini è emerso il livello di comprensione delle attività fatte fino a quel momento.

A partire dallo stimolo del libro ho poi proposto la realizzazione di una pagina ciascuno per rappresentare il proprio ritmo sonoro, attraverso puntini colorati, e poi la lettura degli stessi determinandone le regole (Figura 1, 2, 3, 4). Si è avviata così una pre-conoscenza della corrispondenza tra segno grafico e fonema associato, in ottica di una futura conoscenza del codice scritto.

Figura 2 - ritmo di M.: tanti piccoli suoni dinamici e allegri



Figura 1 - ritmo di L.: una serie di suoni diversi, precisi e ordinati



Figura 4 - ritmo di D.: ripetizione dello stesso suono, con intensità diverse



Figura 3 - ritmo di F.: un unico suono, forte forte

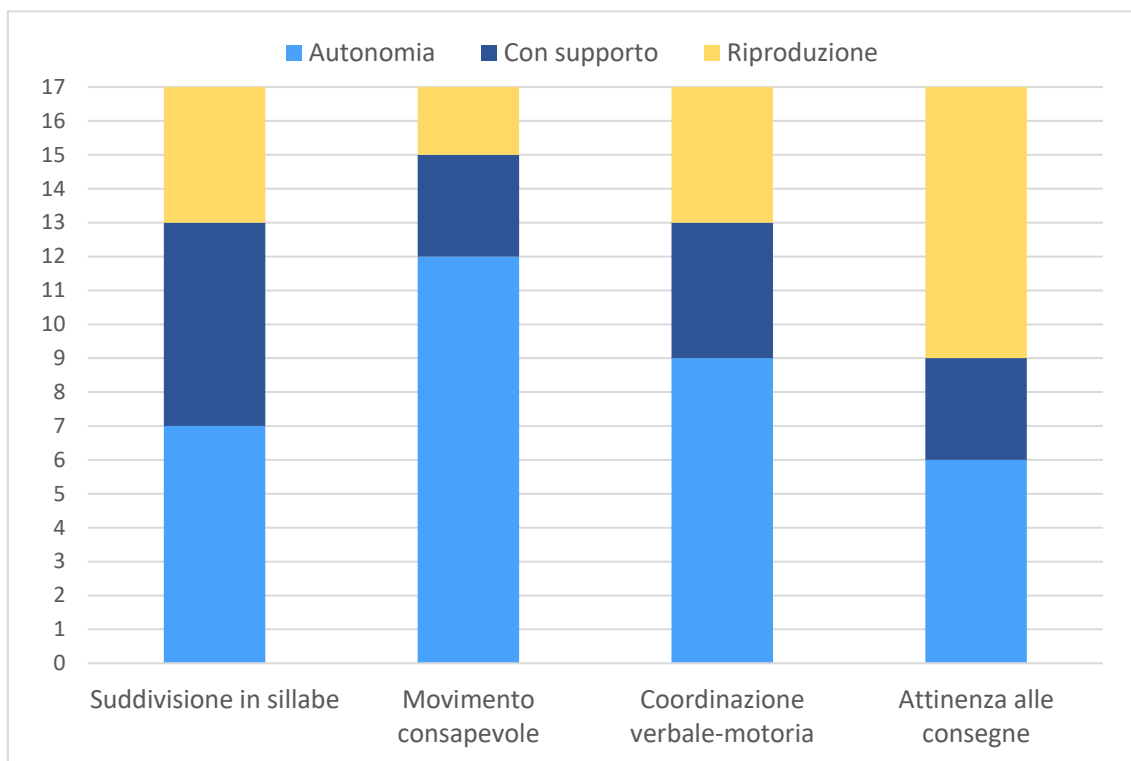


#### IV. Attività per il monitoraggio intermedio

L'attività di questa tappa è una sola, ed è consistita in un percorso in cui i bambini potessero mettere in pratica i movimenti sperimentati fino a questo momento e le competenze acquisite in merito alla sillabazione e alla categorizzazione per numero di sillabe. Per i grandi, che già avevano dimostrato di aver raggiunto l'obiettivo, quest'ultima parte è stata modificata in modo da rilevare il livello di partenza rispetto al riconoscimento e associazione di sillabe.

Applicando la consueta griglia, i risultati sono stati i seguenti (Grafico 2): i bambini che hanno avuto un miglioramento sono, generalmente, gli stessi per ogni criterio a riprova del fatto che gli apprendimenti non possono essere considerati come isolati ma sono a tutti gli effetti interdipendenti.

Grafico 2 - risultati della valutazione in itinere



In aggiunta a questi risultati, ho rilevato un livello di completa autonomia nel riconoscimento delle sillabe iniziali e finali in quattro su sei bambini grandi, ma solo due hanno dimostrato di riuscire ad abbinare senza problemi parole con la stessa iniziale, gli altri hanno avuto necessità di un supporto. Infine, una bambina ha avuto grosse difficoltà nello svolgere l'attività anche con l'aiuto mio e della tutor; nelle successive attività ho prestato attenzione a fornirle varie tipologie di supporti e di assicurarmi che non ci fossero barriere di tipo linguistico (lessicale) nella comprensione delle istruzioni date.

#### *V. Attività di consapevolezza e riconoscimento fonologico*

In questo gruppo di attività ho maggiormente diversificato gli obiettivi tra i bambini grandi e i piccoli, pur cercando di lavorare il più possibile con l'intera sezione in contemporanea. Per i primi, visti i risultati ottimi della valutazione intermedia, ho sviluppato alcune proposte per una rielaborazione cognitiva degli apprendimenti fin qui avvenuti, attraverso il riconoscimento autonomo, l'associazione e la manipolazione delle sillabe. Attraverso l'uso di materiale già conosciuto, sono stati proposti momenti di riflessione sulle parole e di produzione attiva, basandosi su criteri definiti. In particolare, ho fatto porre l'attenzione sul pezzo iniziale e finale dei vocaboli in avvicinamento a un successivo percorso sulle rime che svolgerà l'insegnante.

I piccoli invece sono stati coinvolti maggiormente in attività basate sull'ascolto e il riconoscimento di suoni-sillabe, centrando l'obiettivo soprattutto sulla consapevolezza fonologica più che sulla rielaborazione in autonomia. A partire quindi da stimoli vocali ho chiesto loro di prestare attenzione ai suoni e a ricercarne attivamente all'interno delle parole che venivano dette, accompagnando sempre le proposte con stimoli per la riproduzione e la riflessione.

#### *VI. Attività di recupero e compito autentico*

Il percorso si è poi avviato alla conclusione con due momenti di recupero in cui sono state riproposte parti di attività ai bambini che erano stati a lungo assenti e altre che ritornavano sui contenuti appresi per consolidarli.

Da ultimo, il compito autentico. Rispetto a quanto progettato ho dovuto cambiarlo per centrarlo maggiormente sulle competenze sviluppate dai bambini. Inizialmente avevo pensato di dividere i bambini in tre gruppi di diverse età, chiedere quindi a un gruppo alla volta di realizzare un percorso per i compagni, abbinando suoni e movimenti. Ciascun bambino avrebbe quindi ricevuto/scelto un suono o un movimento e avrebbe dovuto progettare la parte di attività sviluppando corretti abbinamenti e mettendo in gioco la propria creatività. Nello specifico, ai bambini di tre anni sarebbero stati dati suoni semplici, monosillabici o onomatopeici, oppure materiale a supporto di un determinato movimento (il cerchio per saltare dentro, la corda per camminarci sopra, il



tavolino per strisciare sotto,...). Ai i bambini di cinque anni invece volevo lasciare maggiore libertà, chiedendo loro semplicemente di costruire parti del percorso che coinvolgessero i compagni nella divisione o nel riconoscimento di sillabe. Mi sono però accorta che i più piccoli, ma anche i grandi, non avevano ancora un grado così elevato di autonomia. Ho quindi proposto ai bambini di cinque anni di realizzare il percorso per i compagni, mettendo a loro disposizione il materiale utilizzato e dando a ciascuno un'indicazione precisa da rispettare (l'utilizzo di un determinato suono o movimento, la scelta di un materiale funzionale alla proposta, ...); l'hanno quindi progettato con il mio supporto, testato ed infine spiegato ai compagni. I piccoli avevano il compito di svolgere il percorso, il quale presentava anche alcune variabili date dal lancio del dado o dalle tessere scelte e quindi ciascuno ha dovuto attuare le proprie risorse non solo riproducendo esempi dati ma con attiva consapevolezza. In questa fase, i compagni più grandi avevano il ruolo di supporto e controllo, prestando attenzione alla correttezza delle azioni svolte dagli altri ed eventualmente aiutandoli. Oltre alla realizzazione di un gioco completo e vario, ho potuto osservare un momento di vera collaborazione ed empatia da parte di ciascuno, in cui i grandi hanno dimostrato estrema cura verso l'altro e responsabilità verso il compito e i piccoli hanno fatto affidamento su di loro, dimostrando la fiducia che nutrono verso i compagni.

Di seguito sono sintetizzati i risultati della valutazione del compito autentico (Grafico 3, 4), raccolti mediante la rubrica. Per quanto riguarda il gruppo dei grandi, gli esiti sono stati generalmente buoni. Solo una bambina ha dimostrato notevoli difficoltà nello svolgere autonomamente il compito e ha avuto bisogno di stimoli costanti, dimostrando criticità soprattutto per la parte legata ai suoni della lingua. Rispetto al punto di partenza, tuttavia, ha fatto notevoli progressi su questo aspetto, meno invece riguardo all'autonomia e alla risposta alle consegne. La metà dei bambini invece ha raggiunto un livello avanzato, mostrando padronanza dei contenuti e capacità di rielaborazione utilizzando le competenze costruite.

Grafico 3 - risultati dal compito autentico, bambini di 5 anni

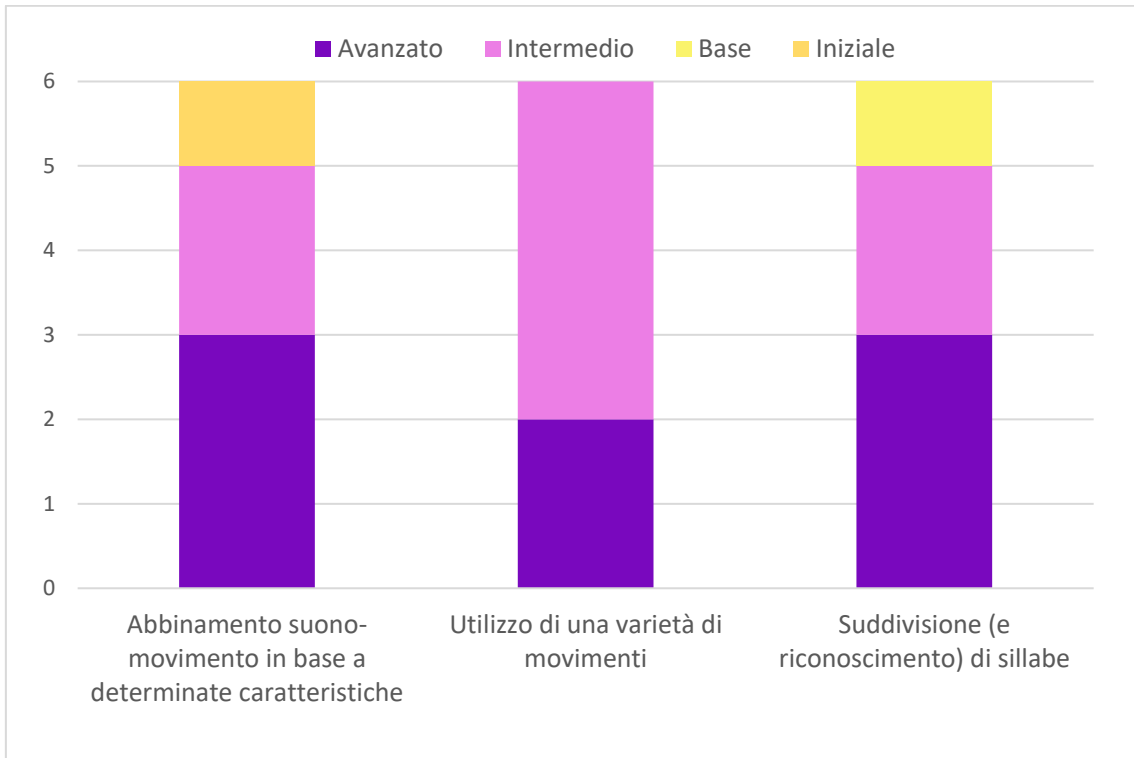
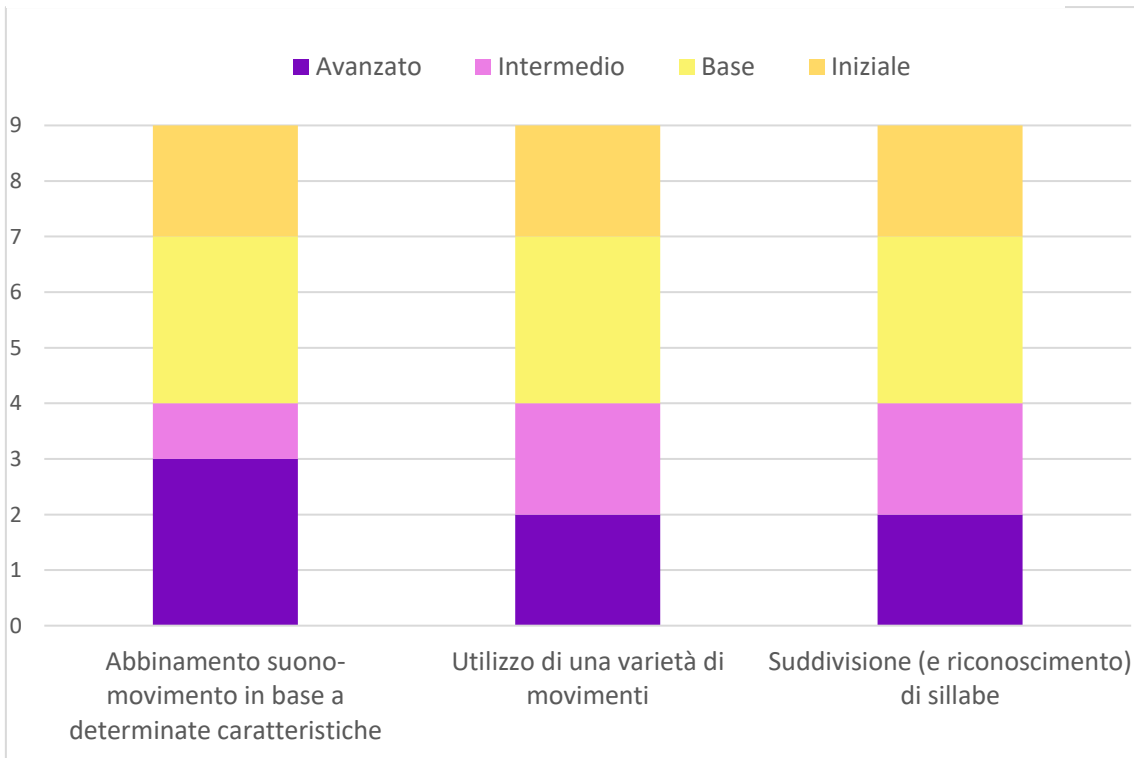


Grafico 4 - risultati dal compito autentico, bambini di 3 anni



I risultati dal compito autentico proposto ai bambini di tre anni potrebbero sembrare insoddisfacenti, tuttavia, va considerato il contesto generale di partenza con molti alunni non madrelingua e che si esprimevano a fatica mediante il canale verbale: alla fine invece quasi la metà del gruppo è riuscita a raggiungere almeno il livello intermedio anche nell'aspetto di divisione e riconoscimento sillabico. Inoltre, ho volutamente utilizzato anche per i piccoli la rubrica di valutazione uguale a quella dei compagni, affinché potesse essere un punto di partenza e di riferimento per il percorso che continueranno in seguito con le insegnanti.

### 2.5.1. un'evidenza di crescita: il materiale facilitatore dell'apprendimento

Una delle evidenze più grandi della competenza professionale che ho maturato quest'anno è, a mio avviso, il materiale che ho predisposto per il lavoro in sezione. In particolare, a differenza degli anni scorsi, ho realizzato degli strumenti effettivamente funzionali alle attività e di supporto all'apprendimento. Un esempio possono essere le scatoline per la classificazione delle parole (Figura 5) che i bambini hanno avuto modo di utilizzare più volte e in diversi contesti, facilitati dal conoscerne già il "funzionamento", in questo modo ho potuto nel corso delle settimane cambiare i criteri per la classificazione ma sfruttando uno strumento con cui già avevano familiarizzato.

*Figura 5 - scatole utilizzate per la classificazione delle parole*



Ho poi realizzato delle collane con simbolicamente rappresentati degli animali (Figura 6), usate per stabilire ruoli diversi all'interno di un gioco. Le ho proposte in diverse attività, per stimolare i bambini a muoversi o produrre suoni sulla base delle caratteristiche dell'animale sulla loro collana. Esse hanno a ricordare le indicazioni ricevute anche in attività più lunghe, a impersonare correttamente e a riflettere sulle caratteristiche di ciò che avrebbero dovuto fare; infine ha favorito l'aiuto reciproco e l'autonomia, dando modo a chi era in difficoltà di osservare e fare riferimento ai compagni con lo stesso animale.

*Figura 6 - collane con animali simbolici*



L'ultimo materiale, e secondo me il più completo e versatile, sono delle tessere composte da immagini e parole (Figura 7, 8, 9), utilizzate in attività molto diverse tra loro, riprese e riviste a diversi livelli mentre i bambini ne acquisivano sempre più familiarità. Per la costruzione delle tessere ho scelto di far collaborare i bambini: sicuramente sarebbero venute più precise se le avessi portate già pronte, tuttavia ho voluto farle costruire a loro in modo che potessero in seguito averne maggiore familiarità, vedere valorizzato il loro lavoro favorendo anche la motivazione ad utilizzarle e per sfruttare quest'occasione di apprendimento. Ho quindi stampato le immagini in bianco e nero (scegliendo di non farle disegnare a loro unicamente perché per utilizzarle

Figura 7, 8 e 9 - esempi di tessere realizzate dai bambini



nelle attività avrebbero dovuto avere un chiaro riferimento all'oggetto rappresentato) e le ho poi tagliate in vari pezzi verticalmente, in base alle sillabe di ciascuna parola. Ho pensato che in questo modo, e anche poi scrivendo le sillabe in ogni parte, i bambini avrebbero avuto una strategia in più per dividere correttamente le parole, notando di quanti pezzi erano composte. La scelta di far ricomporre a loro le immagini è stata fatta per favorire l'apprendimento della composizione delle parole mediante sillabe: il processo inverso di quello che già erano abituati a fare di scomposizione. Durante l'attività, comunque, mi sono resa conto che per alcuni è stata anche stimolo di riflessione sulla diversa lunghezza delle parole rappresentate: hanno capito subito e

provato a “leggere le immagini” indicando pezzo per pezzo mentre ripetevano le sillabe e qualche volta hanno ricercato una parola più adeguata, composta dal corretto numero di pezzettini (una bambina ha provato a sillabare “ranocchio”, tuttavia presto si è accorta che l’immagine era composta da due sole parti, ha riflettuto e alla fine ha esclamato “RA-NA!”). L’idea iniziale era anche di scriverle in corrispondenza di ogni parte facendomele suggerire da loro, cercando di favorire l’associazione spontanea del segno grafico-sillaba sonora; a causa del tempo e di qualche imprevisto nell’utilizzo della colla da parte dei più piccoli, questa parte non sono riuscita a realizzarla ma ho completato le tessere in un secondo momento in autonomia e, quando le ho riproposte ai bambini di cinque anni, hanno subito fatto l’associazione che avevo previsto.

Nelle attività successive di riconoscimento di sillabe iniziali e finali, alcuni hanno sfruttato la presenza delle scritte confrontandole e controllando poi a livello fonologico: hanno utilizzato il canale che preferivano, adottando anche strategie diverse, per arrivare all’obiettivo. Si è avviato così il processo di alfabetizzazione emergente e di avvicinamento alla lingua scritta (Cisotto, 2009). Anche i bambini di tre anni hanno trovato strategie alternative promosse da queste tessere. Quando ho richiesto di inserirle nel giusto contenitore in base al numero di sillabe che le componevano, un bambino si è subito accorto dell’errore di un compagno obiettando: “No! Vedi quella quanto è lunga! Deve andare dove ci sono tanti pallini, qua [nella scatola con solo due pallini, ndr] vanno quelle piccole”. Sono molto soddisfatta delle tessere perché credo che, realizzate in questo modo, possono essere ottimi strumenti a supporto dell’apprendimento anche in ottica inclusiva (favorendo l’utilizzo di varie strategie e in parte l’autocorrezione da parte del bambino) e polifunzionali, le ho infatti riproposte in altre attività con obiettivi diversi: come con gli altri materiali, i bambini sono stati avvantaggiati dal conoscerle già e ne hanno via via esplorato le diverse possibilità. In questo caso, il materiale realizzato ha con sé una forte componente affettiva, data dalla consapevolezza del loro lavoro valorizzato e messo a disposizione di tutti, e si presenta anche come *scaffolding* (Vygotskij, 2007) nell’accompagnare i bambini all’apprendimento, mediante la presenza di varie strategie e chiavi per la lettura delle tessere.

## 3. Dimensione professionale

### 3.1. Riflessione e documentazione in ottica formativa

L'ultimo aspetto che permette la formazione completa e integrata dell'insegnante è la dimensione professionale, cioè l'avvio di una riflessione puntuale sul proprio operato e la documentazione dello stesso. Ne deriva che per svolgere al meglio la professione è necessario interrogarsi continuamente, basandosi su una valutazione – ancora una volta – in ottica trifocale che permetta di triangolare le informazioni ed avere un'ampia prospettiva sui fatti. Il lavoro dell'insegnante è in continua evoluzione: non solo in ottica di una formazione continua, ma anche perché si deve adattare ai contesti in cui si trova con flessibilità e competenza. Per farlo è importante che raccolga dati e che sviluppi una conoscenza sempre più approfondita del sé professionale.

Nel corso del capitolo, ho voluto riprendere le mie concezioni rispetto alla figura dell'insegnante nei primi anni di università, andando ad osservare cosa è cambiato. In seguito, presenterò le mie riflessioni sul percorso svolto quest'anno e infine guarderò al mio futuro professionale con obiettivi specifici e aspettative generali.

### 3.2. Uno sguardo al passato: una concezione favolistica della scuola

Dal primo progetto di tirocinio, redatto al secondo anno di università, riprendo la descrizione della mia idea di scuola prima di iniziare davvero questo percorso:

“La scuola per me è un posto che aiuta a scoprire da protagonisti e crescere nella relazione con gli altri, simile all'Isola Che Non C'è: un luogo magico e protetto, dove i bambini possono esplorare liberamente ciò che li circonda arrivando a conoscere il mondo un po' alla volta. In questa continua scoperta, le caratteristiche di ognuno non vengono eliminate ma sfruttate nell'aiuto reciproco permettendo così a ciascuno di rimanere sé stesso ma al contempo di crescere assieme ai compagni, raggiungendo obiettivi comuni e competenze che vanno oltre le mere conoscenze disciplinari.

Così come Wendy racconta ai bimbi sperduti di un mondo che è a loro estraneo, secondo me l'insegnante ha il compito di accompagnare i bambini nell'incontro di cose sempre

nuove, rispettando le loro esperienze e conoscenze ed anche, qualche volta, imparando da loro.”

Ciò che pensavo si è in parte modificato negli anni: si può leggere una concezione ingenua di una scuola come ambiente protetto ma anche distante e distaccato dalla realtà che lo circonda. Questo è l'aspetto in cui le mie idee sono maggiormente evolute, a favore di una visione sistemica della scuola integrata nel territorio e in continua relazione con l'esterno; nel corso degli anni ho appreso la reale complessità della rete in cui lavora un insegnante, che non si conclude all'interno della classe ma è necessaria per permettere ai bambini la costruzione di competenze e apprendimenti significativi. Partivo inoltre da una concezione della mente del bambino quasi come una tabula rasa, che dovesse partire da zero per conoscere ciò che lo circonda; nel corso dei diversi tirocini fatti, ma soprattutto con quello di quest'anno in sezione dei piccoli, ho compreso che gli alunni fin da piccolissimi possiedono conoscenze, competenze e relazioni che la scuola e l'insegnante ha il compito di valorizzare, riordinare, aumentare e stimolare alla crescita anche autonoma, ma sempre partendo da ciò che il bambino già è. Il mondo non gli è "estraneo" come pensavo, ne sono parte integrante e spesso dimostrano di conoscerlo più di quanto ci si potrebbe immaginare. Infine, mi trovo ancora d'accordo con l'idea che l'insegnante stessa sia arricchita nell'incontro con gli alunni, e abbia la continua possibilità di imparare con loro e da loro. Affinché tale possibilità sia colta è però importante avere un atteggiamento di apertura e disposto a ripensarsi e mettersi in discussione, con la volontà di migliorare e non rimanere chiusi nelle proprie idee.

Dando ancora uno sguardo al passato, al termine dello scorso anno avevo costruito una semplice tabella per riflettere sui miei punti di forza e criticità e nella quale avevo individuato degli obiettivi di miglioramento per la mia pratica professionale. Da essa emerge una consapevolezza di un atteggiamento generalmente chiuso verso eventuali osservazioni e consigli e molto centrato sulle mie idee, con la conseguente visione negativa di errori e difficoltà riscontrate. Tale riflessione è stata fondamentale per sapere quali aspetti curare maggiormente nel percorso attuale, che mi ha portato all'apertura verso un confronto attivo e partecipato, sviluppando un atteggiamento propositivo e orientato alla crescita.



### 3.3. Uno sguardo al presente per capire dove sono arrivata

#### 3.3.1. Documentazione

La raccolta della documentazione è una pratica essenziale da molti punti di vista: permette la riflessione puntuale basata sulle evidenze, permette un'osservazione più dettagliata e da più punti di vista dei bambini e delle pratiche didattiche, favorisce la comunicazione con l'esterno. Le modalità che uso per documentare rispondono prevalentemente al primo e al secondo punto, trattandosi di diari di bordo arricchiti da riflessioni personali. Nel corso di quest'anno, ho modificato la struttura del diario di bordo che ci è da sempre stato proposto, nel tentativo di avvicinarlo maggiormente alla mia modalità di riflessione. Così, volta per volta ho raccolto le attività svolte mettendo in relazione la microprogettazione di ciascuna (organizzata nei giorni prima dell'incontro e basata sul modello a cinque fasi della professoressa Cisotto), la narrazione oggettiva che evidenziasse soprattutto i punti di discontinuità rispetto alle aspettative e le mie osservazioni in itinere ed infine la riflessione a posteriori affiancata alle parti di narrazione oggettiva. Alla fine, ho ottenuto un lungo ma sintetico file che spesso ho riguardato e ripreso nel momento di organizzare i nuovi interventi, per avere sempre un riferimento diretto a pratiche ben riuscite o da migliorare. Così facendo ho personalizzato uno strumento rendendolo più utile al mio lavoro, diretto e con tutte le informazioni sempre a disposizione. Credo che, anche in futuro, utilizzerò questa modalità – eventualmente adattandola a nuove esigenze – per guidare la mia riflessione professionale.

Più complesso è stato invece raccogliere documentazione di tipo diverso (fotografie, audio, video): in un primo momento la tutor si è offerta disponibile di scattare alcune foto durante gli interventi, tuttavia, mi sono poi resa conto che tali immagini non rispecchiavano ciò che per me era importante vedere. Ho provato quindi a scattarle in autonomia ma mi sono presto resa conto di come sia complesso e quasi impossibile cogliere attraverso un'immagine una determinata emozione o un momento di particolare significatività. Ho scelto allora di raccogliere le foto affiancandole sempre

con un piccolo commento o riflessione che potesse aiutare chi le avrebbe poi guardate (io in un secondo momento o i genitori) ad entrare nel momento e conoscerne più a fondo il contesto in cui si è realizzato. Le foto, affiancate dalle descrizioni e da brevi audio (in funzione di facilitatori) sono state poi condivise con le famiglie nella presentazione finale.

### 3.3.2. Riflessione

Nel corso di quest'anno di tirocinio ho cercato di lavorare molto su alcuni obiettivi posti al termine della scorsa esperienza. Come prima cosa mi sono posta molte più domande, ho ricercato risposte approfondite anche attraverso lo scambio efficace con la tutor e le compagne di tirocinio: ho imparato l'importanza delle relazioni e dello scambio attivo, ho imparato a comunicare con un approccio più assertivo e aperto ai feedback ricevuti, a mettermi in discussione di fronte agli insuccessi. Mi sono resa conto che ho sempre alzato un muro di fronte ai consigli o alle osservazioni che mi venivano poste, fermamente convinta delle mie idee; quest'anno ho cambiato, in meglio, il mio atteggiamento imparando ad accogliere e a confrontarmi attivamente con le colleghe collaborando verso un obiettivo comune.

Nonostante un'autovalutazione iniziale nella quale mi ero assegnata un buon livello raggiunto nella dimensione didattica, convinta di avere ormai tutti gli strumenti pronti, entrata in sezione da insegnante mi sono resa conto che aver acquisito gli strumenti teorici non basta: quando si lavora con un gruppo di bambini, in un contesto reale, possono presentarsi imprevisti e a volte elementi cui non si era data particolare rilevanza possono diventare cruciali per il successo dell'azione didattica. Nel corso delle settimane, ho imparato a improvvisare, accogliere gli stimoli e i bisogni manifestati dai bambini ma anche a gestire il gruppo senza esserne sopraffatta e gestire in modo flessibile le attività. Così ho svolto alcuni incontri – o parti di essi – con l'intero gruppo mentre in altri casi ho lavorato con alcuni bambini alla volta imparando la contempo come gestire tutti e calibrando di conseguenza le richieste e i tempi previsti. Fondamentale è stata la raccolta di evidenze mediante l'osservazione sulle quali poi ho basato la riprogettazione in itinere, per adeguarla al gruppo. Ora, al termine del percorso, la mia autovalutazione è fatta con una consapevolezza maggiore – per quanto

mai definitiva; il livello raggiunto in alcuni indicatori non è cambiato, nonostante io mi senta più competente, perché ho capito che in tali casi non avevo stabilito correttamente il punto di partenza.

L'esperienza fatta mi ha anche permesso di capire molto più a fondo alcune specificità della scuola dell'infanzia: sono entrata con molti dubbi, con il timore di non riuscire a realizzare un progetto formativo adatto a bambini di quest'età. Ne sono uscita soddisfatta di come si è concluso il percorso, avendo un po' alla volta compreso i bisogni specifici del gruppo e di ciascuno. Ho imparato a gestire i tempi che, inizialmente, sembravano sempre troppo brevi organizzando attività che prevedessero momenti diversi di coinvolgimento, che sfruttassero il più possibile il periodo di massima attenzione dei bambini e che potessero essere modificate e adattate in base alle risposte anche inconsapevoli che mi venivano date. Ho imparato a prestare più attenzione ai messaggi di stanchezza o noia ma anche di interesse, ad accogliere i bisogni manifestati ma evitando di far degenerare le esperienze verso il caos, favorendo l'apprendimento anche attraverso momenti di "libertà strutturata", in cui i bambini erano liberi di sperimentare ma orientati da alcune indicazioni da rispettare. Sono sicura che, in passato, non sarei riuscita a gestire situazioni di questo tipo, terrorizzata all'idea di non riuscire a gestire il gruppo, perché non sapevo mettermi in ascolto delle necessità. Ora ritengo di saperlo fare e questa è stata la chiave per la riuscita – in termini soprattutto di apprendimento e di partecipazione - di moltissime attività.

Uno degli aspetti che più mi hanno colpito della scuola dell'infanzia è l'entusiasmo e la voglia di scoprire dei bambini: ho visto in loro molta curiosità, anche verso fatti per me naturali e quotidiani, li ho visti felicissimi nell'interazione con l'albo illustrato di Tullet (2017), li ho visti apprendere anche nel momento di tagliare o incollare. Ho compreso meglio come la formazione della scuola dell'infanzia sia estremamente legata alla quotidianità, alle cose ordinarie che possono – se ben presentate – diventare straordinarie. Direttamente ne consegue una libertà e interazione continua dei campi di esperienza e degli ambienti di apprendimento, che devono essere ben organizzati per stimolare la crescita e la curiosità.

### 3.4. Uno sguardo al futuro per continuare a crescere

Quest'anno mi ha dato l'opportunità di imparare moltissimo, osservando insegnanti che condividevano la mia idea di didattica e sperimentando in prima persona, sentendomi sempre accompagnata e supportata. In sezione ho sempre portato attività che rispecchiassero i miei ideali, imparando a ripensare anch'essi talvolta: attraverso un processo di prove ed errori, di osservazioni e revisioni, ho acquisito più consapevolezza su di me e sulla didattica. Guardando al futuro, ciò che porto con me, è soprattutto la voglia di sperimentare e di non arrendersi se le cose non vanno come previsto, cercando invece di capirne il motivo. Se penso alla mia professionalità nei prossimi anni, penso a un'insegnante-scienziata che studi e capisca i fenomeni in sezione con l'obiettivo di migliorare sempre la propria proposta didattica; penso anche a un'insegnante che entri in relazione non solo con i bambini ma con l'intero sistema scolastico ed extra-scolastico e con esso collabori al fine di garantire una proposta formativa di qualità.

Rispetto alla riflessione e ai conseguenti obiettivi di miglioramento stilati al termine del quarto anno, in questo percorso ho maturato maggiori competenze sia dal punto di vista didattico che delle relazioni con i colleghi. In particolare, mi sono aperta maggiormente al confronto accettando stimoli e feedback anche quando non del tutto positivi, li ho utilizzati in ottica formativa e ho avviato momenti di confronto attivo e partecipato nel tirocinio diretto e in quello indiretto. Ho quindi sviluppato un atteggiamento di curiosità e ricerca, attraverso il mettermi in discussione e cercare di migliorare sempre. Ho anche imparato ad osservare meglio le specificità ed esigenze dei bambini, a riadattare le attività sulla base di esse anche attraverso l'improvvisazione ragionata. L'atteggiamento di ricerca e continua crescita mi ha portata a riflettere molto sul mio operato e sulla base dei punti ancora – o nuovamente – critici pormi ulteriori obiettivi di miglioramento per il mio futuro professionale. In particolare, voglio continuare ad attivare relazioni significative nei contesti, a valorizzare i feedback di colleghi e bambini. Voglio dare più spazio a questi ultimi anche come strumenti per stimolare la riflessione autonoma e consapevole da parte degli alunni. Voglio poi

migliorare nella pratica didattica, soprattutto rispetto alla gestione del gruppo, imparando a formulare meglio le consegne e i feedback, a dare regole e istruzioni chiare per aiutarli nella gestione del comportamento. Voglio migliorare la documentazione delle pratiche didattiche, adottando modalità che possano essere maggiormente funzionali allo scambio con colleghi e con l'esterno. Infine, voglio continuare a crescere e a mantenere un atteggiamento di curiosità che mi porti a scoprire, informarmi, imparare sempre.

## Riferimenti

### Bibliografia

Balboni, P. E. (2014). *Didattica dell'italiano come lingua seconda e straniera*. Torino: Loescher Editore

Bonifacci, P. & Tobia, V. (2020). *Apprendere alla scuola dell'infanzia*. Roma: Carocci.

Castoldi, M. (2016). *Valutare e certificare le competenze*. Roma: Carocci.

Cisotto, L. & Gruppo RDL (2009). *Prime competenze di letto-scrittura*. Trento: Erickson.

D'Alonzo, L. (2016). *La differenziazione didattica per l'inclusione*. Trento: Erickson.

Falcinelli, F. (2015). Categorie e Funzioni della valutazione. In Galliani, L. (Cur.). *L'agire valutativo*. Roma: Editrice La Scuola.

Favaro, L. (2016). Verso l'insegnamento precoce. In Rodriguez, C. A. M. (Cur.) *Le lingue in Italia, le lingue in Europa: dove siamo, dove andiamo*. Edizioni Ca' Foscari.  
<http://doi.org/10.14277/978-88-6969-072-3>

Messina, L. & De Rossi, M. (2015). *Tecnologie, formazione e didattica*. Roma: Carocci.

Tortella, P. & Fumagalli, G. (Cur.) (2016). *Attività motoria nella scuola dell'infanzia (3-6 anni). Progetto nazionale di formazione degli insegnanti*. Milano: Libreria dello sport.

Tullet, H. (2017). *Oh! Un libro che fa suoni*. Modena: Franco Cosimo Panini.

Vygotskij, L. S. (2007). *Pensiero e linguaggio* (M. S. Veggetti, A. Fara, M. P. Gatti, trad.)  
Firenze: Giunti-Barbera.

Wiggins, G., & McTighe, J. (2004). *Fare progettazione. La "teoria" di un percorso didattico per la comprensione significativa* (A. Gheda, trad.). Roma: LAS.

### Sitografia

Comitato scientifico per le Indicazioni nazionali della scuola dell'Infanzia e del primo ciclo di istruzione (2018). *Indicazioni nazionali e nuovi scenari*.

<http://www.indicazioninazionali.it/wp-content/uploads/2018/08/Indicazioni-nazionali-e-nuovi-scenari.pdf>

ISTAT (2021) <http://dati.istat.it/Index.aspx?QueryId=18549>

## Documentazione scolastica

PTOF – Piano Triennale dell’Offerta Formativa 2019-2022, Istituto Comprensivo “M. Hack”, Spinea

## Normativa

**Decreto Legislativo 16 aprile 1994, n. 297** *“Testo Unico delle disposizioni legislative vigenti in materia di istruzione, relative alle scuole di ogni ordine e grado”*. **D. Lgs. n° 297/94**

**Decreto del Presidente della Repubblica 8 marzo 1999, n. 275** *“Regolamento recante norme in materia di autonomia delle istituzioni scolastiche, ai sensi dell’art. 21 della legge 15 marzo 1997, n. 59”*. **D. P. R. n° 275/94**

**Decreto ministeriale 10 settembre 2010, n. 249** *“Definizione della disciplina dei requisiti e delle modalità della formazione iniziale degli insegnanti della scuola dell’infanzia, della scuola primaria e della scuola secondaria di primo e secondo grado, ai sensi dell’articolo 2, comma 416, della legge 24 dicembre 2007, n. 244”*. **D.M. n° 249/2010**

**Decreto Ministeriale 16 novembre 2012, n. 254** *“Regolamento recante indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell’infanzia e del primo ciclo d’istruzione, a norma dell’articolo 1, comma 4, del D.P.R. n.89/2009”*. **D.M. n° 254/2012.**

**Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio dell’Unione Europea 22 maggio 2018** *“Raccomandazione relativa alle competenze chiave per l’apprendimento permanente”*

## Allegati

### Allegato 1

*Rubrica di valutazione, adattata sulla base del percorso effettivamente svolto in sezione*

Dimensioni	Criteri	Indicatori	Livello Avanzato	Livello Intermedio	Livello Base	Livello Iniziale
Sperimentare suoni e ritmi	Abbinare suoni e movimenti corporei adeguati	Abbina suoni/ritmi sonori e movimenti in base a caratteristiche note (discreto, continuo, veloce, lento)	In autonomia, riconosce un suono discreto da uno continuo e un ritmo veloce da uno lento; riesce a individuare movimenti che ne rispecchino le caratteristiche (e viceversa).	In autonomia, riconosce un suono discreto da uno continuo e un ritmo veloce da uno lento; se guidato riesce a individuare movimenti che ne rispecchino le caratteristiche.	Con stimoli adeguati riconosce un suono discreto da uno continuo e/o un ritmo veloce da uno lento; riesce a riprodurre movimenti dati coordinandoli al suono.	Produce suoni ed esegue movimenti dati (discreti, continui, veloci e lenti) coordinandone l'espressione.
Sperimentare schemi motori	Utilizzare una varietà di movimenti	Usa movimenti conosciuti e prova piacere nello sperimentarne di nuovi	Gioca con controllo e consapevolezza utilizzando vari movimenti conosciuti e prova piacere nello sperimentarne di nuovi anche in autonomia	Gioca con controllo e consapevolezza utilizzando vari movimenti conosciuti; se richiesto ne sperimenta di nuovi	Gioca utilizzando vari movimenti conosciuti, presta attenzione all'esecuzione se richiesto; sperimenta nuovi movimenti se guidato mediante esempi	Gioca utilizzando alcuni movimenti conosciuti, se guidato mediante esempi presta attenzione all'esecuzione e replica nuovi movimenti



Riflettere sui suoni che compongono le parole	Suddividere le parole in sillabe (scansione sonora) e ricomporle	Suddivide parole in sillabe attraverso una scansione sonora, ricostruisce parole unendo e/o riordinando sillabe date	In autonomia, suddivide in sillabe le parole conosciute e nuove; riesce a ricomporre, riordinando e fondendo sillabe, parole conosciute e nuove.	In autonomia, suddivide in sillabe parole nuove e conosciute; riesce a ricomporre, fondendo sillabe ordinate, parole conosciute e nuove.	Con l'aiuto di movimenti corporei o supporti visivi, riesce a suddividere in sillabe e ricomporre parole conosciute.	Se guidato, riesce a suddividere in sillabe e ricomporre parole conosciute.
---	--	--	--	--	--	---

## Allegato 2

*Estratto dal format di progettazione del Project Work, con modifiche attuate in itinere*

**Disciplina chiave** (dalla Raccomandazione del Consiglio dell'Unione Europea del 22 maggio 2018)

Comunicazione alfabetica funzionale

**Campo di esperienza di riferimento** (dalle Indicazioni Nazionali per il Curricolo, D.M. n. 254/2012)

I discorsi e le parole

**Traguardi per lo sviluppo della competenza** (dalle Indicazioni Nazionali per il Curricolo, D.M. n. 254/2012)

Il bambino “sperimenta rime, filastrocche, drammatizzazioni; inventa nuove parole, cerca somiglianze e analogie tra i suoni e i significati.”;

“scopre il paesaggio sonoro attraverso attività di percezione e produzione musicale utilizzando voce, corpo e oggetti.”;

“vive pienamente la propria corporeità, ne percepisce il potenziale comunicativo ed espressivo, matura condotte che gli consentono una buona autonomia nella gestione della giornata a scuola.”.

### **Ambito tematico**

L'esperienza verterà principalmente sull'aspetto fonologico della lingua. Attraverso due albi illustrati i bambini saranno stimolati ad ascoltare e successivamente produrre suoni onomatopeici che verranno associati a esperienze corporee: il percorso infatti è orientato a sviluppare l'ambito linguistico ma anche motorio e sensoriale in modo da favorire l'apprendimento e lo sviluppo globale della persona.

Dato che la sezione è eterogenea per età, gli obiettivi sono calibrati di conseguenza. In particolare, per quanto riguarda i piccoli, sarà data importanza all'ascolto di suoni e parole e alla partecipazione attiva alle esperienze proposte in ottica di arricchimento fonologico, linguistico e motorio. Per i grandi invece, partendo dal medesimo percorso, verranno poi proposte attività di sillabazione e riconoscimento dei suoni iniziali, centrali e finali delle parole arrivando fino all'introduzione delle rime.

## Pianificazione delle esperienze didattiche

Tempi	Ambiente di apprendimento	Contenuti	Metodologie	Tecnologie	Attività
4 ore	Aula o biblioteca e, se bel tempo, giardino	Introduzione ai suoni onomatopeici, rilevazione livello di partenza	Metodo affermativo/attivo; strategie euristiche ed espositive; tecniche ludiche, narrazione, role playing	Albo illustrato, attrezzi e materiali per costruire il percorso	<p>Lettura dell'albo illustrato <i>Orso, buco!</i> (Grossi, 2013), drammatizzazione del percorso con suoni e movimenti.</p> <p>Divisione in gruppetti: ognuno pronuncerà una sillaba per chiamare gli amici di Orso; gioco e sperimentazione di combinazioni diverse di sillabe.</p> <p><b>Gli amici di orso</b> I bambini impersoneranno di volta in volta animali diversi, sarà chiesto loro di muoversi e andare verso la tana di orso eseguendo movimenti che ricordino l'animale e il suo verso.</p>
4 ore (grandi)	Aula, atrio	Scoperta e sperimentazione della sillabazione, riflessione sulla lunghezza delle parole	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche ludiche e di riproduzione operativa	Scatole in cui imbucare le letterine, letterine, Codyfeet, dadi con figure di animali	<p><b>Gli invitati</b> Tutti i bambini realizzeranno una letterina d'invito alla festa di Orso per i suoi amici, poi i grandi avranno il compito di imbucarle nella cassetta della posta corretta, in base al numero di sillabe che compone il nome dell'animale e aiuteranno i più piccoli a fare lo stesso.</p> <p><b>I giochi per la festa</b> I grandi dovranno provare il gioco dell'oca per la festa, costruiremo insieme il dado e il percorso utilizzando il Codyfeet, poi dovranno farlo avanzando di tante caselle quante le sillabe dell'animale uscito con il dado.</p>
2 ore (grandi)	Aula o atrio	Gioco e manipolazione di sillabe	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche di problem solving e ludiche	Tessere scomposte	<p><b>I giochi per la festa</b> I grandi avranno il compito di costruire altri giochi: il domino e il memory. Per farlo dovranno prima ricostruire correttamente le tessere. Successivamente giocheranno abbinando parole con la stessa parte iniziale, centrale o finale.</p>
4 ore	Aula e atrio	Familiarizzazione e produzione di suoni e ritmi	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche ludiche e di riproduzione operativa, ludiche.	Libro, oggetti e attrezzi per il percorso	<p><b>Danze e palloncini per la festa</b> Lettura partecipativa del testo <i>Oh! Un libro che fa dei suoni</i> (Tullet, 2017), poi ripetuto abbinando movimenti semplici; rappresentazione grafica di un suono/ritmo a piacere.</p>

					Percorso motorio e sonoro, verranno proposti schemi motori diversi abbinati a suoni discreti e continui e ritmi lenti e veloci, poi i bambini saranno liberi di sperimentare con il corpo e con la voce.
2 ore	Aula o biblioteca	Introduzione alle rime	Metodo affermativo/attivo; strategie euristiche ed espositive; tecniche narrative, role playing.	Albo illustrato, materiali vari per la realizzazione del percorso sensoriale ispirato alla storia	<b>Dov'è finito Orso?</b> Lettura dell'albo illustrato <i>A caccia dell'orso</i> (Rosen & Oxenbury, 1989) saltando il finale, l'amico Orso dovrà poi essere trovato dai bambini percorrendo il percorso sensoriale e sonoro.
4 ore (grandi)	Aula o atrio	Sperimentazione e produzione di rime	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche di riproduzione operativa.	Filastrocche in rima, eventuali immagini-stimolo di parole che rimano	<b>Altri giochi per la festa</b> Dopo aver ritrovato l'Orso, i bambini dovranno finire di realizzare i giochi per la festa. In un primo momento verranno proposte filastrocche in rima, poi filastrocche con parole modificate, che non rimano e sarà chiesto ai bambini di correggerle opportunamente. Infine, uno di loro proporrà una parola, i compagni dovranno trovarne una che rima (event. utilizzo di immagini-stimolo) e con le coppie ottenute costruiremo insieme piccole filastrocche.
4 ore	Aula o biblioteca	Ricostruzione di suoni (piccoli) e rime (grandi)	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche di problem solving.	Albi illustrati, filastrocche	<b>Parole scomparse</b> Dalle filastrocche costruite insieme o da nuove storie in rima (per i grandi) e da uno degli albi conosciuti (piccoli) "scompariranno" alcune parole, rispettivamente termini in rima e onomatopее; ai bambini sarà chiesto di completare, durante la lettura, con parole e suoni opportuni.
6 ore	Atrio	Compito autentico	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche di role playing, di problem solving, ludiche.	Attrezzi di vario genere, Codyfeet, tessere costruite nel percorso	<b>In viaggio verso la festa</b> I bambini, divisi in tre gruppi, predisporranno i giochi per la festa dell'amico Orso. Festa in cui tutti potranno giocare secondo le istruzioni e poi liberamente.

## Riprogettazione delle attività evidenziate

Tempi	Ambiente/i di apprendimento	Contenuti	Metodologie	Tecnologie	Attività
2 ore	Aula	Consapevolezza fonologica: identificazione di sillabe all'inizio, alla fine o all'interno di parole	Metodo attivo; strategie euristiche; tecnica ludica	Cerchi in cui saltare, collane con rappresentati gli animali	<b>Il bosco incantato</b> I bambini, un gruppo alla volta osservati dai compagni, saranno disposti di fronte a una fila di 4/5 cerchi ciascuno. Potranno avanzare di uno spazio alla volta (saltando imitando le caratteristiche dell'animale assegnato) solo se le parole che elencherò conterranno una sillaba richiesta, indifferentemente all'inizio, fine o nella parte centrale.
2 ore	Aula	Esplorazione di movimenti (slalom, strisciare, equilibrio, lancio per far canestro), classificazione in base a criteri fonologici	Metodo attivo; strategie euristiche; tecnica ludica	Materiale per il percorso, scatoline per la classificazione, tessere con immagini	<b>Fonologia e movimento</b> I bambini a turno svolgeranno un percorso che gli permetta di sperimentare alcuni schemi motori, al termine dovranno classificare una parola data inserendo la tessera nella scatola corrispondente. Per i grandi la classificazione avverrà in base alla corrispondenza delle sillabe iniziali/finali delle parole, per i piccoli invece in base al numero di sillabe da cui sono composte.
4 ore	Aula	Sillabazione e riflessione sulla lunghezza delle parole, produzione in base a una	Metodo attivo; strategie euristiche; tecnica ludica	Cerchi in cui saltare, dado con immagini di animali, pallina Fogli, immagini per il dado, colla, colori	<b>Il gioco dell'oca</b> Come già proposto, i grandi parteciperanno al gioco dell'oca sillabico con i piccoli che lanceranno il dado e lavoreranno sull'aspetto lessicale. Sarà aggiunta una variante: finendo su una casella "speciale", i bambini dovranno dire una parola che inizi o finisca con la sillaba richiesta, poi potranno avanzare con le solite regole. Successivamente, per i piccoli, sarà proposta una versione più breve in cui, a turno, ciascuno avrà un animale definito dal dado da sillabare, dovranno poi scegliere se

		sillaba richiesta (grandi)			<p>saltare nella fila con 2, 3 o 4 cerchi in base al numero di sillabe; al termine cercheranno di fare canestro in un contenitore.</p> <p>Costruzione del gioco</p> <p>Ogni bambino costruirà il suo gioco dell'oca e il suo dado: fornirò le immagini da tagliare e, per i piccoli, il percorso da colorare e decorare. I grandi invece dovranno ritagliare pezzi di carta colorata e incollarli in modo da realizzare il proprio personale percorso.</p>
2 ore	Aula	Gioco e manipolazione e di sillabe, recupero di alcune attività creative per gli assenti	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche ludiche e di problem solving	Tessere, fogli e pittura	<p><b>Ripasso e consolidamento</b></p> <p>In un primo momento, ai grandi sarà riproposto il gioco del memory con le tessere, chiedendogli di cercare prima gli abbinamenti con la parte iniziale delle parole e poi con la finale. Rilevazione dell'evoluzione in merito a padronanza fonologica e strategie.</p> <p>Successivamente, i bambini assenti il giorno di pittura con le dita e di costruzione del gioco dell'oca potranno recuperare.</p>
2 ore	Aula	Lettura animata, gioco e movimento, onomatopee	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche ludiche e drammatizzazione	Albo illustrato <i>A caccia dell'orso</i> (Rosen & Oxenbury, 1989)	<p><b>Defaticamento</b></p> <p>Arrivati alla fine del percorso, verrà ripreso il tema dell'orso attraverso l'albo illustrato. Lettura animata e partecipata, poi drammatizzazione in cerchio; infine, riepilogo delle principali onomatopee legate ai paesaggi.</p>
2 ore	Aula o atrio	Compito autentico	Metodo attivo; strategie euristiche; tecniche di role playing, cooperative, di problem solving, ludiche.	Attrezzi di vario genere, tessere costruite nel percorso	<p><b>In viaggio verso la festa</b></p> <p>I grandi avranno il compito di realizzare l'ultimo, grande percorso per loro e i compagni utilizzando alcuni o tutti i giochi fatti insieme nel periodo. In un primo momento sarà chiesto di riepilogare le principali attività fatte, poi osservando i materiali, sceglieranno insieme come organizzarli e sfruttarli al meglio, infine lo costruiranno e proveranno a svolgere.</p> <p>Successivamente, daranno istruzioni ai piccoli su come realizzarlo e insieme potranno giocare.</p> <p>Rilevazione delle competenze costruite.</p>