

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali - DTG Corso di Laurea in Ingegneria Meccatronica

# TESI DI LAUREA Realizzazione di un moltiplicatore di giri per un banco prova volto alla sensibilizzazione dell'efficienza energetica

Relatore: Prof. Fabio Tinazzi Laureandi: Alberto Tonellato Nicola Piccoli Davide Faccin

Correlatore: Prof. Riccardo Antonello

ANNO ACCADEMICO: 2023-2024

#### 27 maggio 2024

#### Sommario

In ambito industriale, l'esigenza di aumentare l'efficienza dei motori elettrici è sempre più importante. In questo contesto, il presente lavoro di tesi si propone di presentare la progettazione e la realizzazione di un moltiplicatore di giri da collegare ad un motore a magneti permanenti (PMSM) in modalità regenerative mode.

Nella progettazione del moltiplicatore abbiamo dovuto tenere conto del limite di sicurezza imposto dalla classificazione bassissima tensione che impone un limite di tensione di 50V RMS per sistemi elettrici in alternata.

I test del nostro moltiplicatore di giri sono stati condotti su un banco prova fornito dal gruppo precedente, che si è occupato di scegliere il motore più adatto per questo tipo di applicazione.

L'obiettivo del progetto è quello di sensibilizzare l'utilizzatore all' efficienza energetica. L'utente si renderà conto dello sforzo fisico richiesto al variare del carico, della velocità di utilizzo e del rapporto di trasmissione aggiuntivo dovuto al moltiplicatore.

## Indice

1	Componenti e realizzazione del banco prova1.1Componenti del banco prova						
2	Richiami di teoria e schema del motore PMSM2.1 Richiami di teoria2.2 Funzionamento in regenerative mode	<b>9</b> 9 10					
3	Analisi datasheet del motore PMSM	13					
4	Creazione modello in Simulink         4.1       Verifica Ke tramite simulazione         4.2       Verifica Ke sperimentale	<b>15</b> 16 17					
5	<ul> <li>Validazione modello Simulink e calcolo parametri di progetta- zione del moltiplicatore</li> <li>5.1 Verifica massima coppia richiesta dal motore</li></ul>	<b>20</b> 22 24					
6	Il moltiplicatore di giri, richiami di teoria6.1Ruote dentate cilindriche a denti dritti6.2Rotismi ordinari	<b>25</b> 26 32					
7	Progettazione in 3D su Fusion7.1Definizione parametri impostati7.2Progettazione rotismo7.3Componenti7.4Progettazione del case7.5Progettazione della manovella7.6Assemblaggio del sistema7.7Stampa in 3D7.8Componenti stampati	<ul> <li>34</li> <li>35</li> <li>38</li> <li>42</li> <li>44</li> <li>52</li> <li>56</li> <li>58</li> <li>61</li> </ul>					
8	Simulazione e analisi FEM         8.1 Studio modello del sistema         8.2 Rendimento delle ruote dentate         8.3 Analisi FEM         8.4 Creazione modello da analizzare         8.5 Definizione dei vincoli e dei carichi applicati         8.6 Simulazione FEM delle diverse condizioni di carico         8.6.1 Fattore di sicurezza         8.6.2 Sollecitazione         8.6.3 Spostamento	<b>65</b> 70 71 71 73 74 75 75 76					

9	Collaudo						
	9.1	Prova a vuoto	79				
	9.2	Prova con carico variabile	80				
	9.3	Analisi rendimenti e potenze	82				
	9.4	Analisi velocità, coppie e forze	85				
	9.5	Conclusioni	89				

## 1 Componenti e realizzazione del banco prova

Per sviluppare il nostro progetto, ci siamo basati sul banco prova utilizzato lo scorso anno dall'altro gruppo di tesisti. Il banco, nella sua configurazione più semplice, presenta un motore sincrono a magneti permanenti (PMSM) collegato ad un carico puramente resistivo in configurazione a stella. In alternativa, è possibile connettere al carico resistivo un ulteriore carico resistivo-induttivo in serie. Un'analisi approfondita di entrambe le tipologie di carico verrà condotta in seguito.

#### 1.1 Componenti del banco prova

Il motore PMSM impiegato è un modello BTD4-0410-30-400-K, che verrà analizzato in dettaglio più avanti. All'albero del motore è stata fissata una manovella stampata in 3D munita di tre fori per variare la distanza di applicazione della forza (6, 10 e 15 cm), modificando di conseguenza i momenti e le velocità applicate all'albero stesso.

Per il carico resistivo abbiamo utilizzato tre reostati di potenza con un range di valori compreso tra 0 e 50 ohm. Nel caso del carico induttivo, invece, ai reostati sono stati collegati in serie un interruttore magnetotermico e delle induttanze di valore definito.

Per la misura delle grandezze elettriche di interesse abbiamo impiegato uno oscilloscopio a 2 canali, una sonda di tensione differenziale, una pinza amperometrica e un multimetro.

Di seguito una foto del setup del banco prova utilizzato in configurazione resistiva:



Figura 1: Setup banco prova in configurazione con carico resistivo.

Lo schema elettrico associato:



Figura 2: Schema elettrico setup con carico resistivo .

E una foto della configurazione resistiva-induttiva:



Figura 3: Setup banco prova in configurazione con carico resistivo-induttivo .

Lo schema elettrico associato:



Figura 4: Setup banco prova in configurazione con carico resistivo-induttivo .

## 2 Richiami di teoria e schema del motore PM-SM

Di seguito si fornisce una breve introduzione ai principi di funzionamento del motore PMSM, andando a fare un breve richiamo sulla teoria e mostrando la modalità da generatore.

#### 2.1 Richiami di teoria

Il motore sincrono è un tipo di motore elettrico che si distingue per la sua capacità di operare in perfetta sincronia con la frequenza della corrente di alimentazione.

I motori sincroni a magnete permanente sono impiegati sempre più diffusamente in ambito industriale, specialmente nei servoazionamenti di piccola e media potenza.

La conversione elettromeccanica che essi attuano segue il principio di funzionamento dei sistemi elettrodinamici in cui però i conduttori su cui agiscono le forze sono collocati nella parte fissa (statore) ed il rotore viene posto in movimento per il principio fisico di reazione.

I motori sincroni a magneti permanenti sono una tecnologia avanzata con numerosi vantaggi rispetto ai motori asincroni tradizionali. Offrono un'elevata efficienza, una coppia elevata, una precisione di velocità, dimensioni compatte e una manutenzione ridotta. Sono utilizzati in una varietà di applicazioni, tra cui veicoli elettrici, robotica, macchine utensili, energia eolica e elettrodomestici.



Figura 5: Spaccato di un motore sincrono a magneti permanenti .



Di seguito si riporta uno schema elettrico del motore PMSM in esame:

Figura 6: Schema elettrico del motore PMSM usato .

#### 2.2 Funzionamento in regenerative mode

Un PMSM può funzionare in modalità rigenerativa, cioè può convertire l'energia cinetica in energia elettrica. In modalità generatore, il rotore del PMSM gira sotto l'azione di una forza esterna. Il movimento del rotore induce di conseguenza un campo magnetico variabile nello statore che genera una corrente elettrica negli avvolgimenti, andando poi a alimentare un carico applicato alle fasi del motore.



Figura 7: Schema rappresentante le energie in gioco.

Più precisamente possiamo notare nell'immagine sottostante come il motore funzioni da tale nel primo e terzo quadrante, dove la velocità e la coppia hanno verso concorde, mentre funziona da generatore nel secondo e quarto quadrante.



Figura 8: Rappresentazione dei quadranti di lavoro del motore.

Come illustrato nella Figura 4, il motore PMSM può operare in quattro quadranti, a seconda del verso della velocità e della coppia.

- Primo quadrante (motore M1): velocità e coppia positive. In questo quadrante, il motore funziona in modalità motore, convertendo l'energia elettrica in energia meccanica. Si tratta del funzionamento tipico del motore, utilizzato per azionare carichi meccanici.
- Secondo quadrante (generatore G1): velocità positiva e coppia negativa. In questo quadrante, il motore funziona in modalità generatore, convertendo l'energia meccanica in energia elettrica. Un esempio di questa modalità è la frenata rigenerativa nei veicoli elettrici, dove l'energia cinetica del veicolo viene convertita in energia elettrica e riutilizzata per alimentare il motore o le batterie.
- Terzo quadrante (motore M2): velocità negativa e coppia positiva. In questo quadrante, il motore funziona nuovamente in modalità motore, ma con rotazione inversa. Questa modalità può essere utile in applicazioni che richiedono un cambio di direzione del movimento.
- Quarto quadrante (generatore G2): velocità negativa e coppia negativa. In questo quadrante, il motore funziona in modalità generatore, ma con rotazione inversa. Anche questa modalità può essere utile in applicazioni che richiedono un cambio di direzione del movimento e della generazione di energia elettrica.

I fattori che influenzano la potenza generata dal motore PMSM in ciascun quadrante sono la velocità di rotazione, il flusso magnetico e la coppia. Una maggiore velocità di rotazione, un flusso magnetico più elevato e una coppia più alta si traducono in una maggiore potenza generata.

È importante sottolineare che il funzionamento del motore PMSM nei quadranti 2 e 4 richiede un sistema di controllo adeguato per gestire il flusso di energia e prevenire danni al motore.

## 3 Analisi datasheet del motore PMSM

Di seguito si analizza il datasheet del motore BTD4-0410-30-400-K:

Motore	BTD4-0410-30-4		
Coppia di stallo	M <sub>o</sub> [Nm]	4.1	
Velocità nominale	n <sub>n</sub> [min <sup>-1</sup> ]	3000	
Inverter CC-bus	V <sub>dc</sub> [V]	560	
Tensione nominale motore CA	V <sub>n</sub> [V]	330	
Numero di poli motore	P <sub>mot</sub>	10	
Numero di poli resolver	Pres	2	
Coppia nominale	M <sub>n</sub> [Nm]	3.2	
Corrente CA nominale	I_ [A]	2.8	
Corrente CA di stallo	I <sub>0</sub> [A]	3.4	
Picco di coppia	M <sub>max</sub> [Nm]	11.1	
Picco di corrente	I <sub>max</sub> [A]	13.6	
Costante EMF	K <sub>E</sub> [V/1000min <sup>-1</sup> ]	72	
Costante di coppia	K <sub>T</sub> [Nm/A]	1.19	
Potenza nominale	P <sub>n</sub> [W]	1000	
Resistenza statore fase - fase	R <sub>pp</sub> [Ω]	4	
Induttanza statore fase - fase	L <sub>pp</sub> [mH]	34	
Inerzia del rotore	J <sub>m</sub> [kgcm <sup>2</sup> ]	1.7	
Costante di tempo elettrica	τ <sub>el</sub> [ms]	8.5	
Costante di tempo meccanica	τ <sub>th</sub> [min]	29	
Costante di tempo termica	τ <sub>mec</sub> [ms]	0.8	
Peso senza freno	m <sub>M</sub> [kg]	4.275	
Peso con freno	m <sub>MF</sub> [kg]	5.095	
mte le caratteristiche del motor       = 40 °C (temperatura an       = 105 °C (temperatura r	<b>e sono riferite alle se</b> nbiente) iscaldamento avvolg	eguenti condizioni: imento)	

Figura 9: Datasheet del motore PMSM usato .

A partire da questi dati possiamo fare un'analisi delle caratteristiche di interesse per la nostra prova, utilizzando le formule sotto riportate:

- $P_n = M_n \cdot \Omega_n$
- $K_t = \frac{M_n}{I_{n,eff}}$
- $E_n = K_e \cdot \Omega_n \rightarrow K_e = \frac{E_n}{\Omega_n}$

- $\Omega_m = \frac{\Omega_{me}}{p}$
- $E_n \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = E_{tensionedifase}$
- $E = \Omega_m \cdot \Lambda_{mg} \cdot p$

• 
$$\Lambda_{mg} = \frac{\sqrt{2} \cdot E_n}{\sqrt{3} \cdot p \cdot \Omega_m} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3} \cdot p} \cdot K_e$$

• 
$$R_m = \frac{R_{2,ph}}{2}$$

• 
$$L_m = \frac{L_{m,ph}}{2}$$

Con:

 $P_m$ :Potenza meccanica all'albero [W]  $M_n$ :Coppia meccanica all'albero  $[N \cdot m]$  $\Omega_m$ :Velocità angolare meccanica all'albero [rad/s]  $\Omega_{em}$ : Velocità angolare elettromeccanica all'albero [rad/s]  $\kappa_{\tau}$ :Costante di coppia [N/A]  $\kappa_e$ :Costante di forza contro-elettromotrice [V/1000rpm] E:Forza contro-elettromotrice di picco di una singola fase [V]  $E_{eff}$ :Forza contro-elettromotrice di fase efficace [V]  $E_n$ :Forza contro-elettromotrice concatenata efficace [V]  $I_n$ :Corrente di fase efficace [A] *p*:Numero di coppie polari  $\Lambda_{mq}$ :Flusso magnetico concatenato  $R_m$ :Resistenza statorica di una singola fase  $[\Omega]$  $R_{2,ph}$ :Resistenza statorica concatenata  $[\Omega]$  $L_m$ :Induttanza statorica di una singola fase [mH]  $L_{2.ph}$ :Induttanza statorica concatenata [mH]

Tramite queste formule riusciamo a ricavare i dati di interesse per il nostro studio:

- $P_n = M_n \cdot \Omega_n = 3, 2 \cdot 3000 \cdot \frac{2 \cdot \pi}{60} = 1005[W]$
- $K_t = \frac{M_n}{I_{n,eff}} = \frac{3.2}{2.2} = 1,14[\frac{N \cdot m}{A}]$
- $K_e = 72 \cdot \frac{V}{1000 rpm} = 0,687[\frac{V \cdot s}{rad}]$
- $\Lambda_{mg} = \frac{\sqrt{2} \cdot K_e}{\sqrt{3} \cdot p} = \frac{\sqrt{2} \cdot 0.687}{\sqrt{3} \cdot 5} = 0,1136[\frac{V \cdot s}{rad}]$
- $R_m = \frac{R_{2,ph}}{2} = \frac{4}{2} = 2[\Omega]$
- $L_m = \frac{L_{m,ph}}{2} = \frac{34}{2} = 17[mH]$

Di seguito verranno fatte verifiche tramite il modello Simulink e verifiche sperimentali e per verificare la correttezza dei valori forniti nel datasheet.

## 4 Creazione modello in Simulink

Per simulare il comportamento del motore abbiamo costruito un modello del nostro banco prova attraverso il software Matlab e Simulink. Abbiamo iniziato la simulazione del sistema grazie alla libreria di Simulink (Simscape / Electrical / Specialized Power Systems / Electrical Machines) che prevede la modellazione di un PMSM con l'aiuto dei dati di targa immessi dall'utilizzatore.



Figura 10: Blocco motore PMSM nel software Simulink.

Siamo passati poi ad inserire le configurazioni e i parametri del motore nella sezione apposita:

📓 Block Parameters: PMSM motor	X 🛅 Block Parameters: PMSM motor X				
Permanent Magnet Synchronous Machine (mask) (link)	<ul> <li>Permanent Magnet Synchronous Machine (mask) (link)</li> </ul>				
Implements a three-phase or a five-phase permanent magnet synchronous machine. The stator windings are connected in wye to an internal neutral point.	Implements a three-phase or a five-phase permanent magnet synchronous machine. The stator windings are connected in wye to an internal neutral point.				
The three-phase machine can have sinusoidal or trapezoidal back EMF waveform. The rotor can be round or salient-pole for the sinusoidal machine, it is round when the machine is trapezoidal. Preset models are available for the Sinusoidal back EMF machine.	The three-phase machine can have sinusoidal or trapezoidal back EMF waveform. The rotor can be round or salient-pole for the sinusoidal machine, it is round when the machine is trapezoidal. Preset models are available for the Sinusoidal back EMF machine.				
The five-phase machine has a sinusoidal back EMF waveform and round rotor.	The five-phase machine has a sinusoidal back EMF waveform and round rotor.				
Configuration Parameters	Configuration Parameters				
Number of phases: 3	Machine parameters				
Back EMF waveform: Sinusoidal	Compute from standard manufacturer specifications.				
Rotor type: Round	Stator phase resistance Rs (Ohm): 2				
Mechanical input: Speed w	Armature inductance (H): 0.017				
Preset model: No	Machine constant				
Measurement output	Specify: Voltage Constant (V_peak L-L / krpm)				
Use signal names to identify bus labels	Voltage constant: 101.7487				
	Pole pairs p (): 5				
	Initial conditions [ wm(rad/s) thetam(deg) ia ib(A) ]: [0 0 0 0]				
	Rotor nux position when theta = 0: 90 degrees benind phase A axis (modified Park)				
OK Correl Hule A					
OK Cancel Help Ap	DK Cancel Help Apply				

Figura 11: Configurazioni e parametri impostati del motore.

Facciamo notare il numero di fasi = 3, l'ingresso  $\omega$  in rad/s, la resistenza di statore Rs = 2  $\Omega$ , l'induttanza Ls = 17 mH e la costante di tensione  $Ke = 72 \frac{V}{1000rpm} \cdot \sqrt{2} = 101.7V/1000$  giri al minuto. Il numero di coppie polari del motore è pari a 5.

#### 4.1 Verifica Ke tramite simulazione

Di seguito riportiamo lo schema del modello analizzato per verificare il valore del Ke tramite la simulazione:



Figura 12: Modello realizzato in Simulink per verificare il Ke.

Inizialmente abbiamo quindi analizzato il comportamento a vuoto del modello, cioè senza carico resistivo collegato alle fasi del motore. Nella fattispecie abbiamo messo un carico resistivo con una resistenza grande da 9 Mohm, simulando così il comportamento a vuoto (corrente di fase quasi nulla). Abbiamo poi dato in ingresso una rampa di velocità in modo che il motore passasse da 0 rad/s a 150 rad/s e analizzato tramite un grafico l'andamento della tensione concatenata efficace ai capi di 2 fasi.

Riportiamo di seguito l'andamento ottenuto della velocità dell'albero del motore in funzione della tensione concatenata:



Figura 13: Andamento della velocità dell'albero del motore [rpm] in funzione della tensione concatenata [V] tramite simulazione.

Calcoliamo ora la pendenza della retta nel tratto lineare, che corrisponde al Ke:

$$\frac{x_2 - x_1}{y_2 - y_1} = \frac{86, 6 - 25, 9}{1251 - 407} = 0,072V/rpm$$

Come si può notare dal grafico l'andamento della velocità del rotore rispetto alla tensione concatenata è pressoché lineare, con una pendenza pari a 0,072 V/rpm che è proprio il coefficiente di tensione Ke, il quale coincide con il coefficiente presente nel datasheet di 72 V/1000 rpm .

#### 4.2 Verifica Ke sperimentale

Abbiamo poi fatto una verifica sperimentale del coefficiente Ke e, per fare questo, abbiamo collegato un trapano all'albero motore e lo abbiamo fatto girare a diverse velocità, andando a misurare frequenza e tensione tramite l'utilizzo dell'oscilloscopio.

Di seguito si riporta una delle schermate acquisite:



Figura 14: Esempio misura tensione concatenata con l'oscilloscopio .

Dalle misurazioni effettuate abbiamo quindi ricavato la seguente tabella:

N. Acquisizione	f [Hz]	Vrms [V]	Vpp [V]	Vp [V]	VpRMS [V]	Ωm [rad/s]	Ωm [rpm]	Ke [V/rpm]
1	7,75	6,58	19,7	9,85	6,966	9,739	93	0,0708
2	12,6	10,9	32	16	11,315	15,834	151,2	0,0721
3	24	20,2	59,2	29,6	20,934	30,159	288	0,0701
4	36,5	31,8	91,2	45,6	32,249	45,867	438	0,0726
5	46,1	40,6	114	57	40,311	57,931	553,2	0,0734
6	58,1	49,8	144	72	50,919	73,011	697,2	0,0714
7	72,5	63,4	182	91	64,356	91,106	870	0,0729
8	89,3	76	218	109	77,086	112,218	1071,6	0,0709
9	103	88,5	258	129	91,231	129,434	1236	0,0716
10	120	107	317	158,5	112,093	150,797	1440	0,0743
11	135	113	329	164,5	116,337	169,646	1620	0,0698
12	137	115	336	168	118,812	172,16	1644	0,0700
							Ke medio [V/rpm]	0,07152

Figura 15: Tabella contenente i dati delle acquisizioni realizzate utilizzando il trapano.

Dall'analisi della tabelle ci ricaviamo il grafico sotto riportato, che ci permette di fare delle importanti osservazioni:



Figura 16: Andamento della velocità del motore [rpm] in funzione della tensione concatenata [V] sperimentale .

Osserviamo la stretta correlazione tra la retta ricavata tramite modello Simulink e la retta ottenuta tramite misure sperimentali, il che conferma il dato presente nel datasheet relativo ad una costante di forza contro-elettromotrice Ke = 0.072 V/rpm.

## 5 Validazione modello Simulink e calcolo parametri di progettazione del moltiplicatore

Da specifiche di progetto ci è stato indicato di non superare la tensione di 50 V RMS per singola fase, che corrisponde ad una tensione concatenata RMS di circa 86,6 V. Sapendo quindi che la tensione è proporzionale alla velocità di rotazione del motore, abbiamo calcolato a quanti giri deve girare il rotore per avere una tensione fase-fase di 86,6 V RMS. Per fare questo abbiamo utilizzato 2 metodi. Il primo prevede il semplice calcolo numerico considerando il coefficiente Ke.

Abbiamo utilizzato le seguenti relazioni:

$$K_e = \frac{E_n}{\Omega_m} \to E_n = K_e \cdot \Omega_m$$

inoltre

$$\Omega_m = \frac{E_n}{K_e} = \frac{86,6}{0,072} = 1202$$
rpm

Abbiamo trovato che alla velocità radiale di 1202 rpm dovremmo avere 86,6 V RMS ai capi delle 2 fasi.

E' stata fatta poi una verifica sperimentale dei dati appena calcolati. Attraverso l'utilizzo di un trapano collegato direttamente all'albero del motore lo abbiamo fatto girare all'incirca alla velocità ricavata dalla teoria (ovvero 1200 rpm).



Figura 17: Misurazione della tensione concatenata tra due fasi girando l'albero del motore con il trapano .

Dalla schermata sopra riportata si può vedere che girando l'albero a  $103Hz = 103 \cdot 60/5 = 1236rpm$  misuriamo una tensione concatenata ai capi di 2 fasi di 88,5 V RMS. Se dividiamo la tensione misurata per i giri del rotore otteniamo proprio il coefficiente Ke:

$$K_e = \frac{E_n}{\Omega_m} = \frac{88,5}{1236} = 0,072 \left[\frac{V}{rpm}\right]$$

Il secondo metodo si basa sull'utilizzo del modello Simulink. Abbiamo quindi dato in ingresso al motore la rampa di velocità con valore finale stabile di 1202 rpm e tramite l'uso di un oscilloscopio virtuale abbiamo analizzato le forme d'onda ai capi di 2 fasi.



Figura 18: Modello realizzato in Simulink .

Dalla schermata si può vedere che il modello conferma quanto atteso dalla teoria. Da progetto quindi dimensioneremo il moltiplicatore in modo da non superare i 1202 rpm all'albero del motore e di conseguenza la tensione concatenata di 86,6 V RMS.

#### 5.1 Verifica massima coppia richiesta dal motore

Successivamente abbiamo testato la massima coppia di spunto richiesta dal motore con un carico collegato, sempre utilizzando i 2 metodi usati precedentemente; è stata fatta quindi una misura sperimentale e dopo una simulazione tramite Simulink.

Per la prova sperimentale abbiamo impostato i reostati a 1  $\Omega$ , in modo da avere una corrente e di conseguenza una coppia richiesta elevata anche a bassi regimi di giri. Abbiamo quindi preso varie misurazioni tramite l'utilizzo dell'oscilloscopio e di una sonda di corrente. Girando a mano con la manovella collegata e il perno nella posizione standard distante 15 cm dal centro di rotazione abbiamo ottenuto la schermata sotto rappresentata:



Figura 19: Andamento della tensione (segnale azzurro) e della corrente (segnale giallo) girando l'albero con la manovella da 15cm .

Notiamo dall'immagine che alla frequenza di 20 Hz = 20\*60/5 = 240 rpm misuriamo una corrente di 2,34 A.

Tramite un'approssimazione e utilizzando il coefficiente di coppia  $K_{\tau} = 1,19$  Nm/A otteniamo una coppia prevista richiesta di 2,34\*1,19 =2,785 Nm.

Utilizzando poi il modello Simulink e facendo partire una simulazione con le stesse condizioni della prova reale, troviamo una coppia richiesta di picco di 2.8 Nm, come si può notare dalla curva gialla sotto riportata:



Figura 20: Andamento della coppia (segnale giallo) e della velocità dell'albero (segnale rosso) .

Rimanendo quindi conservativi sulla coppia generata e richiesta in condizioni peggiori abbiamo considerato 3 Nm come limite massimo applicabile all'albero del motore.

#### 5.2 Definizione parametri di progettazione

In definitiva, troviamo che per avere una tensione concatenata tra due fasi di circa 86,6V RMS (corrispondente ad una tensione per singola fase di 50V RMS) dovremo far girare l'albero del motore ad una velocità di circa  $\omega_{motore} = 1200 rpm$ .

La velocità massima a cui riusciamo far girare la manovella nelle condizioni peggiori (ovvero carico resistivo basso, il quale ci richiede una coppia grande da applicare alla manovella) è di circa  $\omega_{\text{manovella}} = 200 rpm$ .

A partire da queste due velocità trovate è stata fatta la progettazione meccanica del sistema di ingranaggi per ottenere le migliori prestazioni possibili.

#### 6 Il moltiplicatore di giri, richiami di teoria

I meccanismi comunemente indicati come trasmissioni di potenza sono meccanismi la cui principale funzione è proprio quella di trasmettere le variabili di potenza all'interno di una macchina, da un elemento motore ad uno o più elementi utilizzatori. Nelle trasmissioni di potenza il valore delle variabili di forza e velocità può rimanere inalterato (se il rapporto di velocità è unitario) oppure può essere opportunamente modificato andando così a realizzare rapporti di velocità diversi da 1.

Una possibile classificazione delle trasmissioni di potenza individua le seguenti classi:

- i meccanismi con rapporto di trasmissione fisso (costante), realizzati con ruote dentate (usate per carichi più gravosi e con molte possibili configurazioni) o con ruote lisce (usate per la trasmissione di piccole potenze)
- variatori di velocità e cambi, realizzano rapporti di velocità variabili in modo continuo o discreto

Nello studio degli organi di trasmissione si utilizza solitamente il semplice modello rappresentato in figura 1.



Figura 21: Rappresentazione schematica di una trasmissione .

Supponendo che l'organo di trasmissione in esame abbia rendimento unitario, ovvero che non sia sede di alcuna dissipazione di potenza, è possibile rappresentare il suo comportamento tramite semplici relazioni, le quali sono totalmente definite dal rapporto di trasmissione. Facendo riferimento alla varietà più comune, rappresentiamo le velocità dei due elementi di ingresso e uscita dell'organo di trasmissione come velocità angolari (è possibile tuttavia incontrare casi in cui tali velocità siano lineari).

Possiamo definire ora il **rapporto di trasmissione(tau)** come il rapporto tra la velocità in uscita e la velocità in ingresso:

$$\tau := \frac{\omega_{\rm out}}{\omega_{\rm in}} = \frac{\theta_{\rm out}}{\dot{\theta}_{\rm in}}$$

Tale rapporto di velocità regola anche il rapporto tra le accelerazioni, se $\tau$ è costante: ...

$$\tau = \frac{\theta_{\rm out}}{\ddot{\theta}_{\rm in}}$$

(2)

Se il rapporto di trasmissione è in modulo minore di 1 si parla di riduttore di velocità: in questo caso infatti la velocità out risulterà minore (in modulo) della velocità in ingresso in. Nel caso contrario in cui  $\tau > 1$  si parla di moltiplicatore di velocità. Il rapporto di trasmissione, va precisato, può essere sia positivo che negativo a seconda dei segni (e delle convenzioni) delle velocità degli elementi di ingresso e uscita.

Il rapporto tra le velocità definisce anche il rapporto tra le forze agenti sul meccanismo. In questo caso il rapporto di trasmissione definisce anche il rapporto tra le coppie in ingresso e uscita. Utilizzando la convenzione dei motori in ingresso (coppia e velocità equiversi) e quella degli utilizzatori in uscita (coppia e velocità discordi), in assenza di perdite dovute al rendimento non unitario osserveremo la perfetta conservazione delle potenze:

$$C_{\rm in}\omega_{\rm in} = C_{\rm out}\omega_{\rm out}$$

(3)

da cui osserviamo che il rapporto tra le coppie è l'inverso del rapporto tra le velocità:

$$\frac{C_{\rm out}}{C_{\rm in}} = \frac{\omega_{\rm out}}{\omega_{\rm in}} \tag{4}$$

Tale relazione spiega il motivo della maggiore diffusione dei riduttori di velocità rispetto ai moltiplicatori di velocità. I riduttori infatti vengono spesso interposti tra un motore ad un carico: in tale modo si aumenta di un fattore 1/tau la coppia erogata dal motore, al costo della riduzione di un fattore tau di riduzione della velocità.

#### 6.1 Ruote dentate cilindriche a denti dritti

Quando abbiamo in gioco delle potenze notevoli da trasmettere è conveniente che la trasmissione del moto sia affidata all'azione mutua che si scambiano opportune superfici coniugate ricavate nella periferia di un disco, superfici che costituiscono la sagoma dei denti di una ruota dentata. Il profilo dei denti è

(1)

dato da una curva detta evolvente di cerchio. L'evolvente è la traiettoria di un punto generico di una retta che rotola senza strisciare su una circonferenza, e pu'o essere generata a partire da una circonferenza fondamentale di raggio rf , con la proprietà che in ogni suo punto la normale all'evolvente è tangente alla circonferenza fondamentale. La circonferenza fondamentale è a volte chiamata anche circonferenza di base.



Figura 22: Evolvente di cerchio e denti a evolvente .

Il profilo ad evolvente è presente su entrambi i fianchi del dente, in modo tale da poter trasmettere il moto in entrambi i versi di rotazione.

Per la proprietà dell'evolvente, la normale comune I1 I2 ai due profili nel punto P deve essere tangente ad entrambe le circonferenze fondamentali cf1 e cf2. In conseguenza della rotazione, il punto di contatto tra i denti si sposta (ad esempio in P<sup>\*</sup>) mantenendosi però sempre sulla retta I1 I2, che risulta quindi essere il luogo geometrico dei punti di contatto fra i denti delle due ruote. Tale retta è chiamata retta dei contatti o retta di pressione in quanto, in assenza di attrito, essa rappresenta la direzione della forza mutua che si scambiano i denti in presa. L'angolo  $\theta$  che la retta di pressione forma con la normale alla congiungente gli assi O1, O2 delle ruote è chiamato angolo di pressione.



Figura 23: Ingranamento fra ruote dentate .

Il rapporto di trasmissione tra una coppia di ruote dentate, in valore assoluto, sarà dato dalla relazione già osservata:

$$\tau = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_{f_1}}{r_{f_2}} \tag{5}$$

Per le ruote dentate vale la seguente nomenclatura:

- Circonferenza primitiva: è la circonferenza che passa per i punti di contatto tra i denti di due ruote dentate che ingranano tra loro
- Circonferenza base: è la circonferenza che si trova alla base dei denti delle ruote
- Retta d'azione: è una linea immaginaria che passa per i punti di contatto tra due denti in presa. E' lungo questa retta che avviene la trasmissione della forza tra le ruote dentate
- Retta dei centri: la congiungente dei centri O1,O2 delle ruote
- Fianco e costa del dente: la parte del profilo del dente rispettivamente interna ed esterna alla primitiva
- Troncature: le circonferenze ideali secondo le quali il dente è delimitato in altezza
- Grossezza del dente: la lunghezza dell'arco di primitiva compreso fra i due profili che costituiscono il dente
- Vano tra i due denti: la differenza tra passo e grossezza



Figura 24: Nomenclatura dentatura ad evolvente.

E' evidente che per un corretto ingranamento, due ruote devono avere lo stesso passo p. Indicando con z il numero dei denti di una ruota (z ovviamente deve essere un numero intero affinché le ruote possano funzionare correttamente per almeno una rotazione completa), si possono scrivere le relazioni che legano il numero dei denti alla lunghezza della circonferenza primitiva di ciascuna delle due ruote ingrananti:

$$2\pi r_1 = pz_1$$

$$2\pi r_2 = pz_2$$
(6)

da cui:

$$\frac{p}{\pi} = m$$

$$m = \frac{2r_1}{z_1}$$

$$m = \frac{2r_2}{z_2}$$
(7)

Il rapporto  $\frac{p}{\pi}$  prende il nome di **modulo della dentatura** (o anche passo diametrale) e si comprende che due ruote dentate possono ingranare solo se hanno lo stesso modulo. Il modulo di una ruota dentata è dunque dato dal rapporto tra il diametro della primitiva e il numero di denti. A parità di numero di denti, a moduli piccoli corrispondono ruote piccole, a moduli grandi corrispondono ruote grandi. Possiamo pertanto esprimere il rapporto di trasmissione di un ingranaggio come rapporto tra il numero di denti delle ruote accoppiate:

$$\tau = \frac{\omega_2}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2}$$

nella quale il segno negativo del rapporto di trasmissione mette in luce i versi opposti di rotazione per una coppia di ruote con ingranamento esterno.

Il dimensionamento modulare consente di avere l'altezza del dente sufficientemente grande per garantire che vi sia sempre almeno una coppia di denti in presa ed assicurare dunque la continuità del moto, evitando al contempo fenomeni di interferenza tra le ruote dentate, che si verificherebbe se l'altezza fosse eccessiva. Si comprende allora che tanto più grande è il modulo scelto per la dentatura, tanto più lontano dal punto C si troveranno i punti IA ed IB, e di conseguenza tanto maggiore sarà la velocità di strisciamento (velocità relativa) tra i profili, e quindi la potenza perduta nell'ingranaggio.

Il valore dell'angolo di pressione influenza le prestazioni dell'ingranaggio. Angoli di pressione più piccoli hanno il vantaggio di un'azione dei denti più dolce e silenziosa, grazie all'elevato rapporto di condotta. Inoltre, i carichi sui cuscinetti dei supporti risultano minori in quanto la componente radiale della spinta è proporzionale alla tangente dell'angolo di pressione  $\theta$  (la componente tangenziale della spinta invece non varia con  $\theta$ ). D'altra parte, però,ingranaggi con angolo di pressione piccolo risultano meno resistenti alla flessione e presentano maggiore strisciamento tra i denti: ciò li rende più soggetti a fenomeni di usura e grippaggio, e di conseguenza hanno una durata di vita inferiore. La scelta dell'angolo di pressione è dunque dettata, come sempre nell'ambito ingegneristico, da un compromesso tra esigenze contrastanti. Gli angoli di pressione più comunemente utilizzati per gli ingranaggi cilindrici a denti diritti sono 14.5°, 20° e 25°.

Per la progettazione e il dimensionamento di un sistema andiamo a vedere quali sono le forze scambiate in un ingranaggio a denti dritti con profilo ad evolvente.



Figura 25: Forze scambiate in una coppia di ruote dentate cilindriche.

Le forze scambiate tra i denti delle due ruote sono F12 e F21, esercitate rispettivamente dalla ruota 1 sulla 2, e viceversa. Come si può vedere, tali forze sono dirette lungo la retta di azione, quindi sono inclinate di un angolo di pressione rispetto all'epiciclo. Questo avviene nell'ipotesi di attrito nullo tra i denti, ovvero nella condizione in cui le forze scambiate tra le superfici dei denti sono normali al piano di contatto. Scrivendo i moduli delle forze scambiate, F12 e F21 in funzione di C1 e C2 (si ponga attenzione alla convenzione dei motori e degli utilizzatori), si ricava:

$$C_1 = F_{12} \cdot rf_1$$
$$C_2 = -F_{21} \cdot rf_2$$

da cui, per l'uguaglianza dei moduli  $F_{12}$  e  $F_{21}$ , il rapporto tra le coppie è:

$$\frac{C_2}{C_1} = -\frac{rf_2}{rf_1} = -\frac{z_2}{z_1} = \frac{1}{\tau}$$

Il rapporto tra le coppie è quindi pari all'inverso del rapporto di velocità. Si vede inoltre che, a parità di coppia motrice e a parità di diametro di primitiva, il valore dell'angolo di pressione influenza direttamente l'entità della forza mutua che si scambiano i denti in presa: maggiore è il valore di e maggiore sarà il valore di F, sempre a parità di coppia. Ad un valore elevato dell'angolo di pressione corrisponderebbe inevitabilmente un aggravio del carico sugli assi delle due ruote. La forza F scambiata nell'ingranaggio e diretta lungo la retta di pressione può essere scomposta in una componente radiale R e una tangenziale Q, date da:

$$R = F\sin(\theta) = \frac{C}{r}\tan(\theta)$$
$$Q = F\cos(\theta) = \frac{C}{r}$$

da cui si vede che l'angolo di pressione influenza solo la componente radiale della F. La componente Q è la componente 'utile', essendo, a differenza di R, 'capace' di produrre un momento rispetto ai centri di rotazione O1 e O2. Si noti inoltre che nel caso di ruote dentate cilindriche a denti diritti non vi sono componenti assiali (cioè parallele agli assi di rotazione delle ruote) della forza scambiata nell'ingranaggio.

#### 6.2 Rotismi ordinari



Figura 26: Esempio di rotismo ordinario.

Nell'esempio si possono vedere 4 ruote dentate: la 2 ruota attorno al proprio asse, così come la ruota 5. La ruota 3 e la ruota 4 sono solidali, ovvero ruotano alla stessa velocità angolare, condividendo un unico albero.



Figura 27: Esempio di rotismo ordinario con velocità rappresentate .

Vediamo rappresentate le 3 ruote, e le loro velocità angolari:  $\omega_2, \omega_{3,4}, \omega_5$ : per convenzione le rappresentiamo come velocità misurate come positive in senso orario. Il verso di rotazione invece viene rappresentato dalle frecce riportate all'interno di ciascuna ruota: tale rappresentazione ha il senso di ricordare che due ruote che ingranano esternamente hanno versi di rotazione opposti. Secondo questa notazione, il rotismo in figura è caratterizzato dal rapporto di trasmissione:

$$\tau = \frac{\omega_5}{\omega_2}$$

se la velocità di ingresso del riduttore è quella della ruota 2 e quella in uscita la velocità della ruota 5. Secondo tale scelta il rotismo opera come riduttore, dato che si realizzerà un  $|\tau|$  minore di 1. Se invece si inverte il ruolo delle ruote 5 e 2, si avrà un moltiplicatore di velocità:  $|\tau|$  maggiore di 1. In un rotismo ordinario il rapporto di trasmissione è dato dalla produttoria dei rapporti di trasmissione realizzata da ciascuna coppia di ruote che realizza un ingranamento. Il rapporto di trasmissione:

Il rapporto è:

$$\tau = \frac{\omega_5}{\omega_2} = \left(\frac{\omega_{3,4}}{\omega_2} \cdot \frac{\omega_5}{\omega_{3,4}}\right) = \frac{z_2 \cdot z_4}{z_3 \cdot z_5}$$

(8)

Si vede quindi che la presenza della ruota intermedia (chiamata ruota oziosa) ha come effetto quello di invertire il segno del rapporto di trasmissione rispetto al caso di ingranaggio diretto. Se il rotismo può essere considerato ideale (=1), il rapporto di trasmissione determina anche il rapporto tra le coppie in uscita e in ingresso del treno di ingranaggi:

L'equazione è:

$$\frac{C_5}{C_2} = \frac{\omega_2}{\omega_5} = \frac{1}{\tau} \tag{9}$$

### 7 Progettazione in 3D su Fusion

La fase di progettazione del moltiplicatore di giri è iniziata prendendo due dati sperimentali ricavati in precedenza:

- La velocità a cui deve girare il motore per produrre la tensione target,  $\omega_{\text{motore}}$  (ricavata inizialmente tramite il modello realizzato in MATLAB Simulink e poi con la prova manuale fatta con il trapano)
- La velocità alla quale riusciamo a girare la manovella a mano nelle condizioni più sfavorevoli,  $\omega_{\text{manovella}}$ (ovvero quando abbiamo un carico con una resistenza bassa collegato al motore che ci richiede molta fatica)



Figura 28: Rappresentazione schematica del sistema .

Il passo successivo è stato quello di definire il rapporto di trasmissione (tau) come il rapporto tra la velocità del motore  $\omega_{\text{motore}}$  e la velocità della manovella  $\omega_{\text{manovella}}$ :

$$\tau = \frac{\omega_{\text{motore}}}{\omega_{\text{manovella}}} = \frac{1250}{200} = 6,25 \tag{10}$$

Per poter realizzare un rapporto di trasmissione di circa 6 usiamo un rotismo composto da due coppie di ruote dentate che realizzano un ingranamento; il rapporto di trasmissione totale sarà dato dalla produttoria dei rapporti di trasmissione realizzata da ciascuna coppia di ruote dentate.

$$\tau = \frac{\omega_4}{\omega_1} = \frac{\omega_4}{\omega_3} \cdot \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_1} \simeq 6 \tag{11}$$

Ora siamo in grado di definire il numero dei denti delle ruote dentate:

$$\tau = \frac{z_4}{z_3} \cdot \frac{z_2}{z_1} = 2.5 \cdot 2.5 = \frac{50}{20} \cdot \frac{50}{20} = 6,25 \tag{12}$$

Troviamo pertanto che per ottenere un rapporto di trasmissione di circa 6,25 dobbiamo scegliere un numero di denti pari a 50 per la ruota (1) e (3) mentre un numero di denti pari a 20 per la ruota (2) e (4).



Figura 29: Rappresentazione del rotismo.

#### 7.1 Definizione parametri impostati

Il passo successivo è stato quello di andare a definire i parametri necessari per realizzare le ruote dentate tramite l'utilizzo dello script in Python presente nel software Autodesk Fusion.

Lo script presenta i seguenti parametri modificabili:

- Pressure angle: è l'angolo tra il profilo del dente e la linea di pressione
- Module: definisce le dimensioni dell'ingranaggio, è il rapporto tra diametro primitivo e numero dei denti
- Number of teeth: numero dei denti totali della ruota dentata
- Backlash: distanza tra due denti quando sono accoppiati
- Root fillet radius: descrive la curvatura alla base del dente
- Gear thickness: spessore della ruota dentata
- Hole diameter: diametro del foro centrale della ruota dentata

Nel nostro caso abbiamo scelto un pressure angle pari a 20°, un valore che ci permette di avere una buona capacità di carico e un rumore degli ingranaggi ridotto. Il module delle ruote dentate è stato impostato ad un valore di 2, in modo da rendere contenuta la dimensione degli ingranaggi ed avere anche una minor potenza persa dovuta allo strisciamento del profilo dei denti. Il number of teeth delle ruote dentate è stato scelto in modo da realizzare dei rapporti di trasmissione ben definiti per ottenere le specifiche target del progetto, in particolare dovendo raggiungere un rapporto di trasmissione di 2,5 per coppia di ruote dentate abbiamo optato per un valore di 50 denti per la ruota maggiore e 20 denti per la ruota minore; questo per avere una migliore precisione di ingranamento e una maggiore durata delle stesse ruote dovuta a fenomeni di
SPUR GEAR Module: Size Ra Hole Di	atio (Pitch Dia. / # of Teeth) Pitch Diameter Root Fillet Radius					
Standard	Metric •					
Pressure Angle	20 deg 👻					
Module	2.00					
Number of Teeth	50					
Backlash	0.25 mm					
Root Fillet Radius	1.00 mm					
Gear Thickness	20.00 mm					
Hole Diameter	0.00 mm					
Pitch Diameter	100.00 mm					
	OK Annulla					

Figura 30: Impostazione parametri ruota dentata.

usura. La scelta del backlash è stata dettata dalla stampante 3D utilizzata, dato che il valore dipende dalla risoluzione minima di stampa dello strato di ABS. Nella fattispecie avendo una risoluzione di stampa di circa 0,254 mm abbiamo scelto un valore di backlash pari a 0,250 mm. Questo serve per fare in modo che quando i denti sono accoppiati ci sia una leggera interferenza tra di loro per consentire un ingranamento più graduale ed avere anche una corretta lubrificazione (dato che il lubrificante va a depositarsi nella superficie esterna dei denti).

.



Figura 31: Rappresentazione del backlash.

Il root fillet radius, ovvero il raggio di raccordo della base del dente è stato scelto con un valore di 1 mm, che è un buon compromesso tra riduzione dello stress a carico dei denti e l'aumento della resistenza degli stessi.



Figura 32: Rappresentazione del root fillet radius .

Il gear thickness, ovvero lo spessore della ruote dentate è stato scelto in base alle sollecitazioni a cui vengono sottoposte le stesse. Nella fattispecie la ruota dentata (1) che è quella posta a maggiori sollecitazioni ha uno spessore di 20 mm, la ruota (2) ha uno spessore di 23 mm e le ruote (3) e (4) uno spessore pari a 18 mm. L'hole diameter, ovvero il foro centrale delle ruote dentate è stato scelto in una fase successiva di progettazione, dato che la scelta degli alberi delle ruote è stata fatta dopo (allo script abbiamo impostato un valore pari a 0 mm, per avere una ruota dentata piena e senza foro).

Esempio di ruota dentata che otteniamo utilizzando lo script:



Figura 33: Ruota dentata ottenuta con lo script in Python.

#### Progettazione rotismo 7.2

Il passo successivo è stato quello di realizzare il rotismo con un rapporto di trasmissione pari a 6,25 utilizzando lo script messo a disposizione dal software. Vista dall'alto:



Figura 34: Descrizione delle parti.

- A. Foro passante M5 per fissare la ruota dentata al rotore del motore
- B. Foro passante per spina cilindrica in acciaio Ø8mm
- C. Alloggio per cuscinetto radiale a corone di sfere (int.Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)



Figura 35: Rappresentazione delle quote.



Figura 36: Rappresentazione del rotismo, vista dall'alto .

Vista dal basso:



Figura 37: Descrizione delle parti .

- D. Alloggio per cuscinetto radiale a corone di sfere (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)
- E. Alloggio per l'albero del motore dotato di vano per chiavetta parallela
- F.Foro passante per spina cilindrica in acciaio Ø8mm
- $\bullet\,$  G. Foro passante per spina cilindrica in acciaio Ø3mm



Figura 38: Rappresentazione delle quote



Figura 39: Rappresentazione del rotismo, visto dal basso .

# 7.3 Componenti

I componenti scelti per movimentare il meccanismo sono dei cuscinetti radiali a una corona di sfere RS PRO in acciaio, con le seguenti specifiche tecniche: int.  $\emptyset$ 8mm, est.  $\emptyset$ 22mm, profondità 7mm. I cuscinetti scelti offrono alte prestazioni e sono dotati di due guarnizioni in gomma sintetica per evitare l'ingresso di sporcizia e corpi estranei al loro interno.

Questi cuscinetti sono caratterizzati da una struttura semplice e robusta, che li rende affidabili e convenienti, inoltre presentano una bassa resistenza al rotolamento.



Figura 40: Cuscinetto radiale ad una corona di sfere.

Abbiamo utilizzato delle spine cilindriche in acciaio non temprate come alberi delle ruote dentate. Questa scelta è stata motivata da diversi fattori, tra cui:

- Elevata resistenza meccanica: le spine in acciaio offrono un'elevata resistenza alla trazione e alla compressione, rendendole adatte a sopportare le forze e i momenti torcenti generati dalle ruote dentate.
- Maggiore precisione: la maggiore rigidità delle spine in acciaio ha contribuito a migliorare la precisione del sistema di trasmissione.
- Costo contenuto: le spine in acciaio sono fatte di un materiale relativamente economico, il che le rende una scelta conveniente per la realizzazione di alberi e ruote dentate.



Figura 41: Spina cilindrica temprata in acciaio.

Vista con i componenti



Figura 42: Descrizione delle parti del rotismo con i componenti .

- A. Spina cilindrica di precisione M6 ISO 8734, Ø8mm, lunghezza 60mm
- B. Cuscinetto radiale a una corona di sfere RS PRO (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)
- C. Spina cilindrica non temprata h8 ISO 2338, Ø8mm, lunghezza 90mm
- D. Spina cilindrica di precisione M6 ISO 8734, Ø3mm, lunghezza 30mm
- E. Cuscinetto radiale a una corona di sfere RS PRO (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)
- F. Cuscinetto radiale a una corona di sfere RS PRO (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)
- G. Cuscinetto radiale a una corona di sfere RS PRO (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm)

### 7.4 Progettazione del case

Nella fase successiva siamo passati alla progettazione del case, il cui compito è assicurare in una posizione stabile il rotismo appena creato per permetterne un corretto funzionamento.

Il case è composto da tre parti: una base che fa da contenitore, un coperchio che serve ad ispezionare il rotismo in modo da permettere la manutenzione e un blocca cuscinetto che permette di mantenere il cuscinetto nella posizione corretta.

#### A-Base

#### Vista dall'alto:



Figura 43: Descrizione delle parti della base .

- A. Foro passante per vite M8 per fissare moltiplicatore al motore.
- B. Foro per inserto filettato in ottone per vite M3, Ø flangia 5,5mm, Ø foro fissaggio 4,4mm.
- C. Foro passante per l'albero del motore.
- D. Foro per incastro spina cilindrica di precisione M6 ISO 8734, Ø8mm.
- E. Alloggio per cuscinetto radiale a una corona di sfere (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm).

- $\bullet\,$  F. Foro per inserto filettato in otto<br/>ne per vite M3, Ø flangia 5,5mm, Ø foro fissaggio 4,4mm.
- G. Alloggio dado esagonale per vite M8 per fissare il moltiplicatore al motore.



Figura 44: Rappresentazione delle quote .



Figura 45: Rappresentazione della base, vista dall'alto.

# Vista dal basso



Figura 46: Descrizione delle parti .

- H. Foro passante per vite M8 per fissare moltiplicatore al motore.
- I. Foro passante per l'albero del motore.

• J. Incavo per permettere una corretta adesione al motore ed evitare movimenti.



Figura 47: Rappresentazione delle quote. .



Figura 48: Rappresentazione della base, vista dal basso.

**B-Coperchio** 

# Vista dall'alto:



Figura 49: Descrizione delle parti .

- A. Finestrella di ispezionamento interno.
- B. Foro passante per spina cilindrica non temprata.
- C. Foro passante per vite M3 per fissare il coperchio alla base.



Figura 50: Rappresentazione delle quote.



Figura 51: Rappresentazione del coperchio, vista dall'alto. .

Vista dal basso:



Figura 52: Rappresentazione del coperchio, vista dal basso.

- D. Foro passante per vite M3 per fissare il coperchio alla base.
- E. Finestrella di ispezionamento interno.
- F. Asola per centrare il posizionamento del coperchio.
- G. Alloggio per cuscinetto radiale a una corona di sfere (int. Ø8mm, est. Ø22mm, profondità 7mm).
- H. Foro per incastro spina cilindrica di precisione M6 ISO 8734, Ø8mm.



Figura 53: Rappresentazione delle quote.

C-Blocca cuscinetto

Vista dall'alto:



Figura 54: Descrizione delle parti.

- A. Foro passante per vite M3 per fissare il blocca cuscinetto alla base.
- B. Foro passante per la spina cilindrica.



Figura 55: Rappresentazione delle quote.

### 7.5 Progettazione della manovella

Nella fase finale di progettazione ci siamo concentrati nello sviluppo di una manovella che fosse in grado di soddisfare le nostre esigenze, in particolare volevamo fosse regolabile l'impugnatura in modo da poter successivamente realizzare dei test per trovare la configurazione migliore possibile. Per fare questo abbiamo scelto di realizzare l'impugnatura con un sistema vite-bullone in modo da poter decidere la lunghezza della manovella nelle tre configurazioni possibili (60mm, 100mm, 150mm).

Vista dall'alto:



Figura 56: Descrizione delle parti

- A. Foro passante per vite M8 dell'impugnatura.
- B. Vite in acciaio M8, lunghezza 85mm.
- C. Foro passante per spina cilindrica (Ø3mm, lunghezza 30mm) per permettere un accoppiamento vincolato tra manovella e spina cilindrica collegata alla ruota dentata.
- D. Impugnatura della manovella.



Figura 57: Rappresentazione delle quote



Figura 58: Rappresentazione della manovella, vista dall'alto .

Vista dal basso:



Figura 59: Descrizione delle parti .

- E. Foro per spina cilindrica Ø8mm.
- F. Foro passante per vite M8 dell'impugnatura.
- G. Dado in acciaio per vite M8.



Figura 60: Rappresentazione delle quote .



Figura 61: Rappresentazione della manovella, vista dal basso.

# 7.6 Assemblaggio del sistema

La parte conclusiva di progettazione è terminata assemblando nel software tutti i vari componenti descritti precedentemente per verificare che tutto funzionasse correttamente.

Questo è il risultato finale di progettazione CAD.



Figura 62: Rappresentazione del moltiplicatore di giri, vista dall'alto.

Vista dal basso:



Figura 63: Rappresentazione del moltiplicatore di giri, vista dal basso .



Figura 64: Vista in sezione del moltiplicatore di giri.

### 7.7 Stampa in 3D

Dopo aver completato la fase di progettazione abbiamo utilizzato la stampa 3D per realizzare i vari componenti in ABS. La stampa 3D è una tecnologia innovativa che consente di creare oggetti tridimensionali a partire da un modello digitale e offre numerosi vantaggi, tra cui: la flessibilità di utilizzo nel creare forme e oggetti articolati, la rapidità nell'ottenere un prototipo funzionale e l'economicità nel mantenere i costi di produzione ridotti.



Figura 65: Stampa 3D usando tecnologia FDM .

Per la stampa dei componenti abbiamo utilizzato la tecnologia FDM (Fused Deposition Modeling) che si basa sulla deposizione di filamenti di materiale termoplastico, ABS nel nostro caso.

Come funziona:

- 1. Il modello 3D realizzato con il software viene convertito in un file STL.
- 2. Il software di slicing divide il modello da stampare in strati orizzontali.
- 3. Il filamento viene riscaldato ed estruso dall'ugello della stampante.
- 4. L'ugello deposita il materiale fuso strato per strato, seguendo il percorso definito dal software di slicing.
- 5. L'oggetto si solidifica man mano che il materiale si raffredda.

Questa tecnica di stampa permette numerosi vantaggi, tra cui:

- Prototipazione rapida: ideale per stampare prototipi di modelli da testare.
- Costo: è una tecnica di stampa tra le più economiche sul mercato.
- Materiali: ha un'ampia varietà di materiali disponibili da usare.

Altri due aspetti interessanti da considerare sono il riempimento e la temperatura di stampa. Il riempimento determina la densità del materiale all'interno dell'oggetto stampato, e nel nostro caso è stato scelto un riempimento a griglia, che offre un buon compromesso tra resistenza del componente e peso finale.



Figura 66: Rappresentazione stampa con vari riempimenti percentuali .

La percentuale di riempimento influenza:

- Resistenza: maggiore riempimento, maggiore resistenza.
- Peso: maggiore riempimento, maggiore peso.
- Tempo di stampa: maggiore riempimento, maggiore tempo di stampa.

Questo ci fa capire come si debba scendere a compromessi nella scelta di questo parametro, in modo da soddisfare le nostre richieste. Nel nostro caso per la stampa delle ruote dentate è stato scelto un riempimento percentuale pari al 40%, che rappresenta un valore ideale per le forze in gioco (che sono più alte rispetto al case). Per la stampa del case, invece, è stato scelto un riempimento medio del 25% che è un valore giusto per il nostro scopo, ovvero la prototipazione del moltiplicatore di giri.

La temperatura di stampa è la temperatura a cui viene riscaldato il filamento termoplastico prima di essere estruso. La temperatura varia in base al materiale utilizzato per stampare, e nel nostro caso dovendo stampare dell'ABS è stata scelta una temperatura compresa tra i 210-230°C. E' molto importante scegliere il corretto valore, in quanto una temperatura troppo bassa può causare difficoltà di adesione al piano di stampa e deformazioni dell'oggetto. Dall'altro lato una temperatura troppo alta può causare il bruciamento del filamento con conseguente intasamento dell'ugello che porta ad una perdita della qualità di stampa finale.

Nella realizzazione di questo progetto abbiamo scelto l'ABS come materiale per la stampa 3D dei componenti per diverse ragioni, tra cui:

• Resistenza: l'ABS è un materiale noto per la sua elevata resistenza meccanica, la sua rigidità e la sua capacità di sopportare carichi e sollecitazioni.

- Facilità di stampa: è un materiale relativamente facile da stampare con la tecnologia FDM.
- Costo: è un materiale economico rispetto ad altre alternative, il che lo rende ideale per la stampa di prototipi.



Figura 67: Bobina di filamento in ABS .



Figura 68: Stampanti 3D utilizzate per stampare i componenti .

# 7.8 Componenti stampati



Figura 69: Case stampato con cuscinetto e inserti in ottone .



Figura 70: Zoom del cuscinetto con inserti in ottone per fissaggio del blocca cuscinetto

.



Figura 71: Case stampato con cuscinetto e inserti in ottone .



Figura 72: Ruote dentate .



Figura 73: Coperchio .



Figura 74: Moltiplicatore di giri completamente assemblato .



Figura 75: Zoom sulla finestrella per l'ispezionamento delle ruote dentate .

# 8 Simulazione e analisi FEM

In questa parte del progetto ci concentriamo sull'utilizzo di simulazioni e analisi FEM (Finite Element Method) in Fusion per ottimizzare la progettazione del moltiplicatore di giri. L'obiettivo è quello di individuare un range ideale di funzionamento del sistema in diverse condizioni operative di carico.

# 8.1 Studio modello del sistema

Prima di iniziare con le simulazioni abbiamo studiato il sistema dal punto di vista cinematico, andando ad analizzare tutte le forze e coppie in gioco del rotismo. L'obiettivo è quello di trovare le forze in gioco maggiori sui denti delle ruote dentate per poi successivamente usare questi valori per realizzare le simulazioni FEM. Per fare questo usiamo la seguente rappresentazione e nomenclatura del modello del sistema:



Figura 76: Rappresentazione modello del sistema.

Il corpo della manovella presenta tre fori distanti rispettivamente 60mm, 100mm e 150mm dal punto di aggancio della manovella alla ruota dentata (1) in modo da avere tre possibili configurazioni nella scelta di dove posizionare l'impugnatura per far girare il rotismo. Rappresentiamo la forza applicata dall'uomo in direzione tangenziale rispetto alla circonferenza descritta dal moto della manovella con la seguente nomenclatura: F1 nel caso di posizionamento dell'impugnatura a 150mm, F2 a 100mm ed F3 a 60mm.

Lo studio è partito scegliendo di applicare diversi valori di forze comprese tra  $10 \div 100$  N alla manovella per simulare diverse condizioni di utilizzo. Applicare un forza alla manovella significa applicare una coppia (momento) alla ruota dentata (1), calcolabile nel seguente modo:

$$C_1[Nm] = \frac{F}{b}$$

con F forza applicata alla manovella (F1,F2 ed F3) e b<br/> braccio della manovella (150mm, 100mm e 60mm).

Siamo passati poi al calcolo della forza tangenziale Ft, forza normale Fn e forza di contatto F scambiate tra la ruota (1) e (2) usando le seguenti formule:

$$F_t[N] = \frac{C_1}{R_1} = F\cos(\theta)$$
$$F_n[N] = \left(\frac{C_1}{R_1}\right)\tan(\theta) = F\sin(\theta)$$
$$F[N] = \sqrt{(F_t)^2 + (F_n)^2}$$

con R1 raggio ruota (1) pari a 50mm, F forza di contatto tra ruota (1) e (2) e angolo di pressione pari a 20°.



Figura 77: Rappresentazione forze scambiate tra ruota  $(1) \in (2)$ .

Per il calcolo delle forze scambiate tra la ruota (3) e (4) abbiamo seguito lo stesso procedimento; la presenza del rapporto di trasmissione tra la ruota (1) e (2) pari a 2,5 fa diminuire la coppia della ruota (3) di un fattore 2,5 causando minori forze in gioco tra ruota (3) e ruota (4). Anche la coppia sulla ruota (4) risulta minore di quella applicata alla manovella di un fattore 6,25, pari al rapporto di trasmissione del moltiplicatore di giri.

$$C_{2,3}[Nm] = \frac{C_1}{2.5}$$
  
 $C_4[Nm] = \frac{C_1}{6.25}$ 

Ricordiamo che questi valori corrispondono nel caso di un rendimento ideale unitario del sistema, pertanto considerare queste coppie e forze in gioco per il dimensionamento rappresenta una sicurezza ulteriore dato che sono dei valori di coppie e forze maggiori di quelli reali (con una discrepanza di circa il 5%).

Rappresentiamo di seguito le tabelle contenenti i dati delle varie coppie e forze in gioco:

	Manovella da 150mm									
	Ruota 1 e 2				Ruota 3 e 4					
F1 [N]	C1 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C2,C3 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C4 [Nm]	
10	1,5	30	10,92	31,92	0,6	12	4,37	12,77	0,24	
20	3	60	21,83	63,85	1,2	24	8,73	25,54	0,48	
30	4,5	90	32,75	95,77	1,8	36	13,10	38,31	0,72	
40	6	120	43,67	127,70	2,4	48	17,47	51,08	0,96	
50	7,5	150	54,59	159,62	3	60	21,83	63,85	1,2	
60	9	180	65,50	191,55	3,6	72	26,20	76,62	1,44	
70	10,5	210	76,42	223,47	4,2	84	30,57	89,39	1,68	
80	12	240	87,34	255,40	4,8	96	34,93	102,16	1,92	
90	13,5	270	98,25	287,32	5,4	108	39,30	114,93	2,16	
100	15	300	109,17	319,25	6	120	43,67	127,70	2,4	

	Manovella da 100mm									
	Ruota 1 e 2				Ruota 3 e 4					
F2 [N]	C1 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C2,C3 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C4 [Nm]	
10	1	20	7,28	21,28	0,4	8	2,91	8,51	0,16	
20	2	40	14,56	42,57	0,8	16	5,82	17,03	0,32	
30	3	60	21,83	63,85	1,2	24	8,73	25,54	0,48	
40	4	80	29,11	85,13	1,6	32	11,64	34,05	0,64	
50	5	100	36,39	106,42	2	40	14,56	42,57	0,8	
60	6	120	43,67	127,70	2,4	48	17,47	51,08	0,96	
70	7	140	50,95	148,98	2,8	56	20,38	59,59	1,12	
80	8	160	58,22	170,26	3,2	64	23,29	68,11	1,28	
90	9	180	65,50	191,55	3,6	72	26,20	76,62	1,44	
100	10	200	72,78	212,83	4	80	29,11	85,13	1,6	

	Manovella da 60mm									
	Ruota 1 e 2				Ruota 3 e 4					
F3 [N]	C1 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C2,C3 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	C4 [Nm]	
10	0,6	12	4,37	12,77	0,24	4,8	1,75	5,11	0,096	
20	1,2	24	8,73	25,54	0,48	9,6	3,49	10,22	0,192	
30	1,8	36	13,10	38,31	0,72	14,4	5,24	15,32	0,288	
40	2,4	48	17,47	51,08	0,96	19,2	6,99	20,43	0,384	
50	3	60	21,83	63,85	1,2	24	8,73	25,54	0,48	
60	3,6	72	26,20	76,62	1,44	28,8	10,48	30,65	0,576	
70	4,2	84	30,57	89,39	1,68	33,6	12,23	35,76	0,672	
80	4,8	96	34,93	102,16	1,92	38,4	13,97	40,86	0,768	
90	5,4	108	39,30	114,93	2,16	43,2	15,72	45,97	0,864	
100	6	120	43,67	127,70	2,4	48	17,47	51,08	0,96	

Figura 78: Tabelle contenenti coppie e forze in gioco nel rotismo.

Dall'analisi delle tabelle ci ricaviamo i grafici sotto riportati, che ci permettono di fare delle importanti osservazioni ai fini del dimensionamento:



Figura 79: (a) Forza di contatto tra ruota (1) e (2) in funzione della forza applicata alla manovella (b) Coppia alla ruota (1) in funzione della forza applicata alla manovella



Figura 80: (a) Forza di contatto tra ruota (3) e (4) in funzione della forza applicata alla manovella (b) Coppia alla ruota (3) in funzione della forza applicata alla manovella

In definitiva, possiamo trarre le seguenti conclusioni:

• Le forze di contatto maggiori F[N] le abbiamo tra la ruota (1) e (2)

- Le coppie maggiori le abbiamo alla ruota (1)
- Le forze di contatto e coppie maggiori le abbiamo con l'impugnatura della manovella posta nella configurazione più lunga, ovvero 150mm

Questo ci permette ora di poter realizzare delle simulazioni FEM prendendo in considerazione il caso peggiore in termini di forze e coppie in gioco, ovvero nel caso della manovella da 150mm.

#### 8.2 Rendimento delle ruote dentate

Il rendimento di un ingranaggio può essere calcolato utilizzando la seguente formula:

$$\eta = 1 - f \cdot \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right)$$

indicando con f il coefficiente di attrito per i materiali delle ruote (pari a 0,13 nel caso di una corretta lubrificazione superficiale) e con z1 e z2 il numero di denti delle due ruote.

Per la coppia di ruote (1) e (2) abbiamo un numero di denti z1 = 50 e z2 = 20, pertanto troviamo un rendimento di:

$$\eta_{1,2} = 1 - f \cdot \pi \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}\right) = 1 - 0.13 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right) = 97.24\%$$

Per la coppia di ruote (3) e (4) abbiamo un numero di denti z3 = 50 e z4 = 20, pertanto troviamo un rendimento di:

$$\eta_{3,4} = 1 - f \cdot \pi \left(\frac{1}{z_3} + \frac{1}{z_4}\right) = 1 - 0.13 \cdot \pi \cdot \left(\frac{1}{50} + \frac{1}{20}\right) = 97.24\%$$

Il rendimento totale delle due coppie di ruote dentate è rappresentato dal prodotto dei due rendimenti appena calcolati:

$$\eta_{ruote\ dentate} = \eta_{3,4} \cdot \eta_{1,2} = 0.9714 \cdot 0.9714 \simeq 94.36\%$$

Questo risultato indica che il 94,36% dell'energia trasmessa all'ingranaggio viene convertita in energia utile all'uscita collegata al motore. Il restante 5% circa dell'energia viene persa sotto forma di attrito e calore.

Le perdite di energia sono dovute a diversi fattori, tra cui:

- Attrito tra le superfici dei denti delle ruote dentate
- Deformazione elastica dei denti delle ruote dentate sottoposte alla pressione
- Attrito dei cuscinetti

In definitiva, il valore del rendimento ottenuto è in linea con i dati riportati in letteratura per questo tipo di sistemi a due stadi, che generalmente si attestano intorno al 90-95%.

### 8.3 Analisi FEM

L'analisi FEM rappresenta un metodo computazionale avanzato per la simulazione del comportamento di sistemi complessi sotto differenti carichi e vincoli. In questo contesto, offre notevoli vantaggi come:

- Simulazione di diverse condizioni operative: l'analisi FEM permette di ricreare virtualmente molteplici scenari di carico, fornendo una valutazione completa delle prestazioni del moltiplicatore di giri in diversi contesti di utilizzo.
- Ottimizzazione del design: attraverso quest'analisi è possibile identificare le aree critiche del progetto in modo da ottimizzare la geometria e i materiali per migliorare l'efficienza, la resistenza e la durata.
- Valutazione preventiva di criticità: l'analisi permette di individuare in anticipo eventuali criticità di progettazione, come concentrazioni di sforzo o punti di rottura, consentendo di intervenire correttamente prima della realizzazione del prototipo.

I passi principali eseguiti sono:

- Creazione in 3D del modello del sistema da analizzare
- Definizione delle proprietà dei materiali usati per i componenti
- Definizione dei vincoli e dei carichi applicati
- Simulazione di diverse condizioni di carico e analisi dei risultati in termini di fattore di sicurezza, deformazioni e sollecitazioni

# 8.4 Creazione modello da analizzare

Come abbiamo potuto constatare dal paragrafo precedente le ruote sottoposte a maggiori forze di contatto sono la ruota  $(1) \in (2)$ , pertanto andremo a considerare nell'analisi il seguente modello:


Figura 81: Ruota (2) usata nelle simulazioni FEM.

Le ruote dentate sono state realizzate mediante stampa 3D con filamento in ABS, utilizzando una percentuale di riempimento del 40%. Questo valore rappresenta un buon compromesso tra resistenza meccanica e leggerezza, risultando adatto al nostro scopo. Per poter fornire delle simulazioni il più accurate possibili, abbiamo dovuto ricavare i parametri necessari al software partendo dalle proprietà dell'ABS puro per arrivare a trovare le proprietà meccaniche di un pezzo stampato in ABS al 40% di riempimento.

Le proprietà meccaniche dell'ABS puro sono:

- Modulo di Young: 2 3 GPa
- Coefficiente di Poisson: 0,3 0,4
- Modulo a taglio: 0,7 1 GPa
- Densità: 1,05 1,15  $g/cm^3$
- Coefficiente di smorzamento: 0,02 0,04
- Sollecitazione di snervamento: 40 50 MPa
- Resistenza a trazione:40 70 MPa

Grazie all'utilizzo di un software online siamo in grado di calcolare i parametri nel caso di un oggetto stampato utilizzando un riempimento percentuale pari al 40%, ed otteniamo:

- Modulo di Young: 1,54 GPa
- Coefficiente di Poisson: 0,3

- Modulo a taglio: 0,45 GPa
- Densità: 0,46  $g/cm^3$
- Coefficiente di smorzamento: 0,02
- Sollecitazione di snervamento: 25 MPa
- Resistenza a trazione: 30 MPa

Procediamo ad impostare i parametri nel software:

Identità Aspetto $\rightleftarrows$ × Fisico $\rightleftarrows$ ×	+					
Proprietà di base		Proprietà avanzate				
▶ Informazioni			1			
▼ Proprietà termiche di base						
Conducibilità termic	a 1,600E-01	W/(m·K)	*			
Calore specific	o 1,500 J/(g·	°C)	* *			
Coefficiente di espansione termic	a 85,700 µm	√ (M · ° C)	•			
▼ Proprietà meccaniche						
Modulo di Youn	g 1,540 GPa		*			
Coefficiente di Poisso	n 0,30	0,30				
Modulo a tagli	o 450,000 M	450,000 MPa				
Densit	à 0,460 g/cr	0,460 g/cm ³				
Coefficiente di smorzament	o 0,02		* *			
▼ Resistenza						
Sollecitazione di snervament	o 25,000 MP	a	*			
Resistenza alla trazion	e 30,000 MP	a 30,000 MPa				
	ОК	Annulla	Applica			

Figura 82: Parametri impostati nel software

### 8.5 Definizione dei vincoli e dei carichi applicati

Definiamo ora i vincoli, che vengono utilizzati per definire il comportamento e le relazioni tra i componenti di un assieme. Essi controllano i gradi di libertà di un corpo, limitando il suo movimento e garantendo la stabilità del sistema. Nel nostro caso abbiamo due vincoli fissi posti in presenza degli alloggi dei cuscinetti radiali ad una corona di sfere; così facendo simuliamo la condizione peggiore possibile, ovvero quella in cui i cuscinetti sono bloccati e non permettono la trasmissione del moto fra le ruote dentate, causando di conseguenza l'impuntamento delle stesse. Il carico applicato è la forza di contatto lungo la retta d'azione che viene scambiata tra le due ruote: l'abbiamo posizionata con un angolo di pressione  $\theta$  pari a 20° per simulare la condizione peggiore che avviene durante l'ingranamento.



Figura 83: Ruota dentata (2) con vincoli e carico rappresentati.

#### 8.6 Simulazione FEM delle diverse condizioni di carico

Abbiamo creato uno studio di sollecitazione statica impostando 10 condizioni di carico differenti, corrispondenti alle forze di contatto F[N] scambiate dai denti delle ruote (1) e (2) nella configurazione con la manovella da 150mm (caso peggiore analizzato precedentemente).

I parametri di valutazione scelti sono tre:

- Fattore di sicurezza: indica se il modello è sicuro per l'uso, assumeremo un valore minimo pari a 2.
- Sollecitazione: fornisce informazioni sulle forze interne del modello, aiuta a capire come il carico viene trasmesso attraverso le ruote.
- Spostamento: misura la deformazione del modello sotto carico, ci dice la distanza percorsa da un punto del modello a partire dalla sua posizione originale per arrivare a quella finale sotto carico.

#### 8.6.1 Fattore di sicurezza

Il fattore di sicurezza in Fusion è un parametro fondamentale per valutare la resistenza strutturale di un modello sotto diverse situazioni di carico. Si definisce come il rapporto tra la resistenza del materiale e la sollecitazione massima presente nel modello. Un valore del fattore di sicurezza pari a 1 indica che il modello è in equilibrio al limite, ovvero che il carico applicato è pari alla massima resistenza del materiale. Detto questo noi scegliamo di utilizzare un fattore di sicurezza minimo pari a 2, che significa che il modello può sopportare il doppio del carico applicato prima di cedere



Figura 84: Rappresentazione del fattore di sicurezza della ruota sottoposta ad una forza di contatto di F = 319,25N.

#### 8.6.2 Sollecitazione

Il parametro sollecitazione gioca un ruolo fondamentale per valutare la resistenza strutturale di un modello sotto diverse condizioni di carico. Le sollecitazioni, misurate in MPa, rappresentano le forze interne che agiscono su un corpo per unità di area e la loro analisi ci permette di identificare le aree critiche del modello. Come possiamo osservare dall'immagine sottostante i punti sottoposti ad una maggiore sollecitazione sono in corrispondenza della curvatura alla base del dente.



Figura 85: Rappresentazione della sollecitazione della ruota sottoposta ad una forza di contatto di F = 319,25N .

#### 8.6.3 Spostamento

Lo spostamento è un parametro che ci permette di valutare la deformazione di un modello sotto l'azione di carichi e vincoli. In parole povere misura la distanza percorsa da un punto del modello dalla sua posizione originale. L'analisi dello spostamento ci fa capire la rigidità del componente, in quanto se il modello è rigido mostrerà degli spostamenti minimi sotto carico, mentre un modello flessibile si deformerà maggiormente. Osservando l'immagine sotto riportata notiamo come il profilo esterno del dente è quello sottoposto ad un maggior spostamento.



Figura 86: Rappresentazione dello spostamento della ruota sottoposta ad una forza di contatto di F = 319,25N .

Realizziamo infine la seguente tabella per riassumere i dati ottenuti dalle simulazioni delle diverse condizioni di carico applicate alla manovella da 150mm:

	Manovella da 150mm - Ruota 1 e 2									
F1 [N]	C1 [Nm]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	Fattore di sicurezza	Sollecitazione [MPa]	Spostamento [10^-2 mm]			
10	1,5	30	10,92	31,92	10,837	2,307	1,1			
20	3	60	21,83	63,85	5,417	4,615	2,2			
30	4,5	90	32,75	95,77	3,612	6,922	3,3			
40	6	120	43,67	127,70	2,709	9,229	4,4			
50	7,5	150	54,59	159,62	2,167	11,536	5,4			
60	9	180	65,50	191,55	1,806	13,844	6,5			
70	10,5	210	76,42	223,47	1,548	16,151	7,6			
80	12	240	87,34	255,40	1,354	18,459	8,7			
90	13,5	270	98,25	287,32	1,204	20,766	9,8			
100	15	300	109,17	319,25	1,083	23,073	10,9			

Figura 87: Tabella riassuntiva dati ottenuti dalle simulazioni .



Figura 88: Grafico rappresentante il fattore di sicurezza, la sollecitazione e lo spostamento in funzione della forza applicata alla manovella

Analizzando il grafico sopra riportato possiamo concludere delle importanti osservazioni:

- La forza massima applicabile alla manovella per avere un fattore di sicurezza minimo di 2 è di circa 50N
- La sollecitazione massima accettabile si verifica quando si applica una forza di 60N alla manovella
- Lo spostamento massimo accettabile si verifica quando si applica una forza di 60N alla manovella

In base a queste considerazioni definiamo un range massimo di forza applicabile alla manovella compreso tra i 50-60N, in modo da garantire un adeguato margine di sicurezza ed evitare la deformazione o peggio ancora il cedimento delle ruote dentate.

## 9 Collaudo

Nella fase finale del progetto siamo andati ad eseguire una serie di test per verificare le prestazioni e la conformità del moltiplicatore di giri alle specifiche tecniche definite in fase di progettazione.

Il collaudo ha i seguenti principali obiettivi:

- Valutare la funzionalità del moltiplicatore di giri in diverse condizioni operative
- Misurare le prestazioni in termini di velocità, coppia e potenza

Per fare questo abbiamo realizzato due prove sperimentali: una a vuoto ed una con un carico variabile collegato al motore.

#### 9.1 Prova a vuoto

La prima prova è stata eseguita a vuoto, ovvero senza collegare il carico resistivo al motore, in modo da andare a verificare la tensione per singola fase prodotta girando il moltiplicatore a mano al massimo delle nostre capacità.

Il setup realizzato è il seguente:



Figura 89: Rappresentazione schematica del setup prova a vuoto.

Quello che vogliamo verificare con questa prova è la tensione RMS per singola fase, ottenuta andando a girare la manovella alla velocità massima sopportabile dall'uomo, che deve essere pari a 50V come da specifica di progetto. Per trovare questa tensione dobbiamo però andare a misurare la tensione concatenata tra due fasi, dato che il motore preso in considerazione non presenta il morsetto di centro stella interno disponibile. Per fare questo usiamo la sonda differenziale di tensione, uno strumento che ci consente di misurare la differenza di potenziale tra due punti qualsiasi di un circuito (nel nostro caso tra la fase U e V), indipendentemente dal loro potenziale comune rispetto a terra. Tramite l'utilizzo dell'oscilloscopio siamo in grado di visualizzare la forma d'onda ottenuta in modo da fare delle considerazioni e verifiche. Usando poi la semplice equazione riusciamo a calcolare la tensione presente in una singola fase U,V e W:

$$V_U = V_V = V_W = \frac{V_{UV}}{\sqrt{3}}$$

indicando con  $V_U$ ,  $V_V$  e  $V_W$  la tensione di una singola fase e con  $V_{UV}$  la tensione concatenata (tutti i valori sono RMS).



Figura 90: Tensione concatenata a vuoto tra la fase U e V.

Da questa forma d'onda dell'oscilloscopio ci calcoliamo ora la tensione per singola fase RMS:

$$V_U = V_V = V_W = \frac{V_{UV}}{\sqrt{3}} = \frac{88.6}{\sqrt{3}} \simeq 51,15V$$

Calcoliamo la velocità di rotazione del motore espressa in rpm:

$$w_{motore} = \frac{w_{el.mecc.}}{p} \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{2\pi f}{p} \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{f \cdot 60}{p} = \frac{101 \cdot 60}{5} = 1212 rpm$$

Osserviamo quindi che una velocità del motore di 1212 rpm produce una tensione per singola fase di 51,15V; questo è in linea con quanto atteso, dato che abbiamo progettato il moltiplicatore per ottenere una tensione di 50V alla velocità di 1200 rpm. I risultati della prova a vuoto dimostrano che il moltiplicatore è stato progettato correttamente e che è in grado di funzionare secondo le specifiche previste.

#### 9.2 Prova con carico variabile

La seconda prova ha lo scopo di valutare il comportamento del moltiplicatore di giri in presenza di un carico resistivo variabile in configurazione a stella che viene collegato alle fasi U,V e W del motore (realizzato con tre reostati variabili). In particolare andremo a valutare alcuni parametri come il rendimento e la potenza meccanica sviluppata per definire una zona ottimale di funzionamento.

Il setup realizzato è il seguente:



Figura 91: Rappresentazione schematica del setup prova con carico variabile.



Figura 92: Rappresentazione setup prova con carico variabile in laboratorio.

I passaggi svolti per questa fase di test sono:

• Regolazione dei reostati: attraverso lo spostamento dei cursori variamo la resistenza dei tre reostati da 50 $\Omega$  fino a 15 $\Omega$ , con salti di 5 $\Omega$ 

- Rotazione del moltiplicatore di giri: dopo aver regolato i reostati passiamo a girare la manovella al massimo della nostra capacità umana
- Raccolta e analisi dei dati: inseriamo in una tabella i dati presi con l'oscilloscopio relativi a frequenza, tensione e corrente

Abbiamo suddiviso l'analisi dei dati raccolti in due parti:

- Analisi rendimenti e potenze: in questa parte andremo a verificare il rendimento del moltiplicatore di giri e tutte le potenze in gioco (elettrica al carico, meccanica alla manovella, dissipata nel rame e nel ferro) al variare della resistenza del carico collegato al motore
- Analisi velocità, coppie e forze: in questa parte andremo a testare le forze, velocità e coppie a cui sono sottoposte le ruote dentate in modo da confrontare i risultati con le simulazioni fatte nel paragrafo precedente.

#### 9.3 Analisi rendimenti e potenze

Rappresentiamo di seguito la tabella contenente i dati presi durante le misurazioni:

Manovella 150mm										
Resistenza [Ω]	Frequenza [Hz]	Vrms [V]	Irms [A]	Pel [W]	PelTOT [W]	Pcu [W]	Pfe [W]	Pmeccanica [W]	Rendimento [%]	
50	92,6	44,5	0,898	39,961	119,883	4,838	1,069	125,791	95,304	
45	78,1	38,5	0,880	33,880	101,640	4,646	0,800	107,087	94,914	
40	74,1	33	0,863	28,479	85,437	4,469	0,588	90,494	94,412	
35	68	32,1	0,940	30,174	90,522	5,302	0,556	96,380	93,922	
30	71,4	32,7	1,170	38,259	114,777	8,213	0,577	123,568	92,886	
25	84,7	38,2	1,610	61,502	184,506	15,553	0,788	200,847	91,864	
20	64,9	28,4	1,600	45,440	136,320	15,360	0,435	152,115	89,616	
15	49,4	19,4	1,480	28,712	86,136	13,142	0,203	99,482	86,585	

Figura 93: Tabella contenente i dati delle potenze e dei rendimenti della prova con carico variabile.



Figura 94: Esempio misurazione tensione (giallo) e corrente (blu) con l'oscilloscopio .

I parametri riportati nella tabella sono stati calcolati mediante le seguenti formule:

- $P_{el}$  potenza elettrica :  $P_{el} = V_{rms} \cdot I_{rms} \cdot cos(\phi)[W]$
- $P_{el.TOT}$  potenza elettrica totale nel carico :  $P_{el.TOT} = 3 \cdot P_{el}[W]$
- $P_{cu}$  potenza persa nel rame : $P_{cu} = 3 \cdot [R_{collegamento} \cdot I_{rms}^{2}][W]$
- $P_{fe}$  potenza persa nel ferro: $P_{fe} = 19.6 \cdot \left(\frac{V_{rms}}{190.5266}\right)^2 [W]$
- $P_{meccanica}$  potenza meccanica manovella :  $P_{meccanica} = P_{el.TOT} + P_{cu} + P_{fe}[W]$
- $\eta$  rendimento:  $\eta = \frac{P_{el.TOT}}{P_{meccanica}} [\%]$

Dall'analisi delle tabelle ci ricaviamo i grafici sotto riportati, che ci permettono di fare delle importanti osservazioni ai fini del collaudo:



Figura 95: (a) Rendimento % del moltiplicatore di giri in funzione della resistenza del carico (b) Potenza elettrica totale nel carico e potenza meccanica manovella in funzione della resistenza del carico (c) Potenza persa nel rame e potenza persa nel ferro in funzione della resistenza del carico.

In definitiva, possiamo trarre le seguenti conclusioni:

- All'aumentare della resistenza del carico si osserva un aumento del rendimento percentuale
- La potenza elettrica sul carico e la potenza meccanica alla manovella raggiungono il loro massimo valore con una resistenza del carico di  $25\Omega$
- Più la resistenza del carico è bassa, più è alta la potenza dissipata nel rame e nel ferro

Alla luce di queste prime osservazioni troviamo che la resistenza ideale per il motore si attesta sui  $25\Omega$ : con questo carico abbiamo un rendimento pari al 92% con una potenza elettrica sul carico di circa 185W a fronte di una potenza meccanica immessa di circa 200W. Abbiamo anche la maggiore potenza dispersa nel rame dato che è direttamente collegata alla corrente che scorre nel carico con un legame quadratico.

## 9.4 Analisi velocità, coppie e forze



Figura 96: Rappresentazione rotismo del moltiplicatore di giri.

Rappresentiamo di seguito la tabella contenente i dati presi durante le misurazioni riguardanti le velocità e le coppie in gioco alle ruote:

Resistenza [Ω]	w1 [rpm]	w1 [rad/s]	C1[Nm]	w2,w3[rpm]	w2,w3[rad/s]	C2,C3 [Nm]	w4 [rpm]	w4 [rad/s]	C4 [Nm]
50	177,79	18,62	6,76	444,48	46,55	2,70	1111,20	116,36	1,08
45	149,95	15,70	6,82	374,88	39,26	2,73	937,20	98,14	1,09
40	142,27	14,90	6,08	355,68	37,25	2,43	889,20	93,12	0,97
35	130,56	13,67	7,05	326,40	34,18	2,82	816,00	85,45	1,13
30	137,09	14,36	8,61	342,72	35,89	3,44	856,80	89,72	1,38
25	162,62	17,03	11,80	406,56	42,57	4,72	1016,40	106,44	1,89
20	124,61	13,05	11,66	311,52	32,62	4,67	778,80	81,56	1,87
15	94,85	9,93	10,02	237,12	24,83	4,01	592,80	62,08	1,60

Figura 97: Tabella contenente i dati delle velocità e delle coppie della prova con carico variabile .

I parametri riportati nella tabella sono stati calcolati mediante le seguenti formule:

- $w_{4,rpm}$  velocità rotazione ruota 4 in rpm:  $w_{4,rpm} = \frac{2\pi f}{p} \cdot \frac{60}{2\pi} = \frac{f \cdot 60}{p} = f \cdot 60[rpm]$
- $w_{4,rad/s}$  velocità ruota 4 in rad/s :  $w_{4,rad/s} = \frac{w_{4,rad/s}}{60} \cdot 2\pi = w_{4,rpm} \cdot 0.1047[rad/s]$
- $C_4$  coppia alla ruota  $4: C_4 = \frac{w_{4,rpm}}{\frac{2\pi f}{\epsilon}} [Nm]$
- $w_{2,3rpm}$  velocità ruota 2 e 3 in rpm : $w_{2,3rpm} = \frac{w_{4,rpm}}{2.5}$
- $C_{2,3}$  coppia alla ruota 2 e 3 :  $C_4 \cdot 2.5[Nm]$
- $w_{1,rpm}$  velocità ruota 1 in rpm : $w_{1,rpm} = \frac{w_{4,rpm}}{6.25}$
- $C_1$  coppia alla ruota  $1 : C_{2,3} \cdot 6.25[Nm]$

Dall'analisi delle tabelle ci ricaviamo i grafici sotto riportati, che ci permettono di fare delle importanti osservazioni ai fini del collaudo:



Figura 98: (a) Velocità delle ruote in funzione della resistenza del carico (b) Coppia delle ruote in funzione della resistenza del carico.

In definitiva, possiamo trarre le seguenti conclusioni:

- La ruota 4 è quella che gira più velocemente a parità di resistenza del carico rispetto alle altre ruote
- La ruota 1 è quella sottoposta a maggiore coppia a parità di resistenza del carico rispetto alle altre ruote
- Per un carico di  $25\Omega$  abbiamo la coppia maggiore raggiunta dalla ruota 1
- La velocità delle ruote, in generale, tende ad aumentare al diminuire della resistenza del carico

Rappresentiamo di seguito la tabella contenente i dati presi durante le misurazioni riguardante le forze in gioco alle ruote:

			Ruota 1 e 2			Ruota 3 e 4	
Resistenza [Ω]	F1 [N]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]	Ft [N]	Fn [N]	F [N]
50	45,06	135,19	49,21	143,87	54,08	19,68	57,55
45	45,49	136,46	49,67	145,22	54,58	19,87	58,09
40	40,51	121,54	44,24	129,34	48,62	17,69	51,74
35	47,02	141,06	51,34	150,11	56,42	20,54	60,04
30	57,41	172,24	62,69	183,29	68,89	25,08	73,32
25	78,66	235,99	85,89	251,14	94,40	34,36	100,46
20	77,75	233,26	84,90	248,24	93,31	33,96	99,29
15	66,81	200,42	72,95	213,28	80,17	29,18	85,31

Figura 99: Tabella contenente i dati delle forze agenti sulle ruote della prova con carico variabile .

I parametri riportati nella tabella sono stati calcolati mediante le seguenti formule:

- $F_1$  forza alla manovella:  $F_1 = \frac{C_1}{0.15}[N]$
- $F_t$  forza tangenziale tra i denti:  $F_t = \frac{C_t}{0.05} [N]$
- $F_n$  forza normale tra i denti:  $F_n = \frac{C_1}{R_1} \cdot \tan \theta[N]$
- Fforza di contatto tra i denti :  $F=\sqrt{{F_t}^2+{F_n}^2}$

Dall'analisi delle tabelle ci ricaviamo i grafici sotto riportati, che ci permettono di fare delle importanti osservazioni ai fini del collaudo:





In definitiva, possiamo trarre le seguenti conclusioni:

- La forza applicata alla manovella maggiore è nel caso di una resistenza del carico di  $25\Omega$
- La forza di contatto maggiore ce l'abbiamo tra la ruota 1 e 2 in corrispondenza di una resistenza del carico di  $25\Omega$
- Le forze in gioco nel moltiplicatore tendono a diminuire all'aumentare del valore della resistenza del carico

#### 9.5 Conclusioni

Concludiamo questa sezione riassumendo i risultati del collaudo del moltiplicatore di giri, completando così la caratterizzazione del nostro progetto. L'obiettivo finale è quello di definire un valore di resistenza espresso in  $\Omega$  ideale per fare lavorare il motore e il moltiplicatore di giri.

Riassunto dei risultati trovati:

- Il range di forza massima applicabile con una manovella da 150mm di 50-60N, in modo da garantire un adeguato margine di sicurezza, si ha nel caso di una resistenza del carico di  $30\Omega$
- La potenza elettrica sul carico maggiore ce l'abbiamo con una resistenza del carico pari a $25\Omega$
- La potenza meccanica prodotta dall'umano maggiore è nel caso di una resistenza del carico di  $25\Omega$
- Le coppie e velocità delle ruote maggiori in gioco sono nel caso di una resistenza del carico di  $25\Omega$
- La forza di contatto scambiata tra le ruote è maggiore nel caso di una resistenza del carico di  $25\Omega$
- Il rendimento del sistema aumenta all'aumentare della resistenza del carico

Dall'analisi dei dati ottenuti, si evince che la configurazione a stella con una resistenza di  $30\Omega$  rappresenta il carico ideale per il sistema.

Tale configurazione offre un equilibrio ottimale per tre aspetti chiave:

- Rendimento: la resistenza di  $30\Omega$  consente di ottenere un rendimento elevato, attorno al 93%; questo significa che la maggior parte dell'energia meccanica prodotta dal motore viene convertita in energia elettrica al carico.
- **Potenza**: la configurazione a stella con 30Ω permette di trasmettere una potenza elettrica considerevole sul carico, nell'intorno di 120W.
- Forza: la resistenza di  $30\Omega$  garantisce che la forza applicabile alla manovella sia compresa tra 50 e 60N; questo intervallo di valori è fondamentale per evitare danni alle ruote, come abbiamo potuto vedere nella fase di simulazione.

In sintesi, la scelta di una resistenza di  $30\Omega$  offre i seguenti vantaggi:

- Elevata efficienza energetica
- Elevata potenza trasmessa al carico
- Funzionamento sicuro del sistema, prevedendo danni alle ruote dentate

In definitiva, la configurazione del carico a stella con una resistenza di  $30\Omega$  si rivela la soluzione migliore per il sistema in esame.

# Elenco delle figure

1	Setup banco prova in configurazione con carico resistivo	6
2	Schema elettrico setup con carico resistivo	7
3	Setup banco prova in configurazione con carico resistivo-induttivo.	7
4	Setup banco prova in configurazione con carico resistivo-induttivo.	8
5	Spaccato di un motore sincrono a magneti permanenti	9
6	Schema elettrico del motore PMSM usato	10
7	Schema rappresentante le energie in gioco	10
8	Rappresentazione dei quadranti di lavoro del motore	11
9	Datasheet del motore PMSM usato	13
10	Blocco motore PMSM nel software Simulink.	15
11	Configurazioni e parametri impostati del motore	15
12	Modello realizzato in Simulink per verificare il Ke	16
13	Andamento della velocità dell'albero del motore [rpm] in funzione	
	della tensione concatenata [V] tramite simulazione.	17
14	Esempio misura tensione concatenata con l'oscilloscopio	18
15	Tabella contenente i dati delle acquisizioni realizzate utilizzando	
	il trapano.	18
16	Andamento della velocità del motore [rpm] in funzione della ten-	
	sione concatenata [V] sperimentale	19
17	Misurazione della tensione concatenata tra due fasi girando l'al-	
	bero del motore con il trapano	21
18	Modello realizzato in Simulink	22
19	Andamento della tensione (segnale azzurro) e della corrente (se-	
	gnale giallo) girando l'albero con la manovella da 15cm	23
20	Andamento della coppia (segnale giallo) e della velocità dell'al-	
	bero (segnale rosso)	24
21	Rappresentazione schematica di una trasmissione	25
22	Evolvente di cerchio e denti a evolvente	27
23	Ingranamento fra ruote dentate	28
24	Nomenclatura dentatura ad evolvente.	29
26	Esempio di rotismo ordinario	32
27	Esempio di rotismo ordinario con velocità rappresentate	32
28	Rappresentazione schematica del sistema	34
30	Impostazione parametri ruota dentata	36
31	Rappresentazione del backlash.	36
32	Rappresentazione del root fillet radius	37
33	Ruota dentata ottenuta con lo script in Python	37
34	Descrizione delle parti.	38
35	Rappresentazione delle quote.	39
36	Rappresentazione del rotismo, vista dall'alto	39
37	Descrizione delle parti	40
38	Rappresentazione delle quote	41
39	Rappresentazione del rotismo, visto dal basso	41
40	Cuscinetto radiale ad una corona di sfere	42

41	Spina cilindrica temprata in acciaio	42
42	Descrizione delle parti del rotismo con i componenti	43
43	Descrizione delle parti della base	44
44	Rappresentazione delle quote	45
45	Rappresentazione della base, vista dall'alto.	46
46	Descrizione delle parti	46
47	Rappresentazione delle quote.	47
48	Rappresentazione della base, vista dal basso.	47
49	Descrizione delle parti	48
50	Rappresentazione delle quote.	49
51	Rappresentazione del coperchio, vista dall'alto	49
52	Rappresentazione del coperchio, vista dal basso	50
53	Rappresentazione delle quote.	51
54	Descrizione delle parti.	51
55	Rappresentazione delle quote.	52
56	Descrizione delle parti	52
57	Rappresentazione delle quote	53
58	Rappresentazione della manovella, vista dall'alto	54
59	Descrizione delle parti	54
60	Rappresentazione delle quote	55
61	Rappresentazione della manovella, vista dal basso.	55
62	Rappresentazione del moltiplicatore di giri, vista dall'alto	56
63	Rappresentazione del moltiplicatore di giri, vista dal basso	57
64	Vista in sezione del moltiplicatore di giri.	57
65	Stampa 3D usando tecnologia FDM	58
66	Rappresentazione stampa con vari riempimenti percentuali	59
76	Rappresentazione modello del sistema	65
77	Rappresentazione forze scambiate tra ruota $(1) e (2) \dots \dots \dots$	67
78	Tabelle contenenti coppie e forze in gioco nel rotismo	68
81	Ruota (2) usata nelle simulazioni FEM	72
83	Ruota dentata (2) con vincoli e carico rappresentati	74
84	Rappresentazione del fattore di sicurezza della ruota sottoposta	
	ad una forza di contatto di F = 319,25N. $\dots \dots \dots \dots \dots$	75
85	Rappresentazione della sollecitazione della ruota sottoposta ad	
	una forza di contatto di F = $319,25N$	76
86	Rappresentazione dello spostamento della ruota sottoposta ad	
	una forza di contatto di F = $319,25N$	77
89	Rappresentazione schematica del setup prova a vuoto	79
90	Tensione concatenata a vuoto tra la fase U e V	80
91	Rappresentazione schematica del setup prova con carico variabile.	81
92	Rappresentazione setup prova con carico variabile in laboratorio.	81
93	Tabella contenente i dati delle potenze e dei rendimenti della	
	prova con carico variabile.	82
94	Esempio misurazione tensione (giallo) e corrente (blu) con l'oscil-	
	loscopio	83

95	(a) Rendimento % del moltiplicatore di giri in funzione della resi-	
	stenza del carico (b) Potenza elettrica totale nel carico e potenza	
	meccanica manovella in funzione della resistenza del carico (c)	
	Potenza persa nel rame e potenza persa nel ferro in funzione	
	della resistenza del carico.	84
96	Rappresentazione rotismo del moltiplicatore di giri	85
97	Tabella contenente i dati delle velocità e delle coppie della prova	
	con carico variabile	86
98	(a) Velocità delle ruote in funzione della resistenza del carico (b)	
	Coppia delle ruote in funzione della resistenza del carico	87
99	Tabella contenente i dati delle forze agenti sulle ruote della prova	
	con carico variabile	88
100	(a) Forza alla manovella in funzione della resistenza del carico	
	(b) Forza di contatto scambiata tra le ruote in funzione della	
	resistenza del carico	89

## Riferimenti bibliografici

- [1] Boscariol, P. (2023). "Appunti dalle lezioni di Meccanica Applicata alle Macchine".
- [2] Zigliotto, M. (2023). "Appunti di Macchine ed Azionamenti Elettrici".
- [3] Autodesk Fusion, Immagini".
- [4] Simulink & Matlab, Immagini".