



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Corso di Laurea Magistrale in INGEGNERIA MECCANICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

***Analisi aeroelastica di un Fan transonico
tramite il metodo della trasformata di Fourier***

Relatore:

Prof. Ernesto BENINI

Laureando:

Pierfrancesco GOLINELLI

Correlatore:

Ing. Andrea DAL MONTE

Anno Accademico 2018 / 2019



**UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA**

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

Corso di Laurea Magistrale in INGEGNERIA MECCANICA

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

***Analisi aeroelastica di un Fan transonico
tramite il metodo della trasformata di Fourier***

Relatore:

Prof. Ernesto BENINI

Laureando:

Pierfrancesco GOLINELLI

Correlatore:

Ing. Andrea DAL MONTE

Anno Accademico 2018 / 2019

Indice

Introduzione.....	7
1. Elementi di fluidodinamica.....	9
1.1 Trasformazioni termodinamiche.....	11
1.1.1 Trasformazioni gas perfetti e ideali.....	13
1.1.2 Trasformazione politropica di compressione.....	16
1.1.3 Condotto ad asse orizzontale attraversato da una portata costante.....	18
1.1.4 Condotto convergente - divergente.....	21
1.1.5 Equazioni che regolano la formazione dell'onda d'urto.....	22
1.2 Turbomacchine assiali.....	25
1.2.1 Salto di pressione nello stadio di una turbomacchina a fluido comprimibile.....	27
1.2.2 Rendimento total to total e total to static.....	30
1.2.3 Grado di reazione.....	30
1.2.4 Parametri aerodinamici.....	32
1.2.5 Mappa di funzionamento di un compressore assiale.....	36
1.2.6 Stallo e pompaggio di compressori assiali.....	37
1.3 Fluidodinamica computazionale.....	39
1.3.1 Accenno al fenomeno della turbolenza e ai modelli numerici.....	43
2. Elementi di Progettazione Meccanica.....	45
2.1 Resistenza e rigidità del materiale.....	45
2.2 Criterio di resistenza dell'energia di distorsione per materiali duttili.....	47
2.3 Carichi variabili nel tempo e resistenza a fatica.....	50
2.3.1 Resistenza a fatica e limite di fatica.....	50
2.3.2 Caratterizzazione di cicli di tensioni sinusoidali.....	51
2.3.3 Diagramma di Goodman modificato.....	53
2.4 Analisi agli elementi finiti.....	54

2.4.1	<i>Generazione della mesh</i>	55
2.4.2	<i>Formulazione generale dell'analisi agli elementi finiti</i>	56
3.	Leghe di Titanio	59
3.1	Lega di Titanio Ti-6Al-4V	59
4.	Vibrazioni e modi di vibrare	61
4.1	Modi di vibrare	63
4.2	Vibrazioni forzate	64
4.3	Flutter	64
4.4	Aerodynamic Damping	67
4.5	Trasformata di Fourier	69
5.	Aero-elasticità computazionale	72
6.	FAN transonico NASA Rotor 67	75
7.	Procedura di calcolo e risultati	79
7.1	Creazione del modello geometrico	80
7.2	Analisi strutturale nel Workbench di ANSYS®	82
7.3	Analisi modale nel Workbench di ANSYS®	88
7.4	Analisi fluidodinamica stazionaria eseguita con il pacchetto ANSYS_CFX® ..	94
7.5	Analisi aeroelastica eseguita con il pacchetto ANSYS_CFX®	104
8.	Conclusioni e commenti	132
	Bibliografia	134
	Ringraziamenti	137

Introduzione

La resistenza e l'affidabilità di compressori e turbine viene garantita tramite accurate simulazioni eseguite con metodi **CFD e FEM**.

L'accoppiamento tra la parte **strutturale** e la parte **fluidodinamica** di queste macchine è essenziale per assicurarsi che i materiali utilizzati, le condizioni di utilizzo e la geometria simulata siano stati scelti in maniera appropriata al caso in esame.

Questo accoppiamento permette anche di studiare un fenomeno ingegneristico fondamentale legato alle vibrazioni che si generano sulla palettatura della macchina quando viene inserita all'interno di un campo di moto complesso e non stazionario.

Questo fenomeno prende il nome di “*flutter*” e riguarda l'instabilità legata a **vibrazioni auto-eccitate** agenti in corrispondenza delle frequenze naturali del sistema studiato.

Le vibrazioni “*flutter*” sono infatti molto pericolose e poco prevedibili nel caso di macchine sia assiali sia radiali, dato che rientrano nel campo dei fenomeni non lineari e transitori che causano **cicliche distorsioni strutturali e fluidodinamiche al sistema**.

Per studiarle si adotta un particolare metodo chiamato “*Fourier Transformation*”, il quale ha la proprietà di preservare le frequenze tra le superfici periodiche del sistema e di sfruttare la simmetria del sistema in modo da **ridurre il costo computazionale**.

Questo metodo permette inoltre di calcolare il “**coefficiente di smorzamento aerodinamico palare**”, utile per valutare se la macchina studiata sia soggetta o meno a vibrazioni di tipo “flutter”.

Per comprendere come agiscono le vibrazioni di tipo “flutter” si è deciso di utilizzare il metodo “*Fourier Transformation*” sul **compressore assiale transonico chiamato NASA Rotor 67**, la cui geometria è di pubblico dominio.

Si vuole infine sottolineare che per eseguire le analisi sia strutturali sia fluidodinamiche è stato utilizzato il “workbench” del software di simulazione ingegneristica **ANSYS®** ed in particolare il pacchetto **ANSYS® MECHANICAL** e il pacchetto **ANSYS® CFX**.

1. Elementi di Fluidodinamica

Prima di poter illustrare nel dettaglio una Turbomacchina è opportuno prima suddividere l'insieme delle macchine in due categorie distinte.

Esistono infatti due insiemi ben specifici di macchine a seconda di come interagiscono con l'ambiente esterno.

Il primo insieme racchiude le macchine che assorbono energia meccanica dall'ambiente esterno (**macchine operatrici**), mentre il secondo insieme racchiude le macchine che producono energia meccanica sottraendola all'ambiente esterno (**macchine motrici**).

Se si indentifica come ambiente esterno un fluido operatore (come ad esempio aria o acqua), i due insiemi sopra descritti racchiudono le seguenti macchine (fig. 1):

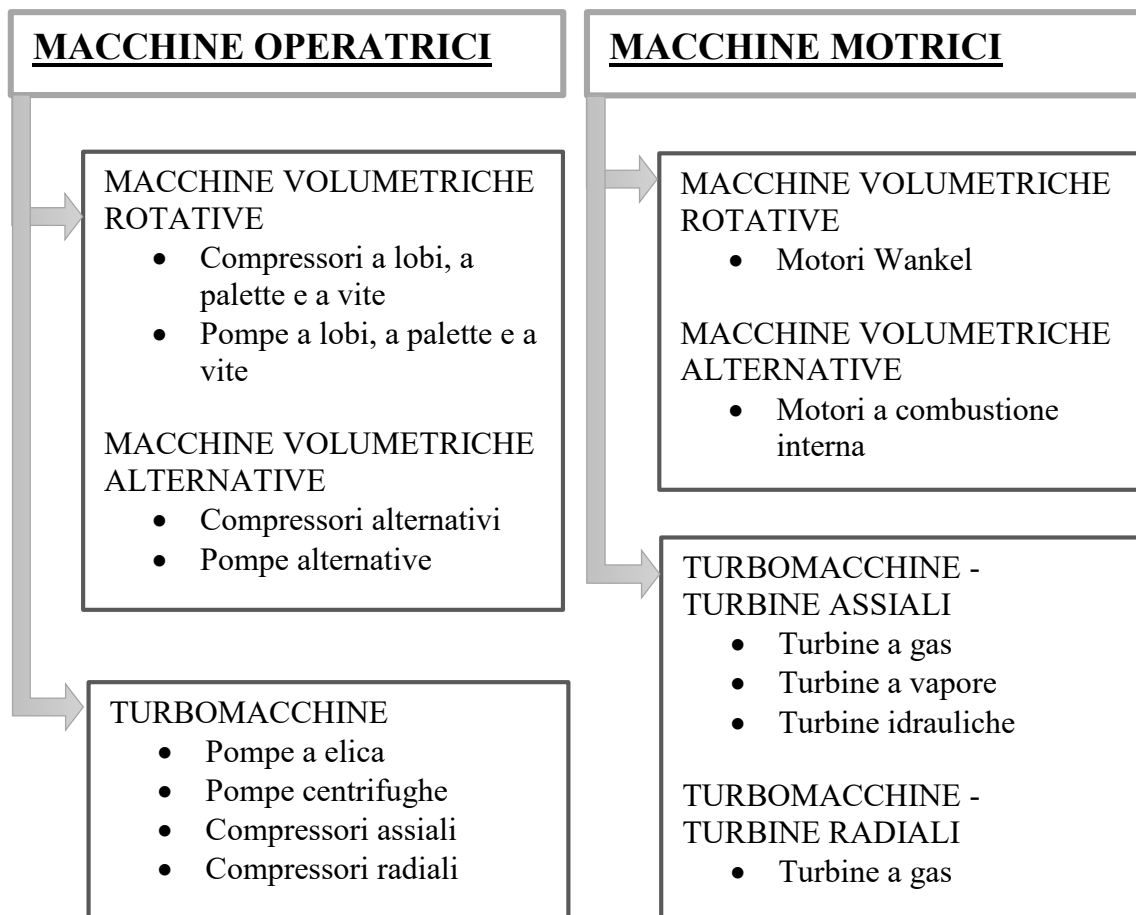


Figura 1.1 Schema illustrativo macchine operatrici e motrici

In fig. 1.1 si può notare come le macchine vengano suddivise in altre due sottoinsiemi a seguito del principio di funzionamento.

Le **macchine volumetriche** sono macchine che operano un trasferimento del fluido operativo da un ambiente ad un altro, separando fisicamente un volume fluido alla volta. Nel caso di **macchine volumetriche operatrici**, il fluido operativo viene trasferito da un ambiente ad una determinata pressione verso un ambiente a pressione maggiore e viceversa nel caso di **macchine volumetriche motrici**.

Un'ulteriore distinzione si ha nel caso l'organo principale in movimento esegue un moto rotativo (**macchine volumetriche rotative**) o un moto alternativo (**macchine volumetriche alternative**).

Nel caso di una turbomacchina invece non vi è una vera e propria separazione fisica tra la sezione di ingresso e uscita della macchina, nelle quali il fluido operatore scambia quantità di moto con la macchina stessa (esempio di turbomacchina assiale fig. 1.2).

Vi è inoltre la distinzione del tipo di macchina a seconda che il fluido operatore abbia un moto lungo il raggio della macchina o lungo l'asse di rotazione della macchina, e per questo si hanno **macchine radiali** o **macchine assiali**.

Per concludere questa breve panoramica delle macchine operatrici e motrici, bisogna sottolineare che il fluido operatore elaborato dalla macchina può essere **comprimibile** (nel caso ad esempio di turbine a gas o turbine a vapore) o **incomprimibile** (nel caso ad esempio di pompe).

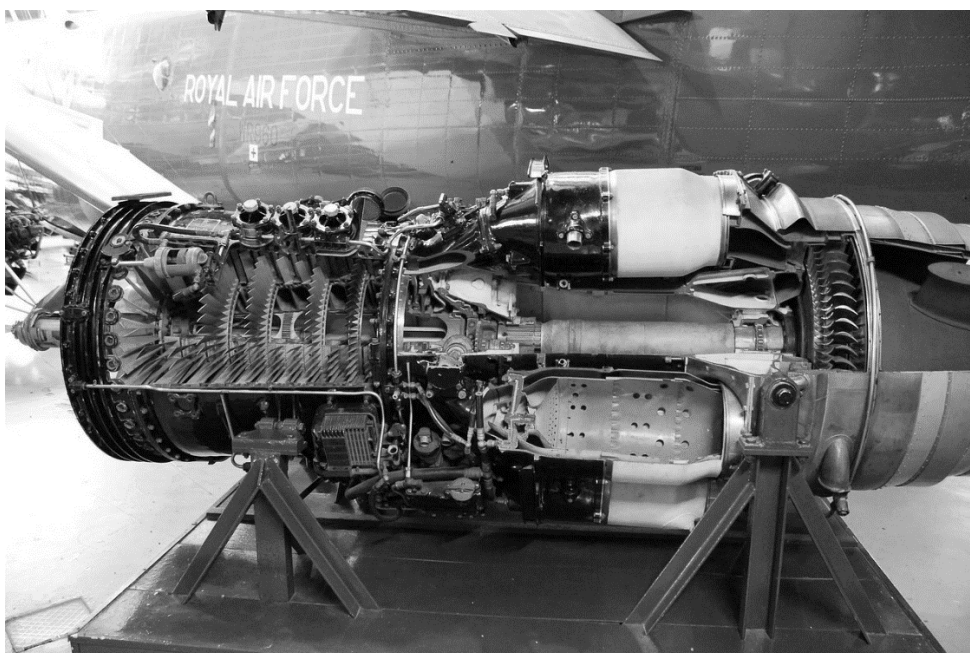




Figura 1.2 Esempi di turbomacchine assiali a flusso comprimibile

1.1 Trasformazioni termodinamiche

Per comprendere come le grandezze termodinamiche si evolvono lungo lo stadio di una turbomacchina assiale bisogna utilizzare le **equazioni energetiche del moto dei fluidi**, ed in particolare le equazioni del moto in forma termica e in forma meccanica:

$$\partial h + c \partial c + g \partial z = \partial q - \partial L$$

Equazione del moto in forma termica per un sistema aperto

$$v \partial p + c \partial c + g \partial z + \partial R = - \partial L$$

Equazione del moto in forma meccanica per un sistema aperto

Entrambe le equazioni si ricavano sfruttando i **principi fondamentali della termodinamica per sistemi aperti**, dove un sistema aperto può essere schematizzato nel seguente modo (fig. 1.3):

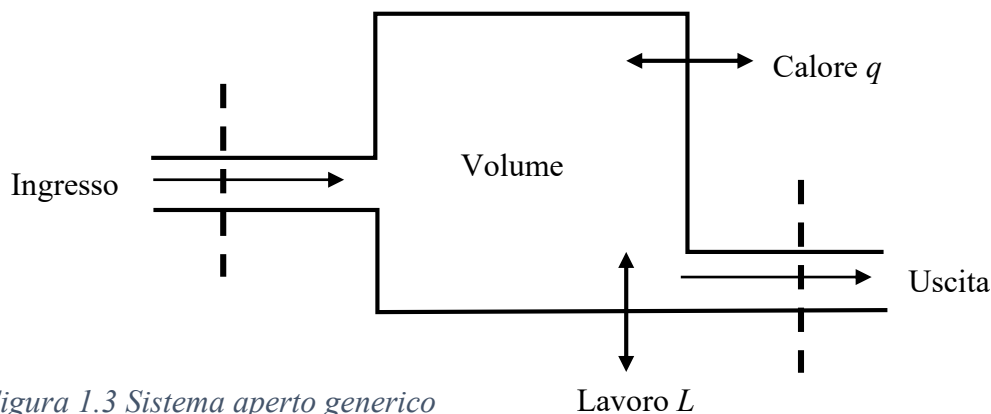


Figura 1.3 Sistema aperto generico

1. Conservazione della massa.

La **portata di massa** all'ingresso $\dot{m}_{ingresso}$ di un sistema aperto di volume V in caso stazionario (le grandezze non variano nel tempo ma variano solo da un punto ad un altro del sistema) eguaglia la portata di massa all'uscita \dot{m}_{uscita} :

$$\sum_{ingresso} \dot{m}_{ingresso} = \sum_{uscita} \dot{m}_{uscita}$$

2. Conservazione dell'energia.

Essendo un sistema aperto in grado di scambiare anche massa con l'ambiente esterno, se una certa massa unitaria entra ed esce dal medesimo sistema aperto si può affermare che, in un determinato intervallo di tempo (rimanendo sempre in condizioni stazionarie), la somma di tutte le energie entranti eguaglia la somma di tutte le energie uscenti dal sistema.

Le energie entranti sono l'energia interna della massa unitaria assieme alla sua energia cinetica e gravitazionale, oltre all'energia che viene spesa per immettere la massa nel sistema.

Lo stesso vale ovviamente per le energie uscenti dal sistema.

Oltre alle energie appena citate ci sono **l'energia scambiata dal sistema** con l'esterno sotto forma di calore e di lavoro meccanico.

$$\partial u + c\partial c + g\partial z + \partial pv = \partial q - \partial L$$

Se si considera la grandezza entalpia definita come:

$$\partial h = \partial u + \partial pv$$

L'equazione diventa uguale all'*Equazione del moto in forma termica per un sistema aperto*:

$$\partial h + c\partial c + g\partial z = \partial q - \partial L$$

Come ultimo passaggio, utilizzando la seguente definizione di entalpia che prende in considerazione le perdite di attrito R :

$$\partial h = \partial q + \partial R + v\partial p$$

Si ottiene l'*Equazione del moto in forma meccanica per un sistema aperto*:

$$v\partial p + c\partial c + g\partial z + \partial R = -\partial L$$

Il moto di un fluido attraverso uno stadio è condizionato però dalla presenza di attriti e irreversibilità che modificano il lavoro scambiato dal sistema con l'ambiente esterno. Per tenerne conto si utilizza la **funzione differenziale di entropia**, ricavata dalle equazioni precedenti e definita come:

$$\partial s = \frac{\partial q + \partial R}{T} = \frac{\partial u + p\partial v}{T} = \frac{\partial h - v\partial p}{T}$$

Nel caso di una **trasformazione reversibile** (cioè quella trasformazione che, dopo aver avuto luogo, può essere invertita riportando il sistema aperto e l'ambiente esterno nelle condizioni iniziali senza causare nessun cambiamento nel sistema e nell'ambiente):

$$\partial R = 0 \Rightarrow \partial s = \left(\frac{\partial q}{T}\right)_{\text{reversibile}}$$

Un particolare tipo di trasformazione che mantiene l'entropia costante ($\partial s = 0$) è quella *adiabatica reversibile* o *isoentropica*, dato che $\partial R = \partial q = 0$.

1.1.1 Trasformazioni gas perfetti e ideali

D'ora in poi ci si soffermerà a definire le principali trasformazioni dei gas perfetti e ideali che si verificano all'interno di uno stadio di una turbomacchina generica che elabora un fluido operatore comprimibile, come ad esempio l'aria, in modo da inquadrare meglio il campo di moto del fluido all'interno di un compressore transonico.

Un gas si definisce perfetto quando rispetta l'equazione di stato, cioè quell'equazione che lega tra di loro temperature, pressione e densità:

$$\frac{p}{\rho} = R T$$

Con R la costante che si ottiene dividendo la **costante universale dei gas** $R_0 (= 8314 \frac{J}{K \text{ kmole}})$ per la massa molecolare del gas.

Un gas perfetto, oltre a rispettare l'equazione di stato, ha la sua entalpia e la sua energia interna dipendenti solamente dalla temperatura e non dalla pressione:

$$u = u(T) \quad ; \quad h = h(T)$$

Esistono due principali trasformazioni che un gas perfetto può effettuare in **assenza in di dissipazioni** ($\partial R = 0$) :

$$\partial q = \partial u = c_v(T) \partial T \quad \rightarrow \quad \text{Trasformazione isocora (volume costante)}$$

$$\partial q = \partial h = c_p(T) \partial T \quad \rightarrow \quad \text{Trasformazione isobara (pressione costante)}$$

Dove c_v e c_p sono calori specifici legati alla temperatura del gas.

Il rapporto tra i calori specifici è un numero puro adimensionale maggiore di 1:

$$k(T) = \frac{c_p(T)}{c_v(T)}$$

Mentre la loro differenza è la costante specifica R del gas:

$$R = c_p(T) - c_v(T)$$

Un gas invece si definisce ideale se rispetta le seguenti relazioni:

$$pv^n = \text{cost}$$

$$\frac{T^n}{p^{n-1}} = \text{cost}$$

$$Tv^{n-1} = \text{cost}$$

È opportuno sottolineare che una trasformazione reversibile si chiama *politropica* se soddisfa tutte e tre le relazioni sopra riportate.

Dopo questa precisazione si può ora definire l'esponente n sfruttando questa tabella:

se $n = 1$	Trasformazione isoterma
se $n = 0$	Trasformazione isobara
se $n = k$	Trasformazione isoentropica
se $n = \infty$	Trasformazione isocora

È possibile rappresentare le precedenti trasformazioni politropiche in un diagramma T-s che permette di comprendere come si articola un **ciclo termodinamico** (fig. 1.4).

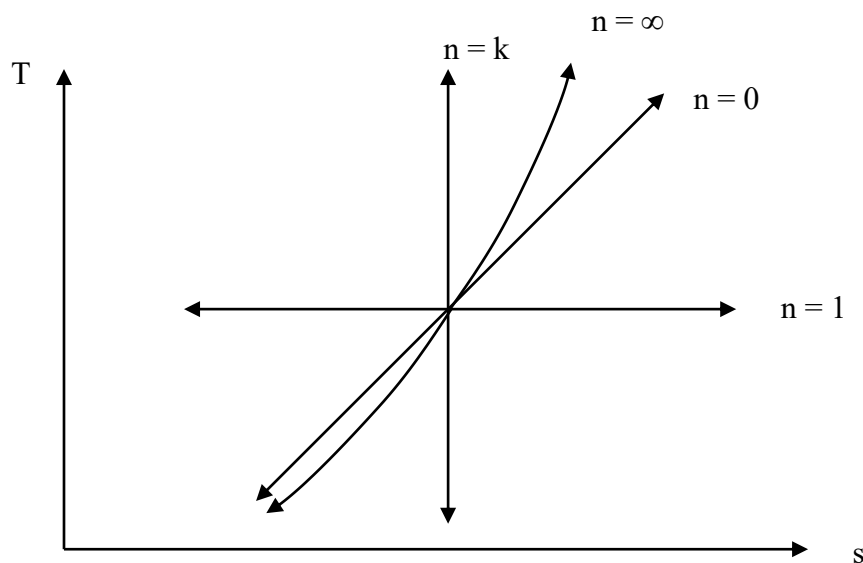


Figura 1.4 Trasformazioni politropiche in un diagramma T - s

Tramite il **diagramma T-s** si possono comprendere più facilmente trasformazioni politropiche di compressione e di espansione di un gas ideale. Per rimanere coerenti con il caso di compressori assiali transonici, ci si soffermerà solamente ad illustrare i meccanismi principali che si verificano nel caso di trasformazioni politropiche di compressione.

1.1.2 Trasformazione politropica di compressione

I compressori hanno la funzione di incrementare la pressione del fluido comprimibile. Una **trasformazione politropica di compressione** la si può rappresentare nel diagramma T-s in questo modo (fig. 1.5):

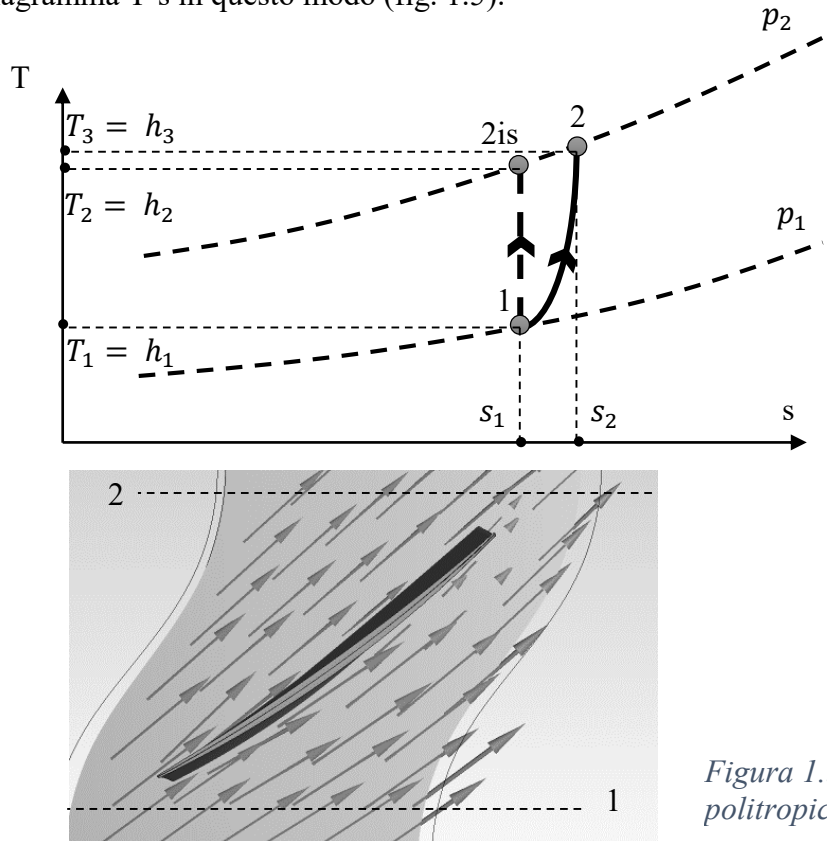


Figura 1.5 Trasformazione politropica di compressione

La trasformazione che avviene all'interno di un compressore reale è quella che partendo dallo stato fisico 1 arriva allo stato fisico 2, con aumento di entropia a causa delle irreversibilità.

Se si escludessero quest'ultime, la trasformazione sarebbe isentropica e partirebbe sempre dallo stato fisico 1 arrivando stavolta allo stato fisico 2is.

Una prima grandezza che si può valutare sfruttando le grandezze riportate nel diagramma T-s è il *lavoro reale di compressione* che la macchina esegue sul gas ideale:

$$L_{reale} = \int_1^2 \partial h = c_p(T_2 - T_1)$$

Sfruttando la relazione che esprime il calore specifico c_p come:

$$c_p = \frac{k R}{k - 1}$$

Il lavoro reale di compressione diventa:

$$L_{reale} = \frac{k R}{k-1} (T_2 - T_1)$$

Nel caso si volesse valutare il lavoro di compressione lungo trasformazione isoentropica dallo stato 1 allo stato 2_{is}, questo sarebbe pari a:

$$L_{isoentropico} = \int_1^{2is} \partial h = c_p (T_{2is} - T_1) = \frac{k R}{k-1} (T_{2is} - T_1)$$

Si tiene conto di questo lavoro per valutare le irreversibilità della trasformazione reale di compressione e per determinare il *rendimento isoentropico di compressione* come:

$$\eta_{is,c} = \frac{L_{isoentropico}}{L_{reale}}$$

Per ultimo si definisce il *rapporto di compressione* β tra lo stato 2 e lo stato 1 come:

$$\beta = \frac{p_2}{p_1}$$

Il quale è utile per determinare il *rapporto tra le temperature* di una trasformazione isoentropica:

$$\frac{T_{2is}}{T_1} = \beta^{\frac{k-1}{k}}$$

Come pure il *rapporto tra le temperature* di una trasformazione reale:

$$\frac{T_2}{T_1} = \beta^{\frac{n-1}{n}}$$

Tramite i due rapporti appena descritti, si possono esprimere il lavoro reale e il lavoro isoentropico in funzione anche di tali rapporti:

$$L_{reale} = \frac{k R}{k-1} (T_2 - T_1) = \frac{k R}{k-1} T_1 \left(\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)$$

$$L_{isoentropico} = \frac{k R}{k-1} T_1 \left(\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right)$$

Infine, sfruttando queste nuove relazioni si può esprimere il *rendimento isoentropico di compressione* come:

$$\eta_{is,c} = \frac{L_{isoentropico}}{L_{reale}} = \frac{\beta^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1}$$

1.1.3 Condotto ad asse orizzontale attraversato da una portata costante

Per studiare come si comporta un fluido quando attraversa un condotto ad asse orizzontale, per ipotesi privo di attriti e adiabatico, bisogna partire dalla definizione di **grandezza totale e di grandezza statica**.

Questa distinzione è opportuno farla dato che un fluido nel passaggio in una turbomacchina è soggetto ad elevate variazioni di energia cinetica.

Una grandezza totale è per definizione quella grandezza che un fluido (avente velocità iniziale c_0) assume se lo si considera decelerato dallo stato fisico iniziale in cui si trova fino a velocità nulla, seguendo una trasformazione isoentropica.

Riferendosi all'entalpia, la relazione che lega l'entalpia totale a quella statica è la seguente:

$$h_{0T} = h_0 + \frac{c_0^2}{2}$$

Per la temperatura totale e statica:

$$T_{0T} = T_0 + \frac{c_0^2}{2c_p}$$

Conoscendo queste due relazioni, posso trovare di conseguenza anche la pressione e la densità totale:

$$\frac{p_0}{p_{0T}} = \left(\frac{T_0}{T_{0T}}\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho_{0T}} = \left(\frac{T_0}{T_{0T}}\right)^{\frac{1}{k-1}}$$

Un ulteriore grandezza molto utile per definire le equazioni del moto di un fluido in un condotto, è la *velocità del suono* a_0 (che si ricava sfruttando i principi fondamentali della termodinamica):

$$a_0 = \sqrt{k R T} = \left(\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)^{\frac{1}{2}} \right)_{isoentropico}$$

e risulta strettamente correlata alla temperatura assoluta T del fluido.

Il rapporto tra la velocità puntuale del fluido e la velocità del suono nel medesimo punto viene chiamato *numero di Mach* (M):

$$M = \frac{c_0}{a_0}$$

e tramite il numero di Mach di può distinguere il regime di moto del fluido:

$$\begin{aligned} \text{se } M > 1 &\rightarrow \text{Regime di moto supersonico} \\ \text{se } M < 1 &\rightarrow \text{Regime di moto subsonico} \\ \text{se } M = 1 &\rightarrow \text{Regime di moto sonico} \end{aligned}$$

Nel campo delle turbomacchine, un problema di grande rilevanza è quello di determinare la geometria del condotto in cui fluisce il fluido.

Il concetto di condotto nelle turbomacchine è associabile al volume geometrico che caratterizza il condotto palare fisso e mobile.

Un primo passaggio per studiare il moto del fluido in un condotto è quello si assumere che il condotto stesso sia attraversato da una portata assegnata e costante.

Sfruttando di nuovo i principi fondamentali della termodinamica si possono ricavare le *tre equazioni di Hugoniot*, le quali permettono di comprendere come le grandezze fondamentali si comportano quando il condotto diventa convergente o divergente.

Partendo **dall'equazione di continuità**, e differenziandola logaritmicamente, si ha:

$$\dot{m} = \rho A c$$

$$\frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial A}{A} + \frac{\partial c}{c} = 0$$

Ora utilizzando **l'equazione generale del moto dei fluidi** (supponendo il termine $g\partial z$ nullo per un condotto orizzontale):

$$\partial h + c\partial c = \partial q$$

e riprendendo la definizione di **entalpia**, sfruttando le ipotesi fatte su reversibilità ed adiabaticità del condotto:

$$\partial h = v\partial p = \frac{\partial p}{\rho}$$

Si ottiene sostituendo:

$$c\partial c = -\frac{\partial p}{\rho} = -\frac{\partial p}{\partial \rho} \frac{\partial \rho}{\rho} = -a_0^2 \frac{\partial \rho}{\rho}$$

$$\partial c = -\frac{a_0^2 \frac{\partial \rho}{\rho}}{c}$$

$$\frac{\partial c}{c} = -\frac{a_0^2 \frac{\partial \rho}{\rho}}{c^2}$$

Inserendo questa nuova relazione all'interno dell'equazione di continuità differenziata logaritmicamente:

$$\frac{\partial \rho}{\rho} + \frac{\partial A}{A} - \frac{a_0^2}{c^2} \frac{\partial \rho}{\rho} = 0$$

$$\frac{\partial A}{A} = \frac{\partial \rho}{\rho} \left(\frac{a_0^2}{c^2} - 1 \right)$$

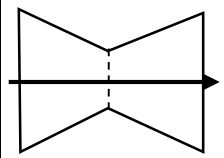
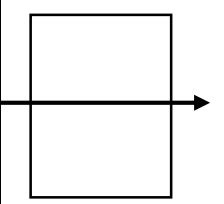
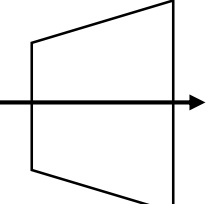
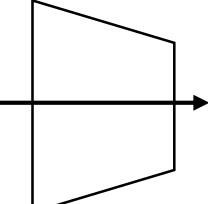
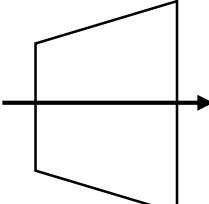
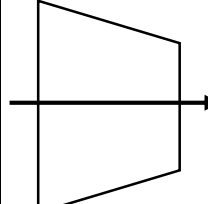
Sfruttando la definizione del numero di Mach ed elaborando le relazioni sopra ricavate, si ottengono le *equazioni di Hugoniot*:

$$\frac{\partial A}{A} = \frac{\partial \rho}{\rho} \left(\frac{1 - M^2}{M^2} \right) \rightarrow \text{I equazione di Hugoniot}$$

$$\frac{\partial A}{A} = \frac{\partial c}{c} (M^2 - 1) \rightarrow \text{II equazione di Hugoniot}$$

$$\frac{\partial A}{A} = -\frac{\partial \rho}{\rho c^2} (M^2 - 1) \rightarrow \text{III equazione di Hugoniot}$$

Queste tre equazioni possono essere riassunte in una tabella comparativa:

REGIME SONICO M = 1	REGIME SUBSONICO M < 1		REGIME SUPERSONICO M > 1	
$\partial A = 0$	$\partial A > 0$	$\partial A < 0$	$\partial A < 0$	$\partial A > 0$
	$\partial c < 0$	$\partial c > 0$	$\partial c < 0$	$\partial c > 0$
	$\partial p > 0$	$\partial p < 0$	$\partial p > 0$	$\partial p < 0$
	$\partial \rho > 0$	$\partial \rho < 0$	$\partial \rho > 0$	$\partial \rho < 0$
	DIFFUSORE	UGELLO	DIFFUSORE	UGELLO
				

1.1.4 Condotta convergente-divergente

Lo studio del **condotto convergente-divergente** è di particolare importanza per comprendere le *onde d'urto*, cioè **repentine conversioni dell'energia cinetica del fluido**, che procede verso l'uscita del condotto, **in energia di pressione** assieme a forti dissipazioni di energia.

Un condotto convergente-divergente ha una pressione a valle, corrispondente alle condizioni di progetto, pari a $p_{valle-design}$ a cui è associata una maggiore pressione a monte pari a p_0 .

L'andamento della pressione lungo l'asse orizzontale del condotto è rappresentabile come in fig. 1.6:

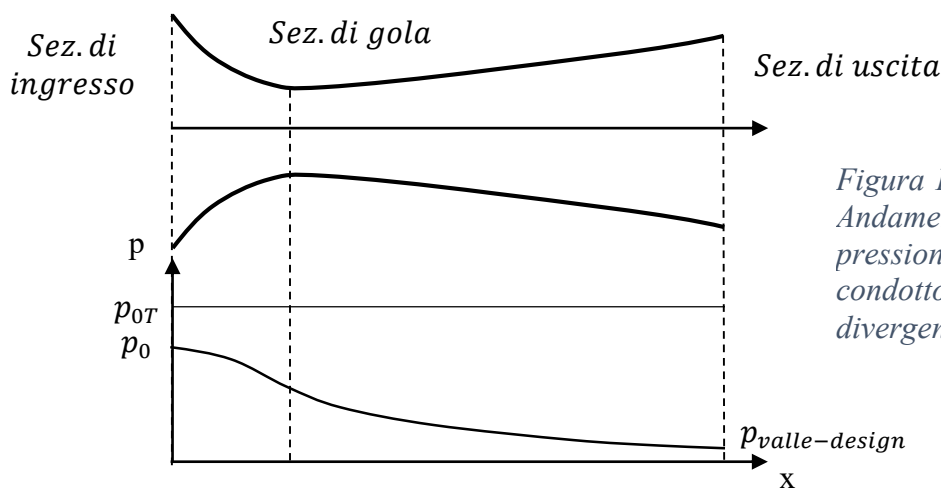


Figura 1.6
Andamento della
pressione lungo un
condotto convergente-
divergente.

Esistono tre particolari intervalli della pressione a valle che influenzano notevolmente il regime di moto del fluido lungo il condotto (fig. 1.7):

Il primo intervallo della pressione a valle è il seguente:

$$p_{valle-design_0} < p_{valle} < p_{valle-design_a}$$

In cui il fluido accelera fino alla sezione di gola e poi decelera aumentando la propria pressione.

Nel caso p_{valle} eguagli $p_{valle-design_a}$, nella sezione di gola si raggiunge la condizione sonica e nel tratto divergente il fluido decelera aumentando la propria pressione.

Il secondo intervallo della pressione a valle è invece:

$$p_{valle-design_a} < p_{valle} < p_{valle-design_b}$$

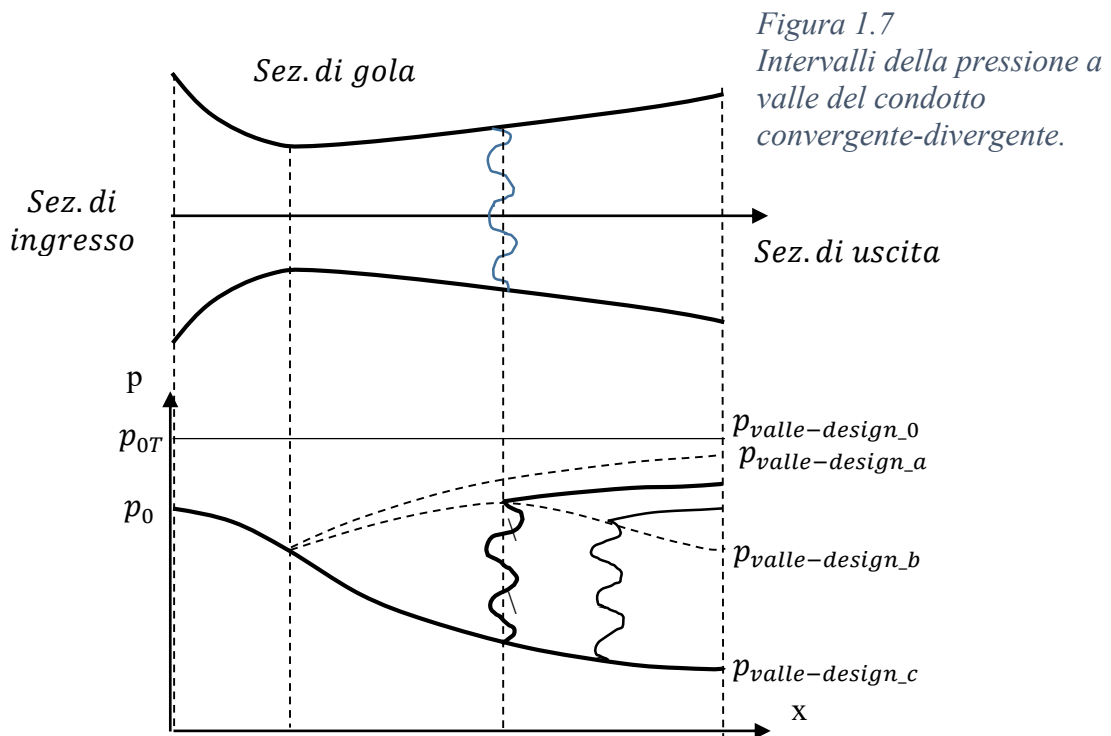
In cui il fluido accelera fino alla sezione di gola, dove raggiunge anche stavolta la condizione sonica, e poi accelera ulteriormente per un breve tratto seguendo l'andamento di design.

Essendo però la pressione a valle più elevata di quella di design, il fluido deve ad un certo punto aumentare la propria pressione decelerando.

Si crea così una zona di discontinuità in cui il fluido, nel tratto divergente, prima accelera e poi decelera.
 La zona di discontinuità prende il nome di *onda d'urto* o *di shock*.
 Se p_{valle} diventa pari a $p_{valle-design_b}$ l'onda d'urto si manifesta nella sezione di uscita.
 L'ultimo intervallo della pressione a valle è infine pari a:

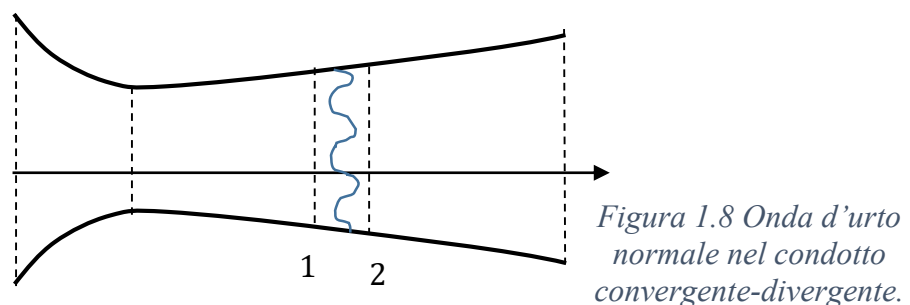
$$p_{valle-design_b} < p_{valle} < p_{valle-design_c}$$

In cui l'onda d'urto diventa non più ortogonale al flusso ma obliqua ed esterna al condotto.



1.1.5 Equazioni che regolano la formazione dell'onda d'urto

Per comprendere meglio il comportamento dell'onda d'urto bisogna individuare due sezioni principali nel condotto convergente-divergente (fig. 1.8), che sono la sezione a monte e a valle dell'onda d'urto normale:



Le equazioni che legano lo stato 1 a monte dell'onda d'urto con lo stato a valle dell'onda d'urto sono:

$$\frac{p}{\rho} = R T \quad \rightarrow \quad \text{Equazione di stato}$$

$$\rho_1 c_1 = \rho_2 c_2 \quad \rightarrow \quad \text{Equazione di continuità}$$

$$h_1 + \frac{c_1^2}{2} = h_2 + \frac{c_2^2}{2} \quad \rightarrow \quad \text{Equazione dell'energia}$$

$$p_1 + \rho_1 c_1^2 = p_2 + \rho_2 c_2^2 \quad \rightarrow \quad \text{Equazione del momento}$$

Combinando tra di loro queste equazioni è possibile ricavare il legame tra le grandezze termodinamiche a monte e a valle dell'onda d'urto.

Dividendo l'equazione del momento con l'equazione di continuità, e introducendo il numero di Mach, si ottiene il legame tra le velocità:

$$\frac{c_2}{c_1} = \frac{\left(\frac{1}{kM_1^2} + 1\right)}{\left(\frac{1}{kM_2^2} + 1\right)}$$

Sfruttando l'equazione dell'energia invece si ottiene il legame tra le temperature:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\left(\frac{k-1}{2}M_1^2 + 1\right)}{\left(\frac{k-1}{2}M_2^2 + 1\right)}$$

E combinando l'equazione di stato con quella del momento, il legame tra le pressioni:

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{M_1 \sqrt{\left(\frac{k-1}{2}M_1^2 + 1\right)}}{M_2 \sqrt{\left(\frac{k-1}{2}M_2^2 + 1\right)}} = \frac{(kM_1^2 + 1)}{(kM_2^2 + 1)}$$

Ricombinando il legame tra le temperature e le pressioni, si ricava la **relazione che esprime il numero di Mach a valle dell'onda d'urto in funzione di quello a monte**:

$$M_2^2 = \frac{\left(\frac{2}{k-1} + M_1^2\right)}{\left(\frac{2k}{k-1}M_1^2 - 1\right)}$$

Dalla quale si osserva che per regimi di moto supersonico a monte dell'onda d'urto normale, si accompagnano sempre regimi di moto subsonico a valle dell'onda stessa. Quando si manifesta l'onda d'urto si genera un **aumento di entropia** che provoca difatti una differenza di entropia tra lo stato a monte e a valle. È infatti possibile ricavare una relazione che lega il valore del salto di entropia con il valore del numero di Mach a monte dell'onda d'urto (fig.1.9):

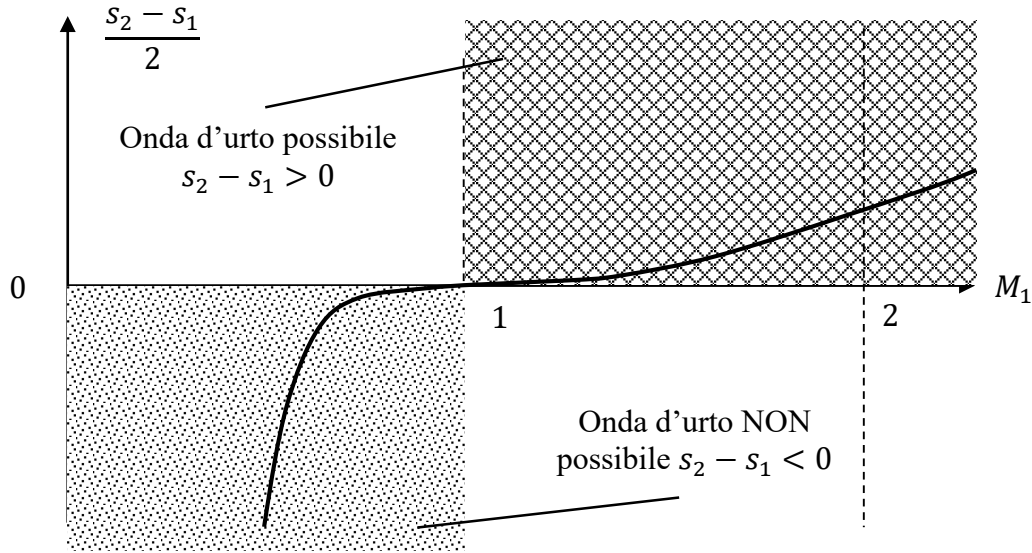


Figura 1.9 Salto di entropia tra monte e valle onda d'urto normale.

Dal diagramma sopra riportato si nota che l'onda d'urto normale può portare solamente il fluido da supersonico a subsonico.

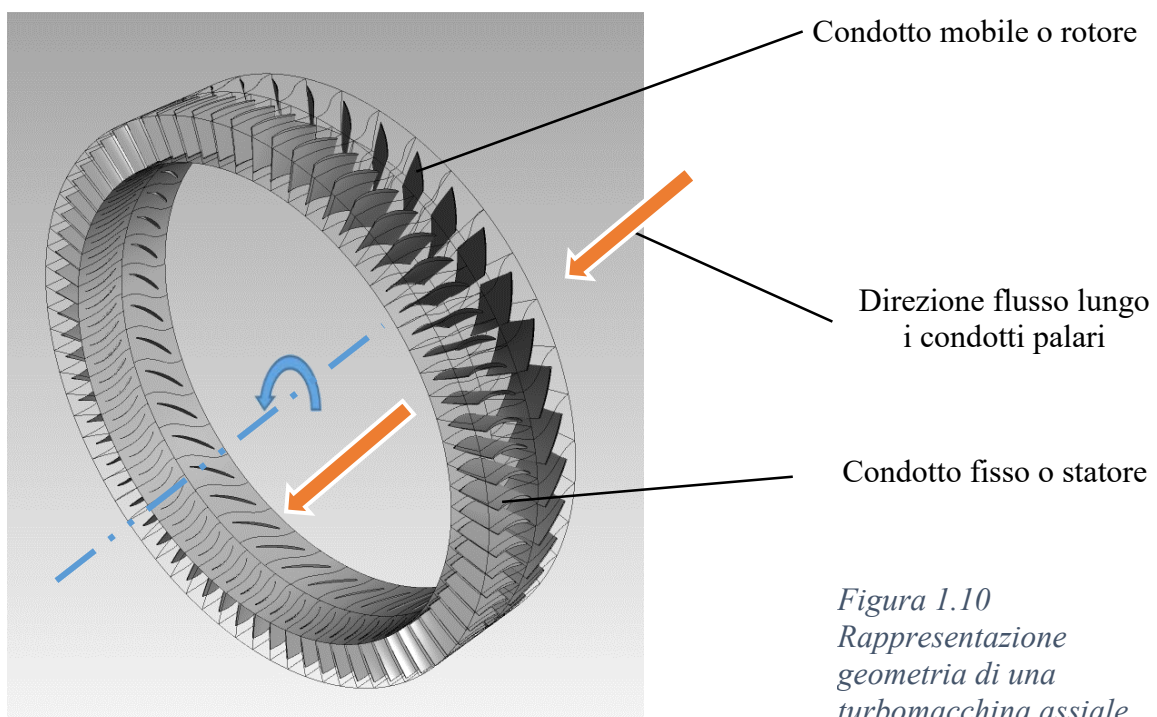
1.2 Turbomacchine assiali

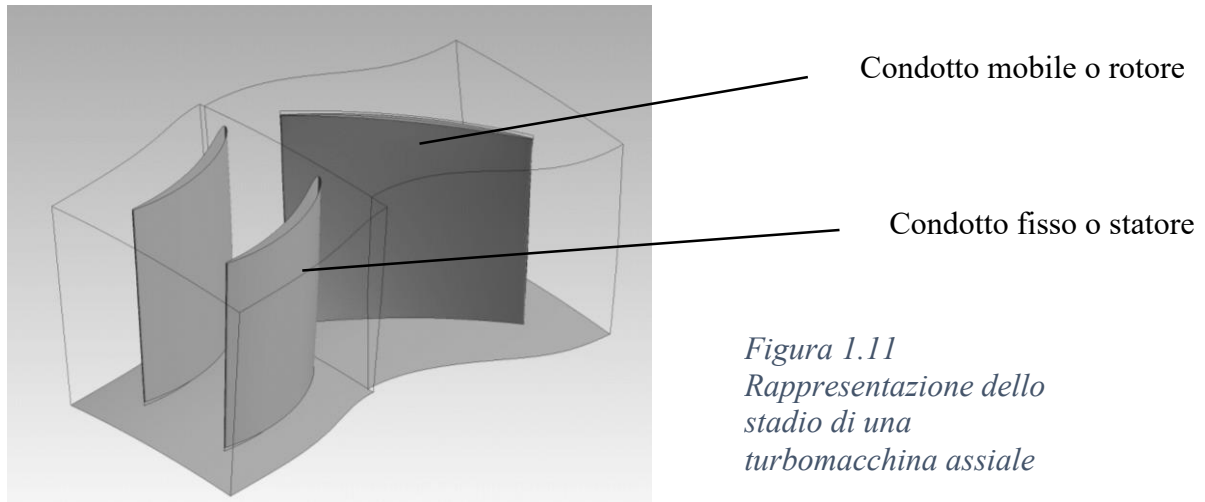
Avendo adottato come caso di studio un “**compressore assiale transonico**”, è fondamentale prima andare a definire l’insieme delle macchine a cui appartiene. L’insieme di appartenenza è quello delle **turbomacchine assiali**, cioè macchine composte da diversi condotti palari fissi ciascuno dei quali in serie con determinati condotti palari mobili (fig. 1.10).

Per condotti palari mobili si intende condotti dotati di moto rotatorio e rigidamente collegati ad un albero rotante, e se sono tali condotti a mettere in rotazione l’albero la turbomacchina è detta motrice altrimenti se è l’albero di rotazione a mettere in moto i condotti la turbomacchina è detta operatrice.

Il fluido operatore che attraversa i condotti palari sia fissi sia mobili può essere un **liquido**, quindi un **fluido incompressibile**, o un **gas (o anche vapore)**, quindi un **fluido comprimibile**.

Le turbomacchine motrici hanno la funzione di erogare potenza, sfruttando l’espansione del fluido lungo i condotti palari, mentre le turbomacchine operatrici hanno la funzione di trasferire l’energia al fluido facendone aumentare la pressione.





Prendendo in considerazione solamente turbomacchine assiale, al fine di essere coerenti con la tipologia di macchina studiata in questo caso di studio, si definisce stadio quella parte della macchina composta da un **condotto palare fisso (statore)** seguito (o preceduto) da un **condotto palare mobile (rotore)** come illustrato in fig. 1.11.

I condotti palari presenti in uno stadio hanno il compito di convertire l'energia cinetica in energia di pressione (o viceversa), a cui si accompagnano le variazioni delle grandezze termodinamiche principali quali: entalpia, pressione, temperatura e densità.

La conversione di energia cinetica in energia di pressione è valutabile tramite le differenze di velocità assolute e relative del fluido operatore lungo lo stadio (fig. 1.12).

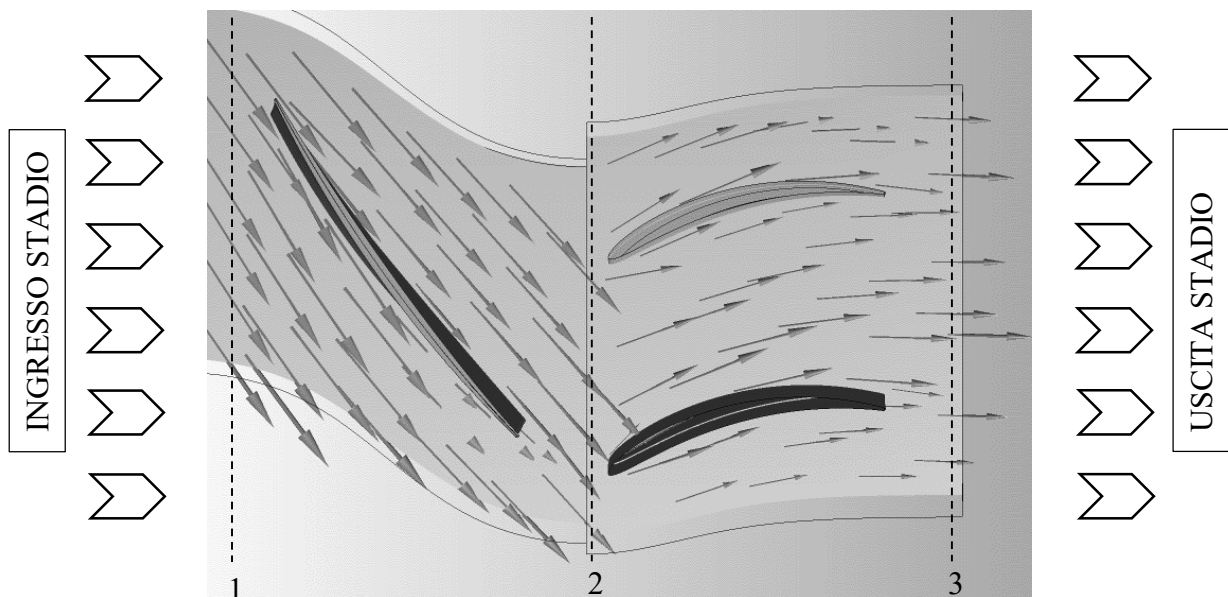


Figura 1.12 Moto del fluido operatore lungo lo stadio di una turbomacchina assiale.

1.2.1 Salto di pressione nello stadio di una turbomacchina a fluido comprimibile

Al fine di comprendere come si evolvono le grandezze termodinamiche all'interno dello stadio di una turbomacchina, bisogna andare prima a spiegare come le pressioni e le tensioni agenti sulla palettatura producano **momento attorno all'asse di rotazione**. Se si considera approssimativamente il condotto mobile di uno stadio come quello riportato in fig. 1.13:

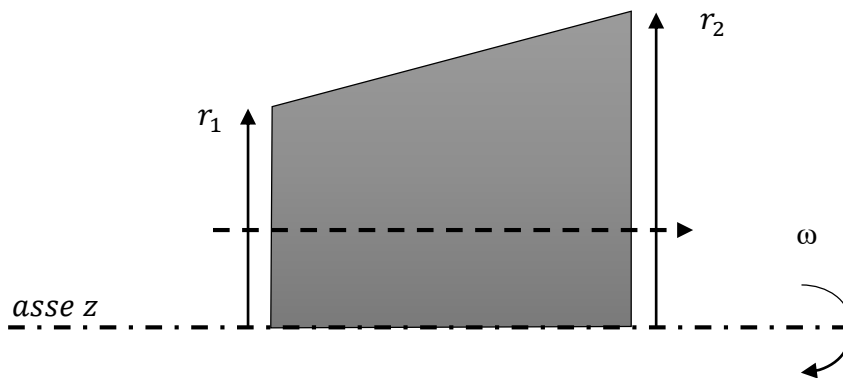


Figura.1.13 Semplificazione del rotore di uno stadio di una turbomacchina.

Il flusso entra dalla sezione 1 con velocità tangenziale $V_{\theta 1}$ ed esce dalla sezione 2 con velocità tangenziale $V_{\theta 2}$.

Il **momento** T che viene generato dal flusso attorno all'asse di rotazione z , è pari a:

$$T = \dot{m} (r_2 V_{\theta 2} - r_1 V_{\theta 1})$$

Mentre il **lavoro prodotto** è invece:

$$W = \omega \dot{m} (r_2 V_{\theta 2} - r_1 V_{\theta 1})$$

Con \dot{m} portata di massa e ω velocità di rotazione del rotore.

Dato che $\omega \cdot r$ è la velocità periferica di rotazione U , il lavoro diventa:

$$W = U_2 V_{\theta 2} - U_1 V_{\theta 1}$$

Dopo aver definito il lavoro, è possibile ora riscrivere l'**equazione dell'energia** tra la sezione 1 e la sezione 2 come:

$$h_2 + \frac{V_2^2}{2} - U_2 V_{\theta 2} = h_1 + \frac{V_1^2}{2} - U_1 V_{\theta 1}$$

Esplicitando la velocità tangenziale in funzione di quella relativa e di quella periferica:

$$V_{\theta 2} = W_{\theta 2} + U_2$$

L'equazione dell'energia risulta:

$$h_2 + \frac{W_2^2}{2} - \frac{U_2^2}{2} = h_1 + \frac{W_1^2}{2} - \frac{U_1^2}{2}$$

$$(h_{T2})_{relativa} - \frac{U_2^2}{2} = (h_{T1})_{relativa} - \frac{U_1^2}{2}$$

Dove $(h_{T2})_{relativa}$ e $(h_{T1})_{relativa}$ sono le entalpie totali relative, rispettivamente nella sezione di uscita 2 e nella sezione di ingresso 1.

Per i rotori si usa definire una quantità chiamata *rotalpia*:

$$Rotalpia \Rightarrow I = (h_T)_{relativa} - \frac{U^2}{2}$$

Che in un rotore rimane costante tra la sezione di ingresso e la sezione di uscita:

$$I_1 = I_2$$

Mentre per in condotto fisso (statore), la quantità che si conserva è l'entalpia totale:

$$(h_{T1}) = h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2} = (h_{T2})$$

Queste relazioni però valgono solamente se alla base vengono fatte ipotesi del tipo:

- Condotta adiabatico;
- Regime stazionario;
- Trasformazione isoentropica;
- Assenza di dissipazione viscosa.

Nel caso di un **compressore assiale**, la grandezza che si vuole incrementare è la pressione statica (la quale è strettamente legata all'entalpia statica).

Infatti, arrangiando l'equazione dell'energia si ottiene:

$$h_2 - h_1 = \frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} + \frac{U_1^2}{2} - \frac{U_2^2}{2}$$

Nel caso di macchina assiale si ha che le velocità periferiche rimangono le stesse tra la sezione di ingresso e di uscita ($U_1 = U_2$), ne deriva perciò che il salto entalpico vale:

$$h_2 - h_1 = \frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2}$$

Dato che l'entalpia, in assenza di perdite, è pari a:

$$h = \frac{p}{\rho}$$

si può ottenere il salto di pressione tra l'uscita e l'ingresso del rotore:

$$p_2 - p_1 = \rho(h_2 - h_1) = \rho \left(\frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} \right)$$

Nel caso si volessero considerare anche le perdite viscose, **il salto di pressione** ne deve tenere conto tramite un termine Δp_{loss} aggiuntivo:

$$p_2 - p_1 = \rho \left(\frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2} \right) - \Delta p_{loss}$$

Tutte le equazioni sopra riportate trovano riscontro nel diagramma termodinamico h-s, in cui si può comprendere meglio come si evolve l'entalpia lungo lo stadio di un compressore assiale (fig. 1.14):

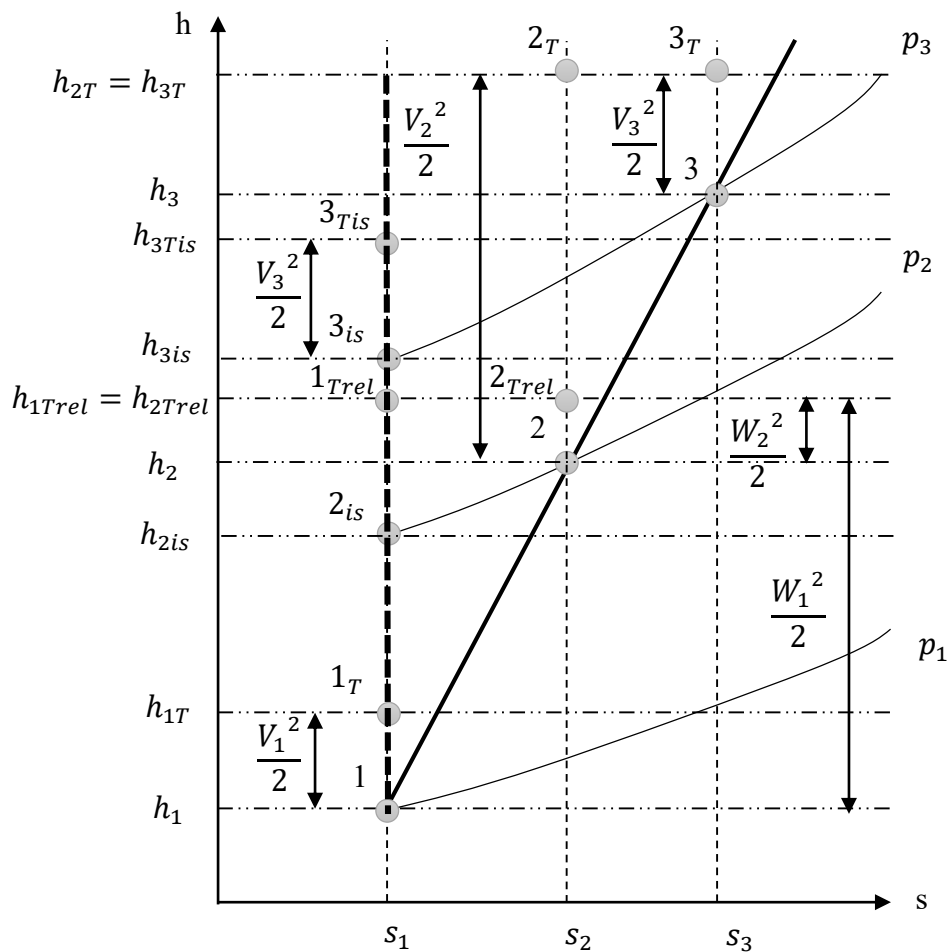


Figura 1.14 Salti entalpici del fluido comprimibile lungo uno stadio di compressore assiale.

1.2.2 Rendimento *total to total* e *total to static*

Il rendimento di stadio esprime il livello di efficacia dello stadio di una turbomacchina.

Di questo rendimento esistono due versioni a seconda che il lavoro W ottenuto dallo stadio sia riferito alla variazione di entalpia disponibile $h_{1T} - h_{3is}$ (*total to static*), oppure alla variazione di entalpia $h_{1T} - h_{3Tis}$ (*total to total*).

Nel caso di macchina a più stadi si preferisce utilizzare il rendimento *total to total* perché l'energia cinetica di scarico da uno stadio intermedio non viene effettivamente perduta, ma viene utilizzata nello stadio successivo:

$$\eta_{TT} = \frac{W}{h_{1T} - h_{3is}} \rightarrow \text{Rendimento total to static}$$

$$\eta_{TT} = \frac{W}{h_{1T} - h_{3Tis}} \rightarrow \text{Rendimento total to total}$$

Dove il lavoro W è pari a:

$$W = h_{3T} - h_{1T}$$

Nel caso si volesse anche valutare il *rendimento isoentropico di stadio*:

$$\eta_{TT} = \frac{W_{is}}{W} = \frac{h_{3Tis} - h_{1T}}{h_{3T} - h_{1T}}$$

Mentre il *rapporto di compressione* dello stadio risulta:

$$\beta = \frac{p_{3T}}{p_{1T}}$$

1.2.3 Grado di reazione

Si definisce *grado di reazione* il rapporto tra l'energia cinetica convertita nel rotore e la somma delle energie cinetiche convertite nel rotore e nello statore.

Nel caso di compressori assiali, il *grado di reazione* assume la seguente forma:

$$R = \frac{\left(\frac{W_1^2}{2} - \frac{W_2^2}{2}\right)}{2 U (W_{\theta 1} - W_{\theta 2})}$$

Dato che:

$$W_1^2 - W_2^2 = W_{\theta 1}^2 - W_{\theta 2}^2$$

Il grado di reazione può essere espresso anche in questa maniera:

$$R = \frac{(W_{\theta 1} + W_{\theta 2})}{2U}$$

Una macchina la si definisce a *reazione* se ha $R > 0$ mentre la si definisce ad *azione* se ha $R = 0$.

Per comprendere il confronto tra una macchina a reazione e una ad azione, in fig. 1.15 viene riportato uno schema generale:

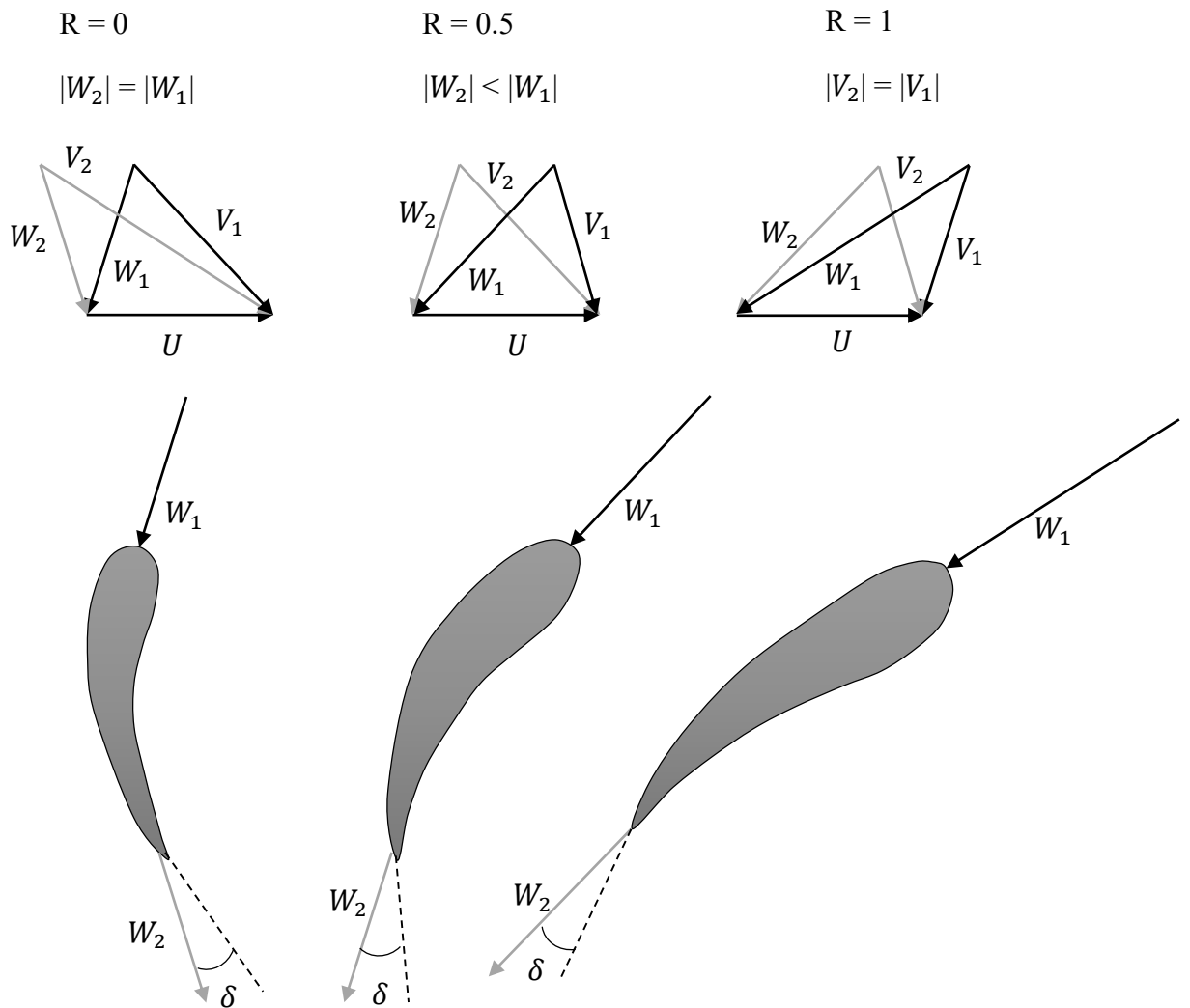


Figura 1.15 Triangoli di velocità all'ingresso e all'uscita del rotore.

Uno stadio ad azione deflette il fluido maggiormente rispetto ad uno stadio a reazione, come si può notare dalle direzioni delle velocità relative W_1 e W_2 . Ne consegue che uno stadio ad azione risulta più caricato di uno stadio a reazione. D'altra parte uno stadio a reazione ha un'efficienza maggiore rispetto ad uno stadio ad azione.

Come si può notare dai triangoli di velocità, in uscita dal rotore il flusso viene ulteriormente deviato di un angolo δ .

Questa deviazione è dovuta alla differenza di pressione che vi è tra le due facce del profilo rotorico (fig. 1.16):

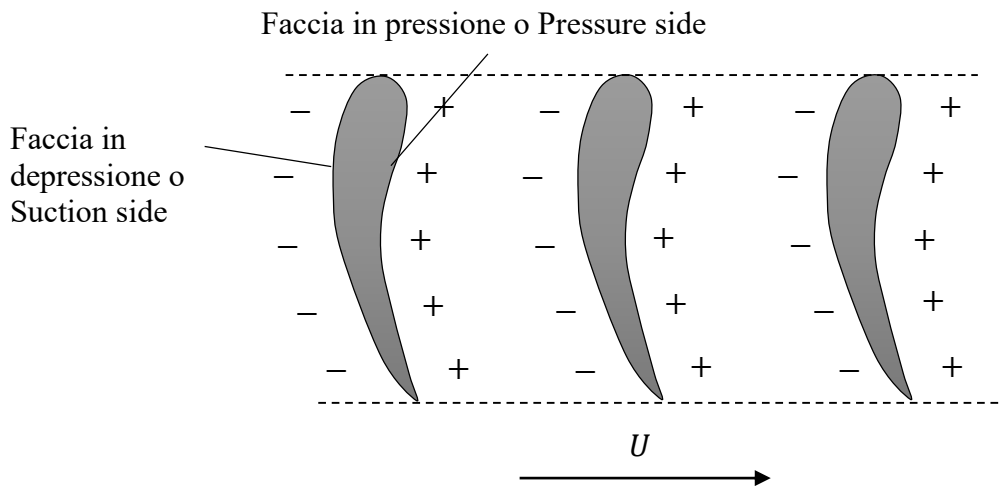


Figura 1.16 Difetto di deviazione a causa della differenza di pressione tra le due facce del profilo.

Essendo diverse anche le velocità dei filetti fluidi tra il dorso e il ventre della palettatura, tutto ciò porta ad avere fenomeni dissipativi per urto che provocano il *difetto di deviazione* del flusso.

1.2.4 Paramenti aerodinamici

L'obiettivo della palettatura è produrre un aumento della pressione statica e una deflessione del fluido comprimibile entrante.

Per convenienza, l'aumento di pressione statica lungo il condotto può essere espressa in funzione della pressione dinamica in ingresso tramite il *coefficiente di pressione* c_p adimensionale:

$$c_p = \frac{(p_2 - p_1)}{(p_{1T} - p_1)}$$

Nel caso di fluido incomprimibile o per regimi di moto con Mach basso, il *coefficiente di pressione* c_p diventa:

$$c_p = \frac{(p_2 - p_1)}{\frac{1}{2}\rho(V_1^2)}$$

Se si vuole considerare anche la perdita di pressione totale, bisogna utilizzare un altro coefficiente chiamato *coefficiente di perdita di pressione totale*:

$$\omega = \frac{(p_{1T} - p_{2T})}{(p_{1T} - p_1)}$$

Esistono altri coefficienti molto importanti usati per studiare le turbomacchine, e sono il *coefficiente di Lift* e il *coefficiente di Drag*.

Prima di introdurli è bene soffermarsi su come le forze di portanza e di resistenza agiscono sui profili palettati (si considerano quelli statorici per eliminare l'influenza della velocità di rotazione).

Innanzitutto bisogna definire un sistema di riferimento x-y su cui basarsi per determinarle (fig. 1.17):

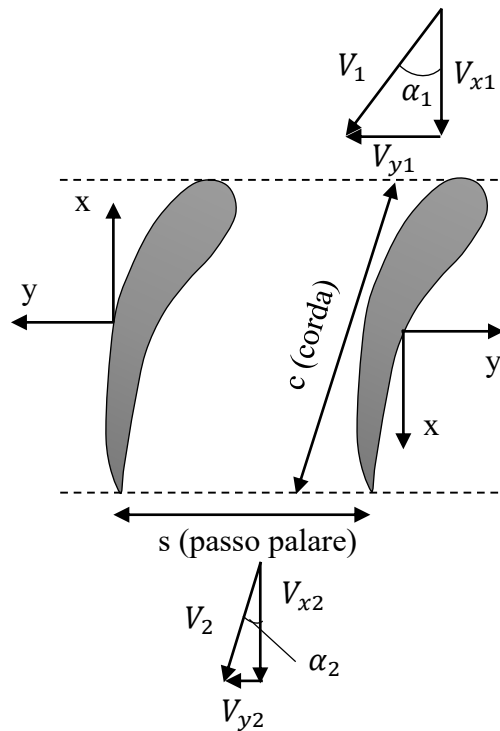


Figura 1.17 Bilancio di momento sui profili palettati statorici

Se per ipotesi la velocità assiale V_x rimane costante tra ingresso e uscita e il fluido è incomprimibile, la forza assiale X applicata dalla palettatura al fluido (tramite il bilancio del momento) risulta essere:

$$X = (p_2 - p_1)s$$

Applicando il *teorema di Bernoulli*:

$$\frac{X}{s} = \frac{1}{2}\rho(V_1^2 - V_2^2) - \Delta p_0$$

Con Δp_0 pari alla perdita di pressione totale.

La stessa procedura la si può adottare per trovare la forza tangenziale Y , sfruttando stavolta gli angoli e le componenti di velocità:

$$Y = \rho V_x s (V_{y1} - V_{y2})$$

$$\frac{Y}{s} = \rho V_x^2 (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2)$$

Per semplificare i successivi passaggi, si definisce la velocità media V_m e l'angolo medio α_m :

$$V_m = V_x (\sec \alpha_m)$$

$$\tan \alpha_m = \frac{1}{2} \left(\frac{V_{y1} + V_{y2}}{V_x} \right) = \frac{1}{2} (\tan \alpha_1 + \tan \alpha_2)$$

La *forza di Lift* L viene definita come la risultante ortogonale alla velocità media, mentre la *forza di Drag* D come la risultante parallela alla velocità media:

$$L = X(\sin \alpha_m) + Y(\cos \alpha_m)$$

$$D = Y(\sin \alpha_m) - X(\cos \alpha_m)$$

Arrangiando le equazioni appena viste si possono ottenere le seguenti relazioni:

$$L = \rho s V_x^2 \sec \alpha_m (\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) - s \Delta p_0 (\sin \alpha_m)$$

$$D = s \Delta p_0 (\cos \alpha_m)$$

Da cui è possibile ricavare i *coefficienti di Lift e di Drag*:

$$c_L = \frac{L}{\frac{1}{2}\rho(V_m^2)c} = \frac{2s}{c}(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_m - \frac{s \Delta p_0}{\frac{1}{2}\rho(V_m^2)c}(\sin \alpha_m)$$

$$c_D = \frac{D}{\frac{1}{2}\rho(V_m^2)c} = \frac{s \Delta p_0}{\frac{1}{2}\rho(V_m^2)c}(\cos \alpha_m)$$

Da queste relazioni è visibile come i due coefficienti siano legati tra di loro:

$$c_L = \frac{2s}{c}(\tan \alpha_1 - \tan \alpha_2) \cos \alpha_m - c_D(\tan \alpha_m)$$

Di solito il rapporto c_L/c_D assume valori superiori a 40 nel caso di compressori assiali, Come nel caso del compressore assiale riportato in fig. 1.18:

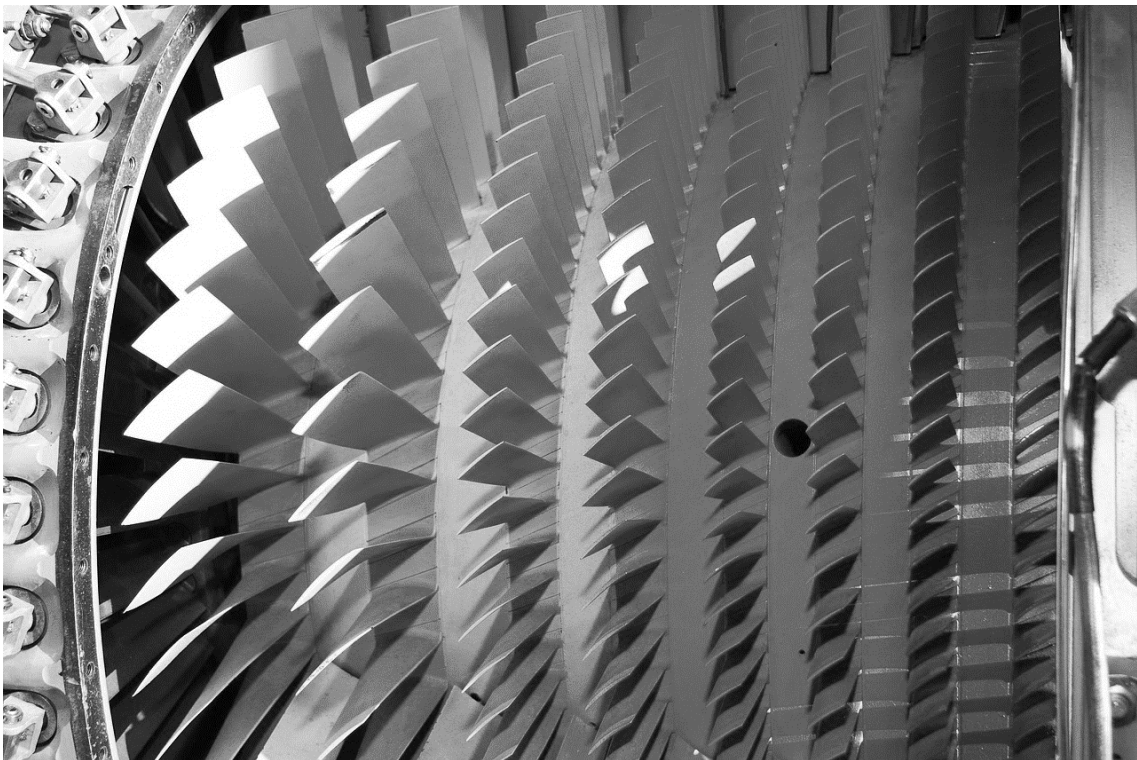


Figura 1.18 Condotti palettati mobili di un compressore assiale aeronautico

1.2.5 Mappa di funzionamento di un compressore assiale

Gli stadi dei compressori assiali hanno la caratteristica di elaborare elevate portate d'aria e di mantenere un alto rendimento, senza ottenere però un grande rapporto di compressione.

Diagrammando la portata di massa Q_0 in funzione del rapporto di pressione per un compressore assiale si ottiene la sua *mappa di funzionamento*, rappresentata da una curva quasi verticale in condizione di design che mostra come la portata sia pressoché costante e la pressione variabile.

Inoltre, sfruttando il principio di similitudine (due macchine sono simili se i rapporti di tutte le corrispondenti dimensioni, componenti di velocità e forze sono uguali) è possibile rappresentare sulla stessa mappa di funzionamento più curve del compressore assiale al variare della sua velocità operativa N (fig. 1.19):

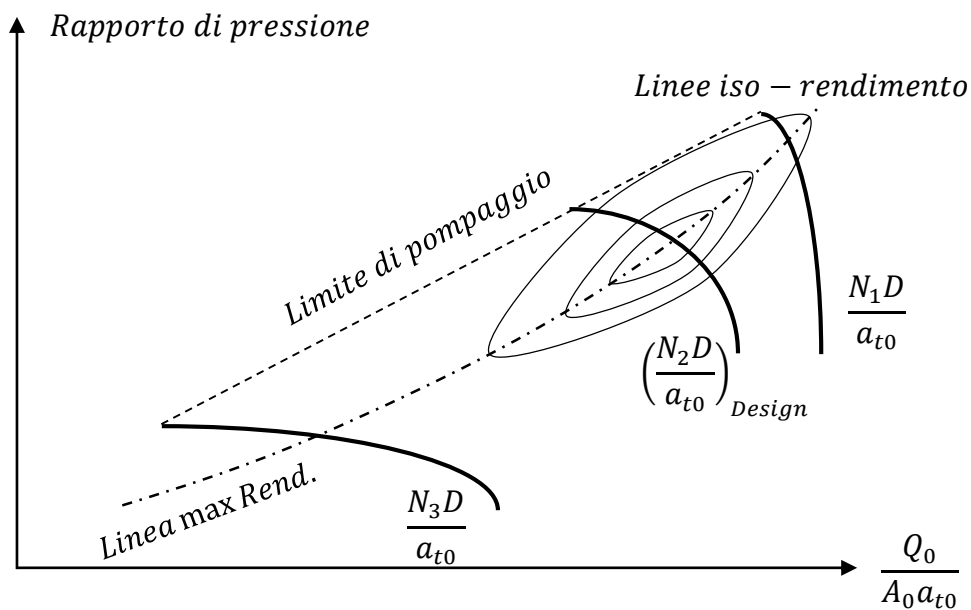


Figura 1.19 Mappa di funzionamento di un compressore assiale al variare della velocità operativa

La portata Q_0 è normalizzata rispetto alla velocità del suono totale del fluido all'ingresso a_{t0} e rispetto all'area di ingresso A_0 (in modo da garantire che i numeri di Mach assiali all'ingresso siano simili).

Mentre la velocità angolare operativa N viene normalizzata rispetto alla velocità del suono totale del fluido all'ingresso a_{t0} e moltiplicata per un diametro caratteristico D (in modo da garantire che i numeri di Mach tangenziali siano simili).

1.2.5 Stallo e pompaggio di compressori assiali

Lo *stallo* e il *pompaggio* sono fenomeni che possono risultare catastrofici per le performance richieste dalla macchina.

Nel caso di compressori assiali quando si raggiunge il punto in cui si ha il massimo rapporto di pressione e si cerca di ridurre la portata di massa elaborata, si arriva ad ottenere un improvviso e definito cambiamento nella configurazione del compressore assiale stesso.

Oltre questo punto il compressore entra nella zona definita “*pompaggio*” o “*stallo*”, come riportato in fig. 1.19.

Per comprendere meglio i termini *stallo* e *pompaggio*, bisogna prima capire come questi fenomeni si generano:

➤ *Stallo*

In fig. 1.20a si può notare come un compressore assiale abbia un range di portata molto limitato e spesso la presenza dello stallo è avvertibile solamente da un cambiamento del suono prodotto dalla macchina stessa o da strumenti di misurazioni installati al suo interno, in questo caso lo stallo prende il nome di *stallo progressivo*.

Quando la macchina invece entra effettivamente in condizioni di stallo, il punto operativo di design cala rapidamente lungo la linea tratteggiata come fig. 1.20b , e questa volta lo stallo viene definito *stallo improvviso*.

Lo stallo genera delle “celle” lungo i canali palari della macchina in cui il flusso si trova effettivamente in condizioni di stallo, facendo in modo che lungo l’intera circonferenza di passaggio i canali palari siano attraversati da portate differenti e non più da una portata costante.

I canali palari caratterizzati dallo stallo hanno portate minori rispetto agli altri canali palari, e possono essere distribuiti lungo l’intera circonferenza di passaggio oppure possono essere concentrati a formare un’unica “cella”.

➤ *Pompaggio*

Il *pompaggio* causa variazioni di portata nel tempo e può essere così violento da causarne l’inversione lungo gli stessi canali palari del compressore, oppure può essere graduale facendo in modo che il punto operativo orbiti attorno al punto di massimo rapporto di compressione (fig. 1.20c).

Uno dei principali effetti che può causare il *pompaggio* è quello di far aumentare i carichi trasversali sulla palettatura rotante, i quali possono provocare seri danni alla palettatura stessa.

Da sottolineare che quando si verifica lo stallo, la diminuzione di portata che ne consegue arriva a modificare la condizione di ingresso del flusso nel condotto palare (cioè la sua incidenza).

I condotti palari che subiscono un aumento di incidenza tenderanno allo stallo, il quale tenderà di conseguenza a svilupparsi nella direzione in cui l'incidenza aumenta.

Nel caso di una palettatura mobile, questo significa che un osservatore relativo vedrà le "celle" di stallo si muoveranno in senso opposto rispetto alla palettatura mobile.

Mentre un osservatore fisso vedrà le "celle" di stallo muoversi nello stesso senso della palettatura mobile ma ad una velocità di rotazione minore.



Figura 1.20a Stallo progressivo

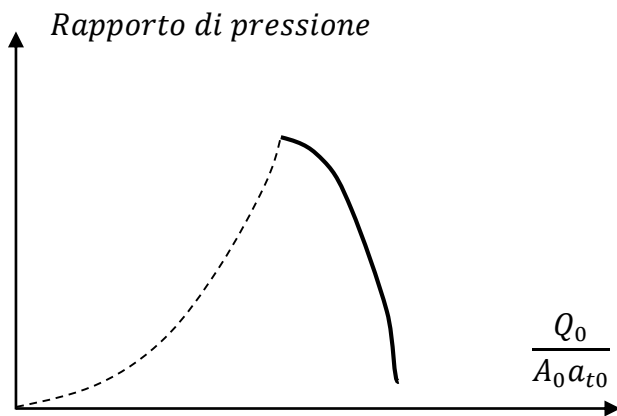


Figura 1.20b Stallo improvviso

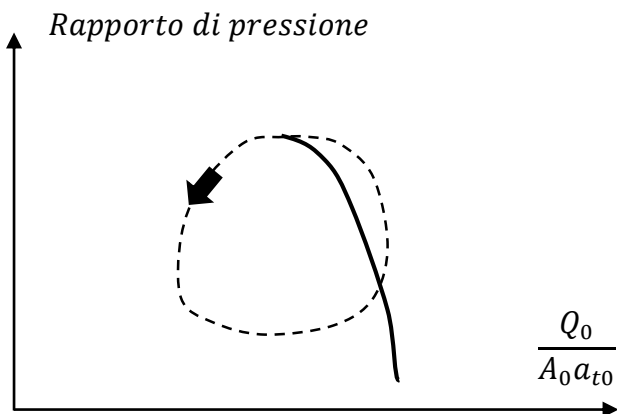


Figura 1.20c Pompaggio

1.3 Fluidodinamica computazionale

I compressori assiali transonici servono per massimizzare il rapporto di pressione di ogni singolo stadio e l'efficienza, al fine di ridurre il numero di stadi, la massa, le dimensioni, il consumo di combustibile e i costi.

I compressori assiali transonici hanno la particolarità di avere un regime di moto supersonico al tip del profilo palare mobile (Mach relativo di circa 1.3 e velocità prossime ai 500 m/s), dove si localizza il più alto valore di entropia.

Il tip clearance è infatti sede di vortici che interagiscono con **l'onda d'urto di passaggio**, creando fenomeni oscillatori che fluttuano nel tempo.

Tuttavia, sono proprio le onde d'urto che permettono di aumentare il rapporto di pressione dello stadio fino a valori intorno a 1.7-1.8 .

La **fluidodinamica computazionale (CFD)** è uno strumento molto potente e affidabile che permette al progettista di migliorare la comprensione del campo di moto analizzato e di implementare modelli di calcolo idonei al tipo di macchina studiata.

Inoltre, risulta molto utile come complemento alla prototipazione, al raccoglimento e alla gestione di enormi quantità di dati (big data) e esecuzione virtuale di misure non realizzabili per via sperimentale.

La CFD comprende tutte le tecniche numeriche finalizzate alla simulazione della dinamica di sistemi fluidi:

- Grandezze fluidodinamiche: velocità, densità, quantità di moto, ...
- Trasferimento di massa: evaporazione, diffusione di specie, ...
- Scambio termico: trasferimento di calore per conduzione, convezione e irraggiamento, ...
- Reazioni chimiche: combustione, ...

Oggigiorno la ricerca interdisciplinare focalizzata sui compressori transonici, sta cercando di raggiungere i seguenti obiettivi:

- Stabilire modelli affidabili e accurati per lo studio di sistemi aeroelastici non stazionari;
- Migliorare la comprensione di sistemi fluido-strutturali accoppiati per compressori transonici in materiale composito;
- Consentire lo sviluppo di metodi predittivi.

Con la potenza di calcolo disponibile al giorno d'oggi è possibile simulare modelli tridimensionali in regime non stazionario, includendo gli effetti di compressibilità del fluido e lo strato limite.

Tuttavia, nel caso il sistema da studiare sia molto complesso, si usano le seguenti semplificazioni:

- Periodicità e simmetria del sistema;
- Turbolenza non risolta per piccoli vortici;
- Perturbazioni acustiche non considerate;
- Deformazioni lineari senza interazioni bi-direzionali fluido-struttura.

Le tecniche CFD sfruttano le **equazioni differenziali di Navier-Stokes** per simulare le variazioni delle grandezze in ambienti tridimensionali.

Il set di equazioni che governano la dinamica dell'ambiente simulato si basa sulle **leggi fondamentali della fisica e della termodinamica** (legge di conservazione della massa, prima legge della termodinamica e seconda legge di Newton) e sulle seguenti ipotesi:

- Il fluido viene considerato come un continuo;
- La scala è macroscopica ($> 1 \mu\text{m}$);
- Le proprietà del fluido sono in funzione delle tre dimensioni e del tempo.

Il set di **equazioni di Navier-Stokes per fluidi comprimibili** è il seguente:

I. *Conservazione della massa:*

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{u}) = 0$$

L'incremento di massa nell'elemento infinitesimo di fluido è pari al flusso di massa entrante nell'elemento di fluido infinitesimo;

II. *Conservazione quantità di moto:*

$$\frac{\partial \rho \vec{u}}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{u} \vec{u}) = \nabla \vec{\tau} + \rho \vec{f}$$

L'incremento di quantità di moto dell'elemento infinitesimo di fluido è uguale alla somma delle forze agenti sull'elemento infinitesimo di fluido;

III. *Conservazione dell'energia:*

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{u} e) = \nabla (\vec{\tau} \vec{u}) + \rho \vec{f} \vec{u} + \nabla (k \nabla T)$$

L'incremento di energia dell'elemento infinitesimo di fluido è uguale al flusso di calore che attraversa l'elemento infinitesimo di fluido più il lavoro fatto sullo stesso elemento infinitesimo di fluido;

IV. *Equazioni di stato:*

$$p = p(\rho, T)$$

$$i = i(\rho, T)$$

Queste equazioni permettono di collegare le prime tre equazioni tra loro;

V. *Modello per gli sforzi viscosi di un fluido Newtoniano:*

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla(u)$$

$$\tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla(v)$$

$$\tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla(w)$$

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)$$

$$\tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)$$

Dove λ è un termine legato alle deformazioni volumetriche e μ è un termine legato alle deformazioni lineari.

La deformazione locale è pari alla somma della deformazione lineare più la deformazione volumetrica.

Il sistema di equazioni è chiuso e risolvibile dato che si hanno *13 equazioni in 13 incognite*, quali:

- Campo di velocità: u, v, w
- Componenti degli sforzi viscosi: $\tau_{xx}, \tau_{yy}, \tau_{zz}, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$
- Grandezze termodinamiche: p, ρ, i, T

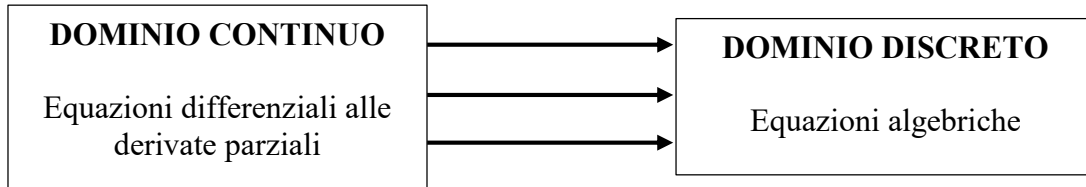
Inoltre, non bisogna tralasciare *le condizioni al contorno* che sono:

- Dirichlet: condizioni sul valore e sulla distribuzione della variabile;
- Neumann: condizioni sul gradiente normale della variabile;
- Robin: un mix delle prime due condizioni.

Le tecniche CFD adottano risoluzioni numeriche, che si avvalgono di tre metodi:

- *Convergenza*: la proprietà di un metodo numerico di produrre una soluzione che si avvicina alla soluzione esatta;
- *Consistenza*: lo schema numerico che produce sistemi di equazioni algebriche che eguagliano le equazioni differenziali originali;
- *Stabilità*: la riduzione degli errori durante la risoluzione numerica.

La risoluzione del sistema fluido simulato è possibile tramite la sua *discretizzazione temporale* (l'intervallo di tempo simulato viene suddiviso in un numero finito di intervalli temporali) e *spaziale* (il dominio simulato viene rappresentato tramite un numero finito di regioni limitate).



Lo spazio viene discretizzato tramite la suddivisione in un numero finito di regioni (*celle*), ciascuna delimitata da linee/superfici e associata ad uno o più punti (*nodi*), come in fig. 1.21:

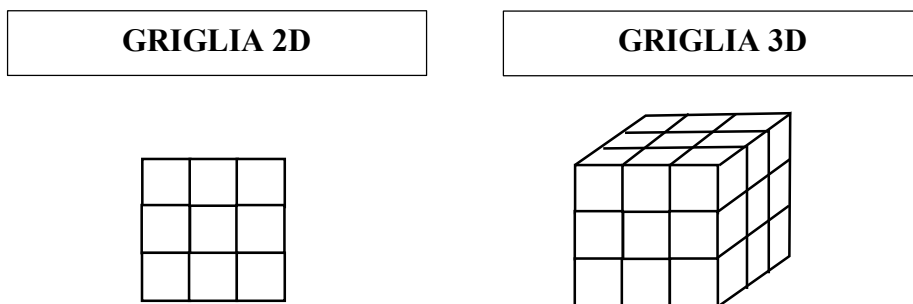


Figura 1.21 Griglia o mesh 2D e 3D

Si parla di *griglia* (o *mesh*) per indicare l'insieme di nodi ed elementi che rappresentano lo spazio discretizzato.

La griglia permette di convertire le equazioni differenziali in equazioni algebriche, e ciascuna grandezza viene calcolata in corrispondenza di ciascun nodo (fig. 1.22).

Per esempio, l'equazione di continuità discretizzata nel tempo e nello spazio diventa:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla (\rho \vec{u}) = 0$$

$$\frac{\rho_i^{h+1} - \rho_i^h}{t_{h+1} - t_h} + \frac{(\rho u)_{i+1}^h - (\rho u)_{i-1}^h}{x_{i+1} - x_{i-1}} = 0$$

Figura 1.22 Discretizzazione lineare

Riassumendo, una simulazione numerica segue questi otto step:

1. *Definizione degli obiettivi:*
Comprensione delle incognite della simulazione e del modello fisico necessario a raggiungere gli obiettivi;
2. *Identificazione del dominio:*
Stabilire i limiti del dominio simulare e le opportune condizioni al contorno;
3. *Definizione della geometria:*
Creazione del modello 1D, 2D o 3D;
4. *Generazione della mesh:*
Discretizzazione del dominio in un numero finito di elementi;
5. *Set-up dei parametri fisici:*
Impostazione delle proprietà del fluido e delle condizioni al contorno;
6. *Set-up del solutore:*
Scelta del tipo di solutore, dei criteri di convergenza della soluzione, delle variabili da monitorare per verificare il raggiungimento della convergenza;
7. *Calcolo della soluzione:*
Risoluzione delle equazioni algebriche fino a convergenza (non è però detto che una soluzione a convergenza sia necessariamente esatta);
8. *Elaborazione dei risultati:*
Visualizzazione ed elaborazione dei risultati forniti dal solutore per verificare che la soluzione sia attendibile con i dati sperimentali disponibili e compatibile con la realtà fisica del fenomeno simulato, entro un certo livello di accuratezza. L'accuratezza di una soluzione dipende in generale da:
 - I. Appropriatezza ed accuratezza dei modelli fisici impiegati;
 - II. Risoluzione della mesh;
 - III. Errore numerico intrinseco ad ogni tecnica che prevede l'utilizzo di calcolatori.

1.3.1 Accenno al fenomeno della turbolenza e ai modelli numerici

La **turbolenza è un moto irregolare, con generazioni di vortici**, che influenza il moto dei fluidi e che produce variazioni nel tempo e nello spazio delle grandezze fisiche e termodinamiche (fig.1.23):



Figura 1.23
Vortici di turbolenza
in un fluido
("Introduction to
Computational Fluid
Dynamic, A. Dal
Monte)

Per studiare e stimare gli effetti di questo fenomeno, si utilizzano tre modelli numerici (fig. 1.24):

1) DNS (Direct Numerical Simulation):

Permette di risolvere numericamente le equazioni di Navier-Stokes permettendo di studiare vari parametri con accuratezza e senza utilizzare modelli empirici. Questo modello viene utilizzato nel caso di geometrie semplici e per risolvere flussi con bassa turbolenza, essendo il costo computazionale molto elevato;

2) LES (Large Eddy Simulation):

Si concentra sulla risoluzione delle strutture turbolente di dimensione maggiore, le quali costituiscono il contributo energetico più rilevante e pertanto sono responsabili della maggior parte degli effetti prodotti dalla turbolenza. Come costo computazionale è una via di mezzo tra il modello DNS e il modello RANS;

3) RANS (Reynolds Averaged Navier-Stokes):

Le fluttuazioni del campo di moto del fluido vengono mediate nel tempo. È il metodo più utilizzato nella pratica industriale, dato che richiede un costo computazionale molto più basso rispetto agli altri due modelli e genera soluzioni attendibili anche per sistemi complessi.

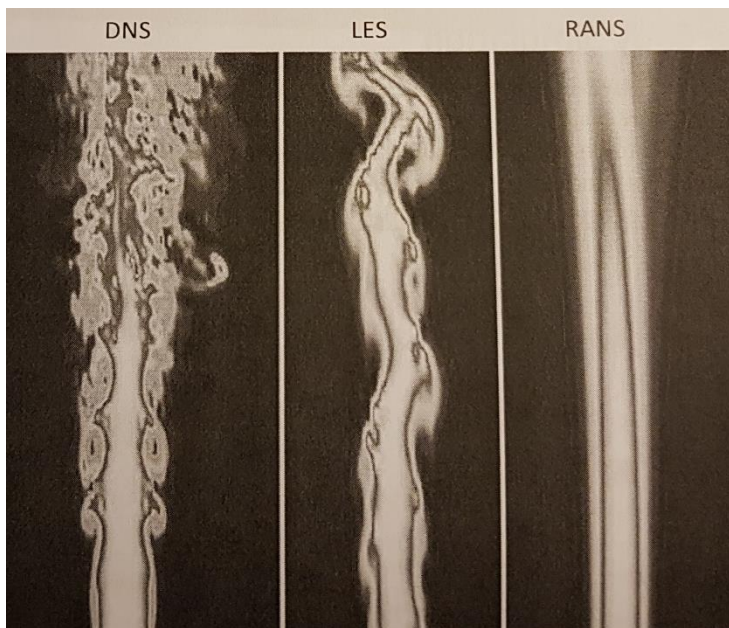


Figura 1.24
Confronto tra i tre
modelli di
turbolenza
(“Introduction to
Computational
Fluid Dynamic, A.
Dal Monte)

2. Elementi di Progettazione Meccanica

La sopravvivenza dei componenti meccanici dipende da come il progettista riesce a gestire e a regolare la tensione massima, in modo che questa sia inferiore alla resistenza del componente in una specifica zona di interesse.

Il progettista deve fare in modo che la tensione massima sia inferiore alla resistenza con un margine tale che non si arrivi a rottura.

La resistenza è una proprietà di un materiale o di un componente meccanico.

La resistenza di un componente meccanico dipende dalla scelta, dal trattamento e dal processo di fabbricazione del materiale.

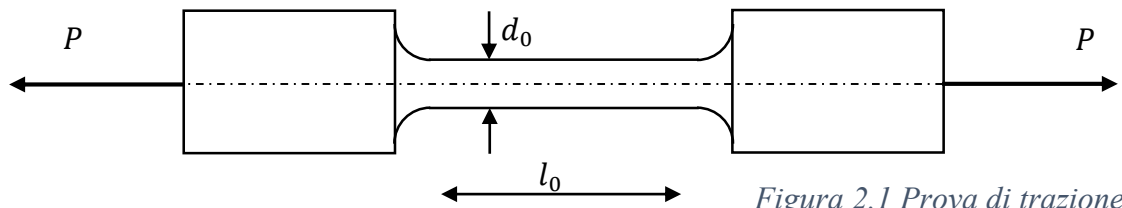
La tensione è una proprietà temporanea in un punto specifico del componente meccanico, e dipende da diversi fattori quali: funzione di carico, geometria, temperatura, processo di fabbricazione del materiale, ...

2.1 Resistenza e rigidità del materiale

La scelta del materiale per un componente meccanico è una delle decisioni più importanti.

Nonostante la tensione e la deformazione siano grandezze importanti nella progettazione dei componenti meccanici delle macchine, la scelta del materiale non è sempre e solo basata su di essi.

Per definire le principali grandezze che caratterizzano la resistenza del materiale, si utilizza un provino sottoposto ad una prova di trazione unificata (fig. 2.1):



$d_0 = \text{diametro iniziale [mm]}$

$l_0 = \text{lunghezza iniziale [mm]}$

$P = \text{carico di trazione [N]}$

La *tensione applicata* sulla sezione resistente circolare A_0 del provino è pari a:

$$\sigma = \frac{P}{A_0} = \frac{P}{\frac{1}{4} \pi d^2}$$

L'*allungamento* del provino è invece:

$$\Delta l = l - l_0$$

Dove l è la lunghezza del tratto utile a seguito dell'applicazione del carico P .

Infine, la deformazione del provino è la seguente:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

Da cui è possibile ricavare la *legge di Hooke* in campo lineare e in stato mono-assiale:

$$\sigma = E \varepsilon$$

La costante di proporzionalità E è chiamata *modulo di Young* o *modulo di elasticità*, ed è una misura della rigidezza del materiale (l'acciaio per esempio ha un modulo di elasticità circa pari a 207 GPa, mentre per l'acciaio inossidabile vale circa 190 GPa).

Di seguito viene riportato il diagramma di tensione-deformazione ottenuto dalla prova di trazione di un provino in materiale duttile (fig. 2.2):

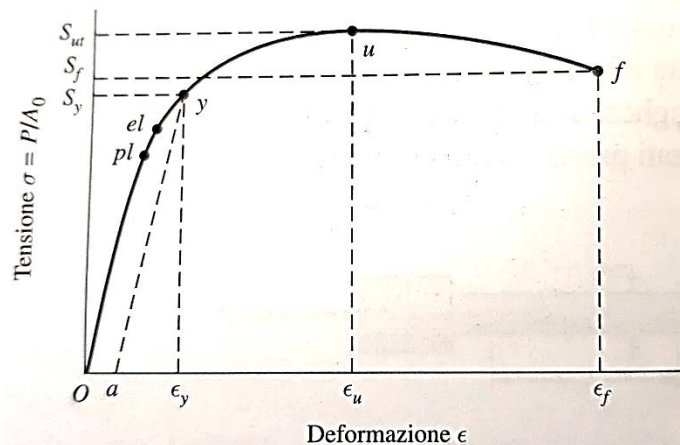


Figura 2.2 Diagramma di tensione-deformazione di un provino in materiale duttile ("Progetto e costruzione di macchine", 2011, Shigley, R. G. Budynas e J. K. Nisbett)

Le grandezze riportate in fig 2.2 sono le seguenti:

- $p_l - el$ (limite di elasticità):
se il provino viene caricato oltre questo punto, la deformazione diventa plastica e il materiale assumerà una deformazione permanente quando il carico viene rimosso;
- S_y (limite di snervamento):
punto in cui la deformazione inizia ad aumentare molto rapidamente senza un particolare incremento in tensione;
- S_{ut} (resistenza a trazione):
punto di cui si ha la massima tensione raggiungibile;
- S_f (resistenza ultima a rottura):
il materiale mostra un andamento discendente dopo che è stata raggiunta la tensione massima e si rompe.

2.2 Criterio di resistenza dell'energia di distorsione per materiali duttili

Il comportamento strutturale dei materiali viene classificato in duttile o fragile, anche se in alcune particolari situazioni si verificano cedimenti fragili di materiali normalmente duttili.

I *materiali duttili* sono caratterizzati da un allungamento percentuale alla rottura di $\varepsilon_f > 0.05$ e presentano un valore della tensione di snervamento identificabile in modo chiaro e di solito simile in trazione e in compressione.

D'altra parte, i *materiali fragili* sono caratterizzati da allungamenti di $\varepsilon_f < 0.05$ e non mostrano un valore della tensione di snervamento chiaramente identificabile, di conseguenza vengono classificati sulla base delle tensioni ultime di resistenza a trazione e a compressione.

Il criterio di resistenza maggiormente utilizzato nel caso di materiali duttili (come l'acciaio) è il *criterio dell'energia di distorsione per materiali duttili (ED)*.

Questo criterio assume che lo snervamento avvenga quando l'energia di distorsione per unità di volume raggiunge o oltrepassa l'energia di distorsione per unità di volume necessaria a snervare lo stesso materiale durante la prova di trazione o compressione semplice.

Questo criterio parte dall'osservazione che i materiali duttili soggetti a uno stato di tensione idrostatico, mostrano una resistenza allo snervamento superiore al valore misurabile nella prova di trazione semplice.

Come modello di riferimento per affrontare questo criterio, si prende un volume unitario soggetto al generico stato di tensione triassiale, rappresentato dalle componenti principali di tensione $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.
Essendo lo stato di tensione idrostatico, si avrà la stessa componente di *tensione principale* σ_m agente lungo le tre direzioni (fig. 2.3):

$$\sigma_m = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

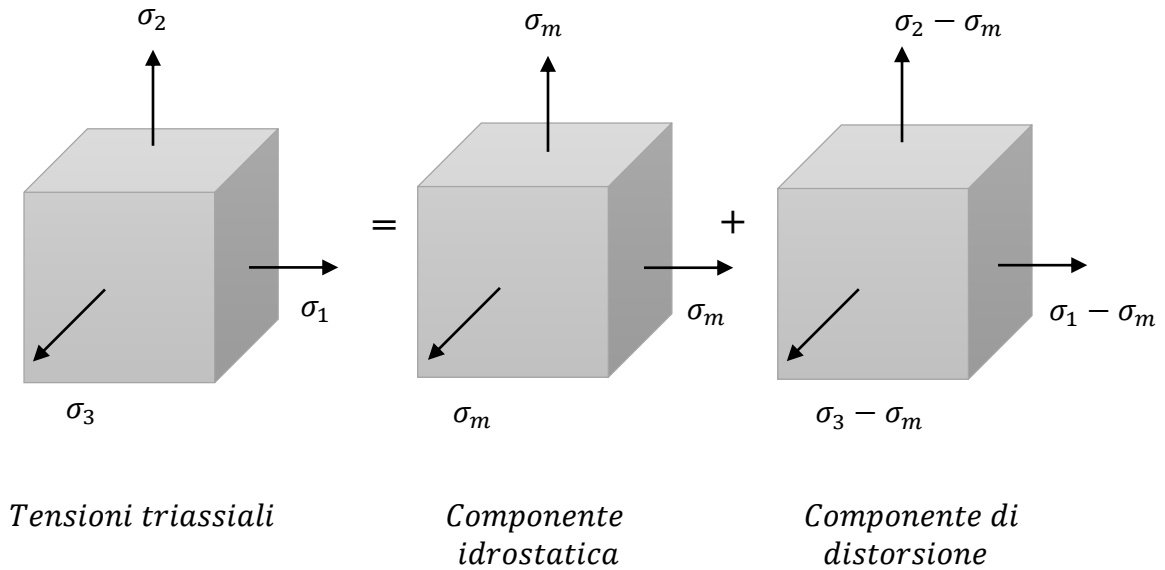


Figura 2.3 Elemento in stato triassiale di tensione

Per l'elemento riportato in fig. 2.3 l'energia di deformazione per unità di volume u è pari a:

$$u = \frac{1}{2}(\varepsilon_1\sigma_1 + \varepsilon_2\sigma_2 + \varepsilon_3\sigma_3)$$

E sfruttando le relazioni relative alle deformazioni principali elastiche, si può scrivere l'energia di deformazione per unità di volume u nel seguente modo (dove ν è il modulo di Poisson del materiale):

$$u = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1))$$

L'energia di deformazione necessaria a produrre la sola variazione di volume si ottiene sostituendo σ_m al posto di $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$:

$$u_v = \frac{3\sigma_m^2}{2E}(1 - 2\nu) = \frac{1 - 2\nu}{6E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_2\sigma_3 + 2\sigma_3\sigma_1)$$

Infine, l'energia di distorsione si ottiene combinando le relazioni sopra riportate:

$$u_d = u - u_v = \frac{1 + \nu}{3E} \left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right)$$

Nel caso della prova di trazione quasi statica allo snervamento:

$$\sigma_1 = S_y \quad ; \quad \sigma_2 = 0 \quad ; \quad \sigma_3 = 0$$

$$u_d = \frac{1 + \nu}{3E} S_y^2$$

In conclusione, lo *snervamento* comincia quando si verifica questa condizione:

$$\sqrt{\left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right)} \geq S_y$$

Il termine a sinistra assume il significato di termine equivalente, o tensione efficace del generico stato tensionale dato da $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$.

La *tensione equivalente* è conosciuta con il nome di *tensione di Von-Mises* σ' :

$$\sqrt{\left(\frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right)} = \sigma' \geq S_y$$

Nel caso di stato piano di tensione, con σ_A e σ_B le due componenti principali di tensione, la tensione equivalente diventa:

$$\sqrt{((\sigma_A)^2 - \sigma_A \sigma_B + (\sigma_B)^2)} = \sigma'$$

Si nota che l'equazione appena scritta rappresenta un'ellisse ruotato (fig. 2.4) nel piano $\sigma_A - \sigma_B$:

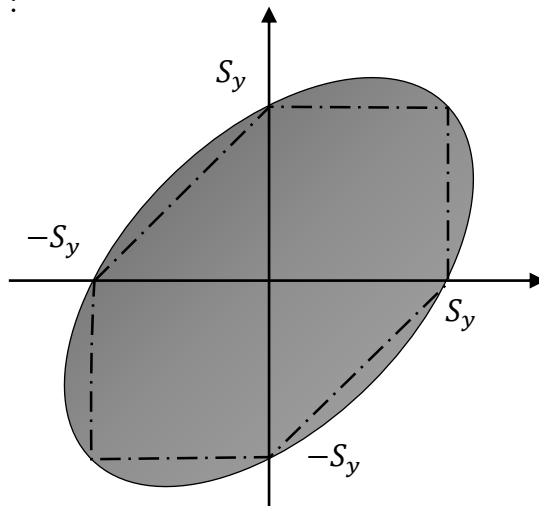


Figura 2.4 Ellisse del criterio dell'energia di distorsione

2.3 Carichi variabili nel tempo e resistenza a fatica

Nella maggior parte delle prove sulla resistenza dei materiali, che hanno come risultato il diagramma tensione-deformazione, il carico è applicato gradualmente per dare sufficiente tempo alle deformazioni di svilupparsi completamente.

Queste prove prendono il nome di *prove statiche*.

In generale, capita molto spesso la condizione in cui le tensioni variano nel tempo, o fluttuano tra due livelli.

Infatti, componenti di macchine si rompono a causa di tensioni ripetute o variabili nonostante un'accurata analisi rivela che la massima tensione è ben al di sotto della tensione di rottura del materiale e anche della stessa tensione si snervamento.

La caratteristica di queste rotture è che i cicli di tensione si ripetono per un numero molto elevato di volte nel tempo (*rottura a fatica*).

Tra le varie condizioni che possono ridurre la vita a fatica ci sono: le tensioni residue di trazione, le elevate temperature e la loro variazione nel tempo, un ambiente corrosivo e le alte frequenze dei cicli di carico.

2.3.1 Resistenza a fatica e limite di fatica

I risultati sono ottenuti sperimentalmente da test che utilizzano provini standard sollecitati con un carico spesso di flessione pura, sinusoidale e alternata.

Per stabilire la resistenza a fatica del materiale sono richieste diverse prove a differenti valori di sollecitazione.

Questo procedimento è iterato, e i risultati sono riportati in un *diagramma doppio logaritmico (S-N)* che riporta in ordinata la resistenza a fatica (tensione S) e in ascissa la vita del materiale (numero di cicli N).

Nel caso dell'acciaio, il diagramma S-N presenta un "ginocchio" oltre il quale la rottura non si verifica, indipendente dal numero di cicli (fig. 2.5).

La resistenza corrispondente al "ginocchio" è chiamata *limite di fatica* S_e .

Si nota che un singolo ciclo di tensione (N=1) è costituito da un'applicazione e rimozione del carico e da un'altra applicazione e rimozione del carico in direzione opposta (se il ciclo di carico è alternato).

Il fenomeno della fatica tra N=1 e N=1000 viene classificato come *fatica a basso numero di cicli*, mentre per un numero maggiore di N=1000 si parla di *fatica ad alto numero di cicli*.

Si distingue inoltre una *regione a vita finita* e una *regione a vita infinita*, che per gli acciai si aggira tra i 10^6 e i 10^7 cicli.

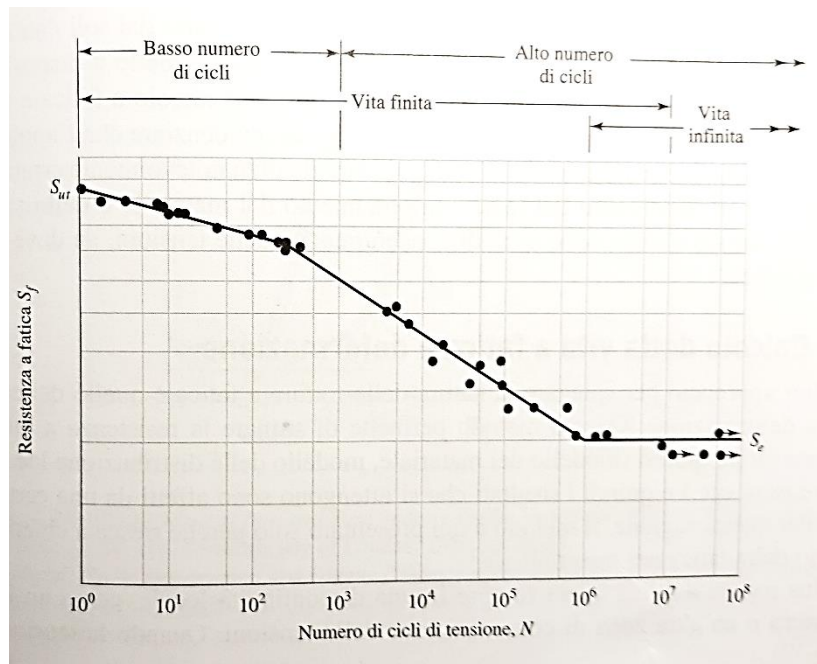


Figura 2.5 Diagramma S-N ottenuto dalle prove di fatica con cicli di tensione assiale alternata per un acciaio normalizzato UNS G41300. Con tensione media di rottura 800 MPa e tensione massima di rottura 860 MPa. (Dati da: NACA Tech, Note 3866, del dicembre 1966)

I fattori in grado di modificare il limite a fatica del provino, sono:

- Condizioni superficiali;
- Forma geometrica;
- Tipo di sollecitazione;
- Temperatura;
- Materiale;
- Concentrazione delle tensioni;
- Cicli di tensioni complessi;
- Combinazione di più carichi contemporaneamente;
- Frequenza e ampiezza variazioni delle tensioni nel tempo;
- ...

2.3.2 Caratterizzazione di cicli di tensioni sinusoidali

Si è compreso che se un ciclo di un carico presenta un singolo massimo (tutti i massimi relativi del ciclo sono uguali al valore massimo) e un singolo minimo (tutti i minimi relativi del ciclo sono uguali al valore minimo), la forma del ciclo non è importante, mentre i valori massimo e minimo del ciclo lo sono.

Quindi la *forza massima* F_{max} e la *forza minima* F_{min} di un ciclo possono essere utilizzate per caratterizzare il ciclo stesso (fig. 2.6).

Un altro parametro che può essere utilizzato è la *linea media su cui si sviluppa il ciclo*. Note la F_{max} e la F_{min} , si può calcolare la *forza media* F_m e la *forza alternata* F_a del ciclo:

$$F_m = \left| \frac{F_{max} + F_{min}}{2} \right| \quad ; \quad F_a = \left| \frac{F_{max} - F_{min}}{2} \right|$$

Passando dalle forze alle tensioni, si ottengono la *tensione media* σ_m e la *tensione alternata* σ_a del ciclo:

$$\sigma_m = \left| \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \right| \quad ; \quad \sigma_a = \left| \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \right|$$

Si definisce *rapporto di tensione*:

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}}$$

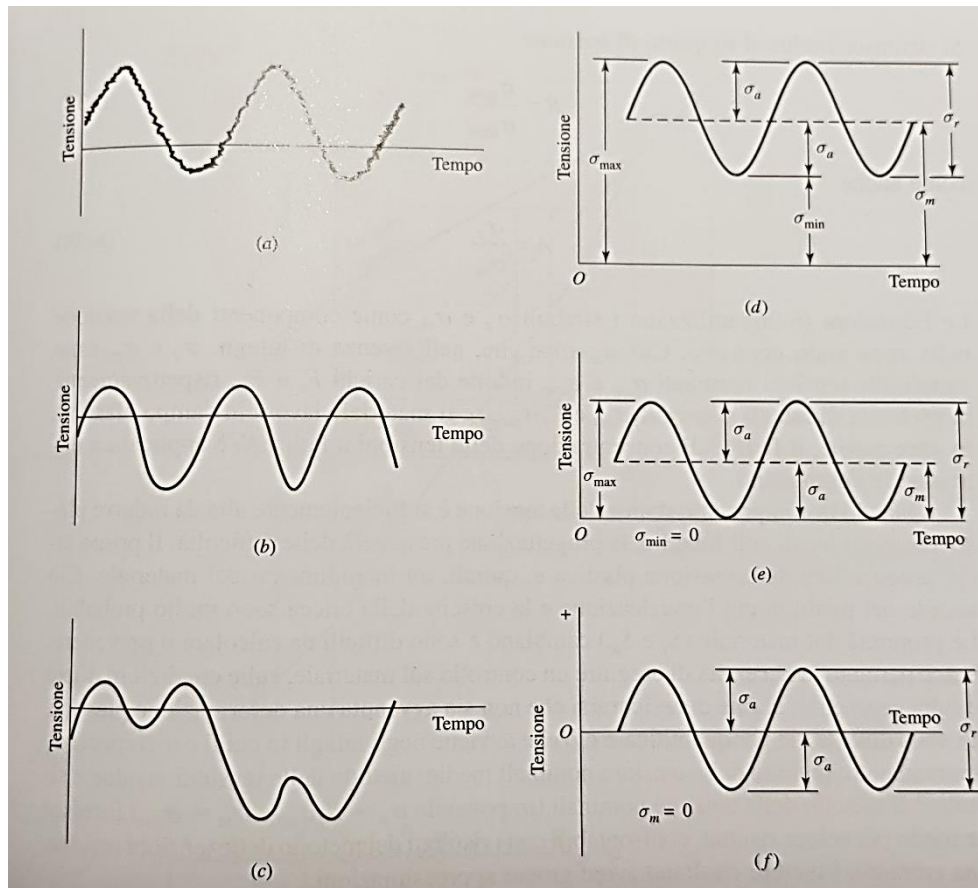


Figura 2.6 (a) Tensione variabile nel tempo con ondulazioni ad alta frequenza; (b , c) cicli di tensione non sinusoidali; (d) ciclo di tensione sinusoidale; (e) ciclo di tensione dallo zero; (f) ciclo di tensione alterno simmetrico. (“Progetto e costruzione di macchine”, 2011, Shigley, R. G. Budynas e J. K. Nisbett)

σ_{min} = tensione minima ; σ_{max} = tensione massima
 σ_a = semiampiezza di tensione ; σ_m = componente media
 σ_r = variazione della tensione ; σ_s = tensione statica

2.3.3 Diagramma di Goodman modificato

Il *diagramma di Goodman modificato* in fig. 2.7 riporta la tensione media in ascissa e tutte le altre componenti caratteristiche del ciclo in ordinata, con le tensioni di trazione nella direzione positiva.

La linea delle tensioni medie è una semiretta inclinata di 45° dall'origine verso i valori positivi delle tensioni nel componente.

Il *diagramma di Goodman modificato* è costituito dalle linee tracciate a partire da S_e (limite di fatica) al di sopra e al di sotto dell'origine. Da sottolineare che anche il carico di snervamento è tracciato su entrambi gli assi, poiché lo snervamento sarebbe il criterio di rottura qualora σ_{max} superasse S_y :

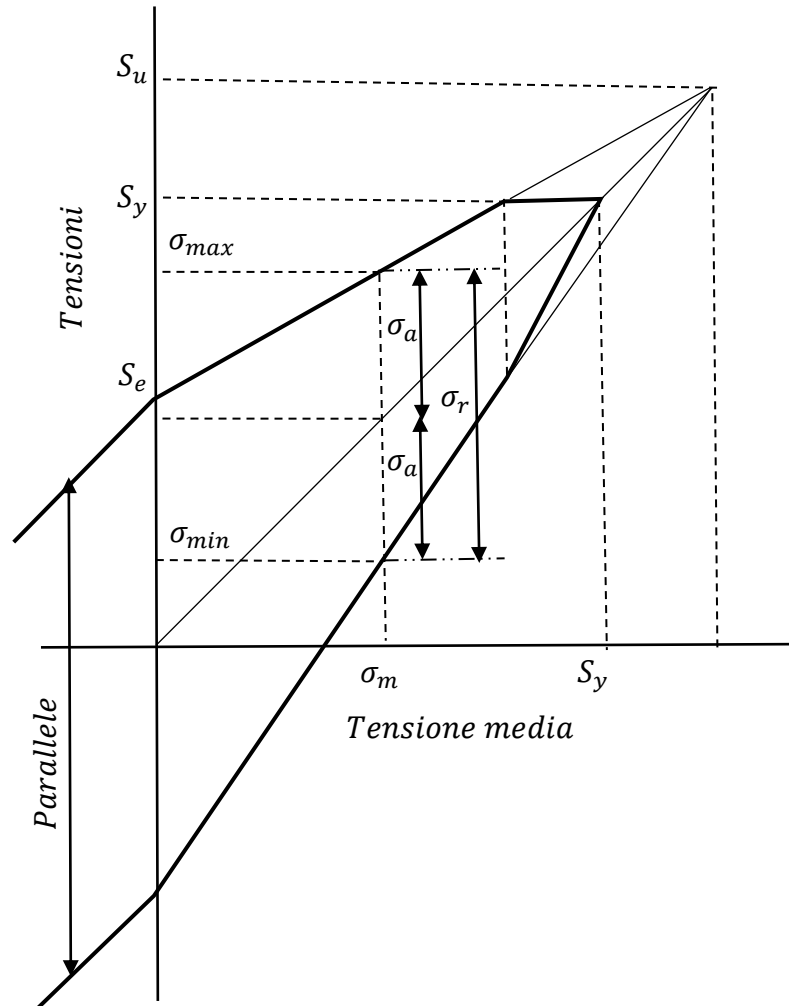


Figura 2.7 Diagramma di Goodman modificato che mostra tutti i carichi e i valori limite di ciascuna componente di tensione, per una determinata tensione media

2.4 Analisi agli elementi finiti

Nella progettazione meccanica, dove sono ampiamente utilizzati i programmi di disegno assistito dal calcolatore (CAD), il metodo di calcolo che meglio si integra con i sistemi CAD è l'**analisi agli elementi finiti (FEA)**.

Il componente meccanico reale è una struttura elastica continua. Il FEA discretizza l'intera struttura in sottostrutture (*elementi*) elastiche di dimensioni piccole ma finite.

Per mezzo di funzioni di approssimazione polinomiale del campo degli spostamenti, e sfruttando il calcolo matriciale, il comportamento elastico continuo di ogni elemento viene determinato in funzione delle proprietà geometriche e del materiale dell'elemento stesso.

Ogni elemento viene definito tramite entità fondamentali chiamate *nodi*, infatti è tramite essi che gli elementi si collegano tra di loro garantendo la congruenza del continuo elastico, le condizioni al contorno e i gradi di libertà (tutti i possibili movimenti indipendenti di traslazione e rotazione).

Si possono applicare carichi interni all'elemento (gravità, carichi dinamici, carichi termici, ...), sulla superficie (pressione) o sugli stessi nodi dell'elemento (forze concentrate o spostamenti imposti).

Poiché il metodo degli elementi finiti è una tecnica numerica che si basa sulla discretizzazione di una struttura continua, vengono inevitabilmente introdotti alcuni errori del tipo:

- *Errori di discretizzazione;*
l'utilizzo di un numero finito di elementi per modellare il componente introduce errori a causa dell'intrinseca limitazione matematica degli elementi stessi, non permettendo una perfetta sovrapposizione con la geometria e con gli spostamenti della struttura reale.
- *Errori di modellazione;*
le condizioni di vincolo e di carico debbono per forza essere schematizzate e semplificate, comportando un ulteriore grado di incertezza locale.

2.4.1 Generazione della mesh

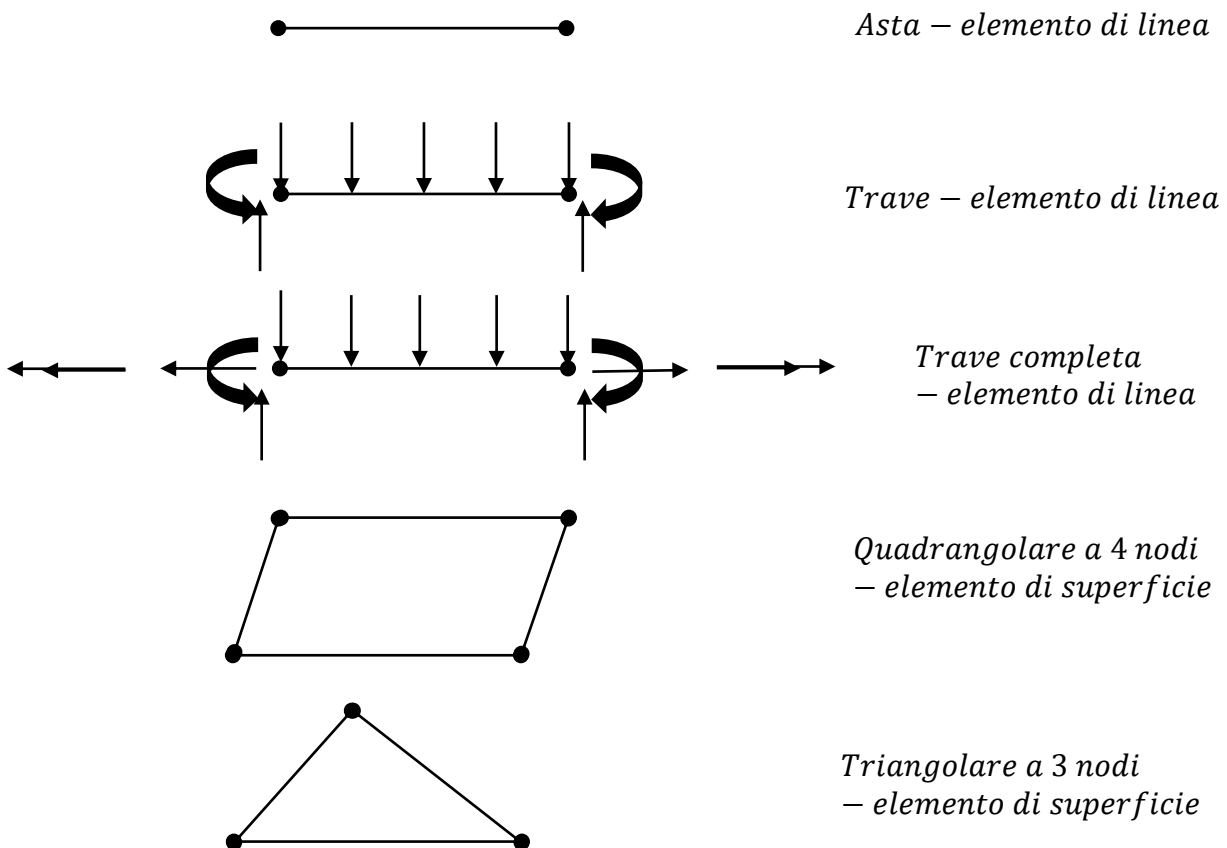
Negli attuali codici FEM commerciali sono presenti *librerie* contenenti un buon numero di elementi con diverse geometrie (fig. 2.8):

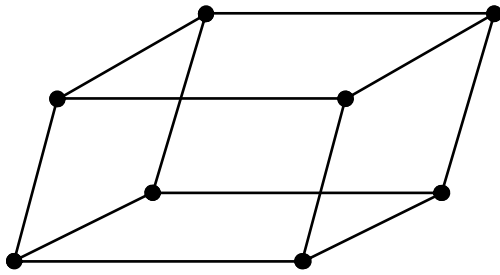
Gli elementi si possono suddividere in:

- I. *Elementi di linea;*
- II. *Elementi di superficie;*
- III. *Elementi solidi;*
- IV. *Elementi speciali.*

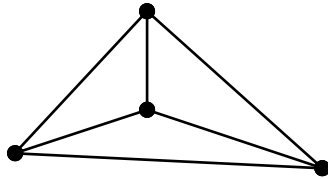
La rete di nodi ed elementi che discretizzano una regione è indicata con il nome di *mesh*. Una volta definiti completamente i contorni della struttura, diversi schemi sono disponibili per discretizzare la struttura se si utilizza un solo tipo di elemento.

La *densità della mesh* aumenta se una stessa regione viene modellata con più elementi. Generalmente si ottengono risultati migliori se si aumenta la densità della mesh nelle zone con elevati gradienti di tensione o se le variazioni geometriche sono importanti. Quindi, per ottenere risultati realistici occorre avere nelle zone con elevata concentrazione di tensione una mesh molto fine.

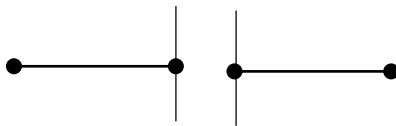




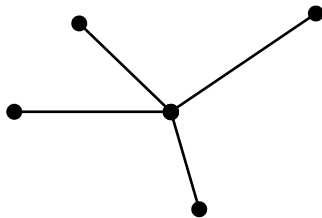
*Esaedro a 8 nodi
– elemento solido*



*Tetraedro a 4 nodi
– elemento solido*



Gap – elemento speciale



*Giunto rigido
– elemento speciale*

Figura 2.8 Esempio di libreria di elementi finiti

2.4.2 Formulazione generale dell'analisi agli elementi finiti

La formulazione generale di un procedimento agli elementi finiti prevede in sostanza di arrivare a scrivere la relazione che lega gli *spostamenti nodali* $\{f\}$ alle *forze nodali* $\{F\}$ di un singolo elemento tramite un'equazione del tipo:

$$\{F\} = [K]\{f\}$$

Dove $[K]$ è detta *matrice di rigidezza dell'elemento*.

Un elemento soggetto ad un campo di spostamenti presenta al suo interno anche un *campo di deformazioni* $\{\varepsilon(x_k)\}$, le cui componenti sono funzioni del punto e sono ottenute tramite operazioni di derivazione del *campo degli spostamenti interni* $\{\delta(x_h)\}$ rispetto alle coordinate x_k :

$$\{\varepsilon(x_k)\} = \frac{d\{\delta(x_h)\}}{dx_k} = [B]\{f\}$$

Dove $[B]$ è la *matrice di deformazione*, la quale mette in relazione diretta il campo delle deformazioni con gli spostamenti nodali.

In presenza di un campo di deformazioni, si avrà un *campo di tensioni all'interno* dell'elemento espresso da un vettore $\{\sigma(x_h)\}$, le cui componenti sono legate al vettore $\{\varepsilon(x_h)\}$ tramite *la teoria dell'elasticità*:

$$\{\sigma(x_h)\} = [D]\{\{\varepsilon(x_h)\}\}$$

Dove $[D]$ è la *matrice di elasticità*, la quale contiene le caratteristiche elastiche del materiale.

Per collegare le forze esterne agenti ai nodi di un elemento con gli spostamenti nodali dell'elemento stesso, viene utilizzato il *principio dei Lavori Virtuali*.

Tale principio afferma che se un elemento viene sottoposto a un campo di spostamenti virtuali (un campo qualsiasi purché congruente e rispettoso dei vincoli), il lavoro virtuale delle forze esterne (virtuale perché dato da forze nodali reali ma spostamenti nodali virtuali) è uguale al lavoro virtuale delle forze interne (virtuale perché dato da tensioni reali ma deformazioni virtuali).

Indicando con $\{f^*\}$ il *vettore di spostamenti nodali virtuali*, il lavoro virtuale eseguito dalle *forze esterne* (concentrate ed applicate ai nodi) è dato dal prodotto scalare tra i due vettori:

$$L_e = \{f^*\}^T \{F\}$$

Il lavoro virtuale eseguito dalle tensioni interne per ogni volume elementare di materiale dV vale:

$$dL_i = \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\} dV$$

Che integrato su tutto il volume dell'elemento, fornisce *il lavoro virtuale interno*:

$$L_i = \int \{\varepsilon^*\}^T \{\sigma\} dV = \int \{f^*\}^T [B]^T [D][B]\{f\} dV = \{f^*\}^T \int [B]^T [D][B]\{f\} dV$$

Uguagliando i due lavori virtuali si ottiene:

$$\{F\} = \left(\int [B]^T [D][B] dV \right) \{f\} = [K]\{f\}$$

Il termine integrale rappresenta proprio la matrice di rigidezza dell'elemento.

Nei problemi strutturali sono note solitamente le forze esterne applicate in certe zone della struttura e i vincoli, i quali esercitano le reazioni vincolari che garantiscono l'equilibrio.

Per risolvere il sistema di equazioni fornito dalla relazione $\{F\} = [K]\{f\}$ conviene indicare con F_e le *forze nodali note* e con F_v le *reazioni vincolari*, mentre con f_e gli *spostamenti nodali* in cui sono applicate le forze esterne e con f_v gli spostamenti imposti dai vincoli:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_e \\ F_v \end{Bmatrix} = [K]\{f\} = \begin{bmatrix} K_{ee} & K_{ev} \\ K_{ev} & K_{vv} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} f_e \\ f_v \end{Bmatrix}$$

Essendo incogniti soltanto i termini f_e nella parte alta della relazione matriciale, sono calcolabili:

$$\{f_e\} = [K]^{-1}\{F_e - [K_{ev}]f_v\}$$

Per essere poi sostituiti nella parte bassa della relazione matriciale, per ricavare le *reazioni vincolari*:

$$\{F_v\} = [K_{vv}]\{f_v\} + [K_{ev}]\{f_e\}$$

Una volta risolto tutte le relazioni sopra riportate, le tensioni e le deformazioni sono agevolmente calcolabili per un qualunque elemento grazie alle relazioni già viste:

$$\{\varepsilon(x_k)\} = \frac{d\{\delta(x_h)\}}{dx_k} = [B]\{f\}$$

$$\{\sigma(x_h)\} = [D]\{\{\varepsilon(x_h)\}\}$$

3. Leghe di titanio

Le leghe di titanio sono materiali ingegneristici relativamente nuovi che possiedono una straordinaria combinazione di proprietà.

Sono estremamente resistenti, molto duttili e possiedono ottime proprietà di resistenza alla corrosione e allo scorrimento viscoso, oltre ad essere facilmente forgiate e lavorate alle macchine.

Grazie a queste caratteristiche, le leghe di titanio trovano sempre più maggior impiego in campo aeronautico, in campo missilistico, in molti settori dell'industria meccanica e anche in molteplici applicazioni dell'industria chimica.

Il maggior limite del titanio è dovuto però alla sua reattività chimica con altri materiali a elevata temperatura. Tale svantaggio ha reso necessario lo sviluppo di sistemi di raffinazione, fusione e stampaggio non convenzionali (ecco perché le leghe di titanio risultano piuttosto costose).

3.1 Lega di titanio Ti-6Al-4V

Tra le numerose leghe di titanio, ci si sofferma sulla *lega Ti-6Al-4V* (le sue principali proprietà sono riportate nella tabella sottostante), appartenente alla categoria delle *leghe alfa-beta*.

Queste categoria di leghe a struttura bifasica possono essere indurite con appropriati trattamenti di tempra seguiti da un opportuno invecchiamento.

Inoltre hanno la caratteristica di essere saldabili e di mantenere elevate proprietà fino a temperature di circa 550 °C .

Tipo di lega	Resistenza trazione (MPa)	Sforzo di snervamento (MPa)	Duttilità (A% su 50 mm)	Esempi di applicazioni tipiche
<i>Titanio puro</i>	484	414	25	Coperture protettive motori a reazione, apparecchiature resistenti alla corrosione
<i>Lega di titanio bifasica alfa-beta Ti-6Al-4V</i>	947	877	14	Componenti strutturali aeronautici, impianti protesici ad elevata resistenza

La lega *Ti-6Al-4V* viene utilizzata anche per palettature di compressori assiali transonici.

Uno dei requisiti fondamentali che deve soddisfare un materiale come la lega *Ti-6Al-4V* è quello di essere adeguato a cicli di fatica caratterizzati da alti numeri di cicli.

Infatti, secondo l'*High Cycle Fatigue (HCF) Program 199 Annual report (AFRL-PR-WP-TR-2000-2004)* i cicli di fatica caratterizzati da alti numeri di cicli sono il principale fenomeno che influenza il 56% dei maggiori malfunzionamenti dei motori aeronautici e che limita la vita dei principali componenti rotanti.

Sempre secondo l'*High Cycle Fatigue (HCF) Program 199 Annual report (AFRL-PR-WP-TR-2000-2004)* si stima che vengano spesi circa 400 milioni di dollari \$ ogni anno per la manutenzione e l'ispezione dei soli aerei militari.

Di seguito vengono riportati il diagramma di tensione-deformazione e il diagramma S-N della lega *Ti-6Al-4V* (1000°C/30 min, aria, 732°C/2 ore, aria), presenti in *Materials Data For Cyclic Loading, Part D: Aluminium And Titanium Alloys* (fig. 3.1):

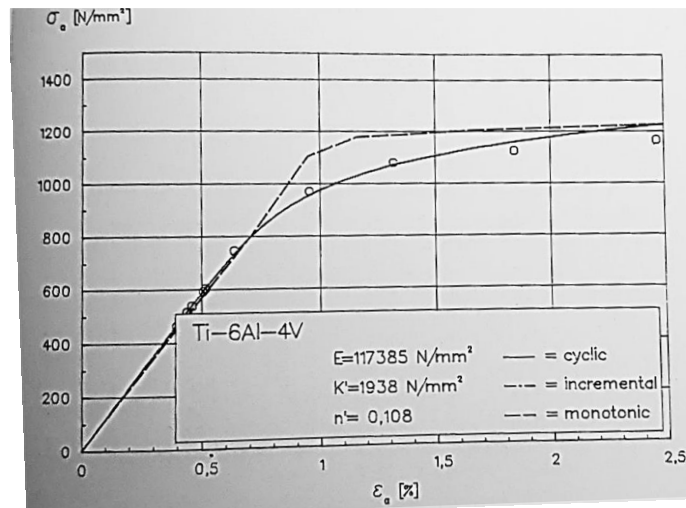
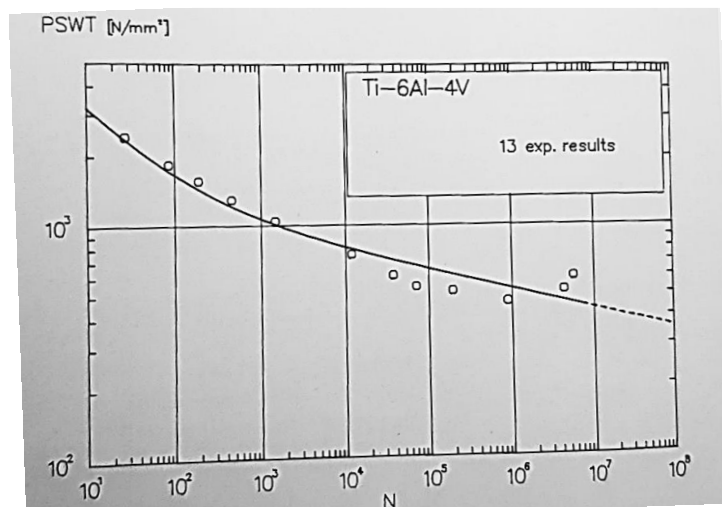


Figura 3.1 Diagramma di tensione-deformazione e il diagramma S-N della lega *Ti-6Al-4V* (1000°C/30 min, aria, 732°C/2 ore, aria), Materials Data For Cyclic Loading, Part D: Aluminium And Titanium Alloys



4. Vibrazioni e modi di vibrare

La vulnerabilità delle turbomacchine alle vibrazioni, e in particolare delle macchine assiali, è molto elevata per via della snellezza e della lunghezza delle palettature, oltre che agli elevati carichi centrifughi e ai notevoli carichi aerodinamici agenti sulle palettature stesse.

Lo smorzamento meccanico delle vibrazioni è fondamentale per ridurre l'instabilità del sistema e impedire che le palettature arrivino fino alla rottura.

Nel caso delle turbomacchine assiali vi sono due principali categorie di vibrazioni: le vibrazioni forzate e le vibrazioni flutter.

Le prime diventano molto pericolose quando le frequenze di eccitazione del sistema coincidono con una frequenza naturale della palettatura.

Le seconde invece sono delle vibrazioni auto-eccitate che si verificano in coincidenza o in prossimità delle frequenze naturali della palettatura.

Grazie al lavoro di *Campbell (1924)* sullo studio di fenomeni vibratorii associati a macchine assiali, è possibile riportare in un diagramma le frequenze di eccitazione di turbomacchina assiale (fig. 4.1).

Il diagramma riporta lungo l'ascissa la velocità di rotazione della palettatura mobile della turbomacchina e lungo l'ordinata la frequenza.

Ogni linea che parte dall'origine è un'armonica che rappresenta una *possibile frequenza di eccitazione del sistema*. Le linee quasi orizzontali, d'altra parte, sono le *frequenze naturali* della palettatura mobile per ogni velocità di rotazione.

Quando una frequenza naturale coincide con una frequenza di eccitazione del sistema, si può verificare un potenziale problema di risonanza e le velocità corrispondenti vengono definite "velocità critiche" Ω^* .

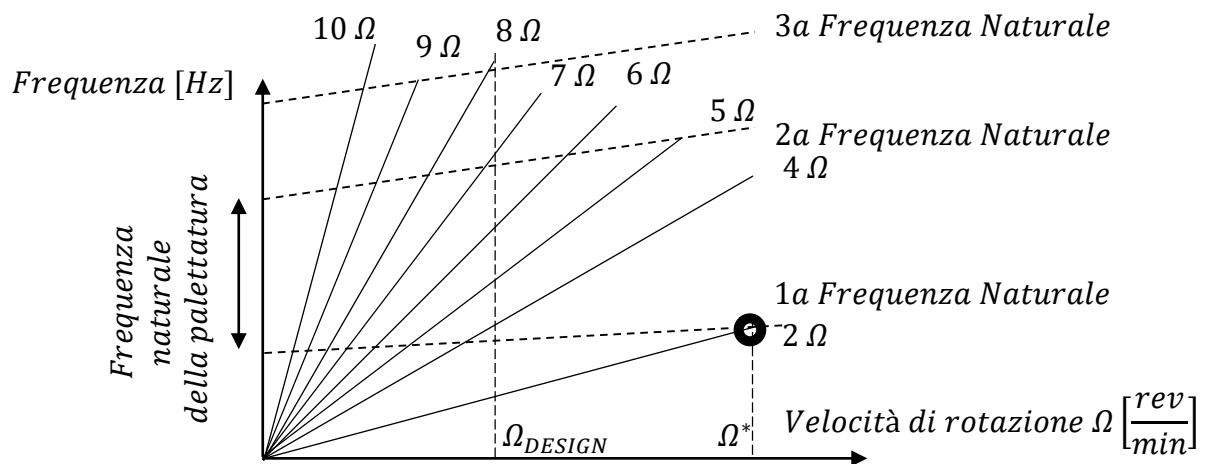


Figura 4.1 Diagramma di Campbell della palettatura mobile di una turbomacchina con 8 profili palari

Nel caso di palettature snelle ad elevato rapporto d'aspetto, si possono avere modi di vibrare che interessano tutte e tre le direzioni principali (x, y, z).

Nel caso di fan transonici i modi di vibrare interessano sia stati di tensione flessionali sia stati di tensione torsionali, e sono collegati a fenomeni vibratorii forzati.

Di conseguenza, per questa tipologia di macchine, i primi modi di vibrare devono essere attentamente valutati.

Quando vengono effettuati studi aeroelatici sui compressori assiali bisogna assicurarsi che si rispettino queste prime condizioni:

- Fare in modo che il primo stadio eviti le più basse frequenze di eccitazione, strettamente correlate ai carichi e alle distorsioni circonferenziali del flusso;
- Evitare la risonanza dei primi modi di vibrare a monte del condotto palare nella fase transitoria iniziale che precede l'arrivo a regime del rotore;
- Evitare la condizione di stallo rotante in qualsiasi punto operativo della macchina.

Sul diagramma di Campbell in fig. 4.1 sono rappresentate le prime frequenze naturali, le quali sono le più interessanti da studiare dato che sono le più pericolose.

Dal diagramma si può vedere come le armoniche 6, 7, 8 siano di grande interesse, dato che il loro numero è collegato alla possibilità di creare la risonanza delle pale e l'eventuale loro rottura.

Infatti, se le armoniche si avvicinano o incrociano i modi di vibrare in prossimità della velocità di rotazione di design, si hanno alte probabilità che vi sia una forza che possa eccitare le pale.

Da notare come l'armonica 8 si intersechi con la 3^o frequenza naturale in prossimità della velocità di rotazione di design.

Questa situazione favorisce l'insorgenza di risonanze e per evitarle si dovrebbe agire sulla geometria del profilo palare in modo da modificare il modo di vibrare e il valore delle frequenze naturali ad esso associato.

4.1 Modi di vibrare

Le frequenze naturali di una palettatura mobile sono quelle frequenze che generano la massima ampiezza di oscillazione del sistema.

Queste possono cambiare al modificarsi del design della palettatura o del materiale che costituisce la palettatura (per esempio il modulo di Young rapportato alla densità del materiale è un parametro che influenza le frequenze naturali).

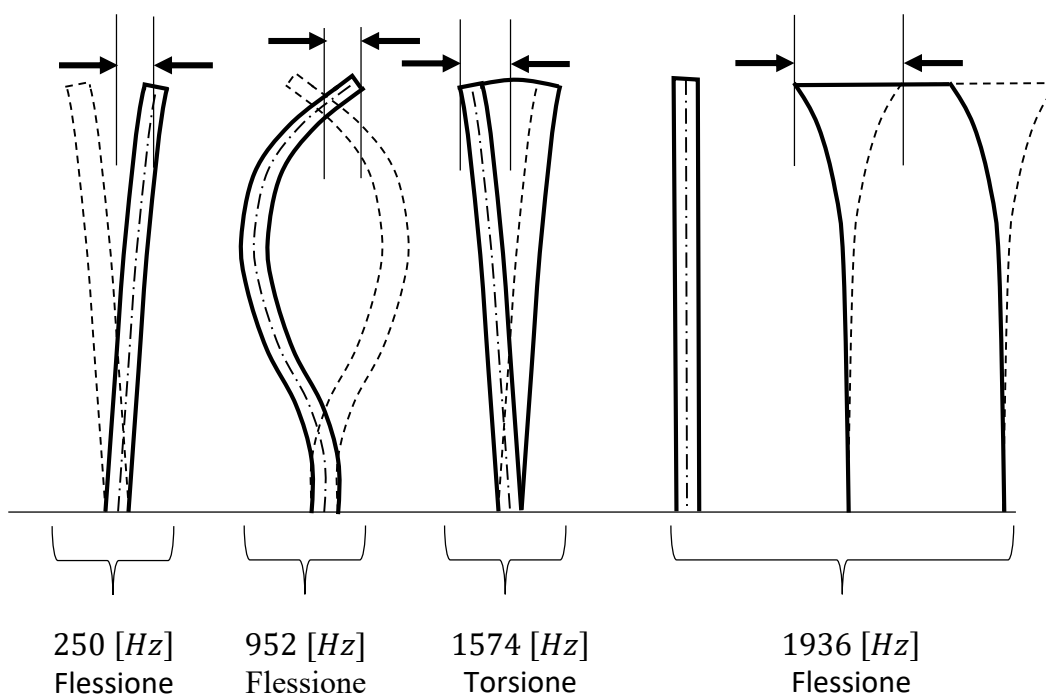
Supponendo per ipotesi la palettatura come entità indipendente montata su di un disco rigido, si può approssimare la stessa palettatura ad un elemento trave per la determinazione dei primi quattro modi di vibrare (fig. 4.2).

La previsione delle frequenze naturali e delle rispettive deformate viene eseguita tramite l'analisi agli elementi finiti, la quale è molto accurata per le prime frequenze naturali mentre per le alte frequenze naturali lo è meno.

Nel caso di palettature mobili bisogna tenere conto dei carichi centrifughi che tendono a irrigidire la palettatura ed ad aumentare le frequenze naturali con la velocità di rotazione, secondo la seguente equazione:

$$\omega^2 = \omega_0^2 + k\Omega^2$$

Dove ω è la frequenza naturale, ω_0 la frequenza naturale senza rotazione e Ω la velocità di rotazione.



*Figura 4.2 Modi di vibrare nel caso di una palettatura assiale
(Da "Armstrong and Stevenson", 1960)*

4.2 Vibrazioni forzate

Il *diagramma di Campbell* in fig. 4.1 permette di individuare le possibili sovrapposizioni tra le frequenze naturali della palettatura e l'eccitazione della stessa a causa di una portata di flusso non uniforme.

Le prime armoniche del sistema tendono a produrre una considerevole eccitazione per via della non uniformità del flusso (causata da eventuali distorsioni e ostruzioni a valle o a monte del condotto prodotte ad esempio dalle scie della corrente a valle della palettatura o dalle onde d'urto che si propagano lungo il condotto), e il compito del progettista è quello di prevedere queste coincidenze tra le prime armoniche del sistema e le più basse frequenze naturali.

Come si nota sempre dal *diagramma di Campbell*, non è possibile evitare queste coincidenze soprattutto nel caso delle frequenze naturali più basse e perciò bisognerebbe fare in modo che, se questa coincidenza si verifica a velocità di rotazione più basse rispetto a quella di design, la coincidenza sia di brevissima durata o che si verifichi ad una velocità di rotazione molto bassa per evitare forti eccitazioni.

Per stabilire l'entità delle eccitazioni, si richiede una valutazione dello smorzamento meccanico.

4.3 Flutter

Le vibrazioni “flutter” sono molto pericolose e poco prevedibili soprattutto nel caso di macchine sia assiali sia radiali, dato che rientrano nel campo dei fenomeni non lineari e transitori che causano cicliche distorsioni strutturali e fluidodinamiche al sistema.

Inoltre, sono poco prevedibili e si possono verificare in più punti di funzionamento della macchina, soprattutto al crescere della velocità di rotazione fino a trasformare le stesse vibrazioni forzate in vibrazioni flutter casuali.

Le vibrazioni flutter possono avere origini meccaniche (flessione o torsione) e origini aerodinamiche (stallo e onde d'urto).

Nel caso di compressori assiali, in cui il flusso all'ingresso è caratterizzato da un elevato numero di Mach, si possono individuare fino a cinque regioni nella mappa di funzionamento della macchina in cui si verificano fenomeni di tipo flutter (fig. 4.3):

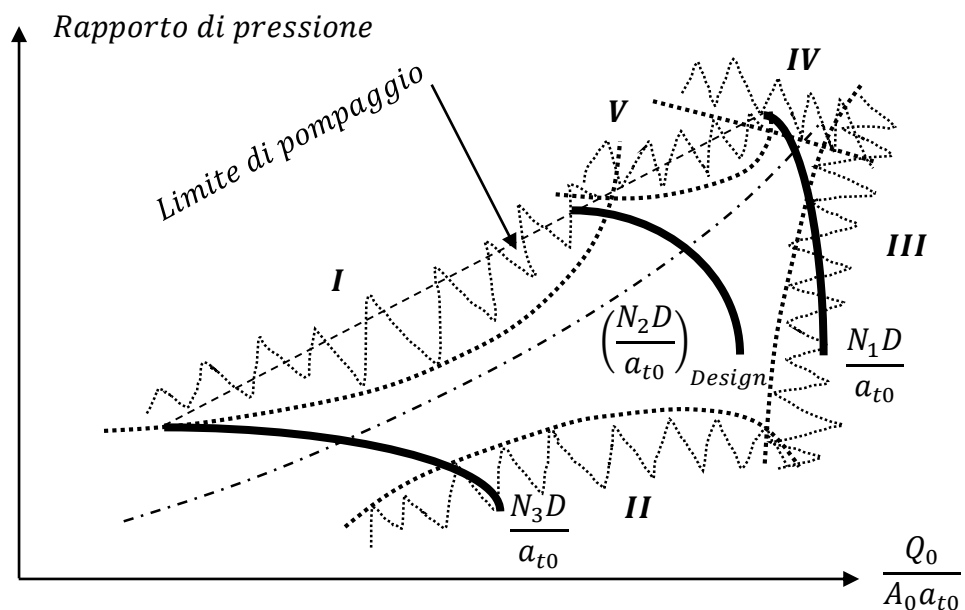


Figura 4.3 Regioni caratterizzate da fenomeni di tipo flutter nella mappa di funzionamento di un compressore transonico

- I. *Subsonic stall flutter:*
 è difficile stabilire se in questa regione le vibrazioni siano vibrazioni di tipo flutter o siano vibrazioni forzate causate dallo stallo della macchina.
 La disomogeneità del flusso a valle del profilo palettato è una delle cause dell'innesco del meccanismo di flutter;
- II. *Chok flutter:*
 si verifica nel caso incidenze negative a velocità minori della velocità di design con sviluppo di una forte onda d'urto, la quale può causare il distacco dello strato limite del flusso e provocare un'eccitazione delle palettature;
- III. *Low supersonic unstalled flutter:*
 il flutter che si verifica in questa regione rappresenta un limite operativo che non è possibile ridurre neanche cambiando le performance aerodinamiche della macchina;
- IV. *Supersonic unstalled flutter:*
 questa instabilità si verifica quando si hanno elevati carichi agenti sulla palettatura, senza che ci sia necessariamente una separazione del flusso dal profilo palettato;
- V. *Supersonic stall flutter:*
 in questa regione la deformazione del profilo palettato osservata è di tipo flessionale alle alte velocità di rotazione e torsionale alle basse velocità di rotazione

In tutti i tipi di flutter si verifica che l'energia di input proveniente dal flusso e trasferita alla palettatura sia abbastanza elevata da superare lo smorzamento meccanico, incluso quello dovuto alle proprietà del materiale.

Essendo il valore dello smorzamento meccanico piccolo e in genere sconosciuto, di solito viene trascurato quando si effettuano calcoli sulla stabilità del sistema.

Di conseguenza, *se il lavoro netto di input è positivo lo smorzamento aerodinamico viene considerato negativo e la palettatura diviene instabile a quella determinata frequenza naturale.*

D'altra parte, *se il lavoro netto di input è negativo lo smorzamento aerodinamico viene considerato positivo e la palettatura resta stabile a quella determinata frequenza naturale.*

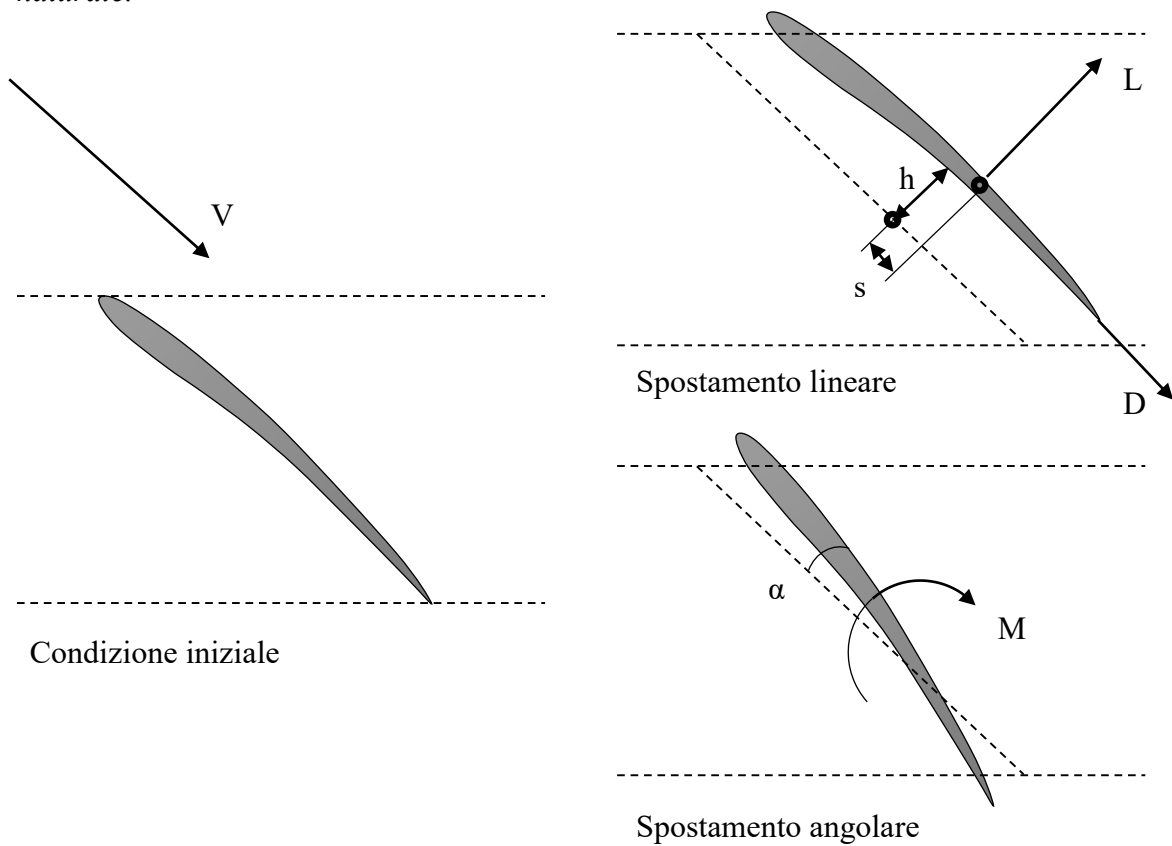


Figura 4.4 Regioni caratterizzate da fenomeni di tipo flutter nella mappa di funzionamento di un compressore transonico

In fig. 4.4 L è la forza di Lift, normale alla corda palare, mentre D è la forza di Drag, parallela alla corda palare, e M è il momento che genera una rotazione di angolo α . Tramite queste grandezze è possibile definire il lavoro di input w generato dalla forza di Lift su un ciclo completo di rotazione:

$$w = \oint L dh$$

Mentre il lavoro totale di input W per tutti i profili palettati dal mozzo alla periferia:

$$W = \int_{r_{\text{mozzo}}}^{r_{\text{periferia}}} \left(\oint L dh + \oint D ds + \oint M d\alpha \right) dr$$

La difficoltà nell'utilizzo di questa relazione è che la forza di Lift, la forza di Drag e il momento dipendono ciascuno da h , s , α ; e il legame tra queste grandezze non sempre è noto a priori.

Un'altra variabile da tenere considerazione è l'*interblade phase angle*, cioè l'angolo di fase tra il moto di profili palettati adiacenti. Fisicamente il sistema è in grado di selezionare quale angolo di fase fornisce la maggior instabilità, con l'unico vincolo che le condizioni del sistema devono essere periodiche in tutti i condotti palari.

Sperimentalmente si è notato che il sistema resta stabile per determinati *interblade phase angle*, mentre diventa instabile per gli altri *interblade phase angle*.

In aggiunta, è stato riscontrato che profili palettati in regime subsonico, senza una forza di Lift fissa applicata su di essi, restano sempre stabili anche in presenza di vibrazioni che deformano i profili stessi a flessione.

Nel caso invece vi sia una forza di Lift fissa su di essi, si potrebbero generare vibrazioni di tipo flutter che deformano i profili stessi sempre a flessione.

L'ampiezza delle vibrazioni di tipo flutter è infine proporzionale all'angolo di deflessione del flusso α , all'angolo di curvatura del profilo palettato e anche alla solidità della schiera palare.

L'accoppiamento tra lo spostamento lineare e lo spostamento rotazionale, riprodotto in fig. 4.4, è fondamentale per comprendere il flutter in condizioni di stallo supersonico.

Infatti, se le vibrazioni dei modi di vibrare hanno senso di rotazione concorde con quello del rotore, lo spostamento lineare è sfasato di un angolo pari a 90° rispetto allo spostamento rotazionale.

Mentre se le vibrazioni dei modi di vibrare hanno senso di rotazione discorde con quello del rotore, lo spostamento lineare e lo spostamento rotazionale sono in fase.

4.4 Aerodynamic Damping

Dal punto di vista teorico, per determinare se i modi di vibrare portano il sistema in condizioni di instabilità o meno, si prende in considerazione il parametro, fornito da Carta (1967), chiamato *aerodynamic damping* che considera il rotore come un semplice sistema lineare:

$$\delta_{aero} = \frac{-n W}{4 K E}$$

dove n è il numero di profili palettati del rotore, W il lavoro aerodinamico di input per ciclo e $K E$ è l'energia modale media dell'intero rotore in un solo ciclo.

Se δ_{aero} è positivo, i profili palettati compiono un lavoro non stazionario sul flusso e il sistema rimane stabile.

Per studi numerici invece si utilizza la seguente relazione dell' *aerodynamic damping*:

$$\delta_{aero} = \frac{W}{m\omega^2 A_{max}^2} = \frac{\int_0^T [\int (\tilde{p} (\vec{u} \vec{n}) dA) dt]}{m\omega^2 A_{max}^2}$$

Il lavoro aerodinamico di input per ciclo W si ottiene dall'integrazione delle variazioni di pressioni della superficie stazionaria del profilo palettato \tilde{p} con la velocità locale \vec{u} . Con \vec{n} il vettore normale locale della superficie, A la superficie palare, $T = 2\pi/\omega$ il periodo di oscillazione per ciclo e A_{max} lo spostamento massimo dei nodi della mesh.

Se il lavoro W è negativo, il profilo palettato assorbe energia dal flusso e la vibrazione palare viene amplificata.

Se positivo, il flusso estrae energia dal moto oscillatorio del profilo palettato.

L'energia modale media dell'intero rotore in un solo ciclo KE si ottiene tramite la frequenza naturale ω del modo di vibrare studiato e la massa modale M :

$$KE = \frac{1}{2} M \omega^2$$

Bisognerebbe tenere conto anche del parametro di smorzamento meccanico δ_{mech} nel calcolo delle vibrazioni di tipo flutter, ma essendo quest'ultimo più piccolo del parametro di smorzamento aerodinamico δ_{aero} e difficile da determinare, di solito i progettisti lo ignorano.

Esistono anche altri parametri per determinare lo smorzamento aerodinamico sistema, come per esempio il *decremento logaritmico (log dec)*, il quale è molto simile all'*aerodynamic damping* δ_{aero} :

$$\log dec = \frac{-WD}{2E_k}$$

Dove WD è tutto il lavoro che il flusso produce nel periodo $2\pi/\omega$, mentre E_k è l'energia cinetica del modo di vibrare studiato.

Per studiare le vibrazioni di tipo flutter, è importante considerare gli effetti aerodinamici delle palettature adiacenti.

Nel caso di un sistema rotore composto da N profilo palettati, si hanno un numero finito di diametri nodali D .

Nel caso di $D = 0$, tutti i profili palettati vibrano in fase con un *interphase blade angle (IBPA)* pari a zero. Invece, nel caso di altri diametri nodali D , ogni profilo palettato vibra in controfase rispetto agli altri profili con un determinato *interphase blade angle*. L'*interphase blade angle* può essere calcolato in funzione di diametri nodali D :

$$IBPA = \frac{2\pi D}{N}$$

4.5 Trasformata di Fourier

La *trasformata di Fourier* è un metodo che permette di prevedere le vibrazioni di sistemi complessi e di stimare l'ampiezza degli spostamenti del sistema stesso (fig. 4.5).

Per comprendere meglio come funziona questo metodo, ci si aggancia all'equazione differenziale del moto di un sistema:

$$m \frac{d^2 w}{dt^2} + C \frac{dw}{dt} + kw = F\delta(t)$$

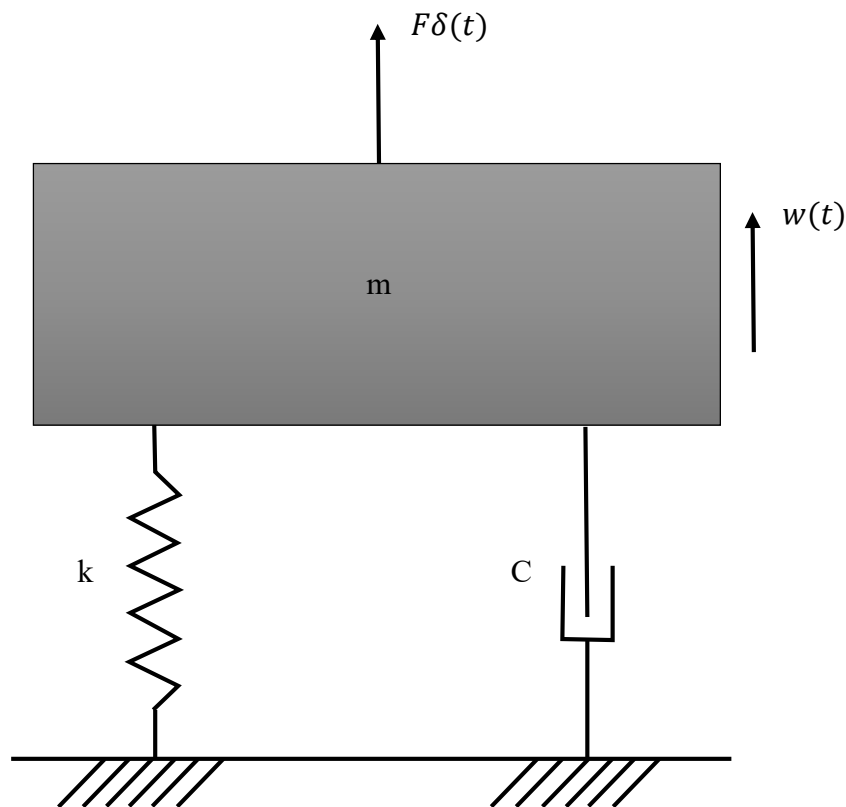


Figura 4.5 Esempio di sistema eccitato da una forzante F variabile nel tempo

Dove le variabili sono le seguenti:

- m (massa del corpo);
- w (spostamento del corpo);
- C (coefficiente di smorzamento viscoso del sistema);
- k (rigidezza del sistema);
- F (ampiezza della forza applicata al corpo di massa m caratterizzata dal decremento logaritmico δ).

La trasformata di Fourier permette di passare da un'equazione differenziale del moto ad un'equazione algebrica del moto, tramite il termine e l'integrazione nel tempo dal limite inferiore $-\infty$ al limite superiore $+\infty$:

$$m \left(\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \frac{d^2 w}{dt^2} dt \right) + C \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} \frac{dw}{dt} dt + k \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} w dt = \int_{-\infty}^{+\infty} F e^{-i\omega t} \delta(t) dt$$

Sostituendo $\int_{-\infty}^{+\infty} e^{-i\omega t} w dt = \overline{W}$

$$(-m\omega^2 + iC\omega + k\omega)\overline{W} = F$$

Tramite questa semplificazione è possibile ricavare l'ampiezza degli spostamenti \overline{W} .

In campo computazionale, la *trasformata di Fourier* assume la seguente forma:

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(t) e^{-i2\pi f t} dt$$

Che in forma discreta diventa:

$$F(m\Delta f) = \Delta t \sum_{n=1}^{N-1} f(n\Delta t) e^{-i2\pi(m\Delta f)n\Delta t}$$

Dove N è pari al numero di campionamenti considerati nella finestra di tempo e $m, n = 0, 1, 2, \dots, N - 1$.

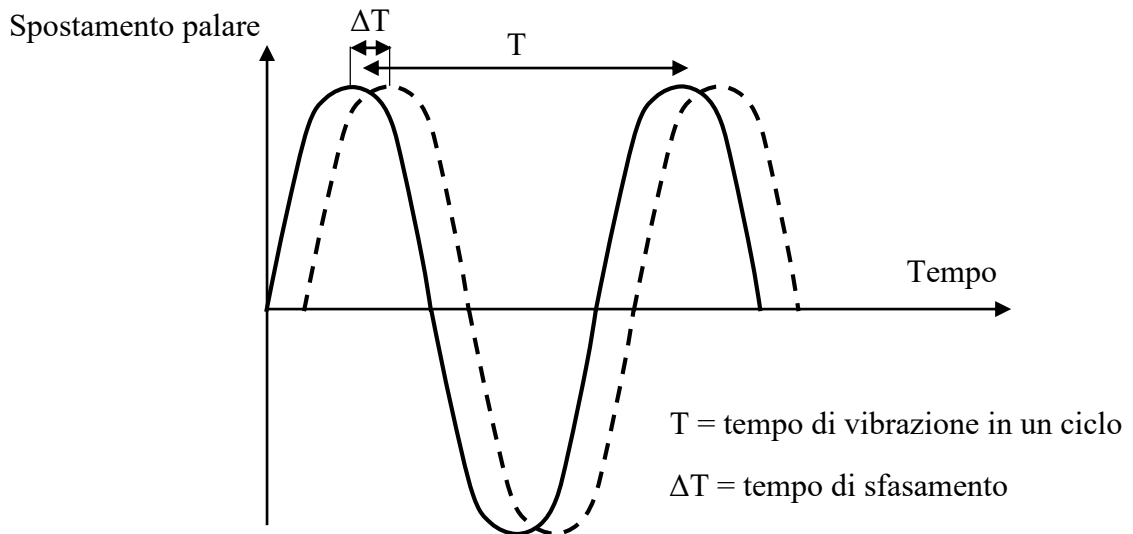
La forma discreta permette di ottenere informazioni riguardo l'ampiezza e la fase solo in determinati intervalli nel dominio della frequenza.

Questi intervalli nel dominio della frequenza vengono usati dal *metodo della trasformata di Fourier* per calcolare gli output del sistema (l'accelerazione, la velocità e gli spostamenti del power spectrum G_{yy}) e gli input del sistema (la forza del power spectrum G_{xx} , il cross power spectrum G_{yx}), oltre alla funzione di risposta in frequenza $H(f)$ data da:

$$H(f) = \frac{\overline{G_{yx}}}{\overline{G_{xx}}}$$

In cui $\overline{G_{xx}}$, $\overline{G_{yx}}$ sono la media dei diversi campionamenti di G_{xx} , G_{yx} .

Nel caso di studi sullo smorzamento di palettature di turbomacchine, il segnale con il metodo di Fourier viene decomposto in armoniche di frequenza $2\pi/\omega$ e collegato tra le interfacce di due adiacenti condotti palari (fig. 4.6):



Condotto palare 1	B1
Condotto palare 2	B2
	B3

Figura 4.6 Sfasamento della vibrazione di due profili palari adiacenti

Il tempo di sfasamento ΔT tra due profili palari è pari a:

$$\Delta T = \frac{\text{Numero di diametri nodali}}{\text{Frequenza naturale}}$$

In fig. 4.6 il segnale B1 è pari al segnale B2 sfasato quest'ultimo di ΔT :

$$f_{B1}(T) = f_{B2}(T + \Delta T)$$

Mentre il segnale B3 è pari al segnale B2 sfasato quest'ultimo di $-\Delta T$:

$$f_{B3}(T) = f_{B2}(T - \Delta T)$$

5. Aero elasticità computazionale

Dopo aver illustrato i metodi utilizzati in ambito computazionale per risolvere separatamente sia la parte fluidodinamica sia la parte strutturale del sistema, è ora possibile descrivere come i codici numerici sono stati implementati per risolvere la parte aeroelastica del sistema.

La parte aeroelastica richiede che la parte strutturale FEM e la parte fluidodinamica CFD vengano risolte per lo stesso sistema di partenza senza necessariamente che le griglie di calcolo abbiano gli stessi elementi e gli stessi nodi, dato che la procedura di calcolo della parte aeroelastica possiede metodi di interpolazione ed estrapolazione tra le due diverse griglie di calcolo (la parte strutturale trasferisce le deformazioni alla parte fluidodinamica e quest'ultima trasferisce le forze aerodinamiche alla parte strutturale).

Un tipico accoppiamento fluido-strutturale è il *loose coupling* (fig. 5.1), dove la deformazione strutturale q^n generata allo step t^n è collegata alla soluzione fluidodinamica U^n generata allo step t^{n+1} , la quale è collegata alla soluzione strutturale q^{n+1} e così via (con $n = 1,2,3,\dots$).

Questo genere di accoppiamento permette un'efficienza computazionale in termini di tempo molto elevata, dato che il lasso di tempo di trasferimento delle soluzioni dalla parte strutturale e fluidodinamica (e viceversa) è molto breve.

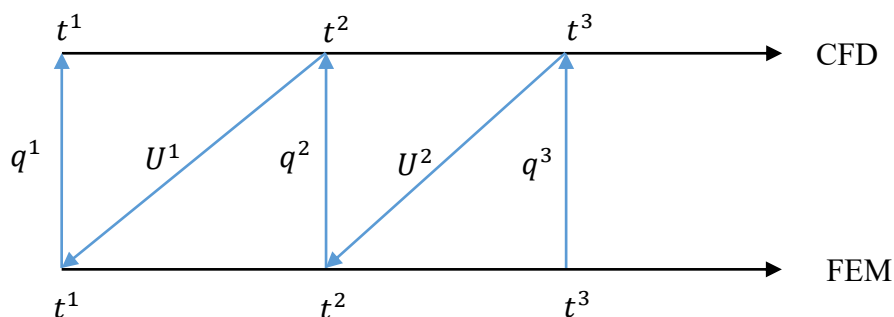


Figura 5.1 *Loose coupling (accoppiamento fluido-strutturale)*

Per impostare un'analisi aeroelastica, la griglia di calcolo (mesh) deve essere in grado di potersi muovere permettendo all'intero sistema di essere elastico e non statico. L'analisi agli elementi finiti FEM è in grado di adottare una *mesh elastica* tramite la formula già incontrata precedentemente:

$$K_m \Delta X_m = F_m$$

Dove K_m è la matrice di rigidezza, ΔX_m lo spostamento dei nodi della mesh e F_m le forze equivalenti applicate sulla mesh.

Una volta noto il vettore ΔX_m degli spostamenti FEM è possibile ottenere anche gli spostamenti dei nodi della mesh CFD, tramite una serie di interpolazioni che prendono in considerazione la posizione e la velocità di deformazione della mesh.

L'interfaccia che separa il fluido e la struttura è caratterizzata, come già accennato, da uno scambio continuo di informazioni tra il dominio solido della struttura e il dominio fluido che lo circonda.

Le principali informazioni che vengono scambiate all'interfaccia sono:

➤ **Forze aerodinamiche dal fluido alla struttura:**

La forza applicata su ciascun nodo della superficie di interfaccia strutturale può essere calcolata nel seguente modo:

$$f_k = \sum_s \left(A_s^e \sum_j h_{sj} N_{skj} f_{sj} \right)$$

f_k = forza applicata al nodo k-esimo;

A_s^e = area della superficie strutturale;

f_{sj} = carichi applicati sulla superficie nel punto di integrazione j-esimo;

N_{skj} = funzione di interpolazione del nodo k-esimo della superficie strutturale s nel punto di integrazione j-esimo;

h_{sj} = peso dell'integrale calcolato nel punto j-esimo;

➤ **Spostamenti dalla struttura al fluido:**

Lo spostamento generato in su ciascun nodo della superficie fluida di interfaccia può essere calcolato nel seguente modo:

$$\Delta X = \sum_{i=1}^n N_i(\xi, \eta) \Delta X_i$$

ΔX = spostamento nodale della mesh CFD;

N_i = funzione di interpolazione della superficie strutturale di interfaccia nel nodo i-esimo;

(ξ, η) = coordinate nodali della mesh CFD sulla superficie strutturale;

ΔX_i = spostamento dei nodi i-esimi che appartengono alla superficie strutturale.

In fig. 5.2 viene riportato lo schema generale di una simulazione aeroelastica:

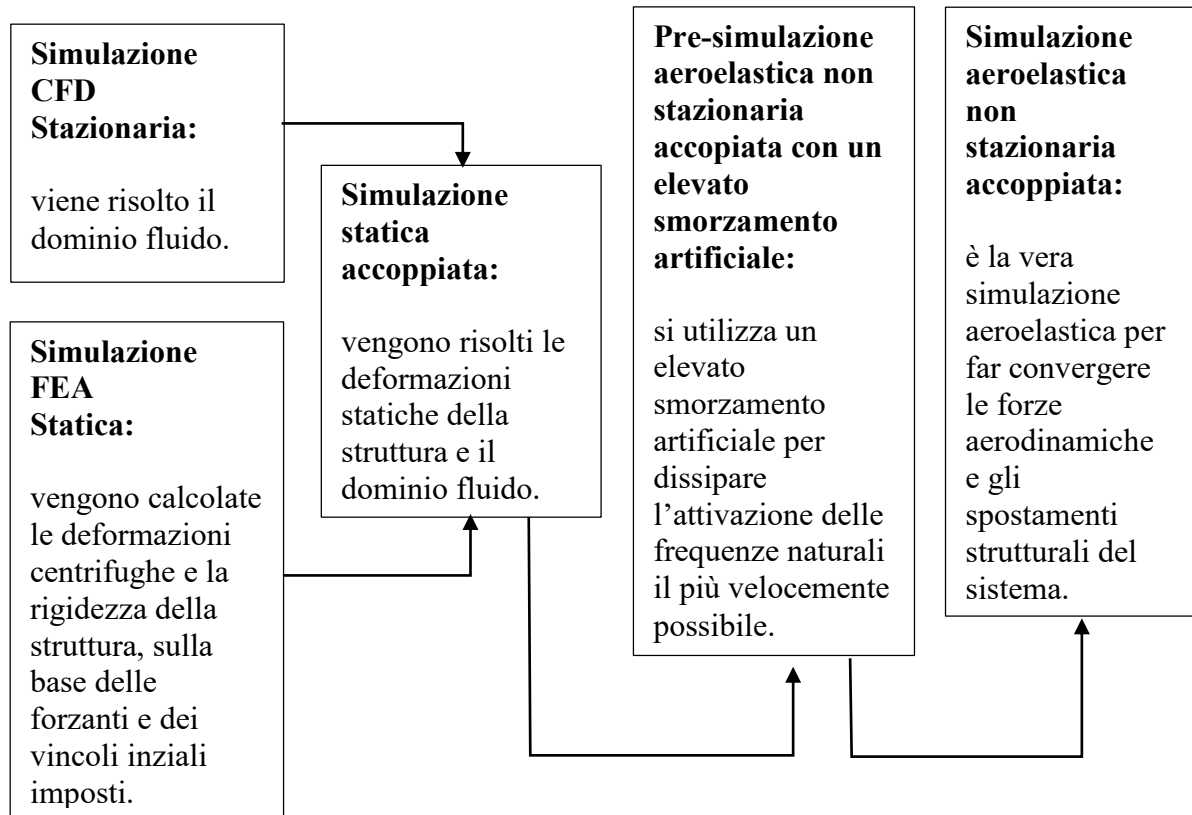


Figura 5.2 Procedura di una completa simulazione aeroelastica

Nelle turbomacchine assiali operatrici, la flessibilità e la snellezza dei profili palari sono fonte di instabilità aeroelastiche e di fenomeni di risonanza, che possono essere ridotti tramite sofisticate geometrie degli stessi profili palari e modificando le condizioni stazionarie del regime di moto.

Quando si effettuano studi aeroelastici numerici, le variabili che entrano in gioco sono ad esempio:

Rigidezza palare	Portata di massa fluida	Modi di vibrare
Geometria dello shroud	Angolo di attacco palare	Smorzamento meccanico
Elasticità del materiale	Geometria profilo palare	Effetti centrifughi
Velocità di rotazione	Svergolamento palare	Rapporto Hub/Tip
Curvatura profilo palare	Velocità fluido inlet/outlet	Rapporto d'aspetto
Angoli di incidenza	Carico palare	Distribuzione pressioni
Fenomeni transitori	Onda d'urto	Pressione inlet/outlet
Interphase blade angle	Frequenze naturali	Temperatura inlet/outlet

6. FAN transonico

NASA Rotor 67

Il NASA (National Aeronautics and Space Administration) Rotor 67 (R67) è il rotore del primo stadio di un fan a doppio stadio (fig. 6.1).

Possiede **22** pale e un basso rapporto d'aspetto (**1.56**), e rientra nella categoria dei fan transonici per via di un numero di Mach relativo di ingresso al tip pari a **1.38**.

I primi studi sulle performance aerodinamiche del NASA Rotor 67 vennero eseguiti nel novembre del 1989 presso il **NASA Lewis Research Center (Cleveland, Ohio)** da Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathaway e Kenneth L. Suder; tramite una tecnica chiamata Laser Anemometer Measurements (fig. 6.2).

Nel punto operativo di design, il rotore R67 possiede un rapporto di pressione pari a **1.63** e una portata di massa di **33.25 kg/s**.

La velocità di rotazione di design è di **16043 rpm**, con una velocità al tip di **429 m/s**.

La solidità del rotore varia da **3.11** all'hub, fino a **1.29** al tip.

I diametri di ingresso e di uscita al tip sono rispettivamente **51.4** e **48.5** cm, mentre i rapporti hub/tip all'ingresso e all'uscita valgono rispettivamente **0.375** e **0.478** (fig. 6.3).

Il raggio di raccordo della saldatura tra il profilo all'hub e il disco è pari a **1.78** mm.

La tolleranza superficiale si aggira attorno a ± 0.04 mm e il tip clearance è **1.00** mm.

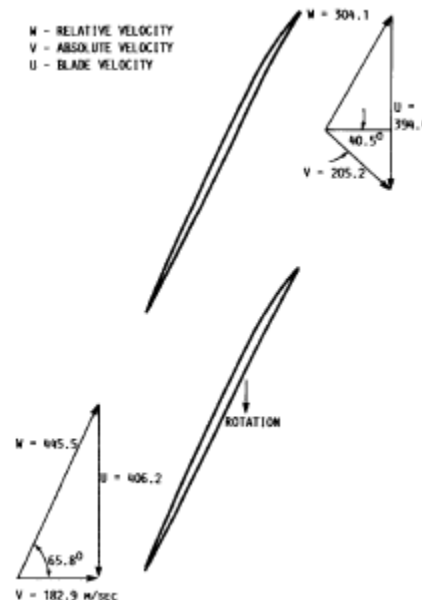
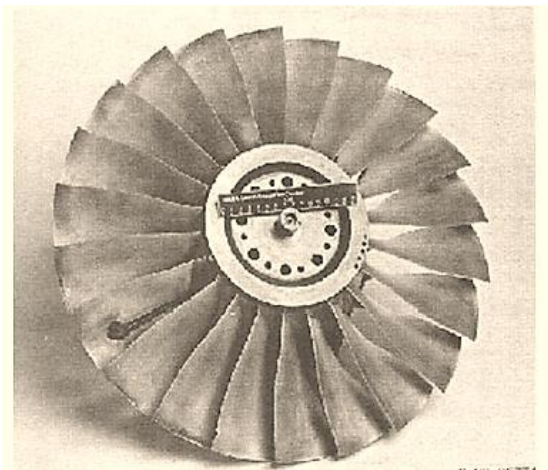


Figura 6.1 Modello del Rotor 67 e triangoli di velocità al tip (Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathaway e Kenneth L. Suder)

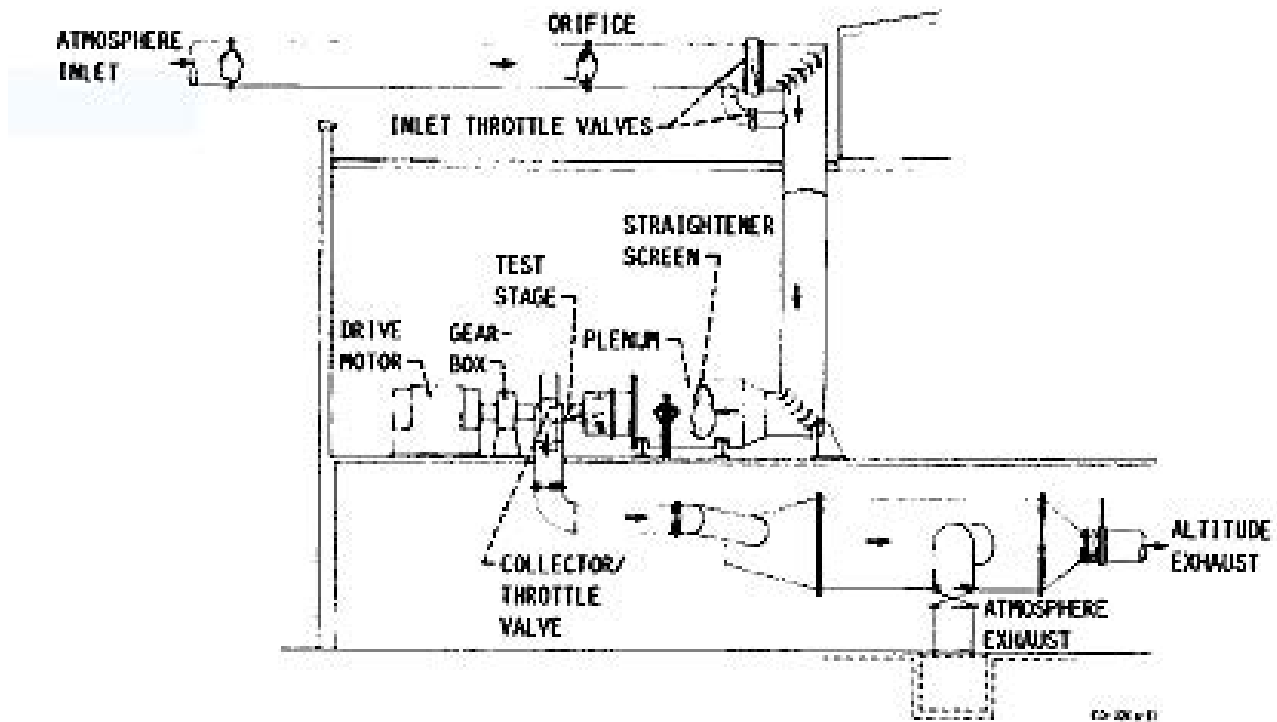


Figura 6.2 Schematizzazione del test effettuato sul Rotor 67 (Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathaway e Kenneth L. Suder)

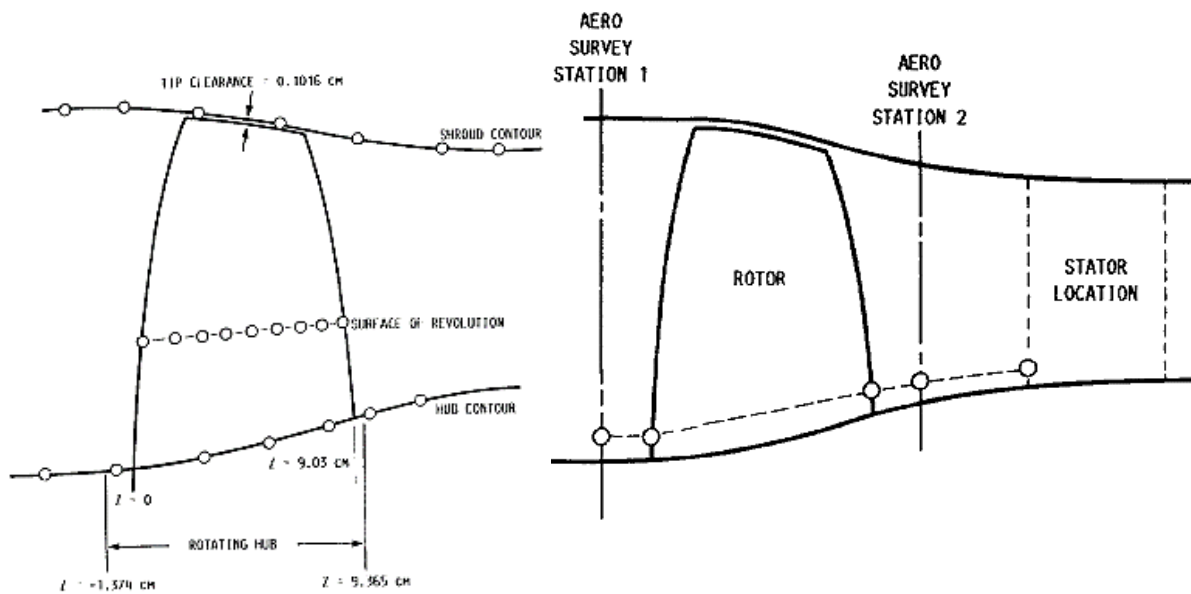


Figura 6.3 Proiezioni meridiane del Rotor 67 (Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathaway e Kenneth L. Suder)

Il sistema di misurazione utilizzato nel test aerodinamico sul Rotor 67 (fig. 6.2) era composto da molti i strumenti di misura, tra cui ad esempio:

- *Due termocoppie* (per la misura della temperatura totale);
- *Disco forato* (per la misurazione della differenza di pressione e successivamente della portata di massa);
- *Sistema di misurazione radiale* (fig. 6.4) con sonda COBRA (per la misurazione delle pressioni totali e statiche a monte e a valle del rotore, per la misurazione dell'angolo di ingresso e di uscita del fluido a monte e a valle del rotore, e infine per la misurazione del rapporto di pressione e del rendimento);
- *OPR* (fig. 6.5) *pulse encoder* (per la misurazione della velocità di rotazione del rotore);
- ...

Per ogni test venivano effettuate circa 60 000 misurazioni, alcune delle quali vengono riportate in fig. 6.6.

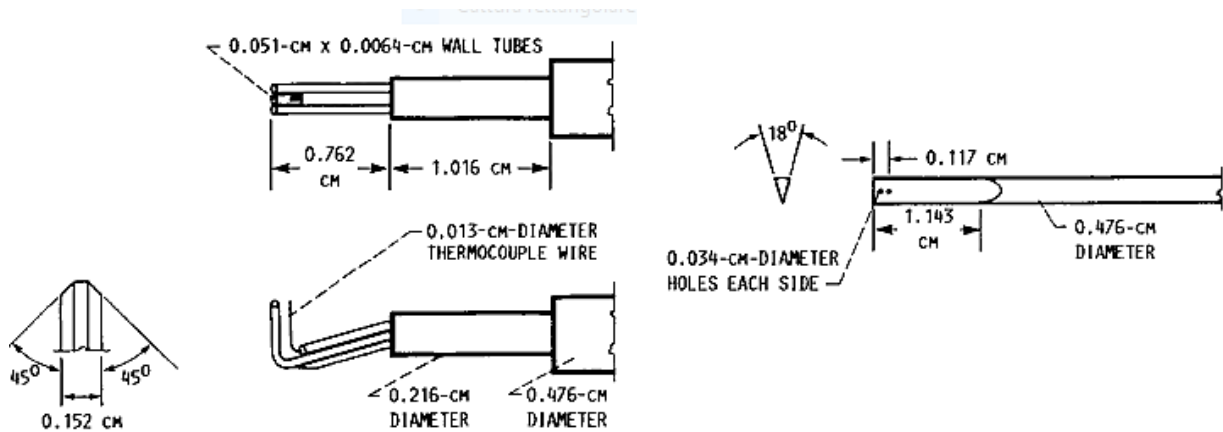


Figura 6.4 Strumento di misurazione "sonda COBRA" (*Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathaway e Kenneth L. Suder*)

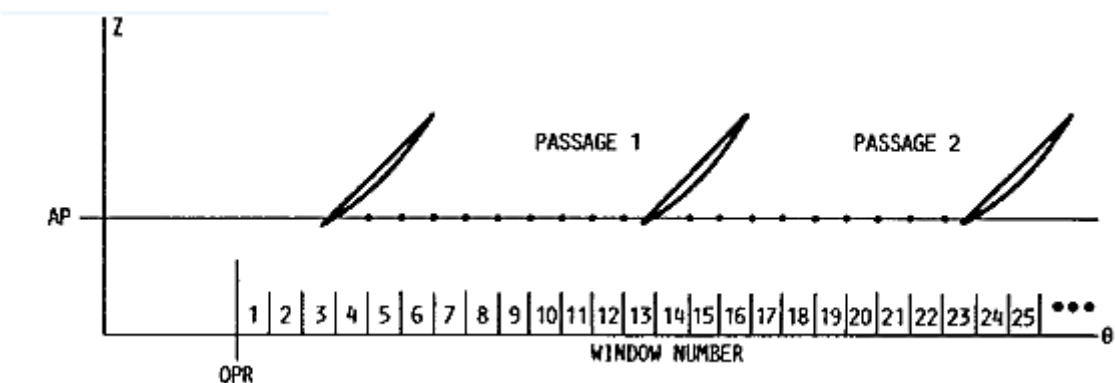


Figura 6.5 OPR Pulse Encoder (*Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathawa e Kenneth L. Suder*)

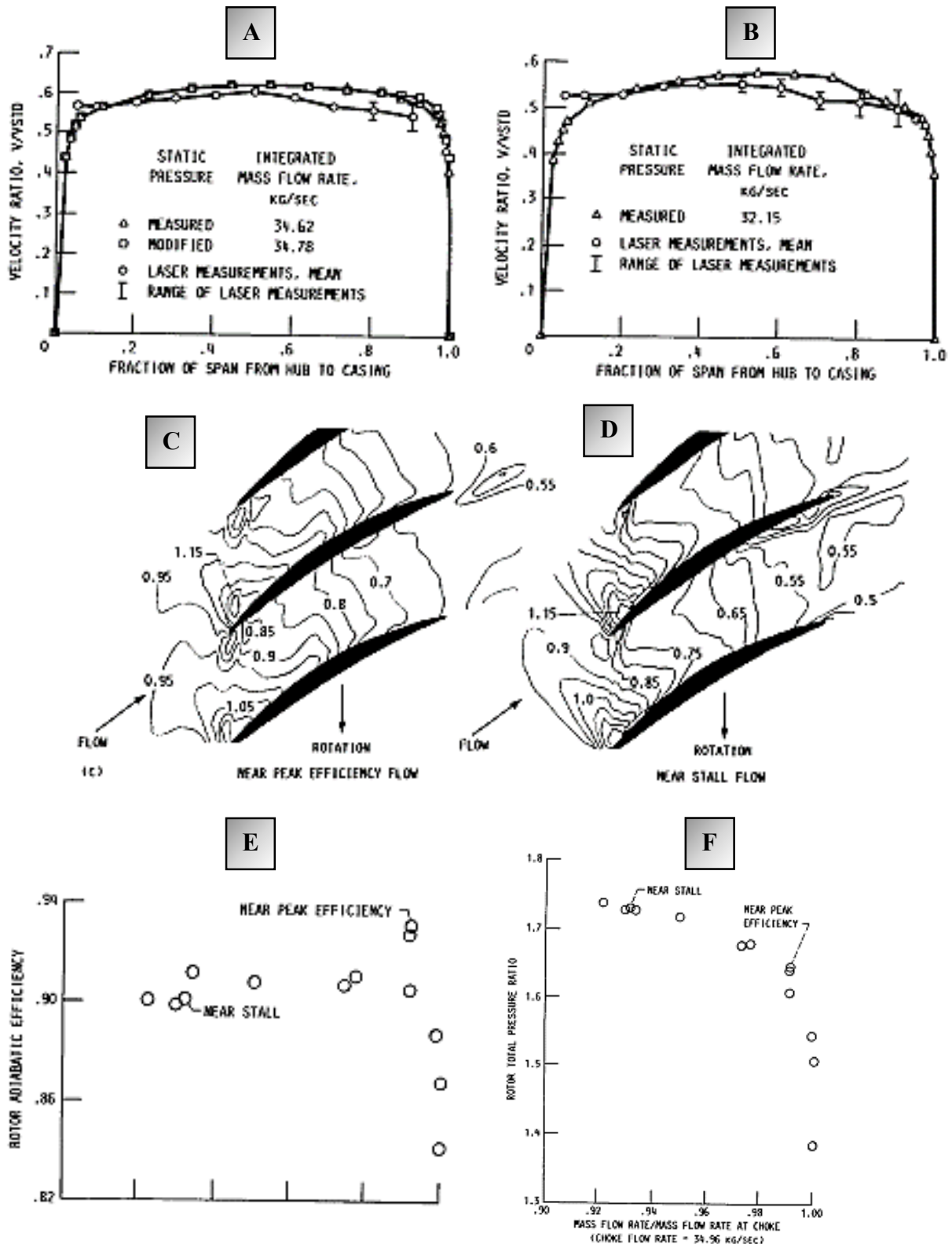


Figura 6.6 A) Distribuzione velocità assiale in condizione di design, B) Distribuzione velocità assiale in prossimità dello stallo, C) Contour numero di Mach relativo al 70% dello span in condizioni di design, D) Contour numero di Mach relativo al 70% dello span in prossimità dello stallo, E) Rendimento adiabatico del rotore, F) Mappa di funzionamento del rotore alla velocità di design (Laser Anemometer Measurements, 1989, Anthony J. Strazisar, Jerry R. Wood, Micheal D. Hathawa e Kenneth L. Suder)

7. Procedura di calcolo e risultati

In questo capitolo verranno illustrati i principali step seguiti per ottenere come risultato finale il *diagramma IBPA (Interphase blade angle)* - δ_{aero} (*aerodynamic damping*) del NASA Rotor 67.

Gli step seguiti si possono elencare nel seguente modo:

- I. creazione del modello geometrico a partire dalle coordinate del profilo, dell'hub e dello shroud rese disponibili e di dominio pubblico;
- II. discretizzazione strutturale FEM del modello geometrico;
- III. assegnazione in ambiente FEM dei materiali, dei vincoli, delle forzanti e delle condizioni al contorno;
- IV. analisi strutturale/modale del modello in condizioni di design e in stallo;
- V. verifica delle tensioni con il criterio di resistenza dell'energia di distorsione;
- VI. verifica a fatica;
- VII. discretizzazione fluidodinamica CFD del modello;
- VIII. impostazione in ambiente CFD delle condizioni fluidodinamiche, dei vincoli, delle forzanti e delle condizioni al contorno;
- IX. analisi stazionaria CFD del modello in condizioni di design e in stallo;
- X. confronto dell'analisi stazionaria con analisi stazionarie già validate;
- XI. trasferimento degli spostamenti e delle deformazioni dall'ambiente FEM, ottenute dalle analisi strutturali/modali in condizioni di design e in condizioni di stallo, all'ambiente CFD;
- XII. analisi aeroelastica transient tramite in metodo della trasformata di Fourier al variare dell'IBPA, della frequenza naturale e del punto operativo;
- XIII. esportazione dei valori dell'*aerodynamic damping* per ogni analisi;
- XIV. costruzione *diagramma IBPA (Interphase blade angle)* - δ_{aero} (*aerodynamic damping*);
- XV. validazione dei dati ottenuti con altri dati disponibili in letteratura;
- XVI. contour delle grandezze principali ricavate dalle analisi aeroelastiche e validazioni con i dati disponibili in letteratura.

7.1 Creazione del modello geometrico

Il modello geometrico del NASA Rotor 67, utilizzato per le analisi FEM, è stato ottenuto tramite Autodesk Inventor 2018® a partire dalle coordinate cartesiane del profilo palare e del suo dominio fluido (la cui geometria è di pubblico dominio).

Inizialmente sono state impostate le unità di misura corrette (metri e gradi sessagesimali), in modo da importare le coordinate cartesiane già scalate.

Una volta importate le coordinate di tutti i profili della palettatura per ogni span (22 span da 0% a 100%), è stato possibile creare la superficie palare di contorno, la superficie al mozzo e la superficie alla periferia della pala.

Le superfici create vengono poi unite e modellate per generare, tramite opportuni comandi di modellazione 3D, il solido pieno di una pala del NASA Rotor 67.

Essendo il sistema studiato un rotore di un fan transonico, il solido della pala non è sufficiente per imporre i vincoli, le forzanti e le condizioni al contorno utili al fine di avviare un'analisi FEM.

Di conseguenza si è deciso di realizzare il supporto palare (ottenuto prendendo come riferimento supporti palari utilizzati in rotor di fan transonici già realizzati e funzionanti), il disco rotante (anch'esso ottenuto a partire da dischi di rotazione utilizzati negli stessi rotor di fan transonici già realizzati e funzionanti) e un modello semplificato dell'albero rotante (fig. 7.1).

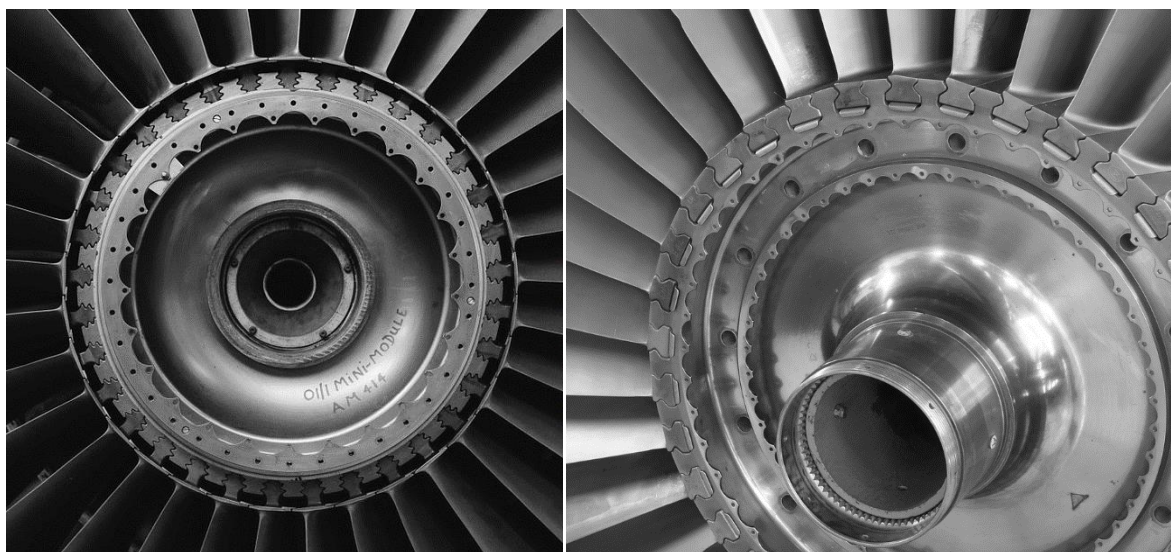


Figura 7.1 Esempi di supporti e dischi rotanti di fan transonici

Riassumendo, si sono modellati 46 corpi solidi (ottenuti sfruttando la simmetria circolare del rotore) così suddivisi (fig 7.2):

- 22 profili palari;
- 22 supporti, uno per ogni profilo palare;
- 1 disco rotante;
- 1 albero rotante.

Il modello geometrico globale è stato poi salvato in diversi formati, quali:

- Formato contenente file di parti *.ipt*;
- Formato di scambio tra sistemi CAD *.iges*;
- Formato di scambio tra sistemi CAD *.step*;

in modo da poter essere trasferito al Workbench di Ansys®.

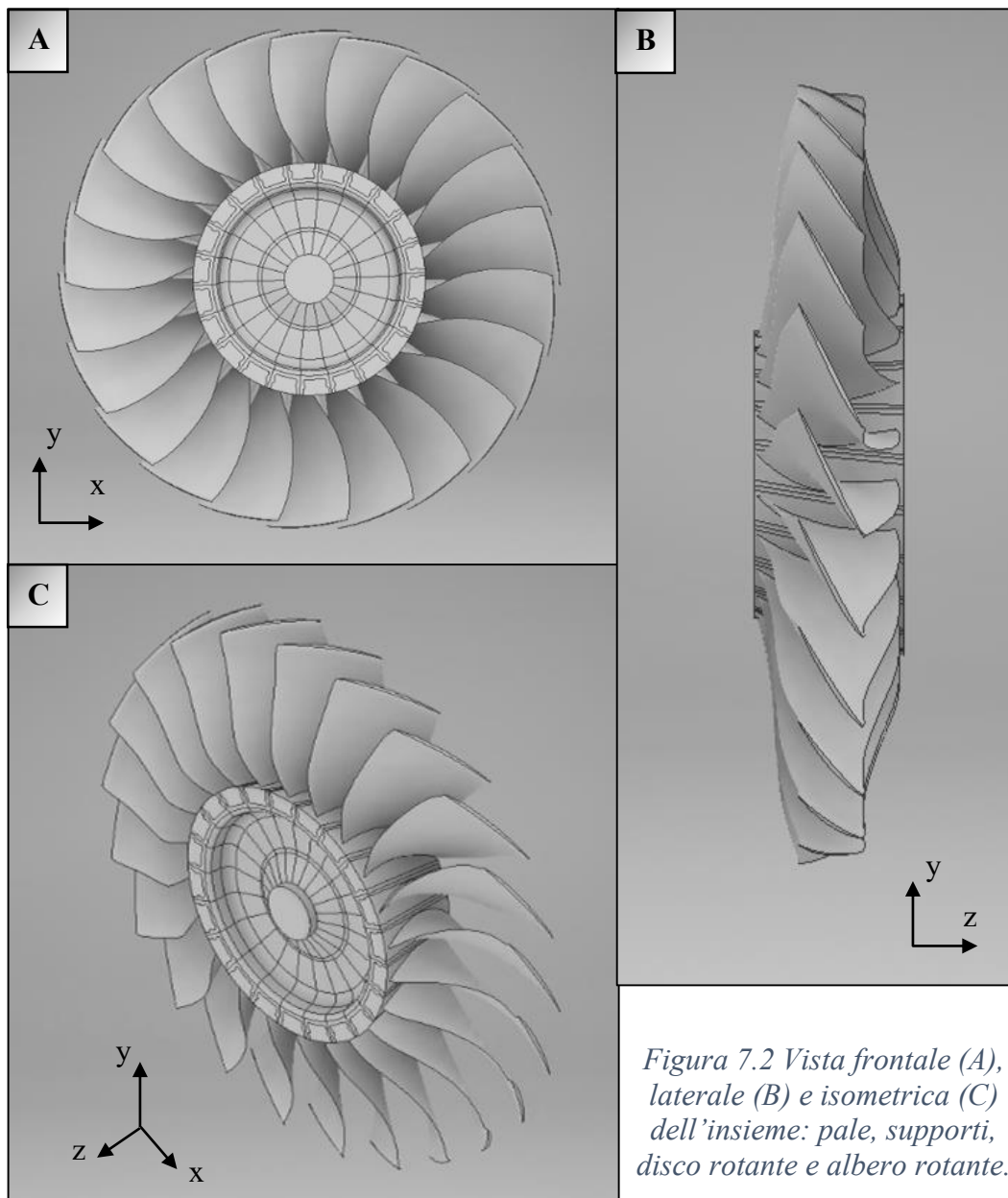


Figura 7.2 Vista frontale (A), laterale (B) e isometrica (C) dell'insieme: pale, supporti, disco rotante e albero rotante.

7.2 Analisi strutturale nell'ambiente Workbench di ANSYS®

Nell'ambiente del WorkBench di ANSYS ® sono state scelte due tipi di analisi, quella strutturale statica e quella modale.

La procedura di impostazione dell'analisi strutturale statica viene di seguito riassunta, tenendo in considerazione che la stessa procedura è stata ripetuta sia in condizioni di design sia in condizioni di stallo (i valori utilizzati vengono riportati nel paragrafo 7.4).

1) ENGINEERING DATA (Static Structural):

in questa sezione sono stati inseriti i parametri principali dei materiali utilizzati durante la simulazione FEM.

I materiali in questione sono la lega di titanio Ti-6Al-4V e l'acciaio AISI 1050 (acciaio con elevata resistenza meccanica), aventi le seguenti proprietà:

Materiale	Acciaio AISI 1050	Lega Ti-6Al-4V
Densità (kg/m ³)	7850	4430
Rapporto di Poisson	0.3	0.342
Modulo elastico (MPa)	195000	113800
Sforzo di snervamento (MPa)	579	880
Carico di rottura (MPa)	765	950

2) GEOMETRY (DESIGN MODELER):

in questa sezione è stato importato in uno dei tre formati sopra riportati il modello solido geometrico generato nell'ambiente di modellazione Autodesk Inventor® utilizzando lo stesso sistema di riferimento cartesiano (fig. 7.3);

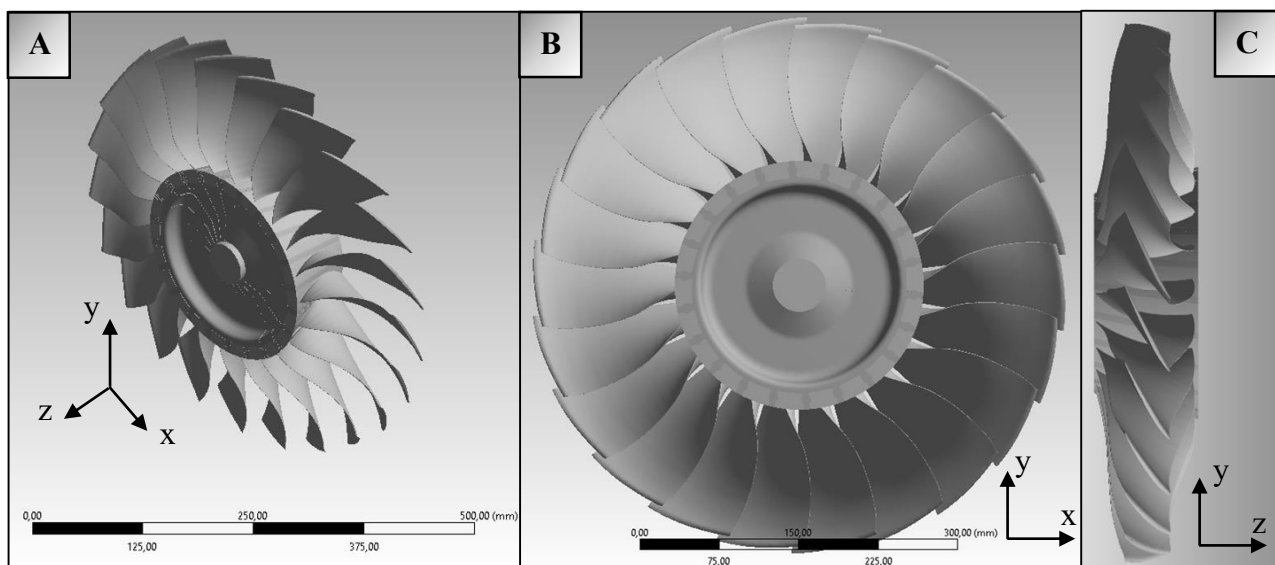


Figura 7.3 Vista isometrica (A), frontale (B) e laterale (C) dell'insieme: pale, supporti, disco rotante e albero rotante.

3) MODEL (Static Structural):

in questa sezione si sono impostate i seguenti parametri:

- Materiale (lega Ti-6Al-4V per i profili palari e i rispettivi supporti, Acciaio AISI 1050 per il disco e per l'albero);
- Simmetria ciclica circolare;
- Superfici di contatto e condizioni tra di esse per mantenere il contatto;
- Mesh strutturale con infittimento in prossimità degli spigoli e del raccordo per stimare meglio possibile i picchi di tensione (fig. 7.4). La mesh strutturale arriva a contare complessivamente circa 6'600'000 elementi per l'intero modello (albero, disco rotante, supporti e pale).
- Velocità di rotazione |16043 rpm| (sia in condizioni di design sia in condizioni di stallo) che genera i carichi centrifughi;
- Superfici fisse per vincolare il sistema nello spazio;
- Carichi aerodinamici sui profili palari (ottenuti da accurate simulazioni stazionarie CFD che sono state prese come riferimento per la successiva validazione fluidodinamica);

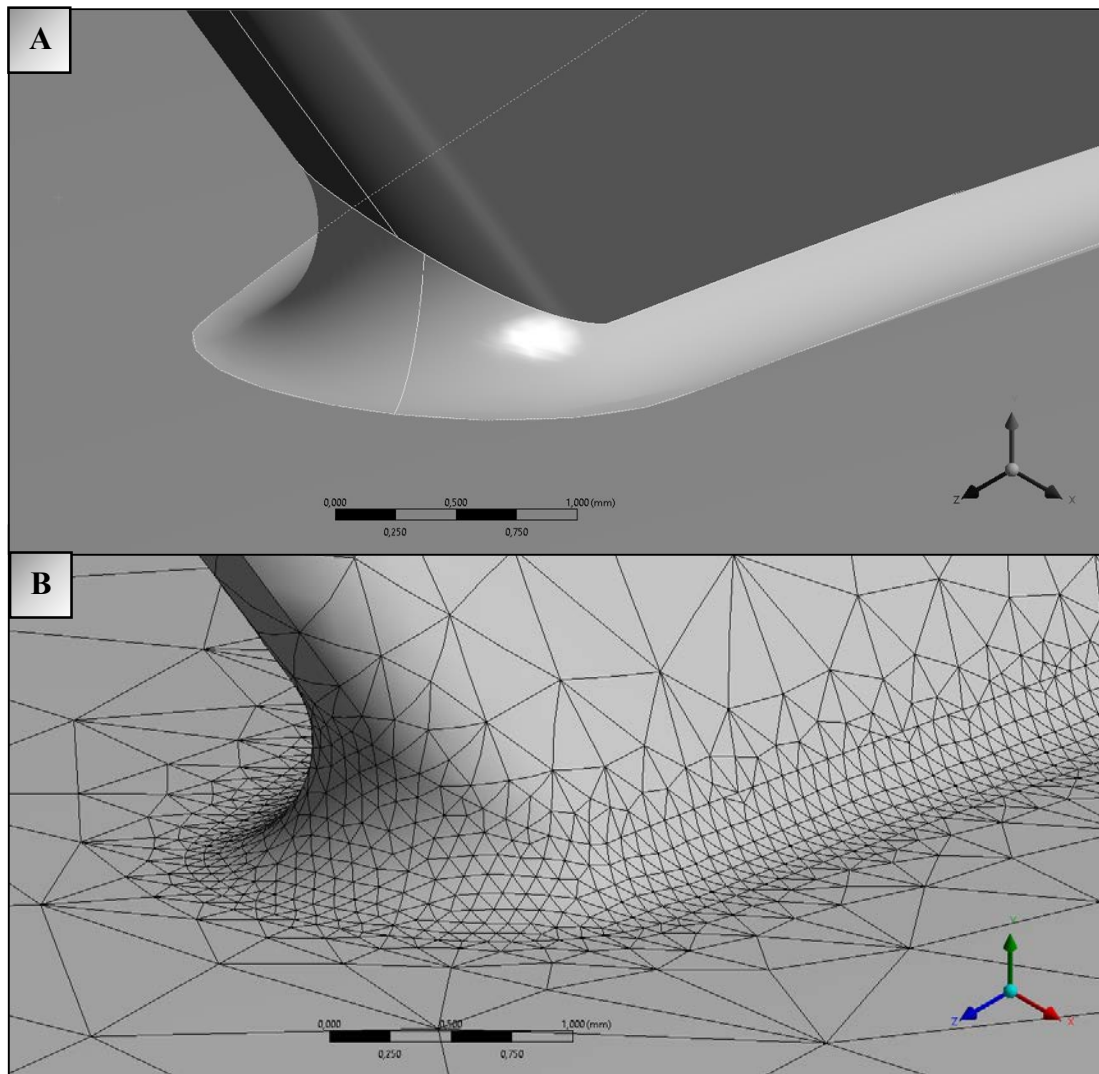


Figura 7.4 In grigio più chiaro la superficie di raccordo creata in Autodesk Inventor® lungo la radice della pala (A) e relativa mesh strutturale (B).

4) SETUP & SOLUTIONS (Static Structural):

in questa sezione sono state scelte le grandezze fondamentali utili al fine di una verifica statica e strutturale, quali:

- *Tensioni di Von-Mises* (fig. 7.5);

I carichi agenti sul sistema derivano principalmente dalla forzante centrifuga e dalla forzante aerodinamica.

Come si può vedere in fig. 7.5 lo stato di tensione è distribuito lungo la coordinata radiale della pala, con picchi di tensione localizzati sul raccordo che collega la pala con il relativo supporto (fig. 7.6).

Sfruttando la teoria del *criterio di resistenza dell'energia di distorsione (Von-Mises)*, il picco di tensione massimo che agisce sul materiale (lega di titanio Ti-4Al-6V) in corrispondenza del trailing edge alla base della pala, utilizzando una mesh dell'ordine di 0.1 mm, è pari a circa 134 MPa (contro gli 880 MPa dello sforzo di snervamento del materiale).

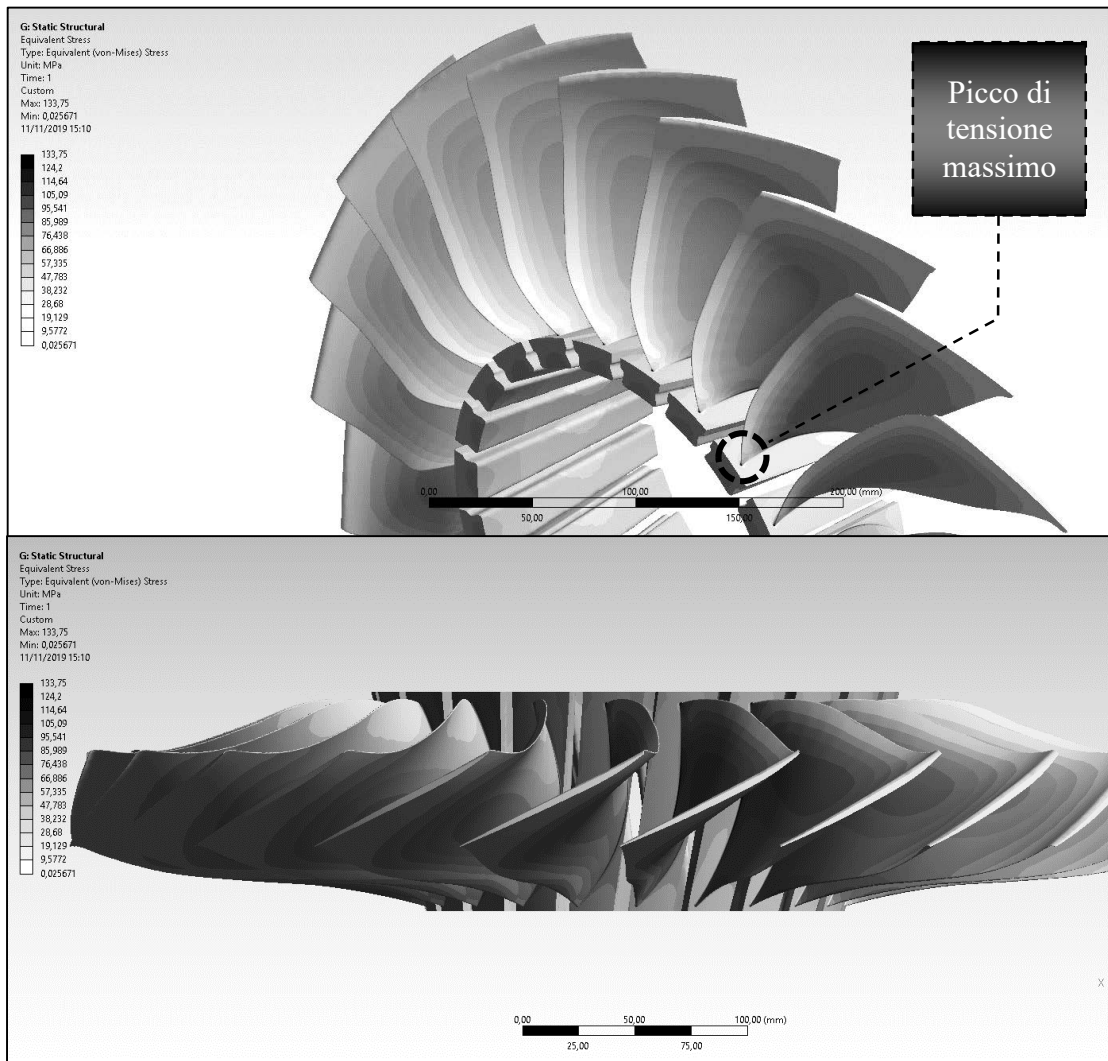


Figura 7.5 Distribuzione delle tensioni di Von-Mises lungo l'assieme pala e supporto.

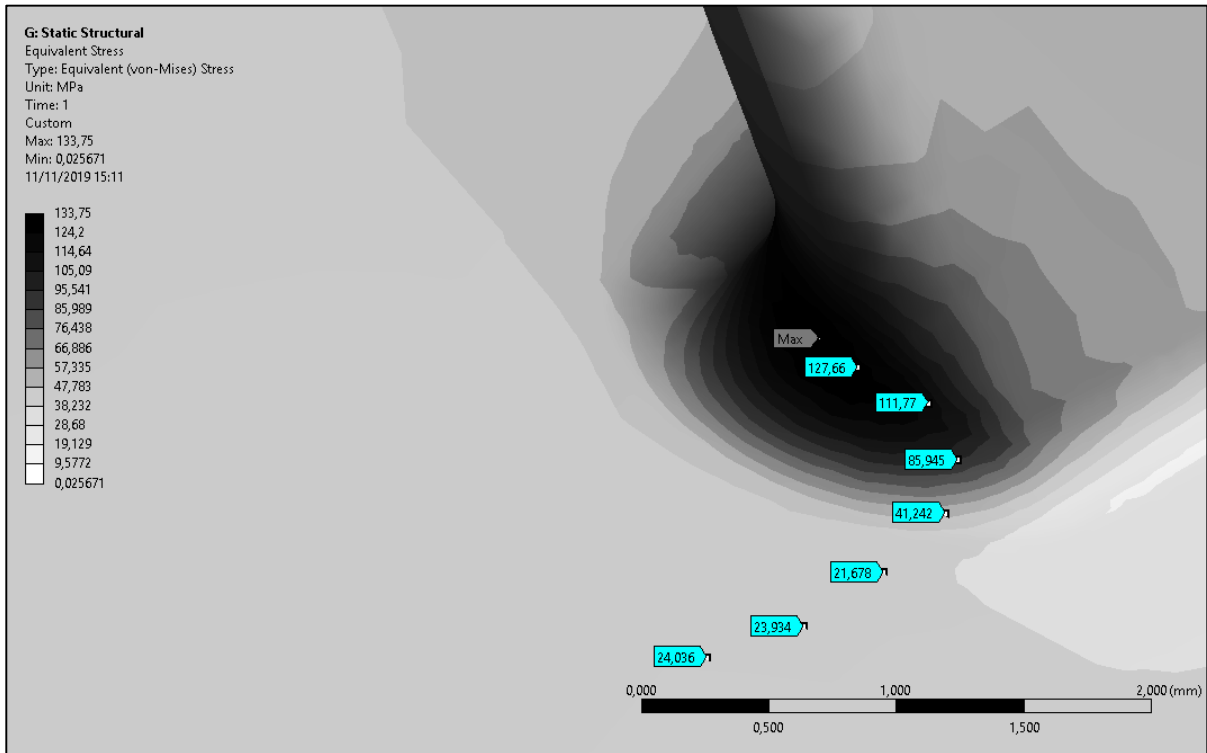


Figura 7.6 Distribuzione delle tensioni di Von-Mises lungo raccordo che collega la pala con il suo relativo supporto in corrispondenza del trailing edge.

- Campo di deformazioni totali (fig. 7.7);
 Come si può notare dalle fig. 7.7 e 7.8, la deformazione massima subita dalla pala si trova in corrispondenza del leading edge al tip della pala. Lo spostamento associato alla deformazione massima palare è di circa 1.5 mm (cioè quasi il 2 % del passo palare al tip), in accordo con valori riportati in altri studi numerici presi come riferimento ([1],[2],[3],[4]).

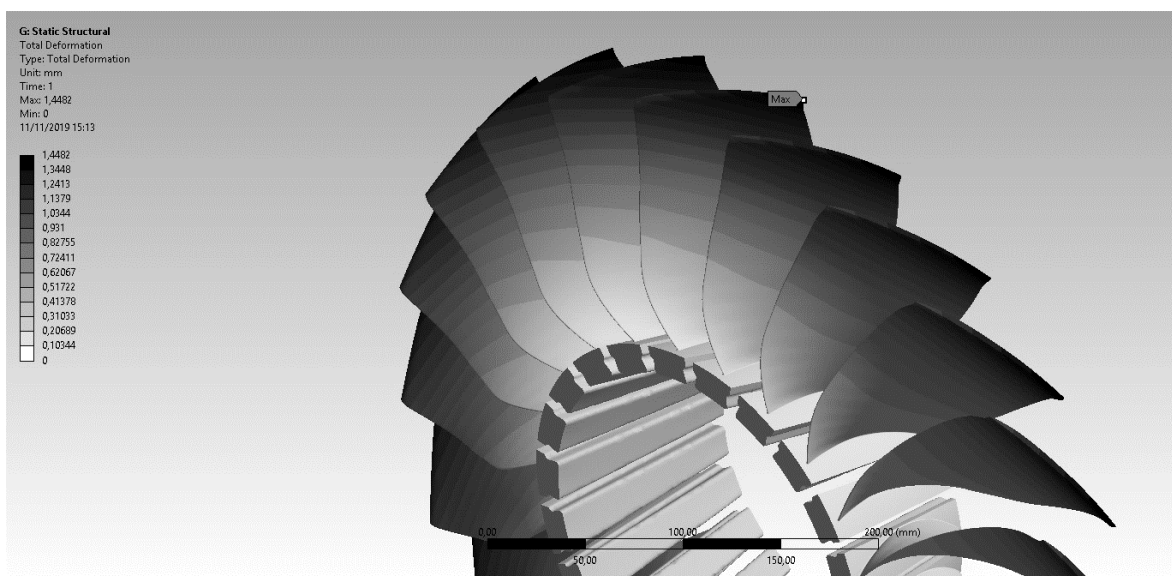


Figura 7.7 Campo degli spostamenti lungo la pala e il supporto in vista isometrica, con spostamento massimo localizzato in corrispondenza del leading edge al tip della pala.

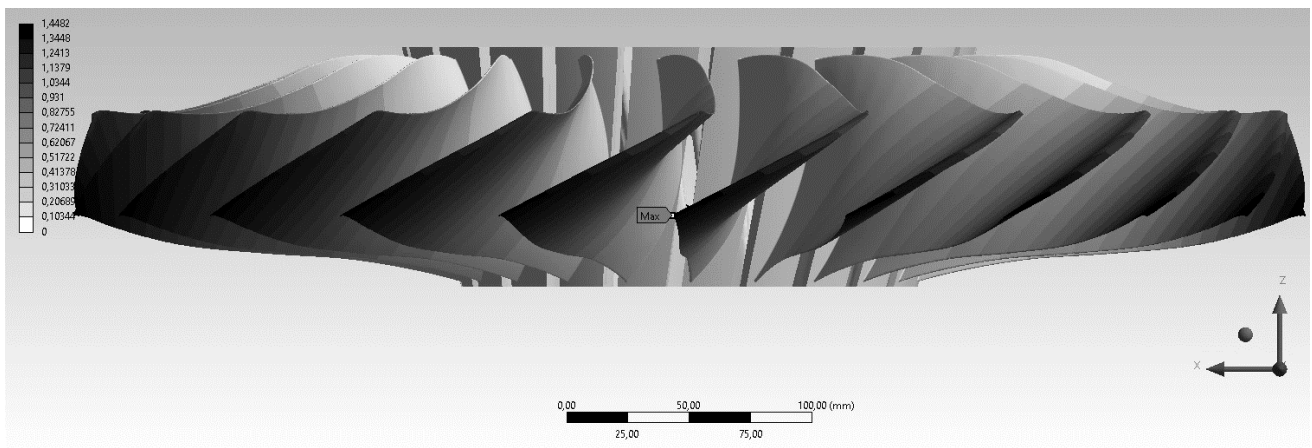


Figura 7.8 Campo degli spostamenti lungo la pala e il supporto in vista laterale, con spostamento massimo localizzato in corrispondenza del leading edge al tip della pala.

- *Curva di Wöhler per la verifica a fatica e per stimare il numero max di cicli, supponendo che il materiale sia esente da difetti;*
 Per determinare la vita a fatica del materiale (lega di titanio Ti-6Al-4V) sollecitato con un ciclo sinusoidale dallo zero, si utilizza il diagramma S-N in funzione del picco massimo di tensione agente sulla pala. Dalla fig. 7.9 è possibile notare come il picco massimo di tensione sia inferiore al valore del limite di fatica S_e , garantendo al materiale una teorica vita infinita al di sopra di 10^{10} cicli. In fig. 7.10 viene riportato anche il *diagramma di Goodman modificato* che permette di mostrare tutti i carichi e i valori limite di ciascuna componente di tensione, per una determinata tensione media.

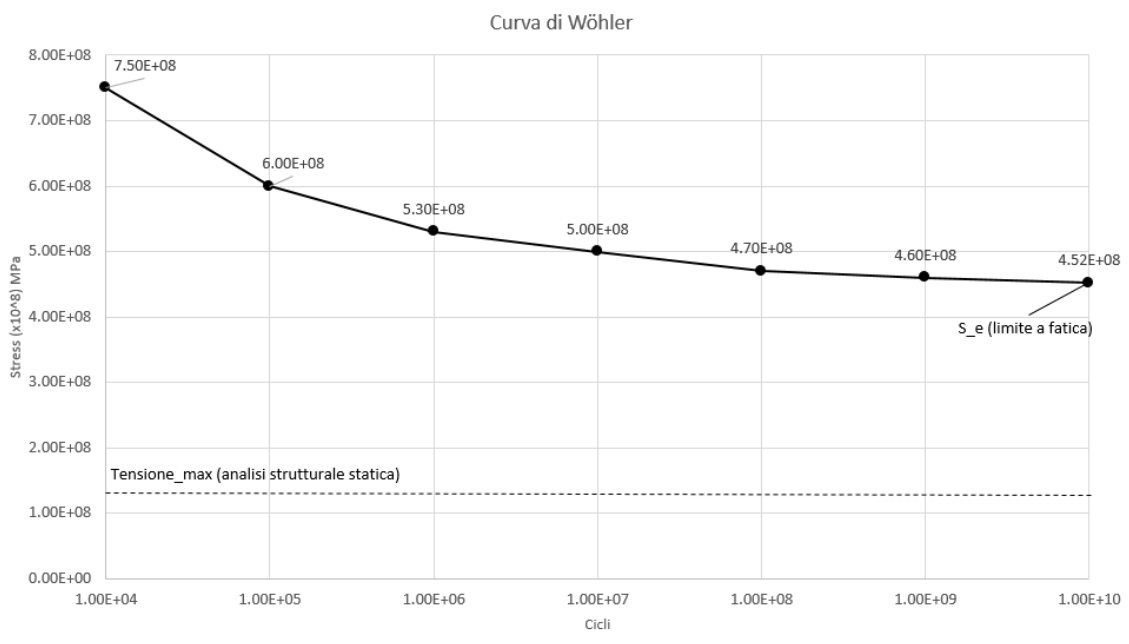


Figura 7.19 Curva di Wöhler per la lega di titanio Ti-6Al-4V sollecitata con un carico sinusoidale zero.

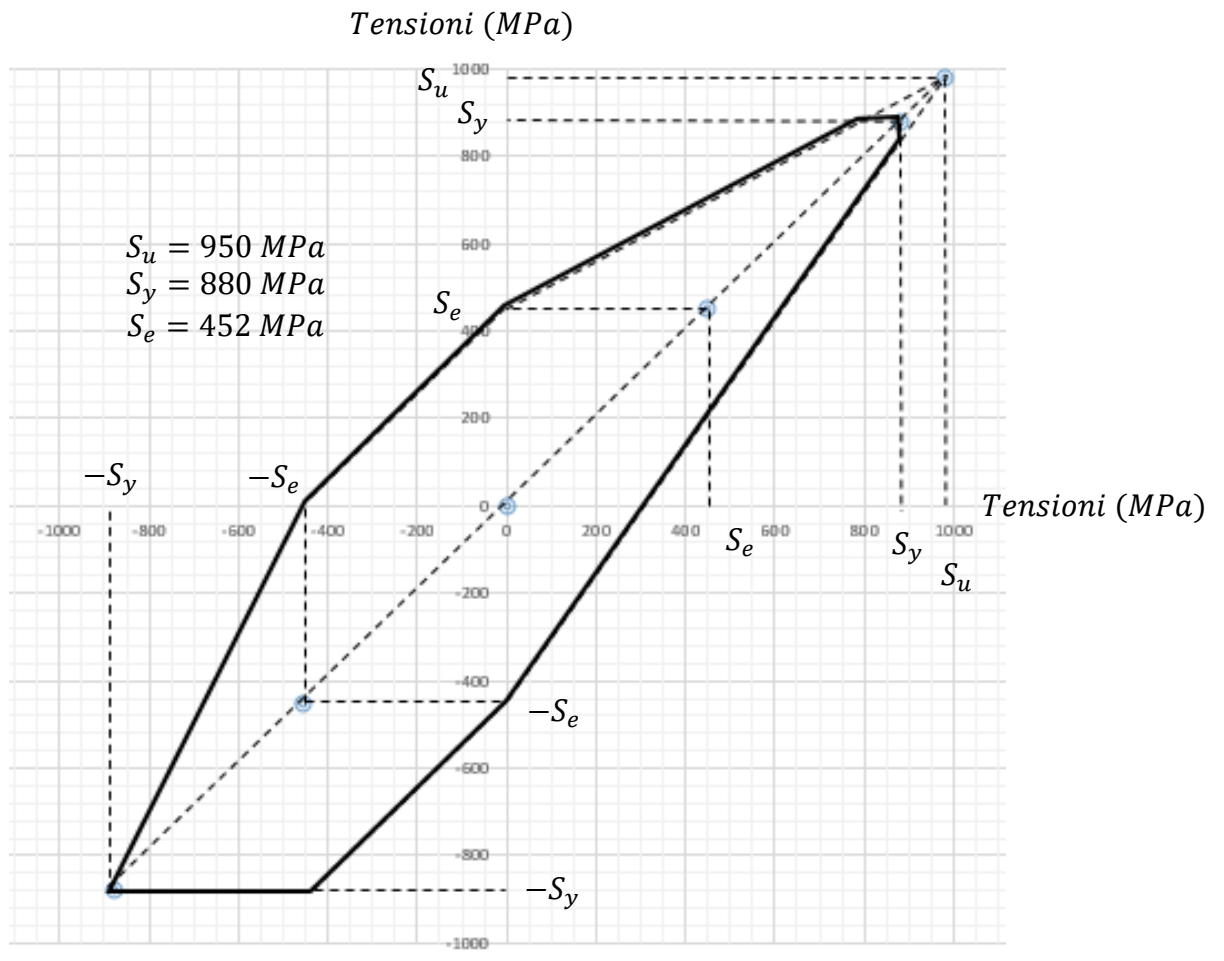


Figura 7.10 Diagramma di Goodman modificato della lega di titanio Ti-6Al-4V.

- Fattore di sicurezza a fatica:*
 utile per stimare quanto le tensioni agenti sulla pala e sul supporto siano lontane dal limite di fatica del materiale (lega di titanio Ti-6Al-4V), viene riportato in fig. 7.11 sia per l'intera pala sia per il raccordo.

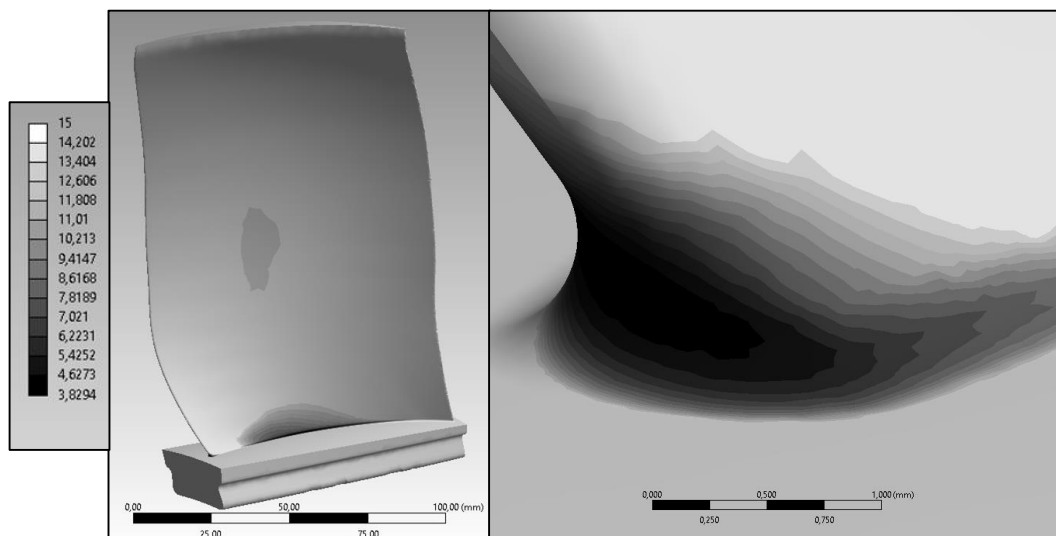


Figura 7.11 Fattore di sicurezza a fatica della pala in lega di titanio Ti-6Al-4V.

7.3 Analisi modale nell'ambiente Workbench di ANSYS®

Per l'analisi modale si sono seguite due procedure diverse.

La prima analisi modale è stata eseguita in condizioni pre-stressed di design (si attiva nell'ambiente Workbench collegando il riquadro dell'analisi modale con il riquadro dell'analisi statica strutturale), in modo da determinare i primi quattro modi di vibrare del sistema pala/supporto/disco/albero sfruttando le stesse condizioni imposte nell'analisi strutturale (le frequenze naturali ricavate verranno poi utilizzate per determinare lo smorzamento del sistema durante l'analisi aeroelastica).

I primi quattro modi di vibrare ricavati sono caratterizzate da deformate flessionali e torsionali che deflettono la pala generando la massima ampiezza di oscillazione palare. In tabella vengono riportati i valori delle frequenze naturali dei primi 4 modi di vibrare calcolati sia in condizione di design sia in condizioni di stallo:

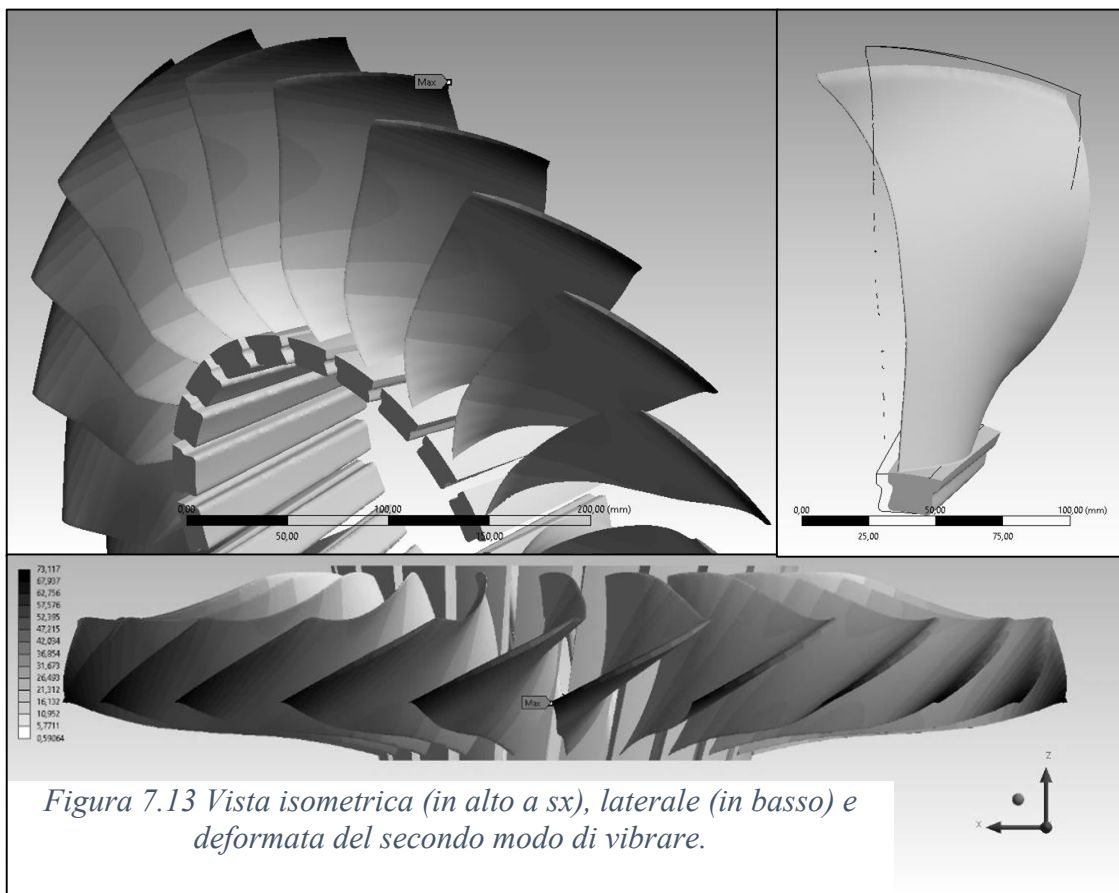
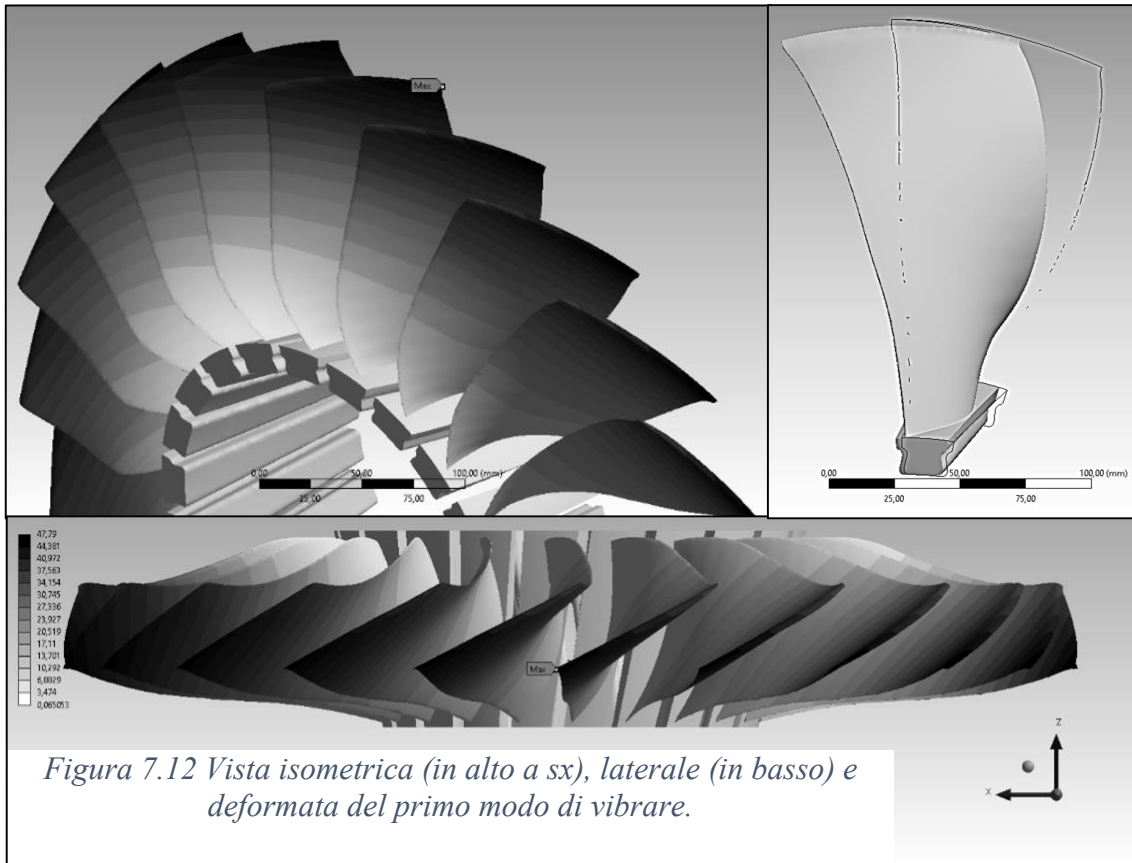
Modo di vibrare (DESIGN)	Frequenza naturale [Hz]
1 (B)	495.46
2 (B)	1090.20
3 (T)	1339.00
4 (T+B)	2160.50

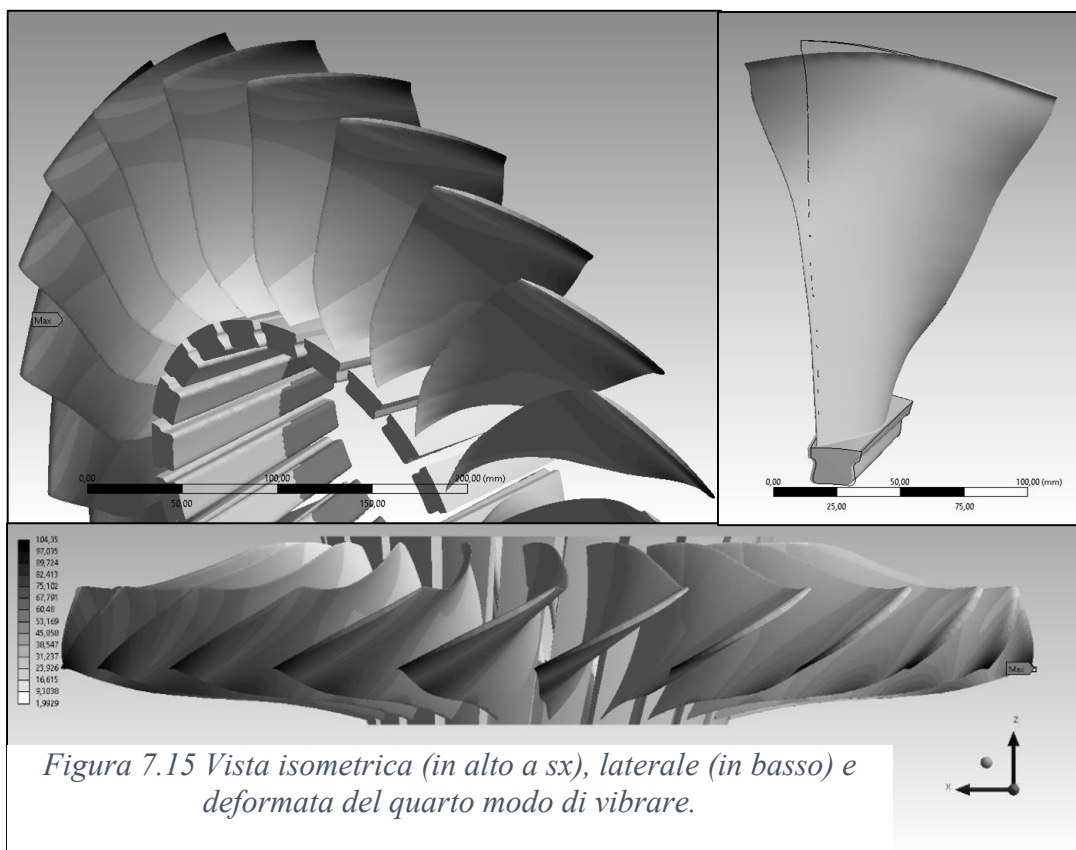
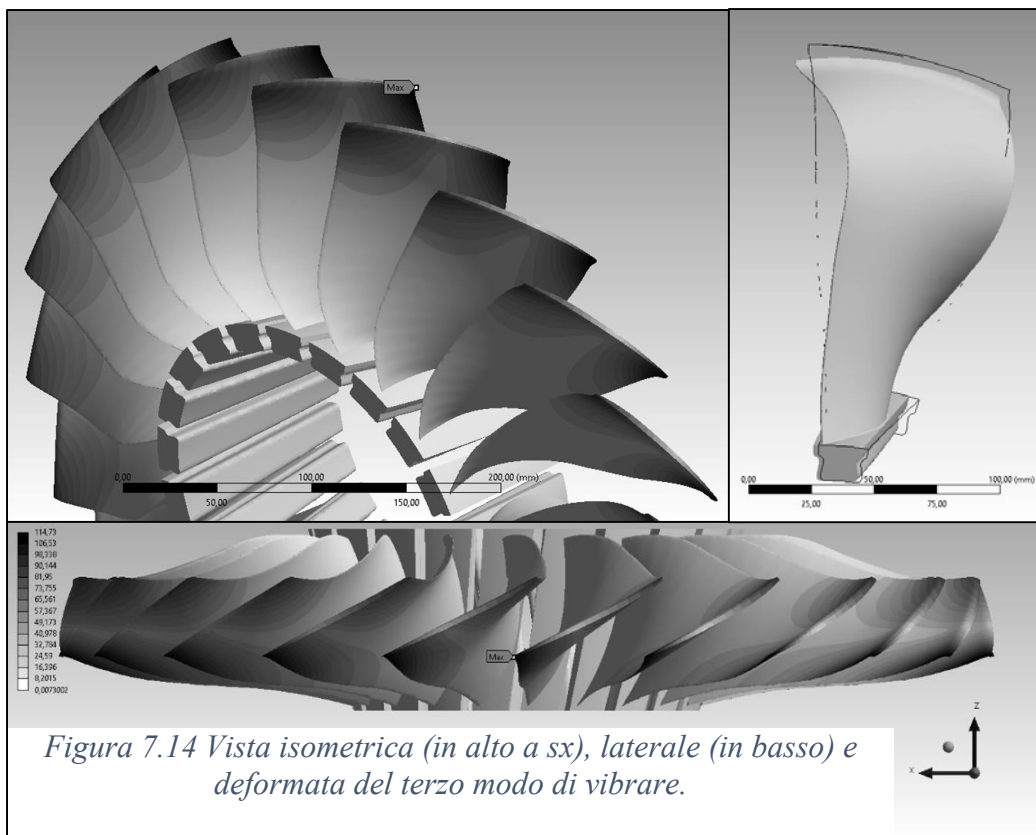
Modo di vibrare (STALLO)	Frequenza naturale [Hz]
1 (B)	495.42
2 (B)	1089.90
3 (T)	1336.70
4 (T+B)	2159.20

Come mostrato in fig. 7.12, 7.13, 7.14 e 7.15, il primo e il secondo modo di vibrare in condizioni di design rappresentano puri modi flessionali senza effetti torsionali, mentre il terzo e il quarto modo di vibrare sempre in condizioni di design inglobano anche stati tensionali di torsione e/o di flessione.

In tutti e quattro i modi di vibrare, il massimo spostamento si localizza sempre al tip della pala.

Aver considerato per l'analisi modale sia il disco rotante sia l'albero rotante, risulta essere un vantaggio dato che si tengono in considerazione anche la massa e l'elasticità di questi ultimi.





La seconda analisi modale è stata eseguita a parte e non in condizioni pre-stressed (cioè senza il contributo dei carichi aerodinamici) in modo da generare il diagramma di Campbell del sistema pala+supporto+disco+albero e visualizzare le velocità critiche di instabilità che possono insorgere dallo stato iniziale a velocità nulla allo stato finale a velocità di design (fig. 7.16). La differenza tra i valori delle frequenze naturali ricavate in questa analisi con quelli ricavati nell'analisi pre-stressed (sempre alla velocità di rotazione di 16043 rpm) è meno dello 0,1 %.

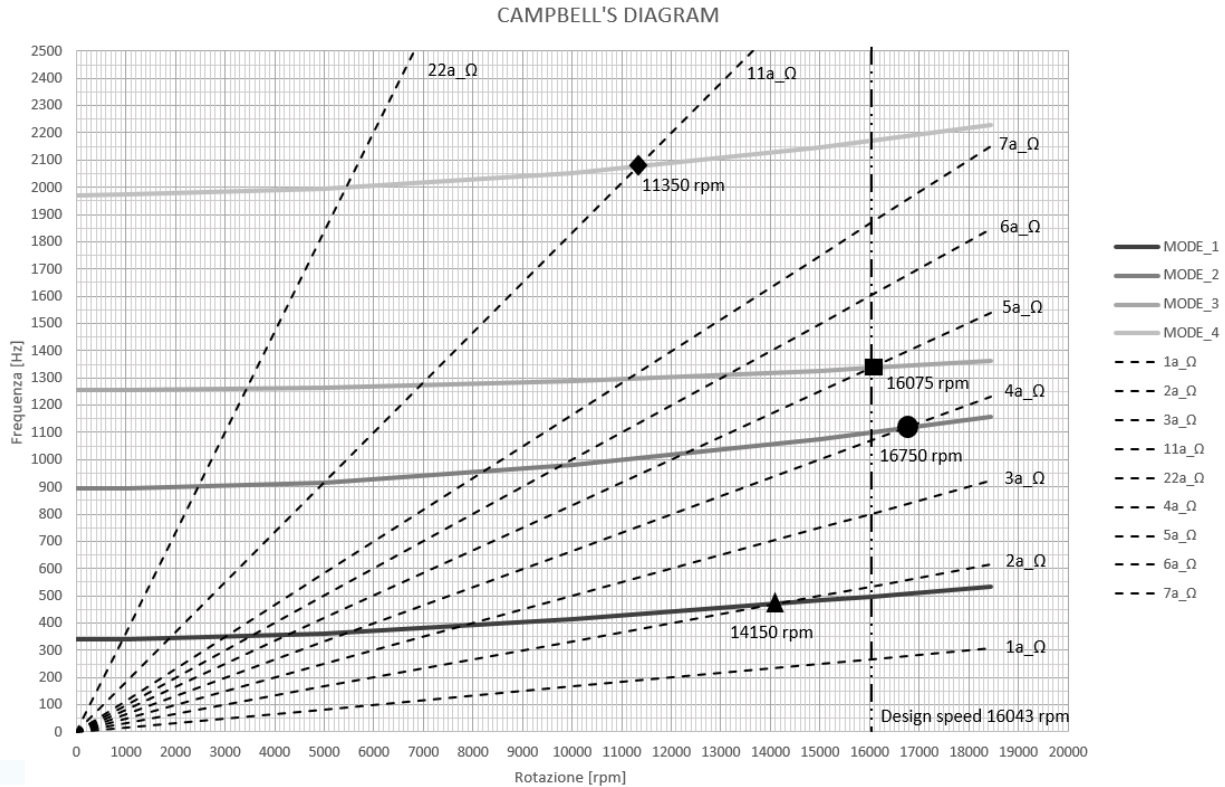


Figura 7.16 Diagramma di Campbell con i primi quattro modi di vibrare

Nel diagramma di Campbell in fig. 7.16 sono visibili quattro velocità critiche con potenziali problemi di risonanza dettati però dal numero di armonica e del numero di pale del rotore.

Nel caso del NASA Rotor 67, il numero di pale è pari a 22 e di conseguenza le armoniche più critiche sono la 22, la 11 e la 2 essendo il numero di pale loro multiplo. Dal diagramma si può vedere come le armoniche 22, 11, 2 e 1 siano di grande interesse, dato che il loro numero è collegato alla possibilità di creare la risonanza delle pale e l'eventuale loro rottura.

Infatti, se queste armoniche si avvicinano o incrociano i modi di vibrare in prossimità della velocità di rotazione di design, si hanno alte probabilità che vi sia una forza che possa eccitare le pale.

Nel caso in esame questo incrocio non avviene in prossimità della velocità di design, ma a velocità più contenute quali: 14150 rpm e 11350 rpm.

Queste velocità critiche devono perciò essere il più possibile evitate in fase di accelerazione e decelerazione, minimizzando il più possibile il tempo di passaggio del rotore su di esse.

Per comprendere meglio come siano collegati tra di loro il diagramma di Campbell e le vibrazioni del sistema, si prende come riferimento il seguente diagramma di Campbell (fig. 7.17) ottenuto da un'indagine aeroelastica sulla palettatura FAN di un motore aeronautico (purtroppo non è stato possibile risalire al numero di pale del FAN e se vi fosse o meno l'Inlet Guide Vane):

Come si nota in fig. 7.17 l'altezza delle linee verticali è proporzionale all'ampiezza di risposta oscillatoria subita dalla palettatura del FAN.

Quando il motore accelera e la velocità arriva a 2000 rpm la palettatura entra in una regione di stallo subsonico accompagnata da vibrazioni di tipo flutter, in corrispondenza del secondo modo di vibrare.

La palettatura esce poi dalla condizione di flutter alla velocità di circa 2500 rpm, per entrare immediatamente nella regione di vibrazioni forzate.

Continuando ad accelerare la palettatura incontra a circa 3100 rpm un'altra regione di flutter prima di terminare l'accelerazione a 3500 rpm.

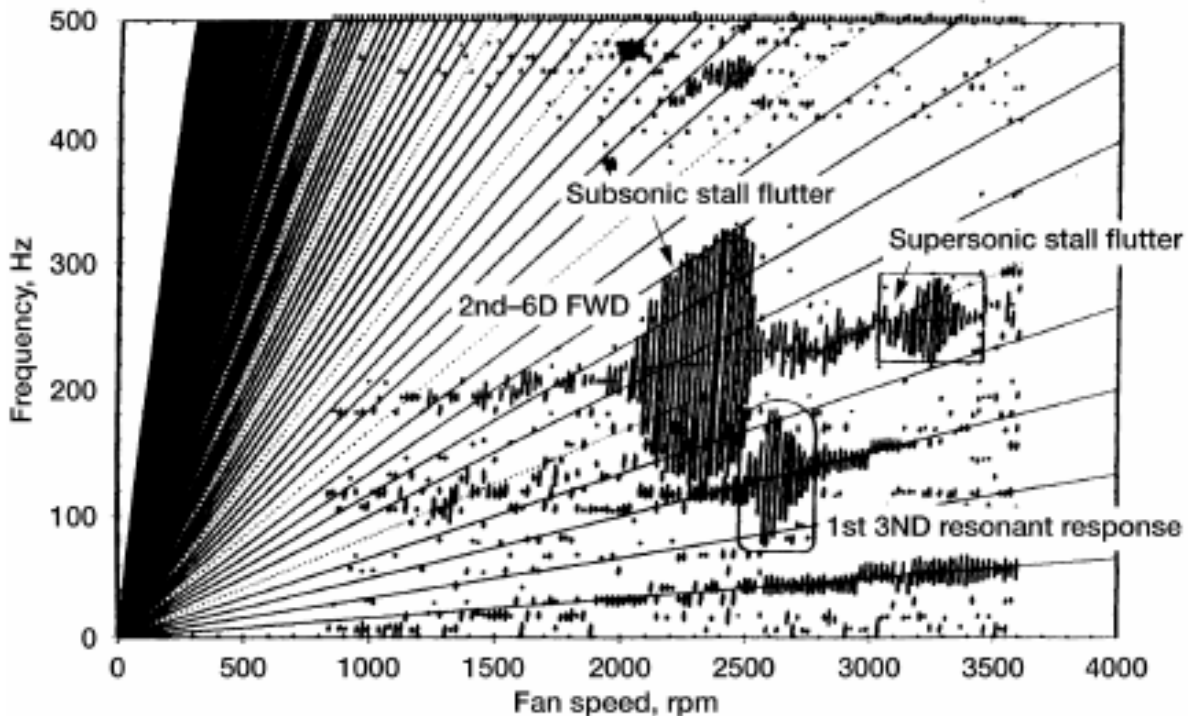


Figura 7.17 Diagramma di Campbell ottenuto da un'indagine aeroelastica di un FAN

Al completamento delle analisi strutturali/modali si sono esportati dell'analisi prestressed con il comando "export" (tasto dx del mouse sulla voce "Total Deformation" e "Relative Deformation") le coordinate iniziali dei nodi della mesh e i relativi massimi spostamenti che si hanno quando il rotore arriva alla sua velocità di design (16043 rpm).

Infine, tramite un processo di post-processing si è creato in Microsoft Office EXCEL® un file in formato .csv (esistono 3 formati .csv disponibili in EXCEL®) contenente tutte le informazioni utili per impostare l'analisi aeroelastica.

I dati presenti nel file *.csv* sono i seguenti (fig. 7.18):

- Coordinate iniziali dei nodi della mesh [m];
- Spostamenti massimi dei nodi della mesh [m];
- Massimo spostamento assoluto della mesh [m];
- Frequenza naturale da simulare [Hz];

```
[Name]
mode__

[Parameters]
Frequency = _____ [Hz]
Maximum Displacement = _____ [m]

[Spatial Fields]
Initial X, Initial Y, Initial Z

[Data]
Initial X [ m ], Initial Y [ m ], Initial Z [ m ], meshdisptot x [ m ], meshdisptot y [ m ], meshdisptot z [ m ]
_____
```

Figura 7.18 File CSV da importare in CFX_PRE

Questo file *.csv* contiene le coordinate e gli spostamenti di tutti i profili palari, supporti, disco ed albero rotante.

Da sottolineare che il file *.csv* deve essere modificato nel caso cambiasse la frequenza naturale da simulare e il punto operativo da studiare sulla mappa di funzionamento del fan transonico, dato che cambiano gli spostamenti massimi dei nodi della mesh.

7.4 Analisi fluidodinamica stazionaria eseguita con il pacchetto ANSYS_CFX®

Prima di poter eseguire le analisi CFD bisogna ricreare il modello geometrico del profilo palare del NASA Rotor 67 da utilizzare nell'ambiente fluidodinamico CFX sviluppato da ANSYS® per simulazioni CFD di turbomacchine.

Le sezioni che compongono il pacchetto CFX sono quattro, in particolare: TURBOGRID, CFX-PRE, CFX-SOLVER, e CFD-POST.

Per realizzare l'analisi CFD stazionaria del NASA Rotor 67, tutte le precedenti quattro sezioni sono state collegate tra loro nel seguente ordine:

1) TURBOGRID:

in questa sezione sono state importate le coordinate cartesiane del profilo palare, dell'hub e dello shroud, in un formato specifico *.curve*.

Dopo aver creato la superficie palare, la superficie dell'hub e la superficie dello shroud, la periferia della pala è stata accorciata in modo da generare il traferro (tip clearance) che separa la periferia stessa della pala con la superficie dello shroud (fig. 7.19).

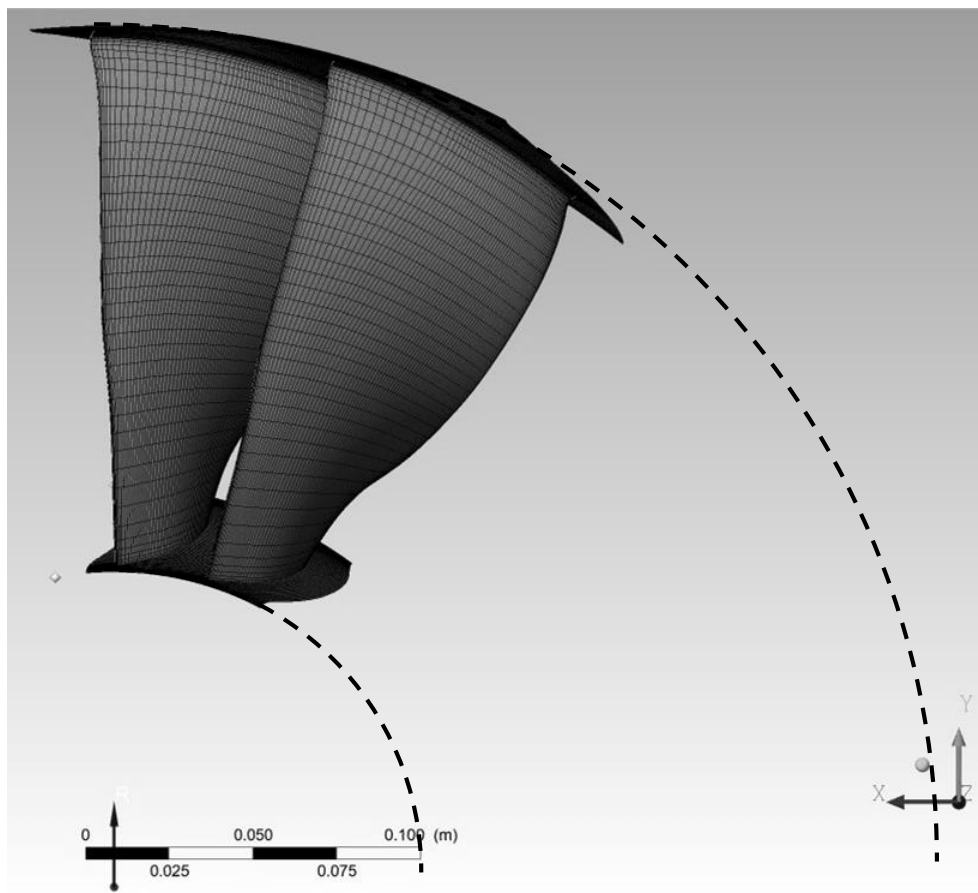


Figura 7.19 Mesh della superficie palare creata in TURBOGRID per le analisi CFD

Ottenuto il modello geometrico di un singolo condotto mobile, sono state definiti tutti i parametri necessari al fine di generare una mesh coerente con un'analisi sia CFD sia aeroelastica.

La prima operazione utile al fine di permettere la deformazione della mesh durante l'analisi aeroelastica, è stata quella di ridurre il numero di elementi e di nodi rispetto ad una mesh CFD (in primo luogo per ridurre il costo computazionale richiesto per ogni analisi aeroelastica e in secondo luogo per mantenere un numero di elementi proporzionali al caso di studio sul NASA Rotor 37 [48]).

In seguito si è reso necessario intervenire direttamente sui parametri dell'operazione di discretizzazione 3D, per modificare le condizioni della mesh in prossimità dei boundary layers ed ottenere una mesh all'interfaccia struttura/fluido avente una rigidezza e una dimensione accettabili per lo scambio di informazioni con la mesh strutturale che è stata generata per implementare l'analisi strutturale FEM (fig. 7. 20).

Per permettere lo scambio di informazioni tra le due mesh, le dimensioni della mesh CFD devono avere un ordine di grandezza che si avvicini il più possibile all'ordine di grandezza delle deformazioni della mesh FEM.

Infine si sono verificati che i parametri rappresentativi della qualità della mesh rientrassero nei range di default stabiliti da TURBOGRID.

Come ultimo passaggio si è esportata la mesh in formato *.gtm* da inviare alla sezione CFX successiva;

Per l'analisi aeroelastica, la mesh CFD creata per interfacciarsi con la mesh FEM conta all'incirca 100'000 elementi per canale palare.

Un infittimento dello mesh risulterebbe utile (almeno in ambito CFD) per stimare meglio l'interazione a parete tra lo strato limite e l'onda d'urto obliqua, oltre al fenomeno della turbolenza (con una mesh da 1'500'000 questo risulta possibile).

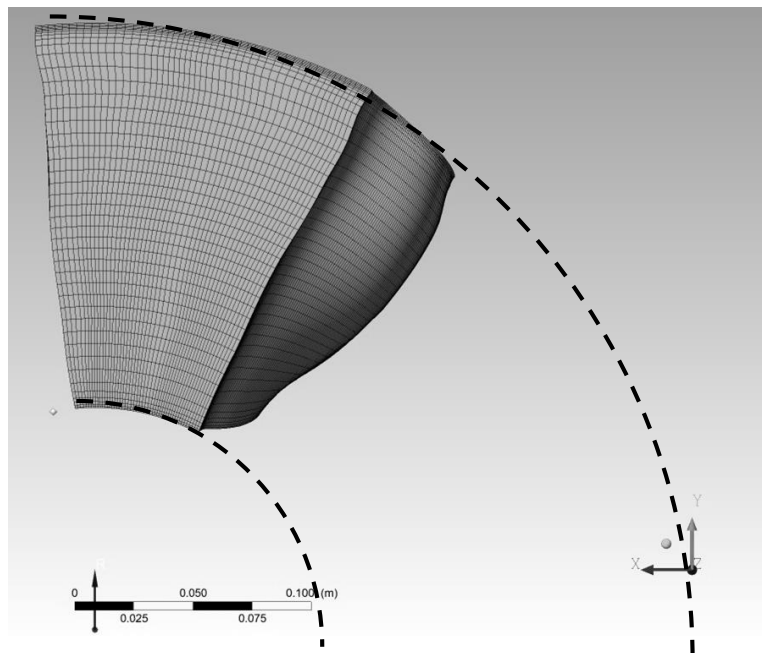


Figura 7.20 Mesh del dominio fluido creata in TURBOGRID per le analisi CFD

2) CFX_PRE:

in questa sezione si importa il file in formato *.gtm* ottenuto con TURBOGRID.

Come prima operazione si cambia l'impostazione di default della mesh, in modo da ottenere una mesh con la caratteristica di essere in *TurboRotation* come in fig. 7.21 (la *TurboRotation* permette di definire il numero di condotti palari totali della turbomacchina, sfruttando la simmetria circolare della stessa).

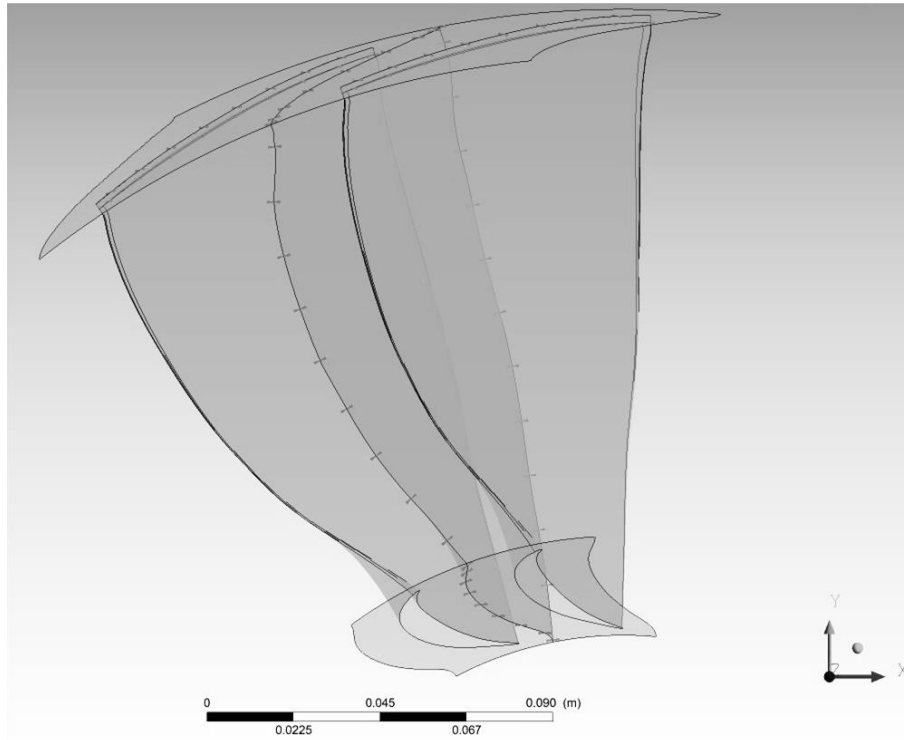


Figura 7.21 Canale palare doppio in modalità *TurboRotation*.

Modificata la mesh, ora è possibile importare il file *.csv* contenente tutte le informazioni sulla mesh utili per l'analisi aeroelastica che verrà eseguita successivamente a quella stazionaria (fig. 7.22).

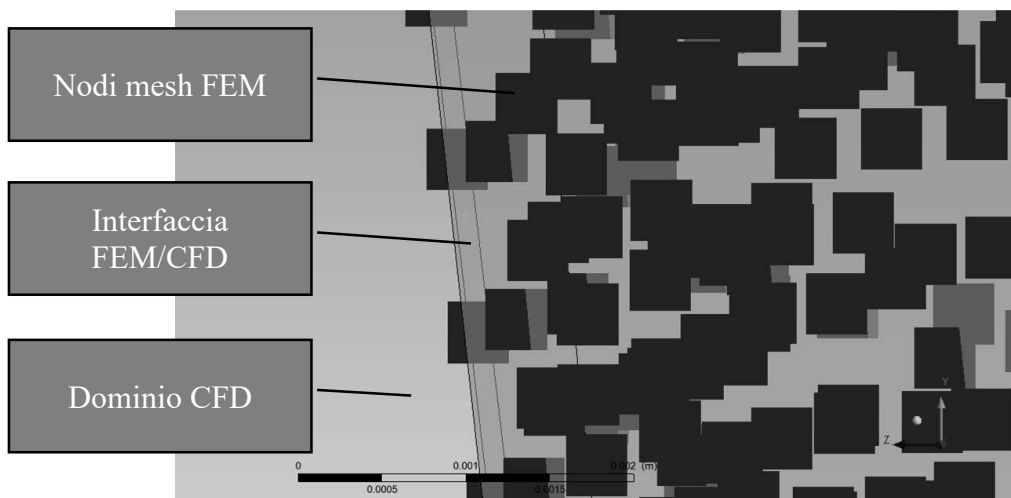


Figura 7.22 Interfaccia dominio CFD e FEM con nodi mesh FEM

Una volta completato anche questo passaggio, è possibile settare tutti i domini e tutte le interfacce che caratterizzano il campo di moto del fluido all'interno del condotto palare, quali:

- Volume di passaggio nel condotto palare;
- Sezione di ingresso;
- Sezione di uscita;
- Superficie palare;
- Superficie dell'hub;
- Superficie dello shroud;
- Superfici periodiche;
- Superficie di scambio informazioni tra i due condotti palari;
- Superficie di Tip Clearance.

Come dati utili per impostare l'analisi stazionaria sia in condizioni di design sia in condizioni di stallo, sono stati utilizzati i seguenti:

Condizione	DESIGN	STALL
Velocità di rotazione (rpm)	16043	16043
Pressione totale inlet (Pa)	101325	101325
Temperatura totale inlet (K)	288.2	288.2
Pressione statica outlet (Pa)	114500	124000

A questo punto si definiscono i parametri di convergenza delle grandezze del campo di moto e si indicano le variabili principali da voler visualizzare nel post processing, quali ad esempio:

- Portata di massa nella sezione di uscita;
- Numero di Mach relativo all'hub e al tip;

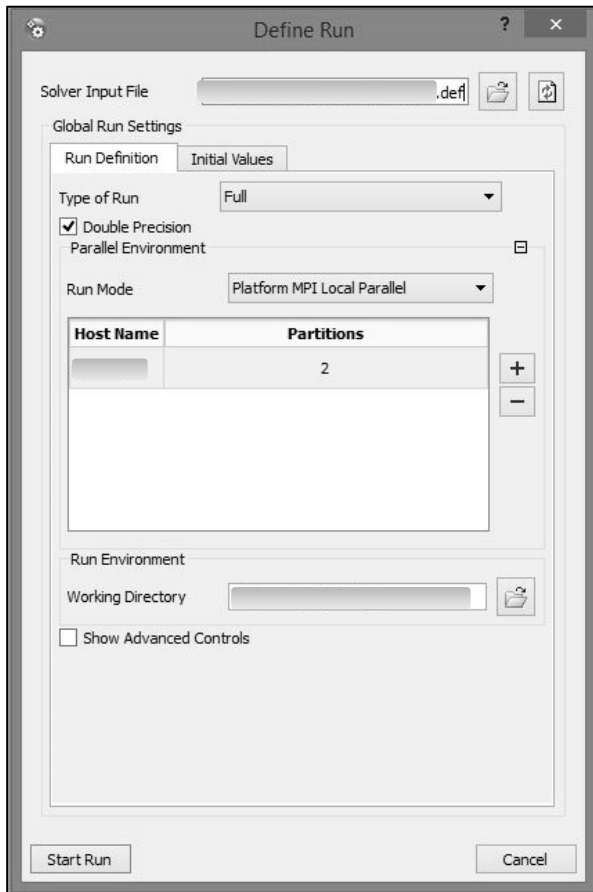
Per ultimo si salva il file generato in formato *.def* contenente tutte le istruzioni utili al fine di inizializzare l'analisi stazionaria nel punto operativo di design e nel punto operativo di stallo;

3) CFX-SOLVER:

in questa sezione si importa il file *.def* generato in CFX-PRE e applicano le ultime impostazioni prima di inizializzare l'analisi CFD stazionaria, quali:

- Double precision (fig. 7.23);
- Run mode: MPI Local Parallel (2 Partition, per dividere la computazione in due processi);

Durante la procedura iterativa di risoluzione è possibile plottare diversi grafici che mostrano l'andamento delle grandezze, specificate in CFX-PRE, al variare degli timestep.



Una volta completata l'analisi, vengono generati due file: un file in formato *.out* (in cui si possono visualizzare l'andamento delle grandezze e la loro convergenza durante tutte le iterate dell'analisi) e un file in formato *.res* (in cui viene riportato il dominio fluido completo visualizzabile in CFD.POST).

Figura 7.23 Finestra CFX-SOLVER di set-up analisi CFD

4) CFD-POST:

in questa sezione, come già accennato, si è in grado di visualizzare ed elaborare tutte le grandezze che caratterizzano il campo di moto fluido di una turbomacchina.

Sono disponibili infatti numerose funzioni e operazioni che permettono al progettista di comparare il suo modello con altri modelli sperimentali e/o numerici disponibili presenti in letteratura.

Nel caso di un'analisi stazionaria per studi fluidodinamici, le grandezze che si plottano a video sono principalmente le seguenti:

- Rapporto pressione totale in funzione dello span palare;
- Rapporto temperatura totale in funzione dello span palare;
- Rendimento adiabatico in funzione dello span palare;
- Contour del numero di Mach a diverse sezioni blade to blade lungo lo span palare;
- Contour del numero di Mach isoentropico sulla superficie palare;
- Pressione statica lungo la distanza assiale della pala;
- Mach isoentropico lungo la distanza assiale della pala;

In fig. 7.24 vengono riportati gli andamenti del rapporto di pressione totale e del rapporto di temperatura totale a valle del rotore per i due casi studiati (condizione di design e condizione di stallo).

Inoltre, sono stati riportati anche gli andamenti in condizione di design del modello stazionario di confronto già validato del NASA Rotor 67 del Dottorando Andrea Magrini (Ufficio COMETES – Università degli studi di Padova). In questo caso dato che si tratta di un'analisi puramente fluidodinamica, il numero di elementi della mesh conta circa 3'000'000 per canale palare).

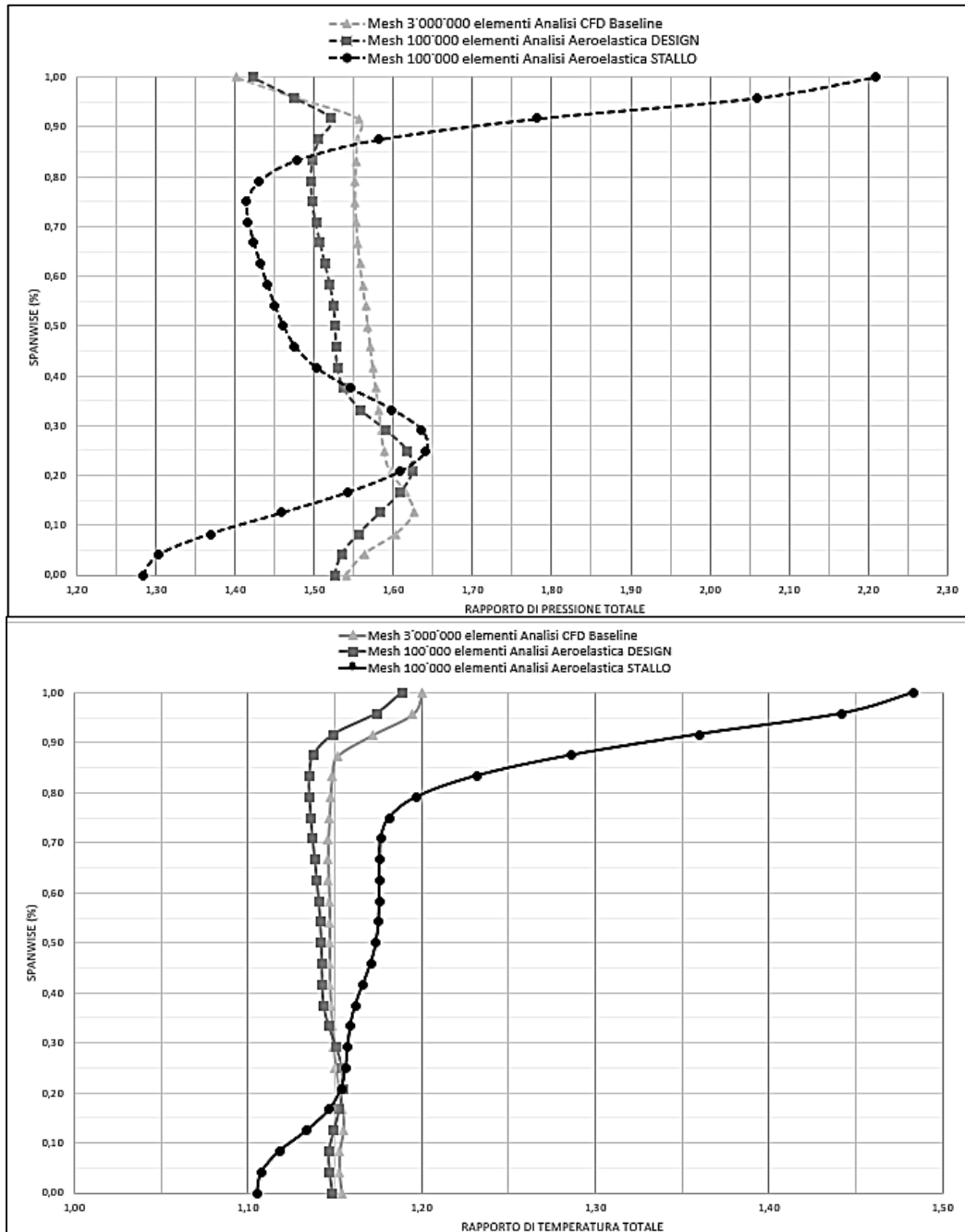


Figura 7.24 Rapporti di pressione totale e rapporti di temperatura totale a valle del rotore.

Gli andamenti della pressione totale e della temperatura totale sono influenzati da diversi fattori di perdita che caratterizzano il campo di moto del flusso attraverso i condotti palari.

Per avere una maggiore idea di quali essi siano, si riporta di seguito la fig. 7.25 che li illustra nel dettaglio:

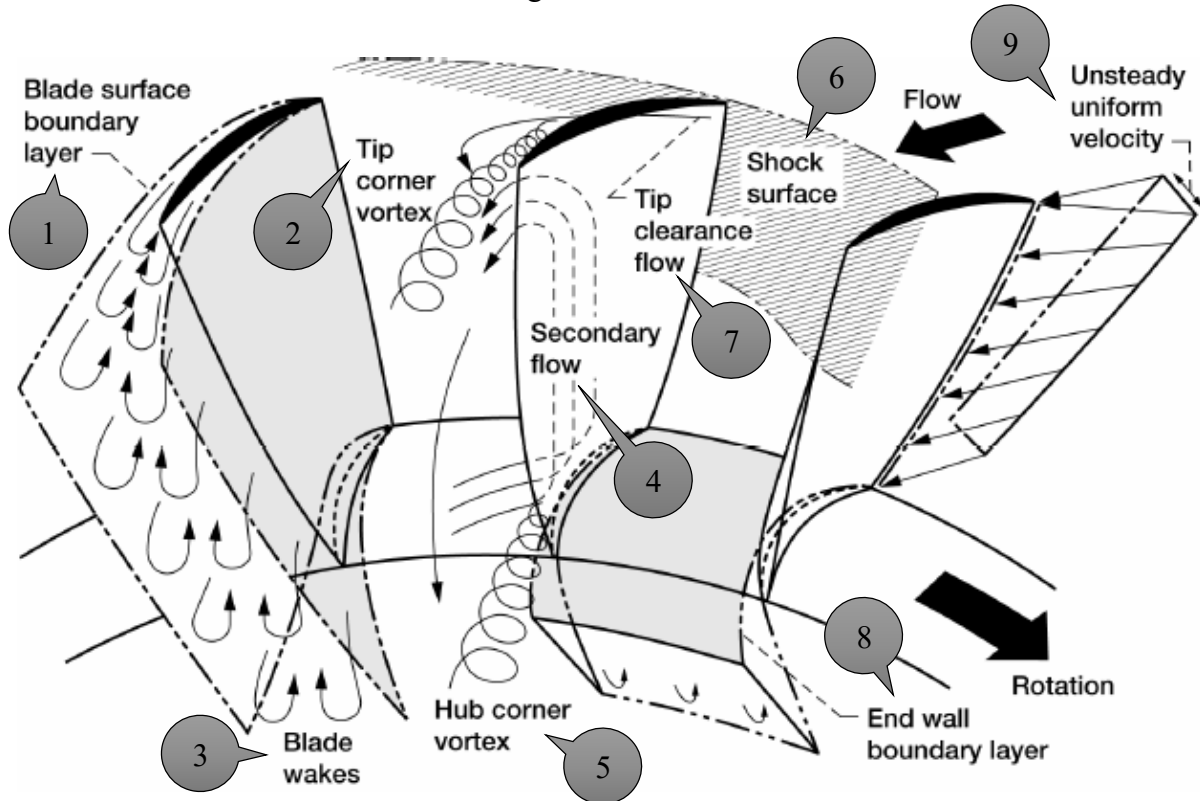
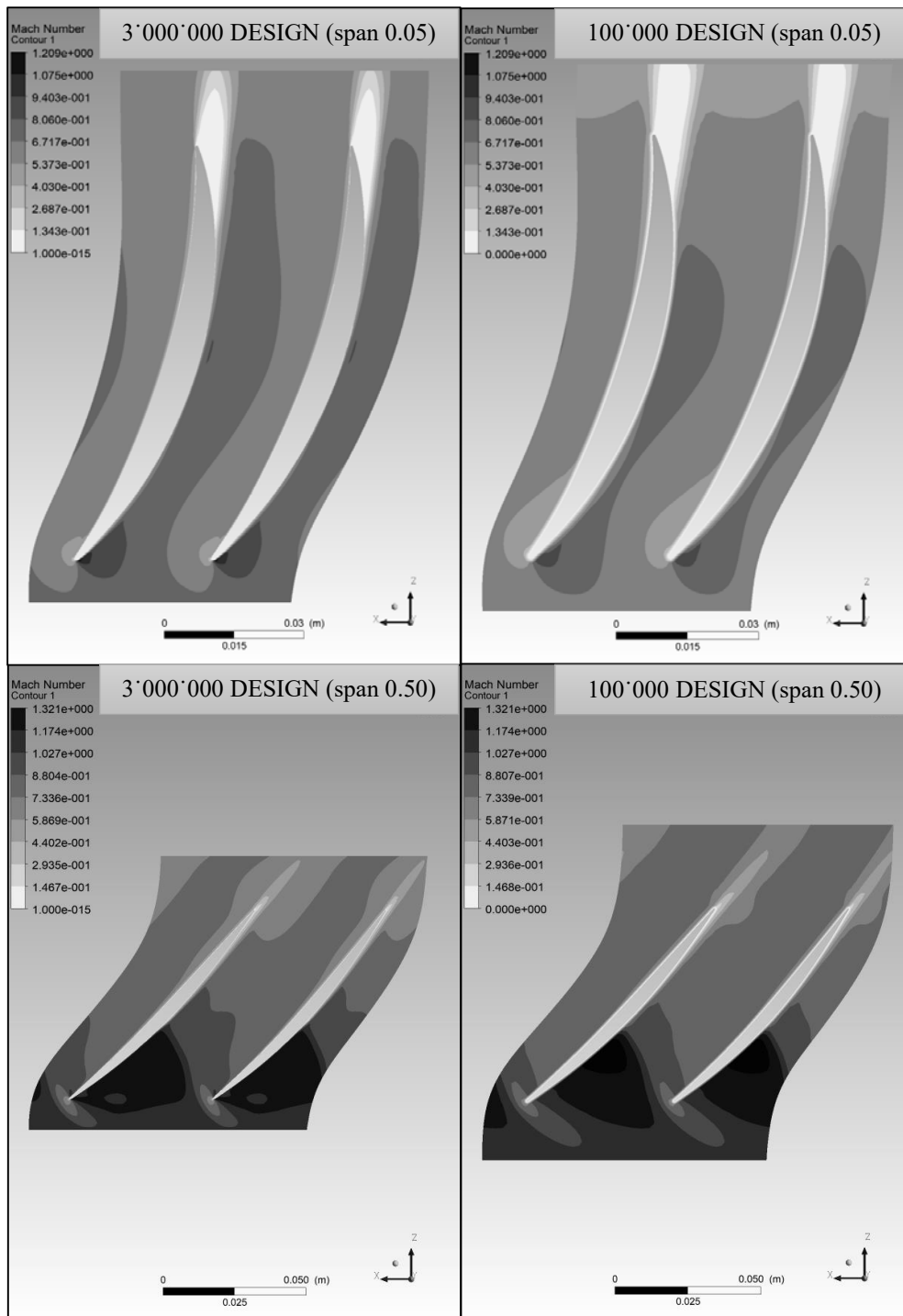


Figura 7.25 Fattori di perdita di un rotore assiale [NASA Aeroelasticity Handbook, Volume 2: Design Guides (Part 2), John K. Ramsey, Glenn Research Center, Cleveland, Ohio, 2006]

- ①. Strato limite della superficie palare;
- ②. Vortici al tip della pala;
- ③. Scia a valle della pala;
- ④. Flussi secondari radiali;
- ⑤. Vortici alla radice della pala;
- ⑥. Onda d'urto obliqua;
- ⑦. Flusso di passaggio nel tip clearance;
- ⑧. Strato limite;
- ⑨. Profilo uniforme non stazionario della velocità in ingresso.

Come ultima grandezza ottenuta dall'analisi stazionari a CFD si riporta il numero di Mach in sezione Blade-to-blade al variare dello span, per tutti e tre le analisi di indagine (baseline design, aeroelastica design ed aeroelastica con stallo).

Nei contour riportati in fig. 7.26 della baseline in condizioni di design (3'000'000 elementi) e dell'analisi aeroelastica (100'000 elementi) sempre in condizioni di design, si notano immediatamente l'intensità e la dimensione della scia a valle del profilo e la presenza dell'onda d'urto obliqua nel canale palare.



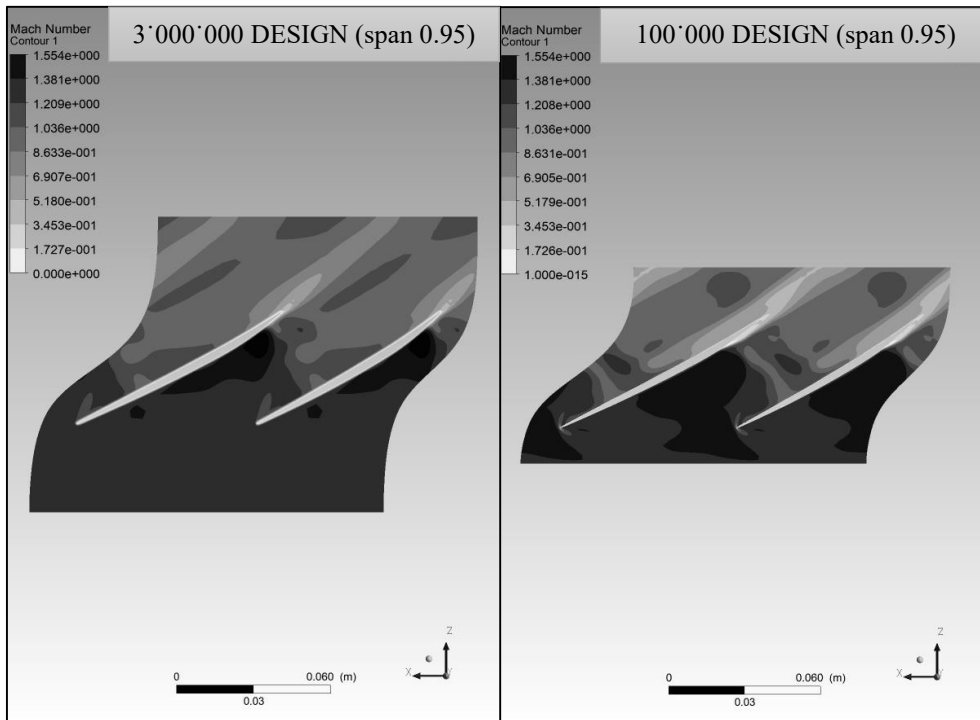
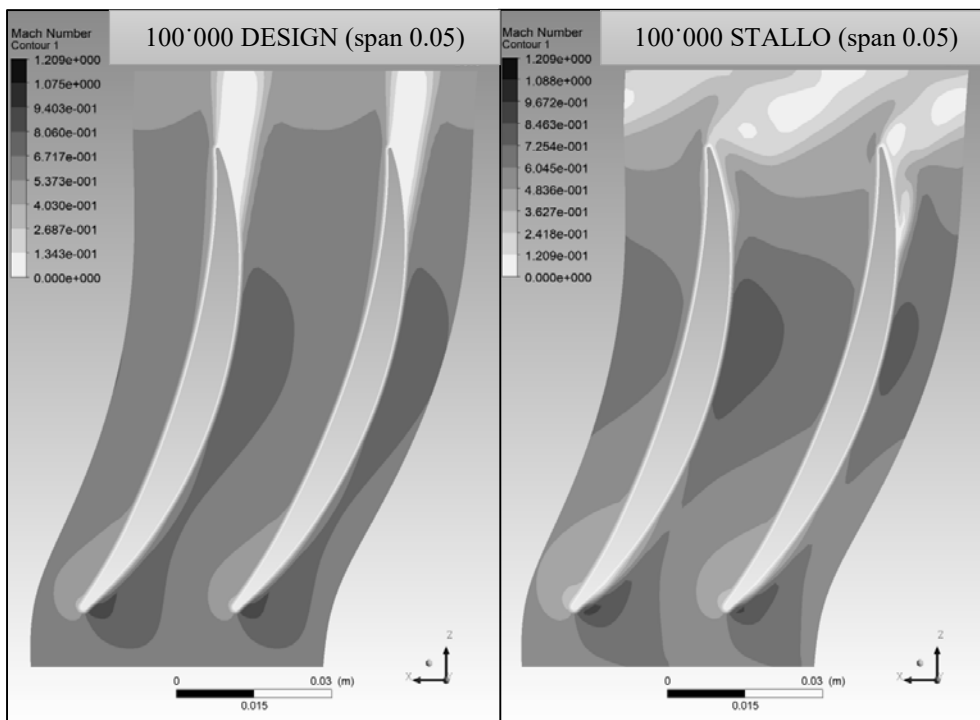


Figura 7.26 Confronto numero di Mach nelle sezioni Blade-to-Blade.

Per concludere il paragrafo dedicato alle analisi stazionarie, si riporta il confronto del numero di Mach (sempre nelle stesse sezioni Blade-to-Blade) tra l'analisi aeroelastica in condizioni di design e l'analisi aeroelastica in condizioni di stallo (fig. 7.27).



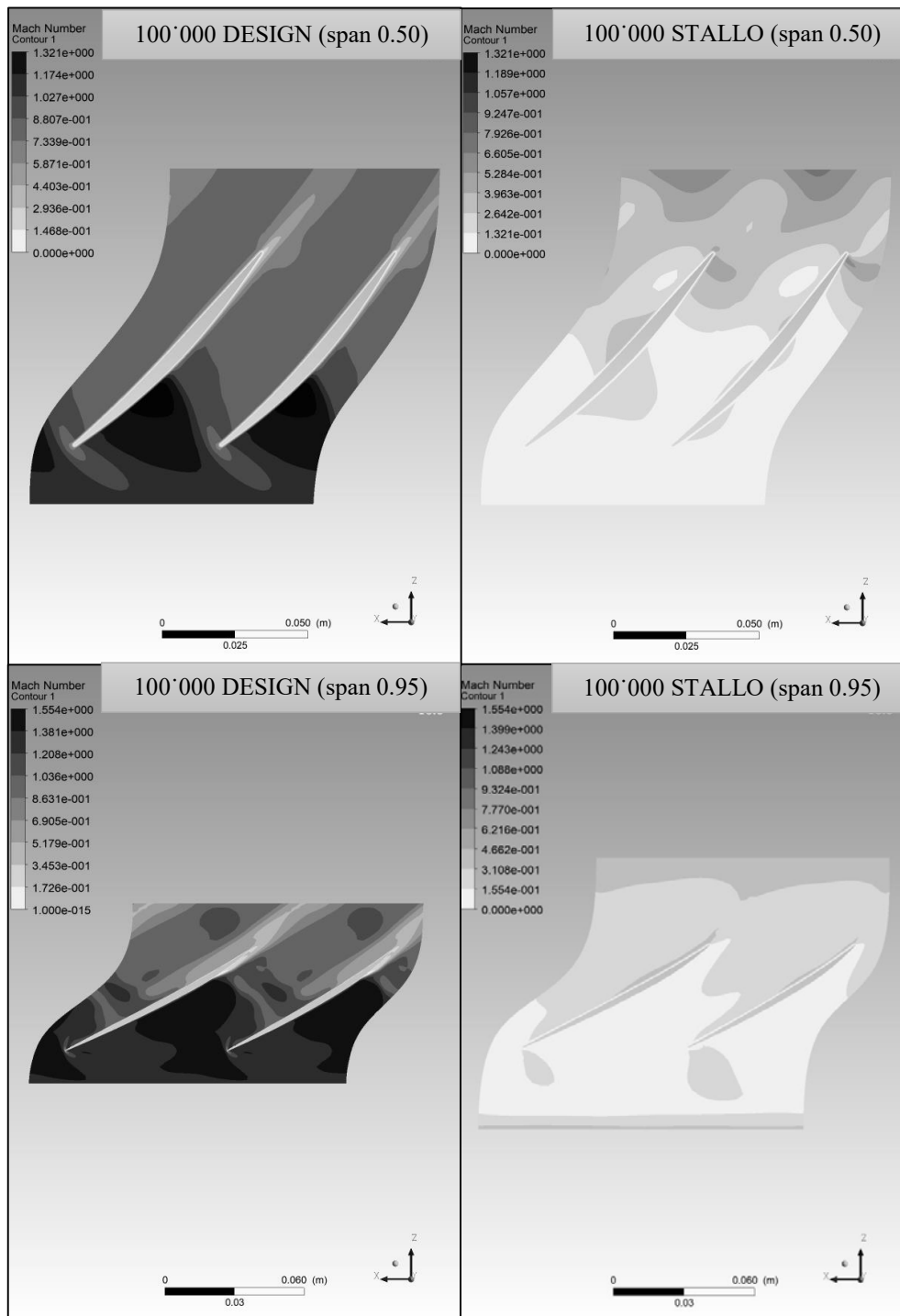


Figura 7.27 Confronto numero di Mach nelle sezioni Blade-to-Blade.

Come riportato in fig. 7.27 , il numero di Mach del flusso lungo il condotto risulta essere molto basso (intorno a $M = 0.1$) con una portata di massa media in uscita di quasi un quinto di quella che si ha in condizioni di design. Il rendimento del rotore in questa condizione di stallo risulta essere di circa 0.7 , contro lo 0.9 in condizioni di design.

7.5 Analisi aeroelastica eseguita con il pacchetto ANSYS_CFX®

Lo scopo principale di un'analisi aeroelastica è quello di predire le vibrazioni forzate e le vibrazioni flutter, in modo da evitare instabilità aeroelastiche e limitare il più possibile gli stress che si generano in risonanza.

Infatti, quando le forze di portanza agenti sul profilo palare sono più grandi delle forze di smorzamento, si innescano modi di vibrare flessionali e torsionali.

La rigidità flessionale e torsionale del profilo palare di solito è troppo bassa per bilanciare le forze di inerzia che si manifestano nei modi di vibrare flessionali e torsionali.

In generale, la progettazione a flutter della palettatura di un compressore assiale prevede che vengano determinati tutti questi parametri:

1) PROGETTAZIONE:

- Rapporto di pressione dello stadio e portata di massa;
- Rapporto d'aspetto e solidità del profilo palare;
- Geometria del profilo palare e del canale palare;
- Materiale;
- Numero di pale;
- ...

2) PROGETTAZIONE ED ANALISI FLUIDODINAMICA:

- Velocità relativa e numero di Mach;
- Corda e spessore del profilo palare;
- Fattore di diffusione, incidenza e margine di stallo;
- Temperatura statica, pressione statica e densità statica del fluido;
- ...

3) PROGETTAZIONE ED ANALISI STRUTTURALE:

- Stress statici;
- Modi di vibrare e frequenze naturali del sistema pala/disco;
- ...

4) ANALISI E RIPROGETTAZIONE FLUTTER:

- Modificare lo spessore del profilo palare;
- Modificare il rapporto d'aspetto del profilo palare;
- Modificare il tip clearance;
- Modificare la solidità del profilo palare;
- Modificare il materiale;
- Modificare la velocità di rotazione del rotore;
- Modificare il numero di pale;
- ...

Altri fattori che influenzano il flutter sono anche: le condizioni all'ingresso e all'uscita del condotto, la rigidità del disco rotante, la posizione dell'onda d'urto, ...

L'analisi aeroelastica per essere eseguita necessita come input i risultati ottenuti dall'analisi stazionaria, in modo da accelerare la convergenza dell'analisi.

Per realizzare l'analisi aeroelastica del NASA Rotor 67 sono state riutilizzate le stesse sezioni del pacchetto CFX® descritte per l'analisi stazionaria, con le seguenti modifiche:

- Modifica dell'analisi da stazionaria a transient flutter con il metodo della trasformata di Fourier;
- Inserimento di "expressions" contenenti le frequenze naturali, il massimo spostamento e il fattore di campionamento;
- Inserimento del *Phase Angle Multiplier* (fig. 7.28);

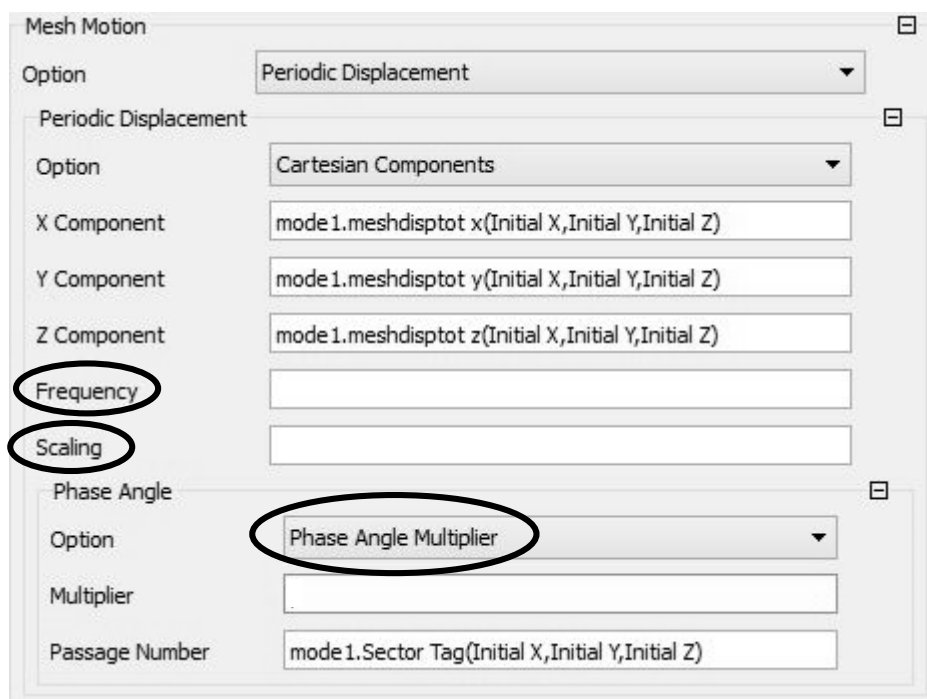


Figura 7.28 Finestra di inserimento del PAM, della frequenza e del fattore di campionamento.

- Time period (pari al reciproco della frequenza naturale);
- Numero di Time Steps per periodo (che ANSYS® definisce come multiplo del numero di pale diviso per il diametro nodale, in modo che entrambe le pale subiscano una deformazione simile nel Time period (fig. 7.29));

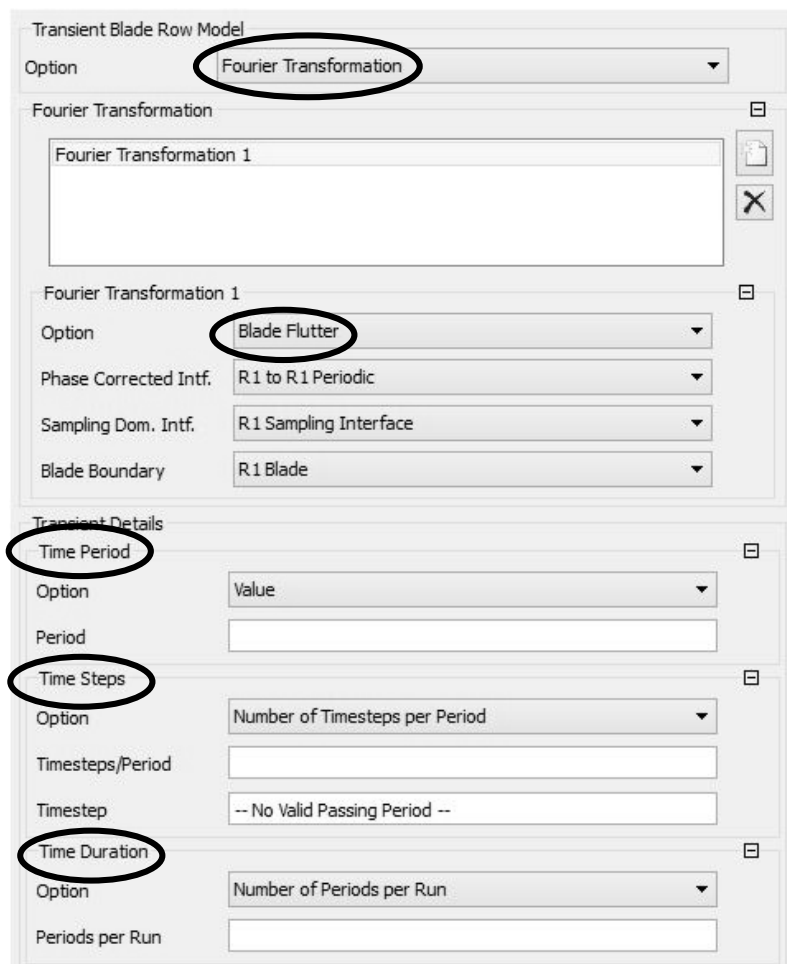


Figura 7.29 Finestra di inserimento del time-period, time-step e time-duration.

- Inserimento degli Output da monitorare nel CFX-SOLVER e nel CFD POST. Di seguito vengono riportate alcuni esempi di grandezze estrapolate durante le analisi in condizioni di design e in condizioni di stallo a PAM 2 , 4 e -4:
 - Valore assoluto del massimo spostamento subito dalle pale in condizione di design e in condizione di stallo (fig. 7.30 e 7.31);
 - Lavoro scambiato per unità di area tra il fluido e la superficie palare in condizione di design e in condizione di stallo (fig. 7.36 e 7.37);
 - Potenza scambiata per unità di area tra il fluido e la superficie palare in condizione di design e in condizione di stallo (fig. 7.34 e 7.35);
 - Forza agente sulla superficie palare in condizione di design e in condizione di stallo (fig. 7.32 e 7.33);

Dove 1 timestep equivale a $9.174E-05$ [s].

Dalle figure sotto riportate si realizza immediatamente come l'andamento sinusoidale delle grandezze sia dovuto alle vibrazioni palari di tipo flutte e alla non stazionarietà del sistema.

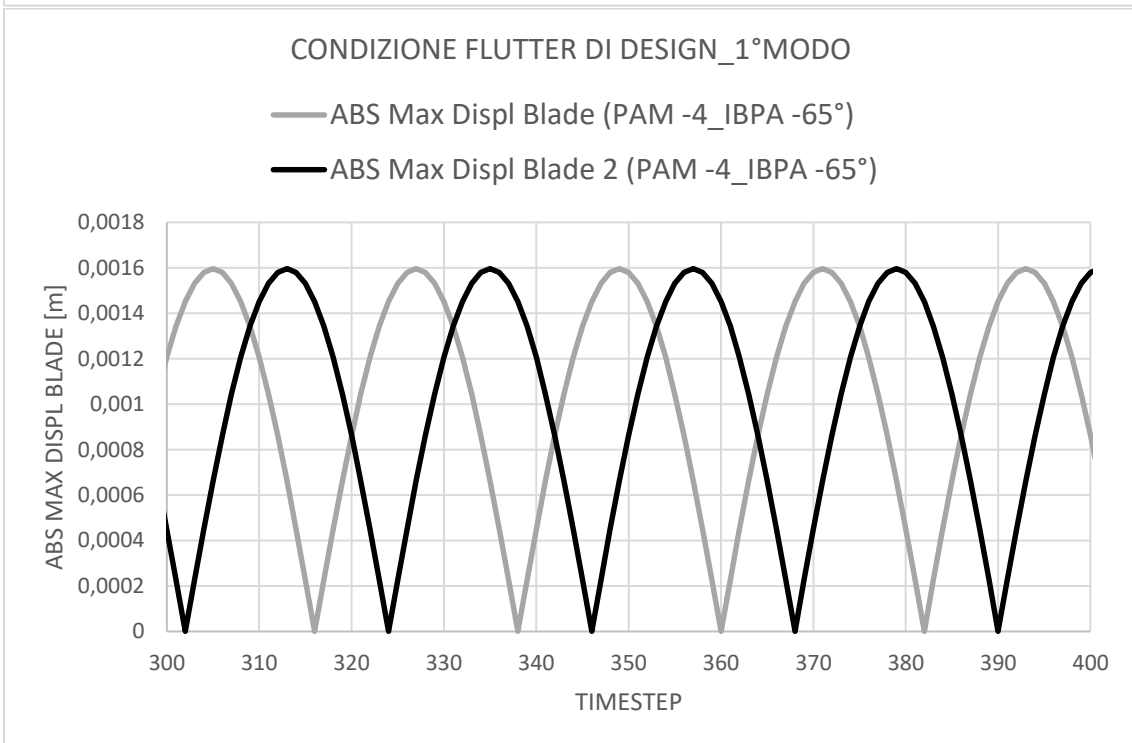
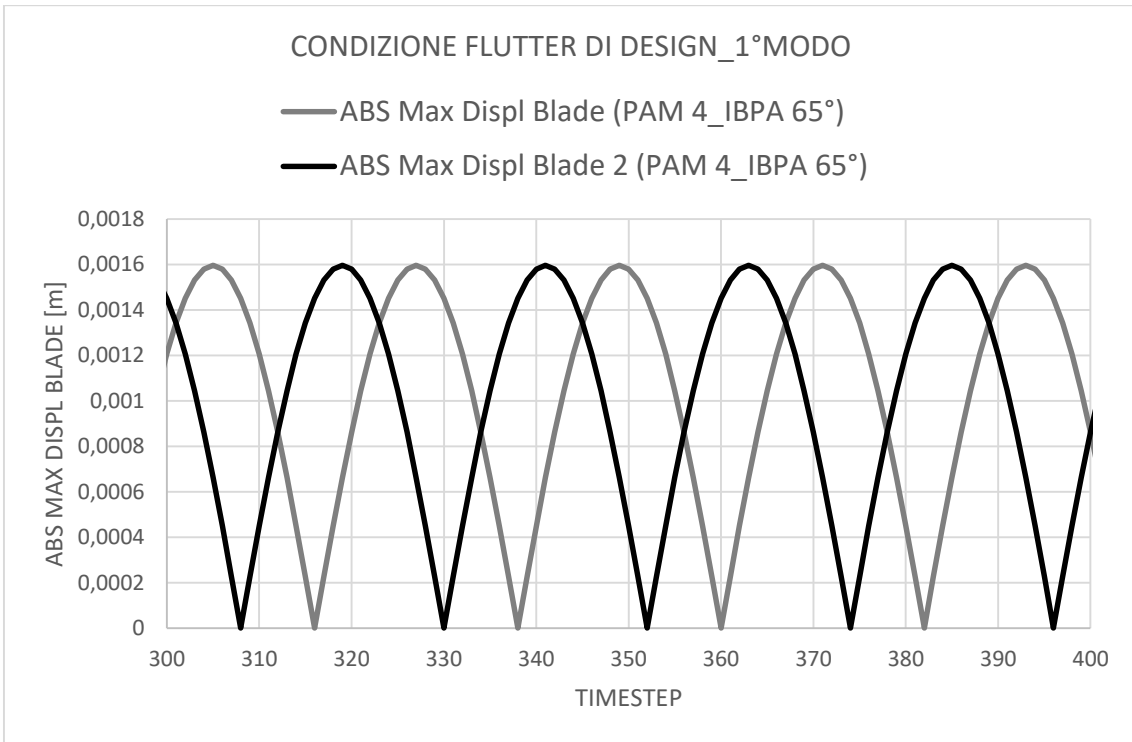


Figura 7.30 Valore assoluto dello spostamento massimo delle pale in condizioni di design (1°MODO) al variare dei timestep.

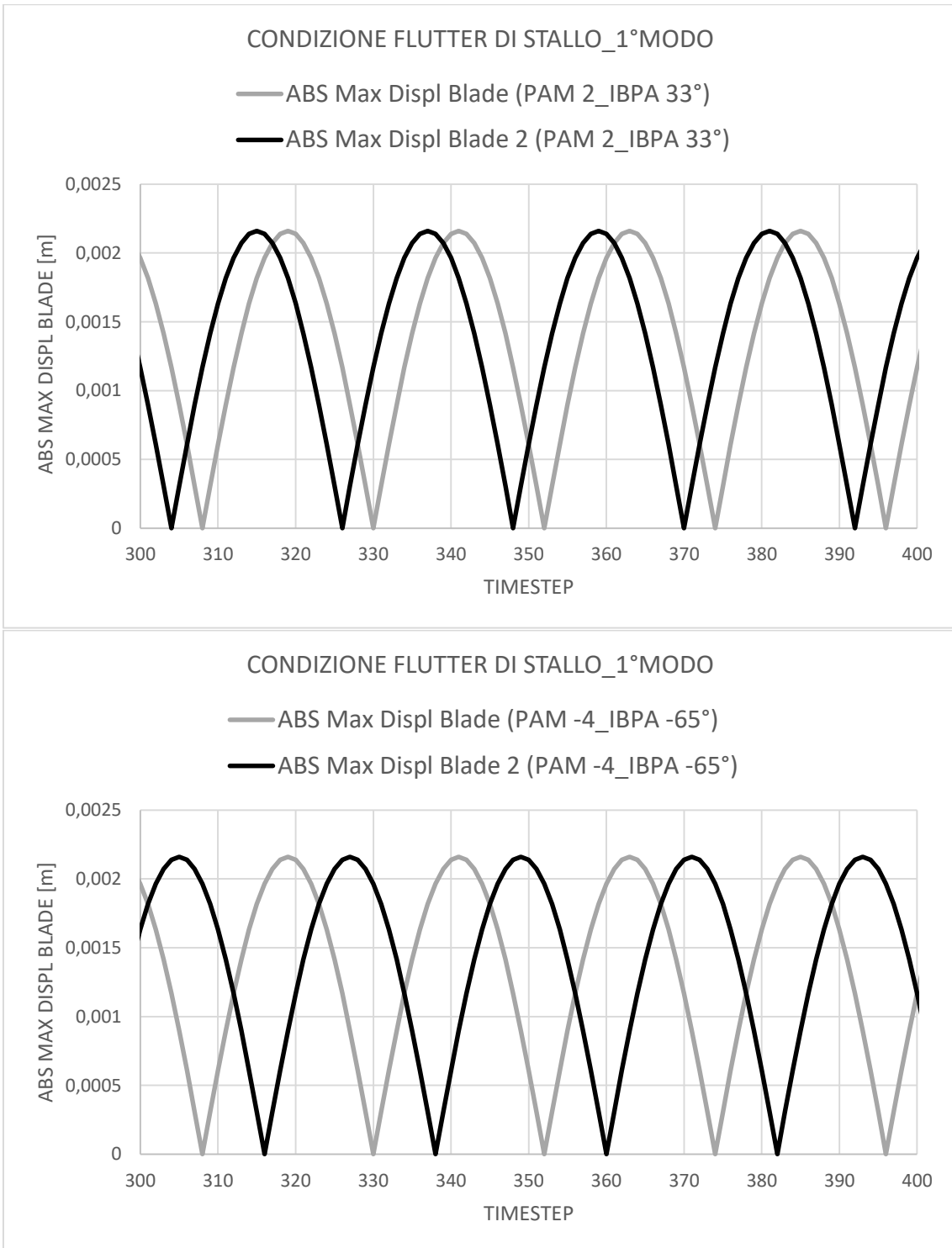


Figura 7.31 Valore assoluto dello spostamento massimo delle pale in condizioni di stallo (1°MODO) al variare dei timestep.

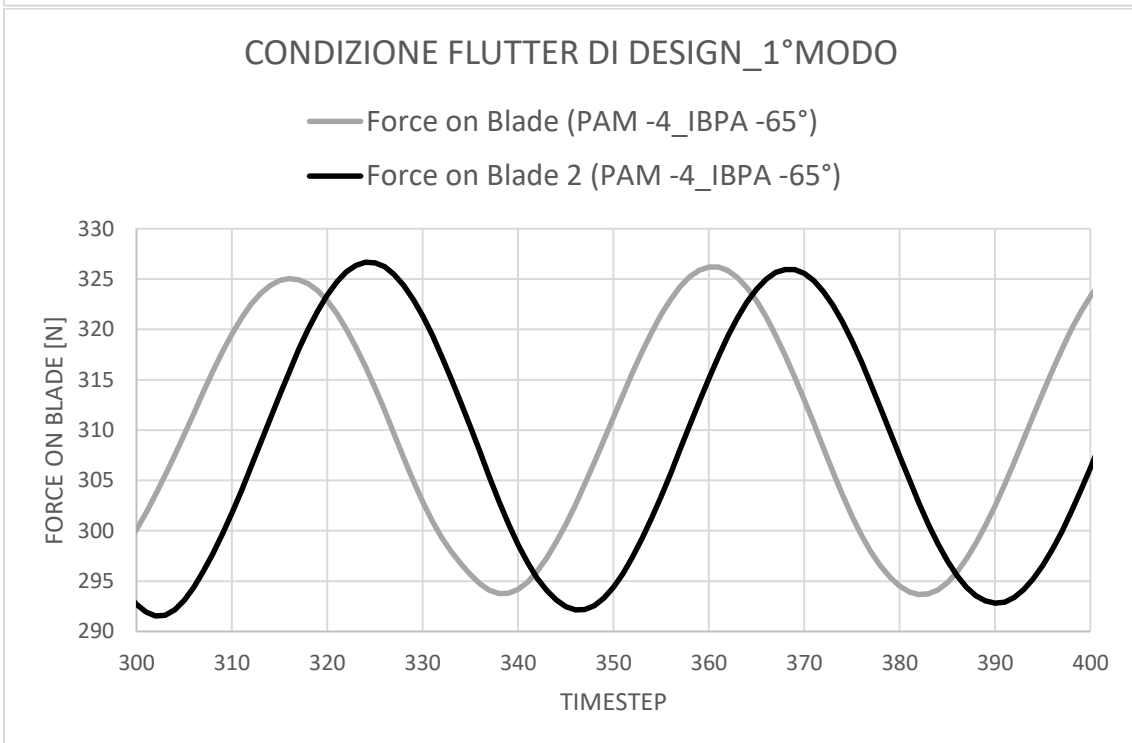
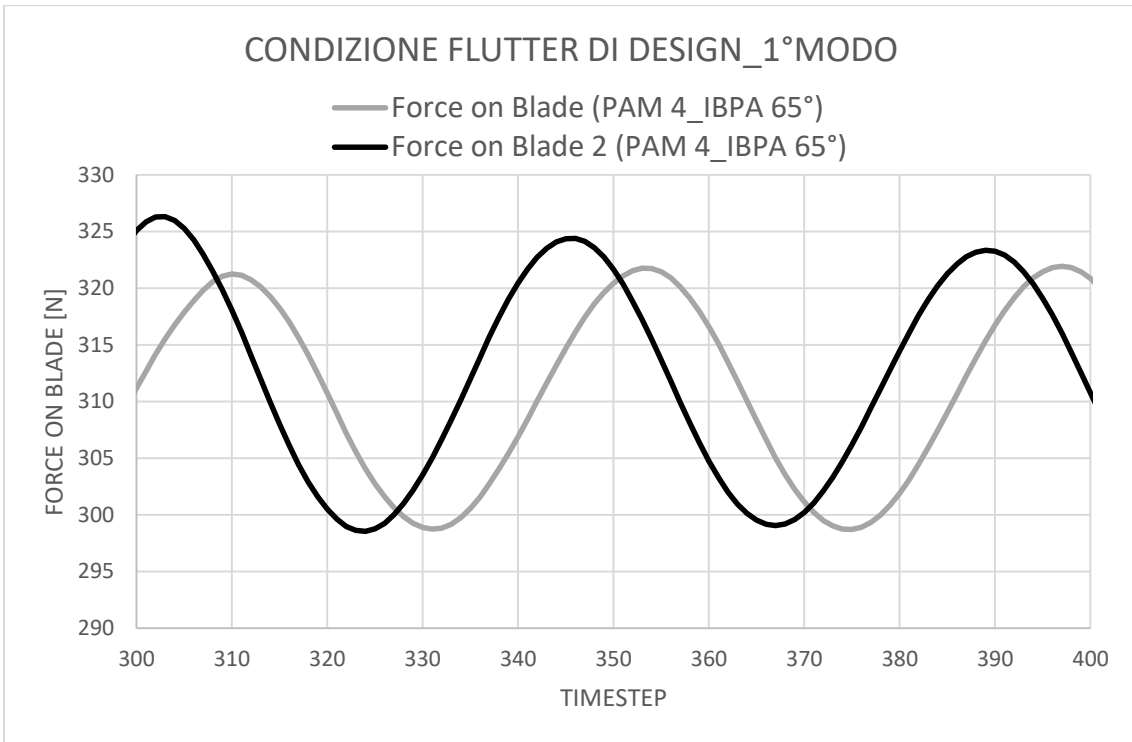


Figura 7.32 Forza agente sulle pale in condizioni di design (1°MODO) al variare dei timestep.

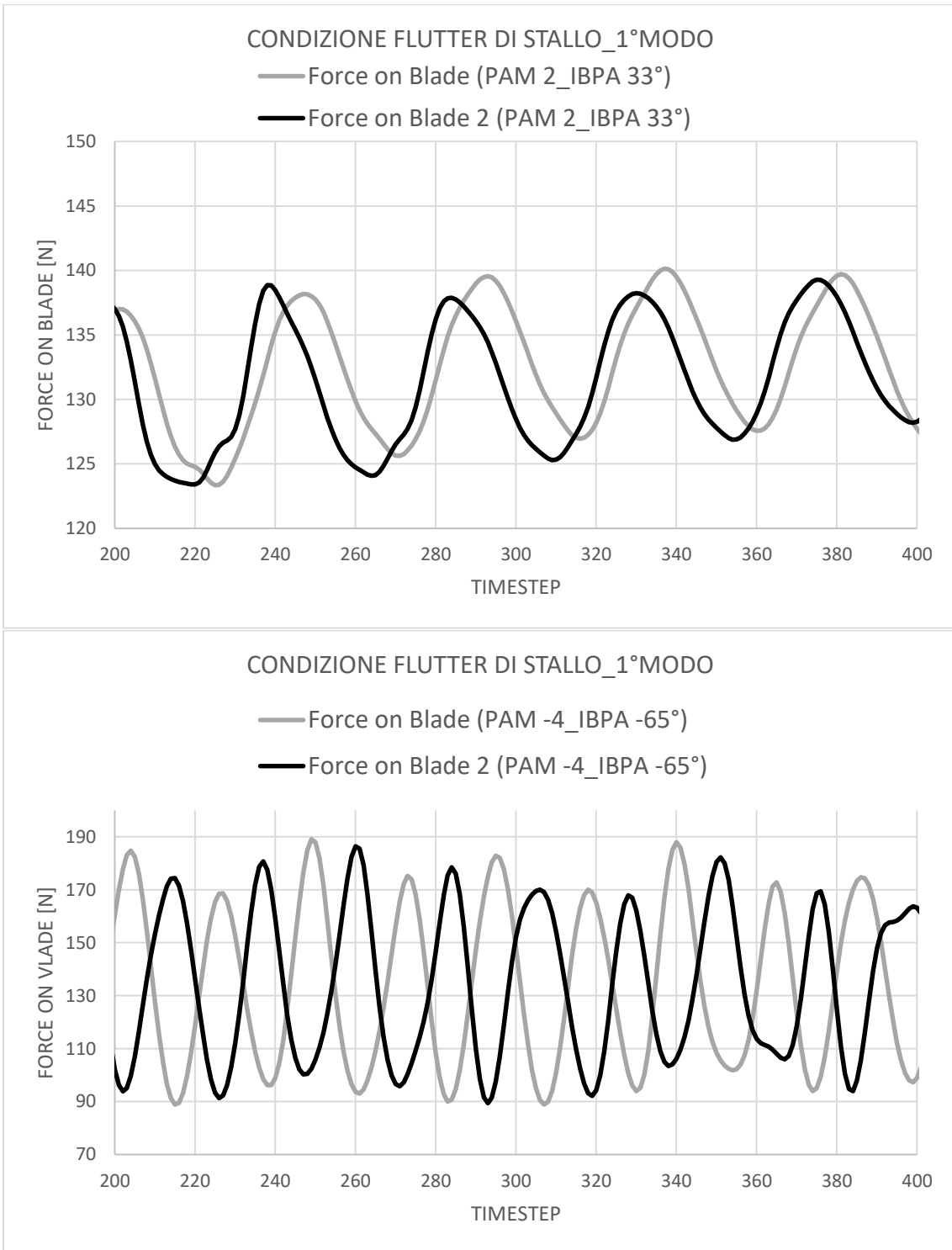


Figura 7.33 Forza agente sulle pale in condizioni di stallo (1°MODO) al variare dei timestep.

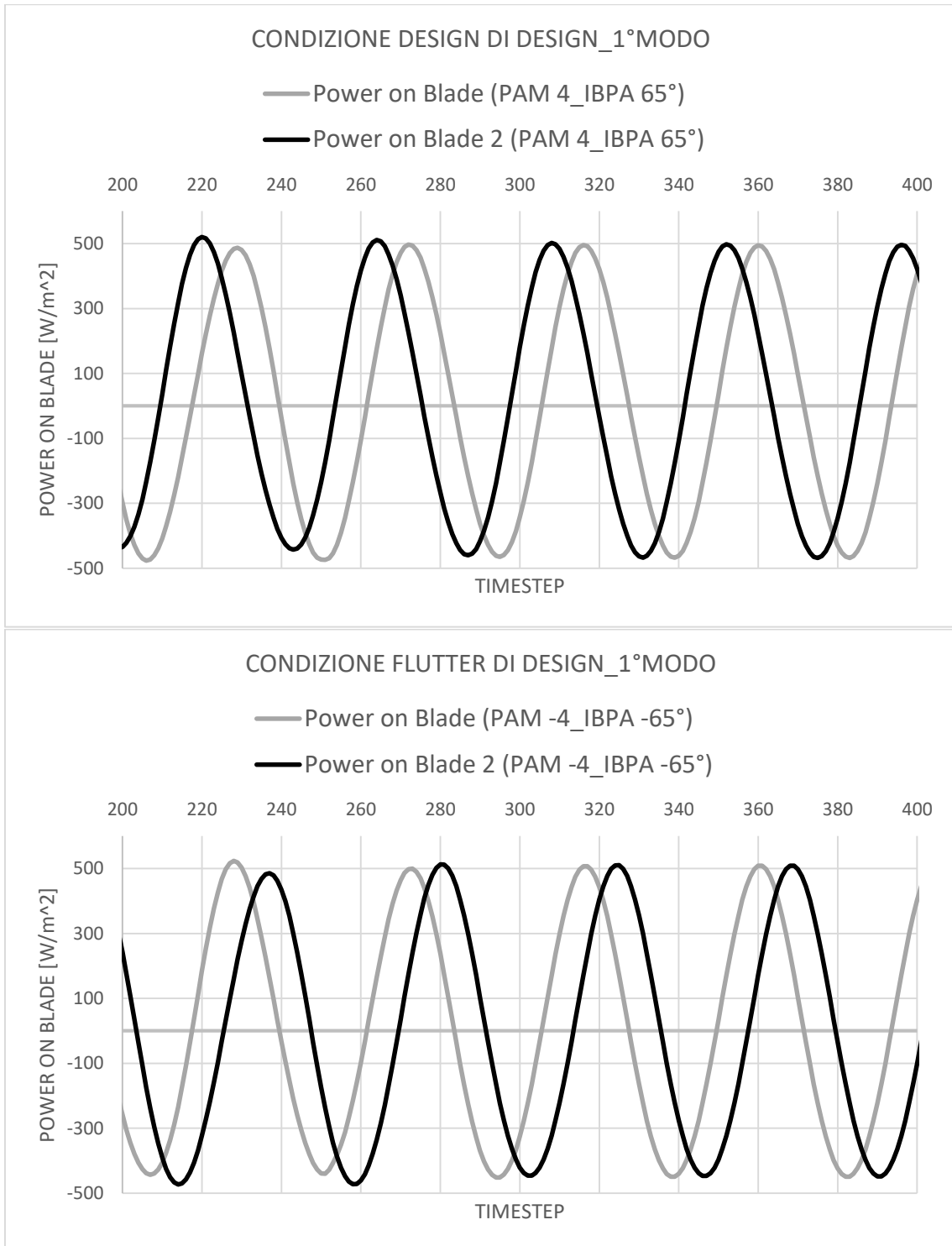


Figura 7.34 Potenza scambiata per unità di area in condizioni di design (1°MODO) al variare dei timestep.

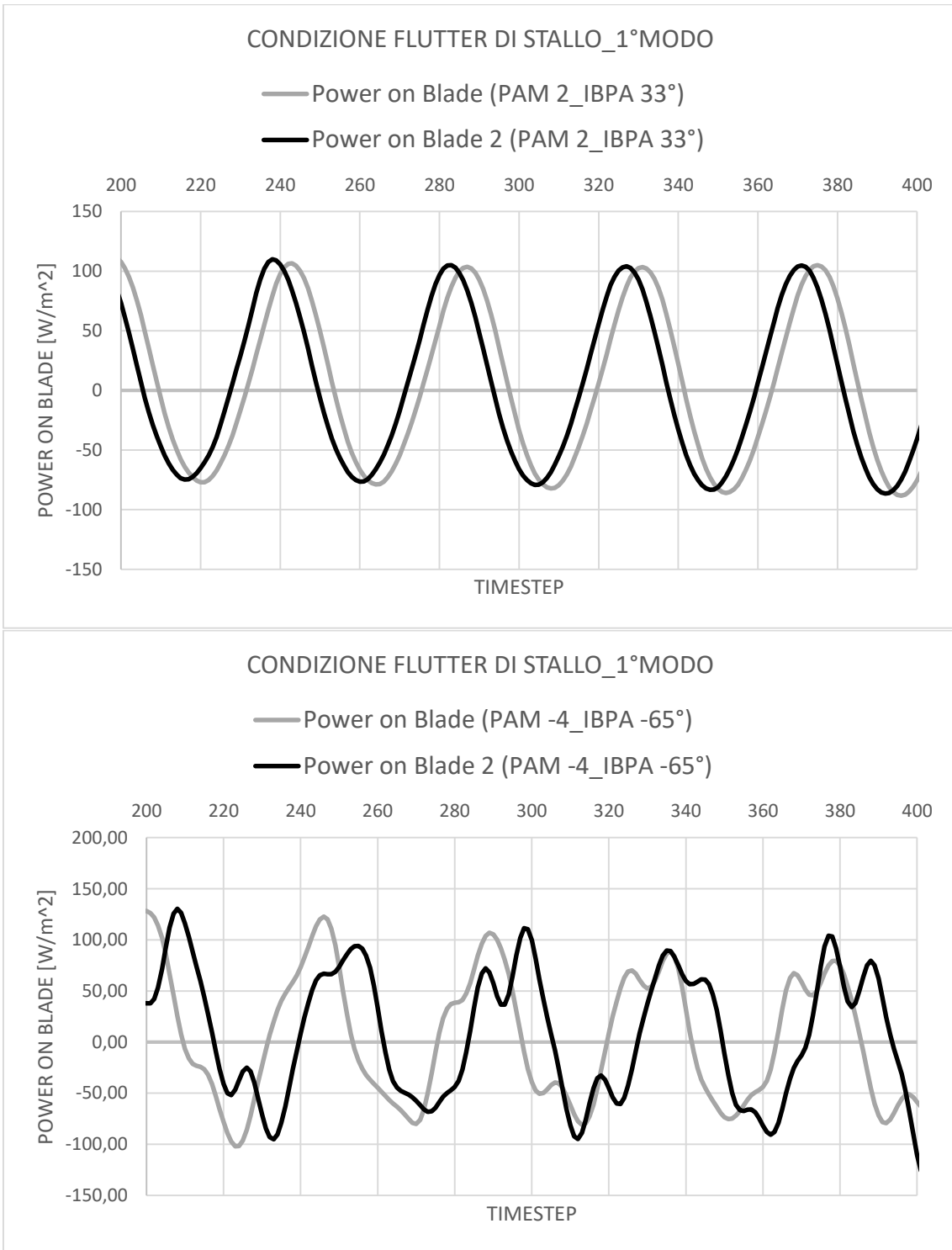


Figura 7.35 Potenza scambiata per unità di area in condizioni di stallo (1°MODO) al variare dei timestep.

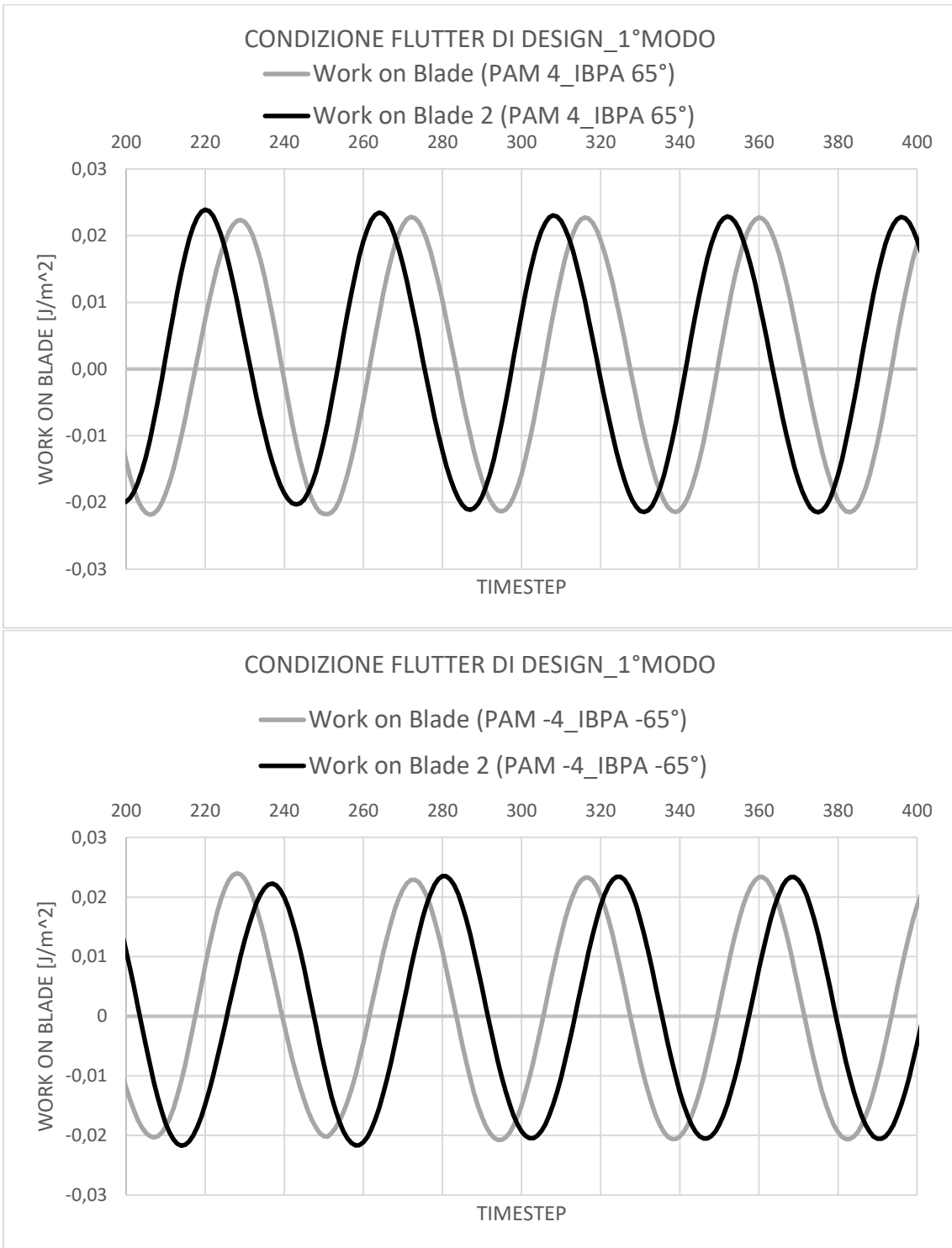


Figura 7.36 Lavoro scambiato per unità di area in condizioni di design (1°MODO) al variare dei timestep.

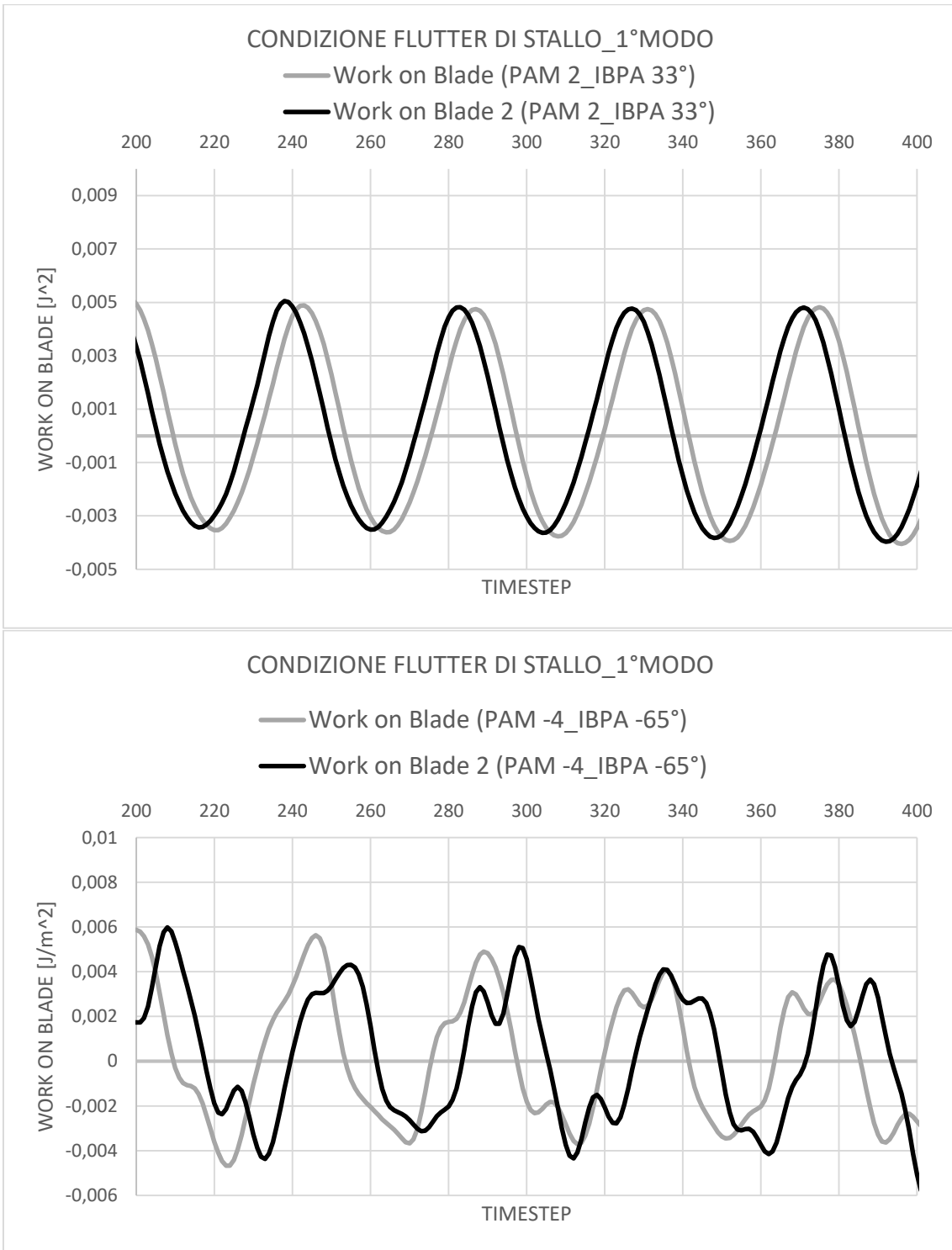


Figura 7.37 Lavoro scambiato per unità di area in condizioni di stallo (1°MODO) al variare dei timestep.

Una volta completata l'analisi transient, nel CFD-POST si possono visualizzare le seguenti grandezze di interesse al variare dell'IBPA e della frequenza di vibrazione:

- **Lavoro locale scambiato tra il fluido e la superficie palare:**

La stabilità del rotore viene garantita se il lavoro locale positivo agente sulla superficie palare supera il lavoro locale negativo agente sulla medesima superficie palare.

Come già descritto in precedenza, il segno positivo del lavoro locale scambiato tra il fluido e la superficie palare è un indicatore di stabilità del rotore in condizioni di flutter.

Dalle figure sotto riportate, è chiaro come il massimo lavoro positivo e il massimo lavoro negativo si concentrino sempre in prossimità del tip della pala, proprio dove si concentra la massima ampiezza di oscillazione di tutti e quattro i modi di vibrare.

Essendo il NASA Rotor 67 un fan transonico, la presenza dell'onda d'urto obliqua nel canale palare è senza dubbio uno dei fattori che influenzano la stabilità del rotore, ma anche il legame tra le fluttuazioni di pressione e l'ampiezza di oscillazione palare lo è.

Di conseguenza, quando si osserva l'andamento del lavoro locale sulla superficie palare si riescono subito ad individuare quali zone della pala rischiano di essere maggiormente sollecitate dalle vibrazioni flutter.

La stabilità della pala è dettata dal segno dello smorzamento aerodinamico, il quale ha una dipendenza diretta (e concorde in segno) con il lavoro locale. Quindi, un lavoro positivo indica uno smorzamento positivo e una condizione favorevole di stabilità.

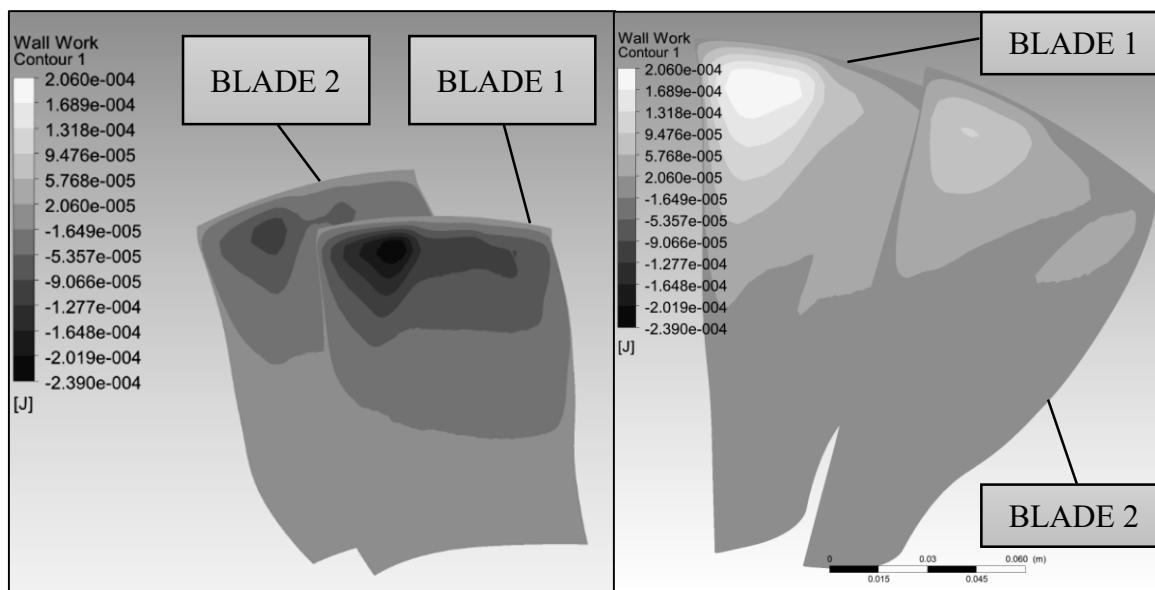
Da una valutazione più critica delle figure sotto riportate, il lavoro locale netto per qualsiasi modo di vibrare parte sempre da un valore circa nullo dalla radice della pala, per estendersi progressivamente verso la "cella" di stabilità (lavoro positivo) o verso la "cella" di instabilità (lavoro negativo).

Secondo la convenzione sui segni del lavoro, un lavoro positivo indica che il sistema (in questo caso la pala) trasferisce energia verso l'ambiente esterno (in questo caso il fluido), mentre un lavoro negativo indica che stavolta è l'ambiente esterno che trasferisce energia verso il sistema.

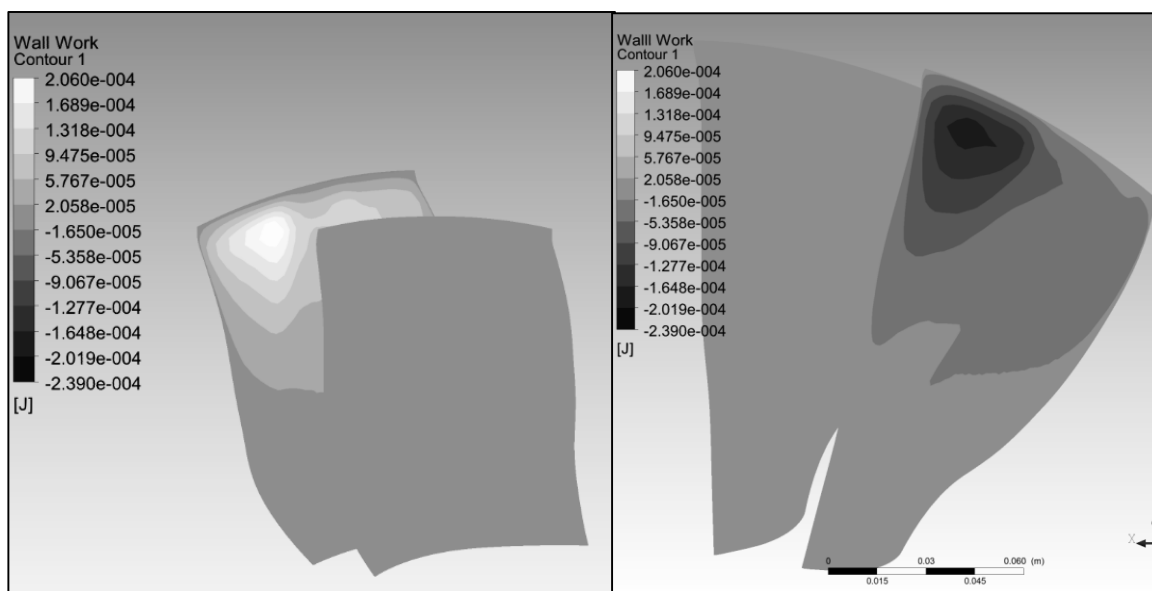
Un altro aspetto da non trascurare è l'alternanza del lavoro sulla stessa superficie palare dal lato in pressione (pressure side) al lato in depressione (suction side), cioè se su un lato agisce un lavoro locale netto positivo, dall'altro lato invece agisce un lavoro locale netto negativo e viceversa.

Questo aspetto è senza dubbio legato alla non stazionarietà del sistema, ma soprattutto al moto oscillatorio del rotore e alla presenza di un'onda d'urto obliqua lungo ciascun canale palare.

Ne consegue che ciascuna pala avrà un lato "stabile" e uno "instabile", ma ciò che conta è che il lavoro positivo del lato "stabile" sia maggiore del lavoro negativo del lato "instabile";



*Figura 7.38 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (1°MODO_IBPA 65°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*



*Figura 7.39 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (2°MODO_IBPA 65°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*

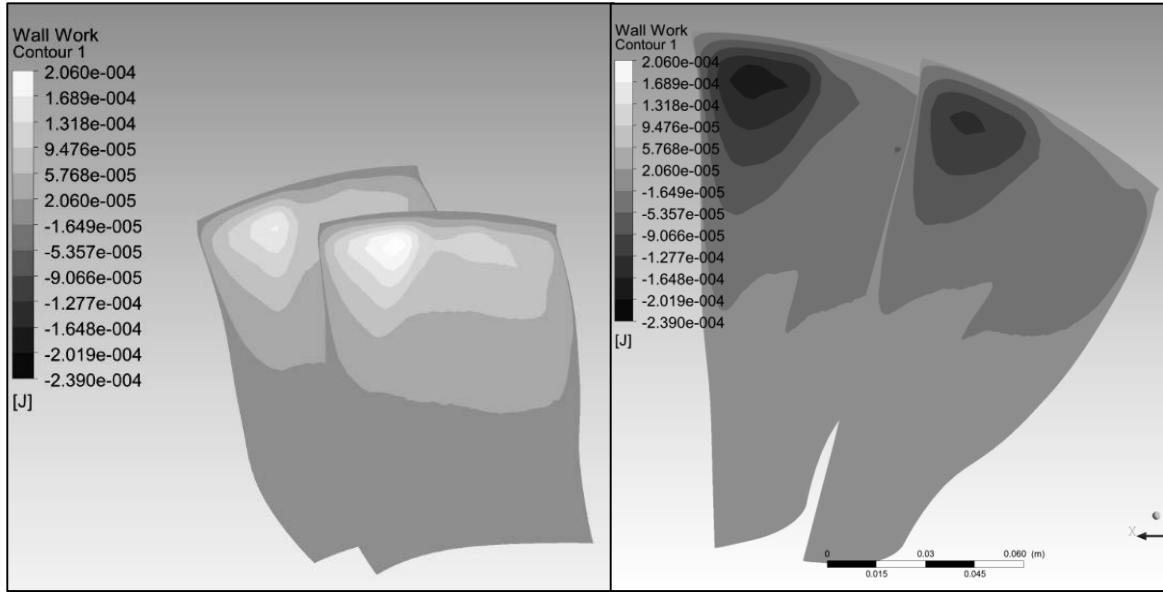


Figura 7.40 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (3°MODO_IBPA 65°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.

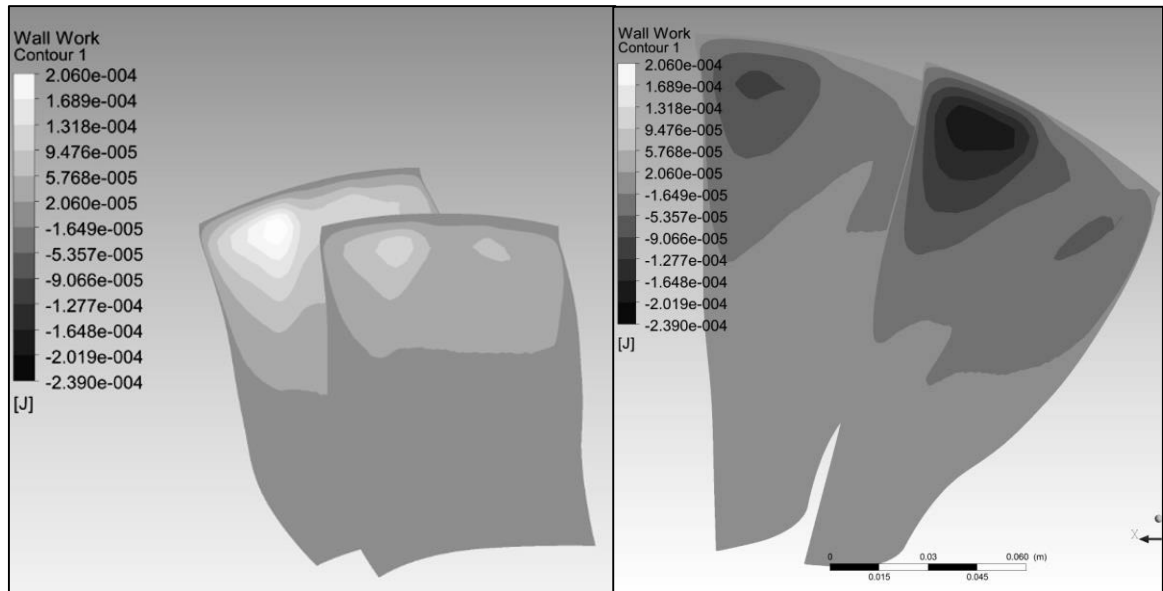
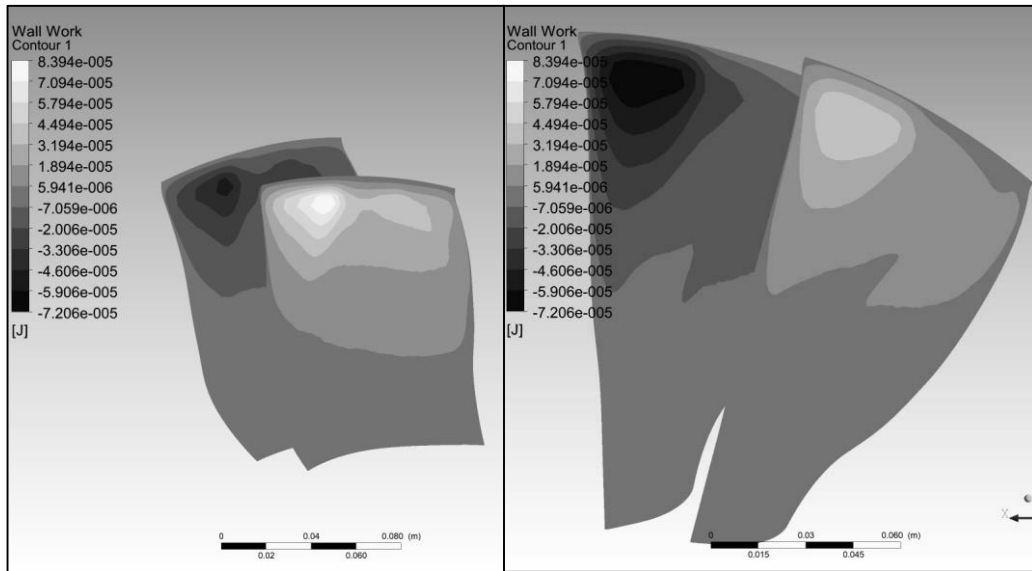
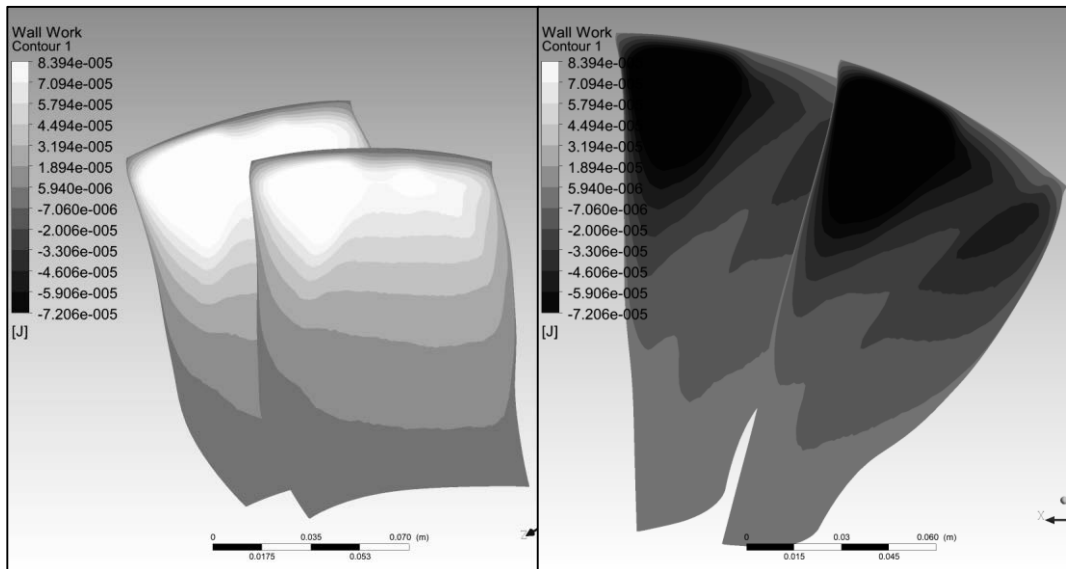


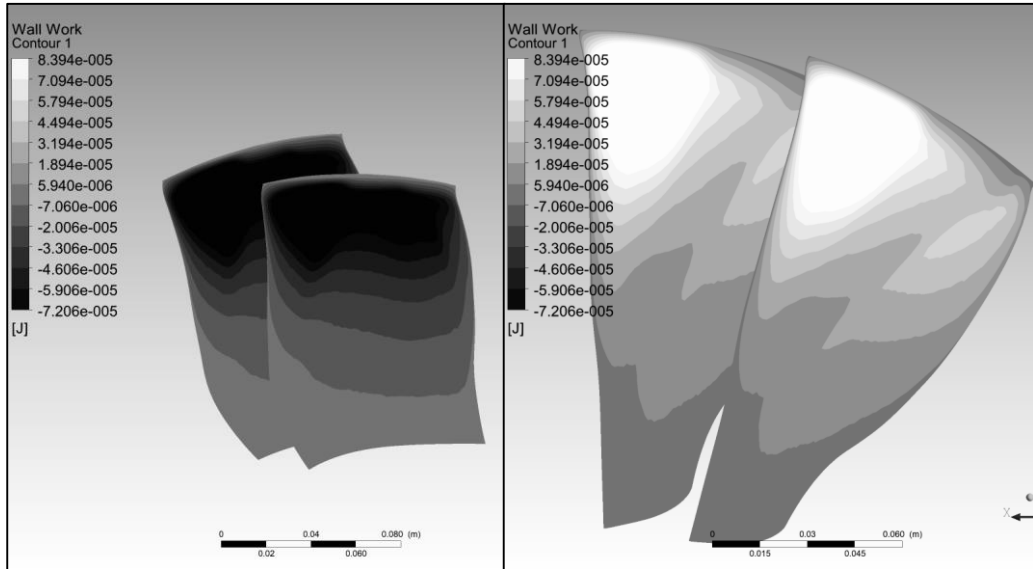
Figura 7.41 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (4°MODO_IBPA 65°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.



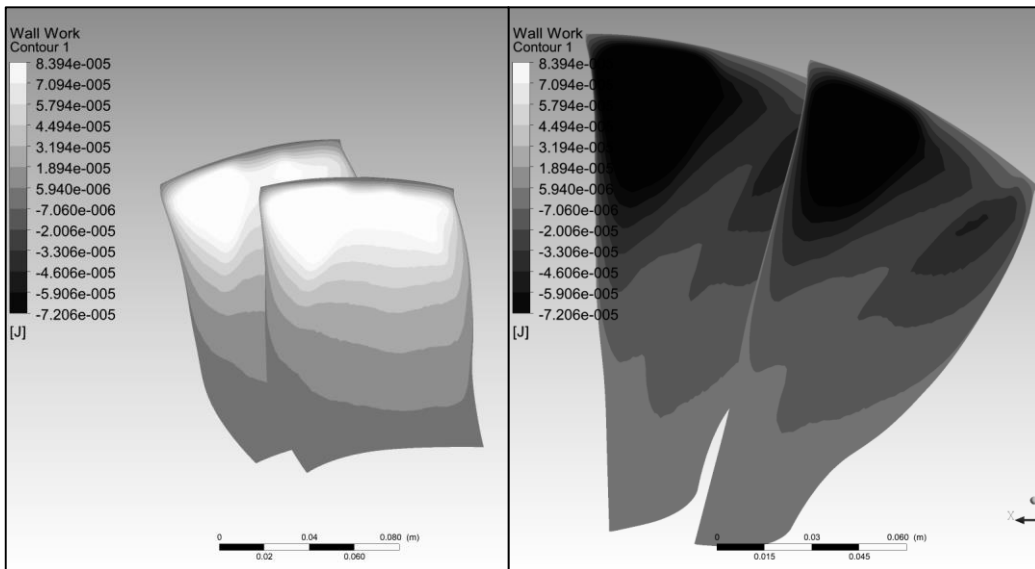
*Figura 7.42 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (1°MODO_IBPA 33°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*



*Figura 7.43 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (2°MODO_IBPA 33°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*



*Figura 7.44 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (3°MODO_IBPA 33°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*



*Figura 7.45 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (4°MODO_IBPA 33°) in condizioni di design.
A sx il pressure side e a dx il suction side.*

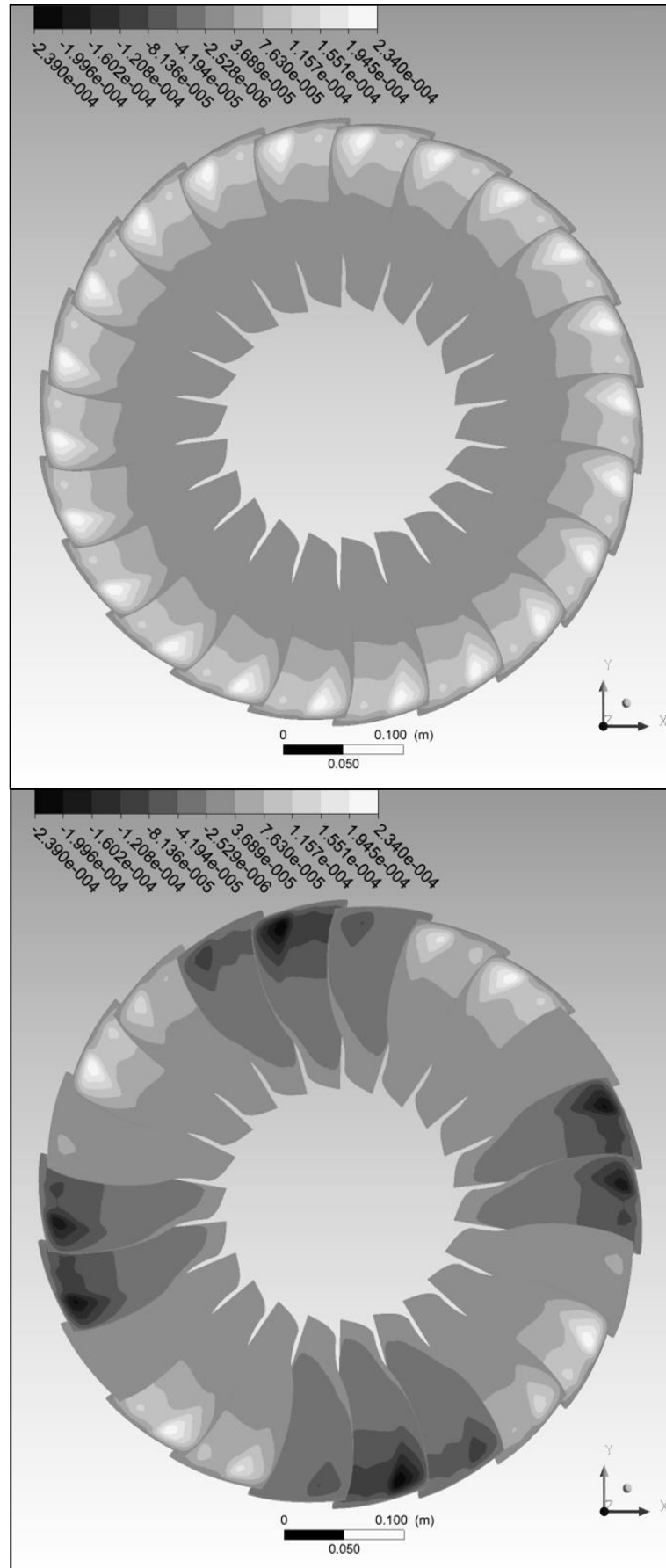


Figura 7.46 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare in condizioni di design per il 1°MODO. Sopra IBPA 0° e sotto IBPA 65°.

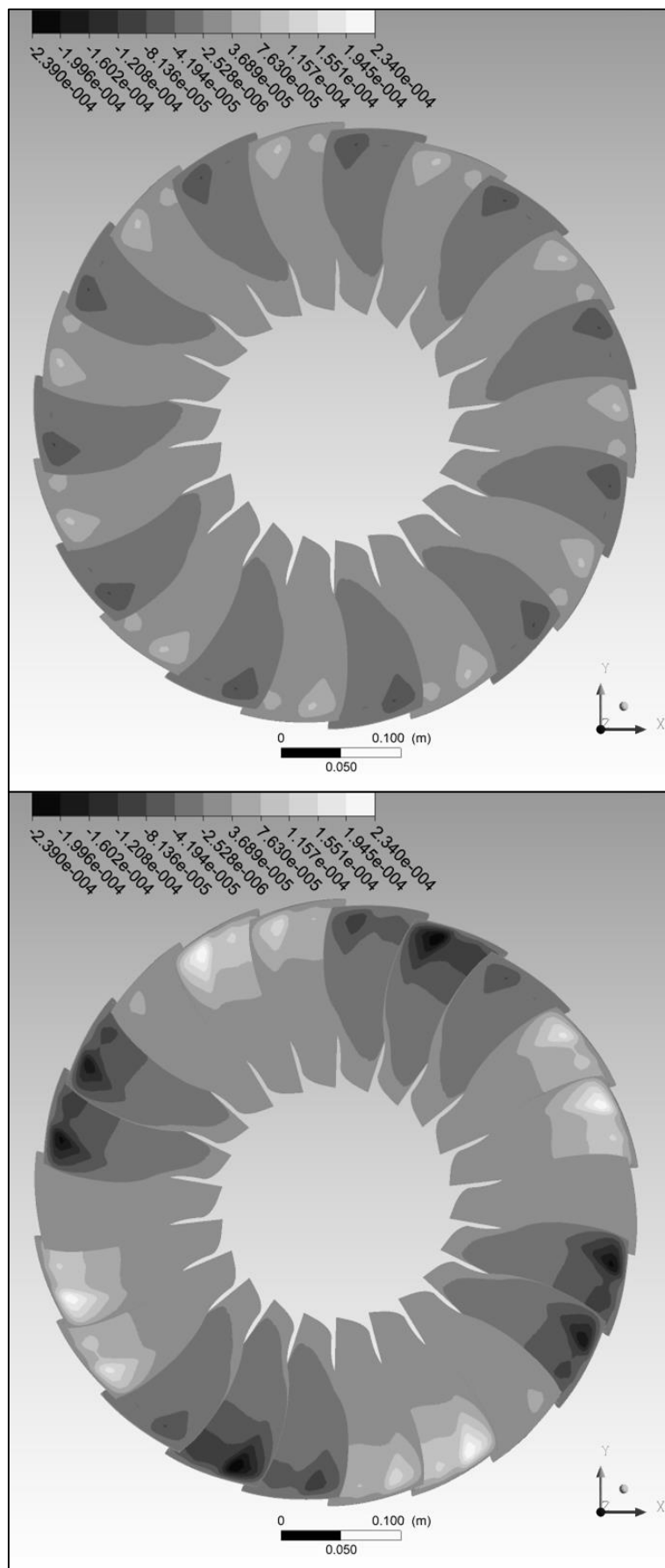


Figura 7.47 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare in condizioni di design per il 1°MODO. Sopra IBPA 180° e sotto IBPA 295°.

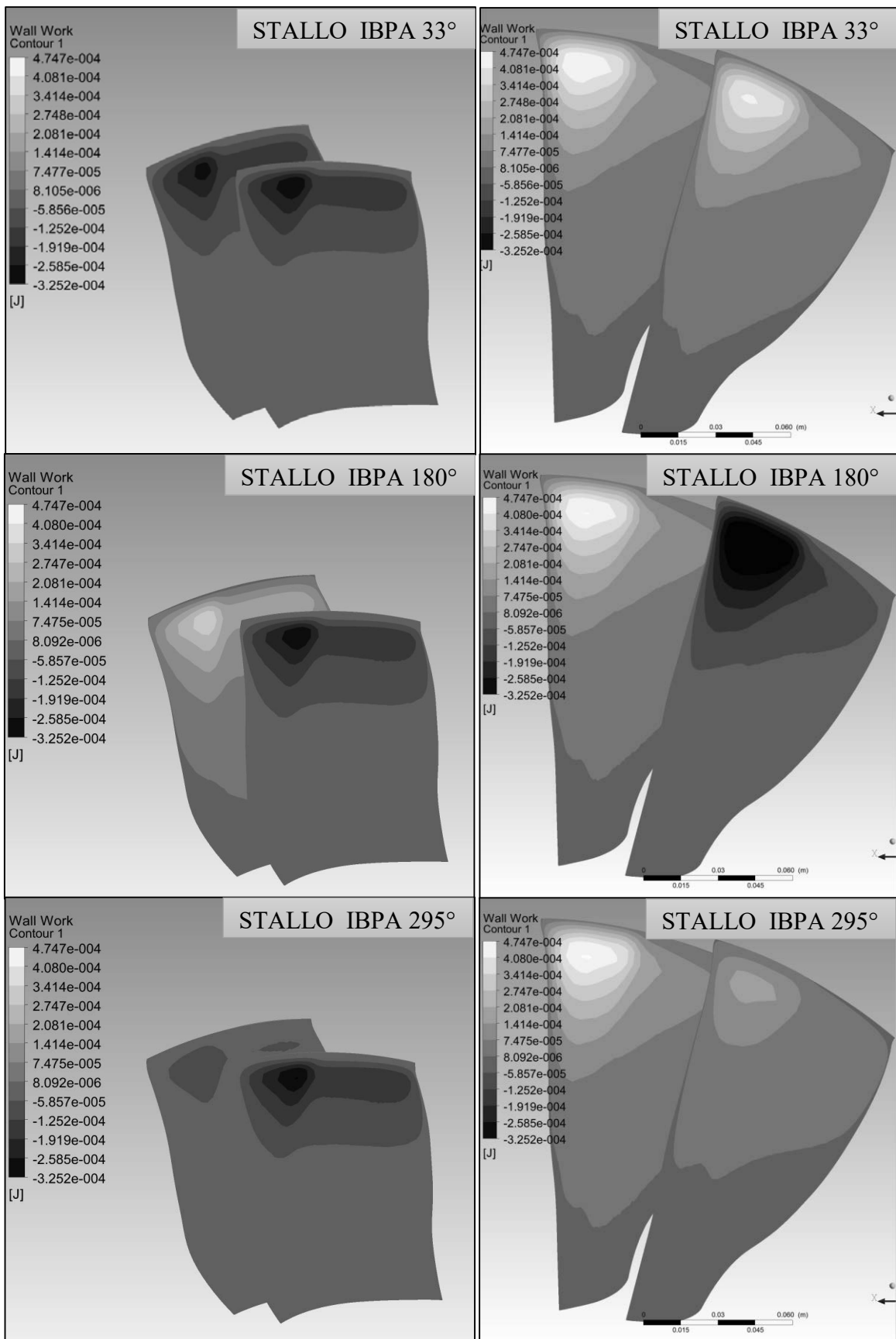


Figura 7.48 Lavoro netto locale scambiato tra il fluido e la superficie palare (1°MODO) in condizioni di stallo. A sx il pressure side e a dx il suction side.

- **Lavoro per unità di area lungo lo span della pala:**

Un fattore chiave della stabilità del rotore è senza dubbio la presenza del disco rotante, il quale influenza lo stesso rotore con fenomeni aeroelastici di simmetria ciclica circolare attorno all'asse di rotazione.

Per chiarire meglio come si valuta se il rotore è in condizioni di stabilità o in condizioni di instabilità, ci si può basare sui seguenti grafici (fig. 7.49 e 7.50) che riportano l'andamento del lavoro per unità di area sulle superfici palari delle due pale utilizzate per le analisi a flutter.

Come precedentemente descritto, i due lati delle pale (pressure side e suction side) hanno valori opposti del lavoro per unità di area e dalla differenza tra le aree sottese dalle curve che rappresentano quest'ultimo si è in grado di stabilire se vi è smorzamento palare o meno.

Questo genere di grafico può essere riportato per ciascun SPAN di interesse, ma di solito ci si concentra sullo SPAN rappresentativo del tip della pala dato che la massima concentrazione del lavoro si trova verso la periferia della pala.

Ogni curva del lavoro, riportata per diversi IBPA del primo modo di vibrare, presenta per ciascun lato della pala una zona di picco del lavoro (come si vede dalle fig. 7.49 e 7.50).

Questa zona di picco del lavoro può essere favorevole alla stabilità, se aumenta la positività del lavoro (stabilità a flutter), altrimenti sfavorevole se causa il contrario (instabilità a flutter).

Confrontando questi grafici con quelli riportati in fig. 7.26 si riesce a notare come la presenza dell'onda d'urto obliqua sia determinante nel comprendere come si generi questo picco di lavoro.

Se ne deduce che non sempre l'onda d'urto rappresenta un fenomeno di instabilità a flutter nel caso di fan transonici.

La sua interazione con la superficie palare infatti può produrre un aumento locale del lavoro favorendo lo smorzamento aerodinamico palare a flutter sia per il pressure side che per il suction side.

L'effetto stabilizzante o destabilizzante dell'onda d'urto è però fortemente legato al valore di IBPA e al valore della frequenza del modo di vibrare considerato.

Si può perciò concludere questo paragrafo evidenziando come il legame tra lo smorzamento aerodinamico e la posizione (ma anche l'intensità) dell'onda d'urto sia uno degli aspetti di maggiore indagine soprattutto nel caso di fan transonici;

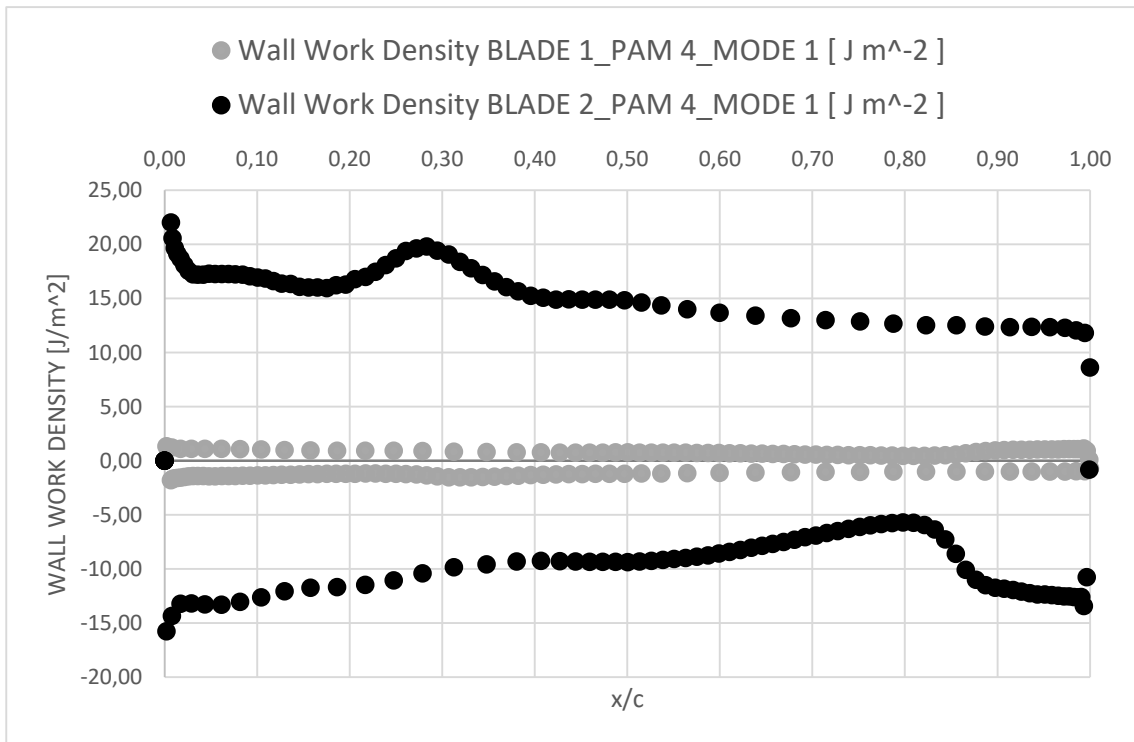
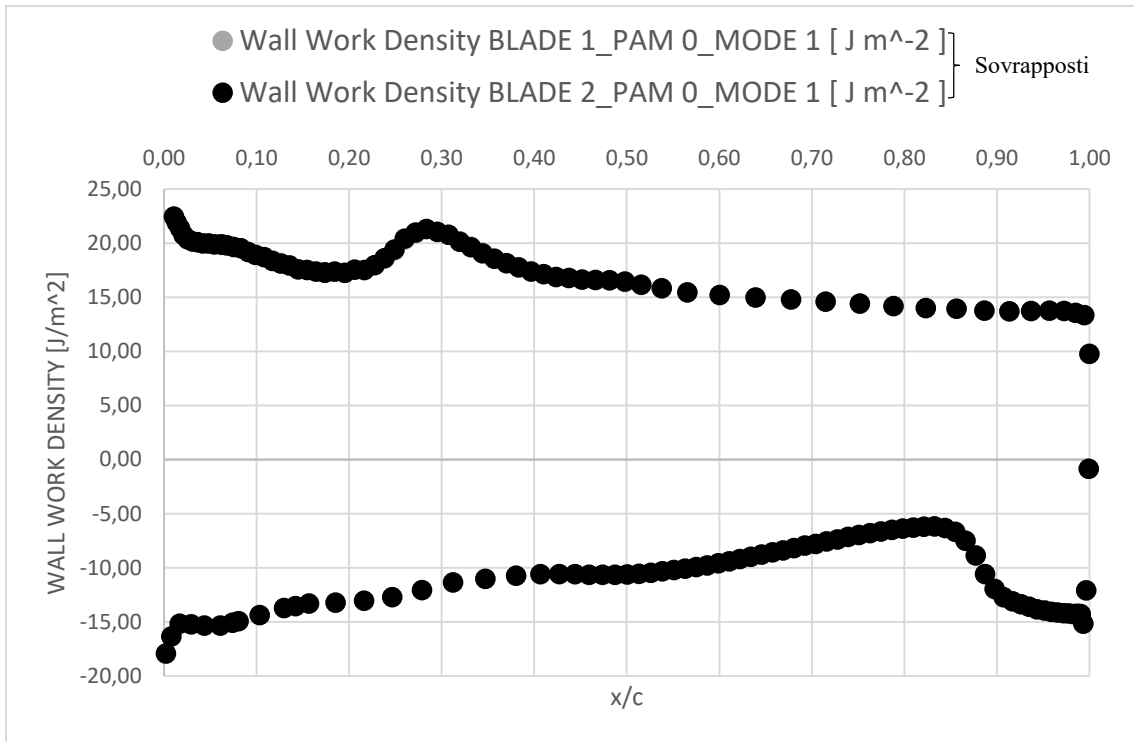


Figura 7.49 Lavoro per unità di area scambiato tra il fluido e la superficie palare (1°MODO), in condizioni di design, per le due pale simulate a flutter con il metodo della Trasformata di Fourier. Entrambi i profili sono stati ottenuti lungo il profilo al tip della pala (~ SPAN 0.98) con IBPA 0° e 65°.

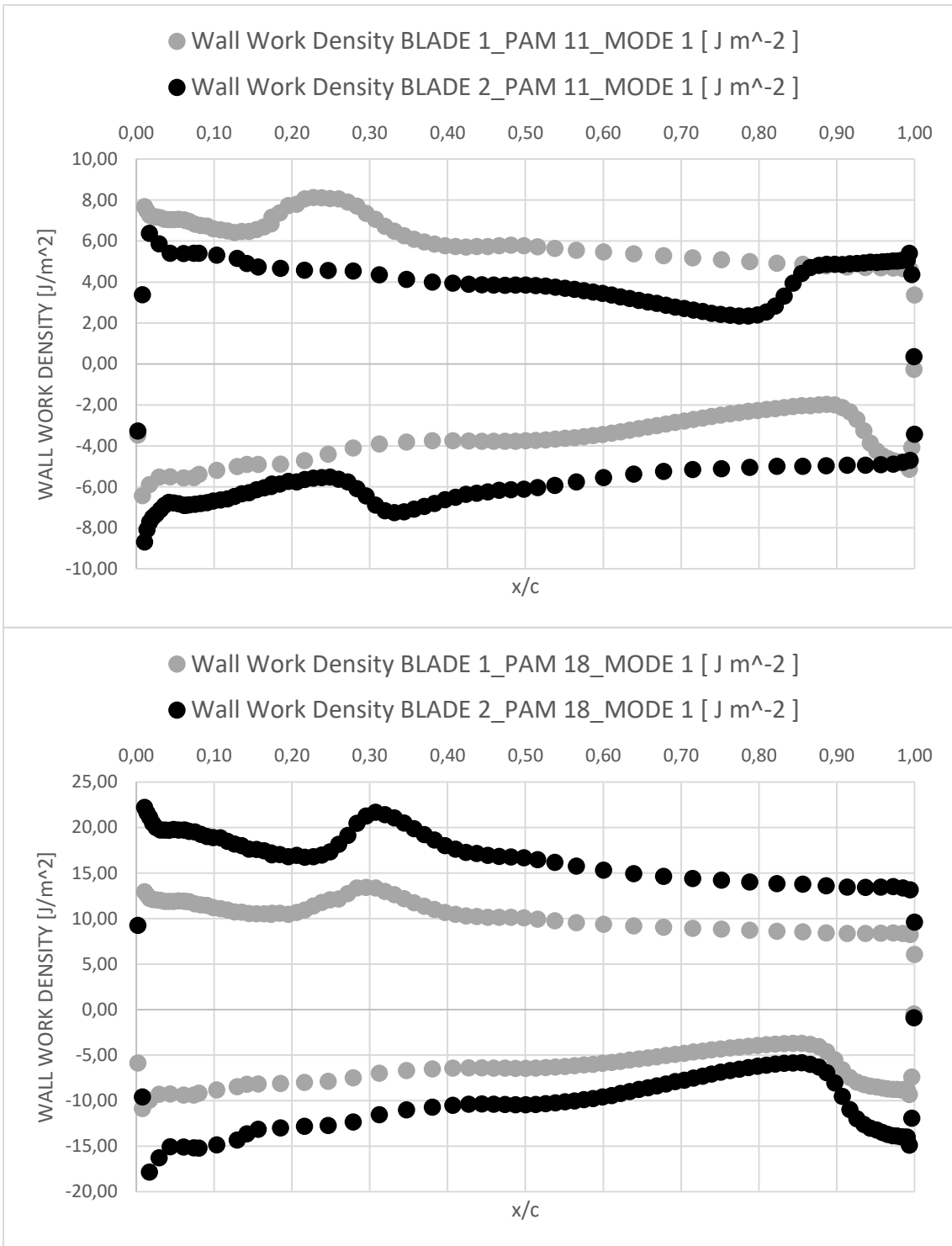


Figura 7.50 Lavoro per unità di area scambiato tra il fluido e la superficie palare (1°MOD0), in condizioni di design, per le due pale simulate a flutter con il metodo della Trasformata di Fourier. Entrambi i profili sono stati ottenuti lungo il profilo al tip della pala (~ SPAN 0.98) con IBPA 180° e 295°.

- **Diagramma *aerodynamic damping* – *Interphase blade angle*:**

Come conclusione dello studio a flutter del rotore NASA Rotor 67, vengono riportati i diagrammi che rappresentano l'andamento del coefficiente di smorzamento aerodinamico (*aerodynamic damping*) in funzione dell'angolo di fase PAM (o IBPA) per entrambi i casi studiati (design e stallo).

Prima di commentare quanto riportato nei diagrammi, è bene sottolineare come durante le analisi eseguite in condizioni di design si sia ottenuta la convergenza al medesimo valore del coefficiente di smorzamento aerodinamico di entrambe le due pale, mentre per le analisi in condizioni di stallo questa non si sia verificata (utilizzando per entrambe le analisi il medesimo *timestep* e *time duration*, in modo tale da ottenere un confronto paragonabile dei risultati ottenuti).

Un modo per ottenere la convergenza anche nel caso di stallo può essere quella di diminuire il tempo di *timestep* e aumentare i *periodi per run* (a parità ovviamente di *time period*), in modo da incrementare il numero di analisi eseguite per run (così facendo però il costo computazionale aumenterebbe esponenzialmente senza avere la certezza di arrivare a convergenza per via della forte non stazionarietà del sistema).

Dopo questo chiarimento, i diagrammi in fig. 7.52 e 7.53 riportano la dipendenza *aerodynamic damping* – *Interphase blade angle* per ciascuna delle frequenze associate ai rispettivi modi di vibrare (ottenute con l'analisi modale in ANSYS® MECHANICAL).

Per la condizione operativa di design si sono indagati i primi quattro modi di vibrare, mentre per la condizione di stallo si sono indagati i primi due modi di vibrare (essendo il costo computazionale di quest'ultima quasi il triplo della prima).

Inoltre, non sono stati indagati tutti gli IBPA ma solamente quelli ritenuti più "caratteristici" per un'analisi aeroelastica a flutter.

Ritornando alla discussione dei risultati, quello che un progettista vuole ottenere da diagrammi di questo genere, è un valore del coefficiente di smorzamento aerodinamico (*aerodynamic damping*) sempre positivo al variare di IBPA.

Un valore positivo del coefficiente di smorzamento aerodinamico implica un lavoro positivo della pala sul fluido, che a sua volta implica lo smorzamento palare associato alla ricercata condizione di stabilità palare a flutter.

Questa stabilità è fondamentale per evitare che il rotore entri in condizioni di risonanza (amplificazione delle oscillazioni palari) come spiegato nel paragrafo 7.3 .

Partendo dalla condizione di design, è possibile subito visualizzare come l'andamento più critico dell'aerodynamic damping dei primi quattro modi di vibrare sia quello associato al primo modo di vibrare. Il minimo valore dell'aerodynamic damping si registra attorno ad un IBPA di 33° (PAM 2), punto in cui il margine di stabilità a flutter risulta essere molto limitato (fig. 7.55).

Nei vari studi aeroelastici che si sono presi come riferimento ([1],[4],[27],[28]) è sempre stato indagato solamente l'andamento dell'aerodynamic damping associato al primo modo di vibrare (evidentemente ritenuto il più rischioso nel caso di fan transonici). L'andamento del primo modo di vibrare risulta essere paragonabile con gli studi aeroelastici (sopra citati) trovati in letteratura e lo scostamento con quest'ultimi risulta essere fortemente legato alla tipologia di analisi eseguita e alle variabili in gioco (fig. 7.51), quali:

- Analisi strutturale/modale eseguita con o senza l'influenza del disco rotante;
- Valore della frequenza naturale associata al primo modo di vibrare;
- Metodo utilizzato per l'analisi aeroelastica (Fourier Trasformazione, UDF, Volterra Series, Uncoupled analysis using multiple blade passages, Uncoupled analysis with shape correction);
- Punti operativi scelti sulla mappa di funzionamento del fan;
- ...

Per quanto riguarda la determinazione dell'aerodynamic damping in condizioni di stallo, non è stato possibile ottenere un valore univoco per ciascun IBPA per via delle forti fluttuazioni del sistema.

Per questo motivo i diagrammi sono stati tracciati per ciascuna pala (due pale per un'analisi a flutter con il metodo della Trasformata di Fourier) prendendo in considerazione la media aritmetica, il valore minimo e il valore massimo che si registrano durante il periodo di tempo (pari al reciproco della frequenza associata al modo di vibrare) impostato per l'analisi a flutter.

Come si può evincere dai diagrammi in fig. 7.56 la media aritmetica dell'aerodynamic damping di entrambe le pale, per ciascuno dei due modi di vibrare, risulta sempre essere sempre positiva.

Segnale di buona stabilità del sistema nonostante la condizione di stallo lungo i condotti palari.

Inoltre, i valori dell'aerodynamic damping risultano avere lo stesso ordine di grandezza del caso in condizioni operative di design.

D'altra parte, come si può notare dai diagrammi in fig. 7.54 e 7.55 il valore minimo dell'aerodynamic damping della pala 2 risulta, per entrambi i modi di vibrare, essere negativo per un certo range di IBPA.

Questo indica uno smorzamento palare non sufficiente che porta il sistema ad essere maggiormente soggetto a vibrazioni di tipo flutter con rischio di arrivare alla rottura della pala lungo la sua radice.

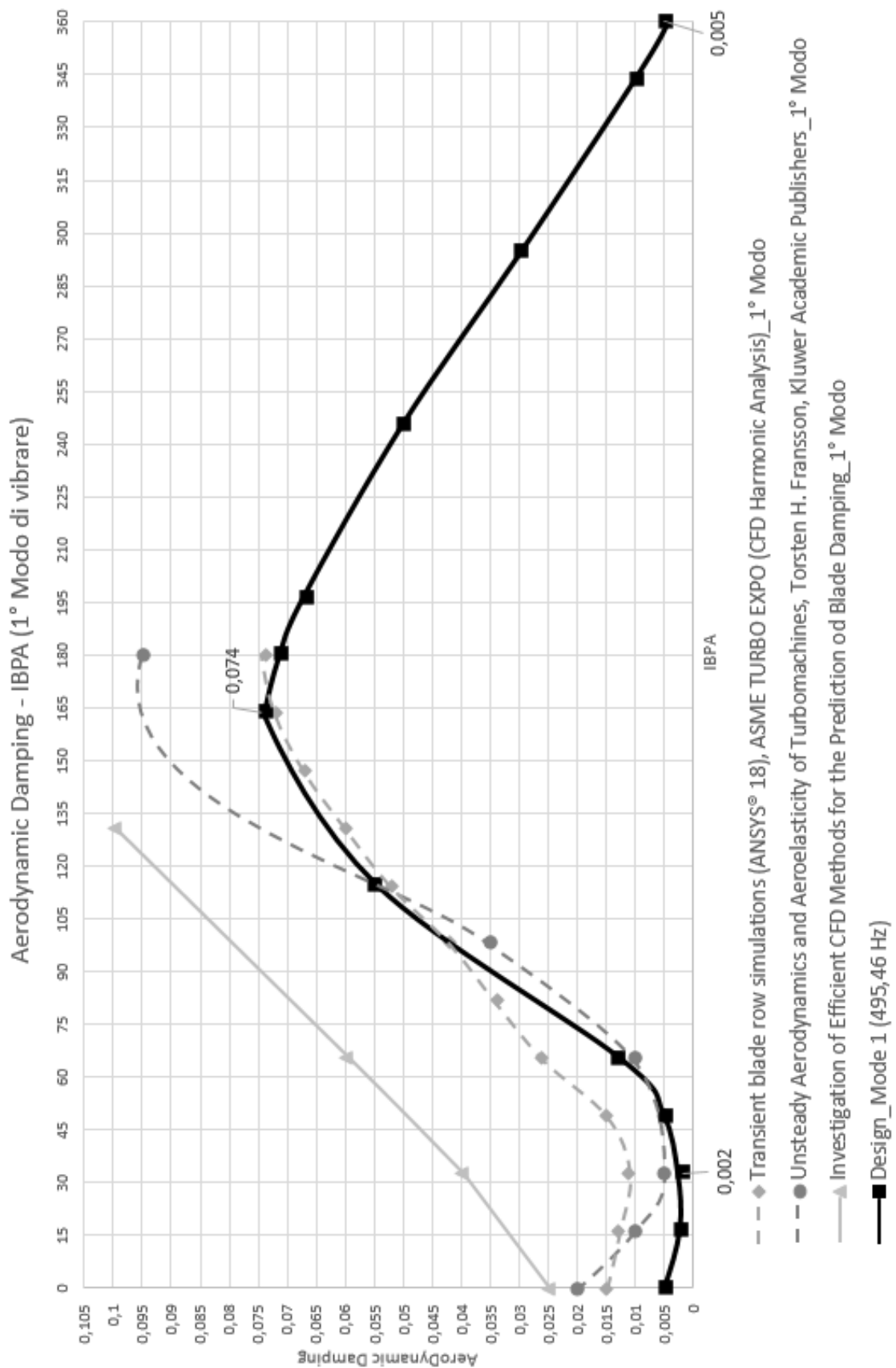


Figura 7.51 Diagramma Aerodynamic Damping – IBPA del 1° modo di vibrare in condizioni operative di design (-16043 rpm) del NASA Rotor 67. Vengono riportati come confronto tre studi aeroelastici presi in letteratura (tutti riferiti sempre al 1° modo di vibrare).

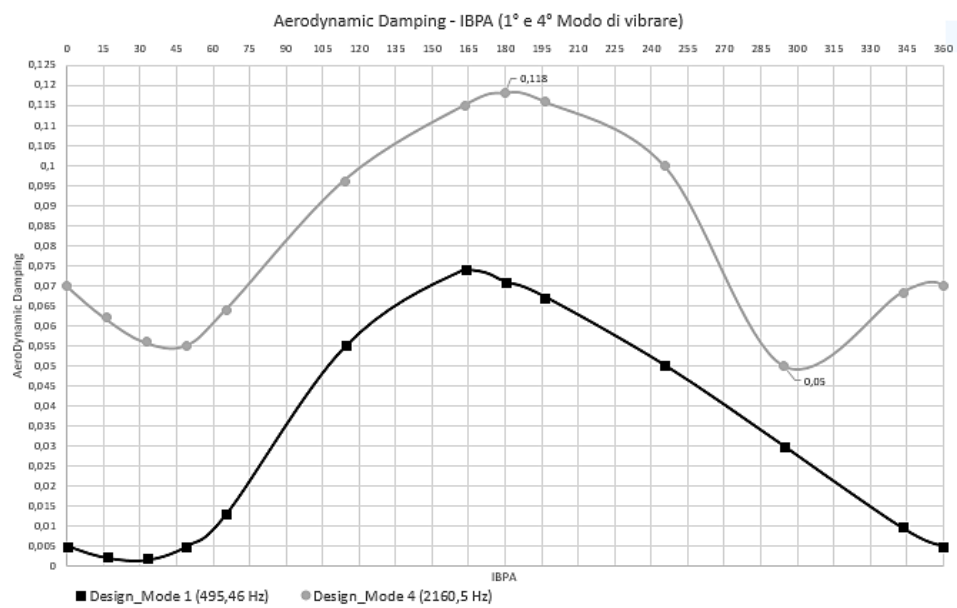
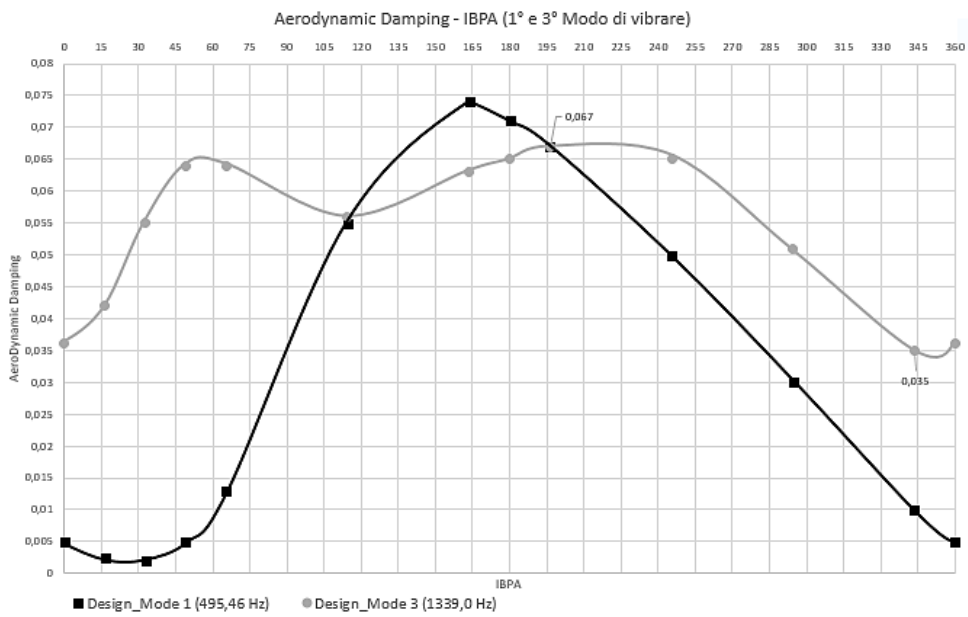
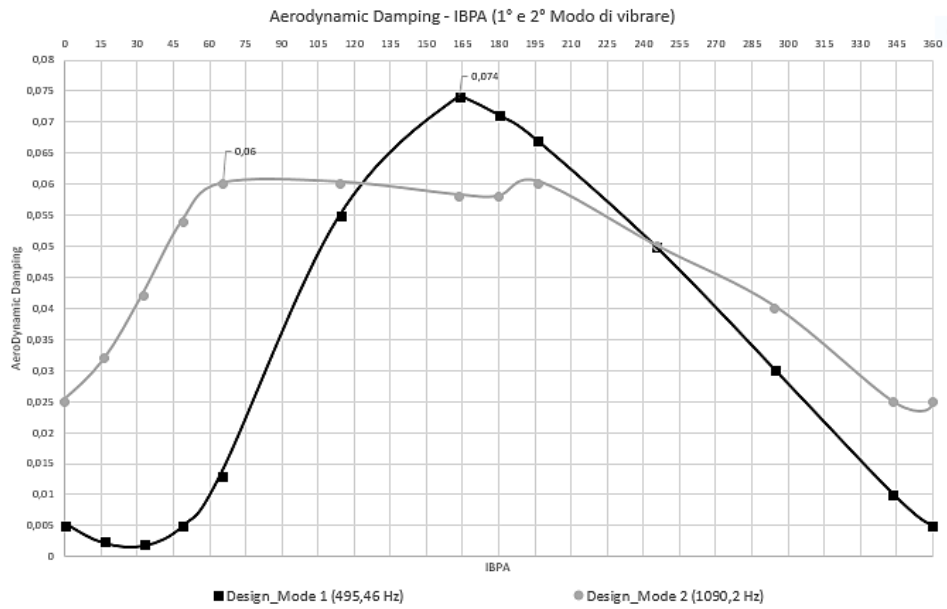


Figura 7.52 Diagrammi Aerodynamic Damping – IBPA dei primi quattro modi di vibrare, in condizioni operative di design.

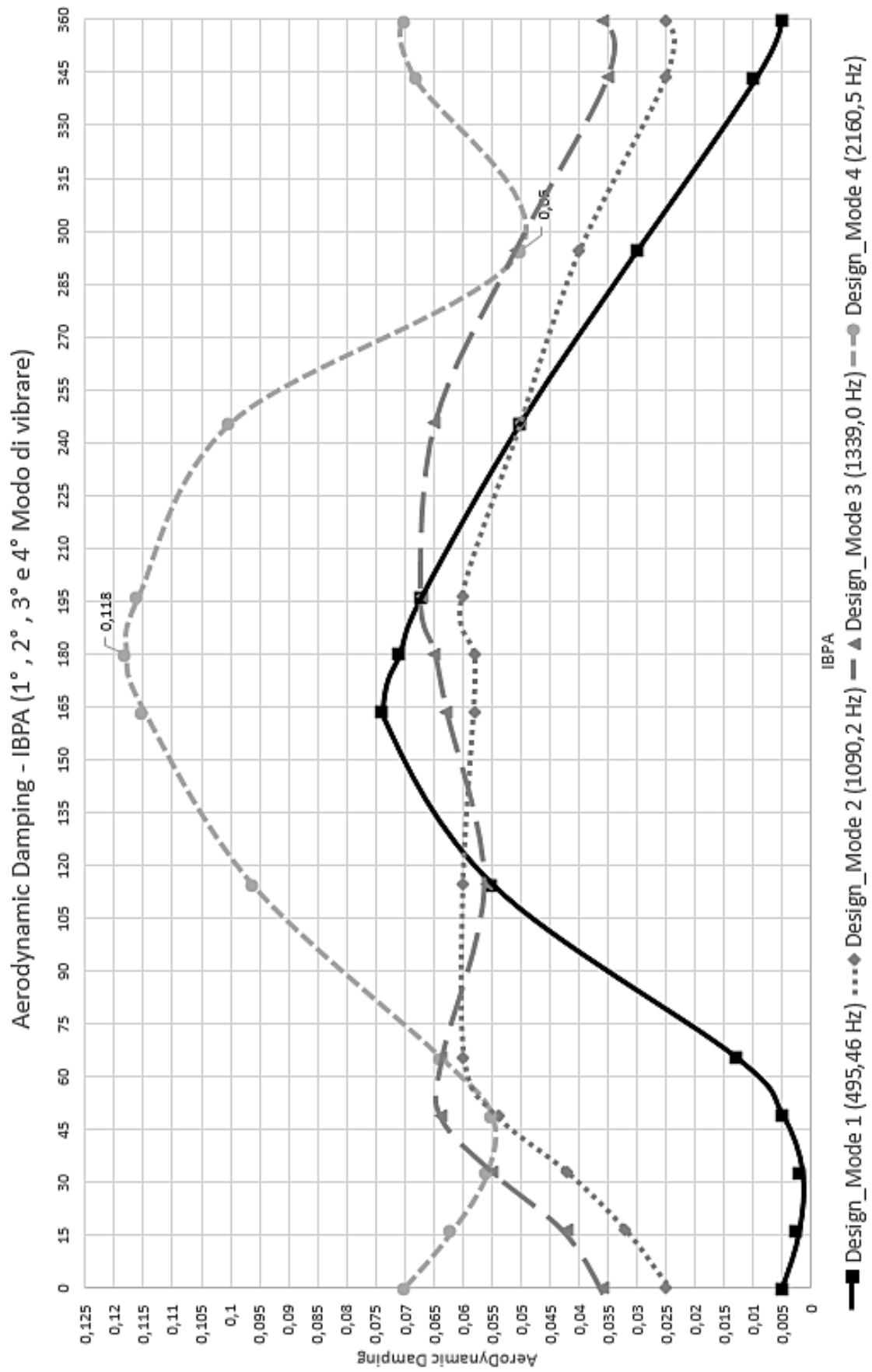


Figura 7.53 Diagramma Aerodynamic Damping – IBPA con tutti i primi quattro modi di vibrare, in condizioni operative di design.

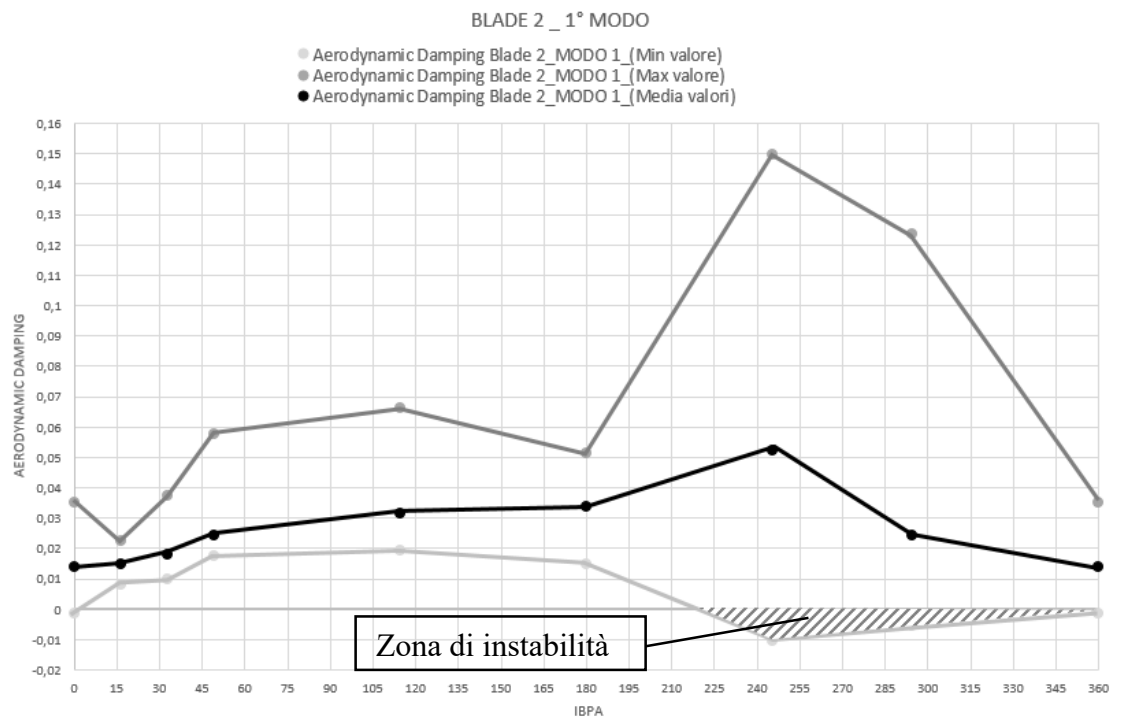
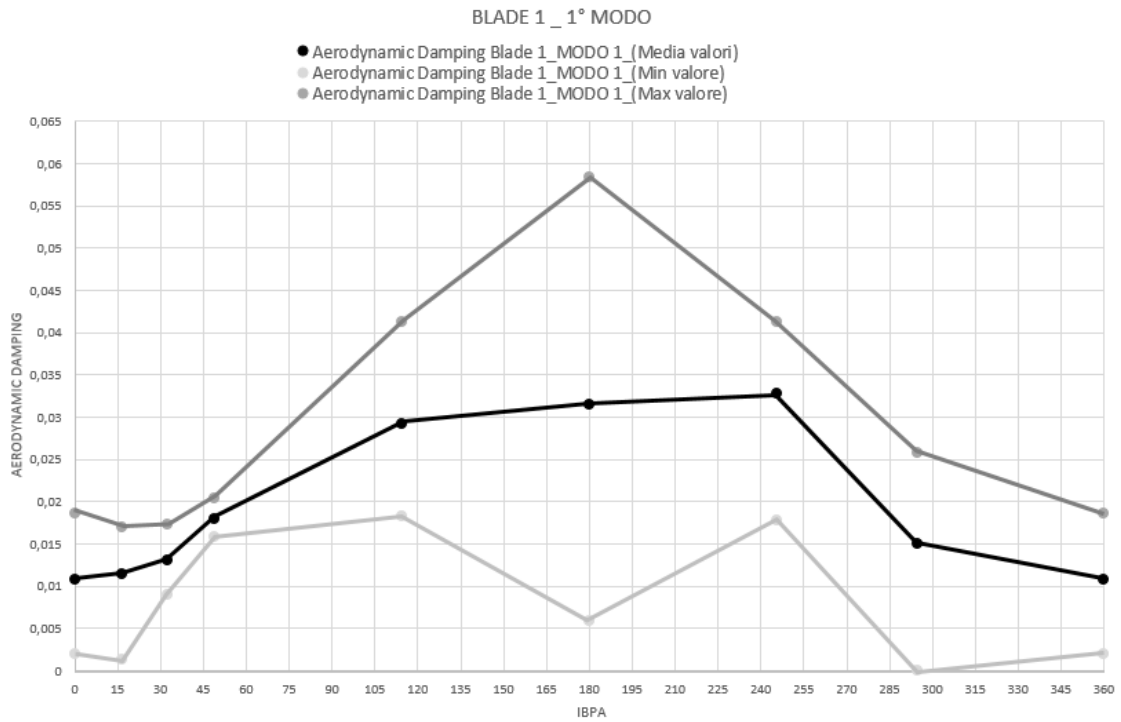


Figura 7.54 Diagramma Aerodynamic Damping – IBPA delle 2 pale del 1° modo di vibrare, in condizioni operative di stallo.

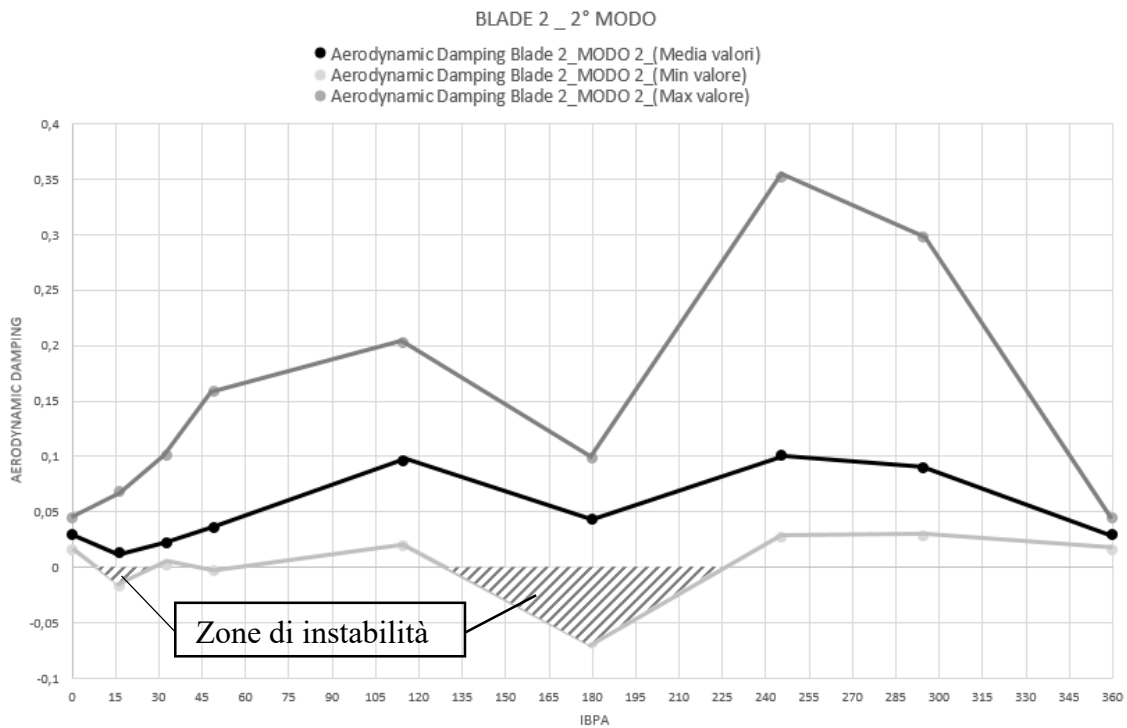
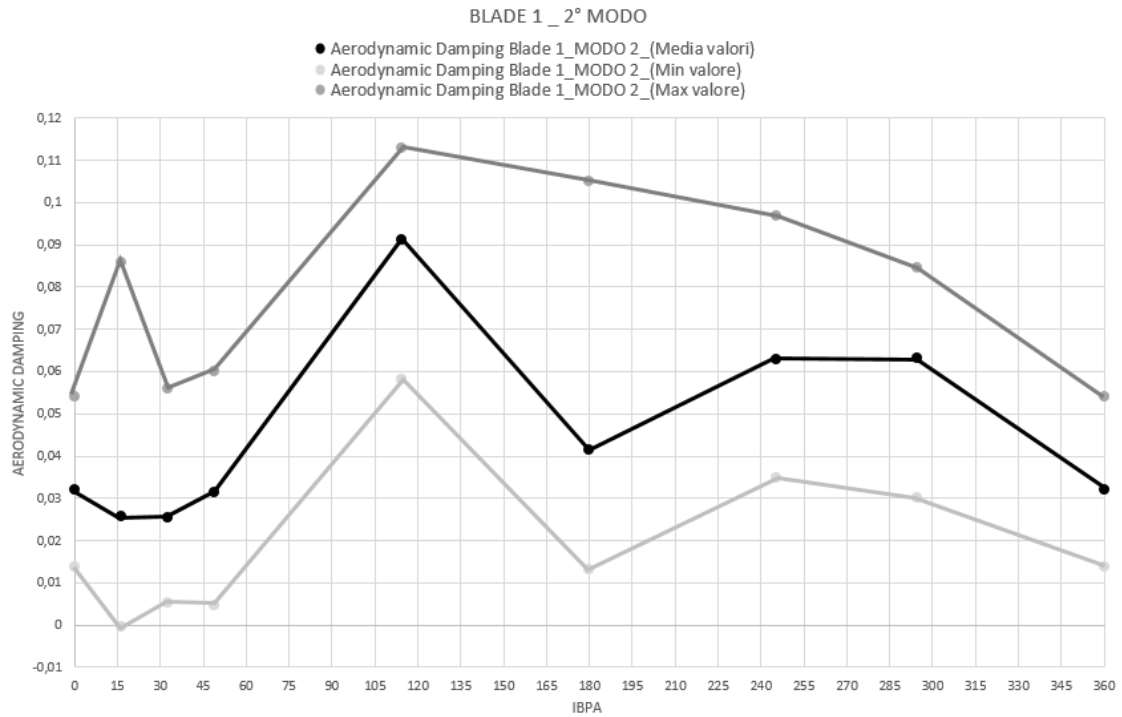


Figura 7.55 Diagramma Aerodynamic Damping – IBPA delle 2 pale del 2° modo di vibrare, in condizioni operative di stallo.

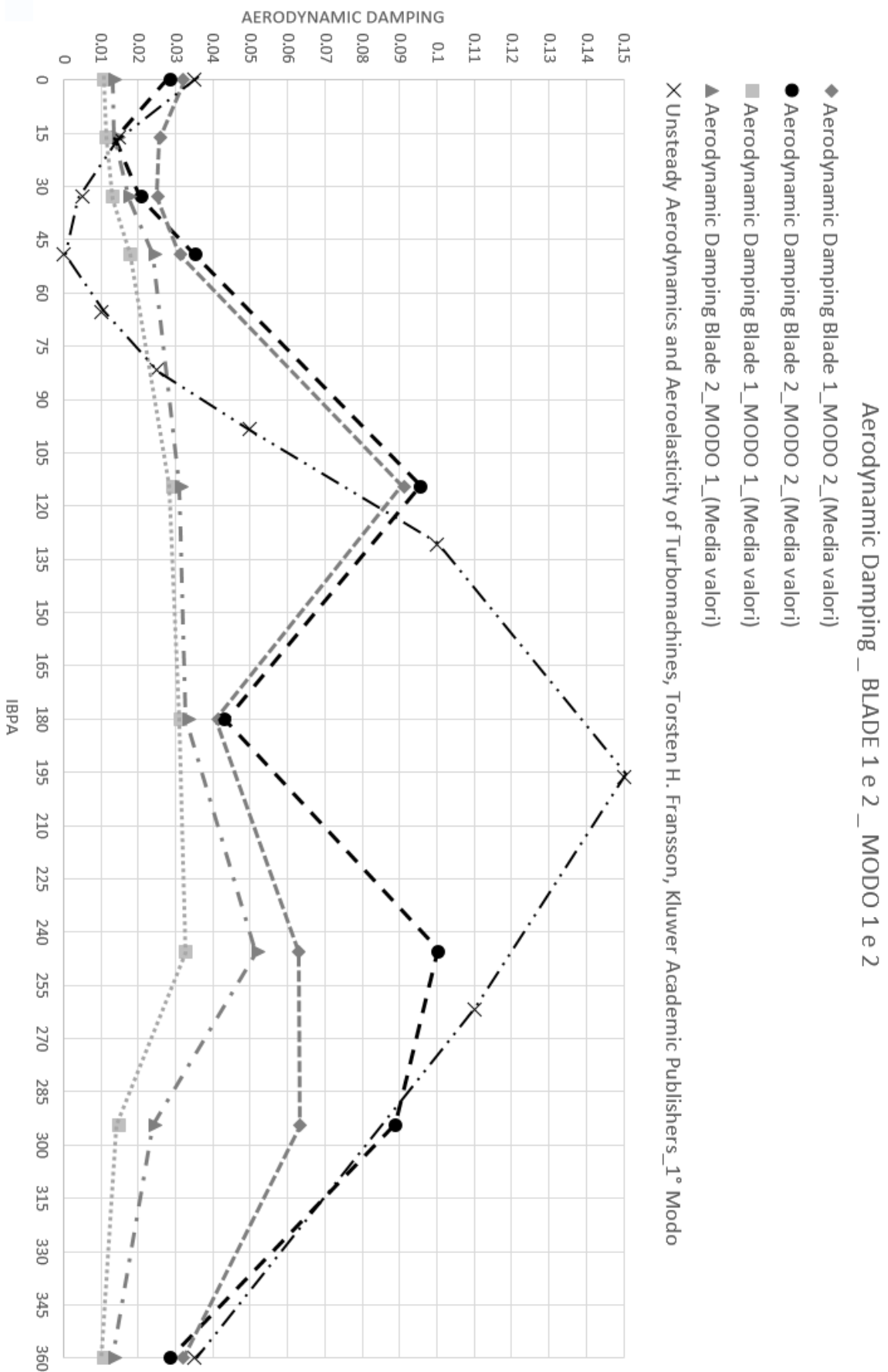


Figura 7.56 Diagramma Aerodynamic Damping – IBPA del 1° e 2° modo di vibrare in condizioni operative di stallo(-16043 rpm) del NASA Rotor 67. Viene riportato anche un caso di riferimento, in condizioni però prossimo allo stallo.

8. Conclusioni e commenti

La stabilità aeroelastica a flutter di fan transonici come il NASA Rotor 67 può essere studiata tramite accurati metodi analitici sviluppati appositamente per sfruttare la simmetria delle turbomacchine e ridurre considerevolmente il costo computazionale di calcolo.

Nel caso in esame si è adottato il metodo Fourier Transformation, il quale è in grado di preservare le frequenze tra le superfici periodiche del sistema e di calcolare il “*coefficiente di smorzamento aerodinamico palare*”, essendo quest’ultimo un efficace indicatore della stabilità a flutter della turbomacchina.

Le analisi aeroelastiche richieste per stabilire se la turbomacchina è in condizioni di stabilità o meno, sono funzione dell’*interphase blade angle (IBPA)* il quale permette di gestire la vibrazione in fase o in controfase delle pale della turbomacchina.

Il “*coefficiente di smorzamento aerodinamico palare*” è stato calcolato per diversi IBPA al variare della frequenza associata al modo di vibrare considerato e al variare della condizione operativa (design o stallo).

Per questo studio si sono voluti indagare i primi quattro modi di vibrare, i quali risultano i più importanti e pericolosi nel caso di analisi aeroelastiche essendo associati a stati tensionali di flessione e/o torsione.

I risultati ottenuti dimostrano che in condizioni operative di design il rotore resta stabile per tutti il range di IBPA da 0° a 360° per tutti e quattro i modi di vibrare.

Il primo modo di vibrare risulta essere il più rischioso di tutti e quattro i modi per via del ridotto margine di stabilità a flutter che si registra nei primi IBPA (non è stato possibile confrontare i diagrammi aerodynamic damping – IBPA del secondo, terzo e quarto modo di vibrare a causa della mancanza di studi di questo genere in letteratura, mentre per il primo modo di vibrare invece è stato possibile ottenere un confronto con altri studi disponibili in letteratura).

Nel caso invece di condizioni operative di stallo la stabilità del rotore non può essere valutata come nel caso di design, a seguito della mancata convergenza nel *time period* del “*coefficiente di smorzamento aerodinamico palare*”.

Di conseguenza, la valutazione di stabilità a flutter in questo caso è stata riportata considerando la media aritmetica, il valore minimo e il valore massimo del “*coefficiente di smorzamento aerodinamico palare*” nel *time period* per ogni IBPA.

Ne risulta che mediamente il rotore risulta stabile su tutto il range di IBPA, mentre localmente vi sono delle zone di instabilità per ciascuno dei modi di vibrare indagati che possono portare il rotore in condizioni di risonanza.

Le analisi aeroelastiche hanno anche evidenziato come l’onda d’urto presente in fan transonici sia fortemente legata alla stabilità a flutter e alla determinazione del “*coefficiente di smorzamento aerodinamico palare*”.

Bibliografia

- [1] Patil S, Holmes W, Steed R, *Investigation of efficient CFD methods for the prediction of blade damping*, USA: Proceedings of ASME Turbo Expo 2013.
- [2] Marshall JG, Imregun M, *An analysis of the aeroelastic behaviour of a typical fan-blade with emphasis on the flutter mechanism*, UK: International Gas Turbine and Aeroengine Congress & Exhibition 1996.
- [3] Wiranegara R, Turan A, *Simple approach to computational aeroelasticity of NASA Rotor 67*, Russia: Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences 2014.
- [4] Liou MS, Yao W, *Flutter analysis for turbomachinery using Volterra Series*, Germany: Proceedings of ASME Turbo Expo 2014.
- [5] Vasanthakumar P, *Computation of aerodynamic damping for flutter analysis of a transonic fan*, Canada: Proceedings of ASME Turbo Expo 2011.
- [6] Liang F, Xie Z, Xia A, Zhou M, *Aeroelastic simulation of the first 1.5-stage aeroengine fan at rotating stall*, China: Chinese Society of Aeronautics and Astronautics & Beihang University 2019.
- [7] Luo J, Zhou C, Liu F, *Multipoint design optimization of a transonic compressor blade by using an adjoint method*, Journal of Turbomachinery ASME 2014.
- [8] Benini E, *Three-dimensional multi-objective design optimization of a transonic compressor rotor*, Italy: Journal of Propulsion and Power 2014.
- [9] Biollo R, Benini E, *State-of-art of transonic axial compressors*, University of Padua, Italy, 2011.
- [10] Brandstetter C, Pages V, Duquesne P, Paoletti B, Aubert S, Ottavy X, *Project Phare-2 – a high-speed UBHR fan test facility for a new open-test-case*, UK: Proceedings of the 15th International Symposium on Unsteady Aerodynamics, Aeroacoustics & Aeroelasticity of Turbomachines 2018.
- [11] Strazisar AJ, Wood JR, Hathaway MD, Suder KL, *Laser anemometer measurements in a transonic axial-flow fan rotor*, USA: NASA Technical Paper 2879, 1989.
- [12] Saravanamuttoo HHH, Cohen H, Rogers GFC, *Gas turbine theory*, Pearson 5th edition, 2001.
- [13] Ramsey JK, *NASA Aeroelasticity handbook volume 2: design guides – part 2*, USA: 2006.
- [14] Dalla Barba F, *Didattica Integrativa Aerodinamica 2*, Unipd: 2017/2018.
- [15] Abate G, *Aerodynamic optimization of a transonic axial compressor rotor*, Unipd Thesis.
- [16] Rampado M, *Analisi numerica dell'interazione fluido-strutturale in una turbina di bassa pressione*, Unipd Thesis.
- [17] Pizzo D, *Progetto di un compressore assiale multistadio*, Unipd Thesis.
- [18] Lenzi M, *Modelli numerici per l'analisi aeroelastica di turbomacchine*, Unipd Thesis.
- [19] Dal Monte A, *Introduction to Computational Fluid Dynamic*, Unipd: 2018/2019.

- [20] Boller CHR, Seeger T, *Materials data for cyclic loading D: Aluminium and Titanium Alloys*, Amsterdam, 1987.
- [21] Hawthorne WR, *Aerodynamics of turbines and compressors*, Princeton University Press, Princeton, 1964.
- [22] Ronald H, Augier, *Axial-flow compressors*, ASME Press, New York, 2003.
- [23] Nashif AD, Jones DIG, Henderson JP, *Vibration damping*, Willey, New York, 1985.
- [24] McKenzie AB, *Axial flow fans and compressors*, Ashgate, Aldershot, 1997.
- [25] Benini E, *Propulsione Aerea*, Cleup, Padova, 2005.
- [26] Lakshminarayana B, *Fluid dynamics and heat transfer of turbomachinery*, Wiley, 1995.
- [27] Fransson TH, *Unsteady aerodynamics and aeroelasticity of turbomachines*, Sweden: Proceedings of the 8th International Symposium held in Stockholm 1997.
- [28] Zori L, *Fast, accurate and reliable turbomachinery simulation with harmonic analysis*, ASME Turbo Expo 2017.
- [29] Basso R, *Elementi di meccanica delle vibrazioni*, Libreria Progetto, Padova 2014.
- [30] Baldassini Luigi, *Vademecum per disegnatori e tecnici*, Hoepli, Milano, 2010.
- [31] Ventrone G, *Macchine*, Libreria Internazionale Cortina Padova, 2006.
- [32] Negri di Montenegro G, Bianchi M, Peretto A, *Sistemi energetici e macchine a fluido*, Pitagora Editrice Bologna, 2009.
- [33] Atzori B, *Metodi e procedimenti di calcolo nella progettazione meccanica*, Laterza, 2001.
- [34] Callister W, Rethwisch D, *Scienza e Ingegneria dei Materiali*, EdiSES, 2012.
- [35] Budynas RG, Nisbett JK, *Progetto e costruzione di macchine*, Mc Graw Hill, 2014.
- [36] Rizzoni G, *Elettrotecnica: Principi e applicazioni*, Mc Graw Hill, 2013.
- [37] Kalpakjian S, Schmid, SR, *Tecnologia Meccanica*, Pearson 2008.
- [38] Jayaraman N, Ravindranath R, *Improved damage tolerance of Ti-6Al-4V aero engine blades and vanes using residual compression by design*, Lambda Research, Littleton 2005.
- [39] Gao HJ, Zhang YD, Wu Q, Song J, *Experimental investigation on the fatigue life of Ti-6Al-4V treated by vibratory stress relief*, MDPI, 2017.
- [40] Ritchie RO, Davidson DL, Boyce BL, Campbell JP, Roder O, *High-cycle fatigue of Ti-6Al-4V*, USA, 1999.
- [41] ANSYS ® Documentation & Manuals.
- [42] <https://pixabay.com/it> (immagini).
- [43] <https://www.ansys.com/support> (guide).
- [44] <https://www.researchgate.net> (pubblicazioni).
- [45] <https://www.sciencedirect.com> (pubblicazioni).
- [46] <https://www.semanticscholar.org> (pubblicazioni).
- [47] <https://www.unipd.it/banche-dati-tesi> (tesi magistrali e di dottorato).
- [48] <https://www.youtube.com/user/ANSYSHowToVideos> (tutorials).

Ringraziamenti

