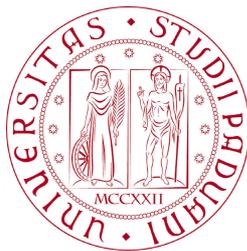


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA



*Finito di scrivere il giorno 4 marzo 2012 utilizzando L<sup>A</sup>T<sub>E</sub>X 2<sub>ε</sub>*

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA  
FACOLTÀ DI INGEGNERIA

—  
DIPARTIMENTO DI INNOVAZIONE MECCANICA E GESTIONALE

—  
TESI DI LAUREA MAGISTRALE IN BIOINGEGNERIA

# DISPOSITIVO DI TRACKING MOTORIO DELL'ARTO SUPERIORE

RELATORE: CH.MO PROF. ING. ALDO ROSSI

LAUREANDO: GATTO RAFFAELE

ANNO ACCADEMICO 2011-2012



*ai miei genitori, Gianni e Gianna, che hanno reso possibile tutto questo.*



*“Ci sono due modi per diffondere luce: essere la candela oppure essere lo  
specchio che la riflette. ”*

EDITH WHARTON



# Indice

|  |             |
|--|-------------|
| <b>Sommario</b>  | <b>XIII</b> |
| <b>Introduzione</b>  | <b>XV</b>   |
| <b>1 Sistemi di tracking motorio</b>                       | <b>1</b>    |
| 1.1 Non-Visual Tracking Systems . . . . .                  | 3           |
| 1.1.1 Sistemi basati su sensori inerziali . . . . .        | 3           |
| 1.1.2 Sistemi basati su sensori elettromagnetici . . . . . | 6           |
| 1.1.3 Altri sistemi di non-visual tracking . . . . .       | 14          |
| <b>2 Modello cinematico dell'arto superiore</b>            | <b>17</b>   |
| 2.1 Costruzione del modello cinematico . . . . .           | 20          |
| 2.2 Definizione del problema dei sensori . . . . .         | 26          |
| 2.3 Analisi cinematica inversa del modello . . . . .       | 29          |
| 2.3.1 Cinematica inversa con le posizioni . . . . .        | 31          |
| 2.3.2 Cinematica inversa con le orientazioni . . . . .     | 34          |
| <b>3 Interfaccia grafica per Polhemus FASTRAK</b>          | <b>37</b>   |
| 3.1 Modalità Simulazione . . . . .                         | 38          |
| 3.1.1 Uso degli slider . . . . .                           | 39          |
| 3.1.2 Traiettorie caricate . . . . .                       | 40          |
| 3.2 Modalità Real-Time . . . . .                           | 41          |
| 3.2.1 Funzionamento Online . . . . .                       | 42          |
| 3.2.2 Funzionamento Offline . . . . .                      | 44          |

|          |  |            |
|----------|--|------------|
| <b>4</b> | <b>Calibrazione analitica</b>                              | <b>47</b>  |
| 4.1      | Calcolo dei parametri dei sensori . . . . .                | 47         |
| 4.1.1    | Primo sensore . . . . .                                    | 49         |
| 4.1.2    | Secondo sensore . . . . .                                  | 51         |
| 4.2      | Calcolo dei parametri del soggetto . . . . .               | 52         |
| 4.3      | Validazione su fantoccio . . . . .                         | 56         |
| 4.3.1    | Confronto dei parametri di calibrazione . . . . .          | 57         |
| 4.3.2    | Grafici dei movimenti . . . . .                            | 58         |
| 4.4      | Test su soggetto . . . . .                                 | 62         |
| <b>5</b> | <b>Calibrazione tramite curve-fitting</b>                  | <b>65</b>  |
| 5.1      | Terna del centro di rotazione della spalla . . . . .       | 66         |
| 5.1.1    | Posizionamento del centro della spalla . . . . .           | 66         |
| 5.1.2    | Orientazione della terna . . . . .                         | 71         |
| 5.2      | Angoli di posizionamento dei sensori . . . . .             | 73         |
| 5.2.1    | Primo sensore: $\alpha_1$ . . . . .                        | 74         |
| 5.2.2    | Secondo sensore: $\alpha_2$ . . . . .                      | 76         |
| 5.3      | Raggio di braccio e avambraccio . . . . .                  | 77         |
| 5.3.1    | Stima iniziale dei parametri della circonferenza . . . . . | 78         |
| 5.3.2    | Stima non lineare . . . . .                                | 83         |
| 5.4      | Centro di rotazione del gomito . . . . .                   | 85         |
| 5.4.1    | Stime preliminari . . . . .                                | 87         |
| 5.4.2    | Stima non lineare . . . . .                                | 89         |
| 5.5      | Angoli di Eulero dei sensori . . . . .                     | 90         |
| 5.5.1    | Primo sensore . . . . .                                    | 91         |
| 5.5.2    | Secondo sensore . . . . .                                  | 93         |
| 5.6      | Validazione su fantoccio . . . . .                         | 95         |
| 5.6.1    | Grafici dei movimenti . . . . .                            | 95         |
| 5.6.2    | Confronto dei parametri di calibrazione . . . . .          | 102        |
| 5.7      | Test su soggetto . . . . .                                 | 103        |
|          | <b>Conclusioni</b>   | <b>107</b> |

|   |            |
|---|------------|
| <b>A Sfera, piano e circonferenza</b>             | <b>111</b> |
| A.1 La sfera . . . . .                            | 111        |
| A.2 Il piano . . . . .                            | 112        |
| A.3 La circonferenza . . . . .                    | 112        |
| <b>B Stima parametrica</b>                        | <b>115</b> |
| B.1 LLS: stima per modelli lineari . . . . .      | 116        |
| B.2 NLLS: stima per modelli non lineari . . . . . | 118        |
| B.2.1 Metodo iterativo di Gauss-Newton . . . . .  | 119        |
| B.2.2 La funzione <i>lsqcurvefit</i> . . . . .    | 120        |
| <b>C Convenzioni angolari</b>                     | <b>123</b> |
| C.1 Angoli di Eulero . . . . .                    | 124        |
| C.1.1 Caso A: $R(3, 3) \neq 1$ . . . . .          | 125        |
| C.1.2 Caso B: $R(3, 3) = \pm 1$ . . . . .         | 125        |
| <b>Bibliografia</b>                               | <b>129</b> |



# Sommario

Un sistema di tracking motorio registra ed elabora dati derivanti dai movimenti del segmento corporeo a cui è collegato, per poi applicarli ad un opportuno modello cinematico di tale segmento ed ottenere la rappresentazione grafica della traiettoria effettuata.

Se utilizzato nella terapia riabilitativa di pazienti colpiti da ictus, un "motion tracker" come il Polhemus FASTRAK può fornire un valido mezzo per controllare se le traiettorie realizzate dal robot che assiste la riabilitazione riproducono fedelmente quelle impostate dal fisiatra.

In questo lavoro di tesi viene perfezionata un'interfaccia grafica utente (GUI) che permette di eseguire calibrazione automatica dei parametri e tracking motorio dell'arto superiore in soggetti affetti da trauma post-ictus. Il sistema in esame è il motion tracker con sensori elettromagnetici Polhemus FASTRAK.



# Introduzione

Secondo la definizione dell'OMS (Organizzazione Mondiale della Sanità) l'ictus è l'improvvisa comparsa di segni e/o sintomi riferibili a deficit locale e/o globale (coma) delle funzioni cerebrali, di durata superiore alle 24 ore o ad esito infuasto, non attribuibile ad altra causa apparente se non a vasculopatia cerebrale. In generale però anche l'Attacco Ischemico Transitorio, causato da un disturbo temporaneo di irrorazione sanguigna ad una parte limitata del cervello, è considerato ictus se si manifesta con un deficit neurologico che permane, per definizione, per più di 24 ore.

La tesi presentata di seguito è volta allo studio e al miglioramento delle tecniche di riabilitazione post ictus con l'ausilio di robot (Robotic-Assisted Stroke Rehabilitation). Dispositivi medici per la riabilitazione, come il NeReBot realizzato a Padova, sono in grado di riprodurre movimenti preimpostati o acquisiti in precedenza campionando le traiettorie effettuate con l'aiuto di un fisiatra, applicandoli al braccio di un paziente affetto da paresi da ictus [1], [2]. L'oggetto di studio di questo lavoro è la realizzazione di un'interfaccia utente (GUI) per un sistema di tracking motorio dell'arto superiore atto a fornire una rappresentazione grafica qualitativa e quantitativa dei movimenti realmente eseguiti durante la terapia riabilitativa.

Il *Primo capitolo* fornisce una panoramica dei sistemi di tracking motorio non visivi in commercio. Si tratta di sistemi che non fanno uso di telecamere, né di altri sistemi ottici, ma utilizzano speciali sensori (elettromagnetici, acustici, ecc.) che comunicano alla base di elaborazione la loro posizione ed orientazione nello

spazio tramite segnali elettrici. Sono presenti alcuni esempi di dispositivi di tracking, con le loro caratteristiche principali e i campi di utilizzo.

Il *Secondo capitolo* descrive il modello cinematico dell'arto superiore utilizzato in questo progetto, evidenziandone le affinità con il braccio umano e i gradi di libertà considerati. Il capitolo contiene anche l'analisi cinematica inversa completa così come viene implementata nel codice principale e introduce il problema del posizionamento dei sensori nel braccio del paziente.

Il *Terzo capitolo* contiene una sorta di guida veloce all'utilizzo dell'interfaccia grafica Matlab per il controllo del dispositivo Polhemus FASTRAK, sviluppata appositamente per effettuare il tracking motorio dell'arto superiore. Sono illustrate le modalità in cui può operare la GUI, simulazione e real-time, ed è spiegato brevemente il modo in cui agisce il codice Matlab che sta alla base della visualizzazione grafica.

Il *Quarto capitolo* presenta il primo approccio seguito per la calibrazione dei parametri di posizionamento ed orientazione dei sensori e dell'antenna del FASTRAK rispetto ai sistemi di riferimento scelti per il modello cinematico, nonché il calcolo dei parametri fisici del soggetto in esame. Tale metodo, denominato Calibrazione analitica, è stato poi testato su fantoccio di legno e su soggetto umano e i risultati sono riportati sotto forma di grafici dei movimenti e tabelle dei valori di calibrazione, in modo da poter avere un riscontro sia qualitativo che quantitativo.

Il *Quinto capitolo* contiene il secondo e definitivo metodo di calibrazione implementato. Rispetto al precedente, questo approccio risulta più affidabile e accurato, a discapito della velocità e della semplicità. Esso si basa sui fondamenti teorici di geometria e di teoria della stima uniti alla conoscenza dell'anatomia dei movimenti dell'arto. Come per il metodo precedente, sono disponibili grafici e tabelle riferiti a prove su fantoccio e su soggetto umano. I test su fantoccio fanno riferimento allo stesso set-up dei sensori seguito per la calibrazione analitica: i valori ricavati per i due approcci sono pertanto confrontabili direttamente.

# Capitolo 1

## Sistemi di tracking motorio

Per *Tracking motorio* dell'arto superiore si intende il monitoraggio e la ricostruzione dei suoi movimenti, volontari e involontari, nel tempo ad opera di un apposito dispositivo che può servirsi, in prima analisi, di tecniche visive della computer grafica (*Visual Tracking System*), oppure utilizzare particolari sensori, i cui spostamenti sono rintracciabili senza bisogno di telecamere (*Non-visual Tracking System*). Un dispositivo di tracking motorio genera quindi un set di dati real-time che rappresentano i cambiamenti dinamici nella posa di una parte del corpo umano.

Sebbene l'oggetto di questo lavoro sia lo studio di un sistema basato su sensori elettromagnetici, in questo capitolo sarà fornita una panoramica dei vari tipi di sistemi di non-visual tracking in commercio, con qualche esempio e le sue caratteristiche principali.

Caratteristiche in base alle quali si opera la scelta del tipo di sensori:

**Accuratezza:** è il grado di concordanza tra il valore medio desunto attraverso una o più misure e il relativo valore vero cioè il valore assunto come riferimento.

**Costi monetari:** a parità di prestazioni, ovviamente, la scelta ricade sul sistema più economico e spesso ciò è dettato dalla tecnologia dei sensori. Al momento della scelta tra due differenti sistemi, vi sarà sempre un bilancio del tipo costi/benefici sulla base del livello di prestazioni che si vuole ottenere.

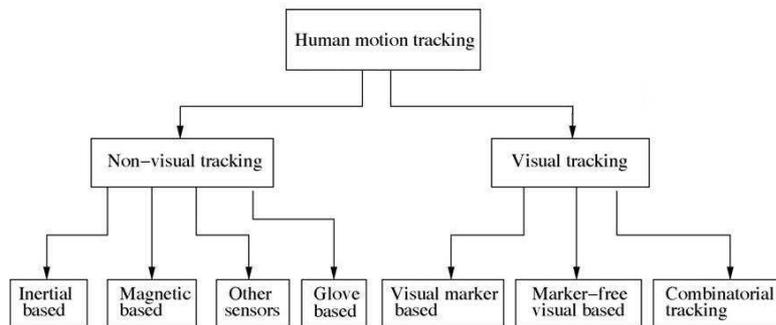


Figura 1.1: classificazione dei sistemi di tracking in base alla tecnologia dei sensori [3].

**Latenza:** (o tempo di latenza) può essere definita come l'intervallo di tempo che intercorre fra il momento in cui arriva l'input al sistema ed il momento in cui è disponibile il suo output. Comprende il tempo di trasmissione dal sensore alla base di elaborazione e il tempo di elaborazione dei dati.

**Natura attiva/passiva:** è la capacità del sensore di scambiare o meno energia con la fonte da cui ricava i dati (il corpo del soggetto nel caso di tracking motorio).

**Risoluzione:** è la minima variazione della grandezza oggetto di misura che il sistema riesce a rilevare. Nel nostro caso, vi sarà una risoluzione in spostamento, espressa in metri o decimali del metro, e una risoluzione in orientazione, espressa in gradi.

**Robustezza:** qualitativamente, esprime la capacità dei sensori di essere immuni ai disturbi e alle perturbazioni esterne.

**Velocità di acquisizione:** espressa in numero di acquisizioni al secondo, o in Hertz [Hz], rappresenta la quantità di misurazioni che un sensore riesce a fare nell'unità di tempo. È un parametro importante nel caso si voglia utilizzare il sistema in applicazioni real-time, in cui è fondamentale che i movimenti reali e le loro rappresentazioni virtuali siano il più possibile sovrapponibili nel tempo.

## 1.1 Non-Visual Tracking Systems

Sono sistemi relativamente semplici da utilizzare, che non soffrono dei problemi di allineamento e calibrazione delle telecamere tipici dei sistemi visivi, e sono per questo comunemente presenti nel campo della riabilitazione, soprattutto in sistemi portabili e per uso casalingo. I sensori sono generalmente di piccole dimensioni, aderiscono alla cute del soggetto allo scopo di raccogliere le informazioni sul movimento e, in base alla grandezza misurata, definiscono la tipologia di sistema. Si dividono in sensori meccanici, inerziali, acustici e magnetici e ognuno di essi ha uno specifico modo d'uso con relativi vantaggi e svantaggi che lo rendono idoneo ad un certo tipo di misurazioni e inadatto in altri casi.

### 1.1.1 Sistemi basati su sensori inerziali

Sono sistemi i cui sensori, accelerometri e giroscopi, convertono l'accelerazione lineare od angolare di una massa in movimento in un segnale elettrico proporzionale all'entità di tale accelerazione. Hanno piccole dimensioni, costi contenuti e le misure fornite possono essere utilizzate direttamente senza il bisogno di ulteriori elaborazioni; inoltre sono in genere dotati di buona sensibilità e possono essere impiegati sia nel monitoraggio dell'intero corpo umano, sia per rilevare gli spostamenti di piccole zone anatomiche, come per esempio un dito. Un problema comune a questo tipo di sistemi, è il fatto che la posizione e l'orientamento dei sensori non possono essere rilevati correttamente a causa del rumore di fondo. I sensori di questo tipo utilizzati in medicina riabilitativa possono essere piezoelettrici, piezo-resistivi o capacitivi. Verranno ora presentati due esempi di sistemi di tracking che fanno uso di sensori inerziali.

#### **Xsens MTx**

È una linea di sensori che fanno uso di tre giroscopi e un algoritmo per tracciare il profilo real-time in modo accurato di velocità e orientazione nonché campo magnetico terrestre in 3D. Rappresentano una buona alternativa per la misurazione dell'orientazione dei segmenti corporei e possono misurare accelerazioni massime pari a 5g per il modello base, fino ai 18g del modello più sofisticato.



Figura 1.2: sensore Xsens MTx [4].

Tra le caratteristiche salienti si riconoscono un'elevata risposta dinamica, associata ad una buona stabilità nel tempo (assenza di fenomeni di drift), design compatto, elevata velocità di update e possibilità di calibrazione individuale per la temperatura d'uso. Ecco alcune delle specifiche tecniche dei sensori *Xsens MTx*, nel caso di campo gravitazionale terrestre omogeneo:

- Accuratezza statica:  $< 0.5^\circ$ (roll/pitch),  $< 1^\circ$ (heading);
- Accuratezza dinamica:  $2^\circ$  RMS;
- Risoluzione angolare:  $0.05^\circ$ ;
- Range dinamico:  $\pm 90^\circ$ (pitch),  $\pm 180^\circ$ (roll/heading);
- Range di temperatura ottimale di esercizio:  $0 \div 55^\circ C$ .

un sensore MTx è utilizzabile come singolo componente, oppure nella *Xbus version*. In questo secondo caso, più sensori sono collegati a un dispositivo, chiamato *Xbus Master*, il quale consente di inviare i dati di tutto il corpo ad un computer, collegato tramite porta seriale o wireless, che può quindi processarli.



Figura 1.3: esempio di utilizzo della configurazione Xbus [4].

### MicroStrain G-link

É un sistema simile al precedente, i cui sensori sono caratterizzati da accelerometri triassiali, uniti ad un sistema di elaborazione dei dati incorporato e trasmissione wireless. Più sensori possono essere utilizzati come nodi di un network che può gestire anche centinaia di unità funzionanti, con un intervallo di sincronizzazione tra nodo e nodo di  $32\mu s$  e distanti dalla base (*WSDA-base*) anche più di 1 Kilometro.

Tra le specifiche tecniche di questo strumento si possono annoverare:

- Range di accelerazione: da  $\pm 2g$  a  $\pm 10g$ ;
- Accuratezza  $10mg$ ;
- Risoluzione:  $1.5mg$  RMS (versione da  $2g$ ),  $9mg$  RMS (versione da  $10g$ );
- Range di temperatura:  $-40^{\circ} \div 70^{\circ}C$ ;

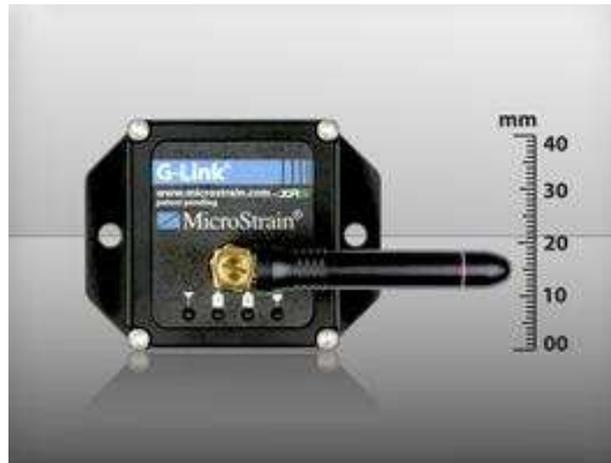


Figura 1.4: sensore MicroStrain G-link [5].

- Velocità di campionamento:  $1 \div 512Hz$  (in modalità sincrona);
- Peso: 47grammi;
- Dimensioni:  $58[mm] \times 43[mm] \times 26[mm]$  (senza antenna);
- Risoluzione convertitore A/D: 12bit.

### 1.1.2 Sistemi basati su sensori elettromagnetici

i Sistemi di tracking elettromagnetici si servono di campi magnetici a bassa frequenza per rilevare posizione e orientamento di sensori posizionati sulla cute. Vengono largamente usati in ambito riabilitativo grazie alla loro elevata frequenza di campionamento e alle dimensioni moderate, ma presentano una certa latenza, dovuta alla natura asincrona delle misure, e problemi di *jitter* (tremolio) se nelle vicinanze vi sono nuclei ferrosi o altri apparecchi elettrici.

#### Ascension Technology Corporation MotionStar

Questo sistema di motion capture fa uso di una tecnologia di tracking magnetico per mezzo di corrente continua, la quale tecnologia è molto meno soggetta (fino a 5 volte meno soggetta) alle distorsioni dovute alla presenza di metalli nelle vicinanze rispetto a quella che funziona in corrente alternata.



Figura 1.5: dispositivo Ascension Technology Corporation MotionStar [6].

Il *MotionStar* è dotato di un'interfaccia grafica integrata molto veloce, per connettere direttamente lo strumento al computer e trova impiego in molti campi, tra cui l'animazione 3D per film o giochi per computer, la simulazione CAD di movimenti corporei, medicina e analisi dello sport, analisi biomeccanica, valutazione delle performance atletiche e valutazione dello stato riabilitativo. Di seguito è riportato un elenco delle caratteristiche tecniche salienti di questo dispositivo:

- Gradi di libertà: 6;
- Range di spostamento:  $\pm 3.05m$  (un solo sensore),  $\pm 4.88m$  (due sensori);
- Range di orientazione:  $\pm 180^\circ$ ;
- Accuratezza statica posizione: 0.76cm RMS (a 1.52m di distanza), 1.5cm RMS (a 3.05m di distanza);
- Accuratezza statica orientazione:  $0.5^\circ$  RMS (a 1.52m di distanza),  $1.0^\circ$  RMS (a 3.05m di distanza);
- Risoluzione statica posizione: 0.08cm (a 1.52m di distanza), 0.25cm (a 3.05m di distanza);
- Risoluzione statica orientazione:  $0.1^\circ$  RMS (a 1.52m di distanza),  $0.2^\circ$  RMS (a 3.05m di distanza);

- Frequenza misurazioni: oltre le 144misurazioni/secondo;
- Trasmettitore: cubo di 30.5cm con cavo di 6.10m;
- Dimensione sensori:  $2.54[cm] \times 2.54[cm] \times 2.03[cm]$ ;
- Peso sensori: 21grammi senza cavo.

### Polhemus LIBERTY

Il *LIBERTY* rappresenta un salto di qualità nel panorama dei dispositivi di tracking a 6 gradi di libertà ed è considerato il più veloce e accurato motion tracker elettromagnetico disponibile in commercio. Esso ha nella velocità di monitoraggio e nella stabilità i suoi punti forti, permettendo di ottenere fino a 240 acquisizioni al secondo per ogni sensore, indipendentemente dal numero di sensori collegati (grazie ad un opportuno supporto possono arrivare a 16).



Figura 1.6: dispositivo Pohlemus LIBERTY [7].

Grazie alla sua ottima velocità di update, risulta la scelta migliore nel caso si voglia eseguire il tracking di un'atleta durante l'esecuzione di un movimento

rapido, come ad esempio lo swing di un golfista. Il *LIBERTY* utilizza una sofisticata tecnologia AC (Alternative Current), studiata per possedere tutti i benefici delle tecnologie in corrente alternata, cioè elevate prestazioni per precisione e velocità, ma eliminando i problemi di eccessiva sensibilità alle perturbazioni del campo magnetico terrestre e alla presenza di apparecchi metallici nelle vicinanze. Inoltre, ciascun sensore è capace di individuare autonomamente la presenza di distorsioni e di mantenere così l'utente aggiornato sulle modifiche da apportare al set-up dello strumento. Può essere facilmente collegato ad un computer tramite porta seriale RS-232 o porta USB e dispone di un'intuitiva interfaccia grafica.

Caratteristiche tecniche:

- Gradi di libertà: 6;
- Range di spostamento: da 1.52m a 4.6m in base al tipo di utilizzo;
- Accuratezza statica posizione: 0.03pollici RMS;
- Accuratezza statica orientazione: 0.15° RMS;
- Risoluzione statica posizione: 0.0004cm (a 30cm di distanza);
- Risoluzione statica orientazione: 0.0012°;
- Frequenza misurazioni: 240misurazioni/secondo;
- Latenza: 3.5ms.

### **Polhemus FASTRAK**

È il dispositivo utilizzato in questa tesi per tracciare i movimenti dell'arto superiore ed è considerato uno standard nel campo del tracking motorio. Offre la capacità di un monitoraggio a 6 gradi di libertà con una ridottissima latenza, che lo rende ideale per le visualizzazioni real-time e simulazioni, ambiti in cui è fondamentale la risposta nel tempo del sistema; esso fornisce, per ogni acquisizione, le coordinate  $x$ ,  $y$  e  $z$  di ogni sensore e la sua orientazione (angoli di azimuth, elevation, roll) rispetto ad un trasmettitore che funge da riferimento.



Figura 1.7: dispositivo Pohlemus FASTRAK [7].

Il *FASTRAK* possiede un'ottima stabilità delle prestazioni, grazie alla tecnologia AC con un elevato rapporto segnale rumore, che risulta praticamente immune alle fluttuazioni di potenza. Inoltre è dotato di un sofisticato sistema di elaborazione digitale e di un sistema di filtraggio adattativo integrato, che forniscono un segnale ottimale in uscita.

Caratteristiche tecniche:

- Gradi di libertà: 6;
- Numero sensori: 4;
- Range di spostamento: da 1.52m a 4.6m in base al tipo di utilizzo;
- Range in cui si ha l'accuratezza massima: 76cm (tra sensore e trasmettitore);
- Accuratezza statica posizione: 0.08cm RMS;
- Accuratezza statica orientazione: 0.15° RMS;
- Risoluzione statica posizione: 0.0005cm (a 30cm di distanza);
- Risoluzione statica orientazione: 0.025°;
- Velocità di update: 120Hz (frazionata in parti uguali tra i sensori: 4 sensori a 30Hz);

- Latenza: 4ms;
- Unità di comando: 28.91[cm] $\times$ 28.90[cm] $\times$ 9.22[cm], peso 2.26Kg;
- Trasmettitore: 5.3[cm] $\times$ 5.3[cm] $\times$ 5.8[cm], peso 0.27Kg;
- Sensore: 2.83[cm] $\times$ 2.29[cm] $\times$ 1.52[cm], peso 17grammi;
- Range temperatura di esercizio: 10° ÷ 40°C.

Componenti:

**System Electronics Unit (SEU):** è l'unità di comando, che può essere posta ovunque sia conveniente all'interno dell'area di lavoro e deve essere collegata sia alla rete elettrica, che al computer tramite porta seriale RS-232 o porta USB. Contiene tutti i connettori necessari per supportare fino a 4 sensori e un'unico trasmettitore.

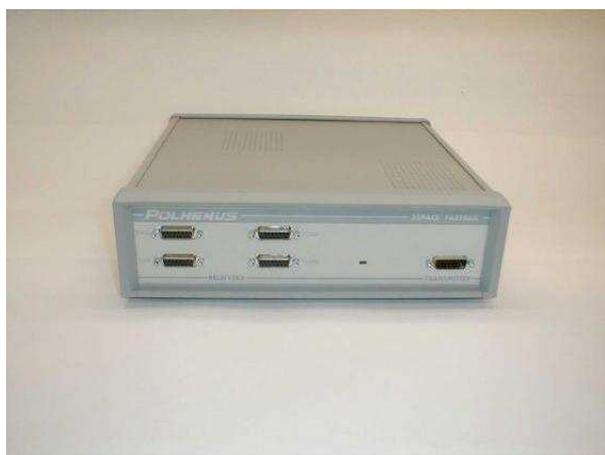


Figura 1.8: System Electronics Unit (SEU) del Pohlemus FASTRAK [8].

**Trasmettitore:** produce il campo elettromagnetico ed è il riferimento per tutte le misure effettuate sui sensori; viene posizionato in un supporto fisso, su di una superficie non metallica e nelle vicinanze dei sensori.

Durante il set-up del dispositivo, è importante non intrecciare e non porre a stretto contatto il cavo del trasmettitore con i cavi dei sensori per non incorrere in problemi di rumore da accoppiamento capacitivo.

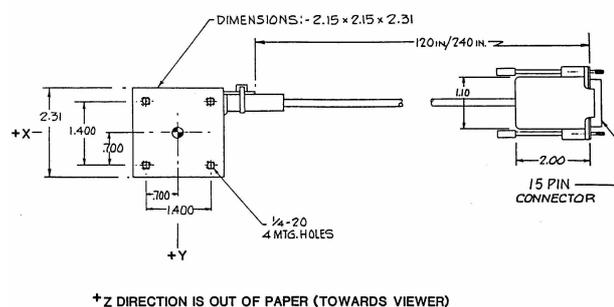


Figura 1.9: dimensioni e centro elettromagnetico del trasmettitore del Pohlemus FASTRAK [8].

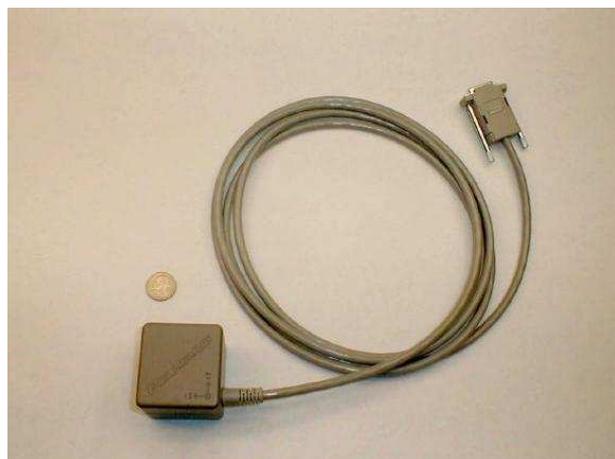


Figura 1.10: vista reale del trasmettitore del Pohlemus FASTRAK [8].

**Sensore:** è il componente più piccolo, la cui posizione e orientazione sono misurate rispetto al trasmettitore.

Grazie alle proporzioni compatte, può essere posizionato dovunque e dispone anche di due fori per un eventuale fissaggio a vite. Come il trasmettitore, i sensori non vanno posti nelle vicinanze di oggetti metallici, onde evitare distorsioni nelle misure; nel caso di utilizzo per tracking motorio di un segmento corporeo, il fissaggio dei sensori avviene sulla cute del soggetto, tramite colle o fasce elastiche, oppure possono essere posizionati su fissatori percutanei e intracorticali. Questi ultimi sono strumenti medici invasivi utili per ovviare al problema dello spostamento dei tessuti molli rispetto agli

assi anatomici durante il movimento, ma essi stessi limitano il movimento, condizionando i risultati degli esperimenti.

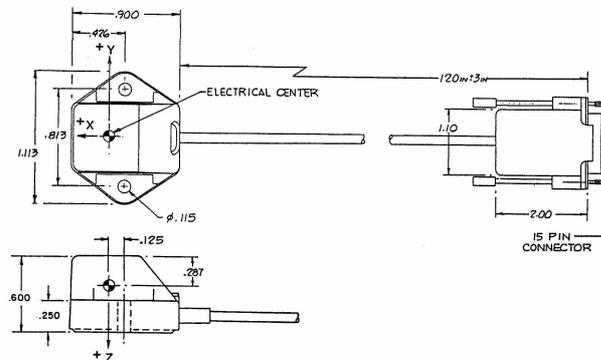


Figura 1.11: dimensioni e centro elettromagnetico di un sensore del Polhemus FASTRAK [8].



Figura 1.12: vista reale di un sensore del Polhemus FASTRAK [8].

### Polhemus PATRIOT Wireless

L'innovazione introdotta da questo motion tracker della Polhemus sta nella completa assenza di cavi di collegamento tra sensori e base di elaborazione dati, che lo rende quindi meno ingombrante e scomodo nei movimenti, nel caso lo si voglia utilizzare per eseguire il tracking di segmenti corporei. Come per gli altri prodotti della Polhemus, il *PATRIOT Wireless* si avvale di una tecnologia AC, studiata in

modo da essere più immune alle perturbazioni esterne e capace di fornire buone prestazioni in termini di velocità e stabilità.



Figura 1.13: dispositivo Pohlemus PATRIOT [7].

È disponibile con un'interfaccia grafica Windows compatibile che permette di agire sulle impostazioni di base come filtraggio, calibrazione e formato dei dati in uscita.

Caratteristiche tecniche:

- Gradi di libertà: 6;
- Numero di sensori: 4 wireless;
- Risoluzione statica posizione: 0.038cm (a 30cm di distanza);
- Risoluzione statica orientazione: 0.003°;
- Velocità di update: 50Hz;
- Latenza: circa 20ms.

### 1.1.3 Altri sistemi di non-visual tracking

#### InterSense is-900

Basato su una tecnologia ibrida inerziale/ultrasonica, brevettata dalla stessa *IntreSense*, il *is-900* è un sistema di tracking utilizzato soprattutto a scopi militari

e industriali, come simulazioni di volo e di armamenti, prototipazione virtuale o immersive displays (schermi virtuali utilizzati per la visualizzazione di immagini 3D).



Figura 1.14: dispositivo InterSense is-900 [9].

Nell'ambito degli immersive displays, questo motion tracker può essere abbinato ad una linea di prodotti specifici, denominata *MicroTax*, che permette di immergere l'utente in una realtà virtuale grazie a speciali occhiali 3D (dispositivo *Head Tracker*) e di interagire direttamente con essa grazie ad una penna joystick (dispositivo *Wand*), o a guanti aptici (dispositivo *Hand Tracker*). Gli strumenti della linea *MicroTax* sono completamente wireless e di dimensioni compatte, così da non ostacolare i movimenti. Caratteristiche tecniche:

- Gradi di libertà: 6;
- Range angolare:  $360^\circ$  per tutti gli assi;
- Risoluzione statica posizione: 0.75 mm (1.5 mm Wireless);
- Risoluzione statica orientazione:  $0.05^\circ$  ( $0.10^\circ$  Wireless);
- Accuratezza statica posizione:  $2.0 \div 3.0\text{mm}$  ( $3.0 \div 5.0\text{mm}$  Wireless MicroTax);
- Accuratezza statica orientazione:  $0.50^\circ$  RMS ( $1.00^\circ$  Wireless);
- Velocità di update: 180 Hz (120 Hz Wireless);
- Latenza: circa 4ms.

### VPL research Dataglove

Dagli anni '70 la ricerca ha iniziato a sviluppare sistemi di tracking per la mano basati su guanti, sui quali venivano attaccati sensori in grado di trasformare le normali flessioni e abduzioni delle dita in segnali elettrici. Grazie alla facilità di utilizzo, all'accuratezza e alla flessibilità di questi prototipi, negli anni si è ricorso ad essi sempre più spesso nel trattamento di infortuni e inabilità alla mano.



Figura 1.15: dispositivo VPL research Dataglove [10].

I *Dataglove* sono sostanzialmente un paio di guanti in neoprene con due circuiti di fibra ottica per ogni dito; ad un capo di ogni circuito vi è un LED (light emitting diode) e all'altro capo un fotosensore. Le fibre ottiche hanno dei piccoli tagli da cui può fuoriuscire la luce in modo che, ogni volta che un dito viene piegato, al fotosensore arriva meno luce rispetto alla condizione di riposo. Misurando l'entità della perdita di luce da parte della fibra, si riesce a risalire al grado di piegatura del dito con una buona accuratezza. I *Dataglove* vanno ricalibrati ad ogni utilizzo [3].

## Capitolo 2

# Modello cinematico dell'arto superiore

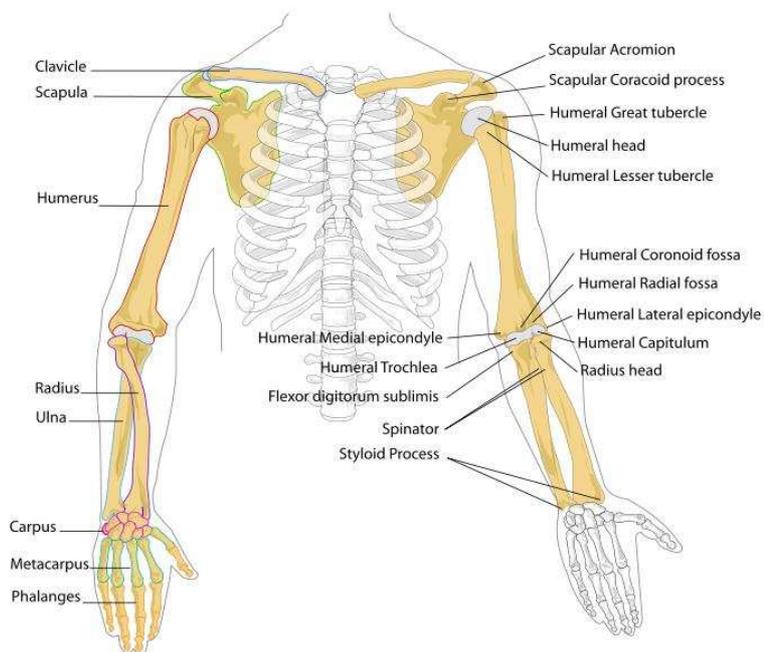


Figura 2.1: anatomia ossea degli arti superiori.

Gli arti superiori nell'uomo, al contrario di quelli inferiori, non svolgono in sostanza una funzione locomotoria, ma sono utilizzati principalmente per le funzioni manuali. Ciascuno dei due arti superiori è formato da quattro parti che si trovano

in successione prossimo-distale; esse sono: la spalla, il braccio, l'avambraccio e la mano.

**La spalla** è il dispositivo di attacco dell'arto superiore al tronco; il suo scheletro forma nell'insieme la cintura toracica (o *cingolo toracico*) che si unisce alla parte superiore del torace e dà attacco alle restanti parti dell'arto che, nell'insieme, formano la parte libera dell'arto superiore. Lo scheletro della cintura toracica è formato da due ossa: scapola e clavicola.

**Il braccio** è la parte più prossimale della porzione libera dell'arto superiore. Il suo scheletro è costituito dall'omero.

**L'avambraccio** ha uno scheletro costituito da due ossa: radio e ulna. Esse partono parallele dall'articolazione del gomito, e giungono fino al polso. Grazie alla loro flessibilità, queste due ossa possono facilmente sovrapporsi, e causare così il capovolgimento della mano; quando le due ossa sono parallele, quest'ultima mostra il palmo.

**La mano** ha una struttura molto complessa. Il suo scheletro è costituito da molte ossa che si raggruppano nel carpo, nel metacarpo e nelle falangi.

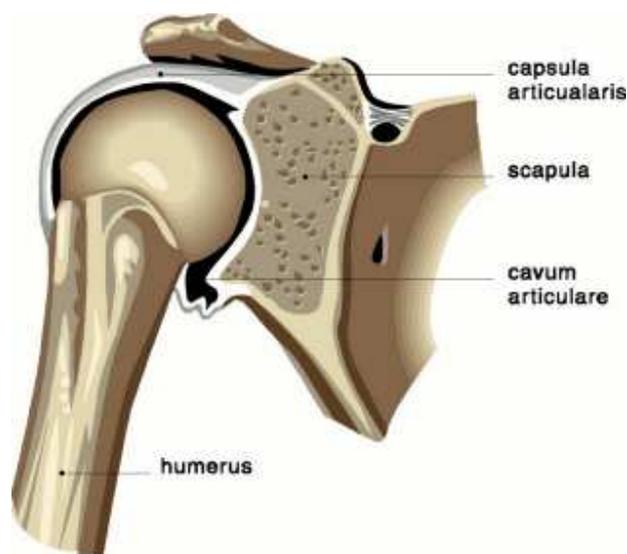


Figura 2.2: articolazione della spalla.

Partendo dalla spalla e arrivando fino al polso, escludendo quest'ultima articolazione, si possono trovare 5 gradi di libertà totali, 3 nella spalla (rotazioni rispetto all'asse verticale della spalla, rispetto all'asse antero-posteriore e a quello longitudinale del braccio), uno nel gomito e uno lungo l'avambraccio, dato dalla sovrapposizione tra ulna e radio (quest'ultimo è spesso associato anch'esso al gomito per semplicità).

Come mostra la figura 2.2, l'articolazione della spalla è essenzialmente un giunto sferico formato da tre ossa: la scapola, la clavicola e l'omero. La scapola è un osso piatto, di forma quasi triangolare, che si trova nella parte alta della schiena. Essa, oltre a fornire protezione alla gabbia toracica, favorisce i movimenti di adduzione e abduzione, grazie alla sua grande mobilità. La clavicola non trova una netta classificazione come osso in quanto ha la forma di un osso lungo, ma ha ossificazione e struttura interna tipiche delle ossa piatte. Si presenta come un osso di media lunghezza che si collega con la sua parte esterna alla scapola e all'omero e con quella interna allo sterno, l'osso centrale della gabbia toracica. Infine l'omero, la cui epifisi prossimale rappresenta la sfera del giunto in questione, è la parte veramente mobile dell'articolazione, quella cioè che compie i tre movimenti associati ai 3 g.d.l. descritti.

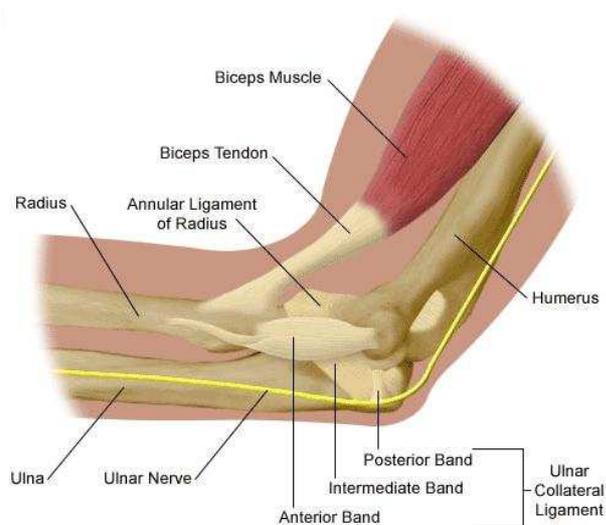


Figura 2.3: articolazione del gomito.

L'articolazione del gomito è formata dall'epifisi distale dell'omero e dalle due epifisi prossimali di ulna e radio. L'accoppiamento tra omero e ulna permette il movimenti di flessione ed estensione dell'avambraccio rispetto al braccio, mentre l'accoppiamento tra ulna e radio consente la pronazione e la supinazione della mano (figura 2.3).

In base a quanto detto, un modello costituito da 5 coppie rotoidali, corrispondenti ai 5 gradi di libertà, e due membri rigidi, in moto relativo tra loro e rispetto al tronco, rappresenta una buona formalizzazione cinematica dell'arto superiore.

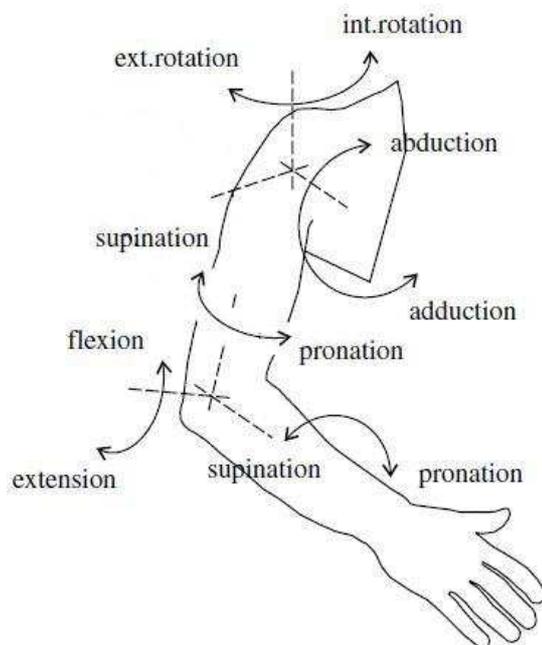


Figura 2.4: arto superiore umano e movimenti considerati nel modello.

## 2.1 Costruzione del modello cinematico

Ad ogni coppia cinematica è associato un sistema di riferimento cartesiano, la cui corrispondente matrice di trasformazione ne identifica la posizione e l'orientamento rispetto al sistema di riferimento che lo precede secondo la convenzione di Denavit-Hartenberg [11], [12], [13]. Il sistema di riferimento assoluto, cioè quello scelto come base per la caratterizzazione del movimento dell'arto rispetto al bu-

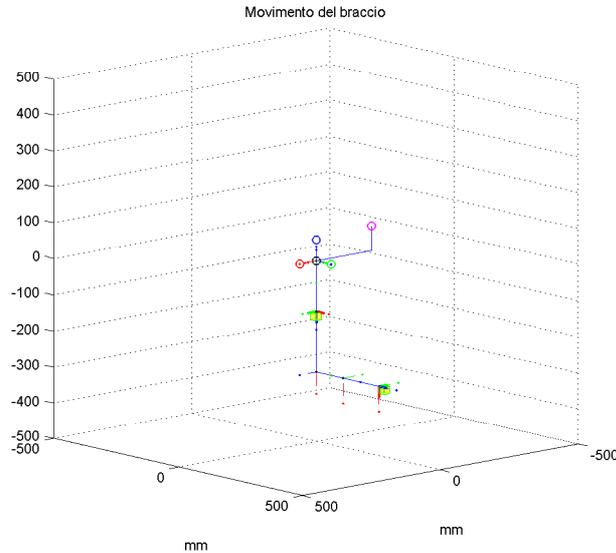


Figura 2.5: immagine Matlab del modello cinematico del braccio in configurazione di riposo.

sto, è il *sistema*  $S$ , posto nel centro ideale di rotazione della spalla e raffigurato in figura 2.5 con i cerchietti vuoti. Gli assi cartesiani di questo particolare sistema di riferimento sono strettamente collegati all'anatomia del corpo del soggetto, che lo rendono facilmente individuabile almeno in prima approssimazione:

- l'asse  $z_S$  è perpendicolare al piano trasversale del corpo umano ed è rivolto verso l'alto. Con il corpo in posizione eretta, esso dev'essere antiparallelo al vettore *accelerazione gravitazionale*;
- l'asse  $x_S$  è perpendicolare al piano sagittale e rivolto verso l'esterno del corpo, uscendo dalla spalla lateralmente;
- l'asse  $y_S$  è perpendicolare al piano coronale, posto quindi in direzione antero-posteriore, rivolto verso la parte frontale del soggetto.

In configurazione di riposo, il braccio giace lateralmente lungo il tronco ed aderente ad esso, mentre l'avambraccio forma con il braccio un angolo di  $90^\circ$  e la mano mostra il dorso lateralmente verso l'esterno del corpo. In tale posizione, si definiscono le terne di riferimento delle coppie cinematiche.

**Sistema 1:** posizionato e orientato, in condizioni di riposo, come il *sistema S*, rappresenta il movimento di rotazione del braccio rispetto all'asse verticale della spalla quando esso è distante dal centro del corpo, rispetto al piano sagittale (abdotto).

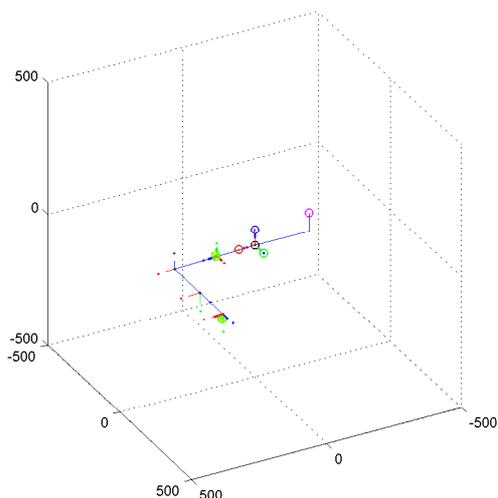


Figura 2.6: modello del braccio a riposo

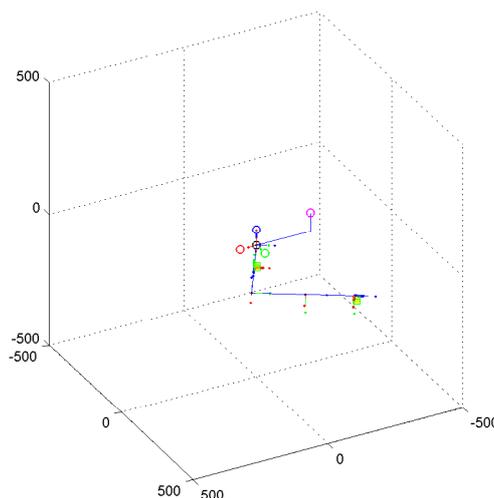


Figura 2.7: modello per movimento del primo g.d.l.

Come vuole la convenzione di Denavit-Hartenberg, la rotazione avviene rispetto all'asse  $z_1$  e in questo caso è considerata positiva quando tende ad avvicinare il braccio al centro nel tronco, come mostra la figura 2.7. La matrice di trasformazione del sistema 1 rispetto al *sistema S* è:

$$T_{1,S} = T_{DH}(0, 0, \theta_1, 0)$$

**Sistema 2:** corrisponde ai movimenti di adduzione e abduzione dell'arto superiore, cioè rispettivamente l'avvicinamento e l'allontanamento di tale segmento anatomico dal centro del corpo, rispetto al piano sagittale, con un movimento compiuto su piano frontale (coronale). Il frame corrispondente ha l'origine coincidente con quello del sistema 1, ma è orientato in modo diverso in condizione di riposo; l'asse  $z_2$  corrisponde all'asse  $y_1$  ed è quindi disposto perpendicolarmente al piano coronale, orientato frontalmente rispetto al soggetto, mentre l'asse  $x_2$  corrisponde a  $x_1$  ed è orientato verso

l'esterno del corpo, perpendicolarmente al piano sagittale. Infine l'asse  $y_2$  corre lungo l'asse longitudinale del braccio ed è orientato verso il gomito, quindi nella configurazione a riposo è antiparallelo al vettore  $z_1$ .

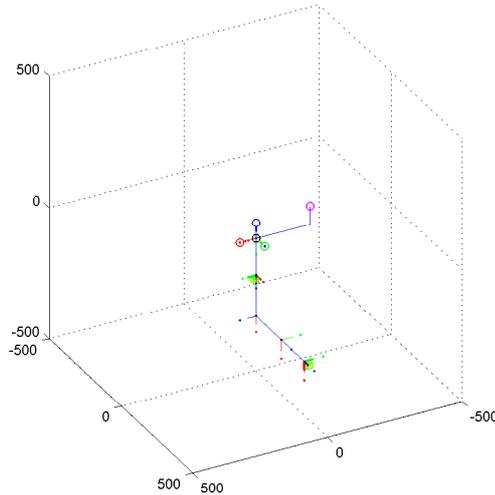


Figura 2.8: modello del braccio a riposo

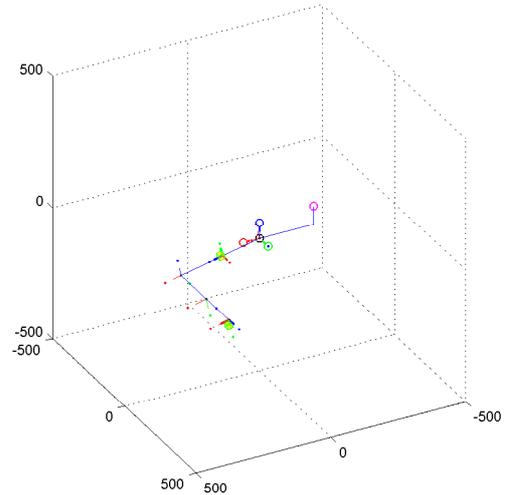


Figura 2.9: modello per movimento del secondo g.d.l.

Il movimento descritto dal sistema 2 si svolge quindi su di un'asse perpendicolare a quello del movimento descritto dal sistema 1; supponendo di compiere un'abduzione, cioè un allontanamento del braccio dal corpo, l'angolo tra la configurazione iniziale e quella finale sarà positivo (figura 2.9).

$$T_{2,1} = T_{DH}(-90^\circ, 0, -\theta_2, 0)$$

**Sistema 3:** rappresenta i movimenti di pronazione e supinazione del braccio, ossia la rotazione dello stesso attorno al proprio asse longitudinale. Partendo dalla posizione di riposo, una pronazione tenderebbe a portare la mano verso il tronco, mentre una supinazione tenderebbe ad allontanarla da esso. L'origine della terna 3 è situato nel baricentro del braccio e ha l'asse  $z_3$  lungo l'asse longitudinale del braccio, rivolto verso il gomito. A riposo, l'asse  $x_3$  è rivolto frontalmente ed è parallelo a  $z_2$ , mentre l'asse  $y_3$  è parallelo a  $x_2$  e rivolto verso l'esterno del corpo.

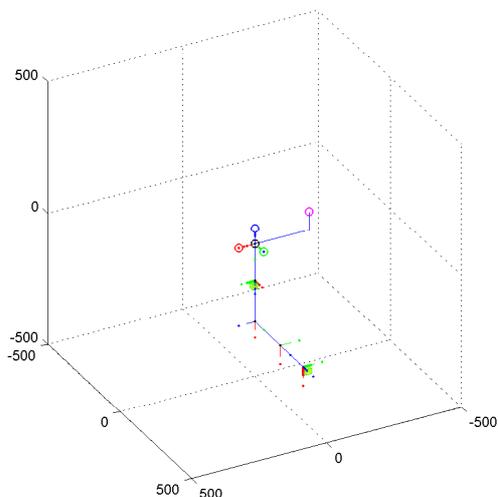


Figura 2.10: modello del braccio a riposo

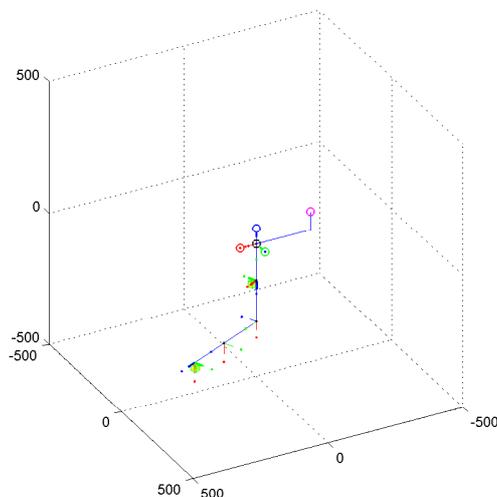


Figura 2.11: modello per movimento del terzo g.d.l.

La supinazione corrisponde ad una rotazione positiva sull'asse  $z_3$  e, in posizione di riposo, corrisponde ad una rotazione negativa sull'asse  $z_1$ : in tale configurazione i due assi sono infatti antiparalleli e questo costituisce un limite del modello cinematico (figura 2.11). Definendo con  $G_b$  la posizione del baricentro del braccio lungo il suo asse longitudinale, la matrice di trasformazione dal sistema 3 al sistema 2 è:

$$T_{3,2} = T_{DH}(-90^\circ, 0, \theta_3 - 90^\circ, G_b)$$

**Sistema 4:** è posizionato nel centro del gomito ed è utilizzato per descrivere i movimenti di flessione ed estensione tra braccio ed avambraccio. Per flessione si intende l'avvicinamento di due estremità articolari contigue, sino a porle tra loro contrapposte, mentre l'estensione è l'allontanamento delle stesse. L'asse  $z_4$  è sempre parallelo a  $y_3$ , l'asse  $x_4$  è parallelo a  $z_3$  in condizioni di riposo e infine l'asse  $y_4$  è disposto lungo l'asse dell'avambraccio e rivolto verso il polso. Quest'ultimo asse, a riposo, è perpendicolare al piano frontale e rivolto frontalmente, parallelo a  $x_3$ .

Nel caso di rotazione positiva attorno a  $z_4$ , braccio e avambraccio si avvicinano e si ha una flessione del gomito 2.13. La formalizzazione matriciale

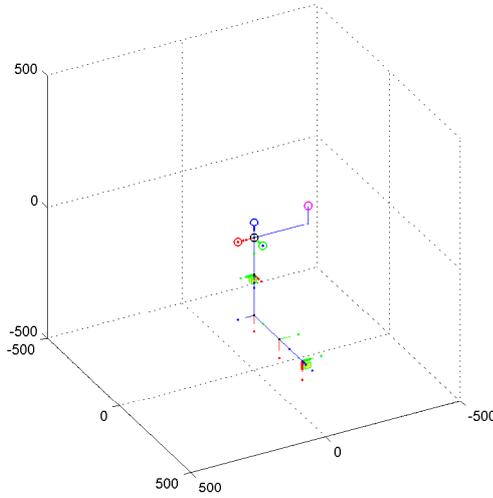


Figura 2.12: modello del braccio a riposo

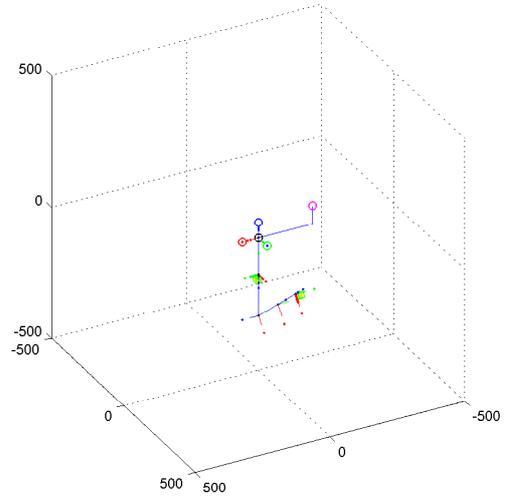


Figura 2.13: modello per movimento del quarto g.d.l.

della terna 4 rispetto alla terna 3 non segue la convenzione di Denavit-Hartenberg, in quanto è più semplice rappresentare la trasformazione tra i due frames come prodotto di semplici matrici di rotazione e traslazione:

$$T_{4,3} = T_{R_x}(-90^\circ)T_{T_y}(G_b - L_b)T_{R_z}(\theta_4 - 90^\circ)$$

dove  $L_b$  è la lunghezza del braccio dal centro della spalla al centro del gomito.

**Sistema 5:** si riferisce alla prono-supinazione dell'avambraccio ed è centrato nel baricentro di quest'ultimo, quindi circa a metà della sua lunghezza. L'asse  $z_5$  è posizionato lungo l'asse longitudinale dell'avambraccio e diretto verso il polso, parallelo ed equiverso a  $y_4$  se siamo a riposo. In tali condizioni l'asse  $x_5$  è parallelo a  $x_4$ , mentre  $y_5$  è antiparallelo a  $z_4$ .

Se avviene una supinazione, cioè la mano rivolge il palmo verso l'alto, la rotazione espressa nel sistema di riferimento 5 è positiva e, essendo  $G_{av}$  la posizione del baricentro dell'avambraccio a partire dal gomito, la matrice di trasformazione è la seguente:

$$T_{5,4} = T_{DH}(-90^\circ, 0, -\theta_5, G_{av})$$

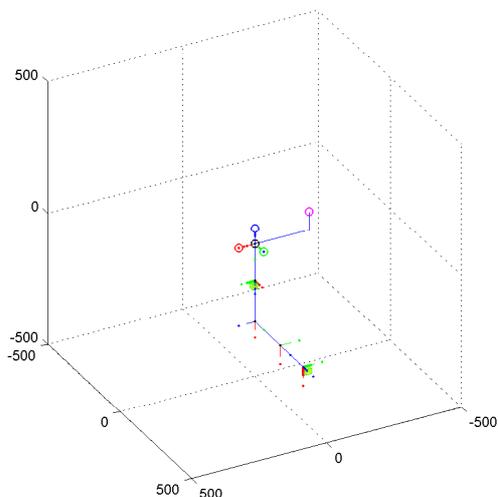


Figura 2.14: modello del braccio a riposo

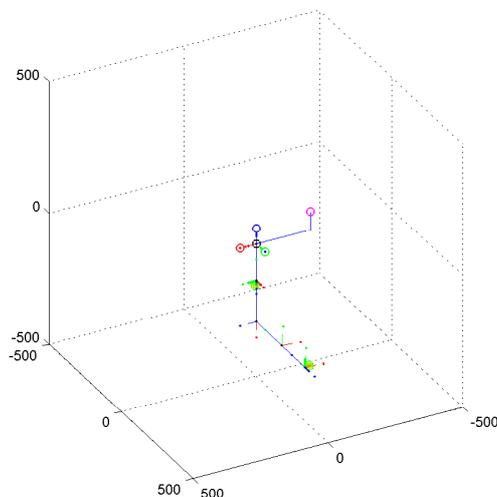


Figura 2.15: modello per movimento del quinto g.d.l.

**Sistema 6:** il sesto è un sistema di riferimento fittizio, corrispondente all'end effector, ossia la mano, ed è centrato nel polso. È un sistema fittizio perché non è associato a nessun movimento reale, ma funge solo da punto di termine della catena cinematica aperta che rappresenta l'arto superiore. È orientato esattamente come il sistema 5 e presenta quindi una sola traslazione dell'origine dal baricentro all'estremità più distale dell'avambraccio:

$$T_{6,5} = T_{DH}(0, 0, 0, L_{av} - G_{av})$$

## 2.2 Definizione del problema dei sensori

Uno dei principali limiti che affliggono i sistemi di tracking come il FASTRAK è rappresentato dalla difficoltà di ricavare correttamente i parametri che legano il posizionamento fisico dei sensori sul corpo del paziente ad opportuni *frames* del modello cinematico utilizzato.

I due sensori vengono fissati alla cute del soggetto tramite fasce elastiche o appositi collanti e sono quindi fisicamente svincolati dal modello cinematico del braccio (i cui membri di congiunzione delle coppie passano idealmente per gli assi longitudinali di braccio e avambraccio). Ammettendo di trascurare il problema degli

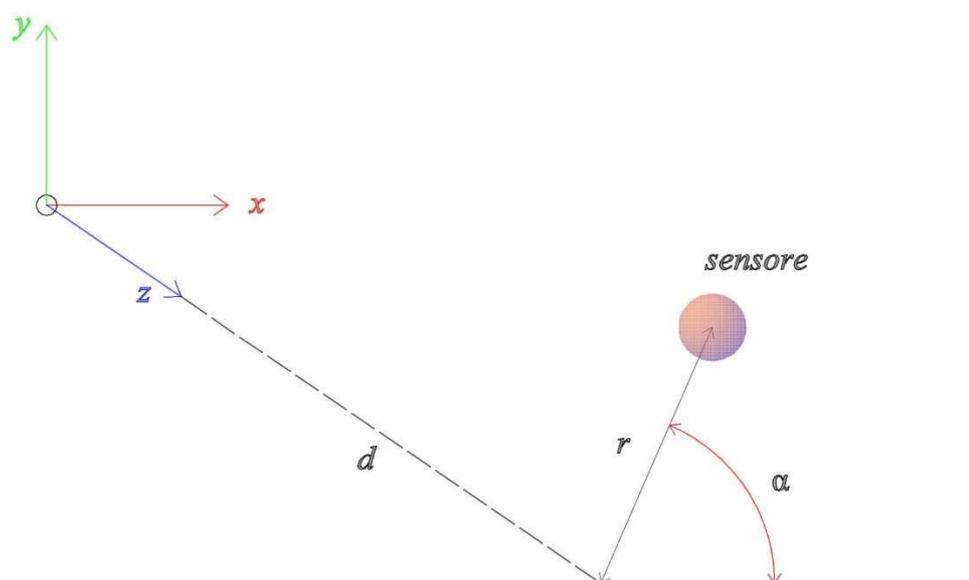


Figura 2.16: rappresentazione dei parametri che legano il generico sensore alla terna di riferimento del modello.

*Artefatti da Tessuto Molle (A.T.M.)*, che rappresentano in ogni caso un aspetto cruciale nel caso di test su persone, rimane comunque la necessità di ottenere i valori numerici dei parametri che permettono di passare dal sistema di riferimento del sensore al sistema di riferimento della coppia  $i$ -esima del modello, come rappresentato in figura 2.16.

Il processo che permette di calcolare tali incognite è detto *Calibrazione* e sarà l'oggetto dei due capitoli successivi. Saranno presentati due differenti approcci al problema: il primo, di tipo puramente analitico, è basato sul fatto che, per particolari configurazioni dei giunti del modello cinematico, vi è una semplificazione delle matrici di roto-traslazione delle coppie, da cui diviene quindi possibile ricavare i valori dei parametri semplicemente manipolando opportunamente delle equazioni trigonometriche. Il secondo si serve di tecniche di stima parametrica ai

minimi quadrati (stima lineare e non lineare) abbinate a semplici concetti geometrici ed è stato sviluppato per essere più immune agli errori che nascono nei test con persone rispetto al primo metodo.

Per completare la descrizione del posizionamento di un sensore, deve essere nota anche l'orientazione della terna ad esso solidale rispetto alla terna del modello scelta come riferimento, orientazione rappresentata da tre angoli di Eulero. Oltre ai parametri dei sensori, è utile poter disporre anche dei parametri propri del soggetto, cioè le lunghezze di braccio e avambraccio, senza doverle misurare manualmente. Queste due grandezze da ricavare sono andate ad aggiungersi alle altre, per un totale di 14 incognite.

In entrambi i metodi, come già detto, sono stati trascurati gli artefatti da tessuto molle. Tradotto in termini operativi, questo significa che, una volta ottenuti i parametri dalla calibrazione, essi sono assunti come costanti per tutto il test e ricalibrati ad ogni nuovo posizionamento e fissaggio dei sensori su di uno stesso soggetto o su soggetti diversi.

Prima di passare alla descrizione delle formule che permettono di ricavare i valori delle coordinate ai giunti, definiamo i termini che entreranno in gioco per il sensore  $i$ -esimo:

- $r_i$ : distanza del sensore dall'asse del braccio;
- $d_i$ : distanza del sensore dalla terna del modello lungo l'asse del braccio;
- $\alpha_i$ : angolo tra  $r_i$  e il piano  $(x, z)$  della terna del modello;
- $\phi_i$ : primo angolo di Eulero (*precessione*);
- $\psi_i$ : secondo angolo di Eulero (*nutazione*);
- $\xi_i$ : terzo angolo di Eulero (*rotazione propria*);
- $L_b$ : lunghezza del braccio;
- $L_{av}$ : lunghezza dell'avambraccio.
- $G_b$ : distanza baricentro del braccio dal centro della spalla.

- $G_{av}$ : distanza baricentro dell'avambraccio dal centro della spalla.

Le matrici che mappano i punti nei sistemi di riferimento dei sensori in punti nei corrispondenti sistemi di riferimento locali (rispettivamente la terna 3 per il primo sensore e la terna 6 per il secondo) hanno la forma:

$$T_{s1,3} = \begin{pmatrix} & r_1 \cos(\alpha_1) & & \\ & R_{s1,3}(z, y', z'') & r_1 \sin(\alpha_1) & \\ & & d_1 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{s2,6} = \begin{pmatrix} & r_2 \cos(\alpha_2) & & \\ & R_{s2,6}(z, y', z'') & r_2 \sin(\alpha_2) & \\ & & d_2 & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mentre la matrice di trasformazione dal sistema del centro della spalla a quello dell'antenna del FASTRAK si può scrivere, nella sua forma più generale, come:

$$T_{S,W} = \begin{pmatrix} & X & & \\ & R_{S,W}(z, y', z'') & Y & \\ & & Z & \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

## 2.3 Analisi cinematica inversa del modello

La cinematica descrive il moto di un punto o un corpo nello spazio e per fare ciò si ricorre ad equazioni matematiche. Se sono note le posizioni dei giunti, e quindi i valori delle variabili di giunto, l'*Analisi Cinematica Diretta* ricava i corrispondenti valori di posizione e orientamento dell'end effector nello spazio cartesiano. Al contrario, l'*Analisi Cinematica Inversa*, dati la posizione e l'orientamento dell'estremità della catena cinematica nello spazio cartesiano, fornisce i valori delle variabili di giunto che permettono al robot di raggiungere quella determinata configurazione.

Come già detto l'interfaccia grafica creata per il dispositivo Polhemus FASTRAK

può funzionare sostanzialmente in due modalità, in simulazione o in *Real-Time*. Nel primo caso sono noti i valori delle coordinate libere ( $\theta_i, i = 1, \dots, 5$ ), che sono impostati dall'operatore tramite gli opportuni sliders, e quindi anche le matrici  $T_{i,S}, i = 1, \dots, 6$  delle terne di riferimento delle coppie (Analisi Cinematica Diretta); avendo a disposizione anche le matrici di trasformazione dei sensori rispetto alle rispettive terne locali di riferimento, si possono ottenere le matrici di trasformazione dei sensori rispetto alla terna dell'antenna.

$$[T_{s1,S}] = [T_{3,S}][T_{s1,3}]$$

$$[T_{s2,S}] = [T_{6,S}][T_{s2,6}]$$

$$[T_{s1,W}] = [T_{S,W}][T_{s1,S}] \quad (2.1)$$

$$[T_{s2,W}] = [T_{S,W}][T_{s2,S}] \quad (2.2)$$

In questo caso il dispositivo non è in funzione e non avviene quindi una lettura della posizione e dell'orientamento dei sensori rispetto all'antenna, ma le matrici ottenute dalle precedenti equazioni ne forniscono dei valori simulati. Con questi valori viene poi fatto un controllo procedendo nel calcolo inverso e ricavando nuovamente le matrici dei giunti e poi i valori degli angoli delle coppie, al fine di verificare se essi sono uguali a quelli impostati negli sliders e quindi, in ultima analisi, se i calcoli sono stati fatti correttamente (Analisi Cinematica Inversa).

In caso di utilizzo in *Real-time*, è la lettura del dispositivo a fornire le matrici  $T_{s1,W}$  e  $T_{s2,W}$ , che rispecchiano la posizione e l'orientamento dei due sensori collegati all'arto del soggetto; durante la lettura, viene visualizzato il movimento dell'arto, schematizzato come in figura 2.5, e sono riprodotti quasi in tempo reale i movimenti che il soggetto compie. In sostanza, ad intervalli regolari dell'ordine di qualche centesimo di secondo viene effettuata una lettura delle matrici dei sensori, le quali sono poi utilizzate per ottenere le matrici di trasformazione delle terne locali 3 e 6 rispetto al sistema del centro spalla:

$$[T_{3,S}] = [T_{W,S}][T_{s1,W}][T_{s1,3}]^{-1} \quad (2.3)$$

$$[T_{6,S}] = [T_{W,S}][T_{s2,W}][T_{s2,6}]^{-1} \quad (2.4)$$

Ovviamente devono essere note  $T_{W,S} = T_{S,W}^{-1}$  e  $T_{s1,3}$  ( $T_{s2,6}$  per il secondo sensore), ottenute entrambe dalla calibrazione. Dalla 2.3 e dalla 2.4, grazie alla cinematica inversa, si ricavano gli angoli delle coppie cinematiche per quella determinata lettura. I valori delle variabili di coppia sono poi utilizzati per aggiornare la visualizzazione del modello che, ripetendo questa procedura ad ogni lettura dei sensori, sembra quindi seguire in contemporanea gli spostamenti dell'arto del soggetto.

Note le matrici:

$$T_{3,S} = \begin{pmatrix} c\theta_1 c\theta_2 s\theta_3 - s\theta_1 c\theta_3 & c\theta_1 c\theta_2 c\theta_3 + s\theta_1 s\theta_3 & c\theta_1 s\theta_2 & G_b c\theta_1 s\theta_2 \\ s\theta_1 c\theta_2 s\theta_3 + c\theta_1 c\theta_3 & s\theta_1 c\theta_2 c\theta_3 - c\theta_1 s\theta_3 & s\theta_1 s\theta_2 & G_b s\theta_1 s\theta_2 \\ s\theta_2 s\theta_3 & s\theta_2 c\theta_3 & -c\theta_2 & -G_b c\theta_2 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$T_{6,3} = T_{3,S}^{-1} T_{6,S} = \begin{pmatrix} s\theta_4 c\theta_5 & -s\theta_4 s\theta_5 & c\theta_4 & L_{av} c\theta_4 \\ -s\theta_5 & -c\theta_5 & 0 & 0 \\ c\theta_4 c\theta_5 & -c\theta_4 s\theta_5 & -s\theta_4 & -L_{av} s\theta_4 + L_b - G_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

l'analisi cinematica inversa può essere affrontata in due modi completamente diversi: utilizzando le posizioni dei sistemi di riferimento noti, e quindi le coordinate dell'origine del sistema 3 e del sistema 6 rispetto al sistema S, oppure servendosi delle sole orientazioni di tali sistemi. Di seguito sono riportati entrambi i metodi.

### 2.3.1 Cinematica inversa con le posizioni

Viene utilizzata solo la quarta colonna delle matrici  $T_{3,S}$  e  $T_{6,S}$ , quella che contiene le coordinate dell'origine delle terne. Si calcola inizialmente il secondo grado di libertà, in quanto dal suo valore dipendono il primo e il terzo; se  $\theta_2$  è nullo infatti, il modello si trova in una configurazione singolare, per cui gli assi  $z_1$  e  $z_3$  sono antiparalleli (assenza di ab-adduzione). Con il braccio in questa posizione, l'asse verticale della spalla, attorno cui ruota la prima coppia cinematica, si trova a

coincidere con l'asse longitudinale del braccio, su cui ruota la terza coppia, e non è possibile stabilire a quale dei due gradi di libertà attribuire un'eventuale rotazione attorno a tale asse. Ciò rappresenta un limite intrinseco del modello cinematico scelto, che viene aggirato ponendo sempre a zero  $\theta_1$  e  $\theta_3$  quando  $\theta_2 = 0$ .

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\sqrt{T_{3,S}(1,4)^2 + T_{3,S}(2,4)^2}}{-T_{3,S}(3,4)}\right) \quad (2.5)$$

Se  $\theta_2 \neq 0$  si procede al calcolo del primo grado di libertà:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{T_{3,S}(2,4)}{T_{3,S}(1,4)}\right) \quad (2.6)$$

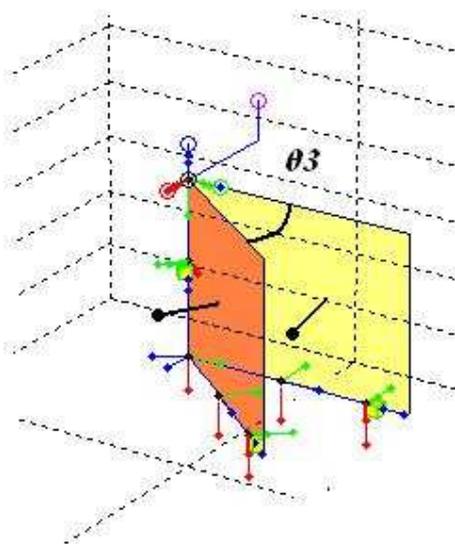


Figura 2.17: calcolo di  $\theta_3$  come angolo compreso tra i vettori ortogonali a due piani particolari.

Per il terzo g.d.l. la procedura di calcolo è più articolata, esso viene calcolato come angolo tra due piani opportunamente scelti (figura 2.17). Il primo piano rappresenta la condizione di riposo per la terza coppia cinematica,  $\theta_3 = 0$ , e lo si ricava a partire dai tre punti seguenti, tutti espressi nel sistema di riferimento della spalla:

- l'origine del sistema della spalla,  $P_{1,S} = (0, 0, 0)^T$ ;

- un generico punto lungo l'asse  $z_2$  espresso dalla terza colonna della matrice  $R_{2,S}$ :

$$R_{2,S} = \begin{pmatrix} c\theta_1 c\theta_2 & c\theta_1 s\theta_2 & -s\theta_1 \\ s\theta_1 c\theta_2 & s\theta_1 s\theta_2 & c\theta_1 \\ s\theta_2 & -c\theta_2 & 0 \end{pmatrix}$$

Il punto ha coordinate pari alle componenti del vettore su cui giace, quindi:

$$P_{2,S} = \left( -\sin \theta_1, \cos \theta_1, 0 \right)^T ;$$

- l'origine del sistema 3,  $P_{3,S} = \left( T_{3,S}(1, 4), T_{3,S}(2, 4), T_{3,S}(3, 4) \right)^T$ .

L'equazione del piano che passa per questi tre punti è:

$$x \left( T_{3,S}(3, 4)c\theta_1 \right) + y \left( T_{3,S}(3, 4)s\theta_1 \right) + z \left( -T_{3,S}(2, 4)s\theta_1 - T_{3,S}(1, 4)c\theta_1 \right) = 0$$

da cui si ricava il vettore ortogonale al piano stesso:

$$V_1 = V_{\theta_3=0} = \begin{pmatrix} T_{3,S}(3, 4)c\theta_1 \\ T_{3,S}(3, 4)s\theta_1 \\ -T_{3,S}(2, 4)s\theta_1 - T_{3,S}(1, 4)c\theta_1 \end{pmatrix}$$

Il secondo piano è riferito al valore corrente assunto dal terzo grado di libertà e coincide col primo piano nel caso in cui tale valore sia nullo. Per avere un piano dipendente dalla prono-supinazione del braccio, sono utilizzati i tre punti riportati di seguito, sempre espressi nel sistema della spalla:

- l'origine del sistema della spalla,  $Q_{1,S} = \left( 0, 0, 0 \right)^T$  ;
- l'origine del sistema 3,  $Q_{2,S} = \left( T_{3,S}(1, 4), T_{3,S}(2, 4), T_{3,S}(3, 4) \right)^T$  ;
- un generico punto lungo l'asse  $x_3$  espresso dai primi tre valori della prima colonna della matrice  $T_{3,S}$ :  $Q_{3,S} = \left( T_{3,S}(1, 1), T_{3,S}(2, 1), T_{3,S}(3, 1) \right)^T$  .

Il vettore ortogonale al piano che incontra questi tre punti è:

$$V_2 = V_{\theta_3 \neq 0} = \begin{pmatrix} T_{3,S}(2, 4)T_{3,S}(3, 1) - T_{3,S}(3, 4)T_{3,S}(2, 1) \\ T_{3,S}(3, 4)T_{3,S}(1, 1) - T_{3,S}(1, 4)T_{3,S}(3, 1) \\ T_{3,S}(1, 4)T_{3,S}(2, 1) - T_{3,S}(2, 4)T_{3,S}(1, 1) \end{pmatrix}$$

L'angolo formato da questi due vettori è proprio  $\theta_3$  e lo si ricava grazie alla definizione di prodotto scalare:

$$V_1 V_2 = \|V_1\| \|V_2\| \cos \theta_3$$

da cui:

$$v_1 v_2 = \cos \theta_3$$

con:

$$v = \frac{V}{\|V\|}$$

Infine, l'angolo della terza coppia cinematica, vale:

$$\theta_3 = \arccos(v_1 v_2) \quad (2.7)$$

Per quanto riguarda  $\theta_4$ , per il suo calcolo sono necessarie le lunghezze di braccio e avambraccio, che devono quindi essere note in precedenza; si calcola inizialmente la distanza tra l'origine della terna S e il secondo sensore:

$$D_{s2,S} = \sqrt{T_{6,S}(1,4)^2 + T_{6,S}(2,4)^2 + T_{6,S}(3,4)^2};$$

grazie al quale si ricava:

$$\theta_4 = \frac{\pi}{2} - \arccos\left(\frac{L_{av}^2 + L_b^2 - D_{s2,S}^2}{2L_{av}L_b}\right) \quad (2.8)$$

che, come già detto, vale zero se l'avambraccio forma con il braccio un angolo retto. Con la cinematica che fa uso solo delle posizioni non è possibile calcolare il quinto grado di libertà, che viene quindi posto a zero qualunque sia il movimento.

### 2.3.2 Cinematica inversa con le orientazioni

Con la cinematica che utilizza le orientazioni vengono ricavate anche le lunghezze di braccio e avambraccio, che non devono quindi essere necessariamente note a priori. Anche in questo caso deve essere tenuta in considerazione la dipendenza che lega  $\theta_1$  e  $\theta_3$  al valore assunto da  $\theta_2$ . Il secondo grado di libertà si calcola come nel caso precedente:

$$\theta_2 = \arctan\left(\frac{\sqrt{T_{3,S}(1,4)^2 + T_{3,S}(2,4)^2}}{-T_{3,S}(3,4)}\right) \quad (2.9)$$

- Se  $\theta_2 = 0$  non è possibile definire  $\theta_1$  e  $\theta_3$  in quanto i loro assi di rotazione hanno direzione coincidente e verso opposto; Si è scelto, in questa situazione, di assegnare l'intera rotazione al primo grado di libertà, mantenendo  $\theta_3$  nullo:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{-T_{3,S}(1,1)}{T_{3,S}(1,2)}\right) \quad (2.10)$$

- Se  $\theta_2 \neq 0$  il problema degli assi coincidenti non si pone e si procede al normale calcolo del primo e del terzo grado di libertà come segue:

$$\theta_1 = \arctan\left(\frac{T_{3,S}(2,3)}{T_{3,S}(1,3)}\right) \quad (2.11)$$

$$\theta_3 = \arctan\left(\frac{T_{3,S}(3,1)}{T_{3,S}(3,2)}\right) \quad (2.12)$$

La procedura per gli ultimi due g.d.l. è semplificata dall'uso della matrice  $T_{6,3}$ , calcolata appositamente:

$$\theta_4 = \arctan\left(\frac{-T_{6,3}(3,3)}{T_{6,3}(1,3)}\right) \quad (2.13)$$

$$\theta_5 = \arctan\left(\frac{T_{6,3}(2,1)}{-T_{6,3}(2,2)}\right) \quad (2.14)$$

Infine, sono ricavate le lunghezze di braccio e avambraccio:

$$G_b = T_{3,S}(3,4)/-\cos(\theta_2); L_{av} = T_{6,3}(1,4)/\cos(\theta_4); L_b = T_{6,3}(3,4) + G_b + L_{av} \sin(\theta_4);$$

$$G_b = \frac{T_{3,S}(3,4)}{-\cos \theta_2} \quad (2.15)$$

$$L_{av} = \frac{T_{6,3}(1,4)}{\cos \theta_4} \quad (2.16)$$

$$L_b = T_{6,3}(3,4) + G_b + L_{av} \sin \theta_4 \quad (2.17)$$

Sia nel caso di cinematica che fa uso di posizioni, che in quella che fa uso delle orientazioni, gli angoli ricavati sono soggetti a controllo per verificare se superano

o meno un certo valore di soglia; Tale valore è molto prossimo allo zero ( $10^{-5}$ ) e, se l'angolo in oggetto ha un valore minore, ad esso viene assegnato il valore nullo. Lo scopo è quello di evitare che valori prossimi allo zero (essendo un caso reale è molto improbabile ottenere valori perfettamente nulli direttamente dalle matrici della cinematica, anche pilotando i movimenti a questo proposito) si propaghino nei calcoli, invalidandone i risultati.

## Capitolo 3

# Interfaccia grafica per Polhemus FASTRAK

Operata la scelta del dispositivo di tracking più adeguato, è necessario servirsi di un'interfaccia grafica che permetta ad un ipotetico utente di usufruire del sistema hardware direttamente dal computer a cui è collegato. In questo progetto lo scopo è quello di ottenere sia informazioni quantitative sulla traiettoria descritta dall'arto superiore (determinare gli angoli delle varie coppie cinematiche di un opportuno modello del braccio), sia una rappresentazione qualitativa dell'effettivo movimento del braccio nel tempo, che risulti il più fedele possibile. È chiaro perciò che i dati forniti dal motion tracker devono essere rielaborati e usati per estrapolarne le informazioni necessarie in opportuni algoritmi, in un modo che risulti agevole per un qualsiasi tipo di utente, con una preparazione minima, effettuare delle misurazioni.

*MATLAB* (Matrix Laboratory) offre l'opportunità di creare interfacce grafiche di supporto ai propri file di programma e, con l'ausilio di apposite librerie, è possibile creare uno scambio di dati con il FASTRAK. Un'interfaccia grafica in Matlab prende il nome di *GUI* (Graphic User Interface).

Lo scopo di questo capitolo è quello di dare una veloce introduzione al funzionamento generale della GUI che è stata costruita ad hoc per il tracking motorio dell'arto superiore, senza soffermarsi troppo sul codice, ma analizzando i risultati e le problematiche affrontate.

### 3.1 Modalità Simulazione

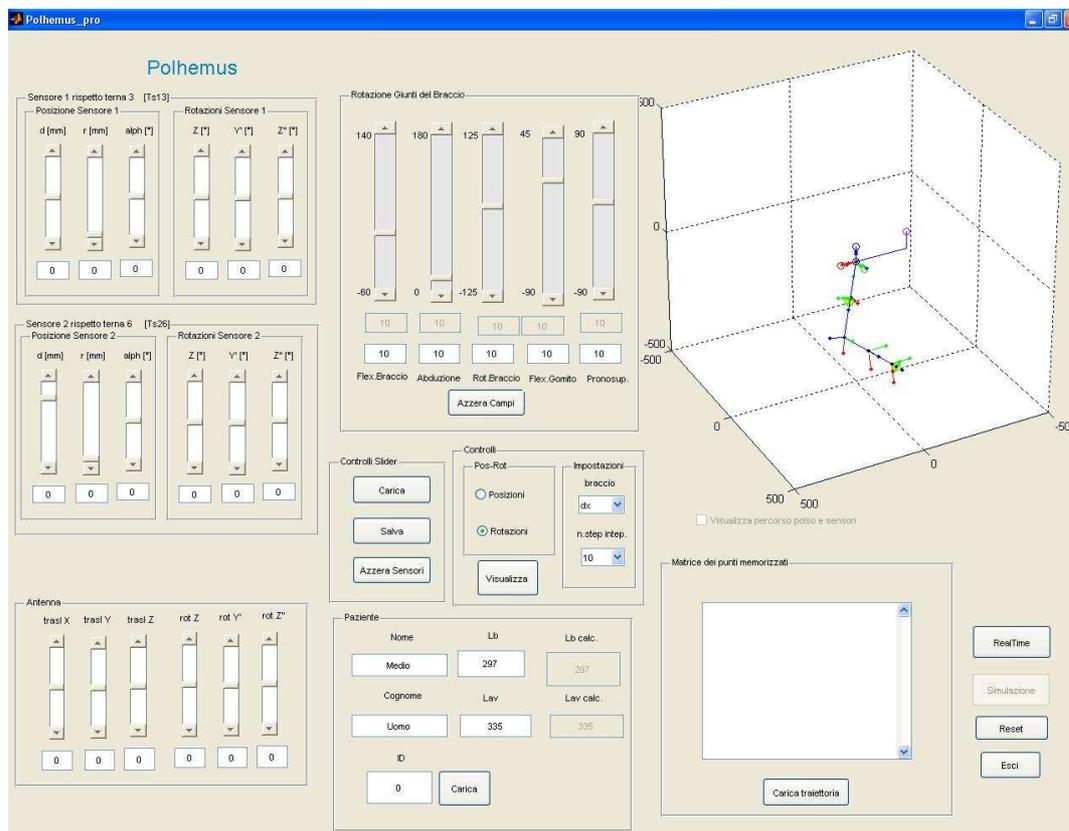


Figura 3.1: GUI *Polhemus\_pro* in modalità simulazione.

la figura 3.1 mostra come si presenta l'interfaccia grafica Polhemus in modalità simulazione, con il disegno del modello cinematico del braccio in alto a destra, su cui saranno rappresentati i movimenti (per una descrizione accurata del modello si veda il capitolo 2). A sinistra, si può vedere la sezione dedicata ai parametri dei sensori e dell'antenna, che vengono ricavati durante la calibrazione (vedi capitolo 4 e capitolo 5). In questa configurazione, di fatto non c'è interazione diretta tra il programma e il dispositivo di tracking, ma viene utilizzata per simulare dei movimenti arbitrari, dettati dall'utente in due possibili modi, che verranno descritti di seguito brevemente.

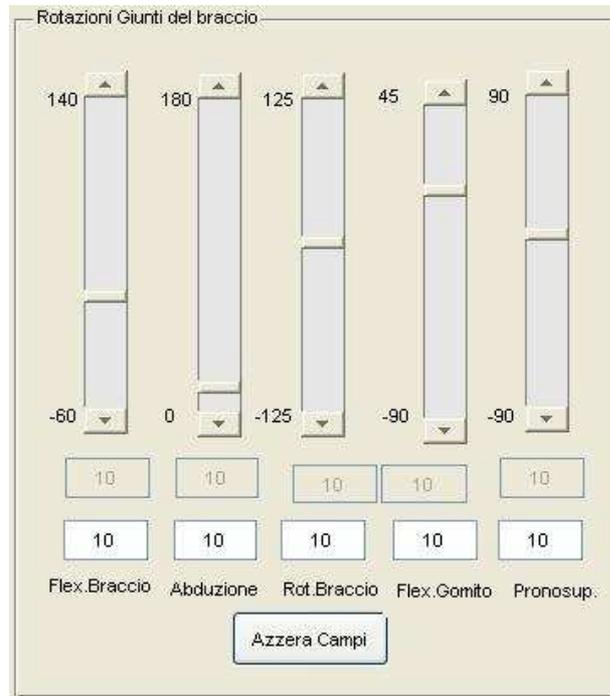


Figura 3.2: comandi slider che variano gli angoli della cinematica.

### 3.1.1 Uso degli slider

Come si può vedere in figura 3.2, ognuno dei 5 gradi di libertà del modello è comandato da uno slider, abbinato ad un edit: è possibile raggiungere la configurazione desiderata percorrendo tutte le posizioni intermedie con lo slider, oppure scrivere direttamente nell'edit il valore dell'angolo in gradi. Inizialmente, tutti gli angoli sono posti a  $10^\circ$ , ma è possibile azzerarli con il pulsante *Azzerza Campi*.

Ad ogni variazione degli slider, il codice associato invoca automaticamente la funzione *plot\_refresh*, la quale aggiorna il disegno e inserisce il nuovo valore degli angoli della cinematica anche negli edit (viceversa, se viene scritto un valore negli edit, oltre al disegno verranno aggiornati gli slider). La funzione *plot\_refresh* si serve di un'altra funzione, *pbraccio5Gdl*, che, a partire dai valori degli angoli della cinematica, traccia il disegno del braccio con relative terne, la rappresentazione dei sensori e dell'antenna.

Inoltre, al fine di mantenere sempre aggiornato il disegno su eventuali variazioni nel posizionamento dei sensori, che si ripercuotono sulla cinematica inversa, ad

ogni suo aggiornamento viene chiamata *matrici\_calc* che ricalcola le matrici dei sensori e dell'antenna rispetto alle terne locali,  $T_{s1,3}$ ,  $T_{s2,6}$  e  $T_{W,S}$ .

### 3.1.2 Traiettorie caricate

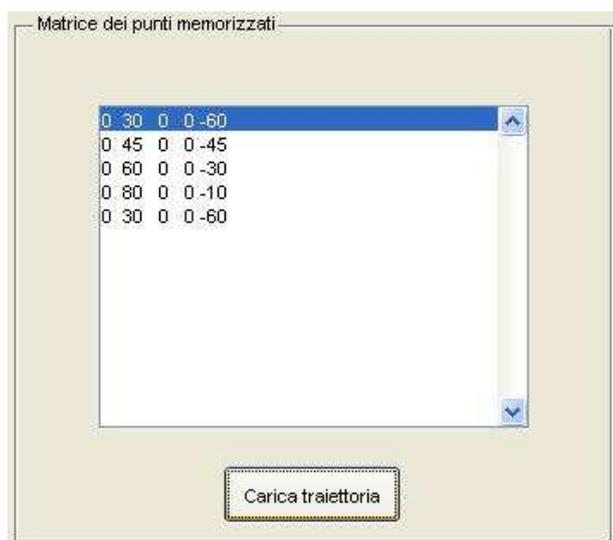


Figura 3.3: sezione della GUI dedicata al caricamento di traiettorie simulate.

Sotto la zona dedicata al disegno, vi è una sezione in cui possono essere caricate delle traiettorie preimpostate e salvate in opportune matrici: cliccando sul pulsante *Carica Traiettoria* si apre una finestra dalla quale l'utente può selezionare la traiettoria desiderata da una cartella dedicata. La figura 3.3 mostra come appare tale sezione nel caso in cui sia stata caricata una traiettoria (abduzione): ad ogni colonna della matrice contenuta nel riquadro è associato uno dei cinque gradi di libertà, mentre ogni riga rappresenta un punto della traiettoria. I punti della traiettoria in questo caso sono solo 5, ma vengono portati ad un numero maggiore, tramite interpolazione spline; L'utente può scegliere tra 10, 20, 50 e 100 punti: in questo modo l'andamento del braccio nel tempo appare più smooth e quindi realistico.

La gestione della rappresentazione grafica è affidata alla funzione *disegno*, mentre l'interpolazione dei punti della traiettoria avviene ad opera di *traj\_calc*.

Al termine del movimento, si apre automaticamente una figura contenente i grafici degli andamenti dei vari g.d.l. nel tempo per la traiettoria appena effettuata.

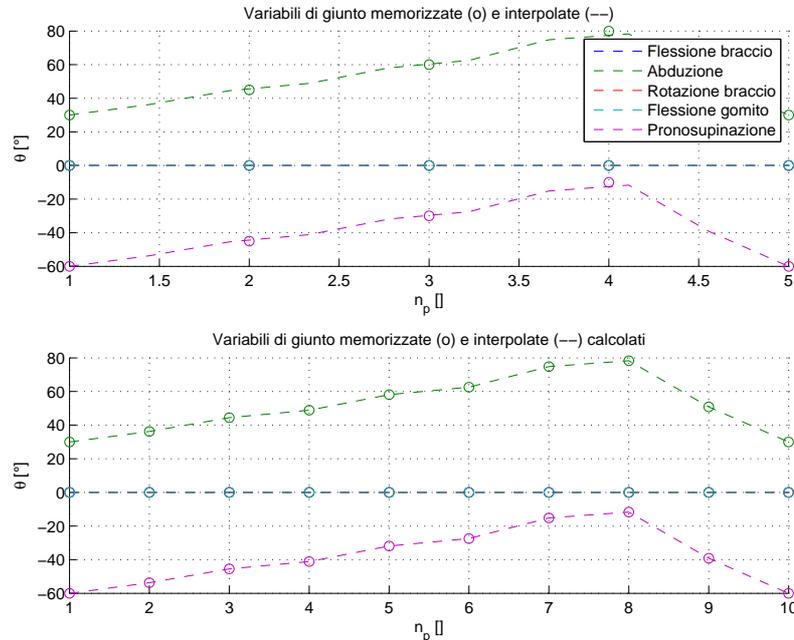


Figura 3.4: esempio di grafico per una traiettoria simulata (abduzione).

## 3.2 Modalità Real-Time

In questa configurazione, attivata con il comando *Real Time* in basso a sinistra, la GUI *Polhemus\_pro* assume un aspetto diverso, in quanto spariscono la sezione dedicata alle matrici delle traiettorie simulate e quella contenente i comandi per modificare gli angoli della cinematica. Al loro posto compaiono rispettivamente i comandi per eseguire la calibrazione (vedi capitoli 4 e 5) e un pannello dedicato alla lettura del Polhemus e alla riproduzione delle traiettorie reali eseguite.

All'interno di questo pannello, compare il pulsante *Lettura*, che avvia la lettura dei dati inviati dal Polhemus FASTRAK e fa la visualizzazione in tempo reale dei movimenti effettuati dall'arto superiore. Quando tale pulsante è premuto, l'interfaccia funziona in modalità *Online*, altrimenti si tratta di funzionamento in *Offline*.

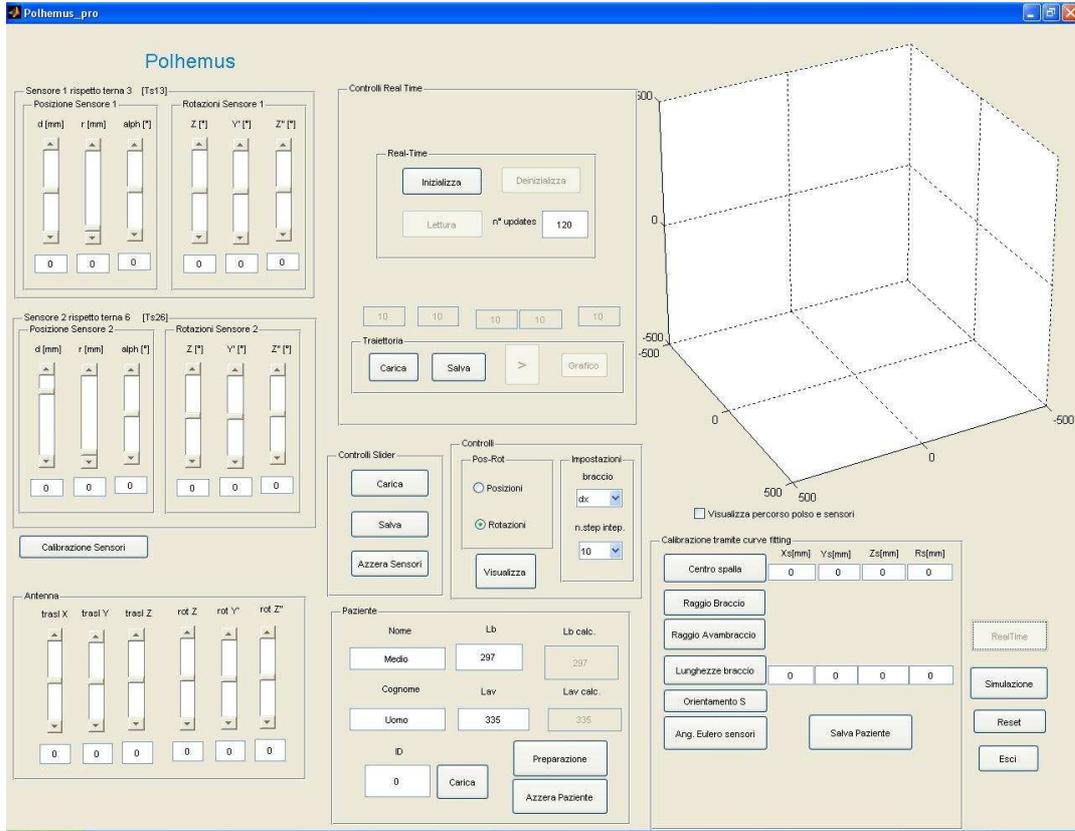


Figura 3.5: GUI *Polhemus\_pro* in modalità real-time.

### 3.2.1 Funzionamento Online

Per visualizzare i movimenti che l'arto superiore compie in tempo reale bisogna innanzitutto inizializzare il FASTRAK tramite il pulsante *Inizializza*: servendosi della function *PLHMS\_initialize* il dispositivo viene messo in condizione di scambiare dati con il computer.

Prima di iniziare la lettura, è necessario che siano impostati i valori di calibrazione dei sensori e dell'antenna, da cui vengono poi ricavate le matrici  $T_{s1,3}$ ,  $T_{s2,6}$  e  $T_{W,S}$  indispensabili alla cinematica inversa, e i valori delle lunghezze di braccio e avambraccio del soggetto su cui eseguire il tracking. Vi sono due possibili strade a questo punto: procedere con la calibrazione oppure, se si hanno già a disposizione dei parametri compatibili con quel dato soggetto, caricarli con il pulsante *Carica* del pannello *Controlli Slider* (figura 3.5). Nel caso in cui si voglia calibrare il soggetto, i suoi parametri (comprensivi di lunghezze di braccio e avambraccio e

posizionamento dei sensori) potranno poi essere salvati con entrambe le tipologie di calibrazione implementate nella cartella *Real\_Traj*. Nel caso in cui si voglia caricare dei parametri salvati in precedenza invece, è possibile caricare separatamente i parametri di sensori e antenna da quelli propri del soggetto (pulsante *Carica Paziente*).

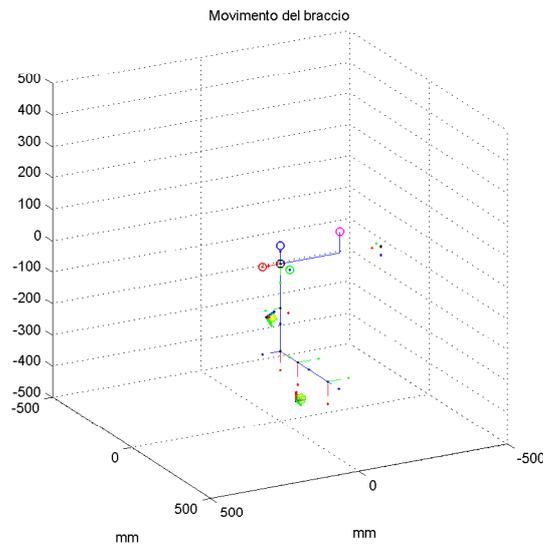


Figura 3.6: caricamento di un paziente salvato.

Nel momento in cui viene caricato un paziente, si apre automaticamente una figura con il modello cinematico del braccio le cui lunghezze rispecchiano, in scala, quelle del soggetto selezionato (figura 3.6). Premendo il pulsante *Lettura*, il braccio in figura segue i movimenti del soggetto a cui sono collegati i sensori del FASTRAK e, se i parametri di calibrazione rispecchiano il reale posizionamento dei sensori e il set-up generale del test, si ottiene una riproduzione fedele in tempo reale delle traiettorie eseguite.

La lettura è effettuata tramite un elemento *Timer*, il quale, con una cadenza di qualche centesimo di secondo, chiama la funzione *Timer\_callback* che ogni volta acquisisce le matrici di trasformazione dei due sensori rispetto all'antenna e, con i parametri a disposizione, fa l'analisi cinematica inversa, ricava i valori delle coordinate ai giunti e aggiorna la figura.

### 3.2.2 Funzionamento Offline



Figura 3.7: pannello dedicato alle traiettorie reali.

Un movimento eseguito durante il funzionamento Online altro non è che una collezione di valori degli angoli della cinematica per determinati istanti di tempo. Al termine della lettura, che avviene con il pulsante *Stop*, si può salvare la traiettoria appena descritta con il pulsante *Salva* nel pannello *Traiettoria* (figura 3.7); assieme alla matrice dei valori assunti dalle variabili di coppia, vengono salvati i riferimenti al soggetto con cui si è svolto il test e ai valori dei parametri dei sensori e dell'antenna, in modo che ogni traiettoria sia associata alle condizioni in cui è stata registrata (è comunque possibile caricare un altro paziente e altri parametri in modo indipendente).

Nel funzionamento in Offline, si possono riprodurre le traiettorie reali precedentemente salvate, caricandole con il pulsante *Carica* e avviando la visualizzazione con ">".

Anche in questo caso viene attivato un timer, che invoca però la funzione *Disegno\_callback* e la rappresentazione del movimento del braccio avviene direttamente sulla figura della GUI. È possibile scegliere il numero di updates e quindi il numero di frames consecutivi con cui costruire l'immagine in movimento: i punti della traiettoria salvata saranno interpolati per avere il numero di campioni necessario.

Al termine della visualizzazione della traiettoria, si apre automaticamente una figura con il grafico degli andamenti dei diversi g.d.l. nel tempo. Esso può anche essere aperto con il pulsante *Grafico* subito dopo aver caricato la traiettoria, nel caso non si desideri prendere visione del movimento qualitativamente, ma solo quantitativamente. Generalmente, il grafico di una traiettoria acquisita dal FASTRAK appare meno preciso rispetto a un grafico di traiettoria simulata e con

un andamento più frastagliato, dovuto alle piccole vibrazioni e alle imperfezioni che caratterizzano un movimento reale.

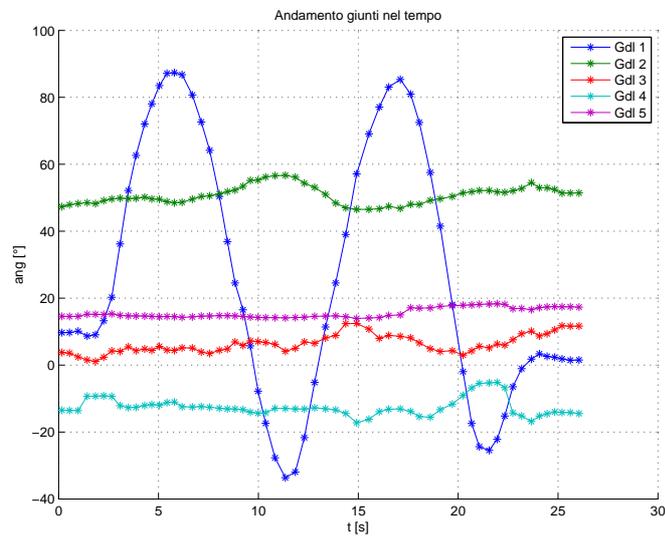


Figura 3.8: esempio di grafico di traiettoria reale per  $\theta_1$ .



# Capitolo 4

## Calibrazione analitica

Il primo approccio seguito per ottenere la calibrazione dei sensori si basa essenzialmente sulla velocità e sulla semplicità di calcolo. Lo scopo era quello di implementare un algoritmo che potesse fornire tutte le variabili richieste dal problema con il minor numero di movimenti possibile, auspicabilmente uno soltanto. Per fare ciò, è stato necessario imporre delle semplificazioni più o meno restrittive, che limitano l'applicabilità di questo metodo a particolari condizioni di utilizzo.

### 4.1 Calcolo dei parametri dei sensori

Al momento della definizione del modello cinematico da utilizzare per rappresentare il braccio, si è scelto di fare riferimento alle terne 3 e 6 come punti rispetto ai quali definire il posizionamento e l'orientazione rispettivamente del primo e del secondo sensore. La generica matrice di roto-traslazione da una di queste due terne del modello al sistema di riferimento dell'antenna può essere ricavata in due modi, da cui derivano le seguenti equazioni:

$$[T_{S,W}][T_{3,S}] = [T_{s1,W}][T_{3,s1}] = [T_{3,W}] \quad (4.1)$$

$$[T_{S,W}][T_{6,S}] = [T_{s2,W}][T_{6,s2}] = [T_{6,W}] \quad (4.2)$$

dove la generica matrice  $T_{i,j}$  è la matrice di roto-traslazione che contiene i coseni direttori del sistema di riferimento  $i$  nel sistema di riferimento  $j$ . Siano inoltre:  $W$  la terna dell'antenna,  $S$  la terna della spalla e  $s1$ ,  $s2$  rispettivamente

la terna del primo e del secondo sensore.

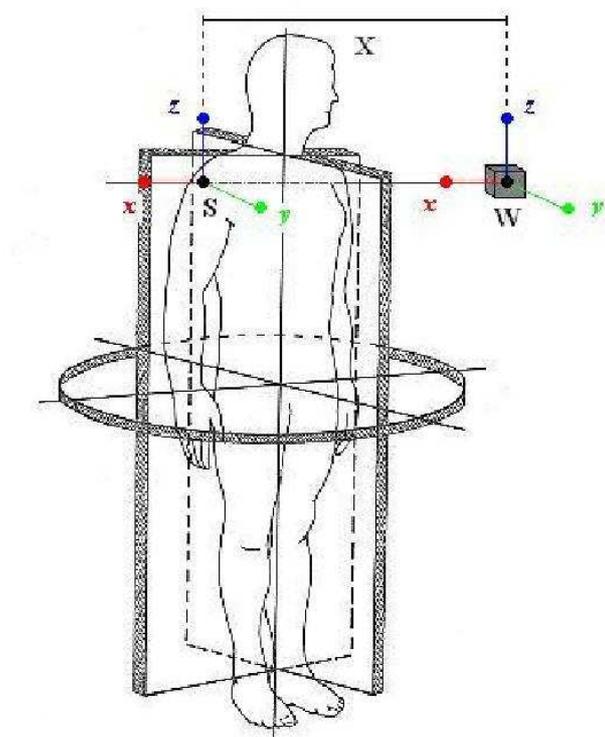


Figura 4.1: disposizione dell'antenna del FASTRAK rispetto al soggetto nella calibrazione analitica.

Questo approccio utilizza la 4.1 e la 4.2 come base di partenza, semplificando i calcoli mediante una serie di assunzioni e di ipotesi. In primo luogo, se durante il test l'antenna è posizionata affianco al soggetto, all'altezza della spalla, in modo da essere allineata come in figura 4.1 e se si assume che la terna  $W$  sia orientata esattamente come la terna  $S$ , la matrice  $T_{S,W}$  assume la seguente forma:

$$T_{S,W} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & Y \\ 0 & 0 & 1 & Z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & X \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### 4.1.1 Primo sensore

Dall'equazione 4.1 ricavo la forma utile:

$$[T_{S,W}][T_{3,S}][T_{s1,3}] = [T_{s1,W}] \quad (4.3)$$

dove la matrice  $T_{s1,W}$  è fornita dalla lettura dello strumento ed è quindi completamente nota a priori. Ipotizzando di essere nella condizione in cui tutti gli angoli del modello cinematico si trovano ad essere nulli (*condizione di riposo*), la matrice  $T_{3,S}$  assume la forma particolare:

$$T_{3,S} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & -G_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

mentre la matrice le cui colonne sono i coseni direttori del frame del sensore rispetto a quello della terna 3 ha la seguente rappresentazione:

$$T_{s1,3} = \begin{pmatrix} c\phi_1 c\psi_1 c\xi_1 - s\phi_1 s\xi_1 & -c\phi_1 c\psi_1 s\xi_1 - s\phi_1 c\xi_1 & c\phi_1 s\psi_1 & r_1 c\alpha_1 \\ s\phi_1 c\psi_1 c\xi_1 + c\phi_1 s\xi_1 & -s\phi_1 c\psi_1 s\xi_1 + c\phi_1 c\xi_1 & s\phi_1 s\psi_1 & r_1 s\alpha_1 \\ -s\psi_1 c\xi_1 & s\psi_1 s\xi_1 & c\psi_1 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A questo punto, l'equazione matriciale 4.3 può essere scritta come:

$$T_{s1,W} = \begin{pmatrix} s\phi_1 c\psi_1 c\xi_1 + c\phi_1 s\xi_1 & -s\phi_1 c\psi_1 s\xi_1 + c\phi_1 c\xi_1 & s\phi_1 s\psi_1 & r_1 s\alpha_1 + X \\ c\phi_1 c\psi_1 c\xi_1 - s\phi_1 s\xi_1 & -c\phi_1 c\psi_1 s\xi_1 - s\phi_1 c\xi_1 & c\phi_1 s\psi_1 & r_1 c\alpha_1 \\ s\psi_1 c\xi_1 & -s\psi_1 s\xi_1 & -c\psi_1 & -d_1 - G_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si possono quindi ricavare i parametri di posizionamento del sensore:

$$d_1 = -(T_{s1,W}(3,4) + G_b) \quad (4.4)$$

$$r_1 \sin \alpha_1 = T_{s1,W}(1,4) - X$$

$$r_1 \cos \alpha_1 = T_{s1,W}(2,4)$$

$$r_1 = \sqrt{(T_{s1,W}(1,4) - X)^2 + T_{s1,W}(2,4)^2} \quad (4.5)$$

$$\alpha_1 = \arctan\left(\frac{T_{s1,W}(1,4) - X}{T_{s1,W}(2,4)}\right) \quad (4.6)$$

Per quanto riguarda gli angoli di Eulero, si ha:

$$\psi_1 = \arccos\left(-T_{s1,W}(3,3)\right) \quad 0 < \psi_1 < \pi \quad (4.7)$$

si definisce una variabile ausiliare  $\epsilon$  tale che:

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{T_{s1,W}(3,2)}{-\sin\psi_1}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

se  $T_{s1,W}(3,1) \geq 0 \implies \cos\xi_1 \geq 0$ :

$$\xi_1 = \epsilon \quad (4.8)$$

se invece  $T_{s1,W}(3,1) < 0 \implies \cos\xi_1 < 0$ :

$$\xi_1 = \pi - \epsilon \quad (4.9)$$

Analogamente, nel calcolo dell'angolo  $\phi_1$ , ridefinisco la variabile  $\epsilon$  come:

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{T_{s1,W}(1,3)}{\sin\psi_1}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

se  $T_{s1,W}(2,3) \geq 0 \implies \cos\phi_1 \geq 0$ :

$$\phi_1 = \epsilon \quad (4.10)$$

se invece  $T_{s1,W}(2,3) < 0 \implies \cos\phi_1 < 0$ :

$$\phi_1 = \pi - \epsilon \quad (4.11)$$

La rappresentazione di una rotazione attraverso angoli di Eulero cade in fallo nel caso in cui  $T_{s1,W}(3,3) = 1$ . In tale caso infatti si ha  $\psi_1 = k\pi$  e non è più possibile definire gli altri due angoli, ma solo la loro somma (fenomeno di *Gimbal-lock*). Questa singolarità viene facilmente evitata nel caso reale, dove è improbabile ottenere valori interi da misure dirette e quindi sarà sempre  $T_{s1,W}(3,3) \neq 1$ .

### 4.1.2 Secondo sensore

Per il secondo sensore i calcoli sono del tutto analoghi a quelli appena svolti, salvo il fatto che entrano in gioco anche gli angoli  $\theta_4$  e  $\theta_5$ , anch'essi posti a zero per permettere il calcolo diretto dei parametri dalle equazioni matriciali. Dalla 4.2 ricavo la forma utile:

$$[T_{S,W}][T_{6,S}][T_{s2,6}] = [T_{s2,W}] \quad (4.12)$$

La matrice  $T_{6,S}$  assume, in condizioni di riposo della cinematica del braccio, la seguente forma:

$$T_{6,S} = \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & L_{av} \\ -1 & 0 & 0 & -L_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice  $T_{s1,6}$  ha forma del tutto analoga alla  $T_{s1,3}$ , quindi l'equazione 4.12 si può scrivere:

$$T_{s2,W} = \begin{pmatrix} -s\phi_2 c\psi_2 c\xi_2 - c\phi_2 s\xi_2 & s\phi_2 c\psi_2 s\xi_2 - c\phi_2 c\xi_2 & -s\phi_2 s\psi_2 & -r_2 s\alpha_2 + X \\ -s\psi_2 c\xi_2 & s\psi_2 s\xi_2 & c\psi_2 & d_2 + L_{av} \\ -c\phi_2 c\psi_2 c\xi_2 + s\phi_2 s\xi_2 & c\phi_2 c\psi_2 s\xi_2 + s\phi_2 c\xi_2 & -c\phi_2 s\psi_2 & -r_2 c\alpha_2 - L_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si può ora procedere come per il primo sensore:

$$d_2 = T_{s2,W}(3, 4) - L_{av} \quad (4.13)$$

$$-r_2 \sin \alpha_2 = T_{s2,W}(1, 4) - X$$

$$-r_2 \cos \alpha_2 = T_{s2,W}(3, 4) + L_b$$

$$r_2 = \sqrt{(T_{s2,W}(1, 4) - X)^2 + (T_{s2,W}(3, 4) + L_b)^2} \quad (4.14)$$

$$\alpha_2 = \arctan \left( \frac{T_{s2,W}(1, 4) - X}{T_{s2,W}(3, 4) + L_b} \right) \quad (4.15)$$

$$\psi_2 = \arccos\left(T_{s2,W}(2,3)\right) \quad 0 < \psi_2 < \pi \quad (4.16)$$

si definisce una variabile ausiliare  $\epsilon$  tale che:

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{T_{s2,W}(1,3)}{-\sin\psi_2}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

se  $T_{s2,W}(3,3) \geq 0 \implies \cos\phi_2 \leq 0$ :

$$\phi_2 = \pi - \epsilon \quad (4.17)$$

se invece  $T_{s2,W}(3,3) < 0 \implies \cos\phi_2 > 0$ :

$$\phi_2 = \epsilon \quad (4.18)$$

Per  $\xi_2$ , ridefinisco la variabile  $\epsilon$  come:

$$\epsilon = \arcsin\left(\frac{T_{s2,W}(2,2)}{\sin\psi_2}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

se  $T_{s2,W}(2,1) \geq 0 \implies \cos\xi_2 \leq 0$ :

$$\xi_2 = \pi - \epsilon \quad (4.19)$$

se invece  $T_{s2,W}(2,1) < 0 \implies \cos\xi_2 > 0$ :

$$\xi_2 = \epsilon \quad (4.20)$$

Come per il primo sensore, anche in questo caso la rappresentazione mediante angoli di Eulero presenta il problema del Gimbal-lock dovuto ad una singolarità per  $T_{s2,W}(2,3) = 1$ , caso in cui si ha  $\psi_2 = 0$ . Anche questa volta, per lo stesso motivo, il problema è trascurabile e non viene preso in considerazione.

## 4.2 Calcolo dei parametri del soggetto

Per ricavare le lunghezze di braccio e avambraccio del soggetto, l'algoritmo implementato sfrutta l'ipotesi di allineamento tra l'antenna del FASTRAK e il centro della spalla. Si può così assumere che le coordinate in  $y$  e  $z$  dei sensori rispetto

alla terna  $S$  siano uguali alle coordinate in  $y$  e  $z$  degli stessi rispetto all'antenna. Dato che non è possibile avere misure a valle del secondo sensore, la sua posizione è stata presa come estremo inferiore dell'avambraccio, mentre quello superiore è rappresentato dal gomito (di conseguenza si dovrebbe sempre ottenere idealmente  $d_2 = 0$ ). Per quanto riguarda il braccio invece, i due estremi sono rappresentati da gomito e centro della spalla. In figura 4.2 è raffigurata la procedura di calcolo adottata:

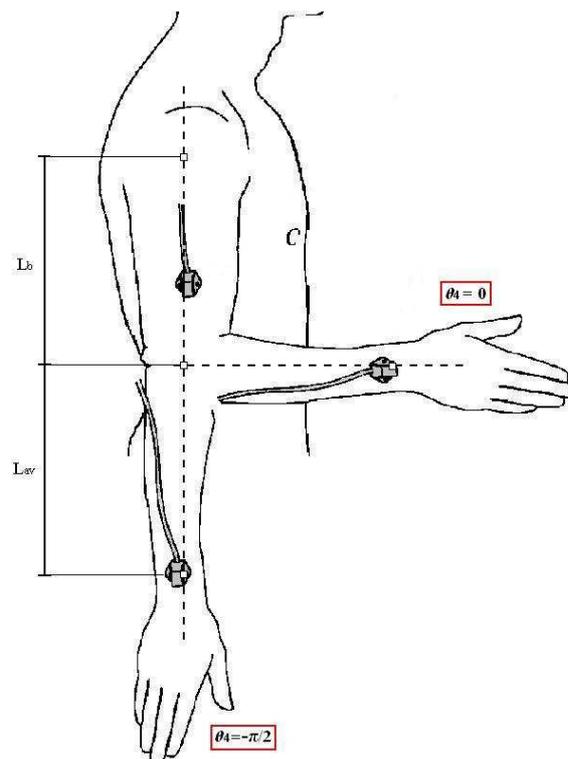


Figura 4.2: calibrazione delle lunghezze di braccio e avambraccio del soggetto utilizzando due diverse posizioni, con braccio flesso ad angolo retto e con braccio completamente disteso.

Per  $\theta_4 = -\frac{\pi}{2}$  viene misurata la coordinata in  $z_W$  del secondo sensore. Si ha:

$$|z_{W,-90}| = z_S = L_b + L_{av} \quad (4.21)$$

Per  $\theta_4 = 0$  invece vengono misurate le coordinate in  $y_W$  e  $z_W$  del secondo sensore.

$$|y_{W,0}| = y_S = L_{av} \quad (4.22)$$

$$|z_{W,0}| = z_S = L_b \quad (4.23)$$

Dopo aver effettuato le misure, viene fatta una verifica sulla consistenza delle stesse confrontando i valori ottenuti per  $\theta_4 = 0$  e  $\theta_4 = -\frac{\pi}{2}$ . Per poter essere accettati dall'algorithm, i valori delle lunghezze devono essere tali che:

$$|z_{W,-90}| - K \geq |z_{W,0}| + |y_{W,0}| \leq |z_{W,-90}| + K \quad (4.24)$$

dove  $K$  è un valore di tolleranza espresso in millimetri che tiene conto dell'errore di misura dello strumento e di un eventuale piccolo scostamento di  $\theta_4$  dai valori ideali. Viene di seguito riportato il codice che svolge questa funzione:

```
function pushbutton36_Callback(hObject, eventdata, handles)
%calibrazione dei parametri del paziente tramite lettura dei dati in
%configurazioni particolari dei giunti:
%1) braccio disteso lungo il corpo e premi 'Preparazione';
%2) braccio piegato a 90°, premi Calibrazione Paziente e muovi leggermente
%finchè non avviene acquisizione;
global Z_s2_1;
Z_s2_2=0;
Y_s2_2=0;
if strcmp(get(handles.pushbutton36,'String'),'Preparazione')
    set(handles.pushbutton36,'String','Calibrazione Paz');
    [handles.Ts1W,handles.Ts2W]=PLHMS_Leggi_T();
    %trasformo in millimetri
    handles.Ts1W(1:3,4)=handles.Ts1W(1:3,4)*10;
```

```

handles.Ts2W(1:3,4)=handles.Ts2W(1:3,4)*10;
Z_s2_1=abs(handles.Ts2W(3,4));
else if strcmp(get(handles.pushbutton36,'String'),'Calibrazione Paz')
    set(handles.pushbutton36,'String','Salva Paz');
    while (abs(Z_s2_1-Z_s2_2-Y_s2_2)>10)
        [handles.Ts1W,handles.Ts2W]=PLHMS_Leggi_T();
        %trasformo in millimetri
        handles.Ts1W(1:3,4)=handles.Ts1W(1:3,4)*10;
        handles.Ts2W(1:3,4)=handles.Ts2W(1:3,4)*10;
        Z_s2_2=abs(handles.Ts2W(3,4));
        Y_s2_2=abs(handles.Ts2W(2,4));
    end
    set(handles.edit_braccio,'String',Z_s2_2);
    set(handles.edit_avambraccio,'String',Y_s2_2);
else if strcmp(get(handles.pushbutton36,'String'),'Salva Paz')
    set(handles.pushbutton36,'String','Preparazione');
    Lb=str2num(get(handles.edit_braccio,'String'));
    Lav=str2num(get(handles.edit_avambraccio,'String'));
    salva_paz_cal(Lb,Lav,handles);
end
end
end
end

```

La prima condizione del codice *'if...else...end'* è verificata la prima volta che viene premuto il pulsante: il braccio si trova ad essere completamente disteso e la posizione del secondo sensore indica la sua lunghezza completa. La seconda condizione è verificata quando viene premuto per la seconda volta il pulsante dopo aver piegato a 90° l'avambraccio. Il ciclo *'for...end'* al suo interno opera il confronto descritto in precedenza e successivamente inserisce i valori finali negli edit della GUI. Alla terza pressione del pulsante, il programma salva il paziente appena calibrato nella directory *Pazienti*.

Una volta ricavati  $L_b$  e  $L_{av}$  è immediato ottenere i valori dei baricentri in quanto

per il loro calcolo sono utilizzate le formule  $G_b = 0.4498L_b$  e  $G_{av} = 0.4274L_{av}$  note in letteratura.

### 4.3 Validazione su fantoccio

L'algoritmo descritto è stato testato su di un fantoccio di legno a *7g.d.l* (due sono stati bloccati per farlo aderire al modello cinematico utilizzato) e, dopo aver ricavato i valori dei parametri con la calibrazione, sono stati effettuati movimenti isolati per ogni singolo grado di libertà. Dal riscontro diretto tra i valori dei parametri calibrati con l'algoritmo e quelli misurati manualmente sul fantoccio e dall'analisi visiva dei grafici ottenuti dai test si è potuto valutare l'efficacia del metodo implementato.

Questo approccio presenta dei problemi di applicabilità quando lo si utilizza nei test su persona, in quanto si basa su assunzioni piuttosto forti e difficilmente verificabili nel caso reale, e risulta quindi poco affidabile:

1. Innanzitutto, non conoscendo con precisione la posizione del centro di rotazione della spalla, non è possibile posizionare l'antenna del dispositivo in modo che sia perfettamente allineata con essa;
2. Gli angoli della cinematica vengono posti teoricamente a zero per semplificare le matrici e ottenere la soluzione in forma chiusa del problema della calibrazione, ma nella realtà tali condizioni non possono essere verificate. È infatti poco plausibile che si riesca a raggiungere con precisione lo zero in tutti i gradi di libertà dell'arto superiore o anche solo a verificare la posizione degli stessi in fase di calibrazione.
3. Queste fonti di incertezza generano delle imprecisioni nella calibrazione, che possono essere identificate sia confrontando direttamente i valori dei parametri calibrati in un fantoccio di legno con quelli misurati manualmente, sia visionando i grafici relativi ai movimenti isolati dei vari gradi di libertà. A generare alcuni errori visibili in tali grafici infatti è proprio un'inesatta calibrazione.

### 4.3.1 Confronto dei parametri di calibrazione

Nella seguente tabella sono riportati i valori dei parametri calibrati rispetto a quelli misurati manualmente (per quanto riguarda gli angoli, i valori sono indicativi). É evidente come alcuni parametri abbiano bisogno di essere stimati più accuratamente, ma i valori possono dirsi accettabili, rendendo questo metodo utile per eseguire test veloci sul fantoccio di legno. Come già visto, i parametri dell'antenna non vengono calcolati, ma si fa affidamento sui valori misurati.

|                        |                    | Misurati<br>manualmente | Calcolati<br>analiticamente | Diff.<br>[%] |
|------------------------|--------------------|-------------------------|-----------------------------|--------------|
| Parametri soggetto     | $L_b[mm]$          | 290                     | 292.08                      | 0.71%        |
|                        | $L_{av}[mm]$       | 260                     | 243.68                      | -6.28%       |
| Posizionamento $s_1$   | $d_1[mm]$          | 50                      | 36.86                       | -26.28%      |
|                        | $r_1[mm]$          | 48                      | 51.95                       | 8.23%        |
|                        | $\alpha_1[^\circ]$ | 100                     | 105.86                      | 5.86%        |
| Angoli di Eulero $s_1$ | $\phi_1[^\circ]$   | -90                     | -80.28                      | -10.80%      |
|                        | $\psi_1[^\circ]$   | 90                      | 87.97                       | -2.26%       |
|                        | $\xi_1[^\circ]$    | 90                      | 91.54                       | 1.71%        |
| Posizionamento $s_2$   | $d_2[mm]$          | 0                       | -1.82                       | ...          |
|                        | $r_2[mm]$          | 25                      | 37.132                      | 48.53%       |
|                        | $\alpha_2[^\circ]$ | -90                     | -83.60                      | -7.11%       |
| Angoli di Eulero $s_2$ | $\phi_2[^\circ]$   | 90                      | 82.66                       | -8.16%       |
|                        | $\psi_2[^\circ]$   | 90                      | 88.11                       | -2.10%       |
|                        | $\xi_2[^\circ]$    | 90                      | 95.25                       | 5.83%        |
| Parametri antenna      | $Trasl.x[mm]$      | -455                    | ...                         | ...          |
|                        | $Trasl.y[mm]$      | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Trasl.z[mm]$      | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.x[^\circ]$    | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.y'[^\circ]$   | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.z''[^\circ]$  | 0                       | ...                         | ...          |

## 4.3.2 Grafici dei movimenti

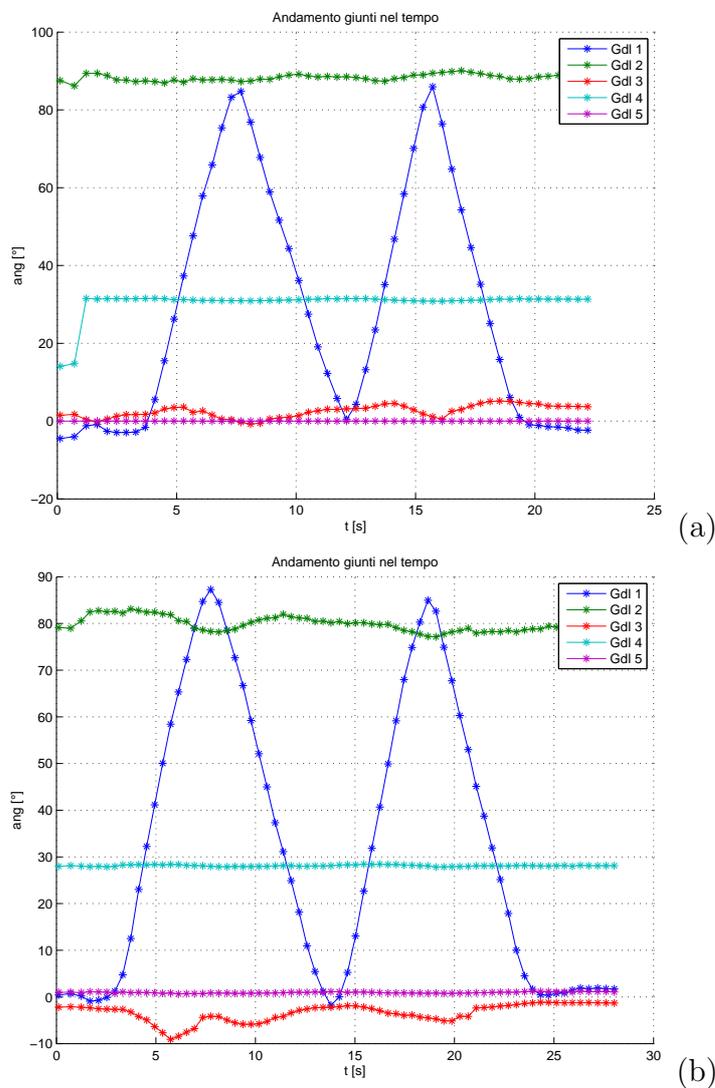


Figura 4.3: Primo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni. C'è una lieve variazione di  $\theta_3$  indipendente dal movimento di  $\theta_1$ , probabilmente dovuta ad oscillazioni reali del fantoccio durante il test, così come per  $\theta_2$ ; (b) cinematica inversa con rotazioni. Il comportamento è del tutto analogo al caso con posizioni.

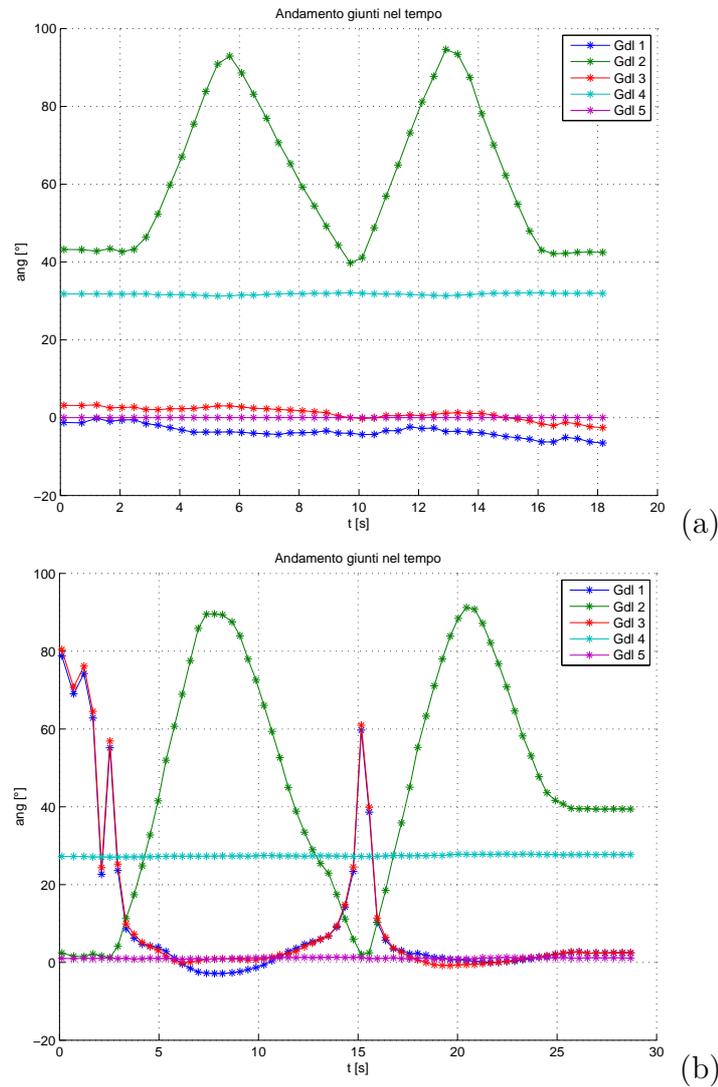


Figura 4.4: Secondo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni. I gradi di libertà non coinvolti rimangono praticamente costanti, a prova del fatto che il problema riscontrato in  $\theta_1$  e  $\theta_3$  non sussiste se  $\theta_2$  non scende sotto una certa soglia; (b) cinematica inversa con rotazioni. Se  $\theta_2$  raggiunge valori bassi, si ha un errore nel calcolo di  $\theta_1$  e  $\theta_3$  (si può notare che l'errore si presenta quando  $\theta_2$  scende sotto i  $10^\circ$ ).

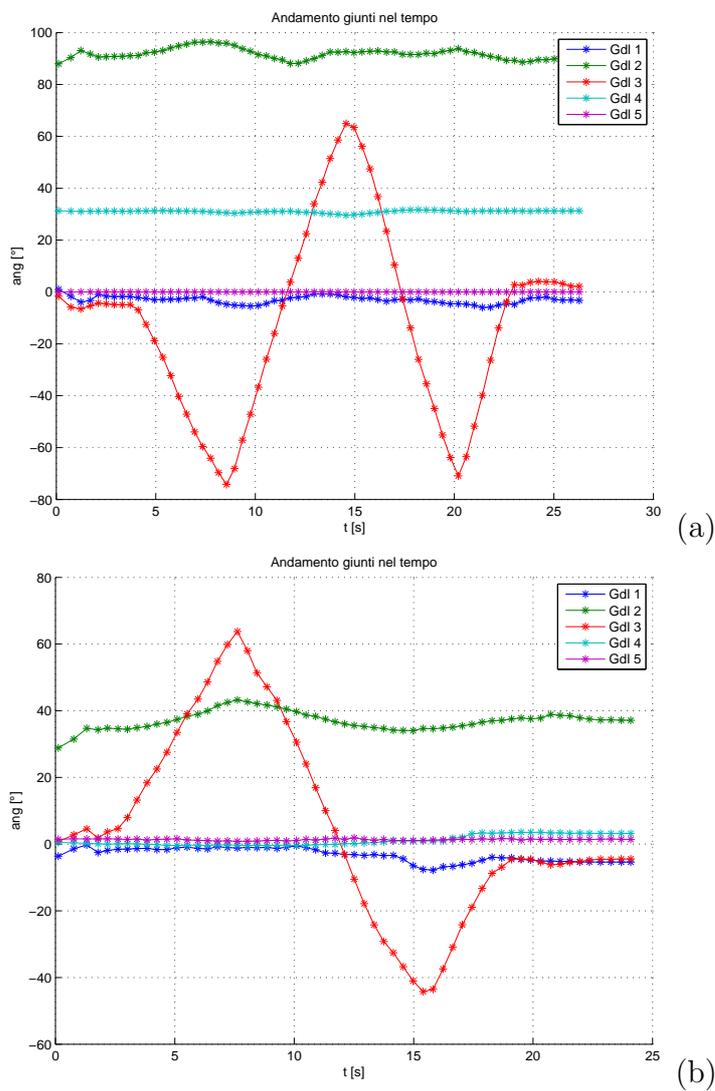


Figura 4.5: Terzo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

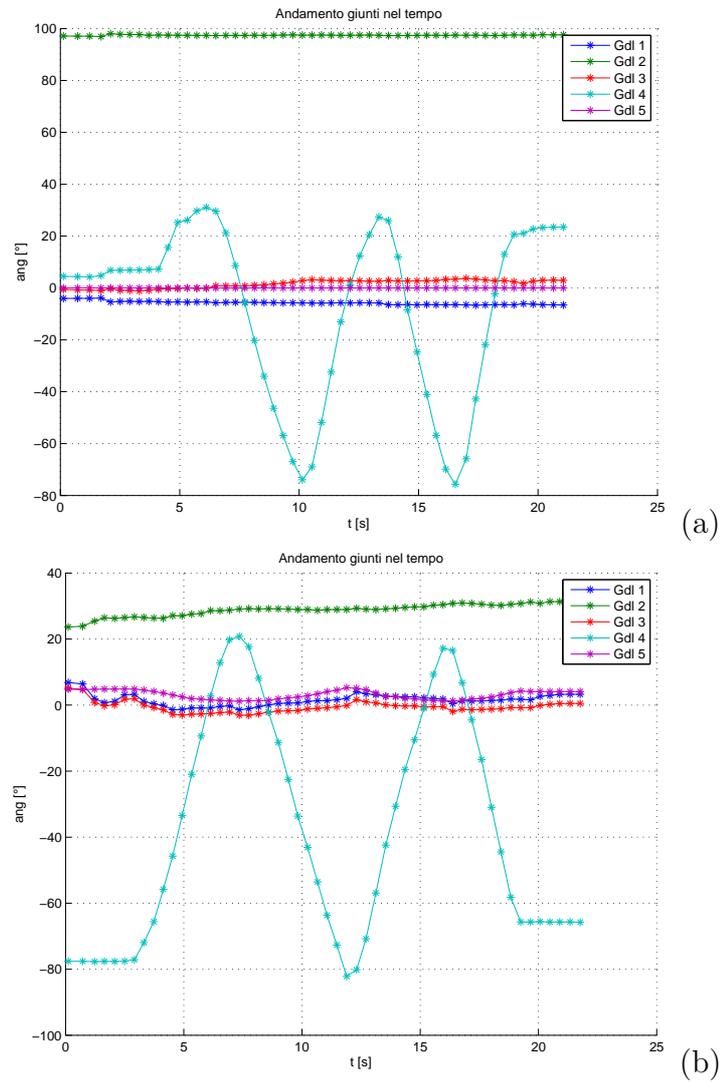


Figura 4.6: Quarto grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni. I gradi di libertà non coinvolti nel movimento rimangono costanti. Da notare come anche  $\theta_3$  rimane costante durante tutta la prova, grazie alle modifiche apportate al codice per la cinematica inversa tramite posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

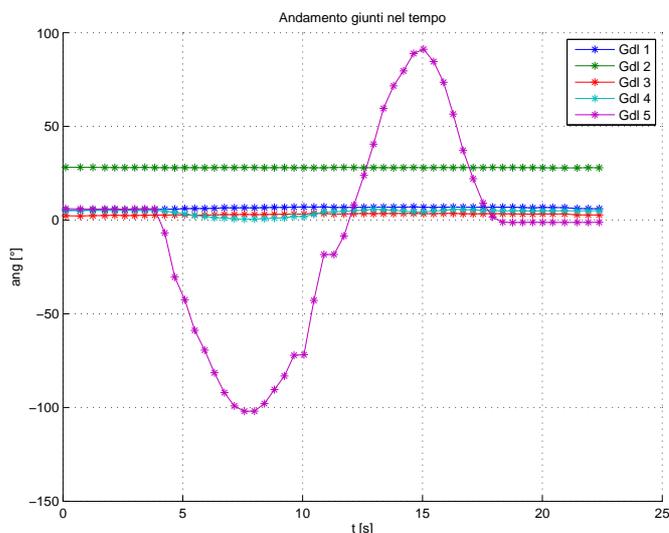


Figura 4.7: Quinto grado di libertà; cinematica inversa con rotazioni.

## 4.4 Test su soggetto

Il metodo di calibrazione presentato è stato applicato ad un soggetto umano e, dopo aver ricavato i parametri fisici e di posizionamento dei sensori, si è eseguito il tracking dell'arto per determinati movimenti. Si riportano qui i valori ottenuti dalla calibrazione, confrontati con i valori misurati manualmente (quindi indicativi) e i grafici per due diversi gradi di libertà.

I sensori sono stati collegati al soggetto tramite nastro adesivo, mentre l'antenna del FASTRAK è stata posizionata su di un piedistallo affiancato alla spalla. Un primo problema è stato causato proprio dall'antenna, che come detto andrebbe allineata al centro di rotazione della spalla. Tale allineamento risulta difficile da verificare, e soprattutto da mantenere, in quanto il soggetto tende ad accompagnare i movimenti della spalla con piccole correzioni del busto che contraddicono le ipotesi fatte in partenza. Una possibile soluzione può essere quella di bloccare il tronco del soggetto ad uno schienale e di predisporre un supporto meccanico regolabile in altezza su cui allocare il trasmettitore del dispositivo, in modo da poterlo sempre posizionare nella giusta configurazione.

Per quanto riguarda i sensori, il problema cruciale è rappresentato dai tessuti mol-

li interposti tra la superficie di contatto e l'osso. Se per il primo sensore, posto sul braccio, si ha uno spesso strato di pelle e muscoli che non seguono fedelmente il movimento dell'omero, per il secondo, posto in prossimità del polso, gioca un ruolo importante il movimento di scorrimento tra ulna e radio (quinto g.d.l.) che non è riprodotto dalla pelle.

|                        |                    | Misurati<br>manualmente | Calcolati<br>analiticamente | Diff.<br>[%] |
|------------------------|--------------------|-------------------------|-----------------------------|--------------|
| Parametri soggetto     | $L_b[mm]$          | 290                     | 297.25                      | 2.50%        |
|                        | $L_{av}[mm]$       | 250                     | 267.10                      | 6.84%        |
| Posizionamento $s_1$   | $d_1[mm]$          | 60                      | 72.11                       | 20.18%       |
|                        | $r_1[mm]$          | 55                      | 13.80                       | -74.91%      |
|                        | $\alpha_1[^\circ]$ | 100                     | 97.51                       | -2.49%       |
| Angoli di Eulero $s_1$ | $\phi_1[^\circ]$   | 270                     | 269.52                      | -0.18%       |
|                        | $\psi_1[^\circ]$   | 90                      | 68.05                       | -24.39%      |
|                        | $\xi_1[^\circ]$    | 90                      | 85.68                       | -4.80%       |
| Posizionamento $s_2$   | $d_2[mm]$          | 0                       | 0.75                        | ...          |
|                        | $r_2[mm]$          | 30                      | 45.23                       | 50.77%       |
|                        | $\alpha_2[^\circ]$ | -90                     | -88.31                      | -1.88%       |
| Angoli di Eulero $s_2$ | $\phi_2[^\circ]$   | 90                      | 67.66                       | -24.82%      |
|                        | $\psi_2[^\circ]$   | 90                      | 94.75                       | 5.28%        |
|                        | $\xi_2[^\circ]$    | 90                      | 94.69                       | 5.21%        |
| Parametri antenna      | $Trasl.x[mm]$      | -590                    | ...                         | ...          |
|                        | $Trasl.y[mm]$      | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Trasl.z[mm]$      | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.x[^\circ]$    | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.y'[^\circ]$   | 0                       | ...                         | ...          |
|                        | $Rot.z''[^\circ]$  | 0                       | ...                         | ...          |

I grafici in figura 4.8 e 4.9 evidenziano come i difetti della calibrazione, uniti alle imperfezioni introdotte dalla presenza di un soggetto reale (movimenti non perfettamente isolabili, vibrazioni dovute all'affaticamento, artefatti da tessuto molle) causino dei movimenti anche nei g.d.l. che idealmente dovrebbero esse-

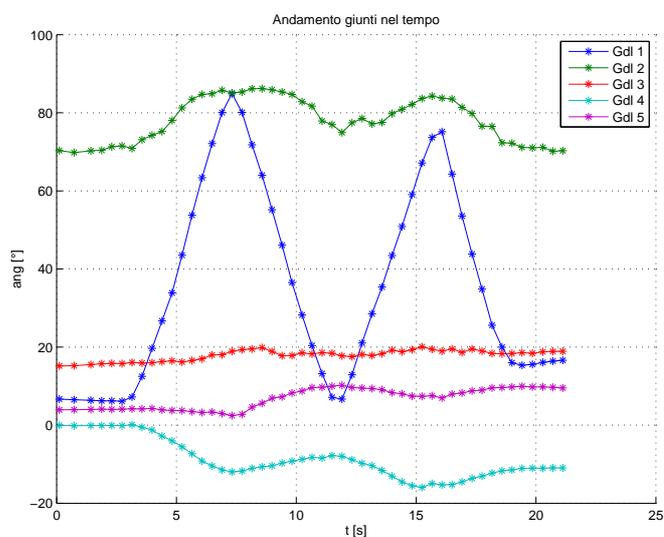


Figura 4.8: Primo grado di libertà per un soggetto calibrato analiticamente.

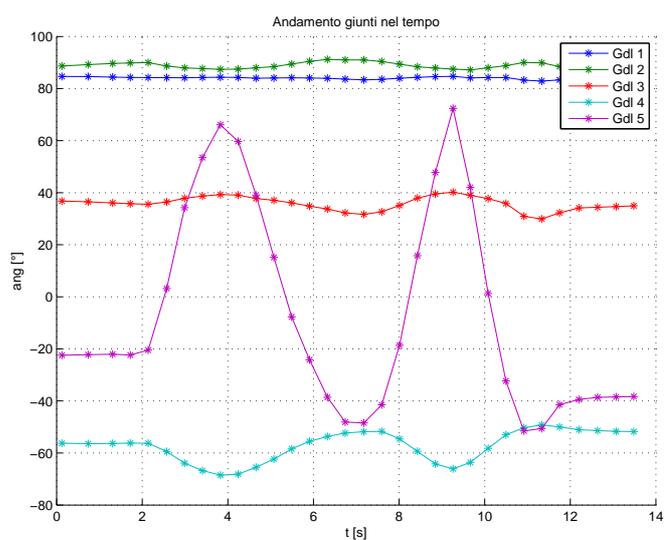


Figura 4.9: Quinto grado di libertà per un soggetto calibrato analiticamente.

re bloccati. Il metodo inoltre, da una valutazione su misure ripetute più volte sullo stesso soggetto, risulta scarsamente preciso. Rimane quindi valido per i test su fantoccio in quanto rappresenta un'alternativa più veloce alla calibrazione manuale, ma non è affidabile nei test su paziente.

# Capitolo 5

## Calibrazione tramite curve-fitting

|                     | Xs[mm] | Ys[mm] | Zs[mm] | Rs[mm] |
|---------------------|--------|--------|--------|--------|
| Centro spalla       | 0      | 0      | 0      | 0      |
| Raggio Braccio      |        |        |        |        |
| Raggio Avambraccio  |        |        |        |        |
| Lunghezze braccio   | 0      | 0      | 0      | 0      |
| Orientamento S      |        |        |        |        |
| Ang. Eulero sensori |        |        |        |        |
| Salva Paziente      |        |        |        |        |

Figura 5.1: area della GUI dedicata alla calibrazione con curve-fitting.

Il secondo, e definitivo, metodo di calibrazione messo a punto è nato dalle considerazioni fatte riguardo ai limiti dell'approccio precedente e si pone come obiettivo quello di avere maggiore robustezza e affidabilità, sacrificando la velocità di esecuzione.

Abbandonando il concetto di calibrazione in condizioni statiche, in cui era fonda-

mentale il corretto posizionamento del braccio e giocavano un ruolo importante le semplificazioni introdotte, si è scelto di sfruttare la morfologia dell'arto superiore e la natura dei suoi movimenti, associandoli a particolari figure geometriche per ricavarne le informazioni richieste tramite le tecniche della teoria della stima parametrica.

In questo capitolo verrà illustrata la procedura di calibrazione tramite *curve-fitting* suddivisa per passi successivi, analogamente a come si presenta all'utente della GUI: ogni sezione descrive i calcoli contenuti in un passo della procedura, ognuno dei quali è rappresentato da un pulsante nella GUI. Verranno infine presentati i grafici Matlab dei movimenti isolati dei vari gradi di libertà, così da poter verificare i miglioramenti introdotti da questo approccio sul precedente.

## 5.1 Terna del centro di rotazione della spalla

Il primo passo, come si può vedere in figura 5.1, consiste nel ricavare la posizione del centro di rotazione della spalla rispetto all'antenna del FASTRAK: tale punto si trova approssimativamente sull'epifisi prossimale dell'omero e rappresenta l'origine del *sistema S*. L'importanza cruciale che questo parametro riveste nel problema diviene chiara se si pensa che ogni matrice di trasformazione delle terne del modello è espressa rispetto al sistema di riferimento del centro della spalla. Esso, se si paragona l'arto superiore ad una catena cinematica aperta, identifica una sorta di "telaio" e quindi un membro rigido rispetto al quale sono esplicitati i movimenti.

È importante che, una volta ricavata completamente la terna *S*, la sua disposizione rispetto all'antenna, chiamata *W*, rimanga invariata per tutto l'arco della prova; ciò comporta che, nei test su persona, il soggetto debba rimanere seduto con il busto appoggiato ad un apposito schienale e muovere solo il braccio per tutto il tempo richiesto dalla calibrazione e dal tracking vero e proprio.

### 5.1.1 Posizionamento del centro della spalla

L'articolazione della spalla è sostanzialmente identificabile con un giunto sferico, cui sono permesse tre rotazioni fondamentali e nessuna traslazione. Il primo

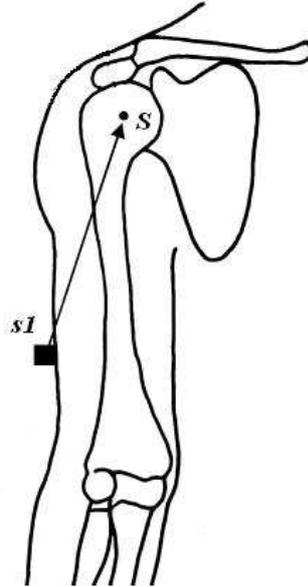


Figura 5.2: posizione del primo sensore rispetto al sistema S.

Il sensore, quello fissato circa a metà del braccio, si trova quindi ad essere ad una distanza costante dal centro di rotazione della spalla, qualunque sia il movimento, come mostra la figura 5.2. Si può dire che il sensore si sposti su di una sfera virtuale, il cui centro è l'origine del sistema S e il raggio è la distanza tra tale punto e il sensore. Misurando gli spostamenti del primo sensore durante una serie di movimenti come adduzioni e rotazioni del braccio attorno alla spalla, si può disporre di un set di punti che descrivono una sfera nello spazio tridimensionale rispetto al sistema di riferimento dell'antenna.

A questo punto, le incognite diventano le coordinate spaziali del centro della sfera rispetto al trasmettitore del FASTRAK e il raggio della sfera: se si ha a disposizione un buon numero di punti, il calcolo della posizione del centro della spalla si può affrontare come un problema di stima parametrica non lineare.

Si definisce quindi il vettore dei parametri  $p = [X_S, Y_S, Z_S, r_S]^T$  dove  $X_S$ ,  $Y_S$  e  $Z_S$  sono le coordinate del centro della sfera rispetto alla terna di riferimento del trasmettitore e  $r_S$  è il raggio della sfera. La risoluzione di un problema di stima non lineare richiede che sia costruito un modello matematico che esprima il comportamento del sistema e quindi che fornisca una predizione dei valori delle uscite, a partire dai dati disponibili. In questo caso, il modello può essere

costituito dall'equazione matematica di una sfera nello spazio:

$$(x - X_S)^2 + (y - Y_S)^2 + (z - Z_S)^2 - r_S^2 = 0 \quad (5.1)$$

dove  $x, y$  e  $z$  sono le coordinate del generico punto appartenente alla sfera. Come uscita del sistema si può considerare il vettore nullo, in quanto è ciò che viene fornito come predizione dal modello se gli si applicano in ingresso i dati sperimentali (i punti appartenenti alla sfera sono tutti e solo quelli che soddisfanno l'equazione 5.1 e quindi quelli che annullano il polinomio di secondo grado).

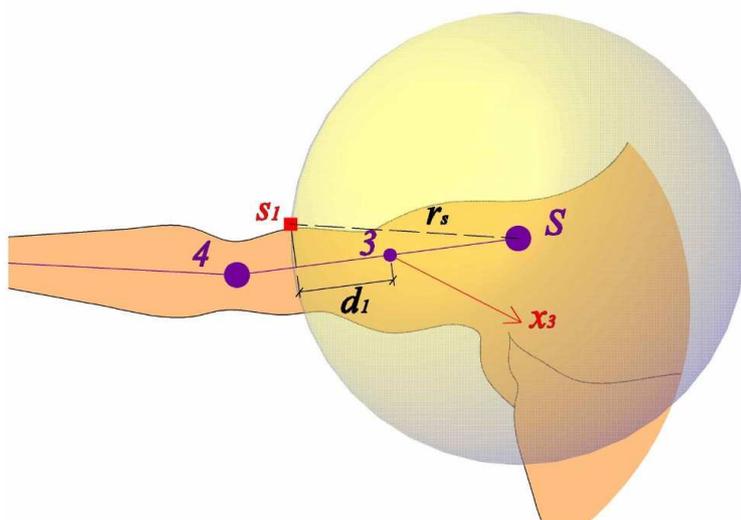


Figura 5.3: movimenti della spalla nella calibrazione: vista frontale.

Nella sezione della GUI dedicata alla calibrazione è presente il pulsante *Centro Spalla* (vedi figura 5.1) al cui fianco sono posizionati degli edit in cui è necessario inserire dei valori indicativi dei parametri da ricavare. Premendo il pulsante, dopo aver inizializzato il dispositivo, compare nello spazio sottostante un breve testo contenente le istruzioni per i movimenti da eseguire: mantenendo il busto fermo,

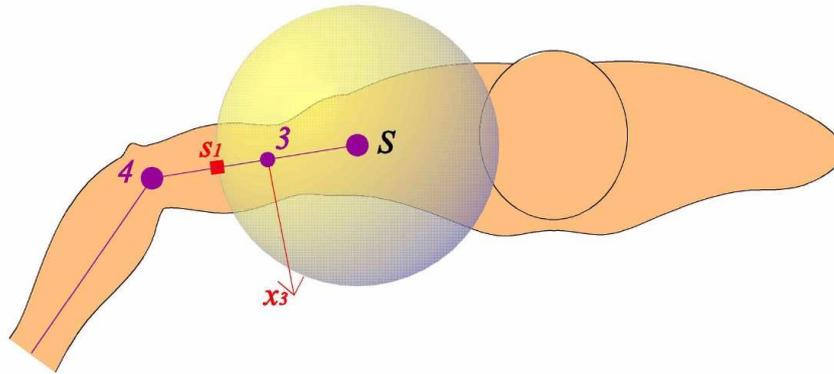


Figura 5.4: movimenti della spalla nella calibrazione: vista dall'alto.

basta effettuare delle circonduzioni del braccio e delle ab-adduzioni cercando di coprire il maggior numero di posizioni possibile (figura 5.3 e figura 5.4).

Nel programma principale, viene fatto partire un oggetto `Timer` che effettua l'acquisizione delle coordinate del primo sensore rispetto all'antenna e che viene poi bloccato premendo il pulsante *Stop Acquisizione*. I punti sono immagazzinati in una variabile globale, chiamata *'sfera'*, e, terminata l'acquisizione, viene chiamata la funzione *'lsqcurvefit'*, che opera la stima non lineare risolvendo un problema di ottimizzazione ai minimi quadrati:

```
p_est=lsqcurvefit('sfera_fun',sfera.p,sfera,zeros(sfera.ndati,1),
sfera.pdown,sfera.pup,options);
```

Come già detto, il vettore delle uscite del modello, che nell'uso convenzionale di questo tipo di funzione è un vettore contenente misure sperimentali cui si cerca di far aderire il più possibile le predizioni del modello, è il vettore nullo. Con il nome *'sfera.p'* invece, si identifica il vettore  $(4 \times 1)$  contenente le stime; come

precedentemente accennato infatti, è necessario fornire all'algoritmo dei valori iniziali dei parametri da stimare, in modo da non incorrere in problemi di minimo locale della funzione costo da minimizzare (per una spiegazione più dettagliata, si veda l'appendice B.2). Per quanto riguarda le opzioni di ottimizzazione, si è scelto di impostarle nel seguente modo:

```
options=optimset('TolFun',1e-10,'TolX',1e-10);
```

Dove '*TolFun*' indica la tolleranza entro la quale la differenza tra uscite e predizione del modello è considerata costante dalla funzione '*lsqcurvefit*', mentre '*TolX*' è la tolleranza nella variazione dei valori delle stime, entrambe poste a  $10^{-10}$ .

Il modello matematico della sfera, che viene utilizzato nell'algoritmo di ottimizzazione assieme ai dati e alle uscite, è contenuto nella funzione '*sfera\_fun*' di cui viene riportato il codice:

```
function [obj_fun]=sfera_fun(par,dati)
xs=par(1);
ys=par(2);
zs=par(3);
rs=par(4);
obj_fun=zeros(dati.ndati,1);
for k=1:(dati.ndati)
    obj_fun(k)=(dati.x(k)-xs).^2+(dati.y(k)-ys).^2+
    (dati.z(k)-zs).^2-rs.^2;
end
```

dove '*obj\_fun*' è l'equazione della sfera, a cui è stato dato questo nome perché rappresenta la base di partenza per la costruzione della funzione costo (in teoria della stima è definita *objective function*), come descritto nell'appendice B.2. Alla funzione sono passati i parametri iniziali, ottenuti da una prima stima grossolana, e le coordinate dei punti acquisiti durante i movimenti dell'arto superiore.

Le stime grezze dei parametri sono ricavate misurando a mano la posizione del

centro della spalla, identificato da un ipotetico punto situato a mezza via tra l'acromion scapolare e l'ascella, rispetto al trasmettitore del FASTRAK. Una volta terminata l'acquisizione e il processo di elaborazione dei dati, i valori calibrati dei parametri sono riportati negli edit al posto dei valori inizialmente inseriti; dato che la posizione dell'antenna del dispositivo rispetto al centro della spalla (cioè l'opposto delle coordinate di S appena ricavate) altro non è che la quarta colonna della matrice  $T_{W,S}$ , vengono riempiti anche i primi tre edit corrispondenti all'antenna.

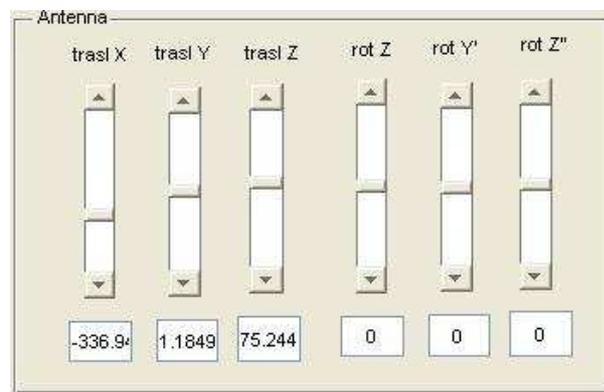


Figura 5.5: esempio di valori di posizionamento del trasmettitore del FASTRAK.

### 5.1.2 Orientazione della terna

Come è stato descritto nel capitolo 2, la terna della spalla, presa come riferimento per tutte le terne del modello cinematico, ha una disposizione strettamente correlata all'anatomia funzionale del corpo umano. L'asse  $x_S$  esce dalla spalla in direzione trasversale al corpo, mentre l'asse  $y_S$  spunta anteriormente lungo la direzione antero-posteriore e infine l'asse  $z_S$  è rivolto verso l'alto e disposto longitudinalmente rispetto al corpo.

Se il soggetto del test viene fatto sedere con il busto eretto e le spalle dritte, si può pensare che l'asse  $z_S$  sia esattamente perpendicolare al suolo e quindi, posizionando il trasmettitore su di un piedistallo con l'asse  $z_W$  verso l'alto, i due assi siano idealmente paralleli. Utilizzando la notazione completa, l'asse  $z$  del centro della spalla, rispetto alla terna dell'antenna risulta:

$$z_{S,W} = (0, 0, 1)^T \quad (5.2)$$

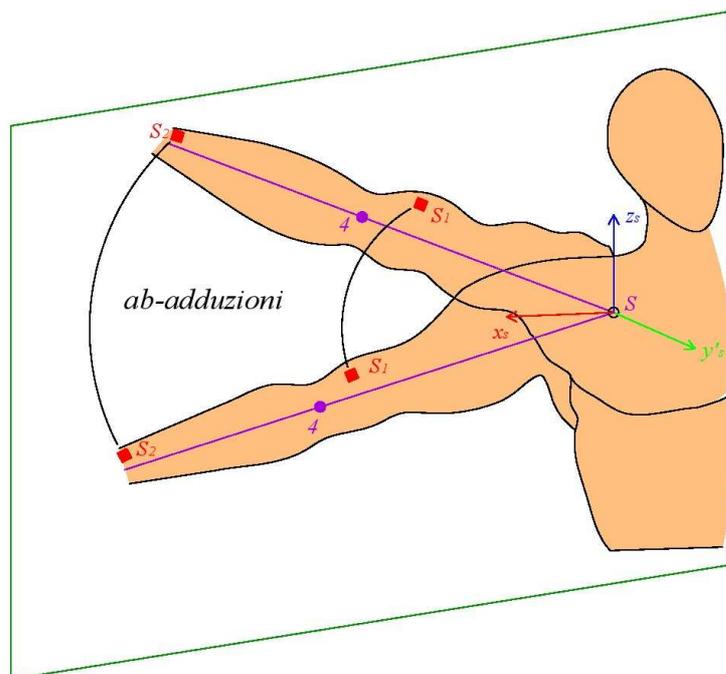


Figura 5.6: movimento di abduzione nel piano frontale del soggetto.

A questo punto, ricordando che un ab-adduzione del braccio corrisponde all'allontanamento e avvicinamento del braccio muovendolo nel piano frontale, piano rispetto al quale  $y_S$  è ortogonale, si è deciso di sfruttare ciò per ricavare l'orientazione della terna  $S$ . Partendo dalla posizione con busto eretto e braccio completamente teso, si preme il pulsante *Orientamento S* che avvia l'acquisizione delle matrici di trasformazione di entrambi i sensori rispetto all'antenna; devono essere eseguite delle ab-adduzioni (angolo  $\theta_2$ ) cercando di mantenere immobili gli altri gradi di libertà, in modo da mantenere l'asse longitudinale dell'intero braccio all'interno di un unico piano frontale passante per l'origine di  $S$  per tutto l'arco di tempo dell'acquisizione (figura 5.6).

Sono memorizzate le coordinate di posizione dei sensori e su di esse viene fatto un fit lineare per ricavare il piano su cui giace la traiettoria del movimento compiuto.

Se sono state fatte  $n$  acquisizioni, si ricavano  $n$  piani utilizzando ogni volta tre punti in modo che ogni punto entra in gioco nella costruzione di tre piani diversi. Applicando questo semplice ragionamento ad entrambi i sensori, si ottengono  $2n$  piani totali, le cui equazioni appartengono alla famiglia:

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (5.3)$$

Il piano avente come parametri i valori ricavati mediando i parametri  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  di tutti i piani, viene considerato il piano frontale del soggetto o piano dell'ab-adduzione; Il versore ortogonale a tale piano è  $y_S$ :

$$v = (\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})^T$$

$$y_{S,W} = \frac{v}{\|v\|} \quad (5.4)$$

Dove  $\bar{a}$ ,  $\bar{b}$  e  $\bar{c}$  sono i parametri medi. A questo punto, non resta che ricavare il terzo asse,  $x_S$ , grazie alla proprietà di ortonormalità delle terne di riferimento e all'operazione di prodotto vettoriale:

$$x_{S,W} = y_{S,W} \wedge z_{S,W} \quad (5.5)$$

## 5.2 Angoli di posizionamento dei sensori

Il piano coronale (frontale), ottenuto nella procedura per ricavare il sistema di riferimento della spalla, diviene utile anche nel calcolo degli angoli di posizionamento dei due sensori, rispettivamente  $\alpha_1$  e  $\alpha_2$ . Per quanto riguarda il primo sensore, l'angolo  $\alpha_1$  è l'angolo compreso tra l'asse  $x_3$  e il segmento di minima distanza che va dall'asse longitudinale del braccio al centro elettrico del sensore (figura 5.8); questo angolo è considerato positivo se misurato in senso antiorario rispetto all'asse  $z_3$ , che è rivolto verso il gomito. L'angolo  $\alpha_2$  del secondo sensore invece è quello compreso tra l'asse  $x_6$  e il segmento di minima distanza che va dall'asse longitudinale dell'avambraccio al centro elettrico del sensore (figura 5.9); esso è positivo se misurato in senso antiorario rispetto a  $z_6$ , diretto verso il polso.

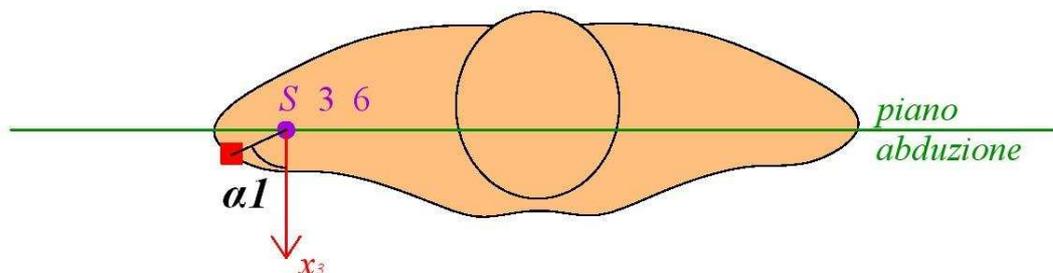


Figura 5.7: angolo  $\alpha_1$  tra asse  $x_3$  e piano frontale.

In condizioni in cui l'arto superiore è completamente disteso lungo il corpo, si può dire che gli assi longitudinali di braccio e avambraccio si trovano a formare idealmente un'unica retta giacente nel piano frontale del soggetto. Sotto queste ipotesi, l'asse  $x_3$  è ortogonale a tale piano e rivolto in avanti, mentre l'asse  $x_6$  è sempre ortogonale, ma rivolto all'indietro. Questi due assi saranno il riferimento rispetto al quale calcolare gli angoli dei sensori.

### 5.2.1 Primo sensore: $\alpha_1$

L'angolo di posizionamento del primo sensore rispetto alla terna 3 viene calcolato tramite il prodotto scalare tra i versori ortogonali a due piani: il primo, come detto, è il piano frontale del soggetto, mentre il secondo è stato scelto opportunamente, in modo che soddisfacesse alle esigenze di calcolo. I punti su cui è stato costruito tale piano, sempre espressi nel sistema di riferimento del trasmettitore, sono i seguenti:

- l'origine del sistema della spalla,  $P_{1,W} = (X_S, Y_S, Z_S)^T$  ;

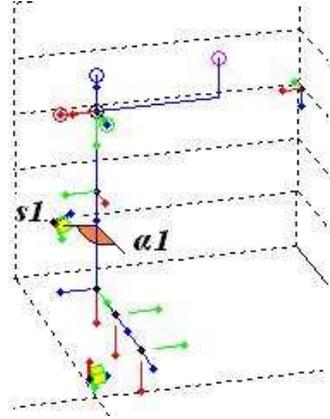


Figura 5.8: rappresentazione dell'angolo  $\alpha_1$ ; l'angolo nel disegno è positivo.

- un generico punto allineato con il centro della spalla, ma situato 200mm più in basso,  $P_{2,W} = \left( X_S, Y_S, Z_S - 200 \right)^T$  ;
- l'origine del sistema di riferimento del primo sensore, cioè i primi tre elementi della quarta colonna della matrice  $T_{s1,W}$ ,  
 $P_{3,W} = \left( T_{s1,W}(1,4), T_{s1,W}(2,4), T_{s1,W}(3,4) \right)^T$  .

Il vettore ortogonale a questo piano ha equazione (con  $T(i,j) \equiv T_{s1,W}(i,j)$  e  $k = 200$ ):

$$N_1 = \begin{pmatrix} Y_S(Z_S - k) + Z_S T(2,4) + Y_S T(3,4) - Y_S T(2,4) - Y_S T(3,4) - Y_S Z_S \\ -X_S(Z_S - k) - Z_S T(1,4) - X_S T(3,4) + (Z_S - k) T(1,4) + X_S T(3,4) - Z_S X_S \\ X_S Y_S + Y_S T(1,4) + X_S T(2,4) - Y_S T(1,4) - X_S T(2,4) - Y_S X_S \end{pmatrix}$$

da cui, normalizzando, si ottiene il versore  $n_1$ ; l'angolo compreso tra  $n_1$  e  $y_S$  viene poi utilizzato per il calcolo di  $\alpha_1$ .

- se il centro del sensore si trova dietro il piano frontale del soggetto, si ha:

$$\alpha_1 = 90^\circ + \arccos(n_{1,y_S}) \quad (5.6)$$

- se invece il centro del sensore si trova davanti al piano frontale del soggetto, si ha:

$$\alpha_1 = 90^\circ - \arccos(n_{1,y_S}) \quad (5.7)$$

### 5.2.2 Secondo sensore: $\alpha_2$

L'angolo di posizionamento del secondo sensore rispetto alla terna 6 viene ricavato in maniera del tutto analoga al precedente angolo, servendosi di due piani e dei versori ad essi ortogonali. Il primo è sempre il piano frontale e  $y_S$  il suo versore ortogonale, mentre il secondo piano, che rappresenta lo scostamento del sensore dall'asse  $x_6$ , è generato a partire da tre punti scelti opportunamente:

- l'origine del sistema della spalla,  $Q_{1,W} = \left( X_S, Y_S, Z_S \right)^T$  ;
- un generico punto allineato con il centro della spalla, ma situato 200mm più in basso,  $Q_{2,W} = \left( X_S, Y_S, Z_S - 200 \right)^T$  ;
- l'origine del sistema di riferimento del secondo sensore, cioè i primi tre elementi della quarta colonna della matrice  $T_{s2,W}$ ,  
 $Q_{3,W} = \left( T_{s2,W}(1,4), T_{s2,W}(2,4), T_{s2,W}(3,4) \right)^T$  .

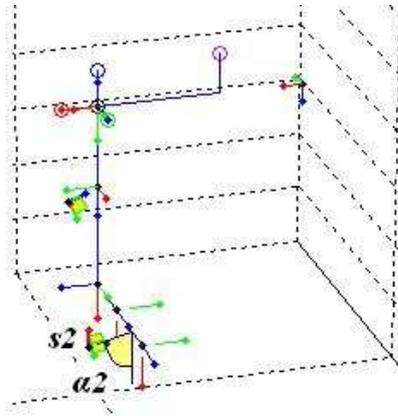


Figura 5.9: rappresentazione dell'angolo  $\alpha_2$ ; l'angolo nel disegno è negativo.

Il vettore ortogonale a questo piano ha equazione (con  $T(i,j) \equiv T_{s2,W}(i,j)$  e  $k = 200$ ):

$$N_2 = \begin{pmatrix} Y_S(Z_S - k) + Z_S T(2,4) + Y_S T(3,4) - Y_S T(2,4) - Y_S T(3,4) - Y_S Z_S \\ -X_S(Z_S - k) - Z_S T(1,4) - X_S T(3,4) + (Z_S - k) T(1,4) + X_S T(3,4) - Z_S X_S \\ X_S Y_S + Y_S T(1,4) + X_S T(2,4) - Y_S T(1,4) - X_S T(2,4) - Y_S X_S \end{pmatrix}$$

da cui, normalizzando, si ottiene il versore  $n_2$ ; l'angolo compreso tra  $n_2$  e  $y_S$  viene poi utilizzato per il calcolo di  $\alpha_2$  (ricordando che l'asse  $x_6$  è, nel caso ideale, antiparallelo a  $y_S$ ).

- se il centro del sensore si trova dietro il piano frontale del soggetto, si ha:

$$\alpha_2 = -90^\circ + \arccos(n_2 y_S) \quad (5.8)$$

- se invece il centro del sensore si trova davanti al piano frontale del soggetto, si ha:

$$\alpha_2 = -90^\circ - \arccos(n_2 y_S) \quad (5.9)$$

### 5.3 Raggio di braccio e avambraccio

Il procedimento con cui vengono stimati i parametri  $r_1$  e  $r_2$ , rispettivamente le distanze tra primo sensore e asse longitudinale del braccio e tra secondo sensore e asse longitudinale dell'avambraccio, è lo stesso per entrambi. Questi due parametri identificano, in un certo senso, lo spessore dei due segmenti del braccio del soggetto e sono molto sensibili al posizionamento fisico dei sensori in quanto dipendono non solo dall'effettivo volume del braccio, ma anche dalla sua forma e dalla conformazione muscolare.

Esaminiamo inizialmente il primo sensore e quindi la porzione dell'arto identificata dall'omero: si può notare come, eseguendo una prono-supinazione del braccio, la traiettoria seguita dal centro elettrico del sensore sia un arco di circonferenza nello spazio tridimensionale (figura 5.10); è evidente anche come, eseguendo una prono-supinazione dell'avambraccio, sia il secondo sensore a descrivere una circonferenza. Dato che le traiettorie dei due sensori sono generate da rotazioni che avvengono rispettivamente attorno all'asse longitudinale del braccio e dell'avambraccio, i raggi delle circonferenze descritte nello spazio sono esattamente le distanze dei due sensori dai relativi assi, quindi  $r_1$  e  $r_2$ .

Sulla base di queste considerazioni, si è progettato un algoritmo di stima che si serve dei punti acquisiti dai sensori durante i movimenti descritti come dati per

un problema di stima non lineare ai minimi quadrati. Il modello utilizzato è ancora quello della sfera creato per i movimenti della spalla, ma è stato modificato per adattarlo al problema più complesso della circonferenza. Nella GUI Matlab, sono stati creati i pulsanti *Raggio Braccio* e *Raggio Avambraccio* che avviano l'acquisizione delle matrici dei sensori durante i movimenti e operano automaticamente la stima in oggetto.

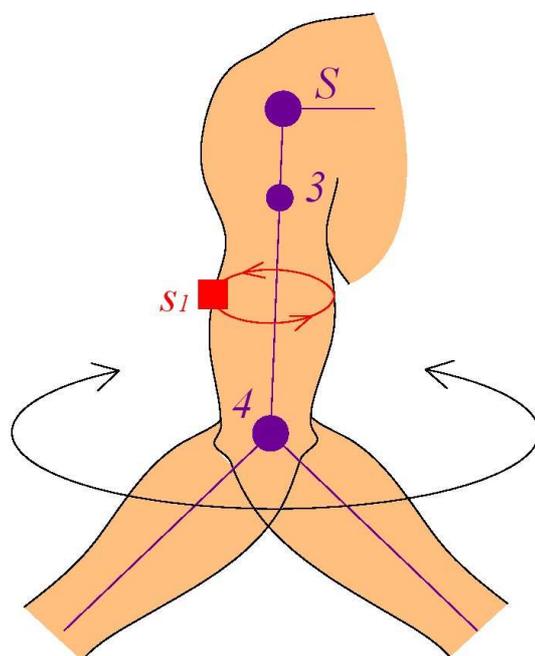


Figura 5.10: movimento di pronosupinazione per ricavare il raggio del braccio.

### 5.3.1 Stima iniziale dei parametri della circonferenza

Come per la calibrazione del centro di rotazione della spalla, anche in questo caso il processo di stima deve essere supportato dalla presenza di stime iniziali grezze dei parametri per ovviare al problema dei minimi locali della funzione costo. In principio si è quindi pensato di predisporre degli edit per l'inserimento di questi dati, proprio come nel caso della spalla, ma la loro misura manuale si è rivelata difficoltosa. I parametri da stimare sono infatti le coordinate  $x$ ,  $y$  e  $z$  del centro

di rotazione del generico sensore durante la prono-supinazione e il raggio della circonferenza descritta; mentre l'ultimo di questi è abbastanza semplice da misurare e invariante alla posizione dell'arto, i primi tre rappresentano un problema in quanto sono distanze, nei tre assi principali, rispetto all'antenna del FASTRAK e quindi, una volta misurati, l'arto deve mantenere quella stessa posizione anche durante l'acquisizione del movimento. Se così non fosse, si avrebbero delle stime iniziali inutili perché riferite ad un punto che non è il vero centro di rotazione attorno cui avviene la traiettoria del sensore.

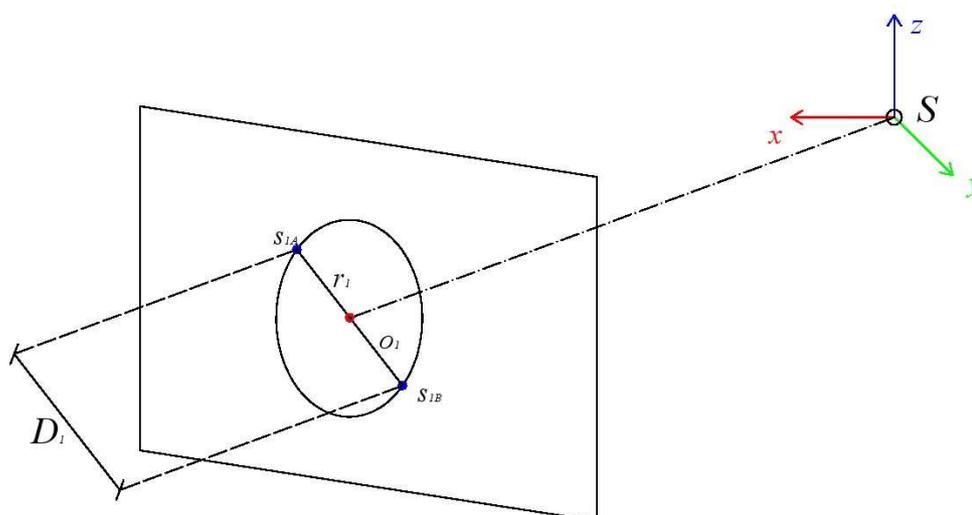


Figura 5.11: stima parametri preliminari della circonferenza: caso ideale.

Per ovviare al problema delle misurazioni manuali, è stato inserito nel codice un algoritmo che ricava automaticamente delle stime preliminari grezze prima di avviare il procedimento di fitting non lineare vero e proprio. In questo modo, l'operatore non è obbligato a inserire valori numerici nell'interfaccia Matlab, ma si limita a premere il pulsante (si ricorda che *Raggio Braccio* e *Raggio Avambraccio*

operano in modo del tutto analogo, ma sui due diversi sensori) e a seguire il soggetto del test al fine di assicurarsi che i movimenti siano eseguiti correttamente. Verrà ora riportato il metodo con cui vengono ottenute le stime preliminari dei parametri della circonferenza per il primo sensore, ma le stesse formule sono applicate anche per il secondo sensore, con le dovute correzioni. Se il movimento di prono-supinazione è tale da far coprire al sensore, nella rotazione, un angolo di  $180^\circ$ , tra i punti acquisiti ce ne saranno almeno due la cui distanza è pari al diametro della circonferenza; siano  $s_{1,A}$  e  $s_{1,B}$  questi due punti, espressi nel sistema di riferimento del trasmettitore:

$$s_{1A} = \begin{pmatrix} X_A \\ Y_A \\ Z_A \\ 1 \end{pmatrix}$$

$$s_{1B} = \begin{pmatrix} X_B \\ Y_B \\ Z_B \\ 1 \end{pmatrix}$$

Operativamente, la scelta è effettuata ricercando i due punti la cui distanza euclidea è massima tra tutte le possibili combinazioni e tale distanza è proprio il diametro della circonferenza:

$$D_1 = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_B)^2 + (Z_A - Z_B)^2} \quad (5.10)$$

$$\hat{r}_1 = \frac{D_1}{2} \quad (5.11)$$

Dove con  $\hat{r}_1$  è indicato il valore grezzo di  $r_1$ . Essendo i due punti  $s_{1,A}$  e  $s_{1,B}$  diametralmente opposti, la media delle loro coordinate fornisce le coordinate del centro della circonferenza, chiamato  $O_1$ :

$$X_{O1} = \frac{X_A + X_B}{2} \quad (5.12)$$

$$Y_{O1} = \frac{Y_A + Y_B}{2} \quad (5.13)$$

$$Z_{O1} = \frac{Z_A + Z_B}{2} \quad (5.14)$$

$$\hat{O}_1 = \left( X_{O1}, Y_{O1}, Z_{O1} \right)^T \quad (5.15)$$

Il procedimento illustrato è raffigurato in figura 5.11. La selezione dei due punti a distanza maggiore è affidata alla function 'par\_iniziali' creata appositamente:

```
function par=par_iniziali(punti)
p=punti;
n=length(p.x);
distanza=0;
punto_A=[0 0 0];
punto_B=[0 0 0];
for k=1:n-1
    p_k=[p.x(k) p.y(k) p.z(k)];
    for l=1:n-1
        dis=sqrt((p_k(1)-p.x(l))^2+(p_k(2)-p.y(l))^2+(p_k(3)-p.z(l))^2);
        if distanza<dis
            distanza=dis;
            punto_A=punto_k;
            punto_B=[p.x(l) p.y(l) p.z(l)];
        end
    end
end
r=distanza/2;
xc=(punto_A(1)+punto_B(1))/2;
yc=(punto_A(2)+punto_B(2))/2;
zc=(punto_A(3)+punto_B(3))/2;
par=[xc yc zc r]';
```

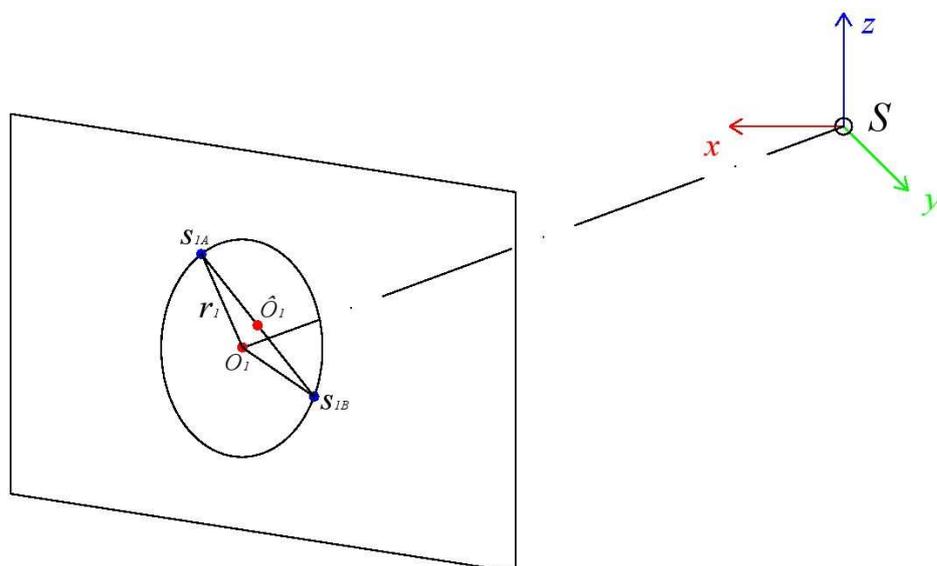


Figura 5.12: stima parametri preliminari della circonferenza: caso reale.

Nel caso pseudo-reale di test su fantoccio, questa procedura si dimostra impeccabile nel fornire i dati richiesti alle successive elaborazioni e garantisce un'accuratezza nelle stime migliore di quella che si otterrebbe con misure manuali, il che comporta anche una maggiore robustezza del metodo nel complesso.

Nel caso reale di prove su soggetto umano, sorge un problema dovuto all'anatomia funzionale dell'arto superiore: il movimento di pronosupinazione non copre un angolo di  $180^\circ$  nel caso del braccio, ma si ferma a poco più di  $90^\circ$ , mentre per l'avambraccio si raggiunge l'angolo piano solo trascurando gli artefatti da tessuto molle, che limitano la corsa del sensore. Nel secondo caso infatti, anche se l'ulna e il radio si sovrappongono quasi completamente, riuscendo a portare il palmo della mano dal basso all'alto e viceversa, il sensore è posizionato all'altezza del polso e segue l'andamento della pelle, leggermente più limitato. In realtà, grazie alle ridotte dimensioni delle grandezze calcolate (lo spessore del braccio è di poco

più di una decina di centimetri solitamente), l'errore introdotto risulta accettabile per delle misure preliminari e non è tale da compromettere la successiva stima non lineare.

In sostanza, i due punti più distanti tra quelli acquisiti nel movimento, non saranno diametralmente opposti, ma separati da un angolo  $\epsilon < 180^\circ$  e perciò la grandezza calcolata tramite l'equazione 5.10 avrà un valore minore di quello del diametro effettivo. Conseguentemente, anche il raggio derivante da questo calcolo sarà minore di quello reale di una quantità legata all'ampiezza del movimento effettuato, mentre il centro della circonferenza risulterà spostato e giacente nel punto medio del segmento che unisce i due punti  $s_{1,A}$  e  $s_{1,B}$  (figura 5.12). La discrepanza tra i valori reali e quelli stimati è più accentuata nel caso del primo sensore, dove la prono-supinazione copre un angolo minore, mentre è quasi inesistente per il secondo sensore; l'operatore può arginare parzialmente questo limite forzando il soggetto, portandolo a fargli compiere una rotazione maggiore, restando sempre nei limiti delle articolazioni.

### 5.3.2 Stima non lineare

Una volta ottenuti i valori di partenza dei parametri della circonferenza, i campioni delle varie posizioni del sensore sono passati alla funzione '*sfera\_fun*', come fatto per la spalla, ma in questo caso sono necessarie delle ulteriori elaborazioni per poter rendere consistenti le stime.

Come si può notare in figura 5.13, nel movimento di prono-supinazione il sensore (come prima, le stesse considerazioni valgono per entrambi i sensori) si muove essenzialmente su di un piano e disegna archi di circonferenza su di esso. Se si interseca un piano con una sfera, il risultato è sempre e comunque una circonferenza, il cui raggio dipende dalla distanza del piano dal centro della sfera. Si può quindi dire che una circonferenza nello spazio può appartenere a molte sfere diverse e non è possibile determinare a priori i parametri della sfera senza disporre di ulteriori informazioni. Di conseguenza, fornendo coordinate di punti appartenenti ad una circonferenza ad un algoritmo costruito appositamente per fare curve-fitting su sfere, non si può sapere quale sfera tale algoritmo "sceglierà". Nell'ipotesi migliore, l'algoritmo interpreta i campioni acquisiti come appartenen-

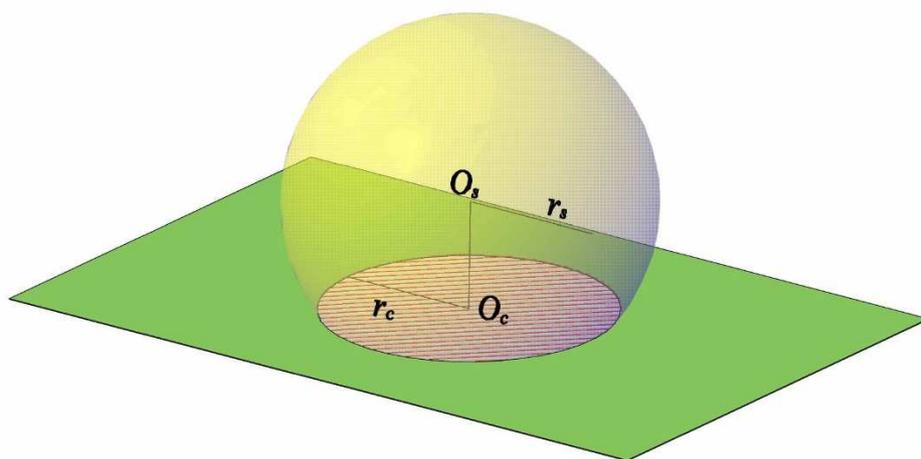


Figura 5.13: costruzione delle circonferenza come intersezione di una sfera e un piano.

ti ad una circonferenza passante per il centro di una sfera e ricava i parametri di quest'ultima; in questo caso, il raggio della circonferenza e quello della sfera coincidono e lo stesso vale per le coordinate del centro, quindi le stime ottenute da *'sfera\_fun'* sono quelle desiderate. Nella realtà, variazioni anche infinitesime nell'inclinazione del braccio durante il movimento, che portano a far fuoriuscire qualche punto dalla traiettoria ideale, fanno sì che l'algoritmo identifichi una sfera con centro non giacente nel piano della circonferenza. Come risultato, i punti definiscono una circonferenza appartenente ad una sfera con centro spostato e raggio maggiore rispetto ai valori ricercati. La variazione dei valori ottenuti rispetto a quelli esatti dipende anche dai limiti imposti alla funzione Matlab *'lsqcurvefit'*: i parametri stimati saranno sempre e comunque compresi tra il *lower bound* e l'*upper bound* forniti al momento della chiamata.

Per superare questo limite in modo automatizzato e sicuro, sono stati introdotti semplici ma efficaci concetti geometrici. Data una circonferenza nello spazio tridimensionale, con raggio  $r_c$  e centro  $O_c(X_c, Y_c, Z_c)$ , giacente in un piano di equazione  $ax + by + cz + d = 0$ , e appartenente ad una sfera di raggio  $r_s$  e centro  $O_s(X_s, Y_s, Z_s)$ , la distanza tra  $O_c$  e  $O_s$  si calcola come distanza tra il punto  $O_s$  e il piano:

$$D(O_s, O_c) = \frac{|aX_s + bY_s + cZ_s + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (5.16)$$

Il raggio della circonferenza si calcola tramite il teorema di Pitagora:

$$r_c = \sqrt{r_s^2 - D^2(O_s, O_c)} \quad (5.17)$$

Questi calcoli vengono eseguiti sempre, anche nel caso in cui la stima risulti corretta e, in ogni caso, sarà  $r_c$  ad essere inserito nell'edit dedicato:

- se le stime con *'lsqcurvefit'* sono corrette, il piano su cui giace la circonferenza passa per il centro della sfera. Si ha  $O_s \equiv O_c$ ,  $D(O_s, O_c) = 0$  e quindi:

$$r_c = \sqrt{r_s^2 - 0^2} = r_s \quad (5.18)$$

- se le stime con *'lsqcurvefit'* sono relative ad una sfera con  $O_s \neq O_c$ , viene ricavato  $r_c$  tramite l'equazione 5.17 e risulterà  $r_c < r_s$ .

## 5.4 Centro di rotazione del gomito

Il pulsante *Lunghezze braccio* effettua il calcolo della posizione del centro del gomito, denominato E, ossia le coordinate dell'origine del sistema 4. Dalla conoscenza di questo punto, e grazie alle coordinate dell'origine del sistema S che, ricordiamo, dev'essere bloccato nella stessa posizione per tutta la prova, si ricava la lunghezza del braccio,  $L_b$ . Ancora una volta la procedura per ricavare i dati richiesti dal problema si basa sulla stima non lineare ai minimi quadrati che si serve del modello matematico di una sfera.

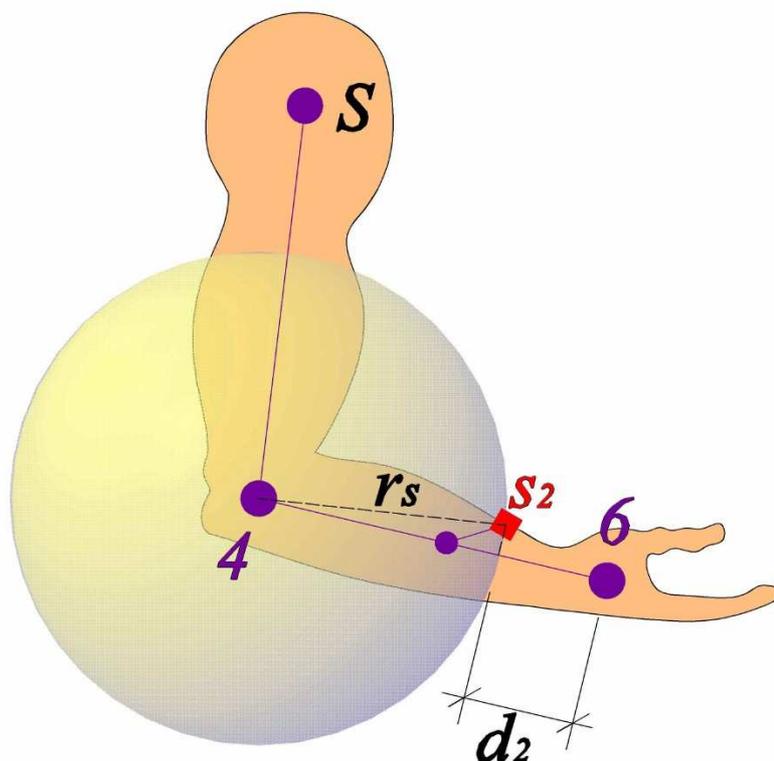


Figura 5.14: movimento di flessione-estensione per ricavare la lunghezza del braccio.

Osservando la figura 5.14 infatti è evidente come i movimenti di flessione ed estensione dell'avambraccio rispetto al braccio portino il secondo sensore a descrivere una circonferenza il cui centro è proprio il punto E e il cui raggio è la distanza tra questo punto ed il centro elettrico di  $s_2$ . Inoltre è possibile ripetere la flessione-estensione per diversi gradi di prono-supinazione del braccio (angolo  $\theta_3$ ) mantenendo il gomito fermo in un punto; in questo modo il punto E non cambia posizione, ma si hanno a disposizione più circonferenze appartenenti alla stessa sfera e non è necessario ricorrere al metodo di correzione visto per il precedente paragrafo.

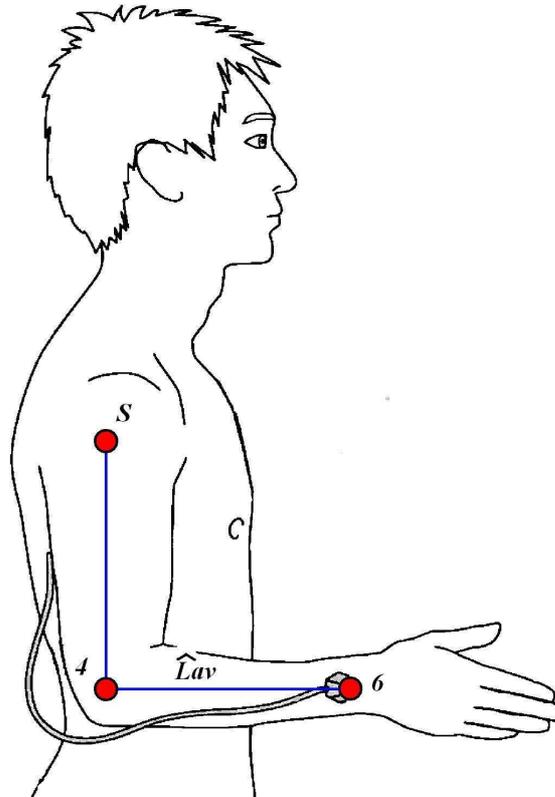


Figura 5.15: posizione assunta per la stima iniziale di  $L_{av}$ .

### 5.4.1 Stime preliminari

Il metodo applicato al centro di rotazione del gomito è del tutto analogo al quello già illustrato per il centro della spalla e, come esso, richiede l'inserimento di dati preliminari come base su cui fare l'ottimizzazione. Ciò comporterebbe la misurazione manuale di altri quattro parametri (le tre coordinate del punto E e la distanza tra tale punto e il secondo sensore) di cui tre relativamente critici da ottenere. Con dei semplici accorgimenti, che vengono qui descritti, è stato possibile portare le misurazioni manuali necessarie da quattro ad una sola, riducendo così il carico di lavoro richiesto all'operatore ad un totale di cinque misurazioni manuali per l'intero processo di calibrazione.

La natura dei movimenti di flessione ed estensione dell'avambraccio permette che essi possano essere effettuati mantenendo il gomito fermo in svariate posizioni, raggiungendo comunque la massima apertura possibile. Se il braccio viene man-

tenuto aderente al busto, il centro del gomito si trova idealmente sotto il centro della spalla, ad una distanza lungo l'asse  $z_S$  pari in modulo alla lunghezza del braccio  $L_b$  e allineato rispetto agli altri due assi cartesiani. Il parametro  $L_b$  è il più semplice da misurare a mano in quanto è costituito da un segmento compreso tra due punti, il centro di rotazione della spalla e quello del gomito, che possono essere individuati in prima approssimazione rispettivamente nell'epifisi prossimale dell'omero e nel punto di snodo tra braccio e avambraccio. Negli edit situati affianco al pulsante *Lunghezze braccio* vengono quindi inseriti i valori di posizionamento del punto E rispetto al punto S, nel sistema di riferimento di quest'ultimo; seguendo le indicazioni date sulla configurazione in cui mettere il braccio si inseriscono i seguenti valori:

$$X_{E,S} = 0$$

$$Y_{E,S} = 0$$

$$Z_{E,S} = -\hat{L}_b$$

Dove con  $\hat{L}_b$  è indicato il valore di  $L_b$  misurato a mano. Il quarto parametro, il raggio della sfera, viene ricavato alla prima lettura fatta sul secondo sensore. Al momento della pressione sul pulsante, il soggetto si trova con il braccio aderente al corpo fino al gomito e con l'avambraccio flesso a  $90^\circ$ ; la prima lettura fatta sul secondo sensore fornisce le coordinate di quest'ultimo rispetto all'antenna e, se ci si pone nel piano  $(x_W, y_W)$ , la distanza tra il centro elettrico di  $s_2$  e il punto S (che, grazie alla configurazione adottata per il braccio, in tale piano coincide con il punto E) vale:

$$\hat{L}_{av} = \sqrt{(T_{s2,W}(1,4) - X_{S,W})^2 + (T_{s2,W}(2,4) - Y_{S,W})^2} \quad (5.19)$$

Dove  $X_{S,W}$  e  $Y_{S,W}$  sono le coordinate del centro della spalla nel sistema di riferimento del trasmettitore del FASTRAK, mentre la distanza ricavata è stata chiamata  $\hat{L}_{av}$  perché rappresenta una prima approssimazione della lunghezza dell'avambraccio, oltre che del raggio della sfera con centro nel gomito (figura 5.15). La lunghezza dell'avambraccio in realtà è intesa come la distanza tra il centro del gomito e l'origine della terna 6, situata all'altezza del secondo sensore,

ma giacente sull'asse dell'avambraccio, ad una distanza pari ad  $r_2$ . Considerare  $L_{av}$  uguale al raggio della sfera descritta nelle flessione-estensioni dell'avambraccio significa porre  $r_2$  pari a zero e, dato che esso misura in genere pochi centimetri, si può definire accettabile questa approssimazione per delle stime preliminari.

### 5.4.2 Stima non lineare

Premendo il pulsante inizia la lettura del secondo sensore del dispositivo di tracking, gestita come sempre da un oggetto Timer, impostato per avere un intervallo di 0.2 secondi. Il braccio si trova inizialmente flessa a  $90^\circ$ , con il palmo della mano rivolto verso l'interno e il gomito ben aderente al busto. Il soggetto opera delle flessioni e delle estensioni dell'avambraccio, mantenendo sempre il gomito fermo sul fianco, ma pronando e supinando il braccio (angolo  $\theta_3$ ) in modo da ottenere circonferenze su più piani e appartenenti alla stessa sfera.

Il programma, partendo dai valori forniti alla GUI, ricava automaticamente i valori iniziali dei parametri, sommando alle coordinate di E rispetto ad S quelle di S rispetto a W (dagli edit dedicati alla calibrazione del centro della spalla) e ottenendo quindi le coordinate di E nel sistema di riferimento dell'antenna. Si ricorda che è indispensabile questo passaggio in quanto le letture fatte sui sensori sono sempre riferite all'antenna del FASTRAK. Come raggio della sfera calcola  $\hat{L}_{av}$  dalla prima acquisizione, come spiegato precedentemente, e invoca la funzione "SferaFit\_callback" che opera le stime con il metodo dei minimi quadrati non lineari grazie alla solita "lsqcurvefit".

A questo punto, si procede al calcolo dei parametri mancanti. Indicando con  $(X_S, Y_S, Z_S)$  e  $(X_E, Y_E, Z_E)$  le coordinate rispettivamente di S e di E, tralasciando nella notazione il riferimento al sistema W, si ha:

$$L_b = \sqrt{(X_E - X_S)^2 + (Y_E - Y_S)^2 + (Z_E - Z_S)^2} \quad (5.20)$$

$$G_b = 0.4498L_b \quad (5.21)$$

Con il teorema di Pitagora viene calcolato il valore reale della lunghezza dell'avambraccio ( $r_2$  è il raggio dell'avambraccio, calcolato precedentemente):

$$L_{av} = \sqrt{\widehat{L}_{av}^2 - r_2^2} \quad (5.22)$$

$$G_{av} = 0.4274L_{av} \quad (5.23)$$

Infine viene calcolata la distanza del primo sensore dal baricentro del braccio (dove si trova l'origine della terna 3) lungo l'asse dello stesso, avendo ora a disposizione il valore numerico di  $L_b$ . Con il nome  $d$  è indicata la distanza dal centro della spalla al punto in cui il primo sensore viene proiettato sull'asse del braccio:

$$d = \sqrt{r_s^2 - r_1^2}$$

Dove  $r_1$  è il raggio del braccio, precedentemente calcolato. Il parametro  $d_1$  risulta quindi:

$$d_1 = d - G_b \quad (5.24)$$

ed è positivo se il sensore si trova più in basso, lungo il braccio, rispetto al baricentro dello stesso. Per quanto riguarda la distanza tra la proiezione del secondo sensore sull'avambraccio e l'origine della terna 6, essa è pari a zero perché si è scelto di assumere che quest'ultima terna sia posizionata al termine dell'avambraccio, in corrispondenza del secondo sensore. Questo vuol dire che si considera che l'avambraccio termini in un punto, situato nel suo asse longitudinale, perfettamente allineato con il secondo sensore.

## 5.5 Angoli di Eulero dei sensori

Gli ultimi parametri rimasti da ricavare sono gli angoli di Eulero che rappresentano l'orientazione della terna dei sensori rispetto alla terna locale del modello cui fanno riferimento. Grazie a questi tre angoli, diviene possibile ricavare l'orientazione della terna del generico sensore a partire dalla terna locale.

Come per gli altri parametri del test, anche qui sono stati sfruttati opportuni movimenti dell'arto superiore per produrre elementi geometrici utili ai calcoli ma

la complessità del problema, che richiede sostanzialmente di ricavare le matrici di rotazione  $R_{s1,3}$  e  $R_{s2,6}$ , ha reso indispensabile fare affidamento su alcune assunzioni per arrivare ad una completa caratterizzazione di queste matrici. Nei prossimi paragrafi sono spiegati, oltre ai calcoli matematici, i concetti e le ipotesi che hanno portato alla formulazione della soluzione proposta. Il procedimenti seguiti per i due sensori sono strettamente legati tra loro, ma vengono presentati separatamente per facilitarne la comprensione.

### 5.5.1 Primo sensore

Ricordiamo la formula che descrive la relazione tra le metrici in gioco:

$$[T_{s1,W}] = [T_{S,W}][T_{3,S}][T_{s1,3}]$$

$$[T_{3,S}]^{-1}[T_{S,W}]^{-1}[T_{s1,W}] = [T_{s1,3}] \quad (5.25)$$

A questo punto della calibrazione, ipotizzando di scattare un'istantanea dell'arto superiore fermo in una determinata posizione, le condizioni sono le seguenti:

- $T_{S,W}$  è completamente nota, per ogni posizione dell'arto, dai primi due punti della calibrazione;
- $T_{s1,W}$  è completamente nota. Può essere ricavata grazie ad una misurazione fatta con il FASTRAK.
- $T_{3,S} = T_{3,S}(\theta_1, \theta_2, \theta_3)$  è incognita in quanto in fase di calibrazione non è possibile avere informazioni sui vari g.d.l.

Per ottenere la matrice  $T_{s1,3}$  basta ricavare un'istanza della matrice  $T_{3,S}$ , cioè una sua realizzazione per una determinata combinazione di  $\theta_1$ ,  $\theta_2$  e  $\theta_3$ .

Se si esegue la prono-supinazione del braccio, come si è già visto nei paragrafi precedenti, il primo sensore ruota e disegna una circonferenza in un piano trasversale al braccio stesso. Il versore normale a tale piano, e rivolto verso il gomito, ha per direzione l'asse longitudinale del braccio e, se portato nel sistema di riferimento S, coincide quindi con l'asse  $z_3$ .

La matrice  $R_{3,S}$  rappresenta l'orientazione della terna 3 rispetto alla terna S e la sua terza colonna è l'asse  $z$  della terna 3 vista nel sistema S, cioè esattamente quello che è stato chiamato  $z_3$ . Essendo invariante alla rotazione del terzo g.d.l., che avviene attorno ad esso, l'orientazione di quest'asse dipende solo dai primi due angoli della cinematica:

$$z_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 \sin \theta_2 \\ \sin \theta_1 \sin \theta_2 \\ -\cos \theta_2 \end{pmatrix}$$

Si può allora ricavare, tramite fitting lineare sui campioni acquisiti durante delle prono-supinazioni, il piano trasversale al braccio, per poi calcolare il versore ad esso ortogonale e, premoltiplicandolo per la matrice  $T_{W,S} = T_{S,W}^{-1}$ , ottenere la terza colonna della matrice  $R_{3,S}$ . Con questi dati, risulta immediato il calcolo dei primi due angoli della cinematica per questa particolare configurazione (durante la prono-supinazione la spalla rimane immobile, quindi  $\theta_1$  e  $\theta_2$  sono costanti):

$$\theta_1 = \arctan 2 \left( \frac{z_3(2)}{z_3(1)} \right) \quad (5.26)$$

$$\theta_2 = -\arccos(z_3) \quad (5.27)$$

Se, dopo avere effettuato i movimenti per tracciare il piano necessario, il braccio viene riportato nella condizione in cui  $\theta_3 = 0$ , lasciando invariati tutti gli altri g.d.l., la matrice  $T_{3,S}$  assume la forma:

$$T_{3,S} = \begin{pmatrix} -\sin \theta_1 & \cos \theta_1 \cos \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 & \cos \theta_1 \sin \theta_2 G_b \\ \cos \theta_1 & \sin \theta_1 \cos \theta_2 & \sin \theta_1 \sin \theta_2 & \sin \theta_1 \cos \theta_2 G_b \\ 0 & \sin \theta_2 & -\cos \theta_2 & -\cos \theta_2 G_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Sotto queste ipotesi, viene ricavata la matrice  $T_{s1,3}$  utilizzando l'equazione 5.25 e, dalle prime tre colonne, sono estratti gli angoli di Eulero del primo sensore.

### 5.5.2 Secondo sensore

Analogamente a quanto fatto per il primo sensore, alla base dei calcoli che portano a ricavare gli angoli di Eulero del secondo sensore c'è la formula che lega la terna locale 6 con la terna del trasmettitore, quella della spalla e del sensore stesso:

$$[T_{s2,W}] = [T_{S,W}][T_{6,S}][T_{s2,6}] \quad [T_{s2,W}] = [T_{S,W}][T_{3,S}][T_{6,3}][T_{s2,6}]$$

$$[T_{6,S}]^{-1}[T_{S,W}]^{-1}[T_{s2,W}] = [T_{s2,6}] \quad (5.28)$$

Ipotizzando che l'arto superiore sia rimasto immobile nella configurazione per cui sono già stati calcolati i primi tre gradi di libertà, si può pensare di procedere nello stesso modo e utilizzare il movimento di prono-supinazione dell'avambraccio per ricavare un piano trasversale e infine il versore ortogonale ad esso. Dato il piano in cui ruota il secondo sensore, piano che taglia trasversalmente l'avambraccio, il suo versore normale, rivolto verso il polso, ha per direzione l'asse longitudinale dell'avambraccio e coincide con l'asse  $z_6$  della terna 6 (rispetto al sistema di riferimento della spalla).

Se, dopo l'acquisizione delle posizioni raggiunte dal sensore nel movimento, ulna e radio si riportano nello stato in cui si ha idealmente  $\theta_5 = 0$ , la matrice  $T_{6,3}$  si può scrivere:

$$T_{6,3} = \begin{pmatrix} \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & \cos \theta_4 L_{av} \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & -\cos \theta_4 L_{av} + L_b - G_b \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Dove la terza colonna è l'asse  $z_{6,3}$ , cioè l'asse della terna 6 nel sistema di riferimento della coppia 3. I calcoli eseguiti per ricavare tale versore sono i seguenti:

- Tramite fitting lineare viene ricavato il piano ortogonale all'asse longitudinale dell'avambraccio.
- Il versore ortogonale a tale piano e rivolto dal gomito verso il polso è  $z_{6,W}$ .

- Premoltiplicando per  $T_{W,S}$  si ottiene  $z_{6,S}$ .
- Dalla relazione  $[T_{6,S}] = [T_{3,S}][T_{6,3}]$ , da cui  $[T_{6,3}] = [T_{3,S}]^{-1}[T_{6,S}]$ , si ha:

$$z_{6,3} = [T_{3,S}]^{-1}z_{6,S}$$

L'asse così costruito dipende esclusivamente dal quarto g.d.l. ed ha espressione:

$$z_{6,3} = \begin{pmatrix} \cos \theta_4 \\ 0 \\ -\sin \theta_4 \end{pmatrix}$$

Diviene quindi possibile ricavare  $\theta_4$ :

$$\theta_4 = \arctan 2\left(\frac{-z_{6,3}(3)}{z_{6,3}(1)}\right) \quad (5.29)$$

La matrice  $T_{6,3}$ , e quindi la  $T_{6,S}$ , risulta così completamente nota per la particolare configurazione presa in esame ( $\theta_3 = \theta_5 = 0$ ). Dall'equazione 5.28 viene infine calcolata la matrice  $T_{s2,6}$  da cui si estraggono gli angoli di Eulero del secondo sensore rispetto alla terna 6.

Riassumendo, il calcolo degli angoli di Eulero dei sensori si opera grazie ai movimenti di prono-supinazione di braccio e avambraccio. Dopo aver premuto una prima volta il pulsante *Ang. Eulero sensori*, un oggetto Timer acquisisce le posizioni e orientazioni assunte dal primo sensore e il programma le utilizza per ricavare il piano su cui esso si muove, da cui verrà calcolata la terza colonna della matrice  $T_{3,S}$ . Alla seconda pressione del pulsante, dopo aver cessato il movimento, la lettura si sposta sul secondo sensore, mosso lungo una circonferenza dall'avambraccio durante una prono-supinazione con il resto dell'arto superiore bloccato nella posizione di partenza. Anche in questo caso viene ricavato il piano su cui giace la circonferenza tracciata dal sensore e da esso si arriva alla terza colonna della matrice  $T_{6,3}$ . Una volta ottenute le matrici  $T_{s1,3}$  e  $T_{s2,6}$ , si estraggono gli angoli di Eulero mediante semplici formule trigonometriche (vedi appendice C). Operativamente, si è reso necessario un passaggio ulteriore a causa della non

idealità delle matrici in gioco. Una volta ottenuta la generica matrice  $T_{si,j}$  infatti, essa presenta aspetti di quasi singolarità che sono fonte d'errore nel calcolo diretto degli angoli di Eulero. Il problema è stato risolto utilizzando inizialmente la convenzione angolare di Cardano (che si è dimostrata più affidabile in questo particolare caso) per poi costruire una matrice di rotazione con gli angoli di Cardano equivalente a quella di partenza. Solo da questa matrice vengono poi estratti gli angoli di Eulero che vengono poi visualizzati nelle schermata della GUI.

## 5.6 Validazione su fantoccio

Come già fatto per la calibrazione analitica nel capitolo precedente, l'approccio qui illustrato è stato applicato al fantoccio di legno che interpreta il modello cinematico dell'arto superiore. Dopo aver posizionato i sensori e il trasmettitore, è stata effettuata la calibrazione riproducendo i movimenti descritti in questo capitolo e testando infine la validità del lavoro svolto eseguendo il tracking del fantoccio per determinati movimenti che rappresentano i singoli gradi di libertà.

### 5.6.1 Grafici dei movimenti

I grafici mostrano netti miglioramenti per tutti i g.d.l. ed è evidente come siano sparite le oscillazioni e la maggior parte delle interdipendenze tra i diversi angoli rispetto al metodo descritto nel capitolo precedente. In figura 5.18 sono presenti i grafici relativi ad un movimento di ab-adduzione che va da zero a  $120^\circ$ : Si può notare come, per  $\theta_2$  vicino allo zero, gli angoli  $\theta_1$  e  $\theta_3$  assumano valori inconsistenti e compromettano la veridicità della rappresentazione. Questo comportamento è in apparente contrasto con il codice della funzione "inv\_kin\_fin", in cui gli angoli  $\theta_1$  e  $\theta_3$  vengono posti a zero qualora il secondo grado di libertà risulti nullo. Se si osserva attentamente i grafici tuttavia, si può notare come  $\theta_2$  in realtà non raggiunga mai il valore nullo, ma ci si avvicini soltanto; ciò comporta che vi sia una condizione di quasi singolarità non corretta dal programma, il cui risultato è appunto l'errore nel primo e nel terzo grado di libertà.

La figura 5.17 dimostra come, per valori sufficientemente alti di  $\theta_2$ , l'errore in  $\theta_1$  e  $\theta_3$  sia nullo. In terapia riabilitativa post ictus, e soprattutto nei casi trattati

con robot come il NeReBot o il MariBot dell'università di Padova, per cui è studiato questo sistema di tracking, è infrequente la condizione in cui il secondo g.d.l. venga a trovarsi in prossimità del valore nullo e tale limite risulta quindi trascurabile.

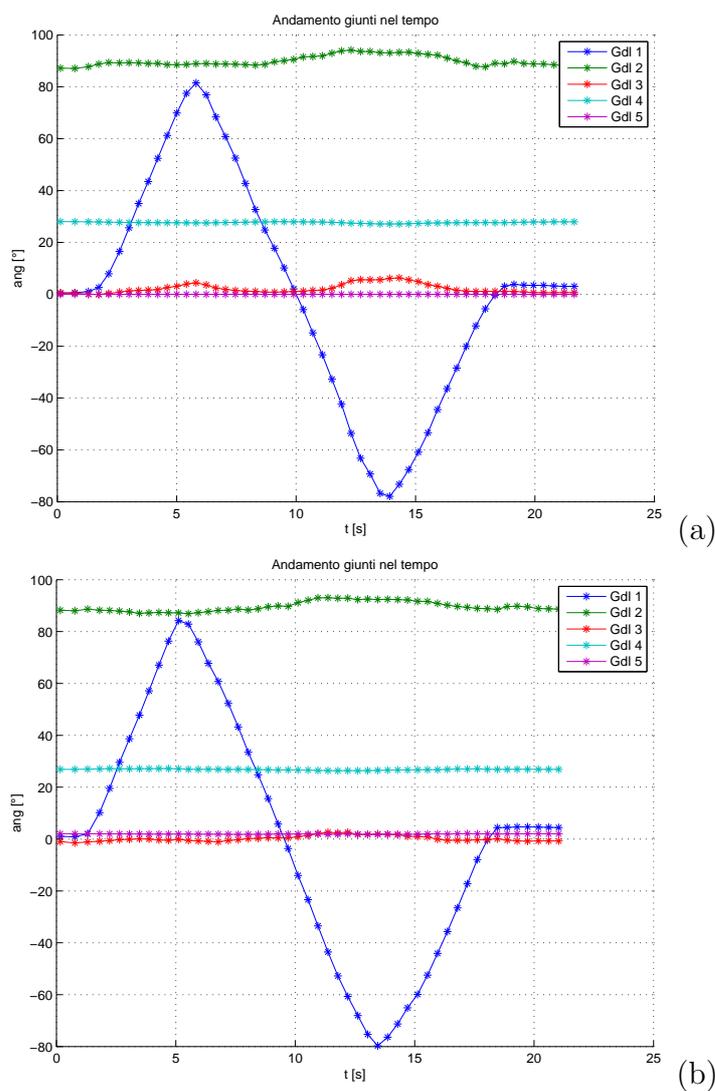


Figura 5.16: Primo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

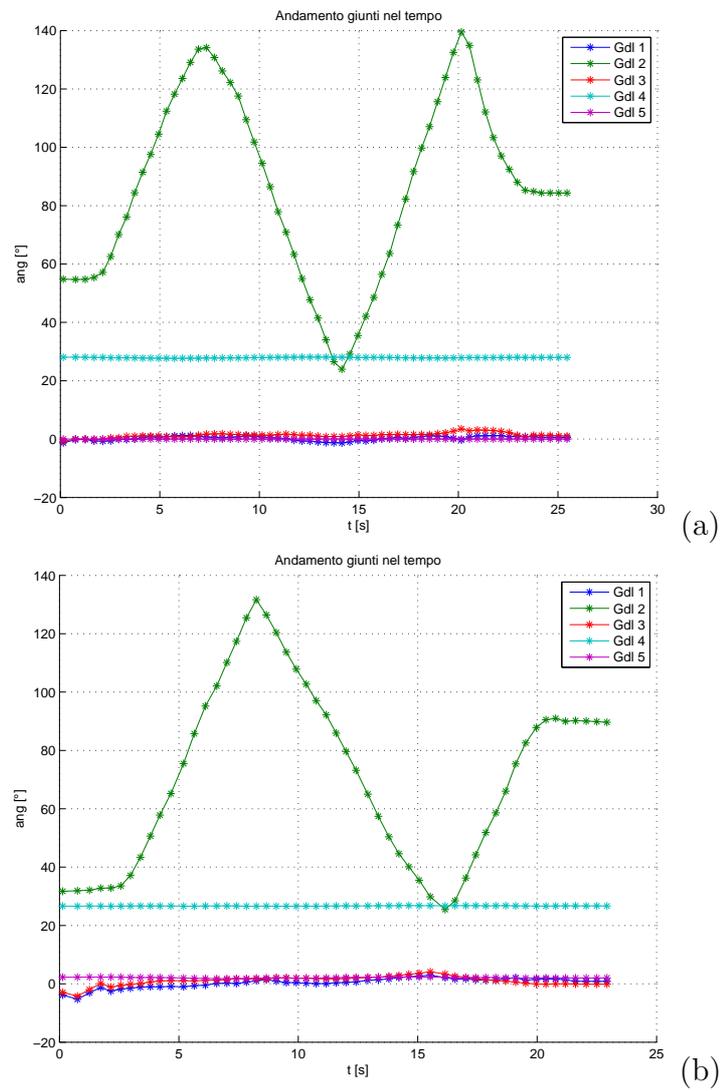


Figura 5.17: Secondo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

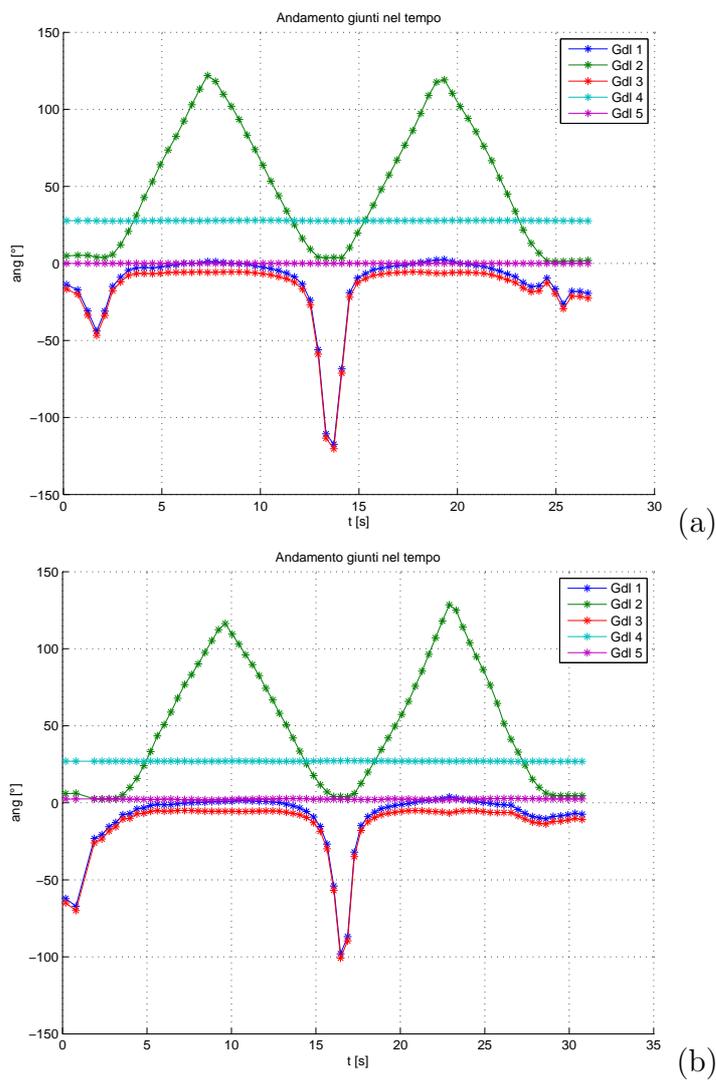


Figura 5.18: Secondo grado di libertà con completa ab-adduzione del braccio; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

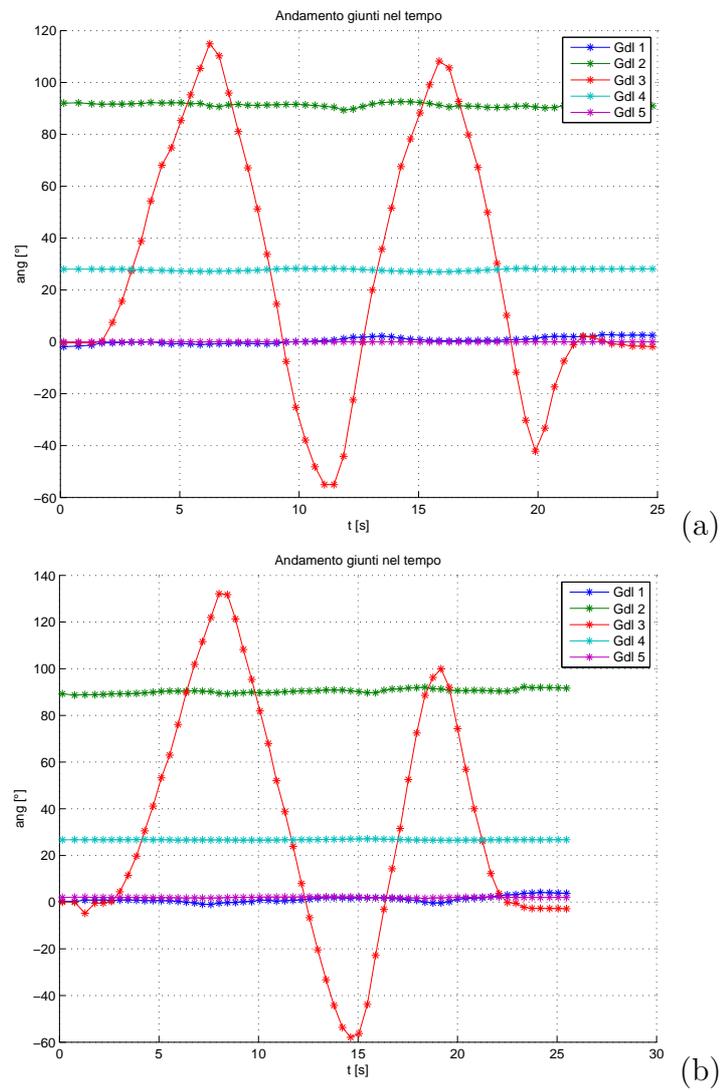


Figura 5.19: Terzo grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

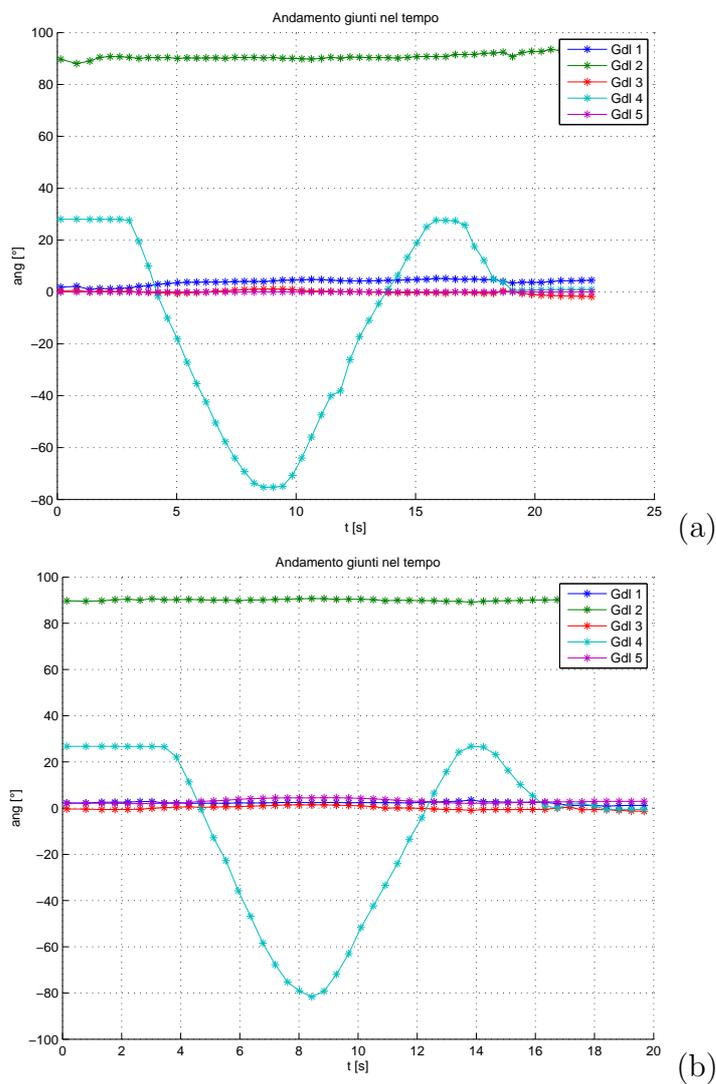


Figura 5.20: Quarto grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

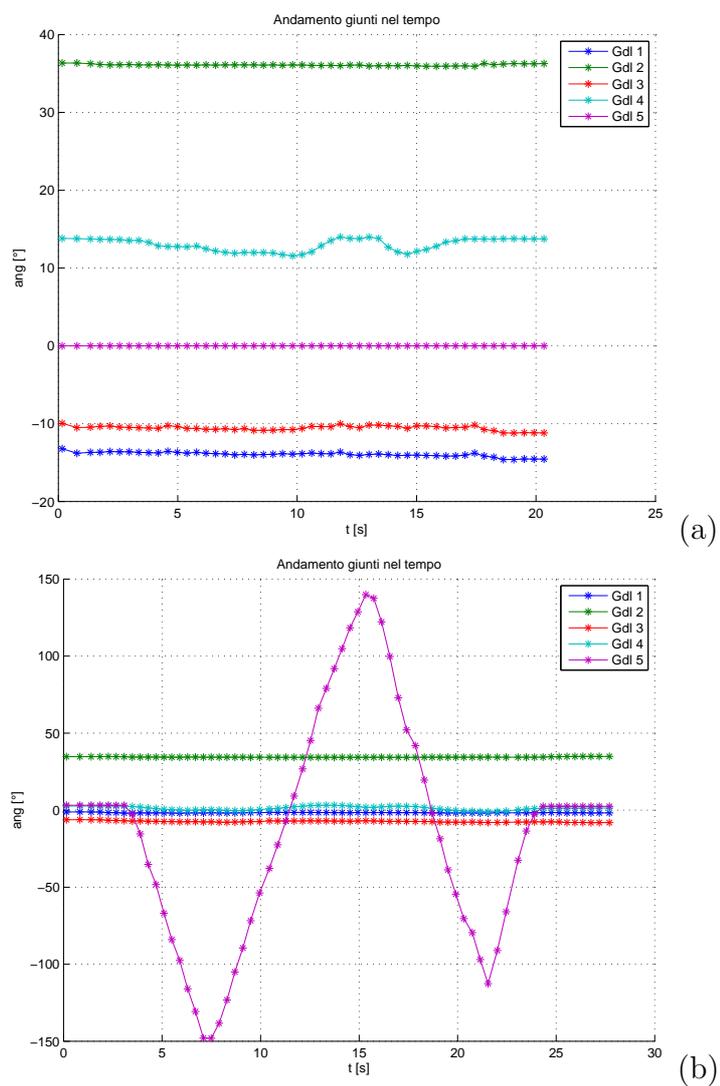


Figura 5.21: Quinto grado di libertà; (a) cinematica inversa con posizioni; (b) cinematica inversa con rotazioni.

### 5.6.2 Confronto dei parametri di calibrazione

Di seguito viene fornito un confronto tra i valori dei parametri ricavati con il metodo della calibrazione tramite curve-fitting e quelli misurati manualmente. Nel caso degli angoli, i sensori e l'antenna sono stati posizionati a occhio, cercando di disporli in modo da ottenere valori netti, più facilmente verificabili. La colonna delle differenze percentuali mostra una buona accuratezza delle stime sia per quanto riguarda le lunghezze che gli angoli di posizionamento e di Eulero. I valori sono riferiti alla stessa configurazione utilizzata per testare il metodo analitico ed è quindi possibile un confronto diretto con la tabella del capitolo precedente.

|                        |                    | Misurati<br>manualmente | Stimati con<br>Curve-fitting | Diff.<br>[%] |
|------------------------|--------------------|-------------------------|------------------------------|--------------|
| Parametri soggetto     | $L_b[mm]$          | 290                     | 287.12                       | -0.99%       |
|                        | $L_{av}[mm]$       | 260                     | 260.32                       | 0.12%        |
| Posizionamento $s_1$   | $d_1[mm]$          | 50                      | 50.35                        | 0.70%        |
|                        | $r_1[mm]$          | 48                      | 48.54                        | 1.13%        |
|                        | $\alpha_1[^\circ]$ | 100                     | 94.79                        | -5.21%       |
| Angoli di Eulero $s_1$ | $\phi_1[^\circ]$   | -90                     | -84.82                       | -5.76%       |
|                        | $\psi_1[^\circ]$   | 90                      | 90.35                        | 0.39%        |
|                        | $\xi_1[^\circ]$    | 90                      | 88.54                        | -1.62%       |
| Posizionamento $s_2$   | $d_2[mm]$          | 0                       | 0                            | ...          |
|                        | $r_2[mm]$          | 25                      | 25.24                        | 0.96%        |
|                        | $\alpha_2[^\circ]$ | -90                     | -92.64                       | 2.93%        |
| Angoli di Eulero $s_2$ | $\phi_2[^\circ]$   | 90                      | 88.18                        | -2.02%       |
|                        | $\psi_2[^\circ]$   | 90                      | 87.97                        | -2.26%       |
|                        | $\xi_2[^\circ]$    | 90                      | 87.86                        | -2.38%       |
| Parametri antenna      | $Trasl.x[mm]$      | -336                    | -336.94                      | 0.28%        |
|                        | $Trasl.y[mm]$      | 0                       | 1.18                         | ...          |
|                        | $Trasl.z[mm]$      | 75                      | 75.24                        | 0.32%        |
|                        | $Rot.x[^\circ]$    | 90                      | 90                           | 0.00%        |
|                        | $Rot.y'[^\circ]$   | 0                       | 0.07                         | ...          |
|                        | $Rot.z''[^\circ]$  | -90                     | -90                          | 0.00%        |

## 5.7 Test su soggetto

Anche per questo approccio sono state effettuate prove di calibrazione su soggetto umano e i risultati evidenziano un abbassamento generale della differenza percentuale tra stime e misure, il quale porta ad un miglioramento globale nei grafici degli angoli della cinematica. Sono comunque presenti disturbi dovuti allo spostamento indipendente dei tessuti molli rispetto alle ossa e quindi al modello.

|                        |                    | Misurati<br>manualmente | Stimati con<br>Curve-fitting | Diff.<br>[%] |
|------------------------|--------------------|-------------------------|------------------------------|--------------|
| Parametri soggetto     | $L_b[mm]$          | 300                     | 309.86                       | 3.29%        |
|                        | $L_{av}[mm]$       | 230                     | 221.32                       | -3.77%       |
| Posizionamento $s_1$   | $d_1[mm]$          | 79                      | 82.45                        | 4.37%        |
|                        | $r_1[mm]$          | 50                      | 45.89                        | -8.22%       |
|                        | $\alpha_1[^\circ]$ | 70                      | 66.88                        | -4.46%       |
| Angoli di Eulero $s_1$ | $\phi_1[^\circ]$   | -90                     | -82.79                       | -8.01%       |
|                        | $\psi_1[^\circ]$   | 90                      | 93.83                        | 4.26%        |
|                        | $\xi_1[^\circ]$    | 90                      | 91.01                        | 1.12%        |
| Posizionamento $s_2$   | $d_2[mm]$          | 0                       | 0                            | ...          |
|                        | $r_2[mm]$          | 30                      | 31.26                        | 4.2%         |
|                        | $\alpha_2[^\circ]$ | -110                    | -117.44                      | 6.76%        |
| Angoli di Eulero $s_2$ | $\phi_2[^\circ]$   | 90                      | 97.62                        | 8.47%        |
|                        | $\psi_2[^\circ]$   | 90                      | 93.67                        | 4.08%        |
|                        | $\xi_2[^\circ]$    | 90                      | 94.36                        | 4.84%        |
| Parametri antenna      | $Trasl.x[mm]$      | -550                    | -558.38                      | 1.45%        |
|                        | $Trasl.y[mm]$      | 50                      | 55.31                        | 10.62%       |
|                        | $Trasl.z[mm]$      | 50                      | 47.18                        | -5.64%       |
|                        | $Rot.x[^\circ]$    | -90                     | -90                          | 0.00%        |
|                        | $Rot.y'[^\circ]$   | 0                       | 3.32                         | ...          |
|                        | $Rot.z''[^\circ]$  | 90                      | 99.01                        | 10.01%       |

I parametri per cui è più difficile ottenere stime accurate con questo metodo sono gli angoli di Eulero dei sensori (necessitano di due movimenti differenti

con il braccio fisso nella stessa posizione, difficile da realizzare), mentre per gli altri parametri non si riscontrano mai grossi problemi. Si potrebbe pensare di implementare un metodo ibrido che ricavi i dati di posizionamento dei sensori, dell'antenna e i dati fisici del paziente ( $L_b$ ,  $L_{av}$ ,  $d_1$ ,  $r_1$ ,  $\alpha_1$ , ecc.) con la tecnica della stima non lineare come visto in questo capitolo, per poi utilizzare i valori stimati come dati per una calibrazione analitica più accurata degli angoli di Eulero.

Per eliminare gli artefatti da tessuto molle lasciando inalterato il set-up della prova una soluzione è rappresentata dai fissatori intra-corticali: supporti impiantabili in materiale biocompatibile che vengono fissati direttamente alla parte superficiale dell'osso e fuoriescono dalla cute per collegarvi i sensori. In questo modo i movimenti dei sensori sarebbero strettamente correlati a quelli dell'osso sottostante, ma è necessario soppesare i vantaggi di questa scelta con gli evidenti disagi che comporterebbe. Questi dispositivi infatti limiterebbero i movimenti del paziente e lo obbligherebbero a sottoporsi ad un intervento invasivo per fissare i supporti all'osso, con tutti i rischi del caso.

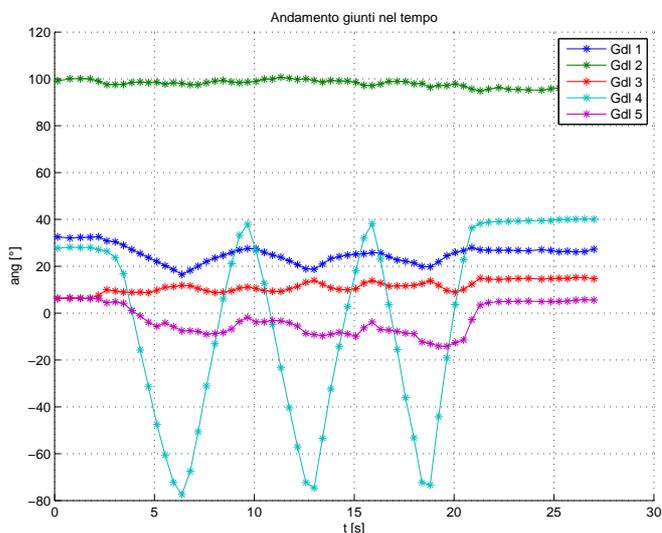


Figura 5.22: quarto grado di libertà per un soggetto calibrato con curve-fitting.

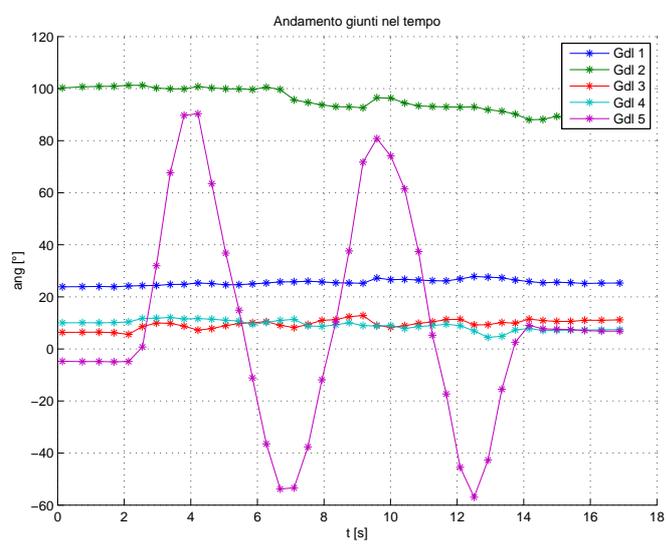


Figura 5.23: quinto grado di libertà per un soggetto calibrato con curve-fitting.



# Conclusioni

Il presente lavoro di tesi ha riguardato lo studio e il perfezionamento in un'interfaccia grafica per un sistema di tracking motorio dell'arto superiore, inserendo gli strumenti e il codice necessari per effettuare la calibrazione dei parametri del paziente e di posizionamento dei sensori su di esso.

L'interfaccia permette di effettuare il tracking dell'arto in real-time, visualizzando i movimenti tramite un modello cinematico a 5 gradi di libertà che riproduce la posa reale assunta dal paziente grazie ai dati inviati dai sensori. É possibile anche l'utilizzo in modalità simulazione, in cui si possono caricare traiettorie ideali create manualmente e applicarle allo stesso modello cinematico. Si possono inoltre effettuare movimenti dei singoli gradi di libertà grazie a comandi slider e impostare vari tipi di paziente, ognuno caratterizzato dai propri parametri fisici. Sono stati presentati due differenti approcci alla calibrazione, uno puramente analitico, basato su ipotesi di idealità e corrispondenza del modello cinematico alla realtà, che si è dimostrato veloce e sufficientemente accurato per eseguire test su fantoccio; l'altro approccio, fondato su concetti di teoria della stima, risulta più complicato e lento da utilizzare perché richiede l'esecuzione di più movimenti e l'inserimento di alcuni dati misurati a mano, tuttavia rappresenta una valida soluzione in termini di accuratezza ed affidabilità.

Alla luce dell'analisi qualitativa e quantitativa dei risultati, nonché della complessità delle tecniche proposte, la soluzione finale può forse essere costituita da un ibrido tra le due, che ricavi i parametri di posizionamento dei sensori e del trasmettitore con le tecniche presenti nel secondo approccio e li usi poi come dati aggiuntivi per ricavare i parametri rimanenti analiticamente.

Tra gli sviluppi futuri si può quindi citare l'implementazione di un metodo di

---

calibrazione definitivo, che sappia raggruppare i pregi dei due approcci esistenti, compensando i rispettivi difetti. Sarebbe utile anche prevedere un modo per eliminare, o quanto meno limitare, l'effetto degli artefatti da tessuto molle che costituiscono la maggiore fonte d'errore, assieme ai piccoli movimenti involontari dell'arto, nei test su soggetto. È presumibile che la soluzione si possa ricercare in una rivisitazione del set-up previsto per il test, aumentando il numero di sensori (il FASTRAK può ospitarne fino a 4) in modo da avere più dati su cui fare riferimento, oppure stabilendo un metodo di fissaggio dei sensori che li renda meno dipendenti dai movimenti dei tessuti molli interposti tra essi e lo scheletro.





# Appendice A

## Sfera, piano e circonferenza

In questa sezione sono presenti le formule matematiche e gli elementi geometrici utilizzati nel metodo della calibrazione tramite *curve fitting*. La seguente descrizione ha il solo scopo di elencare brevemente le equazioni e i concetti presenti nel codice dell'algoritmo e non si prefigge quindi di essere una rappresentazione esauriente degli argomenti trattati, per la quale si rimanda a testi specifici.

### A.1 La sfera

**Definizione in geometria:** in  $R^3$  la sfera è il luogo geometrico costituito dai punti che giacciono ad una distanza minore o uguale ad una distanza specifica  $r$ , detta *raggio della sfera*, da un punto  $C$ , detto *centro della sfera*. Si definisce *superficie sferica* l'insieme dei punti della sfera la cui distanza dal centro è esattamente pari a  $r$ .

**Equazione nello spazio:** dato un punto  $C(x_c, y_c, z_c) \in R^3$ , la superficie sferica di centro  $C$  e raggio  $r$  è data da:

$$(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2 \quad (\text{A.1})$$

dove  $x$ ,  $y$  e  $z$  sono le coordinate di un generico punto appartenente alla superficie sferica.

## A.2 Il piano

**Definizione in geometria:** il piano in geometria è, assieme a punto e retta, un concetto primitivo e non necessita quindi di definizione.

**Equazione nello spazio:** in  $R^3$  il piano è descritto dall'equazione canonica:

$$ax + by + cz + d = 0 \quad (\text{A.2})$$

dove  $x$ ,  $y$  e  $z$  sono le coordinate di un generico punto appartenente al piano, mentre  $a$ ,  $b$ ,  $c$  e  $d$  sono parametri costanti con  $a$ ,  $b$  e  $c$  non contemporaneamente nulli.

**Piano passante per tre punti non allineati:** dati in punti  $P_1(x_1, y_1, z_1)$ ,  $P_2(x_2, y_2, z_2)$  e  $P_3(x_3, y_3, z_3)$  appartenenti ad  $R^3$ , è possibile calcolare l'equazione del piano da essi formato e tale piano è unico. L'equazione del piano è la seguente:

$$\det \begin{pmatrix} x & y & z & 1 \\ x_1 & y_1 & z_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & z_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & z_3 & 1 \end{pmatrix} = 0$$

**Distanza di un punto da un piano:** dati un punto  $P_0(x_0, y_0, z_0)$  e un piano  $\pi : ax + by + cz + d = 0$ , la distanza di  $P_0$  da  $\pi$  vale:

$$D(\pi, P_0) = \frac{|ax_0 + by_0 + cz_0 + d|}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (\text{A.3})$$

Ovviamente, se tale distanza è nulla il punto appartiene al piano.

## A.3 La circonferenza

**Definizione in geometria:** in  $R^2$  la circonferenza è il luogo dei punti equidistanti da un punto, detto *centro della circonferenza* e tale distanza è detta *raggio della circonferenza*.

**Equazione nello spazio:** Si può pensare ad una circonferenza nello spazio Euclideo come l'intersezione tra una sfera ed un piano. Per descrivere una circonferenza  $c$ , bisogna quindi procedere costruendo un sistema di due equazioni:

$$c : \begin{cases} (x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 + (z - z_c)^2 = r^2 \\ ax + by + cz + d = 0 \end{cases}$$

Per calcolare il raggio della circonferenza così rappresentata, si utilizza l'equazione:

$$r_c = \sqrt{r^2 - D^2(\pi, C)} \quad (\text{A.4})$$

dove  $r_c$  è il raggio della circonferenza,  $r$  è il raggio della sfera e  $D(\pi, C)$  è la distanza del centro della sfera dal piano (figura A.1).

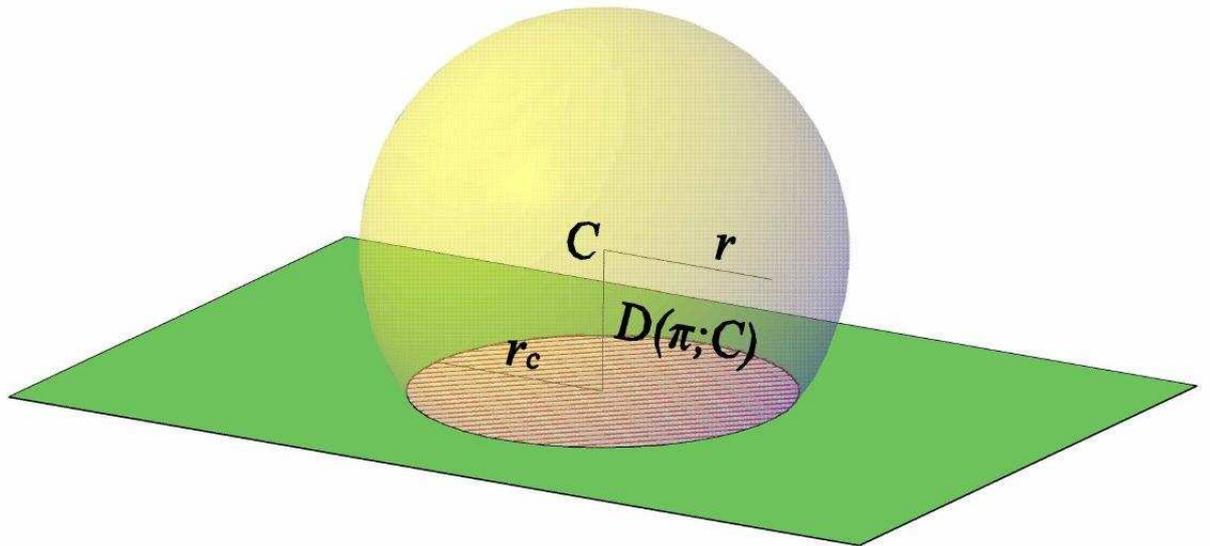


Figura A.1: rappresentazione della circonferenza nello spazio come intersezione di un piano con una sfera.



# Appendice B

## Stima parametrica

Il problema di stima parametrica consiste nel ricavare i valori numerici dei parametri di un modello che descrive un determinato sistema.

Sia  $p = [p_1, p_2, \dots, p_M]^T$  il vettore dei parametri, il modello matematico che descrive un generico sistema sarà rappresentato da una funzione  $G$  di  $p$  e, nel caso di sistema tempo variante, del tempo espresso come istanti di campionamento del fenomeno studiato  $t = [t_1, t_2, \dots, t_N]^T$ . Tale modello fornisce una predizione dei valori dell'uscita in corrispondenza dei tempi di campionamento,  $G(t, p)$ ; chiamiamo tale uscita  $y = [y_1, y_2, \dots, y_N]^T$ .

Se sono disponibili delle misure  $z = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$  dell'uscita in corrispondenza dei tempi di campionamento, si può scrivere l'equazione:

$$z = y + v = G(t, p) + v \quad (\text{B.1})$$

dove  $v = [v_1, v_2, \dots, v_N]^T$  è il vettore degli errori di misura e  $v_k$  è l'errore che corrompe la  $k$ -esima misura. Non avendo una caratterizzazione completa dell'errore di misura (distribuzione statistica, media, varianza), esso è stato trascurato nel processo di stima, ma riveste un ruolo importante in problemi, per esempio l'identificabilità di modelli compartimentali per sistemi biologici, in cui le misurazioni risultano complicate da eseguire e soggette ad un grado di incertezza rilevante.

In base alla B.1 possiamo formalizzare il problema di stima parametrica come

segue:

**Determinare** una stima  $\hat{p}$  del vettore dei parametri  $p$ , noti  $z$ , la funzione vettoriale  $G(t,p)$  e  $t$ .

## B.1 LLS: stima per modelli lineari

Un modello, come quello descritto nella B.1, si definisce *lineare nei parametri* quando è possibile scriverlo nella forma:  $G(p) = Gp$  dove si è omessa per semplicità la dipendenza dal tempo. Il modello lineare più semplice è infatti la retta di regressione, che viene espressa con la formulazione:

$$y(t) = G(t,p) = G(t,m,q) = mt + q \quad (\text{B.2})$$

Dato il vettore delle misure  $z$  si definisce il vettore dei residui  $r = [r_1, r_2, \dots, r_N]^T$  come quel vettore che, per un certo valore dei parametri, fornisce la differenza tra dati e predizione del modello. Il metodo LLS (*Linear Least Square*, minimi quadrati lineari) si basa sull'ipotesi che il vettore dei parametri ottimale è quello che rende minima tale differenza, intesa come norma quadratica del vettore  $r$ :

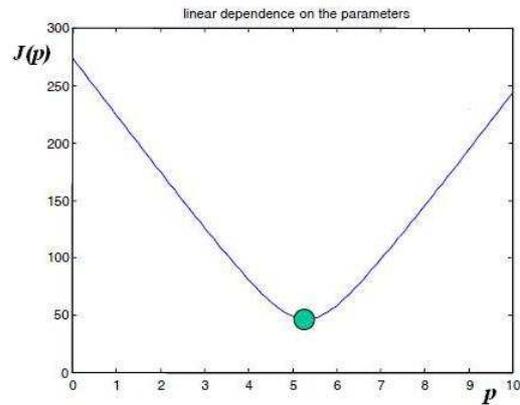
$$\|r\|^2 = r^T r = \sum_{i=1}^N r_i^2 \quad (\text{B.3})$$

L'equazione B.3 fornisce un valore, detto RSS (*Residual Sum of Square*), che è una misura dell'energia dei residui; da tale equazione si ricava una opportuna funzione costo:

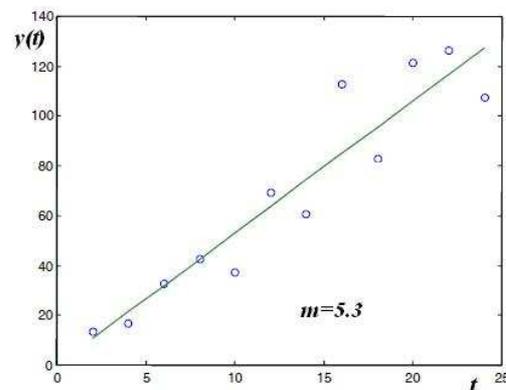
$$J(p) = \|r\|^2 = \sum_{i=1}^N r_i^2 = (z - Gp)^T (z - Gp) \quad (\text{B.4})$$

minimizzando la quale, in funzione di  $p$ , si ottiene la formula matematica per calcolare una stima ottima dei parametri:

$$\hat{p} = (G^T G)^{-1} G^T z \quad (\text{B.5})$$



(a)



(b)

Figura B.1: (a) andamento di  $J(p)$  in funzione del vettore dei parametri  $p$  per un modello lineare (retta di regressione); (b) fit lineare dei dati per la retta di regressione.

Come si può vedere dall'eq. B.5, per i modelli lineari nei parametri esiste una soluzione al problema di stima che può essere espressa in forma chiusa con una semplice equazione vettoriale. Ciò è dovuto al fatto che, per tali modelli, la natura di RSS permette di avere una funzione costo  $J(p)$  caratterizzata da un solo punto di minimo, come mostrato in figura B.1(a). La figura B.1(b) dimostra come l'equazione B.5 identifichi il parametro  $m$  che fitta meglio il set di dati a disposizione, in un modello a retta di regressione del tipo  $y(t) = mt$ .

## B.2 NLLS: stima per modelli non lineari

Quando non è possibile rappresentare la dipendenza del modello dai parametri con semplici somme o prodotti, ma esiste una dipendenza per esempio quadratica o esponenziale del primo dai secondi, si è in presenza di un modello non lineare.

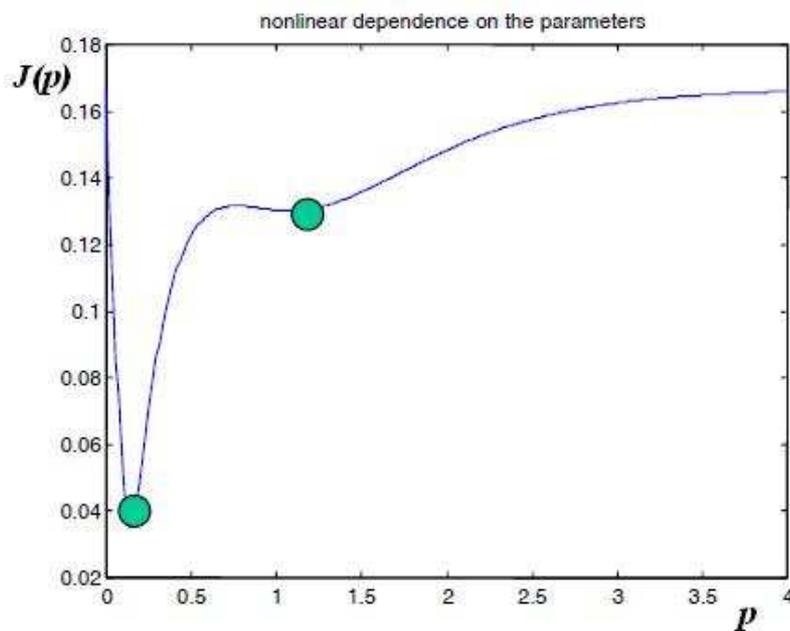


Figura B.2: andamento di  $J(p)$  in funzione del vettore dei parametri  $p$  per un modello non lineare (mono-esponenziale).

Per questi modelli non esiste soluzione in forma chiusa al problema di stima, in quanto nella funzione costo i parametri non compaiono linearmente; ciò significa che non esiste un unico punto di minimo della funzione, ma diversi punti di minimo locale, come rappresentato in figura B.2. Esistono vari metodi per arrivare alla soluzione per via iterativa, in modo più o meno veloce, servendosi della velocità di calcolo dei computer, il più utilizzato dei quali è il metodo di *Gauss-Newton*.

### B.2.1 Metodo iterativo di Gauss-Newton

Dato un valore iniziale del vettore dei parametri  $p^0 = [p_1^0, p_2^0, \dots, p_M^0]^T$  e la predizione del modello al tempo  $t_k$  con  $k = 1, 2, \dots, N$ , sviluppando in serie di Taylor al primo ordine quest'ultima si ha:

$$G(t_k, p) \approx G(t_k, p^0) + \sum_{i=1}^M \frac{\delta G(t_k, p^0)}{\delta p_i} (p_i - p_i^0) \quad (\text{B.6})$$

dove  $M$  è il numero totale dei parametri e l'argomento della sommatoria è la derivata parziale della predizione del modello al tempo  $t_k$  fatta rispetto al parametro  $i$ -esimo, moltiplicata per l'intervallo tra valore iniziale e valore corrente dei parametri. Sostituendo tale espressione nell'equazione B.1, scritta per il  $k$ -esimo campione, otteniamo:

$$z_k - G(t_k, p^0) = \sum_{i=1}^M \frac{\delta G(t_k, p^0)}{\delta p_i} (p_i - p_i^0) + v_k \quad (\text{B.7})$$

Estendendo il tutto alle  $n$  misure in notazione vettoriale e trascurando l'errore di misura, si ricava la forma linearizzata corrispondente al problema non lineare di partenza:

$$\Delta z = S \Delta p \quad (\text{B.8})$$

dove  $S$  è la matrice ( $N \times M$ ) delle derivate parziali, interamente calcolabile, mentre  $\Delta p$  è l'incognita. Si può ora risolvere il problema linearizzato con il metodo dei minimo quadrati lineari, che fornisce la soluzione:

$$\Delta \hat{p} = (S^T S)^{-1} S^T \Delta z \quad (\text{B.9})$$

da cui si può aggiornare la stima di un passo sommando l'incremento ottenuto alla stima iniziale:

$$p^1 = p^0 + \Delta \hat{p} \quad (\text{B.10})$$

e procedendo iterativamente. Quando la differenza tra predizione del modello e misure (residui) non varia per più di una certa tolleranza scelta a priori, l'algoritmo viene arrestato.

## B.2.2 La funzione *lsqcurvefit*

Nel *optimization toolbox* di Matlab è presente tutta una serie di funzioni che utilizzano la stima ai minimi quadrati per ricavare uno o più parametri da modelli non lineari. Il loro funzionamento si basa sulle forme più robuste dell'algoritmo di Gauss-Newton, come l'algoritmo di Levenberg-Marquardt e, tra tutte, *'lsqcurvefit'* è strutturata appositamente per fare il fitting di curve cartesiane a partire da valori sperimentali.

Innanzitutto deve essere creata la predizione del modello  $G(p)$ , cioè l'equazione non lineare della curva da fittare; viene quindi scritta una function Matlab che riceverà i valori dei parametri iniziali al momento della chiamata. L'equazione da risolvere è, come già visto:

$$\operatorname{argmin}_p \sum_{i=1}^N \|z - G(t,p)\|^2 \quad (\text{B.11})$$

Verrà di seguito illustrato brevemente il modo di utilizzo di *'lsqcurvefit'* nel contesto in questione, descrivendo gli argomenti di cui ha bisogno e il modo in cui se ne serve. La sintassi necessaria alla chiamata della funzione è la seguente:

```
x = lsqcurvefit(fun,x0,xdata,ydata,lb,ub,options);
```

**fun:** è il nome della funzione che rappresenta la curva da fittare. Essa riceve come argomenti i parametri da stimare, sotto forma di vettore colonna ed, eventualmente, i dati noti del problema (es. i tempi di campionamento) e restituisce la funzione da inserire nella funzione costo (nel nostro caso  $G(t,p)$ ). Sarà poi *'lsqcurvefit'* a costruire la funzione costo come somma dei quadrati dei residui.

**x0:** è un vettore colonna con i valori iniziali dei parametri da stimare. Come si può notare in figura B.2 infatti, in un problema di stima non lineare la funzione costo ha diversi punti di minimo locale e, per questo motivo, è importante avere un set di valori iniziali da cui far partire l'algoritmo iterativo di ricerca di minimo. Se tale informazione non è disponibile o si discosta troppo dai valori reali, l'algoritmo può facilmente incappare in un minimo locale e quindi fornire stime errate (figura B.3).

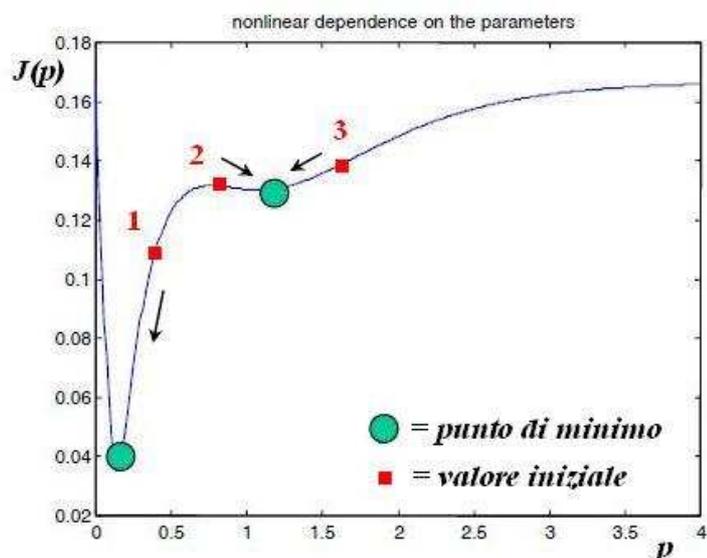


Figura B.3: mentre nel caso 1 una buona scelta del valore di  $p^0$  porta l'algoritmo a convergere nel punto di minimo assoluto di  $J(p)$ , nei casi 2 e 3 valori di  $p^0$  troppo lontani dalla vera entità di  $p$  sfociano in una stima errata di quest'ultimo.

**xdata:** eventuali dati noti che servono alla costruzione della curva (es. nel fitting di una sfera, le coordinate dei punti noti dalle misure, che si ipotizzano essere appartenenti alla sfera stessa).

**ydata:** è il vettore delle uscite misurate  $z$  del sistema, da confrontare con la predizione del modello  $G(t,p)$ . Nel caso in questione, data la struttura delle equazioni delle curve utilizzate, le misure a disposizione sono state utilizzate come dati (le coordinate dei punti appartenenti alla sfera) e non come uscite. In tal senso, la predizione del modello viene confrontata col vettore nullo, assunto come misurazione esterna priva di errore,  $z = [0, 0, \dots, 0]^T$ , in quanto l'equazione della sfera nello spazio si compone di un polinomio di secondo grado posto uguale a zero ed è questo quindi il valore che assumono le uscite.

**lb, ub:** sono *lower bound* e *upper bound*, ossia vettori contenenti i valori minimi e i valori massimi che ogni parametro può assumere come risultato della stima e vengono espressi solitamente a partire dai valori iniziali  $p^0$ . Una volta

stabiliti questi ultimi infatti, è logico pensare che, se, come è necessario, essi rappresentano un'approssimazione discreta dei valori reali dei parametri, non potranno discostarsi poi molto dagli stessi. La quantificazione, più o meno rigorosa, dell'entità dello scostamento tra i due porta alla definizione dei vincoli da passare all'algoritmo.

**options:** opzioni di ottimizzazione della funzione; Ad esempio, possono essere variate le tolleranze entro cui la convergenza dei parametri è considerata compiuta (se al ciclo successivo il loro valore varia meno di una tolleranza scelta, il processo di stima è considerato concluso con successo) e lo stesso vale per il valore della funzione costo.

# Appendice C

## Convenzioni angolari

L'orientamento relativo tra due terne può essere immaginato come ottenuto da tre successive rotazioni  $\alpha$ ,  $\beta$  e  $\gamma$  attorno a tre assi  $u_1$ ,  $u_2$  e  $u_3$ . A seguito di queste tre rotazioni, una terna inizialmente in posizione  $x_0, y_0, z_0$  viene inizialmente portata in  $x_1, y_1, z_1$  poi in  $x_2, y_2, z_2$  e infine in  $x_3, y_3, z_3$ . Ognuna di queste rotazioni può essere descritta da una matrice di rotazione e la rotazione finale risulta dal prodotto delle tre matrici. Come assi  $u_i$  si utilizza generalmente un qualunque asse della terna mobile ( $i-1$ ) o della terna fissa ( $\theta$ ). Inoltre l'asse  $u_2$  dev'essere sempre diverso da  $u_1$  e  $u_3$  (non avrebbe senso ruotare due volte consecutive attorno allo stesso asse);  $u_1$  e  $u_3$  possono invece coincidere. Si possono così ottenere diverse combinazioni di rotazioni, 12 in totale. Se il primo e il terzo asse sono identici, si parla di convenzioni euleriane, mentre se sono differenti si parla di convenzioni cardaniche in senso stretto. Una volta fissati gli assi intorno a cui avvengono le rotazioni, l'orientamento della terna mobile rispetto a quella fissa può venire espresso semplicemente dal valore dei tre angoli di rotazione [12].

**Teorema 1** *Si può dimostrare che ogni gruppo di tre successive rotazioni  $\gamma$ ,  $\beta$ ,  $\alpha$  attorno a tre assi  $c_0, b_0, a_0$  (assi fissi) è equivalente al gruppo di rotazioni  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$  attorno ai tre assi  $a_0, b_1, c_2$  dove  $a, b$  e  $c$  sono una qualunque permutazione di  $x, y$  e  $z$ .*

## C.1 Angoli di Eulero

Si farà riferimento alla seguente combinazione:

1. rotazione  $\alpha$  attorno all'asse  $z_0$ ;
2. rotazione  $\beta$  attorno all'asse  $y_1$ ;
3. rotazione  $\gamma$  attorno all'asse  $z_2$ ;

Ad ogni rotazione corrisponde una matrice:

$$R_z(\alpha) = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \beta & 0 & \cos \beta \end{pmatrix}$$

$$R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

La matrice di rotazione finale risulta:

$$R = R_z(\alpha)R_y(\beta)R_z(\gamma)$$

$$R = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \cos \beta \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & \cos \alpha \sin \beta \\ \sin \alpha \cos \beta \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \beta \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & \sin \alpha \sin \beta \\ -\sin \beta \cos \gamma & \sin \beta \sin \gamma & \cos \beta \end{pmatrix}$$

Si procede quindi nel calcolo degli angoli di Eulero:

**C.1.1 Caso A:  $R(3, 3) \neq 1$** 

$$\beta = \arccos(R(3, 3)) \quad 0 < \beta < \pi \quad (\text{C.1})$$

si definisce:

$$\gamma_1 = \arcsin\left(\frac{R(3, 2)}{\sin \beta}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \gamma_1 < \frac{\pi}{2}$$

- se  $R(3, 1) < 0$  allora:

$$\gamma = \gamma_1 \quad (\text{C.2})$$

- se  $R(3, 1) \geq 0$  allora:

$$\gamma = \pi - \gamma_1 \quad (\text{C.3})$$

si definisce:

$$\alpha_1 = \arcsin\left(\frac{R(2, 3)}{\sin \beta}\right) \quad -\frac{\pi}{2} < \alpha_1 < \frac{\pi}{2}$$

- se  $R(1, 3) \geq 0$  allora:

$$\alpha = \alpha_1 \quad (\text{C.4})$$

- se  $R(1, 3) < 0$  allora:

$$\alpha = \pi - \alpha_1 \quad (\text{C.5})$$

I tre angoli sono completamente e univocamente determinati.

**C.1.2 Caso B:  $R(3, 3) = \pm 1$** 

$$\beta = \begin{cases} 0 & \text{se } R(3, 3) = 1 \\ \pi & \text{se } R(3, 3) = -1 \end{cases}$$

- Nel primo caso, la matrice di rotazione assume la forma:

$$R = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & -\cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & 0 \\ \sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & -\sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Utilizzando le formule di addizione si ottiene:

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\alpha + \gamma) & -\sin(\alpha + \gamma) & 0 \\ \sin(\alpha + \gamma) & \cos(\alpha + \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Si definisce:

$$\epsilon = \arcsin(R(2,1)) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

- se  $R(1,1) \geq 0$  allora:

$$\alpha + \gamma = \epsilon \tag{C.6}$$

- se  $R(1,1) < 0$  allora:

$$\alpha + \gamma = \pi - \epsilon \tag{C.7}$$

- Mentre nel secondo caso si ha:

$$R = \begin{pmatrix} -\cos \alpha \cos \gamma - \sin \alpha \sin \gamma & \cos \alpha \sin \gamma - \sin \alpha \cos \gamma & 0 \\ -\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \gamma & \sin \alpha \sin \gamma + \cos \alpha \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Utilizzando le formule di sottrazione si ottiene:

$$R = \begin{pmatrix} \cos(\alpha - \gamma) & \sin(\alpha - \gamma) & 0 \\ \sin(\alpha - \gamma) & -\cos(\alpha - \gamma) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Si definisce:

$$\epsilon = \arcsin(R(1,2)) \quad -\frac{\pi}{2} < \epsilon < \frac{\pi}{2}$$

- se  $R(1,1) \geq 0$  allora:

$$\alpha - \gamma = \epsilon \quad (\text{C.8})$$

- se  $R(1,1) < 0$  allora:

$$\alpha - \gamma = \pi - \epsilon \quad (\text{C.9})$$



# Bibliografia

- [1] A. Rossi and G. Rosati, “Rehabilitation robotics in padua, italy,” in *Proceedings of the IEEE 10th International Conference on Rehabilitation Robotics*, Noordwijk, The Netherlands, 2007.
- [2] J. F. D. M. J. P. L. Oujiamaa, I. Relave, “Rehabilitation of arm function after stroke. literature review,” *Annals of Physical and Rehabilitation Medicine*, vol. 52, pp. 269–293, 2009.
- [3] H. Zhou and H. Hu, “Human motion tracking for rehabilitation - a survey,” *Biomedical Signal Processing and Control*, 2007.
- [4] <http://www.xsens.com>.
- [5] <http://www.microstrain.com>.
- [6] <http://www.ascensiontech.com>.
- [7] <http://www.polhemus.com>.
- [8] P. Incorporated, *FASTRAK user’s manual*, November 2002.
- [9] <http://www.intersense.com>.
- [10] <http://www.kittytech.com>.
- [11] A. Pasqualin, “Sistema di tracking motorio dell’arto superiore per utilizzo in riabilitazione,” Tesi di Laurea in Ingegneria Biomedica, Università degli Studi di Padova, 2009-2010.
- [12] G. Legnani, *Robotica industriale*. Milano, Italy: Casa Editrice Ambrosiana, 2003.

- [13] A. Rossi and M. Giovagnoni, *Una introduzione allo studio dei meccanismi*. Padova, Italy: Edizioni libreria Corina, 2002.

## Ringraziamenti

Ringrazio il prof. Aldo Rossi e il prof. Giulio Rosati per avermi dato la possibilità di entrare nel mondo della robotica medica, troppo trascurato nel mio indirizzo d'origine, e per i consigli e le spiegazioni fornite. Un ringraziamento anche a Fabio che mi ha dato una mano nel corso di questi 5 mesi al DIMEG.

Un ringraziamento speciale va ai miei tre amici più cari (l'originale "monday team"!!) che mi hanno aiutato e supportato in tutti questi anni, se sono arrivato fin qui è anche grazie a voi. Grazie a *Fabietto*, il fratello che non ho mai avuto, che mi conosce da 21 anni e in tutto questo tempo non ha mai mancato di farmi sentire che per me un amico sincero ci sarebbe sempre stato. Grazie anche per le ore passate su AutoCad per i disegni di questa tesi, a buon rendere! Grazie ad *Andrew*, il crossista da strapazzo alias "uomo credibile", che sa sempre come coinvolgermi in iniziative tanto folli quanto divertenti e che con la sua adorabile pazzia è in grado di riempire qualsiasi silenzio, facendolo diventare rock! Grazie al *Max*, l'uomo dalle mille risorse, sempre su di giri, 'sempre al top ragazzi!' e sempre al limite. Le battute a bruciapelo che ti lasciano senza parole e i fantastici allenamenti nella tana delle tigri non li dimenticherò mai. Un grazie di cuore anche al *Cima*, da Venezia con furore, per le serate trascorse a parlare di cinema e di come potrei iniziare a bere alcolici (tempo sprecato!) e al sindaco *Mattia*, che ora probabilmente starà maledicendo qualche operaio del cantiere per telefono e che mi manca sempre quando usciamo la sera. Ringrazio anche gli amici della palestra che mi hanno fatto divertire agli allenamenti e alle cene del giovedì. Primo fra tutti *Marco, il Turco* che, con la sua passione per tutto ciò che è bello e fa sentire bene, mi ha insegnato a vedere il mondo da un punto di vista privilegiato. Grazie a *Marino*, con la sua schiettezza e la sua simpatia, che mi ha insegnato che una delle cose più importanti è sapere quanto valgo. Grazie a *Filippo*, il saggio della palestra, perché una persona più positiva non l'ho mai conosciuta. Grazie anche a *Marco*, che non indietreggia mai, *Raoul* e *Nicola* per i bei momenti trascorsi. Ringrazio di cuore i miei genitori, a cui dedico questo lavoro, i miei nonni (anche tu, nonno, so che avresti voluto esserci) e i miei familiari per tutto ciò che hanno fatto e che continueranno a fare per me.