

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E
AMBIENTALE

Corso di Laurea in Ingegneria per l'ambiente e il territorio



TESI DI LAUREA

ANALISI DEI CARICHI AERODINAMICI
AGENTI SUL RAZZO SONDA
SPERIMENTALE DEL PROGETTO
THRUST

Relatore: **Prof. Francesco Pesavento**
Correlatore: **Prof. Lorenzo Sanavia**

Laureando: **Luca Varotto**
Matricola: **2101916**

ANNO ACCADEMICO 2025-2026

*«La logica vi porterà da A a B.
L'immaginazione vi porterà dappertutto.»*

— A. EINSTEIN

Abstract

Il presente elaborato di tesi trae origine dalle attività del team studentesco *THRUST* dell'Università degli Studi di Padova, impegnato nello sviluppo e nel lancio di razzi sonda sperimentali secondo la filosofia SRAD. Il lavoro è stato sviluppato nell'ambito della missione SFR1, per la quale è previsto il lancio di un vettore nella categoria 3 km della competizione internazionale EuRoC.

L'attività svolta si concentra sul calcolo dei carichi aerodinamici agenti sul vettore durante la fase di ascesa e sulla successiva determinazione delle principali azioni interne lungo la struttura. A partire dai modelli analitici individuati nella letteratura, è stato sviluppato in MATLAB un modello numerico in grado di suddividere il vettore nei suoi principali moduli e di calcolare, per ciascuna sezione, la distribuzione delle forze aerodinamiche lungo il razzo. Tale approccio permette di considerare separatamente i contributi dei diversi componenti, mantenendo la loro posizione lungo il vettore, e di ricostruire conseguentemente l'andamento degli sforzi durante l'ascesa.

Lo sviluppo del modello nasce dalla necessità di ottenere una descrizione più dettagliata dei carichi rispetto a quella fornita dal precedente simulatore a 6 gradi di libertà utilizzato all'interno del team. Quest'ultimo applicava le forze aerodinamiche complessive nei centri di pressione e di massa globali del vettore, senza fornire una distribuzione spaziale dei carichi sui singoli moduli. Il nuovo modello consente invece di mantenere la distribuzione geometrica dei componenti e di analizzare le conseguenti azioni interne nelle diverse sezioni del vettore.

La correttezza del modello aerodinamico è stata verificata attraverso un confronto con *OpenRocket*, ottenendo una differenza inferiore al 3% sugli integrali delle forze di drag e lift. Il modello è stato successivamente utilizzato per analizzare l'evoluzione temporale e spaziale delle azioni interne, con particolare attenzione alla condizione di massima pressione dinamica. I risultati mostrano come tale condizione non coincida necessariamente con quella di massimo carico strutturale durante il volo libero. In particolare, l'analisi del prodotto tra pressione dinamica e angolo d'attacco, $q\alpha$, ha permesso di individuare, per il caso analizzato, la condizione corrispondente ai massimi valori di taglio e momento flettente durante il volo libero.

Il lavoro fornisce pertanto uno strumento numerico per la valutazione dei carichi aerodinamici e delle azioni interne del vettore, utilizzabile come supporto alle successive attività di analisi e dimensionamento strutturale dei futuri razzi progettati dal team.

Indice

Acronimi e Definizioni	viii
Nomenclatura	ix
1 Introduzione e Inquadramento del Progetto	1
1.1 Contesto e Motivazioni	2
1.1.1 Obiettivo dell'elaborato	2
1.2 Il Progetto THRUST	3
1.2.1 Analisi Missione	4
1.2.2 Filosofia SRAD	4
1.3 Vettori sviluppati dal team	5
1.3.1 SFR0	5
1.3.2 SFR1	6
1.3.3 SFR-S Antenore	7
1.3.4 SFR3	8
2 Aerodinamica del volo subsonico	9
2.1 Origine delle Forze Aerodinamiche	10
2.1.1 Introduzione	10
2.1.2 Cenni teorici e contributi	11
2.1.3 Drag	12
2.1.4 Lift	13
2.1.5 Momento aerodinamico	14
2.2 Grandezze adimensionali	15
2.2.1 Numero di Reynolds	15
2.2.2 Numero di mach	15
2.3 Modelli aerodinamici semi-empirici	16
2.3.1 Modelli per il calcolo del drag	17
2.3.2 Modelli per il calcolo del lift	17
2.4 Limiti dei Modelli Esistenti	17
3 Sviluppo del Modello e Implementazione del Codice	18
3.1 Discretizzazione del Vettore	19
3.2 Assunzioni	20
3.3 Modellazione delle forze parallele	21
3.3.1 Modelli utilizzati	21
3.3.2 Calcolo della forza di drag totale	24

3.4	Modellazione delle forze normali	25
3.4.1	Modelli utilizzati	25
3.4.2	Calcolo della forza di lift totale	26
3.5	Metodologie e convenzione dei segni	27
3.5.1	Convenzione di Mohr	27
3.5.2	Studio del singolo modulo	27
3.5.3	Punti di applicazione	27
3.5.4	Sforzo assiale	28
3.5.5	Taglio trasversale	28
3.5.6	Momento flettente	28
3.5.7	Interpolazione	29
3.5.8	Grafici	29
3.5.9	Punti di applicazione	29
3.5.10	Principio di D'Alembert	30
3.5.11	Altre considerazioni e worst case	30
4	Risultati e Validazione del Modello	31
4.1	Validazione del Modello	32
4.1.1	Confronto con OpenRocket	32
4.2	Diagrammi di carico durante l'ascesa	34
4.2.1	Sforzo assiale	34
4.2.2	Sforzo di taglio trasversale	35
4.2.3	Momento flettente	36
4.3	Diagrammi di carico nel momento di massima pressione dinamica	37
4.3.1	Sforzo assiale	38
4.3.2	Sforzo di taglio trasversale	38
4.3.3	Momento flettente	39
5	Conclusioni	40
5.1	Modello aerodinamico	41
5.2	Modello dei carichi aerodinamici	41
A	Struttura del codice MATLAB	48
A.1	Condizioni di volo	49
A.1.1	Parametri ambientali	50
A.1.2	Parametri aerodinamici	51
A.1.3	Atmosfera Stardand Internazionale (ISA)	52
A.2	Diagramma a blocchi del modello aerodinamico	53
A.3	Output grafici del simulatore	54
A.3.1	Traiettoria del vettore	54
A.3.2	Parametri cinematici	55

Elenco delle figure

1.1	Lancio del vettore SFR0	5
1.2	Modello CAD del vettore SFR1	6
2.1	Forze agenti su un razzo in volo libero: forza peso G , spinta T , resistenza aerodinamica D e forza normale N . Sono inoltre riportate la scomposizione delle componenti aerodinamiche e le direzioni associate ai moti di beccheggio, imbardata e rollio. . .	10
2.2	Principali contributi alla resistenza aerodinamica	12
3.1	Rappresentazione della discretizzazione	19
3.2	Forze applicate al generico modulo.	27
4.1	Confronto dell'andamento temporale del Lift calcolato dai due modelli.	33
4.2	Confronto dell'andamento temporale del Drag calcolato dai due modelli.	33
4.3	Sforzo assiale applicato al vettore.	34
4.4	Mappa di intensità (<i>heatmap</i>) dello sforzo assiale.	34
4.5	Sforzo di taglio applicato al vettore.	35
4.6	Mappa di intensità (<i>heatmap</i>) dello sforzo di taglio trasversale. .	35
4.7	Momento flettente applicato al vettore.	36
4.8	Mappa di intensità (<i>heatmap</i>) del momento flettente.	36
4.9	Pressione dinamica	37
4.10	Sforzo assiale al Max-Q.	38
4.11	Sforzo di taglio al Max-Q.	38
4.12	Momento flettente al Max-Q.	39
5.1	Grafico risultante dal prodotto $q_i \cdot \alpha$	45
A.1	Curva di spinta del motore TH-1000	49
A.2	Grafici del vettore vento	50
A.3	Parametri aerodinamici calcolati dal simulatore	51
A.4	Grafico dell'andamento della densità atmosferica in relazione all'altitudine	52
A.5	Schema del codice MATLAB	53
A.6	Proiezione bidimensionale della traiettoria	54
A.7	Proiezione tridimensionale della traiettoria	55
A.8	Evoluzione temporale di accelerazione, velocità e quota del vettore	55

A.9	Evoluzione temporale dell'assetto e delle velocità angolari del vettore	56
-----	--	----

Elenco delle tabelle

2.1	Regime di volo in funzione del numero di Mach.	15
3.1	Moduli del vettore	19
3.2	Modelli semi-empirici utilizzati per la determinazione dei contributi aerodinamici	21
4.1	Confronto degli integrali temporali delle forze aerodinamiche calcolate dai due modelli.	32
5.1	Confronto tra i valori massimi delle azioni interne e i valori corrispondenti alle condizioni di Max-Q e $q_i\alpha$. Il massimo assoluto è valutato considerando l'intera traiettoria, inclusa la fase vincolata alla rampa, mentre il massimo di volo libero è valutato escludendo tale fase.	46
A.1	Costanti fisiche per il modello di atmosfera standard.	52

Acronimi e Definizioni

Max-Q Massima pressione dinamica

SFR1 Students First Rocket 1

THRUST Transdisciplinary Hybrid Rocket University Students' Training

EuRoC European Rocketry Challenge

SRAD Student Researched and Developed

COTS Commercial Off-The-Shelf

GdL Gradi di libertà

Nomenclatura

Parametri aerodinamici

q	Pressione dinamica
$q\alpha$	Prodotto tra pressione dinamica e angolo di attacco
C_D	Coefficiente di resistenza aerodinamica
C_L	Coefficiente di portanza aerodinamica
C_N	Coefficiente di forza normale
α	Angolo di attacco
Re	Numero di Reynolds
Ma	Numero di Mach

Modello atmosferico

ISA	Atmosfera Standard Internazionale
ρ	Densità dell'aria
a	Velocità del suono

Parametri del modello

K_{int}	Fattore di interferenza di Barrowman
N	Numero di moduli in cui è discretizzato il vettore
F_A	Forza aerodinamica risultante
M_A	Momento aerodinamico risultante
T	Spinta propulsiva

Geometria del vettore

CoM	Centro di massa
CoP	Centro di pressione
R	Raggio del vettore
A_f	Area della sezione di base
A_{ref}	Area di riferimento del vettore ($A_{ref} = \pi R^2$)
f_b	Fineness ratio (rapporto di snellezza L/D)
L	Lunghezza caratteristica del vettore
n_{fins}	Numero di alette
c_r	Corda alla radice dell'aletta
c_t	Corda all'estremità dell'aletta
s	Semi-span dell'aletta
c_{mac}	Corda media aerodinamica dell'aletta
AR	Rapporto d'aspetto delle alette
t/c	Spessore relativo dell'aletta

Capitolo 1

Introduzione e Inquadramento del Progetto

1.1 Contesto e Motivazioni

Nella progettazione di un razzo sonda sperimentale, la valutazione preliminare dei carichi strutturali ed aerodinamici rappresenta un passaggio essenziale per stimare le sollecitazioni a cui la struttura sarà sottoposta durante il volo. Una stima affidabile di tali carichi consente infatti di supportare il dimensionamento strutturale del vettore e di individuare le condizioni operative maggiormente critiche.

Tra queste, particolare attenzione è rivolta alla condizione di Massima pressione dinamica (Max-Q), corrispondente al valore massimo della pressione dinamica lungo il profilo di ascesa. In questa fase, anche piccoli angoli d'attacco possono generare forze aerodinamiche trasversali sufficienti a produrre significativi sforzi di taglio e momenti flettenti. Tali effetti possono rendere il Max-Q una delle condizioni più gravose dal punto di vista strutturale, aumentando il rischio di fenomeni di instabilità.

1.1.1 Obiettivo dell'elaborato

Il presente elaborato ha come obiettivo principale lo studio dei carichi strutturali agenti sul vettore SFR1 sviluppato dal progetto THRUST. A tale scopo è stato necessario discretizzare il razzo nei diversi moduli che lo compongono e sviluppare un modello aerodinamico in grado di valutare le forze agenti sui singoli componenti e applicarle nei rispettivi centri di pressione.

Il calcolo dei carichi è stato effettuato lungo l'intero profilo di ascesa del vettore, considerando l'evoluzione temporale delle condizioni di volo. Il modello sviluppato restituisce sia i valori puntuali delle forze aerodinamiche associate ai singoli moduli, sia una rappresentazione bidimensionale tramite *heatmap*, in cui vengono correlati il tempo di volo, la posizione lungo l'asse del vettore e l'intensità del carico subito dalla struttura.

L'approccio adottato permette di superare la semplificazione dei modelli precedenti, nei quali le forze complessive venivano applicate al solo centro di pressione globale del vettore, fornendo una descrizione più dettagliata della distribuzione dei carichi lungo la struttura.

1.2 Il Progetto THRUST

THRUST è un progetto universitario nato nel 2021 presso l'Università degli Studi di Padova con l'obiettivo di progettare, realizzare e lanciare razzi sonda sperimentali secondo la filosofia Student Researched and Developed (SRAD). Nel corso degli anni il team si è progressivamente ampliato, coinvolgendo oggi oltre 80 studenti provenienti da diversi percorsi di ingegneria e discipline affini.

Il principale obiettivo del progetto è lo sviluppo di un vettore a propulsione ibrida destinato a competere nella categoria 3 km della competizione internazionale European Rocketry Challenge (EuRoC), organizzata annualmente a Constância, in Portogallo. Oltre alla partecipazione alla competizione, il progetto rappresenta un'opportunità formativa che consente agli studenti di affrontare tutte le fasi dello sviluppo di un sistema aerospaziale, dalla progettazione preliminare fino alle operazioni di lancio.

L'organizzazione del team è di tipo piramidale ed è suddivisa in diverse sezioni, ciascuna responsabile dello sviluppo di specifici sottosistemi del vettore. Le attività sono pianificate attraverso milestone¹, a loro volta articolate in task.

Le sezioni presenti all'interno del progetto sono:

- Aerostrutture;
- Analisi Missione;
- Elettronica;
- Informatica;
- Management;
- Propulsione;
- Recupero.

¹L'obiettivo principale delle milestone é formare diversi team di sviluppo multidisciplinari, unendo le competenze delle diverse sezioni del progetto

1.2.1 Analisi Missione

Il presente elaborato rientra in una delle diverse task pianificate all'interno della sezione di Analisi Missione (e nella milestone delle *Simulazioni preliminari del lancio*), con particolare riferimento al dimensionamento e all'analisi del vettore SFR1. La sezione si occupa dello sviluppo degli strumenti numerici e operativi necessari alla definizione, simulazione e verifica della missione. In particolare, le principali attività comprendono:

- lo sviluppo del simulatore di volo a 6 Gradi di libertà (GdL), utilizzato per il dimensionamento dei vettori, la simulazione della traiettoria, l'analisi statistica delle aree di atterraggio mediante simulazioni Monte Carlo e la valutazione dei principali parametri di missione;
- lo sviluppo della Ground Station, dedicata alla comunicazione bidirezionale in tempo reale con il vettore, al monitoraggio della telemetria e della sequenza degli stati di volo;
- l'esecuzione di analisi CFD, finalizzate allo studio dell'interazione aerodinamica tra il vettore e il fluido circostante, sia a livello globale sia sui singoli componenti;
- la definizione delle procedure di lancio, comprendenti l'organizzazione delle operazioni di terra e il coordinamento delle attività durante la campagna di lancio.

Essa é attualmente formata da 11 membri divisi opportunamente tra le sotto-sezioni sopra riportate.

1.2.2 Filosofia SRAD

Il progetto, adotta la filosofia SRAD (*Student Researched and Developed*), secondo la quale ogni sottosistema del vettore viene progettato, realizzato, testato e validato direttamente dagli studenti, senza l'impiego di componenti o sistemi sviluppati esternamente, salvo ove strettamente necessario.

Per il lancio del vettore SFR1 tale approccio ha portato allo sviluppo di numerose soluzioni. Tra le principali innovazioni introdotte figurano il sistema propulsivo ibrido², basato sull'impiego di grani di paraffina e protossido di azoto come ossidante, un nuovo sistema di recupero ad espulsione mediante cartuccia di CO_2 , l'elettronica di bordo, la struttura realizzata prevalentemente in materiali compositi e il protocollo proprietario di comunicazione tra vettore e stazione di terra.

L'elevato grado di integrazione tra questi sottosistemi rende necessarie attività di simulazione e verifica sempre più accurate, tra cui rientra anche lo studio dei carichi aerodinamici sviluppato nel presente elaborato.

²La curva presentata nella figura A.1 é stata ricavata sperimentalmente a seguito dello static fire del 25 Luglio 2026. Il test ha validato il sistema propulsivo e i simulatori utilizzati per il dimensionamento e per le analisi della spinta teorica.

1.3 Vettori sviluppati dal team

1.3.1 SFR0

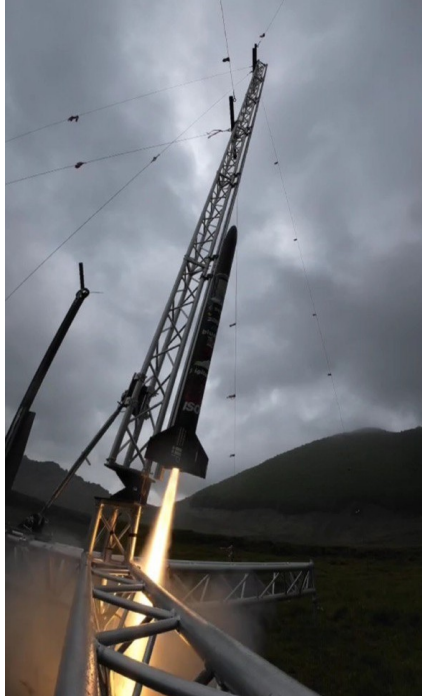


Figura 1.1: Lancio del vettore SFR0

Il 5 maggio 2025 il team ha effettuato con successo il primo lancio storico del progetto, rinominato SFR0, presso l'altopiano di Roccaraso. Il razzo, con un motore Commercial Off-The-Shelf (COTS) a propellente solido, è stato ideato e progettato come dimostratore tecnologico con l'obiettivo di validare le procedure operative e parte dei sottosistemi sviluppati dal team.

La missione si è conclusa con il raggiungimento della maggior parte degli obiettivi prefissati. Il vettore ha raggiunto un apogeo di circa 1200 m e una velocità massima pari a 0.45 Mach, consentendo di acquisire dati fondamentali per lo sviluppo delle missioni successive.

Il simulatore sviluppato internamente dalla sezione di Analisi Missione ha commesso un'errore del 0.6% nell'apogeo calcolato.

Nell'ambito del lancio di SFR0 ho ricoperto il ruolo di Vice Direttore di Volo, collaborando al coordinamento delle operazioni di lancio e all'applicazione delle procedure sviluppate dal team.

1.3.2 SFR1



Figura 1.2: Modello CAD del vettore SFR1

Il lancio del vettore SFR1 è previsto per il mese di settembre 2026 presso l'altopiano di Roccaraso.

Rispetto al precedente dimostratore tecnologico, SFR1 introduce numerosi sottosistemi completamente riprogettati, tra cui il motore ibrido, la nuova avionica, il sistema di recupero e la struttura prevalentemente in materiali compositi.

Il presente elaborato si inserisce nelle attività di sviluppo di questa missione. Il modello numerico sviluppato è stato infatti realizzato per supportare l'analisi dei carichi strutturali ed aerodinamici del vettore lungo l'intero profilo di ascesa e fornire la distribuzione delle forze agenti sui diversi moduli, costituendo uno strumento di supporto alle successive verifiche strutturali.

Nell'ambito della campagna di lancio di SFR1 ricoprirò il ruolo di Vice Direttore di Volo e responsabile della comunicazione con il vettore, partecipando al coordinamento delle operazioni di lancio, alla supervisione delle attività della control room e al monitoraggio del vettore durante l'intero profilo di volo.

1.3.3 SFR-S Antenore

SFR-S Antenore rappresenta il secondo lancio dell'anno solare³ del progetto THRUST. Il lancio è previsto per ottobre 2026 presso l'altopiano di Roccaraso.

Il vettore riprende parte della configurazione e delle soluzioni sviluppate per SFR0, mantenendo un sistema propulsivo a propellente solido e integrando alcuni sottosistemi sviluppati internamente dal team.

Originariamente concepito come vettore destinato alla partecipazione alla competizione internazionale EuRoC, SFR-S Antenore è stato successivamente convertito in una missione dimostrativa finalizzata alla validazione delle procedure operative e delle tecnologie sviluppate dal team. Parallelamente agli obiettivi tecnici, la missione prevede un ampliamento delle attività di comunicazione e divulgazione, attraverso la realizzazione di una diretta dell'evento.

Nell'ambito della missione SFR-S Antenore ricoprirò il ruolo di Direttore di Volo, con responsabilità relative al coordinamento delle operazioni di lancio, alla gestione della sequenza operativa e alla gestione delle attività nella control room durante tutte le fasi della missione.

³Con questo lancio, il progetto diventerebbe il primo team in Italia a lanciare due razzi sonda sperimentali in un solo anno solare.

1.3.4 SFR3

SFR3 rappresenta il principale traguardo evolutivo del progetto e costituisce il vettore destinato alla prima partecipazione del team alla competizione internazionale EuRoC. Attualmente il progetto si trova nella fase di progettazione preliminare, durante la quale vengono definite l'architettura del vettore e i principali sottosistemi.

Rispetto ai precedenti dimostratori tecnologici, SFR3 sarà caratterizzato da un elevato livello di integrazione dei sottosistemi sviluppati internamente secondo la filosofia SRAD. Tra questi rientra il sistema propulsivo ibrido, che rappresenta una delle principali innovazioni del progetto.

La missione prevede il lancio presso il sito di Constância, in Portogallo, previsto per ottobre 2027. Lo sviluppo di SFR3 rappresenta quindi il risultato del percorso di crescita tecnologica, raccogliendo l'esperienza acquisita attraverso le precedenti missioni SFR0, SFR1 e SFR-S Antenore.

Capitolo 2

Aerodinamica del volo subsonico

2.1 Origine delle Forze Aerodinamiche

2.1.1 Introduzione

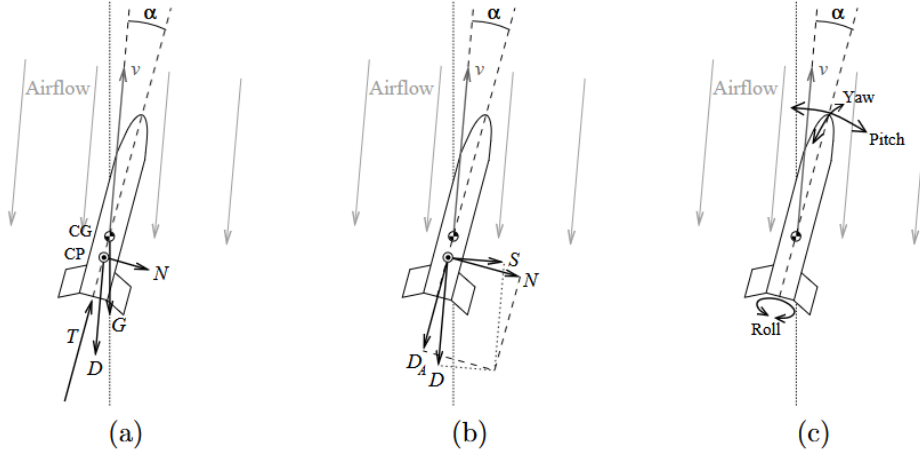


Figura 2.1: Forze agenti su un razzo in volo libero: forza peso G , spinta T , resistenza aerodinamica D e forza normale N . Sono inoltre riportate la scomposizione delle componenti aerodinamiche e le direzioni associate ai moti di beccheggio, imbardata e rollio.

Durante il volo il razzo è soggetto a tre principali azioni esterne: la spinta propulsiva, la forza peso e le forze aerodinamiche. Mentre la spinta e la gravità agiscono prevalentemente come forze risultanti applicate al vettore, le forze aerodinamiche, essendo distribuite sulla superficie esterna generano sia una forza risultante sia un momento aerodinamico, responsabile della stabilità e della dinamica rotazionale del veicolo. In questo capitolo verranno richiamati i principali concetti teorici relativi all'origine delle forze aerodinamiche e alle grandezze utilizzate nel modello sviluppato.

2.1.2 Cenni teorici e contributi

Quando un corpo si muove all'interno di un fluido o quando esso é fermo e viene investito da un fluido, si instaura un'interazione tra la superficie del corpo e le particelle del fluido. Tale interazione modifica il campo di pressione e di velocità circostante generando sulla superficie del corpo una distribuzione di pressioni normali e di sforzi tangenziali dovuti alla viscosità del fluido. L'integrazione di tali azioni superficiali dà origine alla forza aerodinamica risultante.

La risultante di tali azioni distribuite costituisce la forza aerodinamica agente sul corpo che può essere espressa come la somma del contributo di pressione e di quello viscoso:

$$\mathbf{F}_A = \int_S (-p\mathbf{n} + \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{n}) dS \quad (2.1)$$

dove:

- p rappresenta la pressione statica locale agente sulla superficie;
- $\mathbf{n}$ è il versore normale uscente alla superficie del corpo;
- $\boldsymbol{\tau}$ è il tensore degli sforzi viscosi;
- S è la superficie esterna del corpo.

Il primo termine rappresenta il contributo dovuto alla distribuzione delle pressioni sulla superficie del corpo mentre il secondo tiene conto degli effetti viscosi associati allo strato limite che si sviluppa in prossimità della parete.

Nel caso dei razzi sonda, la componente dovuta alla pressione costituisce il contributo predominante alla forza aerodinamica totale mentre gli effetti viscosi risultano principalmente associati alla resistenza di attrito superficiale.

Il comportamento del fluido e l'origine delle forze aerodinamiche sono descritti dalle equazioni fondamentali della fluidodinamica, ottenute applicando i principi di conservazione della massa, della quantità di moto e dell'energia ad un volume di controllo.

2.1.3 Drag

La resistenza aerodinamica, comunemente indicata con il termine inglese *drag*, rappresenta la componente della forza aerodinamica orientata parallelamente alla direzione del flusso relativo tra il corpo e il fluido. Essa agisce in verso opposto alla velocità relativa opponendosi al moto del corpo e compiendo un lavoro resistente che comporta una diminuzione dell'energia meccanica del vettore.

Il drag viene comunemente espresso mediante la formula:

$$D = qSC_D = \frac{1}{2}\rho V^2 SC_D \quad (2.2)$$

dove:

- $q = \frac{1}{2}\rho V^2$ ed è la pressione dinamica, ossia l'incremento di pressione generato dall'energia cinetica di un fluido in movimento;
- ρ è la densità del fluido;
- V è la velocità relativa tra il corpo e il fluido;
- S è la superficie di riferimento;
- C_D è il coefficiente di resistenza aerodinamica.

Dall'equazione (2.2) si osserva che la resistenza aerodinamica cresce linearmente con la densità del fluido, con la superficie di riferimento e con il coefficiente di resistenza, mentre risulta proporzionale al quadrato della velocità relativa. Tale dipendenza quadratica dalla velocità rende la resistenza aerodinamica uno dei contributi predominanti durante le fasi di volo caratterizzate da elevata pressione dinamica, come in prossimità della condizione di Max-Q.

Il coefficiente C_D , a sua volta, può essere espresso come la somma dei contributi associati ai differenti fenomeni aerodinamici.

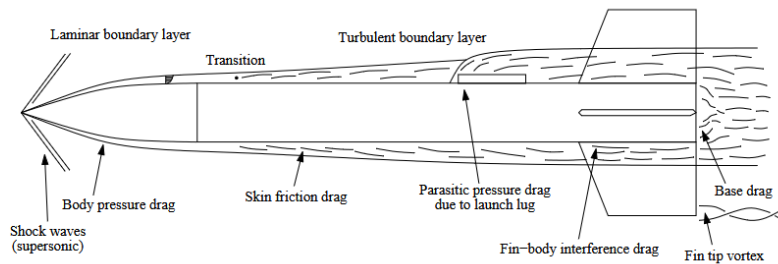


Figura 2.2: Principali contributi alla resistenza aerodinamica

Nel presente elaborato il coefficiente di drag è stato ottenuto considerando i seguenti contributi:

- *Skin Friction Drag*
- *Pressure Drag*
- *Base Drag*
- *Induced Drag*
- *Interference Drag*

- *Launch Lug Drag*

La formulazione analitica adottata per ciascun contributo sarà descritta nella sezione 3.3, nella quale verranno inoltre discusse le ipotesi e le correlazioni impiegate per il calcolo del coefficiente di resistenza complessivo.

2.1.4 Lift

La portanza, comunemente indicata con il termine inglese *lift*, rappresenta la componente della forza aerodinamica risultante perpendicolare alla direzione del flusso relativo tra il corpo e il fluido. A differenza della resistenza aerodinamica, risulta principalmente associata a una distribuzione non uniforme della pressione sulla superficie del corpo.

Nel caso dei razzi sonda, la portanza è principalmente dovuta alla presenza di piccoli angoli d'attacco rispetto alla direzione del flusso e alle superfici aerodinamiche, quali le alette.

Viene comunemente espressa mediante la relazione:

$$L = qSC_L = \frac{1}{2}\rho V^2 SC_L \quad (2.3)$$

dove:

- ρ è la densità del fluido;
- V è la velocità relativa tra il corpo e il fluido;
- S è la superficie di riferimento;
- C_L è il coefficiente di portanza.

Il coefficiente di portanza C_L dipende principalmente dalla geometria delle superfici aerodinamiche, dall'angolo d'attacco e dal regime di moto.

Nel presente elaborato il contributo di portanza è stato valutato considerando principalmente l'effetto delle alette e dell'ogiva, mediante le correlazioni descritte nella sezione 3.4

2.1.5 Momento aerodinamico

Il momento aerodinamico rappresenta l'effetto rotazionale prodotto dalle forze aerodinamiche. Esso è generato dalla distanza tra la retta di applicazione delle forze aerodinamiche e il centro di pressione e può essere espresso mediante il prodotto vettoriale tra il vettore posizione del punto di applicazione della forza e la forza aerodinamica risultante:

$$\mathbf{M}_A = \mathbf{r} \times \mathbf{F}_A \quad (2.4)$$

dove:

- $\mathbf{M}_A$ è il vettore momento aerodinamico risultante;
- $\mathbf{r}$ è il vettore posizione tra il punto di riferimento e il punto di applicazione della forza;
- $\mathbf{F}_A$ è la forza aerodinamica risultante.

Nel caso in cui la forza e il braccio siano tra loro perpendicolari, il modulo del momento può essere espresso nella forma scalare:

$$M_A = F_A b \quad (2.5)$$

dove b rappresenta il braccio della forza rispetto al punto di riferimento.

Nel modello sviluppato, il vettore è stato discretizzato in N moduli indipendenti. Il momento aerodinamico complessivo è quindi ottenuto come somma dei contributi generati dalle singole forze aerodinamiche:

$$M_A = \sum_{i=1}^N F_{A,i} b_i \quad (2.6)$$

dove:

- N è il numero di moduli in cui è stato suddiviso il vettore;
- $F_{A,i}$ è la forza aerodinamica risultante agente sull' i -esimo modulo;
- b_i è il braccio della forza aerodinamica dell' i -esimo modulo rispetto al punto di riferimento.

2.2 Grandezze adimensionali

Il numero di Reynolds e il numero di Mach sono utilizzati per determinare il regime aerodinamico durante il profilo di ascesa e per la selezione delle correlazioni analitiche impiegate nel calcolo dei coefficienti aerodinamici.

2.2.1 Numero di Reynolds

Il numero di Reynolds è un parametro adimensionale utilizzato per caratterizzare il regime del flusso e il rapporto tra gli effetti inerziali e quelli viscosi:

$$Re = \frac{\rho V L}{\mu} \quad (2.7)$$

dove:

- ρ è la densità del fluido;
- V la velocità relativa;
- L una lunghezza caratteristica;
- μ la viscosità dinamica.

2.2.2 Numero di mach

Il numero di Mach permette invece di valutare il rapporto tra la velocità del corpo e la velocità del suono nel fluido:

$$Ma = \frac{V}{a} \quad (2.8)$$

dove a rappresenta la velocità locale del suono.

Il valore assunto dal numero di Mach, determina il regime del vettore:

Regime di volo	Numero di Mach
Subsonico	$Ma < 0.8$
Transonico	$0.8 < Ma < 1.2$
Supersonico	$1.2 < Ma \sim 5$
Ipersonico	$Ma > 5$

Tabella 2.1: Regime di volo in funzione del numero di Mach.

2.3 Modelli aerodinamici semi-empirici

Per il calcolo dei carichi aerodinamici è stato utilizzato come punto di partenza il simulatore di volo sviluppato internamente dal team THRUST in MATLAB. Tale strumento consente la simulazione del profilo di volo del vettore e la valutazione dei principali parametri di missione.

Durante l'analisi del modello esistente è emersa una limitazione relativa alla distribuzione spaziale dei carichi aerodinamici. Nel simulatore originale, infatti, le forze risultanti venivano applicate considerando un unico centro di pressione globale e un unico centro di massa del vettore, senza una suddivisione dettagliata della geometria nei singoli moduli costitutivi.

Tale approccio, pur risultando adeguato per una valutazione preliminare dei carichi aerodinamici, non permette una caratterizzazione accurata della distribuzione lungo il corpo del razzo e dei relativi momenti aerodinamici. Per superare tale limitazione, il vettore è stato discretizzato nei principali moduli geometrici associando a ciascuno di essi un contributo aerodinamico indipendente.

La definizione dei modelli analitici utilizzati per il calcolo delle forze aerodinamiche è stata effettuata sulla base delle correlazioni presenti nella letteratura tecnica di riferimento, tra cui i modelli sviluppati da Hoerner, Barrowman, Prandtl e altri autori.

Nella seguente sezione vengono presentati i singoli modelli per la determinazione dei contributi di resistenza aerodinamica e portanza.

2.3.1 Modelli per il calcolo del drag

Come riportato nell'equazione 2.2, per la determinazione della resistenza aerodinamica è necessario conoscere il coefficiente di resistenza C_D . Tale coefficiente viene determinato mediante la somma dei contributi aerodinamici associati ai singoli moduli geometrici del vettore.

Sono stati quindi individuati differenti modelli semi-empirici presenti in letteratura, ciascuno associato al particolare fenomeno fisico e al relativo componente geometrico del razzo.

2.3.2 Modelli per il calcolo del lift

Come riportato nell'equazione 2.3, la determinazione della portanza aerodinamica richiede la valutazione del coefficiente di portanza C_L . Nel caso di un vettore, il contributo principale alla portanza è associato alla generazione di forze normali sulle superfici aerodinamiche, in particolare sulle alette. Anche l'ogiva, può contribuire alla generazione di forze normali in condizioni di angolo d'attacco non nullo.

Tale contributo viene valutato mediante il modello di Barrowman, successivamente integrato con le correzioni necessarie per la determinazione dei carichi aerodinamici complessivi.

2.4 Limiti dei Modelli Esistenti

Ciascun modello analizzato consente di descrivere un particolare contributo aerodinamico del vettore, ma la loro applicazione separata non permette di ottenere una rappresentazione completa della distribuzione spaziale delle forze e dei momenti agenti durante il volo.

Per questo motivo, è stato sviluppato un modello aerodinamico integrato basato sull'approccio *component build-up*, nel quale i contributi dei singoli moduli geometrici del vettore vengono combinati per ottenere la stima complessiva delle forze e dei momenti aerodinamici.

Il capitolo successivo descrive nel dettaglio lo sviluppo del modello implementato, presentando per ciascun contributo le ipotesi adottate, le formulazioni matematiche utilizzate e la successiva integrazione all'interno del simulatore di volo.

Capitolo 3

Sviluppo del Modello e Implementazione del Codice

3.1 Discretizzazione del Vettore

Per superare la limitazione del modello precedente, descritta nella sezione 2.3, il vettore è stato discretizzato in N moduli geometrici indipendenti. Tale suddivisione permette di associare a ciascun elemento un contributo aerodinamico e inerziale specifico, consentendo una valutazione più accurata della distribuzione delle forze e dei relativi momenti lungo il corpo del razzo.

Ciascun modulo strutturale è definito dall'intervallo compreso tra due flange consecutive. Nella modellazione numerica, le masse sono state associate alla porzione compresa tra la flangia inferiore e una distanza infinitesima (dz) precedente la flangia superiore. Tale accorgimento evita la sovrapposizione delle flange tra moduli consecutivi, prevenendo una sovrastima della massa totale del vettore.

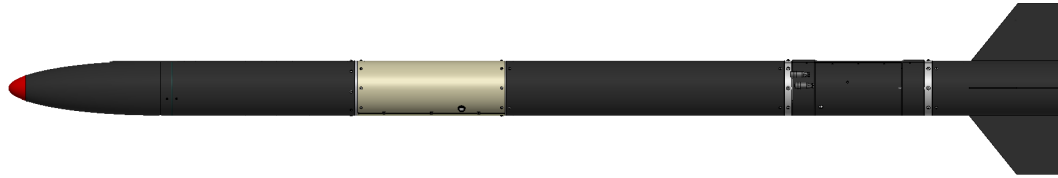


Figura 3.1: Rappresentazione della discretizzazione

La configurazione del vettore adottata nel modello numerico è riportata di seguito (da sinistra a destra della figura 3.1)

Modulo	Descrizione
Ogiva	Componente anteriore del vettore
Modulo di recupero	Vano del sistema di recupero
OBE	Vano dell'elettronica di bordo
Tank	Serbatoio contenente il protossido di azoto
Interstage	Alloggiamento del sistema fluidico
Monoscocca	Struttura contenente il motore e le alette
Alette	Quattro ed integrate nel monoscocca

Tabella 3.1: Moduli del vettore

3.2 Assunzioni

Oltre alle assunzioni del simulatore (esterne al modello presentato), sono state aggiunte:

- Ipotesi generali
 - Masse concentrate (Lumped Masses): La massa di ogni modulo è considerata concentrata nel rispettivo baricentro locale
 - Modello di trave di Eulero-Bernoulli: Il razzo è modellato come una trave snella caricata trasversalmente.
 - Piccole deformazioni: Si assume che le deformazioni strutturali siano sufficientemente piccole da non influenzare i carichi aerodinamici
 - Ripartizione del Drag: Il drag di attrito (Skin Friction) è distribuito lungo la superficie laterale in proporzione all'area bagnata di ogni modulo
 - Forze concentrate: le forze calcolate, sono considerate applicate al rispettivo centro di pressione e centro di massa. Non sono presenti carichi distribuiti.
 - La densità è calcolata seguendo il modello di Atmosfera Standard (ISA)
- Ipotesi di Barrowman (fonte: [1])
 - Angolo di attacco minore di 10°
 - Il flusso è stazionario e irrotazionale
 - Il vettore è un corpo rigido
 - La punta dell'ogiva è un 'punto affilato'
 - Configurazione snella e simmetrica
 - Numero di alette pari a 4
 - Volo subsonico per l'intera durata del volo
 - Alette parallele al flusso: ossia che si trovino in un piano parallelo al flusso.

Le alette sono state trattate come un modulo aggiuntivo discreto (indicato nel modello numerico come modulo $N + 1$).

3.3 Modellazione delle forze parallele

Con il termine forze parallele si indicano i contributi aerodinamici tangenziali alla superficie del vettore, associati principalmente agli effetti viscosi e di resistenza. Tali contributi determinano la componente di drag agente lungo la direzione del flusso.

3.3.1 Modelli utilizzati

Per l'analisi del drag si è quindi adottato un approccio di *Component Build-up* basato su modelli semi-empirici, che garantiscono un ottimo compromesso tra attendibilità e complessità.

Modulo	Fenomeno	Modello	Riferimento
Ogiva	Attrito turbo-lento	Schlichting	<i>Boundary-Layer Theory</i> [2]
Corpo	Pressure Drag	Mandell et al.	<i>Topics in Advanced Model Rocketry (MIT Press)</i> [3]
	Base Drag	Hoerner	<i>FLUID-DYNAMIC DRAG</i> [4]
Alette	Skin Friction	Hoerner	<i>FLUID-DYNAMIC DRAG</i> [4]
	Drag Indotto	Prandtl	<i>Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics</i> [5]
	Correzione comprimibilità	Prandtl-Glauert	<i>The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory</i> [6]
Extra	Interferenze	Barrowman Hoerner	<i>The Practical Calculation of the Aerodynamic Characteristics of Slender Finned Vehicles</i> [1], <i>FLUID-DYNAMIC DRAG</i> [4]

Tabella 3.2: Modelli semi-empirici utilizzati per la determinazione dei contributi aerodinamici

Ogiva

La formula usata è (fonte: [2]):

$$C_{f,ogi} = \begin{cases} \frac{1.328}{\sqrt{\max(Re_{ogi}, 1)}} & \text{se } Re_{ogi} \leq Re_{crit} \text{ (Laminare)} \\ \frac{0.455}{(\log_{10}(\max(Re_{ogi}, 10^5)))^{2.58}} & \text{se } Re_{ogi} > Re_{crit} \text{ (Turbolento)} \end{cases} \quad (3.1)$$

Il coefficiente di attrito superficiale così ottenuto viene corretto per gli effetti di comprimibilità e trasformato nel contributo di resistenza equivalente rispetto all'area di riferimento del vettore A_{ref} .

$$C_{D,fric,ogi} = \frac{C_{f,ogi}}{(1 + 0.144 \cdot M^2)^{0.65}} \cdot \frac{A_{wet,nose}}{A_{ref}} \quad (3.2)$$

Moduli Cilindrici

Il corpo del razzo viene discretizzato in N sezioni. Per ogni modulo i -esimo, posto a una distanza progressiva X_{pos} dall'ogiva, si valuta il numero di Reynolds locale $Re_{mod} = \frac{v \cdot X_{pos}}{\nu_v}$ e si calcola il coefficiente di attrito $C_{f,mod}$ con le medesime relazioni utilizzate per l'ogiva nell'equazione 3.1.

La lunghezza caratteristica utilizzata per il calcolo del numero di Reynolds tiene conto della posizione progressiva del modulo lungo il corpo, in quanto lo strato limite si sviluppa lungo l'intera superficie investita dal flusso.

Il coefficiente di attrito del singolo modulo (fonte: [3] e [4]) viene scalato sull'area di riferimento A_{ref} :

$$C_{D,fric,mod} = C_{f,mod} \cdot \frac{A_{wet,mod}}{A_{ref}} \quad (3.3)$$

dove l'area bagnata è $A_{wet,mod} = \pi \cdot D \cdot L_{mod}$.

A questo contributo si somma il *pressure Drag* (resistenza di forma) del corpo, che viene calcolato globalmente e distribuito uniformemente su tutti gli N_{mod} cilindrici (fonte: [3]):

$$C_{D,presure} = \frac{4}{f_b^2} \quad (3.4)$$

Sull'ultimo modulo agisce inoltre il *base Drag*, che modella la depressione della scia. Secondo il modello di Hoerner, questo valore varia a seconda che il propulsore stia espellendo gas di scarico o meno (fonte: [4]):

$$C_{D,base} = \begin{cases} 0.03 + 0.02 \cdot M_a^2 & \text{se Spinta} > 0.1 \text{ N (Motore acceso)} \\ 0.08 + 0.05 \cdot M_a^2 & \text{se Spinta} \leq 0.1 \text{ N (Motore spento)} \end{cases} \quad (3.5)$$

La resistenza totale per il generico modulo i -esimo sarà quindi la somma dei contributi di attrito e di forma, con l'aggiunta del base drag solo qualora i coincida con l'ultimo elemento.

Alette

Per le alette, il numero di Reynolds Re_{fin} viene valutato sulla corda media aerodinamica c_{mac} . Il coefficiente di attrito puro $C_{f,fin}$ è calcolato analogamente all'ogiva.

Tuttavia, il drag di attrito delle alette $C_{D,fric,fins}$ viene amplificato dal fattore di interferenza corpo-aletta (K_{int}) e corretto in funzione dello spessore relativo dell'aletta (t/c) (fonte: [3] e [4]):

$$C_{D,fric,fins} = 2K_{int} \cdot C_{f,fin} \cdot \left(1 + 2\frac{t}{c}\right) \cdot n_{fins} \cdot \frac{A_{alette}}{A_{ref}} \quad (3.6)$$

Quando il razzo lascia la rampa di lancio, l'angolo di attacco α calcolato dal simulatore non è più nullo e le alette generano portanza, inducendo ulteriore resistenza aerodinamica (*induced Drag*).

La pendenza della retta di portanza $C_{L\alpha}$ è modellata tramite l'equazione di Diederich per superfici a basso allungamento alare (AR), integrata con la correzione di comprimibilità secondo Prandtl-Glauert per gli effetti di comprimibilità dipendenti dal numero di Mach (fonte: [5] e [7]):

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi AR}{2 + \sqrt{4 + \left(AR\sqrt{1 - M_a^2}\right)^2}} \quad (3.7)$$

$$C_{D,ind} = \frac{(C_{L\alpha} \cdot \alpha)^2}{\pi \cdot AR \cdot e} \quad (3.8)$$

dove e è il fattore di efficienza aerodinamica (Oswald).

Infine, ai contributi delle alette vengono sommate le resistenze parassite costanti dovute alle piccole sporgenze ($C_{D,exces} = 0.02$), alle interferenze reciproche tra le alette ($C_{D,interf} = 0.015 \cdot n_{fins}$) e ai *rail buttons* ($C_{D,lugs}$), il cui coefficiente scende da 0.15 a 0.02 una volta che il razzo esce dalla rampa di lancio (fonte: [1] e [4]):

$$C_{D,extra} = C_{D,exces} + C_{D,interf} + C_{D,lugs} \quad (3.9)$$

3.3.2 Calcolo della forza di drag totale

Il contributo di resistenza aerodinamica di ciascun modulo viene determinato a partire dal relativo coefficiente di drag locale:

$$D_i(t) = \frac{1}{2} \rho(t) V(t)^2 A_{ref} C_{D,i}(t) \quad (3.10)$$

dove $C_{D,i}$ rappresenta la somma dei contributi aerodinamici associati al modulo i -esimo. La forza di resistenza totale del vettore viene quindi ottenuta mediante l'integrazione dei contributi lungo la discretizzazione:

$$D_{tot}(t) = \sum_{i=1}^{N_{mod}} D_i(t) + D_{fins}(t) + D_{extra}(t) \quad (3.11)$$

dove D_{fins} include i contributi aerodinamici generati dalle alette, mentre D_{extra} comprende le resistenze parassite dovute alle interferenze e agli elementi sporgenti del vettore (  stato assunto un valore costante).

Il coefficiente di resistenza totale pu  essere espresso come:

$$C_{D,tot} = C_{D,fric,ogi} + C_{D,base} + \sum_{i=1}^{N_{mod}} (C_{D,fric,i} + C_{D,pressure,i}) + C_{D,fins} + C_{D,extra} \quad (3.12)$$

3.4 Modellazione delle forze normali

Con il termine forze normali, si indicano tutti i contributi aerodinamici perpendicolari alla superficie del vettore.

3.4.1 Modelli utilizzati

Il modello utilizzato è quello di *Barrowman* [1], in quanto garantisce un ottimo compromesso tra verosimiglianza dei risultati e costi.

Nella tesi stessa di Barrowman, è riportato un errore (tra i dati sperimentali e quelli misurati nella galleria del vento) di circa 6%.

Ogiva

L'ogiva è modellata geometricamente come un ellissoide.

Il coefficiente di forza normale, dipende esclusivamente dal rapporto tra l'area della base e l'area di riferimento:

$$C_{N_{ogiva}} = 2 \cdot \frac{A_f}{A_{ref}} \quad (3.13)$$

Nel codice, il valore teorico di $C_{N_{ogiva}} = 2.0$ è stato ridotto a $C_{N_{ogiva}} = 1.9$ per riflettere le perdite di pressione reali e garantire la coerenza con i dati del simulatore globale.

Moduli

Per i moduli cilindrici a sezione costante, il contributo alla forza normale è nullo, poiché non vi è variazione di area della sezione trasversale e l'angolo di attacco è piccolo ($\alpha < 10$).

$$C_{N_{moduli}} = 0 \quad (3.14)$$

Alette

Le alette richiedono uno studio dedicato in quanto la geometria è fondamentale per ricavare correttamente i valori del $C_{N_{alette}}$

$$C_{N_{alette}} = \frac{N\pi A R A_{alette}/A_{ref}}{2 + \sqrt{4 + (\frac{\beta A R}{\cos(\Gamma_c)})^2}} \quad (3.15)$$

con:

$$N = 4 \text{ (numero di alette)}$$

$$\beta = \sqrt{1 - M_a^2}$$

$$A_{alette} = \frac{1}{2} \cdot (c_r + c_t) s$$

$$AR = 2 \cdot \frac{s_{alette}^2}{A_{alette}}$$

$$\Gamma_c = \arctan\left(\frac{x_t + c_t/2 - c_r/2}{s_{alette}}\right)$$

Interferenza moduli-alette

Seppur sottostimato, è stato aggiunto un coefficiente correttivo che introduce l'interferenza che si innesca nel bordo d'attacco tra il modulo e l'aletta

$$\tau = \frac{R}{R + s_{aletta}} \quad (3.16)$$

Viene quindi ricalcolato il coefficiente delle alette aggiungendo l'interferenza, dalla formula dell'equazione 3.15

$$C_{N_{alette}} = C_{N_{alette}} \cdot (1 + \tau) \quad (3.17)$$

3.4.2 Calcolo della forza di lift totale

Il contributo di portanza (o forza normale) viene determinato a partire dal coefficiente di forza normale associato ai singoli componenti aerodinamici del vettore. Per ciascun elemento della discretizzazione, la forza normale viene calcolata come:

$$L_i(t) = \frac{1}{2} \rho(t) V_{rel}(t)^2 A_{ref} C_{N,i}(t) \quad (3.18)$$

dove $C_{N,i}$ rappresenta il contributo del modulo i -esimo alla generazione della forza normale. Nel modello sviluppato, tale contributo è associato principalmente alle superfici aerodinamiche stabilizzatrici e viene valutato tramite la relazione:

$$C_{N,i} = C_{N_{\alpha,i}} \alpha \quad (3.19)$$

La forza normale totale del vettore viene quindi ottenuta mediante la somma dei contributi generati dai singoli componenti:

$$L_{tot}(t) = \sum_{i=1}^{N_{mod}} L_i(t) \quad (3.20)$$

dove la sommatoria considera i contributi aerodinamici associati ai moduli discretizzati del vettore. Il contributo dominante alla generazione della forza normale è fornito dalle alette.

3.5 Metodologie e convenzione dei segni

3.5.1 Convenzione di Mohr

La convenzione utilizzata è quella di Mohr, in quanto:

- Lo sforzo assiale (o sforzo normale) è positivo se è di trazione, negativo se è di compressione;
- Il taglio è positivo se tende a far ruotare il concio in senso orario, negativo se in senso antiorario;
- Il momento flettente è positivo se tende le fibre inferiori, negativo se tende le fibre superiori.

Bisogna però sottolineare che lo sforzo assiale e il taglio **non** dipendono dal sistema di riferimento utilizzato, mentre il momento flettente sì.

Risulta quindi difficile assegnare arbitrariamente il segno del momento, che per comodità sarà assunto positivo secondo la convenzione di Mohr.

3.5.2 Studio del singolo modulo

Di seguito viene presentato lo studio delle forze agenti su un modulo generico del vettore, analizzato come corpo libero nel sistema di riferimento locale.

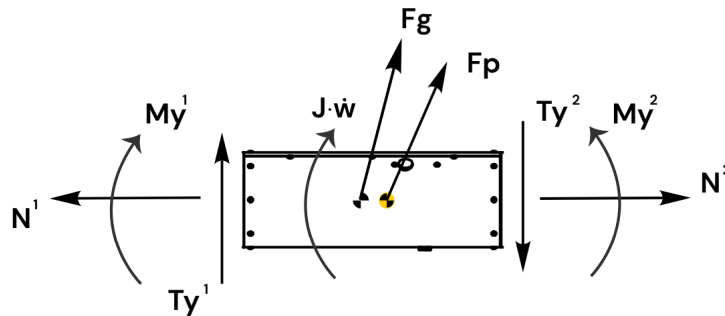


Figura 3.2: Forze applicate al generico modulo.

3.5.3 Punti di applicazione

A ciascun modulo discretizzato sono associati i relativi contributi di massa e aerodinamici, applicati secondo la posizione geometrica del punto di riferimento:

- **Forze aerodinamiche:** applicate nei rispettivi centri di pressione locali (CoP);
- **Contributi massa-strutturali:** rappresentati mediante masse concentrate applicate nei baricentri (CoM) dei singoli moduli.

Il contributo aerodinamico generato dalle alette è stato trattato separatamente rispetto al corpo principale del vettore come specificato nella sezione 3.2.

3.5.4 Sforzo assiale

Lo sforzo assiale è calcolato come risultante delle azioni agenti lungo l'asse longitudinale z . Per ogni istante t e per ogni sezione i , la sollecitazione è definita dalla seguente relazione di equilibrio dinamico:

$$N(t, i) = \begin{cases} F_{g,z} - D_{\text{mod}} - F_{\text{in},z} - \frac{F_{\text{rail},z}}{2} & \text{in rampa} \\ F_{g,z} - D_{\text{mod}} - F_{\text{in},z} & \text{volo libero} \end{cases} \quad (3.21)$$

Alcune precisazioni:

1. La posizione dei rail buttons è stata ricavata dal modello geometrico del vettore. La reazione vincolare è stata associata al modulo avente coordinata baricentrica più prossima alla posizione reale del vincolo e applicata alla flangia adiacente.
2. $g_{\text{world}} = [0; 0; -g]$, quindi $F_{g,z}(t, i)$ è negativa.

3.5.5 Taglio trasversale

Il taglio trasversale è stato diviso in due fasi distinte, come per lo sforzo assiale:

$$T_y(t) = \begin{cases} F_{g,y}(t, i) + L_{\text{mod}}(t, i) - F_{\text{in},y}(t, i) - \frac{F_{\text{rail},y}(t)}{2} & \text{se in rampa} \\ F_{g,y}(t, i) + L_{\text{mod}}(t, i) - F_{\text{in},y}(t, i) & \text{se in volo libero} \end{cases} \quad (3.22)$$

Dove L_{mod} rappresenta il contributo della forza normale aerodinamica associata al singolo modulo.

3.5.6 Momento flettente

il momento flettente $M(t, z)$ rappresenta l'azione interna risultante dalle coppie generate dalle forze trasversali rispetto all'asse neutro del vettore. Coerentemente con la convenzione di Mohr precedentemente riportata, il calcolo viene eseguito integrando il contributo di ogni singola forza trasversale per il relativo braccio rispetto alla sezione considerata.

L'analisi è suddivisa nelle due fasi operative del volo:

$$M(t, i) = \begin{cases} \sum_{j=1}^i [(F_{g,y} + L_{\text{mod}} - F_{\text{in},y})_j \cdot d_{ij}] - M_{\text{rail}}(t) & \text{in rampa} \\ \sum_{j=1}^i [(F_{g,y} + L_{\text{mod}} - F_{\text{in},y})_j \cdot d_{ij}] & \text{volo libero} \end{cases} \quad (3.23)$$

Dove:

- $d_{ij} = |z_i - z_{\text{app},j}|$ rappresenta il braccio della forza applicata nel modulo j -esimo rispetto alla sezione di calcolo i -esima.
- $M_{\text{rail}}(t)$ è il contributo del momento flettente generato dalle reazioni vincolari dei *rail buttons* durante lo scorrimento sulla rampa di lancio.

3.5.7 Interpolazione

Per ottenere una distribuzione dei carichi uniforme e priva di discontinuità (evitando l'effetto "a gradini" tipico della discretizzazione), i valori sono stati interpolati lungo l'intera lunghezza del vettore.

I passaggi sono:

- Pre-processing dei dati: i vettori di posizione sono stati ordinati per eliminare duplicati tramite le funzioni `sort` ed `unique` (utilizzando il parametro `'stable'` per mantenere l'ordine relativo degli elementi).
- Interpolazione: i valori così ottenuti sono stati interpolati tramite la funzione `interp1`. Sono stati scelti i parametri `'previous'` per mantenere la coerenza fisica ed `'extrap'` per garantire la continuità del calcolo anche ai bordi del dominio.

3.5.8 Grafici

I risultati ottenuti dalla simulazione vengono presentati attraverso due tipologie di grafici, ognuna con finalità analitiche distinte:

- Heatmap: tale rappresentazione sfrutta i dati interpolati per fornire una visione d'insieme della distribuzione dello sforzo assiale lungo il corpo del vettore. Essa permette di identificare con immediatezza i valori di carico al variare del regime aerodinamico e di correlare tre variabili in un unico piano bidimensionale, dove la terza dimensione è espressa dall'intensità cromatica (utilizzando la scala cromatica continua).
- Grafici 2D a valori discreti: questa tipologia di plot utilizza esclusivamente i valori puntuali calcolati per ogni modulo. È lo strumento principale per l'analisi quantitativa, in quanto permette di individuare con precisione la coordinata longitudinale (distanza dall'apice dell'ogiva) in cui si manifestano i picchi di stress aerodinamico.

3.5.9 Punti di applicazione

Lo sforzo assiale e il taglio trasversale sono stati calcolati secondo due diversi approcci:

- *Sollecitazioni concentrate alle flange*: le forze (di massa e di pressione) sono state modellate come carichi concentrati in corrispondenza delle flange di collegamento dei moduli. Questo approccio è motivato dal fatto che le flange rappresentano le interfacce strutturali e i punti di trasmissione del carico tra i diversi moduli del vettore;
- *Sollecitazioni applicate nei centri di massa e di pressione*: le forze sono state applicate nei loro effettivi punti di applicazione (rispettivamente CoM e CoP). Questa modellazione risulta più fedele alla realtà fisica del sistema, permettendo di ricostruire un diagramma delle azioni interne più accurato lungo l'intero asse longitudinale del razzo.

3.5.10 Principio di D'Alembert

Il vettore, essendo soggetto durante il volo a forze non equilibrate e quindi ad accelerazioni traslazionali e rotazionali, costituisce un sistema dinamico. Per l'analisi delle sollecitazioni strutturali è stato adottato il principio di D'Alembert, che consente di ricondurre il problema dinamico a un equilibrio statico equivalente mediante l'introduzione delle forze d'inerzia.

Tale principio afferma che un sistema dinamico può essere ricondotto a un equilibrio fittizio introducendo le forze d'inerzia, definite come $\vec{F}_{in} = -m\vec{a}$. L'equazione di equilibrio per il vettore in volo libero diventa quindi:

$$\vec{F}_{grav} + \vec{F}_{aero} + \vec{T} + \vec{F}_{in} = \vec{0} \quad (3.24)$$

Dove $\vec{T}$ rappresenta la spinta del motore. In questo modo, le sollecitazioni interne (sforzo assiale, taglio e momento) possono essere calcolate come se il razzo fosse in uno stato di equilibrio statico, in un certo istante spaziale e temporale.

3.5.11 Altre considerazioni e worst case

La modellazione strutturale semplifica il vettore trattandolo come una trave bidimensionale. Questa assunzione è cautelativa per le seguenti ragioni:

- Scomposizione dei piani: Si assume che l'angolo di attacco totale α agisca interamente su un unico piano trasversale (XY). Ciò massimizza il carico di flessione sulla struttura rispetto a una distribuzione reale in cui l'angolo d'attacco si ripartisce sui due assi radiali.
- Carico del vento: Il profilo del vento è considerato con modulo e direzione incidenti esclusivamente lungo l'asse analizzato, determinando la massima sollecitazione di taglio e momento flettente possibile per quella specifica configurazione di volo.

L'equilibrio è garantito dal bilancio dinamico tra forze attive e d'inerzia, distinguendo due fasi:

- Fase in rampa: I *rail buttons* agiscono come vincoli cinematici, limitando il sistema a un unico grado di libertà (traslazione lungo l'asse della rampa). In questa fase, le reazioni vincolari della rampa assorbono le componenti di forza non parallele al moto.
- Fase di volo libero: All'uscita dalla rampa, i vincoli meccanici decadono. Qualsiasi squilibrio tra le forze aerodinamiche e gravitazionali non viene più assorbito da reazioni esterne, ma si traduce in accelerazioni (lineari e angolari) del centro di massa.

Capitolo 4

Risultati e Validazione del Modello

4.1 Validazione del Modello

Per verificare la coerenza del modello aerodinamico sviluppato, i risultati ottenuti sono stati confrontati con quelli forniti dal software OpenRocket, utilizzato come riferimento indipendente per la simulazione della traiettoria e delle forze aerodinamiche.

Il confronto è stato effettuato mantenendo le medesime condizioni iniziali nei due modelli, in modo da limitare le differenze dovute agli input della simulazione e concentrare l'analisi sulla risposta dei rispettivi modelli aerodinamici.

4.1.1 Confronto con OpenRocket

Il confronto è stato effettuato considerando le due principali componenti aerodinamiche utilizzate nel calcolo delle sollecitazioni del vettore: la forza di resistenza e la forza normale.

Per ottenere un confronto quantitativo, è stato calcolato l'integrale temporale delle rispettive forze lungo la simulazione. Tale grandezza consente di confrontare l'effetto aerodinamico complessivo prodotto dai due modelli sull'intera traiettoria, evitando di basare la validazione esclusivamente sul confronto puntuale dei valori.

	Modello	Integrale	Errore relativo
Drag	OpenRocket	909.11 N	2.36%
	Elaborato	930.60 N	
Lift	OpenRocket	74.24 N	0.36%
	Elaborato	73.97 N	

Tabella 4.1: Confronto degli integrali temporali delle forze aerodinamiche calcolate dai due modelli.

Gli errori relativi ottenuti risultano inferiori al 3% sia per il Drag sia per il Lift. In particolare, il modello sviluppato presenta una differenza del 2.36% rispetto a OpenRocket per il Drag e dell'0.36% per il Lift.

Il risultato evidenzia una buona coerenza tra i due approcci, considerando che i modelli adottano metodologie di calcolo differenti e che il modello sviluppato in questa tesi è stato implementato specificamente per consentire la successiva distribuzione spaziale dei carichi lungo il vettore.

Il confronto quantitativo è stato inoltre affiancato da un'analisi qualitativa dell'andamento temporale delle due grandezze, riportata nelle figure seguenti.

Confronto del Lift

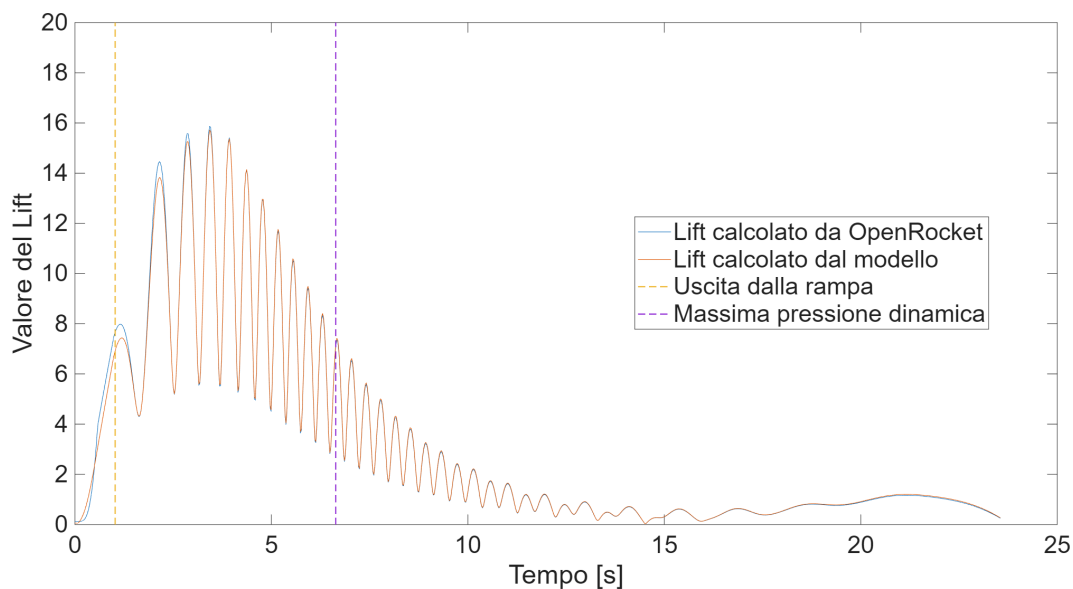


Figura 4.1: Confronto dell'andamento temporale del Lift calcolato dai due modelli.

Confronto del Drag

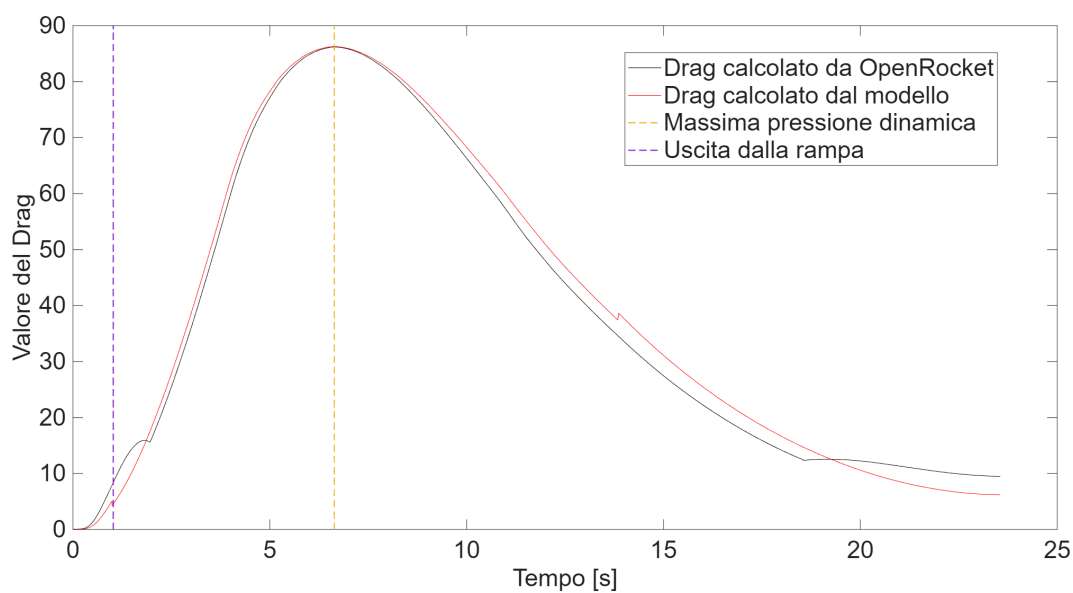


Figura 4.2: Confronto dell'andamento temporale del Drag calcolato dai due modelli.

4.2 Diagrammi di carico durante l'ascesa

4.2.1 Sforzo assiale

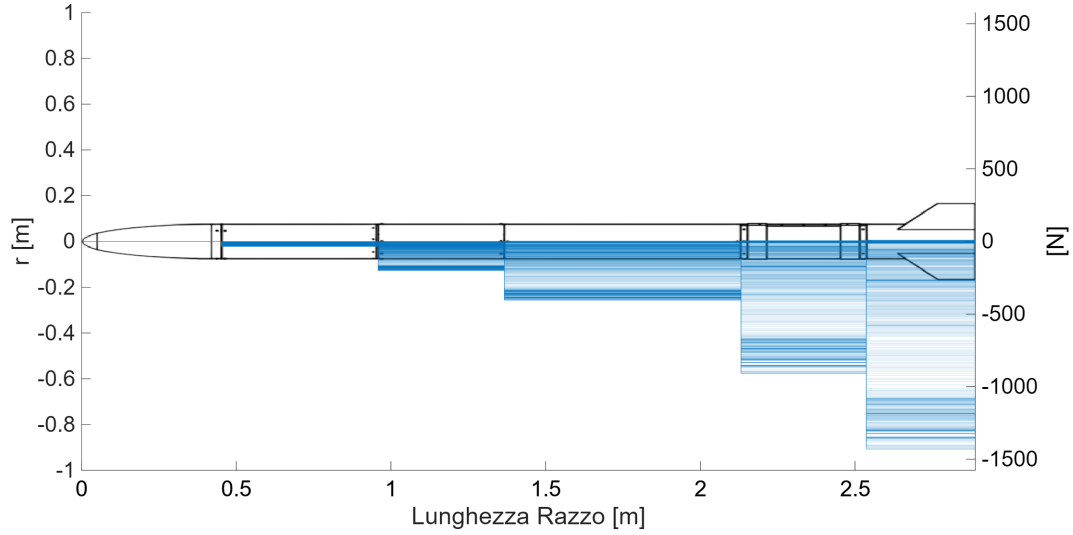


Figura 4.3: Sforzo assiale applicato al vettore.

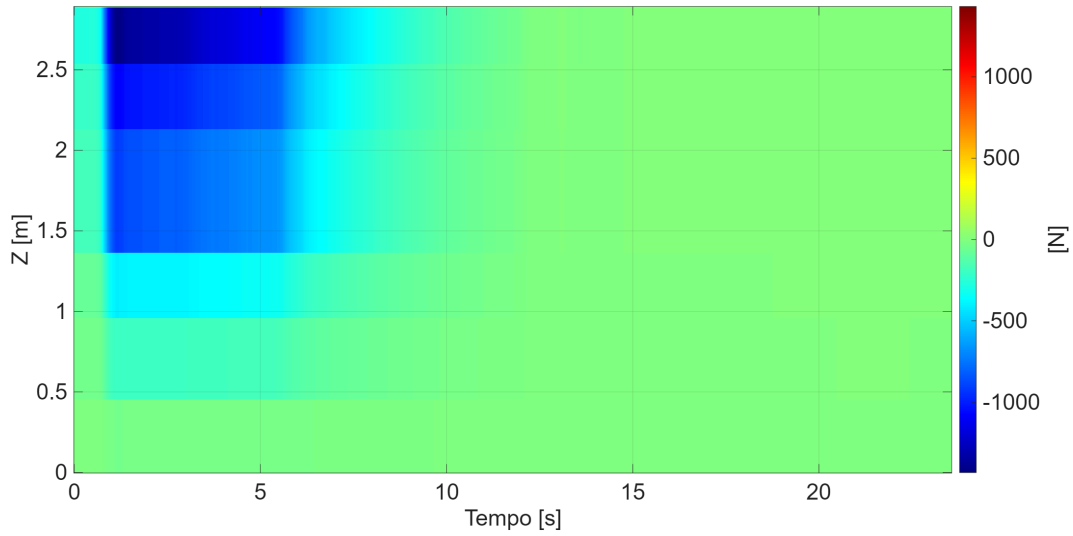


Figura 4.4: Mappa di intensità (*heatmap*) dello sforzo assiale.

4.2.2 Sforzo di taglio trasversale

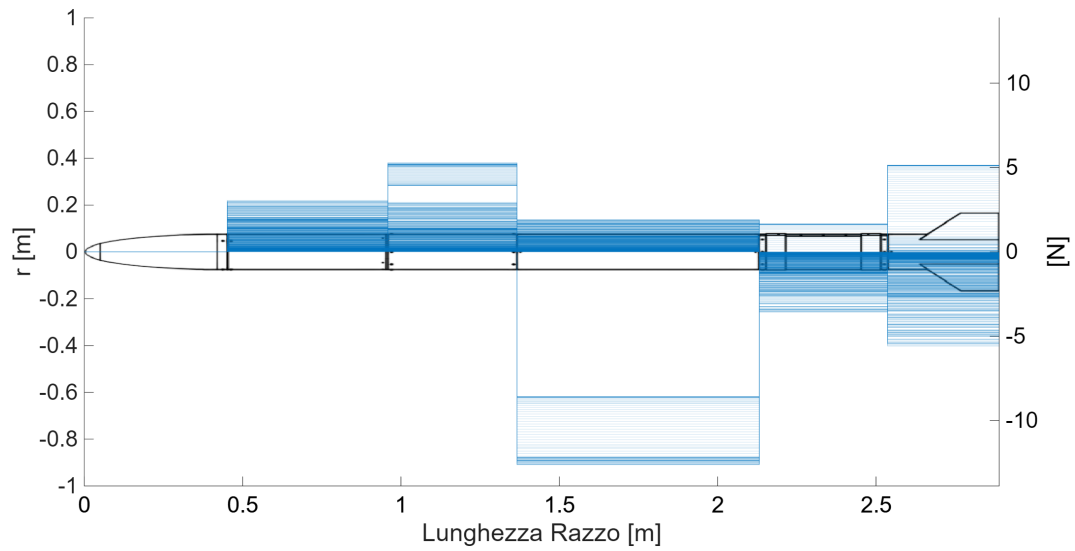


Figura 4.5: Sforzo di taglio applicato al vettore.

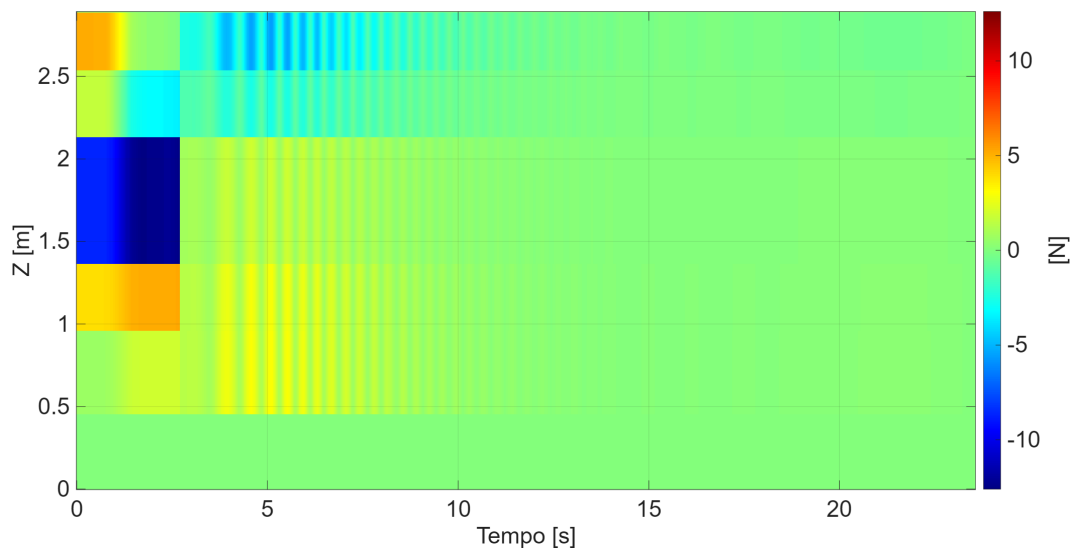


Figura 4.6: Mappa di intensità (*heatmap*) dello sforzo di taglio trasversale.

4.2.3 Momento flettente

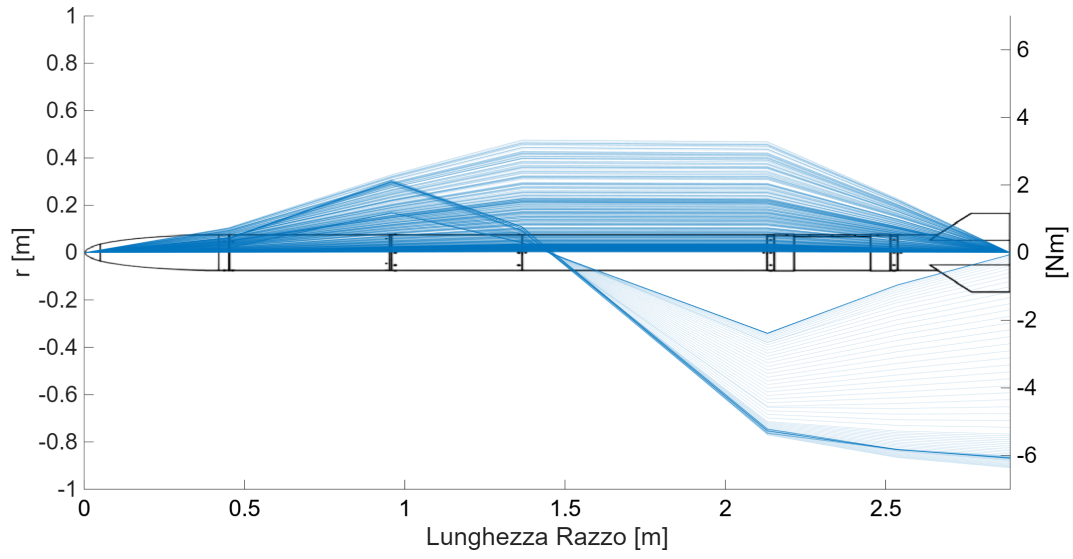


Figura 4.7: Momento flettente applicato al vettore.

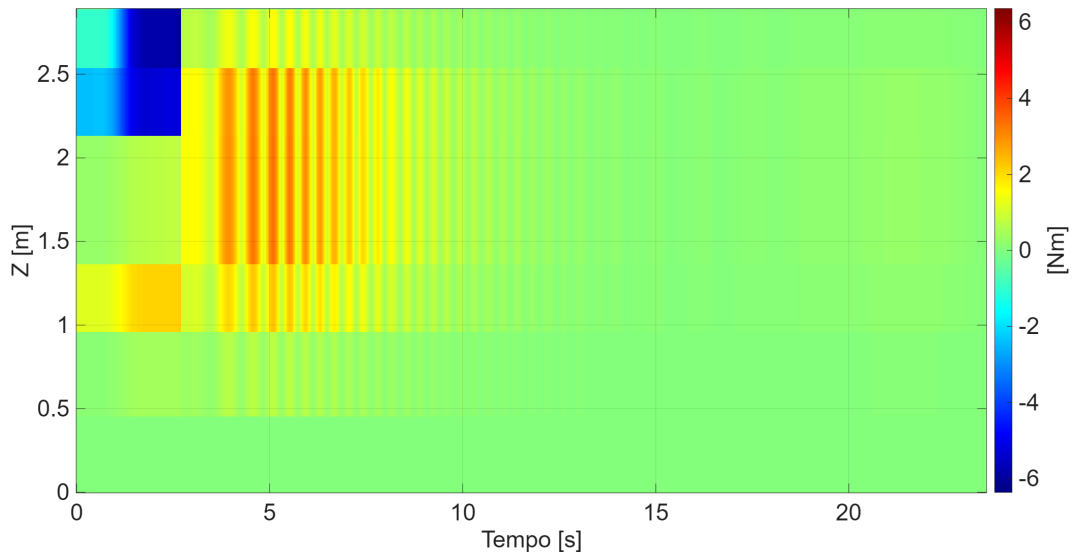


Figura 4.8: Mappa di intensità (*heatmap*) del momento flettente.

4.3 Diagrammi di carico nel momento di massima pressione dinamica

La pressione dinamica q è stata calcolata lungo l'intera traiettoria in funzione della quota z e del tempo t come:

$$q = \frac{1}{2}\rho(z)v(z, t)^2 \quad (4.1)$$

Il Max-Q è identificato come il punto di massimo della funzione $q(t)$.

Il modello utilizzato per il calcolo della densità è il modello ISA, presentato nell'appendice A.1.3.

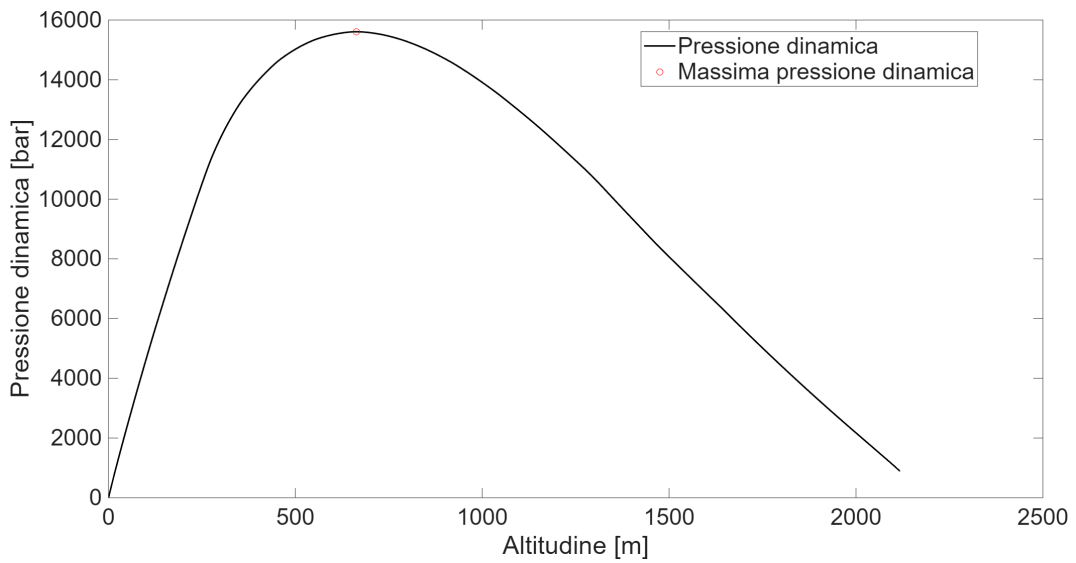


Figura 4.9: Pressione dinamica

4.3.1 Sforzo assiale

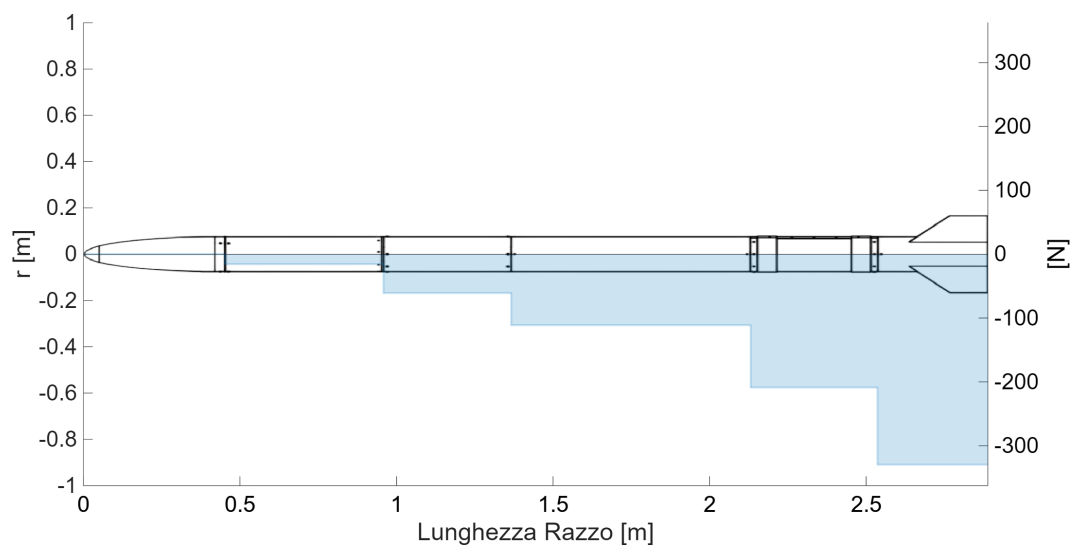


Figura 4.10: Sforzo assiale al Max-Q.

4.3.2 Sforzo di taglio trasversale

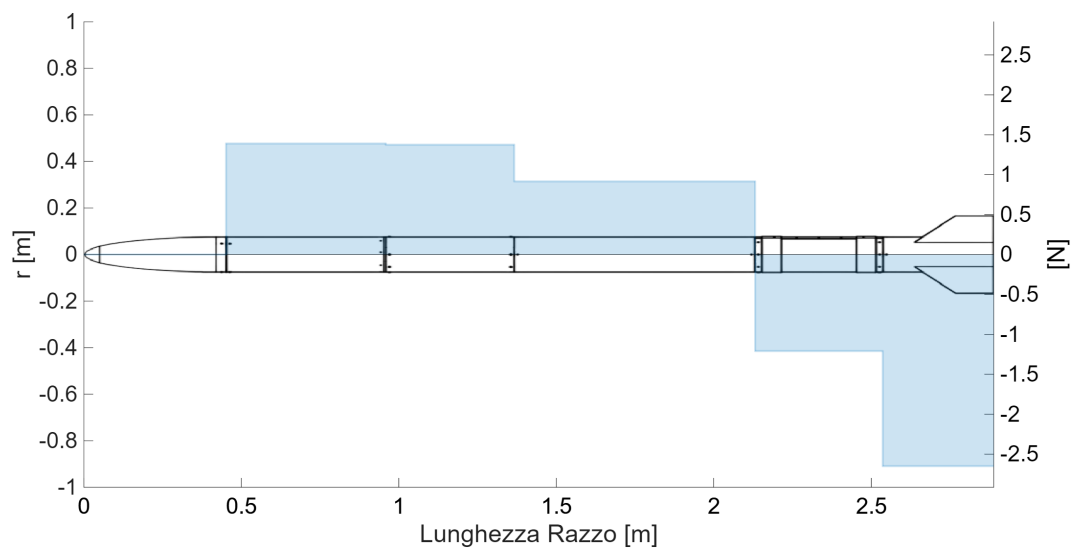


Figura 4.11: Sforzo di taglio al Max-Q.

4.3.3 Momento flettente

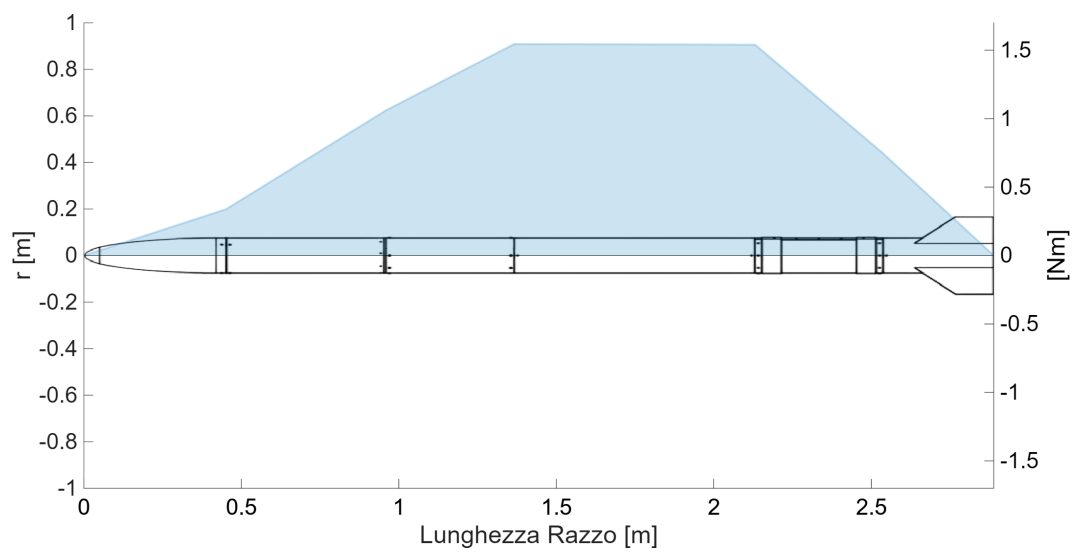


Figura 4.12: Momento flettente al Max-Q.

Capitolo 5

Conclusioni

5.1 Modello aerodinamico

Come riportato nella sezione 4.1.1, il modello aerodinamico sviluppato in MATLAB ha mostrato una buona coerenza rispetto ai risultati ottenuti mediante OpenRocket, con una differenza inferiore al 3% sugli integrali delle forze di drag e lift. Tale risultato costituisce una verifica della consistenza del modello e dei principali contributi aerodinamici implementati.

L'andamento temporale della forza normale presenta un comportamento variabile e oscillatorio, legato principalmente al valore dell'angolo di attacco e alla risposta aerodinamica delle alette. Esse rappresentano infatti il principale contributo alla generazione della forza normale e influenzano significativamente la risposta del vettore all'azione del vento.

Il drag presenta invece un andamento strettamente correlato alle condizioni di volo. In particolare, il suo valore raggiunge il massimo in corrispondenza della condizione di massima pressione dinamica.

La corretta riproduzione di tali comportamenti costituisce il punto di partenza per l'analisi dei carichi strutturali lungo il vettore.

5.2 Modello dei carichi aerodinamici

Il modello sviluppato in MATLAB per i carichi aerodinamici fornisce un'indicazione non solo visiva tramite i grafici, ma anche quantitativa.

Distribuzione dello sforzo assiale

Lo sforzo assiale rappresenta l'azione interna diretta lungo l'asse longitudinale del vettore ed è influenzato principalmente dalla spinta propulsiva, dalle forze d'inerzia associate all'accelerazione del razzo e, in misura minore, dalla resistenza aerodinamica.

Analizzando la figura 4.3, si osserva come il valore dello sforzo aumenti progressivamente procedendo verso la coda del vettore, raggiungendo il massimo in prossimità del motore e delle alette. Il valore massimo calcolato risulta pari a 1432.85 N.

La mappa di intensità riportata in figura 4.4 conferma tale distribuzione spaziale e consente inoltre di analizzarne l'evoluzione temporale. Si osserva infatti che l'andamento dello sforzo assiale segue qualitativamente l'evoluzione della spinta mostrata in figura A.1, raggiungendo i valori più elevati durante la fase propulsiva.

Questo comportamento è coerente, poiché la spinta del motore rappresenta infatti il principale contributo alle azioni longitudinali e deve essere trasmessa attraverso l'intera struttura del vettore. Di conseguenza, le sezioni prossime al motore risultano soggette ai maggiori carichi assiali, mentre le sezioni più vicine all'ogiva assumono valori progressivamente inferiori.

Distribuzione dello sforzo di taglio

Lo sforzo di taglio rappresenta la risultante delle azioni agenti trasversalmente all'asse longitudinale del vettore ed è influenzato principalmente dalle reazioni vincolari dei *rail buttons*¹ durante la fase in rampa, dalle forze d'inerzia trasversali e dalla forza normale aerodinamica.

Analizzando la figura 4.5, si osserva come i valori più elevati del taglio si manifestino in corrispondenza di due sezioni del vettore, coincidenti con le posizioni dei *rail buttons*. Tale comportamento è coerente con il modello adottato, in quanto durante la permanenza sulla rampa il vettore è vincolato a seguire la direzione della guida e le componenti trasversali delle azioni vengono bilanciate dalle relative reazioni dei vincoli. Il simulatore considera infatti un solo grado di libertà durante questa fase, corrispondente alla traslazione lungo l'asse della rampa.

La mappa di intensità riportata in figura 4.6 può essere suddivisa in tre intervalli temporali distinti, caratterizzati da differenti condizioni dinamiche del vettore:

- **0–2.5 s**: durante la permanenza sulla rampa, il vettore è soggetto alle reazioni dei vincoli dei *rail buttons*, che risultano particolarmente evidenti nella distribuzione del taglio in prossimità dei relativi punti di applicazione. Si osserva inoltre la presenza di valori negativi del taglio in corrispondenza delle flange del modulo *Tank*, in relazione alla convenzione dei segni adottata.
- **2.5–10 s**: dopo l'uscita dalla rampa, il vettore entra nella fase di volo libero e le reazioni vincolari decadono. La distribuzione del taglio presenta un andamento fortemente variabile nel tempo, evidenziato dalle strutture verticali presenti nella *heatmap*. Tale comportamento è principalmente associato alla variazione dell'angolo di attacco e alla conseguente variazione della forza normale aerodinamica. Le alette costituiscono infatti il principale contributo alla generazione della forza normale e svolgono un ruolo stabilizzante nei confronti delle instabilità generate dal vento. Il vettore tende a stabilizzarsi e l'intensità del taglio diminuisce. Tale comportamento trova un ulteriore riscontro nel confronto tra la figura 4.6 e la figura 4.1.
- **10–23.6 s**: nella parte restante della traiettoria il vettore prosegue l'ascesa in condizioni stabili. In prossimità dell'apogeo si osserva tuttavia un lieve incremento dell'intensità del taglio. Tale comportamento può essere ricondotto alla variazione dell'orientamento del vettore: avvicinandosi all'apogeo, la traiettoria tende progressivamente verso un orientamento orizzontale rispetto al terreno, determinando una componente sempre maggiore della forza gravitazionale trasversale rispetto all'asse longitudinale del vettore.

¹Componenti a forma di "H" fissati al corpo del razzo, utilizzati per guidarlo lungo la rampa di lancio e mantenerne la stabilità fino all'uscita da essa.

Distribuzione del momento flettente

Il momento flettente rappresenta l'azione interna generata dalle forze trasversali rispetto alla sezione considerata. Il suo valore dipende dall'intensità della forza applicata e dal relativo braccio rispetto alla sezione di calcolo. Nel modello adottato, la spinta propulsiva è assunta allineata con l'asse longitudinale del vettore e non contribuisce pertanto alla generazione del momento flettente.

Analizzando la figura 4.7, si osserva come il momento flettente assuma i valori maggiori nella sezione corrispondente al *Tank*. Il segno positivo del momento, secondo la convenzione di Mohr presentata nella sezione 3.5.1, indica una sollecitazione che tende le fibre inferiori della sezione.

La distribuzione temporale riportata nella figura 4.8 presenta un andamento qualitativamente analogo a quello osservato per lo sforzo di taglio nella figura 4.6. Tale comportamento è coerente con la relazione tra le due grandezze, essendo il momento flettente determinato dal prodotto delle forze trasversali per il relativo braccio. La distribuzione spaziale del momento risulta pertanto fortemente dipendente sia dall'intensità del carico trasversale sia dalla distanza tra il punto di applicazione della forza e la sezione considerata.

Massima pressione dinamica

Lo studio si è successivamente concentrato sull'analisi delle sollecitazioni strutturali in corrispondenza della condizione di massima pressione dinamica.

I risultati hanno evidenziato che i valori delle azioni interne in corrispondenza del Max-Q non coincidono con i massimi raggiunti durante il volo libero. Tale risultato mostra come la condizione di massima pressione dinamica non rappresenti necessariamente la condizione di massimo carico strutturale per il vettore.

Il risultato è inoltre coerente con quanto riportato da Wu [8] nell'ambito dell'analisi dei carichi, dove viene evidenziato come le condizioni di massimo carico strutturale non siano necessariamente coincidenti con la condizione di massima pressione dinamica.

Per effettuare un confronto numerico delle azioni interne sono stati ricercati i massimi durante diverse fasi del volo. I valori ottenuti sono riportati nella Tabella 5.1.

I risultati mostrano una differenza non trascurabile tra la condizione di Max-Q e quella di massimo carico strutturale durante il volo libero. In particolare, lo sforzo assiale al Max-Q raggiunge circa il 25.2% del massimo valore registrato durante il volo libero, mentre il taglio e il momento flettente raggiungono rispettivamente il 47.5% e il 46.6% dei relativi valori massimi.

Le differenti percentuali osservate per le tre azioni interne sono riconducibili alla diversa natura dei carichi che ne determinano l'entità. Lo sforzo assiale è principalmente influenzato dalla spinta propulsiva.

Il taglio e il momento flettente risultano invece maggiormente influenzati dalle forze aerodinamiche trasversali e dalla loro distribuzione lungo il vettore. In particolare, il momento flettente dipende non solo dall'intensità della forza trasversale, ma anche dalla posizione della sua risultante rispetto alla sezione considerata. Di conseguenza, il massimo di tali azioni non è necessariamente associato al massimo della pressione dinamica, ma dipende dalla combinazione tra pressione dinamica e angolo d'attacco.

Proprio per questo, è stato effettuato un ulteriore confronto considerando il prodotto tra pressione dinamica e angolo d'attacco, indicato come $q_i\alpha$. A differenza della condizione di Max-Q, che identifica il massimo valore della pressione dinamica lungo la traiettoria, la condizione $q_i\alpha$ corrisponde al massimo valore del prodotto $q\alpha$ ricercato sull'intera traiettoria di volo. Tale parametro risulta molto importante per la valutazione dei carichi aerodinamici trasversali, in quanto tiene conto contemporaneamente dell'intensità della pressione dinamica e dell'angolo d'attacco del vettore.

Nel caso analizzato, la condizione corrispondente al massimo di $q\alpha$ risulta associata ai massimi valori di taglio e momento flettente raggiunti durante il volo libero. In particolare, il valore del momento flettente calcolato in corrispondenza del massimo di $q\alpha$ coincide con il massimo valore registrato durante il volo libero, mentre lo stesso risultato si verifica per il taglio. Tale comportamento è in accordo con quanto riportato da Wu [8], secondo cui il prodotto tra pressione dinamica e angolo d'attacco costituisce un parametro significativo

nell'individuazione delle condizioni di massimo carico laterale e di massimo momento flettente.

I risultati riportati nella Tabella 5.1 mostrano inoltre come, rispetto al massimo assoluto della traiettoria, la condizione di massimo $q\alpha$ raggiunga il 75.9% per lo sforzo assiale, il 44.3% per il taglio e il 52.4% per il momento flettente. Considerando invece esclusivamente il volo libero, il massimo di $q\alpha$ coincide con il massimo del taglio e del momento flettente, mentre lo sforzo assiale raggiunge l'83.2% del proprio massimo.

Il massimo assoluto (MA) è stato volutamente distinto dal massimo raggiunto durante il volo libero (MV) in quanto il simulatore utilizzato per il calcolo dei parametri cinematici è basato su un modello ad un grado di libertà mentre il vettore è in rampa di lancio. Di conseguenza, lo sforzo di taglio e, conseguentemente, il momento flettente risultano fortemente influenzati dai *rail buttons* e dalle reazioni dei vincoli ad essi associati.

Questo risultato evidenzia ulteriormente come la sola pressione dinamica non sia sufficiente a individuare la condizione peggiore dal punto di vista strutturale. Per le azioni trasversali, infatti, assume particolare importanza anche l'angolo d'attacco, che determina l'entità delle forze aerodinamiche normali al corpo del vettore e, conseguentemente, delle azioni di taglio e di flessione.

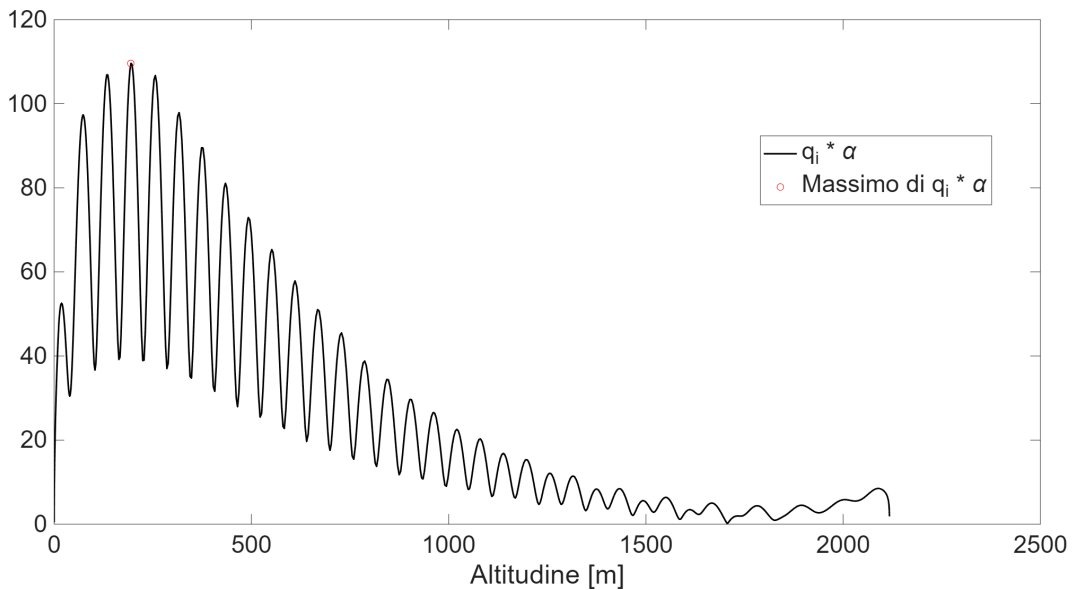


Figura 5.1: Grafico risultante dal prodotto $q_i \cdot \alpha$

Grandezza	Massimo assoluto (MA)	Massimo volo libero (MV)	Valore al Max-Q (MQ)	MQ/ MA	MQ/ MV	Valore a $q_i\alpha$ (QA)	QA/ MA	QA/ MV
S. Assiale [N]	1432.85	1306.74	329.54	23.00%	25.22%	1087.15	75.88%	83.19%
S. Taglio [N]	12.61	5.58	2.65	21.02%	47.49%	5.58	44.25%	100.00%
M. flettente [N,m]	6.36	3.33	1.55	24.37%	46.55%	3.33	52.36%	100.00%

Tabella 5.1: Confronto tra i valori massimi delle azioni interne e i valori corrispondenti alle condizioni di Max-Q e $q_i\alpha$. Il massimo assoluto è valutato considerando l'intera traiettoria, inclusa la fase vincolata alla rampa, mentre il massimo di volo libero è valutato escludendo tale fase.

Bibliografia

- [1] James S. Barrowman. *The Practical Calculation of the Aerodynamic Characteristics of Slender Finned Vehicles*. 1967.
- [2] Klaus Gersten Hermann Schlichting. *Boundary-Layer Theory*. 1955.
- [3] Bengen Mandell Caporaso. *Topics in Advanced Model Rocketry (MIT Press)*. 1973.
- [4] Sighard F. Hoerner. *FLUID-DYNAMIC DRAG*. 1965.
- [5] Ludwig Prandtl, Klaus Oswatitsch e Karl Wieghardt. *Prandtl's Essentials of Fluid Mechanics*. 1953.
- [6] Hermann Glauert. *The Elements of Aerofoil and Airscrew Theory*. 1926.
- [7] Franklin W. Diederich. *A Plan-Form Parameter for Correlating Arm Lift Characteristics*. Rapp. tecn. 1951.
- [8] Wu Chauncey. *Loads and Sizing for Launch Vehicle Conceptual and Preliminary Design*. Rapp. tecn. 2024. URL: <https://ntrs.nasa.gov/citations/20240002646>.

Appendice A

Struttura del codice MATLAB

A.1 Condizioni di volo

Per la simulazione della traiettoria è stato utilizzato un simulatore sviluppato internamente dal team THRUST, in grado di modellare la dinamica del vettore, dalla fase in rampa fino all'atterraggio.

Per ogni istante temporale, esso risolve numericamente le equazioni del moto a sei gradi di libertà e restituisce le principali grandezze cinematiche e dinamiche, utilizzate come dati di ingresso per il modello di calcolo dei carichi aerodinamici.

La curva di spinta utilizzata deriva dall'ultimo test statico del motore TH-1000 effettuato il 25 luglio 2026.

L'utilizzo di dati sperimentali, anziché di una curva teorica, consente di rappresentare con maggiore fedeltà l'evoluzione della massa propellente, dell'accelerazione e delle forze d'inerzia che influenzano direttamente il calcolo delle sollecitazioni strutturali.

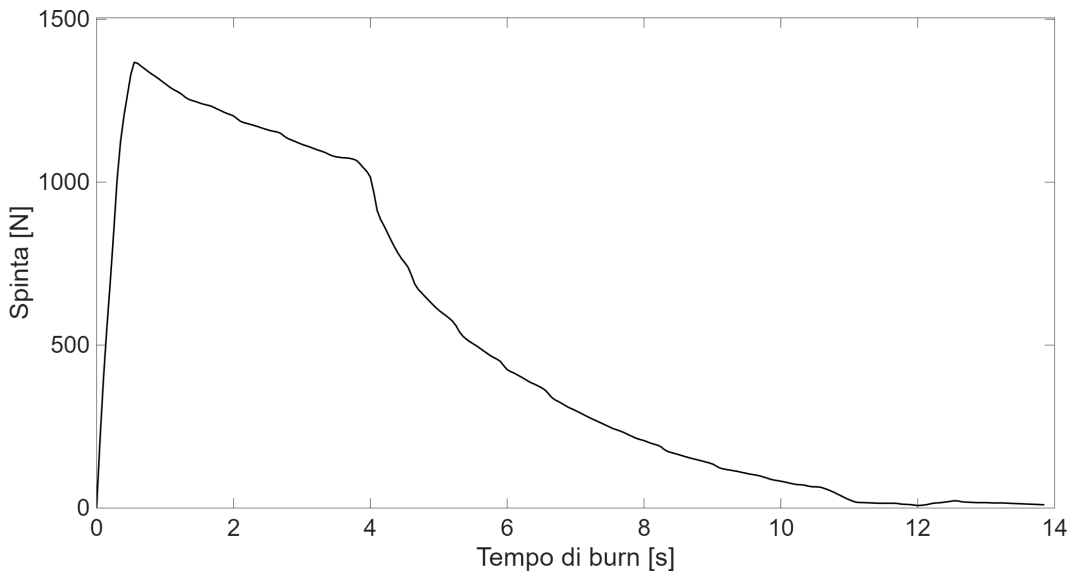


Figura A.1: Curva di spinta del motore TH-1000

Le proprietà atmosferiche (densità, temperatura e viscosità cinematica) vengono aggiornate in funzione della quota utilizzando il modello di Atmosfera Standard Internazionale (ISA).

A.1.1 Parametri ambientali

Oltre alle proprietà atmosferiche, il simulatore considera l'effetto del vento sulla dinamica del vettore.

Il profilo verticale del vento è stato ottenuto a partire da una distribuzione media ricavata da dati sperimentali. La velocità del vento al suolo viene imposta come parametro di ingresso della simulazione, mentre i valori alle quote superiori sono adattati mediante un opportuno fattore di scala, preservando l'andamento del profilo atmosferico di riferimento. La direzione del vento è assunta costante lungo tutta la colonna atmosferica.

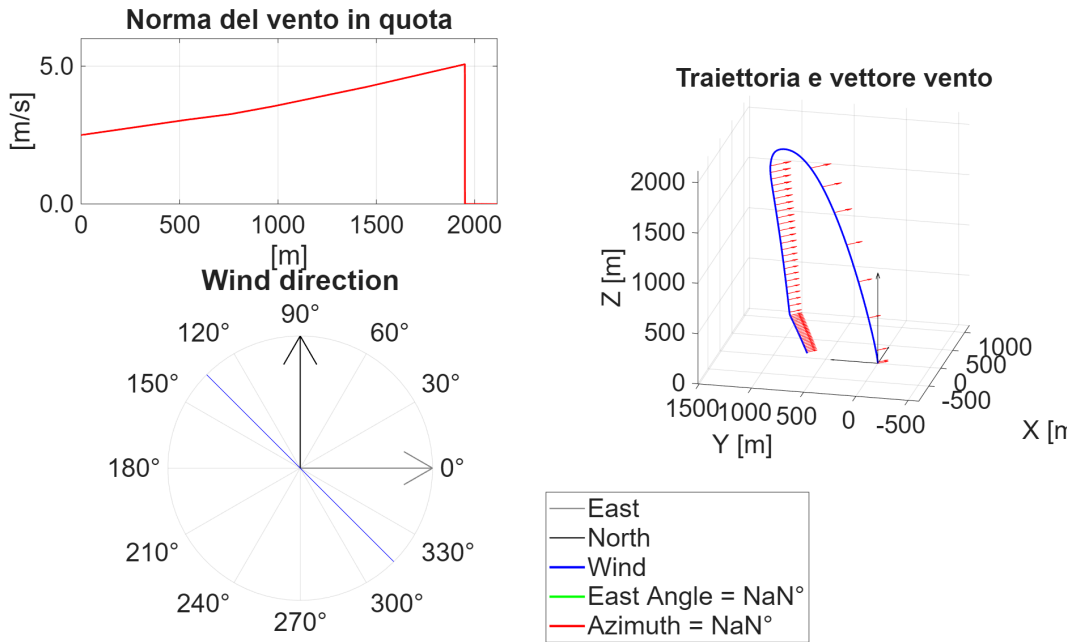


Figura A.2: Grafici del vettore vento

A.1.2 Parametri aerodinamici

Il simulatore calcola, ad ogni passo temporale, i principali parametri aerodinamici necessari per descrivere lo stato del vettore durante il volo. Tali grandezze costituiscono gli input del modello sviluppato per i carichi aerodinamici e strutturali.

In particolare vengono determinati il coefficiente di resistenza (C_D), il coefficiente di portanza (C_L), il numero di Mach, l'angolo di attacco (α), la posizione del centro di pressione (CoP) e il margine di stabilità statico.

Tra questi, il coefficiente di resistenza e il numero di Mach influenzano direttamente la valutazione delle forze parallele al flusso, mentre l'angolo di attacco e la posizione del centro di pressione determinano il punto di applicazione delle forze normali.

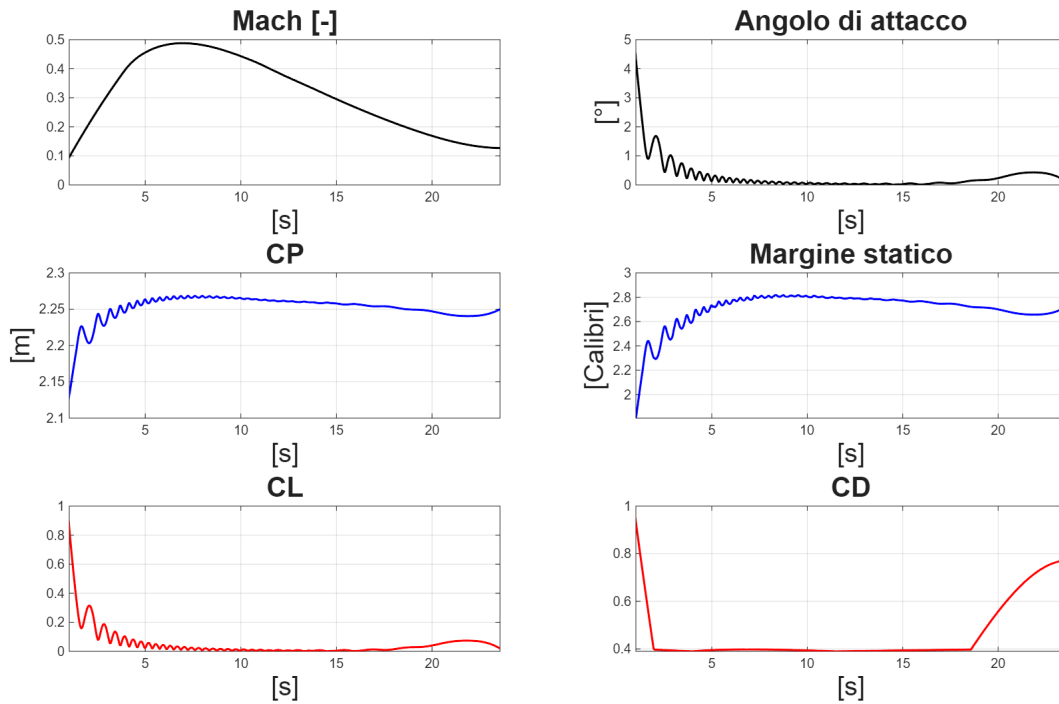


Figura A.3: Parametri aerodinamici calcolati dal simulatore

A.1.3 Atmosfera Standard Internazionale (ISA)

Per modellare correttamente la densità atmosferica, é stato scelto il modello di Atmosfera Standard Internazionale (ISA) in quanto é un buon compromesso tra variabili libere e precisione.

Simbolo	Descrizione	Valore e Unità
ρ_0	Densità dell'aria al livello del mare	1.225 kg/m ³
T_0	Temperatura al livello del mare	288.15 K
L	Gradiente termico verticale	0.0065 K/m
g	Accelerazione di gravità	9.80665 m/s ²
R	Costante universale dei gas	8.31446 J/(mol · K)
M	Massa molare media dell'aria	0.0289644 kg/mol

Tabella A.1: Costanti fisiche per il modello di atmosfera standard.

La formula utilizzata, é valida nella troposfera ($h \leq 11$ km):

$$\rho(z) = \rho_0 \cdot \left(1 - \frac{L \cdot z}{T_0}\right)^{\left(\frac{g \cdot M}{R \cdot L} - 1\right)} \quad (\text{A.1})$$

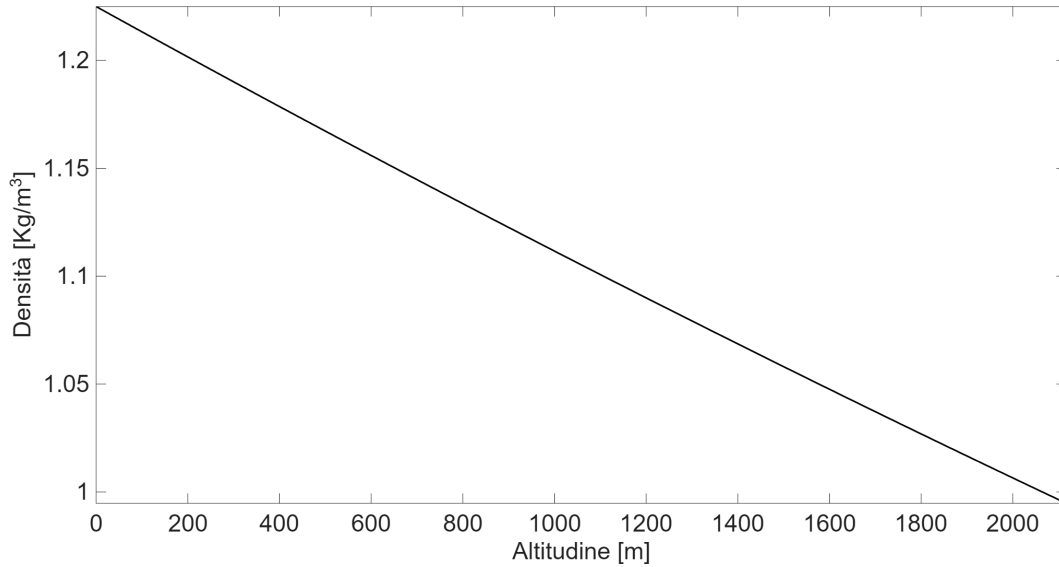


Figura A.4: Grafico dell'andamento della densità atmosferica in relazione all'altitudine

A.2 Diagramma a blocchi del modello aerodinamico

La struttura del modello numerico è riportata in figura A.5. Il codice è organizzato secondo una struttura modulare, nella quale gli input geometrici, atmosferici e prestazionali vengono elaborati per ottenere i parametri di volo e successivamente i carichi aerodinamici e strutturali.

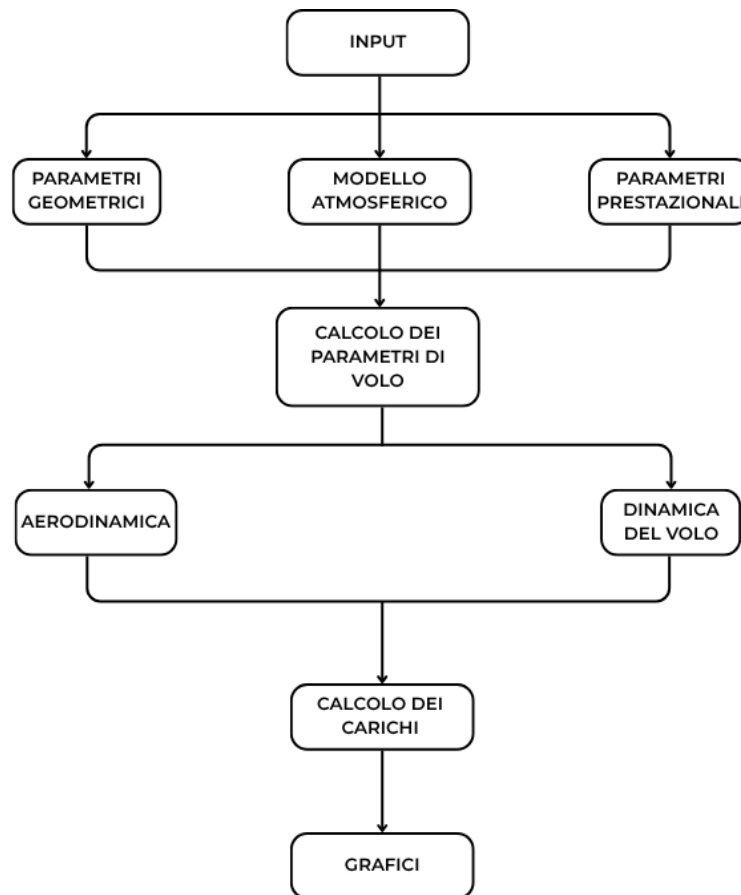


Figura A.5: Schema del codice MATLAB

A.3 Output grafici del simulatore

Gli output grafici del simulatore sono diversi e hanno l'obiettivo di mostrare graficamente l'andamento di uno o più parametri nel tempo.

A.3.1 Traiettoria del vettore

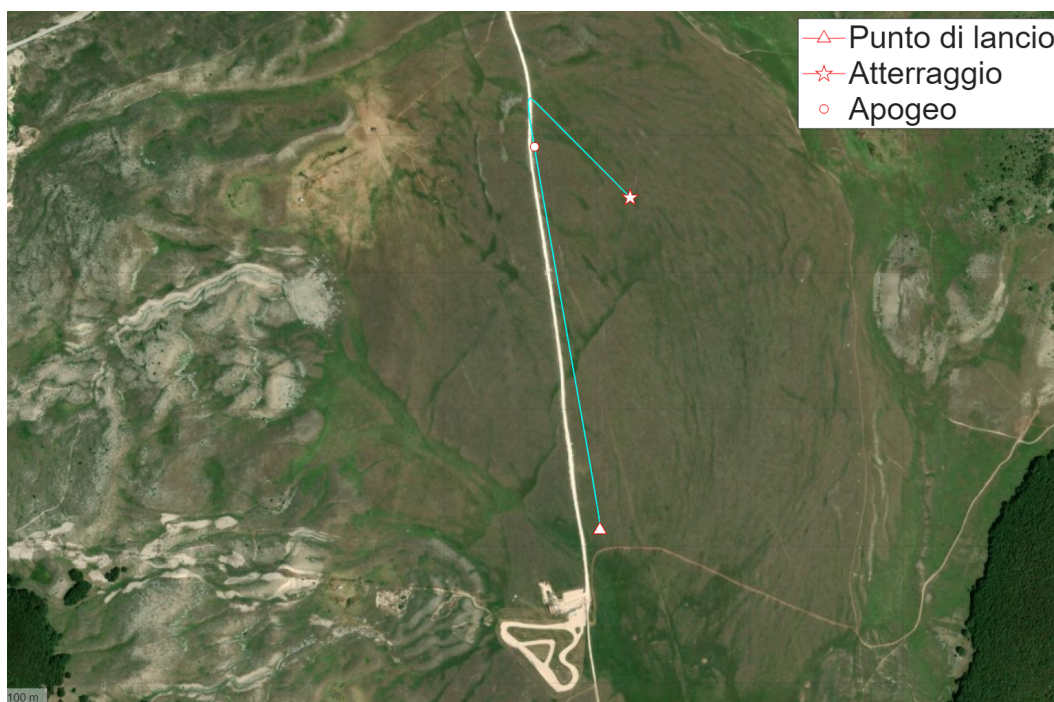


Figura A.6: Proiezione bidimensionale della traiettoria



Figura A.7: Proiezione tridimensionale della traiettoria

A.3.2 Parametri cinematici

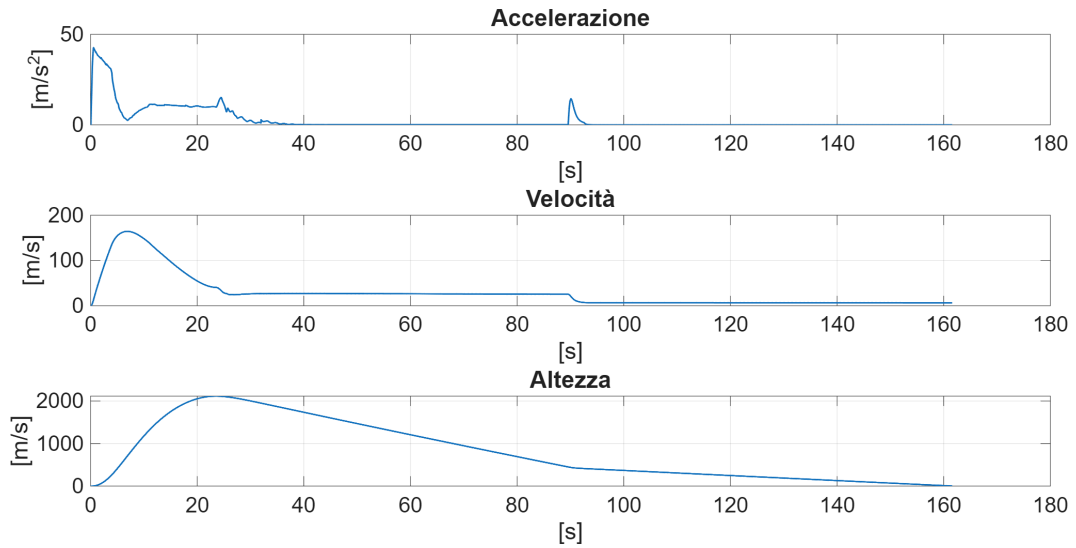


Figura A.8: Evoluzione temporale di accelerazione, velocità e quota del vettore

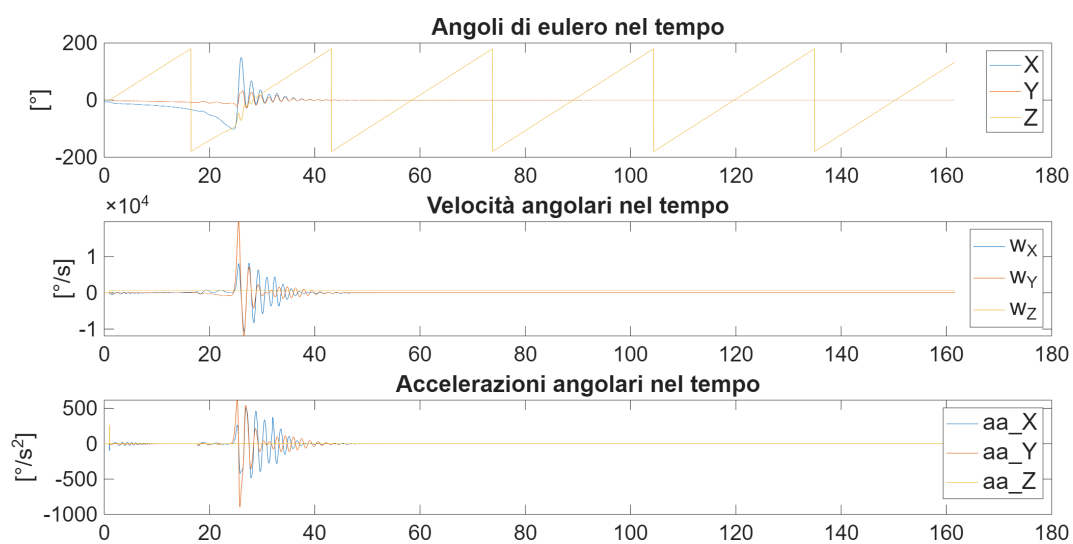


Figura A.9: Evoluzione temporale dell'assetto e delle velocità angolari del vettore