



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale DII

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Aerospaziale

Tesi di Laurea Magistrale

CALIBRAZIONE METROLOGICA DI UN SISTEMA DI VISIONE
PER LA MISURA DI POSIZIONE E ASSETTO RELATIVI DI UN SATELLITE

Relatore: Prof. Enrico Lorenzini

Correlatore: Ing. Marco Pertile

Laureando: Luca Bottaro

Matricola: 1061331

Anno Accademico 2014/2015

Metrological calibration of a vision system for relative position and attitude measurement of a spacecraft

Abstract

One of the most current research topic in space technology concerns the autonomous rendezvous and docking. This is a key step in planning high complexity future mission such as on-orbit inspection and maintenance of damaged spacecraft, space infrastructure automatic assembly and space discovery in general.

In this thesis, a vision based instrument able to measure the position and orientation of a spacecraft is described and calibrated from a metrological point of view. The instrument is designed to be suitable for small satellite or Cubesat of which the geometry is known, allowing the use in non-cooperative scenario.

It comprises an high resolution camera which observes the external surface of the target satellite provided with fiducial markers and a dedicated software procedure. After the markers detection, the software employs a closed-form and direct solution of the Perspective from Three Points problem. An optimization is applied through a RANSAC scheme and a non-linear method in order to verify which is the best algorithm configuration.

In the experimental phase, several tests are performed to evaluate the calibration curves and the output uncertainty. The employed set-up is able to impose known and precise linear and/or rotational movements to a satellite mock-up in order to verify the accuracy of the instrument in the operational area.

Alla mia Famiglia

Indice

Capitolo 1 - Introduzione	1
Obiettivi della tesi	2
Capitolo 2 - Finalità applicative	5
La manovra di rendezvous e docking	5
Close range rendezvous operations	6
Requisiti di allineamento alla cattura	9
Sensori ottici per la navigazione relativa nella manovra RVD	11
Sistemi di visione	12
Previsione delle prestazioni del sistema	12
Attenuazione luminosa	14
Fonti di errore	15
Considerazioni generali	16
Scanning laser range finder	16
Considerazioni generali sui sensori ottici di tipologia laser	19
Stato dell'arte	20
Orbital Express Advanced Video Guidance Sensor	20
Altre applicazioni	22
Dimostratori tecnologici	22
Capitolo 3 - Il metodo di misura	23
Schema generale	23
Richiami di dinamica d'assetto	25
Il sistema di visione	27
Struttura di un sistema di visione	27
Definizione di immagine	28
Il modello lente sottile	29
Il modello pin-hole	30
Formazione dell'immagine	31
Errore di risoluzione	33
Design dei marker	34
Scelta dei marker	35
Metodo di rilevazione	37

L'algoritmo di Douglas-Peucker.....	41
Il problema prospettico.....	42
Il solutore P3P	43
La soluzione di Kneip	47
Scelta della soluzione corretta.....	52
Vantaggi dell'algoritmo di Kneip	53
Integrazione tra P3P e PNP	53
Ottimizzazione della soluzione	54
Singular Value Decomposition	56
Lo schema RANSAC	57
Solutore non-lineare Levenberg - Marquardt.....	58
Fonti di errore.....	60
Capitolo 4 - Il set-up sperimentale	63
Panoramica del sistema di misura	63
Scenario	64
Posizionamento dei marker nel simulatore	65
Guida lineare e stadio rotativo	67
Convenzione tra i sistemi di riferimento	67
Il sistema di acquisizione	70
Ipotesi validità modello pin-hole.....	70
Correzioni delle distorsioni	71
Condizioni di illuminazione	71
Test su stadio rotativo	72
Traslazione lineare	72
Capitolo 5 - Risultati sperimentali	73
Test rotazionale	74
Curva di calibrazione a 255 cm.....	75
Curva di calibrazione a 220 cm.....	77
Curva di calibrazione a 205 cm.....	79
Curva di calibrazione a 185 cm.....	81
Curva di calibrazione a 165 cm.....	83
Curva di calibrazione a 155 cm.....	85
Considerazioni sulle metodologie impiegate	87
Prestazione del solutore non lineare in funzione della distanza.....	88
Affidabilità del sistema nella misura dell'assetto	89
Test di traslazione.....	92

Traslazione lineare per angolazione di 11°	93
Traslazione lineare per angolazione di 31°	95
Traslazione lineare per angolazione di 51°	97
Traslazione lineare per angolazione di 71°	99
Traslazione lineare per angolazione di 81°	101
Traslazione lineare per angolazione di 91°	103
Considerazioni sul test di traslazione.....	105
Stima del disallineamento laterale	105
Confronto tra i diversi metodi sulla stessa prova.....	107
Dispersione della misura statica	108
Grafici riepilogativi.....	110
Dispersione errore angolare in funzione della distanza	110
Dispersione errore angolare in funzione dell'angolazione.....	111
Dispersione errore di posizione in funzione dell'angolazione	112
Conclusioni	113
Sviluppi futuri	114
Bibliografia	117

Capitolo 1

Introduzione

Nel panorama attuale della ricerca aerospaziale, l'interazione autonoma tra satelliti o navicelle rappresenta una svolta chiave nell'impiego di queste tecnologie. L'automazione in manovre di rendezvous/docking e operazioni di prossimità rende non necessario il costante monitoraggio da parte dell'uomo. I vantaggi risiedono di conseguenza in una maggiore flessibilità operativa in quanto tali manovre possono essere eseguite anche in mancanza di comunicazione con la base di terra. Un sistema efficace di guida e navigazione relativa autonoma costituirebbe un valido supporto in operazioni di manutenzione in orbita di satelliti in avaria, ispezioni attraverso microsattelliti e in generale nell'esplorazione spaziale.

Diverse missioni nel passato hanno consentito di affrontare e approfondire i vari aspetti legati al rendezvous e docking autonomi. Esse si sono sviluppate come dimostratori tecnologici finalizzati a validare l'efficacia e l'affidabilità della strumentazione e dei sistemi di controllo. Tra queste vi sono le missioni DART, XSS-10, XSS -11 e Orbital Express. Quest'ultima, in particolare, portata a termine con successo nel 2007 rappresenta un punto miliare nella ricerca statunitense in questo ambito in quanto costituisce il primo rendezvous e docking effettuato in totale autonomia da due satelliti di dimensioni medie (ASTRO e NEXTSat). Orbital Express impiega come strumento principe il sensore AVGS, Advanced Video Guidance Sensor, che combina efficacemente un sistema di visione con un emettitore laser. Molti centri di ricerca impiegano uno strumento simile, il LIDAR. Esso deriva distanza e orientazione degli oggetti nel campo di vista misurando le caratteristiche di un segnale laser emesso e riflesso indietro dall'ambiente. Questi strumenti forniscono risultati ottimi soprattutto a lunga distanza ma si rivelano altamente complessi e dispendiosi. Tecniche di navigazione relativa che prevedono una videocamera semplice o una stereocamera sono preferibili sulla corta distanza o per applicazioni di tipo CubeSat. Come sarà approfondito in questa tesi, i sistemi di visione consentono la determinazione di posizione e orientazione di un bersaglio calcolando la corrispondenza tra punti di

riferimento noti e le loro proiezioni sulle immagini acquisite. Si tratta quindi di una misura indiretta del vettore di stato in cui ogni passaggio introduce una componente dell'incertezza finale. L'efficacia del sistema dipende, oltre che dalle specifiche hardware, anche dalla metodologia di risoluzione del problema prospettico. In tale ambito esiste una vasta letteratura costantemente oggetto di innovazione grazie all'impulso generato dalla capacità di elaborazione dei processori e alle svariate applicazioni nella robotica industriale.

Obiettivi della tesi

Questa tesi si colloca nell'ambito della strumentazione aerospaziale. In vista delle future attività di ricerca presso il CISAS, rivolte a studiare l'interazione cooperativa e non-cooperativa tra due simulatori di satellite in operazioni di prossimità e docking, si è cercato di individuare una configurazione strumentale finalizzata alla navigazione relativa. La ricerca svolta in questa tesi vuole essere un avviamento alla realizzazione di un sistema di navigazione e guida integrato che possa condurre i due simulatori a eseguire in modo autonomo una varietà di manovre atte al rendezvous, al mantenimento del volo in formazione e alla ispezione in orbita.

La realizzazione del sistema proposto per la determinazione di posizione e assetto relativi segue da requisiti atti a renderlo utilizzabile sia in un ambiente spaziale, sia in sede di laboratorio. Sono quindi perseguiti criteri di riduzione del peso, minimizzazione del consumo di potenza e del costo computazionale.

La tesi inizia presentando la varietà di sensori, attualmente utilizzati, che consentono la navigazione relativa tra satelliti. Ogni tipologia di sensore è accompagnato da una descrizione volta ad evidenziarne i pregi e i limiti di operabilità e impiego. Si apprende in tal modo la struttura di un dispositivo per la misura indiretta di posizione e assetto relativi sulla base di tecnologie esistenti. Procedendo da questo background si è individuata la configurazione migliore che risponde ai requisiti di progetto preliminare impostati.

La parte seguente della tesi descrive l'intera catena di misura ideata. Ogni passaggio è esposto tramite la dovuta formulazione matematica e confrontando vari algoritmi per la

stima di posizione e assetto. Il sistema utilizza come punti di controllo un set di marcatori grafici, 'fiducial markers', riconoscibili da parte dell'algoritmo di elaborazione. Le coordinate immagini di tali punti costituiscono l'input dello schema computazionale che calcola l'assetto e la posizione del satellite target. Sono state testate quattro tipologie di schema, ottenute aggiungendo in progressione tecniche di ottimizzazione più raffinate. Lo schema primario impiega il solo solutore prospettico P3P. In un primo caso, la tecnica Singular Value Decomposition è applicata in successione per la minimizzazione di una precisa funzione costo. In un secondo caso, il solutore P3P è integrato in una procedura RANSAC per l'eliminazione di eventuali errori grossolani. Infine a quest'ultima segue l'ottimizzazione non lineare di Levenberg-Marquardt che sfrutta tutti i punti di controllo disponibili sull'immagine.

Segue la fase sperimentale dell'attività di tesi. Al fine testare lo strumento di misura, è stato simulato in laboratorio uno scenario che consente di rilevare posizione e assetto di un satellite di dimensioni CubeSat per una larga varietà di angolazioni e distanze.

La dispersione della misura può essere così stimata sperimentalmente in funzione del punto di ripresa della videocamera. La descrizione metrologica della catena di misura è illustrata tramite curve di calibrazione in cui è immediato riconoscere come l'introduzione di schemi risolutivi più complessi migliori la qualità della misura.

La tesi si conclude con la presentazione dei risultati e i possibili sviluppi futuri e applicativi di tale metodologia.

Capitolo 2

Finalità applicative

L'attività sperimentale contenuta in questa tesi è particolarmente rivolta allo sviluppo di un sistema per la navigazione relativa autonoma tra due satelliti nella fase finale di rendezvous e docking. A tal fine si descrive, in questo capitolo, lo scenario di impiego del sistema ideato. I risultati possono comunque essere di interesse per problemi affini in cui sia richiesta la stima istantanea di posizione e assetto relativi di un oggetto.

La manovra di rendezvous e docking

L'operazione di rendezvous e docking (RVD) comprende l'insieme di tecnologie che consentono l'avvicinamento e l'aggancio in sicurezza tra un satellite obiettivo e un satellite intercettore. La manovra rende possibile missioni spaziali di alta complessità come l'assemblaggio di infrastrutture in orbita, il trasferimento di materiali e personale, la manutenzione di satelliti danneggiati.

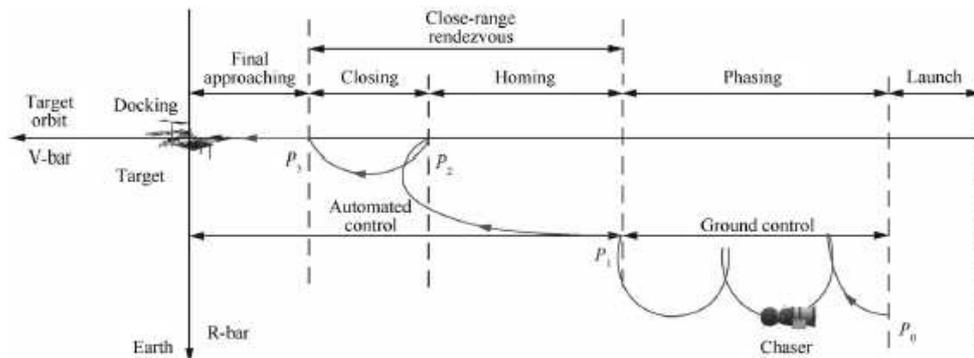
La procedura di avvicinamento tra due satelliti o navicelle è scandita da una sequenza di fasi che prevedono traiettorie controllate e vincoli di sicurezza atti a concludere con successo l'operazione. Essa comporta l'attraversamento di aree prestabilite e richiede un uso efficace degli strumenti di navigazione disponibili.

La fase primaria denominata *phasing*, direttamente seguente al lancio del satellite intercettore, consiste nel portare quest'ultimo in un'orbita molto prossima a quella che ospita il satellite target tramite manovre descritte dalla dinamica del volo.

Piano orbitale, angolo di fase, altitudine ed eccentricità devono essere comuni per proseguire nelle successive fasi di avvicinamento.

La fase seguente, *close-range rendezvous*, è finalizzata a portare il satellite intercettore nella rotta di avvicinamento al target e a disporre l'assetto in modo da abilitare l'uso del set strumentale per la navigazione relativa. La distanza tra i due satelliti è tale da poter trascurare le perturbazioni orbitali rendendo il moto relativo descrivibile linearmente tramite le equazioni di *Clohessy - Whiltshire*.

Il termine della manovra coincide con la riduzione controllata della distanza tra intercettore e target fino a portare le interfacce di docking a contatto. In questa fase l'intercettore è in grado di rilevare la collocazione del meccanismo di aggancio del target tramite il riconoscimento di particolari geometrici e cromatici. L'alta precisione determinata dalla tipologia di algoritmo e hardware porta l'intercettore a completare l'attracco in sicurezza.



[2.1] – Fasi del rendezvous

La strategia di avvicinamento è direttamente dipendente dalle dimensioni dei due satellite, dai requisiti di puntamento e soprattutto dalla capacità di generare spinte propulsive di correzione ad elevata risoluzione.

Close range rendezvous operations

La parte finale della procedura di attracco si distingue generalmente in due fasi: *homing* e *closing*.

La prima porta l'intercettore al punto di stazionamento P₂, distante tra uno e due chilometri dal target. In questo intervallo si perfeziona l'orbita di avvicinamento e viene ridotta la velocità relativa tra i due satelliti. La fase di *closing* conduce l'intercettore a poche centinaia di metri dal target e abilita l'utilizzo della strumentazione per la navigazione relativa.

La ridotta distanza tra i due satelliti esige l'uso di strumenti di navigazione molto più accurati di quelli impiegati nelle fasi primarie di avvicinamento. Pertanto la manovra deve essere eseguita in corrispondenza di condizioni ambientali e strumentali favorevoli.

E' quindi necessario che la traiettoria mantenga il target nel campo operativo degli strumenti, la comunicazione tra satelliti e stazione di terra sia stabile, i pannelli solari acquisiscano la corretta angolazione per fornire la potenza richiesta, i thruster siano orientati correttamente. Inoltre la manovra di rendez-vous deve essere sincronizzata con i periodi di illuminazione disponibili al fine di consentire il monitoraggio visuale o attraverso telecamere delle fasi più complesse di avvicinamento, docking o berthing. L'uso di illuminazione artificiale è da limitare in quanto impegna notevolmente le risorse del sistema.

La traiettoria di avvicinamento risponde ai requisiti di sicurezza più stringenti. La sua pianificazione deve consentire di non lasciare l'intercettore in una rotta di collisione con il target in caso di mancata attivazione del sistema propulsivo. Per tale motivo, manovre che prevedono una spinta in direzione tangenziale sono effettuate raramente.

L'ultima fase del rendez-vous, denominata *final approach*, determina il contatto tra le interfacce di docking dei due satelliti e richiede il controllo attivo di tutti i sei gradi di libertà. Essa impiega traiettorie rettilinee controllate in loop chiuso o quasi rettilinee realizzate in modalità pulsata. Tali traiettorie permettono di mantenere il target inquadrato nel ristretto campo di vista dei sensori posti sull'intercettore e avvicinare le interfacce di docking lungo il loro asse di simmetria.

I requisiti sulla strumentazione per eseguire in sicurezza il docking prevedono che il moto relativo sia misurato con un certo grado di precisione riassunto in linea orientativa nella seguente tabella.

	Precisione richiesta
Posizione in direzione trasversale	3 cm
Angoli d'assetto	1 grad
Velocità in direzione assiale	1 cm/s
Velocità in direzione trasversale	1 cm/s
Velocità angolari	0.1 grad/s

Per un attracco tramite braccio robotico, berthing, questi requisiti sono meno stringenti e possono essere accettati errori su posizione e assetto anche 5 volte maggiori rispetto a quelli per il docking. Al contrario, ivi si rivelano maggiormente determinanti le

incertezze su velocità lineari e angolari che devono essere ridotte di circa 5 volte rispetto al caso precedente. Questo è dettato dal fatto che il satellite intercettore deve mantenersi per almeno 60 secondi nel raggio d'azione del braccio robotico al fine di consentire le operazioni di aggancio.

Nel caso del docking, il sistema di controllo deve tenere conto delle possibili deviazioni dell'asse di docking dalla direzione nominale a causa di presenza di errori iniziali, moto inerziale del satellite target e flessione delle strutture. Di conseguenza il compito del satellite intercettore è quello di seguire l'asse di docking istantaneo, capacità possibile solo attraverso sensori in grado di identificare e determinare istantaneamente il centro dell'interfaccia di attracco.

Per facilitare quest'ultima fase viene stabilito un corridoio di avvicinamento, inteso come un volume conico con asse coincidente con quello di docking. Generalmente l'apertura angolare al vertice è di circa 20 gradi. Attraverso videocamere o altri sensori il sistema o l'operatore si accerta che la traiettoria dell'intercettore si mantenga entro tale cono. Nel caso in cui tali confini vengano violati si procede attraverso manovre di allontanamento o di fuga per evitare la collisione.

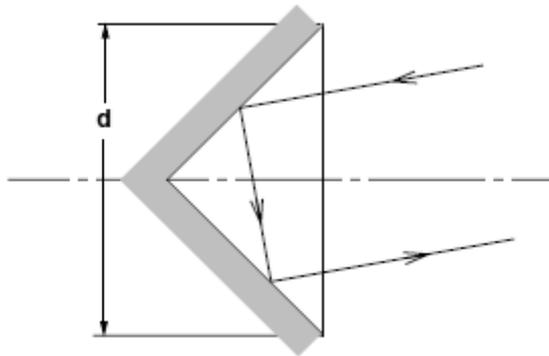
Un altro aspetto da tenere in considerazione risiede negli effetti dei gas eiettati dai thruster dell'intercettore in direzione del target per ridurre la velocità relativa. Tale dispersione di particelle può esercitare forze di pressione sulle superfici del satellite target, trasferire calore alle stesse e contaminarne le proprietà ottiche. Oltre ai disturbi sull'assetto, in misura proporzionale a massa e inerzia, l'aspetto più critico risiede nella possibile alterazione di elementi sensibili come le lenti delle videocamere, riflettori, e marcatori grafici per l'identificazione dell'interfaccia.

Tale complicazioni vengono evitate per quanto possibile mantenendo costante la velocità di avvicinamento in prossimità del target e quindi effettuando la decelerazione finale a una distanza tale da consentire la dispersione innocua delle particelle contaminanti.

In definitiva, la fase di navigazione relativa è governata dal sistema di controllo dell'intercettore che assume un ruolo attivo portando gli assi di docking a coincidere tra di loro per il corretto compimento della manovra.

Requisiti di allineamento alla cattura

Le prestazioni più elevate per quanto riguarda la parte finale di una manovra di rendezvous sono richieste negli ultimi metri prima dell'aggancio tra i meccanismi di docking. I fattori da tenere in considerazione sono la zona di azione dell'interfaccia descritta in termini di scostamenti laterali e i disallineamenti angolari ammissibili. Da un punto di vista dinamico la velocità di contatto deve mantenersi al di sotto di una soglia di sicurezza definita dalla capacità dell'interfaccia di smorzare la quantità di moto relativa nell'urto. Una eccessiva velocità di avvicinamento ed un notevole disallineamento concorrono a causare un eventuale rimbalzo del satellite intercettore sul target. Per esempio, si consideri il moto libero di un corpo rigido con una velocità relativa di 0.1 m/s impattante su una superficie conica inerzialmente fissa con un diametro di 0.1 m. Indipendentemente dall'angolo di impatto, la traiettoria incidente subisce due deviazioni ideali fino a uscire dall'area di aggancio in un tempo pari ad 1 secondo.



[2.2] Schematizzazione angolo di avvicinamento

In merito al docking si definiscono il linea generale i parametri dinamici della manovra che restano in ogni caso dipendente dal tipo di meccanismo di aggancio e soprattutto dalle caratteristiche inerziali dei due satelliti.

Velocità di avvicinamento = 0.03 - 0.3 m/s

Allineamento laterale = 0.05 - 0.2 m/s

Velocità laterale = 0.01 - 0.05 m/s

Disallineamento angolare = 1- 5 gradi

Velocità angolare = 0.05 - 0.25 gradi/s

Per completezza si riportano i medesimi requisiti operativi per un attracco di tipo *berthing*.

Posizione relativa (x,y,z) nel berthing box = 0.1 - 0.5 m

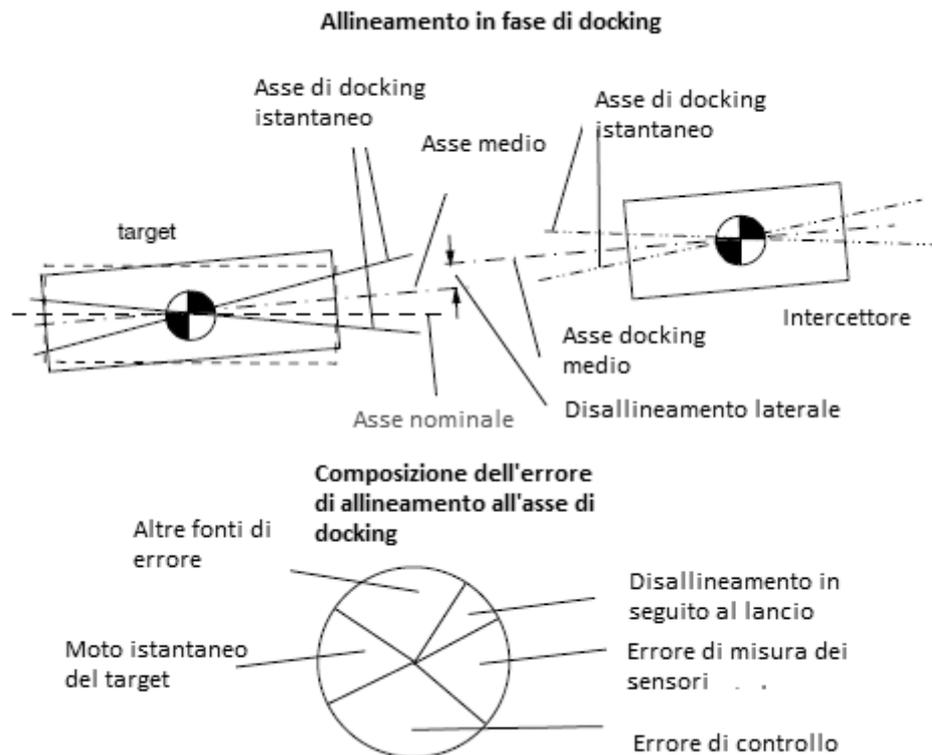
Velocità residue = < 0.01 m/s

Disallineamento angolare < 10 gradi

Velocità angolare < 0.1 gradi/s

Gli errori di navigazione non costituiscono l'unica fonte di errore causante deviazioni di traiettoria o disallineamento alla cattura. Ulteriori fattori di errore sono:

- L'errore di misura del sensore, comprendente il rumore di fondo e ogni altro eventuale errore di bias non compensato dal sistema come il disallineamento tra l'asse ottico e l'asse di docking.
- Il disallineamento tra l'asse di docking definito dal sistema di riferimento dei target e quello reale.
- Errori residui di calibrazione dei sistemi ottici, deformazioni termiche dell'ottica.
- Eventuale impossibilità di rilevamento del moto libero del target a causa della limitata lunghezza di banda del sensore



[2.3] - *Inseguimento asse di docking*

Per traiettorie di tipo lineare che prevedono un profilo di velocità, la misura di quest'ultima deve mantenere generalmente una precisione inferiore ad un ordine di grandezza rispetto a quella nominale. Per esempio se l'avvicinamento è programmato ad una velocità di 0.1 m/s, l'errore deve essere inferiore al 20 % ovvero l'incertezza non deve essere superiore a 1 cm/s.

Per raggiungere tale accuratezza posizione e assetto richiedono una frequenza di campionamento nell'ordine di 1 Hertz.

Infine l'incertezza sugli angoli d'assetto relativi durante la traiettoria deve essere di circa 1 grado se è richiesto di mantenere un allineamento angolare tra gli assi di docking inferiore ai 5 gradi.

Sensori ottici per la navigazione relativa nella manovra RVD

I sensori di navigazione disposti sul satellite intercettore possono essere suddivisi in due categorie: relativi e assoluti.

I primi sono principalmente utilizzati per determinare posizione, assetto, velocità lineare e angolare dell'intercettore rispetto al target. Questi includono radar a microonde, lidar, sensori ottici e sistemi di visione.

I sensori per la navigazione assoluta determinano il moto del satellite rispetto ad una terna inerziale e sono preposti alla fase primaria del rendezvous. Un set tipico comprende accelerometri, IMU, sensori di orizzonte e/o sensori di stelle.

La categoria dei sensori ottici per manovre di rendezvous comprende generalmente misuratori laser e sistemi di visione. Entrambi richiedono che sulla porta di attracco del satellite target siano installati dei marcatori che agiscano da punti di controllo. Questi possono essere realizzati mediante prismi riflettori o grafiche riconoscibili dal software di elaborazione immagine. Lo sviluppo di questo tipo di sensoristica ha impegnato gli ultimi due decenni del ventesimo secolo ma ci si aspetta che l'attuale capacità dei computer di elaborare immagini in tempo reale dia nuovo impulso fornendo una più vasta varietà di sensori differenti per tecnologie di acquisizione e algoritmi di calcolo.

Sistemi di visione

Il metodo di misura attraverso un sistema di visione si basa sulle leggi dell'ottica e della prospettiva. Il suo utilizzo è stato reso possibile dall'avvento dei sensori CCD che uniscono compattezza e alta risoluzione delle immagini. L'affidabilità di uno strumento così concepito è direttamente dipendente dalla disponibilità di una corretta illuminazione del target che può essere naturale se la manovra avviene in vista del Sole o artificiale se è presente un faro puntato in direzione del campo di vista della videocamera. La luce che raggiunge i riflettori ottici o i marcatori grafici viene rimbalzata verso il sensore CCD che è così in grado di definire le coordinate immagini degli stessi. L'elaborazione di queste coordinate attraverso specifici algoritmi fornisce le informazioni richieste in termini di posizione e assetto del target relativamente al bersaglio.

Previsione delle prestazioni del sistema

La progettazione preliminare di sistema di visione si basa su principi basilari dell'ottica e della formazione dell'immagine.

La legge fisica nell'impiego di un sistema di visione come misuratore di posizione risiede nel confronto tra la distanza reale D tra due punti di controllo e la corrisponde distanza d tra le proiezione degli stessi sul piano focale.

$$\frac{Range}{D} = \frac{lunghezza\ focale}{d}$$

In sostanza lunghezza reale e lunghezza proiettata sul piano focale sono legate da un coefficiente indirettamente proporzionale al range R

$$d = \frac{f}{R} \cdot D$$

Allo stesso modo possono essere correlati gli angoli.

$$\frac{Angolo\ LOS}{Angolo\ FOV} = \frac{distanza\ tra\ i\ punti\ proiettati}{massima\ estensione\ del\ piano\ focale}$$

Il campo di vista è definito dagli angoli φ_{max} e θ_{max} e calcolabile tramite

$$FOV = 2|\psi_{max}| \times |\theta_{max}|$$

mentre l'area del piano focale è

$$A_{FP} = 2|x_{max}| \times |y_{max}|$$

Di conseguenza gli angoli di azimuth ed elevazione dei punti di controllo sono

$$\psi = \psi_{max} \frac{x_{fp}}{x_{max}}$$

$$\theta = \theta_{max} \frac{y_{fp}}{y_{max}}$$

Dato che l'orientazione dell'interfaccia di attracco non può essere univocamente determinata attraverso due soli punti di controllo, ne sono necessari almeno tre al fine di definire un piano nello spazio. L'ulteriore introduzione di un quarto punto non coplanare agli altri risolve tutte le ambiguità e facilita il compito dell'algoritmo.

Il campo di utilizzo di un sistema di visione deriva dalle sue caratteristiche intrinseche.

Ipotizzando che il sensore CCD sia costituito da pixel quadrati, la risoluzione ε è definita come:

$$Risoluzione = \frac{Larghezza\ piano\ focale}{Pixel\ in\ larghezza} = \frac{Altezza\ piano\ focale}{Pixel\ in\ altezza}$$

Sia a il diametro del singolo pixel, la distanza d tra le proiezioni di due punti sul piano focale espressa in pixel è

$$d = n \cdot a$$

Di conseguenza, è possibile esprimere una lunghezza reale in unità di pixel sul piano focale tramite :

$$n = \frac{D \cdot f}{R \cdot a}$$

Il campo di vista e le dimensioni del sensore CCD sono legate dalle seguenti relazioni:

$$x_{max} = \tan \psi_{max} = \frac{1}{2} \frac{N \cdot a}{f}$$

$$y_{max} = \tan \theta_{max} = \frac{1}{2} \frac{M \cdot a}{f}$$

Isolando il termine $\frac{a}{f}$ e introducendolo nell'equazione precedente si ottiene

$$D = \frac{2n}{N} R \tan \psi_{max}$$

La presente formula permette il dimensionamento preliminare dei marcatori a partire dai requisiti prestazionali ricercati. Per esempio, impostando un campo di vista di ampiezza totale a 30 gradi, una risoluzione sulla larghezza pari a 2000 pixel, un raggio operativo di 5 metri e la dimensione del diametro del riflettore in minimo 100 pixel sul piano focale, si ottiene un diametro reale di circa 14 centimetri. Di conseguenza, la dimensione del marcatore minima tale per cui sia rilevato è direttamente proporzionale alla distanza della videocamera dallo stesso.

Attenuazione luminosa

Per i sistemi di visione che dispongono di prismi riflettori è necessario tenere in considerazione l'attenuazione della luce riflessa in funzione della distanza.

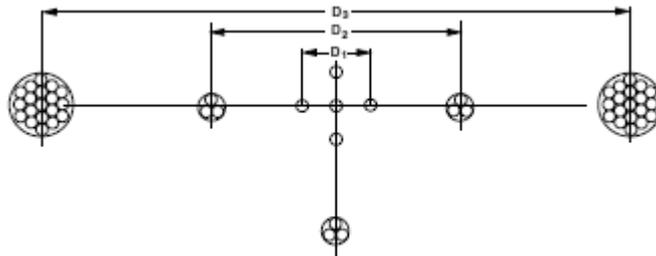
Considerando un campo di vista quadrato di apertura angolare pari a φ_{max} , la fonte di luce deve coprire un angolo di $\alpha_{ill} = \varphi_{max} \sqrt{2}$ affinché la radiazione luminosa sia in ogni punto superiore o uguale al suo massimo (fascio di metà potenza).

La potenza luminosa che investe il sensore dopo aver riflesso sul marcatore è due volte attenuata dalla perdita spaziale.

$$P_r = P_t \frac{16 A_{prisma} A_{ottica}}{\pi^2 R^4 \phi_{ill}^4}$$

La formula dimostra come l'irradiazione luminosa ricevuta decresca con la quarta potenza del raggio operativo.

Sempre riferendosi alla formula per il pre-dimensionamento si può stimare che per raggiungere un raggio operativo di 100 metri sono necessari riflettori di circa 3 metri di diametro. L'avvicinamento al target comporta che tali riflettori diventino eccessivamente estesi rispetto al campo di vista. Questo avviene a una distanza prossima ai 10 metri, oltre i quali risulta necessario passare alla ricerca di riflettori di dimensioni progressivamente più ridotte.



[2.4] - *Disposizione riflettori*

Un set tipico di riflettori, illustrato in figura, riporta al centro una composizione di quattro elementi che consentono anche la determinazione dell'assetto relativo quando l'intercettore si trova nella zona più prossima al target. Solitamente i riflettori dedicati all'elevato raggio operativo (100 metri) sono realizzati accostando prismi indipendenti di piccole dimensioni al fine di minimizzare la massa.

Fonti di errore

Tutte le fonti luminose non previste che investono il target o la videocamera sono potenzialmente causa di errori in fase di elaborazione dell'immagine. E' opportuno che la manovra venga eseguita in modo tale da sfruttare in modo favorevole la luce solare e evitare per quanto possibile l'albedo della Terra e della Luna. Sono altresì ricorrenti disturbi luminosi generati dalle superfici del satellite target che possono causare falsi positivi o fenomeni di *blooming*. Quest'ultimo porta aree del CCD a saturazione impedendo l'acquisizione dei dettagli e di conseguenza il riconoscimento dei marcatori. Possibili protezioni nei confronti di disturbi luminosi sono costituite da filtri posti sull'ottica, riduzione del tempo di esposizione, elaborazione tramite immagini precedentemente acquisite.

Considerazioni generali

I vantaggi riscontrabili nell'impiego di un sistema di visione sono:

- L'accuratezza della misura aumenta al diminuire della distanza relativa.
- Posizione e assetto relativi del target possono essere ottenuti istantaneamente.
- L'aggiornamento dei dati è ad alta frequenza
- Il sensore non ha parti mobili

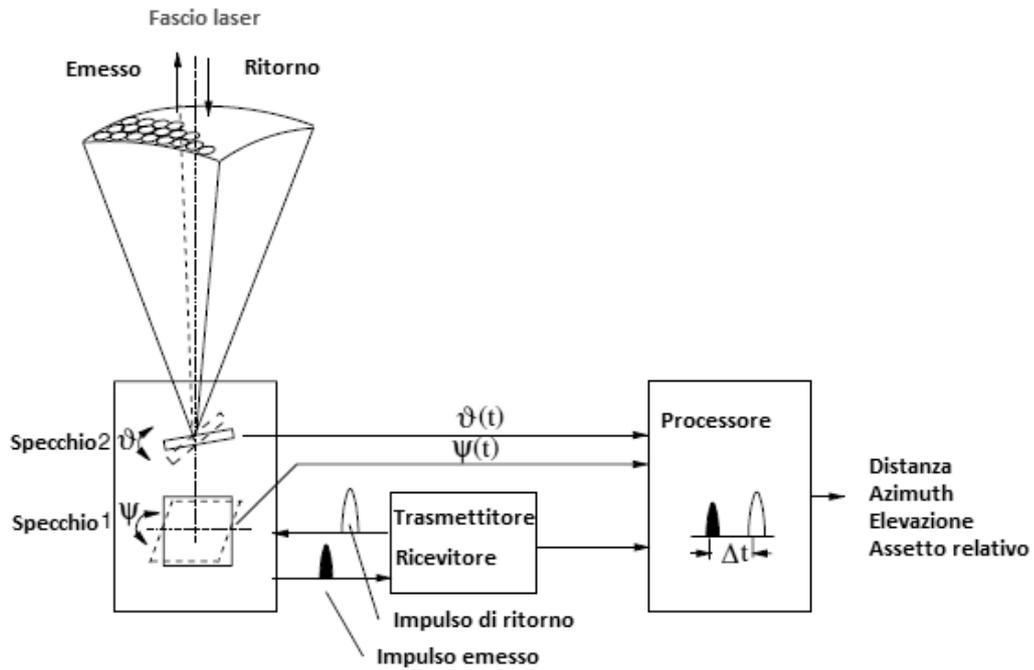
Viceversa, la progettazione deve tenere in considerazione anche i seguenti aspetti:

- La potenza luminosa è molto attenuata dalla distanza
- Il raggio massimo operativo è limitato
- Il campo di vista deve essere mantenuto stretto per evitare interferenze luminose

Scanning laser range finder

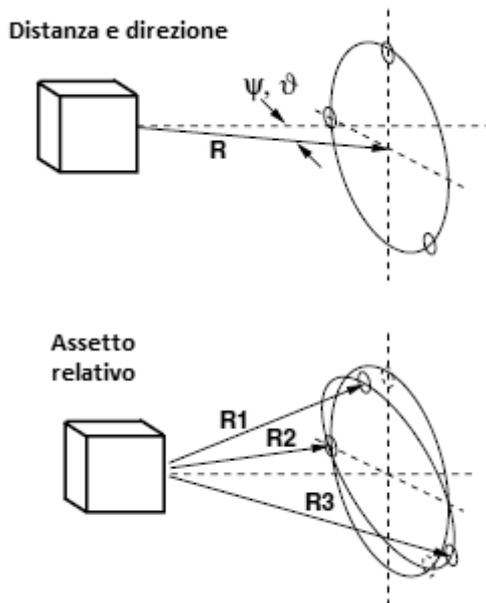
I sensori afferenti alla tecnologia *scanning laser range finder* si basano sullo stesso principio che permette la navigazione tramite segnali radio come il GPS. La differenza sostanziale risiede nella lunghezza d'onda del segnale, collocata nella banda dell'infrarosso (circa 1000 nm) per i sensori ottici in esame. La distanza dall'oggetto è determinata misurando l'intervallo di tempo tra emissione e ricezione dello stesso segnale dopo la riflessione sul target (*pulse laser range finder*) oppure valutando la differenza di fase (*continuous wave laser*). Il moto del target viene determinato effettuando una scansione nell'area impostata e misurando azimuth ed elevazione per i quali si registra un segnale di ritorno. Il fascio laser è orientato in modo controllato tramite un sistema di specchi mobili oppure installando l'emettitore su una struttura gimbal.

L'inclinazione degli specchi è elaborata dal processore per ottenere gli angoli azimuth ed elevazione. Sulla superficie esterna del target, un set di riflettori di tipologia corner-cube permette il ritorno del fascio laser verso il trasmettitore.



[2.5] - Schema sensore laser

La figura illustra lo schema di funzionamento di un sensore di tipologia pulse radar in cui un treno di impulsi generati ad una frequenza nell'ordine del kilohertz è convogliato in un fascio laser molto stretto. Il moto angolare degli specchi essendo di molto inferiore alla durata del singolo impulso non introduce errori nella misura. Per una scansione che copra l'intero campo di vista dello strumento, il primo specchio oscilla con un frequenza di pochi Hertz mentre il secondo ruota molto più lentamente in senso ortogonale al primo. Tale strategia permette al fascio di traslare da un lato all'altro del campo di vista, procedendo gradualmente in senso opposto. Quando il fascio colpisce un dispositivo riflettore, la sua riflessione segue il percorso inverso fino al sensore che rileva quindi la differenza temporale tra i due eventi.



[2.6] - *Incognite del problema*

Per eseguire una misura di distanza e moto lineare è sufficiente che il sistema riceva solo il segnale di ritorno da un singolo riflettore. Una volta che il sensore ha ingaggiato il riflettore non è più necessario eseguire una scansione dell'intero campo di vista ma solo di una ristretta area attorno al punto di rilevamento precedente.

Una stima completa del moto di traslazione e rotazione del target richiede la ricezione del segnale riflesso da almeno tre riflettori in modo da definire un piano nello spazio. La procedura identificativa prevede che dopo la scansione dell'intero campo di vista, il sensore li segua individualmente in modo da poterli riconoscere univocamente per tutta la durata della misura. Dato che le coordinate dei riflettori nel sistema di riferimento del satellite target sono note, il processore è in grado di calcolare l'orientazione del piano individuato dagli stessi. La determinazione dell'assetto relativo segue direttamente dalla disposizione di questo piano nel sistema di riferimento satellite. La precisione della misura dell'assetto relativo è condizionata dalla distanza relativa tra i riflettori e dalla risoluzione del ricevitore laser. Caratteristica limitante risiede nell'impossibilità di rilevare tre riflettori contemporaneamente dato che il sistema di scansione opera una ricerca sequenziale degli stessi. Le coordinate dei vari punti di controllo risultano quindi appartenenti a momenti diversi che sebbene molto ridotti costituiscono di fatto una

fonte di errore correggibile solamente a posteriori attraverso una propagazione delle stesse alla medesima coordinata temporale.

Considerazioni generali sui sensori ottici di tipologia laser

Si considerino tre riflettori installati su una superficie di un satellite target e collocati in punti di una circonferenza di un certo raggio. Se, per esempio, il campo di vista del sensore è $\gamma = 30$ gradi e il raggio r è pari a 1 metro, la misura del moto del target sarà possibile solo se quest'ultimo si trova ad una distanza superiore a :

$$R = \frac{r}{\tan \frac{\gamma}{2}} = 3.75 \text{ m}$$

A differenza dei sistemi di visione, dove è possibile passare ad un set interno, non è possibile avvicinare i riflettori oltre una certa soglia in quanto ciò pregiudica il livello di precisione della misura d'assetto. Lo strumento di conseguenza non possiede i requisiti metrologici per la navigazione relativa nella fase di *final approach* che viene affidata a strumenti più efficaci nella corta distanza.

In generale l'impiego di sensori laser comporta i seguenti vantaggi:

- E' richiesto un solo riflettore sul target per misurare distanza, azimuth ed elevazione
- Ha un raggio operativo molto ampio, da 1 metro a 1 chilometro, in funzione della potenza del segnale
- Il ristretto campo di vista riduce notevolmente l'interferenza luminosa del Sole o da altre sorgenti.

Tra gli svantaggi:

- La misura richiede la movimentazione di specchi o gimbal, necessità che comporta, oltre ad un maggiore consumo di potenza, una spiccata sensibilità alle vibrazioni meccaniche durante il lancio.
- Risulta complesso tracciare più di un singolo riflettore, fatto che causa limitazione nella lunghezza di banda.
- Limitazioni sul raggio minimo operativo, oltre il quale l'assetto non può essere rilevato.

Stato dell'arte

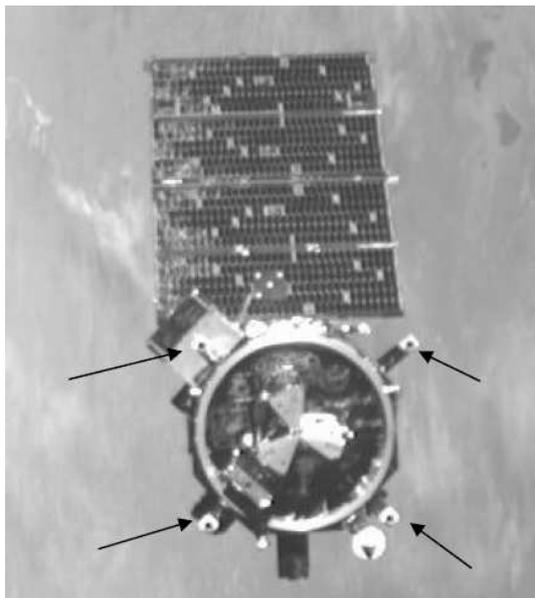
Orbital Express Advanced Video Guidance Sensor

La missione dimostrativa Orbital Express [1], portata a termine con successo nel 2007, realizzò una manovra autonoma di rendezvous e docking tra i due satelliti scientifici ASTRO (Autonomous Space Transport Robotic Operations) e NEXTSat (Next Generation Serviceable Satellite), la prima nel programma spaziale statunitense.

I due satelliti, progettati per interfacciarsi, hanno consentito di testare l'affidabilità della strumentazione hardware e software per una notevole varietà di manovre di prossimità gestite autonomamente.

Tra i sensori primari per la navigazione relativa inclusi nella missione si trova il sistema di visione AVGS (*Advanced Video Guidance Sensor*) finalizzato a determinare posizione e assetto del satellite target e testato a terra presso il Marshall Space Flight Center.

Nell'ambito della missione, ASTRO rappresentante il satellite intercettore, ospitava il sistema di acquisizione delle immagini di AVGS e il software per il calcolo indiretto del moto del satellite target. La parte complementare del sistema, i riflettori ottici AVGS, erano invece installati in modo opportuno sulla superficie di attracco del satellite target NEXTSat. In figura è possibile individuare il set di riflettori disposti agli estremi dell'interfaccia di docking secondo uno schema a 45 gradi.



[2.7] - Vista frontale NextSat

Il sistema AVGS consente di rilevare il target fino a una distanza di 300 metri determinandone gli angoli di assetto relativo, e la collocazione rispetto all'asse di docking descritta dagli angoli di azimuth e elevazione. Si tratta del primo impiego spaziale di un sistema in grado di descrivere il moto del satellite target attraverso tutti i 6 gradi di libertà e agente in una configurazione di guida in loop chiuso.

AVGS agisce integrando segnali video, laser, riflessioni ricevute dal target in un software di elaborazione che estrae le informazioni necessarie alla navigazione relativa. Il set di riflettori installati sul target comprende quattro elementi di tipologia corner-cube per la navigazione a corto raggio SRT (Short Range Target) posizionati esternamente alla superficie frontale e ulteriori quattro elementi di dimensioni maggiori per la navigazione a lungo raggio LRT (Long Range Target) collocati ai vertici di un ipotetico quadrato circoscritto all'interfaccia.

Il fascio laser è emesso a due distinte lunghezze d'onda verso i riflettori. Una lunghezza d'onda è bloccata da un filtro posto sui riflettori mentre la seconda viene riflessa indietro verso il sensore. Il sistema di acquisizione cattura due immagini, una per ognuna delle due frequenze di emissione del laser. Si ottiene perciò una prima immagine contenente l'intero background luminoso più la riflessione generata dai riflettori e una seconda immagine in cui non vengono rilevati i riflettori. Il software procede a sottrarre la seconda immagine dalla prima fornendone una terza in cui risultano solo le riflessioni laser. Tale strategia permette la rilevazione dei riflettori fino ad una distanza di centinaia di metri e per una larga varietà di condizioni di illuminazione, rendendo meno stringenti i requisiti sulle condizioni ambientali operative. Le coordinate degli spot laser sull'immagine costituiscono l'input per il problema prospettico la cui finalità è l'estrazione della matrice di rotazione R e del vettore posizione C del target. I dati così calcolati sono immessi nel sistema di guida per l'esecuzione della manovra. Il livello di precisione realizzato in questo esperimento rappresenta lo stato dell'arte dei sistemi di visione per la navigazione relativa. La tabella raccoglie l'incertezza su distanza, azimuth, elevazione e angoli di Eulero divisi per raggio operativo. Si può osservare come l'errore si riduca notevolmente al diminuire della distanza relativa tra i due satelliti.

Raggio operativo	Incertezza distanza	Incertezza azimuth ed elevazione	Incertezza rollio	Incertezza beccheggio e imbardata
1 - 3	+/- 12	+/- 0.033	+/- 0.13	+/- 0.20
>3 - 5	+/- 35	+/- 0.033	+/- 0.25	+/- 0.33
>5 - 10	+/- 150	+/- 0.035	+/- 0.45	+/- 0.70
>10 - 30	+/- 1500	+/- 0.037	+/- 1.30	+/- 2.0

Uno dei collaudi principali eseguiti a terra, il test OCT (Optical Characterization Testing) prevedeva la prova del sistema per una larga combinazione di distanza, assetto e zone del campo di vista.

Altre applicazioni

La disponibilità di un sistema che rilevi posizione e orientazione di un oggetto nello spazio permette molteplici applicazioni.

Dimostratori tecnologici

Gli algoritmi di navigazione e la pianificazione di traiettorie di avvicinamento in operazioni di prossimità sono testate solitamente tramite l'impiego di dimostratori tecnologici. Un esempio è costituito dal supporto SPHERES, microsattelliti realizzati dal MIT Space Systems Laboratory e utilizzati anche nella stazione ISS. Questi satelliti permettono lo studio e la ricerca nell'interazione tra satelliti. In uno dei più recenti esperimenti, hanno consentito di testare un sistema di visione per la guida relativa. Una stereo camera è stata installata a bordo di un satellite SPHERES mentre un set di fiducial marker è stato applicato sulla superficie esterna di un secondo. Il rilevamento dei marker permette di calcolare posizione e assetto relativi tramite un algoritmo P3P (Perspective Three problem) di tipo iterativo [11].

Capitolo 3

Il metodo di misura

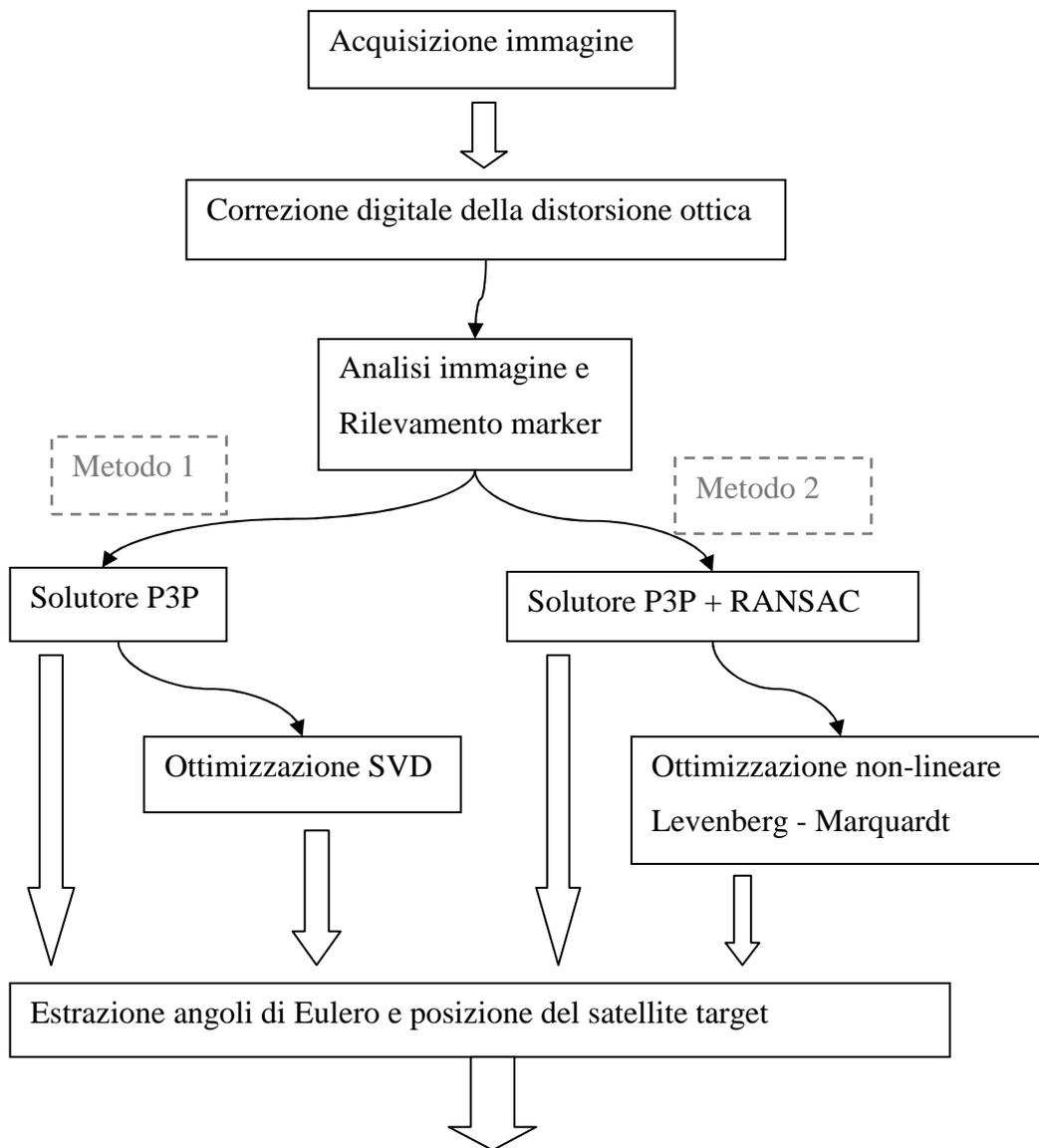
In questo capitolo viene descritto il sistema di visione ideato, delineando le scelte progettuali che sono state adottate. La prima sezione richiama brevemente i punti centrali della dinamica d'assetto, focalizzando sul significato di matrice di rotazione e i vari modi in cui è possibile interpretarla. La seconda parte presenta il sistema di acquisizione descrivendo i 'fiducial marker' e le varie fasi di elaborazione dell'immagine. A seguire, un paragrafo più consistente è dedicato alla descrizione del problema prospettico e nello specifico la sua risoluzione per mezzo di tre punti di riferimento. Infine sono presentate le varie tecniche di eliminazione dei disturbi e di ottimizzazione della soluzione.

Schema generale

In linea con gli obiettivi della tesi, sono stati studiati schemi risolutivi progressivamente più complessi al fine di stabilire se il guadagno nell'accuratezza della misura sia conveniente rispetto al surplus computazionale richiesto.

Le proiezioni immagini dei marker rilevate dal sistema di visione costituiscono l'input uguale per tutte le strategie risolutive testate.

Viene proposto di seguito lo schema di calcolo che conduce alla definizione dell'assetto e della posizione della posizione del satellite. Ogni passaggio è associato a un paragrafo del capitolo che ne riporta la trattazione matematica e i vantaggi apportati.



In generale viene Confronto tra le strategie risolutive proposte *i-stage* in quanto applica in sequenza algoritmi appartenenti a categorie diverse per il miglioramento della soluzione. Il primo passo, comune in tutti i metodi, consiste nella stima iniziale di posizione e assetto utilizzando alcuni tra i punti di controllo rilevati. Sono sufficienti 4 punti per definire univocamente una stima iniziale della soluzione tramite l'impiego di metodi diretti P3P o P4P in forma chiusa. Migliore è questa stima, più agevole risulta l'ottimizzazione della soluzione che viene eseguita nella fase successiva. In quest'ultima, vengono richiamati tutti i punti di controllo rilevati al fine di rendere più preciso il metodo. Si dispone ora di un numero di punti maggiore di 6 per il quale non sono più eseguibili solutori in forma chiusa. Difatti in questo caso, il numero delle incognite (3

rotazioni e 3 spostamenti lineari) è minore del numero delle equazioni (più di 6) e pertanto si richiede l'uso di un solutore numerico iterativo.

Si possono distinguere due strategie risolutive. La prima prevede l'uso dei soli centri dei fiducial marker, le cui coordinate immagine vengono introdotte nel solutore in forma chiusa P3P di Kneipp e successivamente migliorate attraverso la tecnica Singular Value Decomposition (SVD). Nella seconda metodologia si sfrutta interamente il potenziale dei marker introducendo nello schema RANSAC anche i vertici e ottimizzando la soluzione attraverso la procedura iterativa di Levenberg – Marquardt.

Richiami di dinamica d'assetto

Si consideri il caso generale di un satellite che deve mantenere un determinato assetto per svolgere le sue funzionalità. L'orientamento istantaneo del satellite viene descritto da una matrice di rotazione che consente la traduzione dal sistema di riferimento body, ovvero solidale al satellite ad un sistema di riferimento orbitale scelto opportunamente. Quest'ultimo generalmente viene impostato ponendo l'asse X tangente all'orbita nel senso della velocità, l'asse Z diretto lungo il vettore gravità e l'asse Y ortogonale al piano orbitale. Nel caso della navigazione relativa il sistema di riferimento orbitale viene sostituito con quello definito dal satellite intercettore dove l'asse ottico del sistema di visione è noto.

In termini matematici :

$$a_I = [R] \cdot a_B$$

dove a_B è un vettore generico espresso nel riferimento body mentre a_I è il suo analogo nel riferimento orbitale. Di fatto ogni riga della matrice di rotazione di dimensione 3X3 è un versore del sistema inerziale espresso nel sistema body.

Definiti con I J K i versori del riferimento inerziale e con i j k quelli del riferimento body la matrice di rotazione si compone come segue.

$$[R] = \begin{bmatrix} I \cdot i & I \cdot j & I \cdot k \\ J \cdot i & J \cdot j & J \cdot k \\ K \cdot i & K \cdot j & K \cdot k \end{bmatrix}$$

La matrice di rotazione è ortogonale, di conseguenza risulta agevole il passaggio da un riferimento all'altro e viceversa tramite la proprietà:

$$[R]^T = [R]^{-1}$$

$$a_B = [R]^T a_I$$

L'orientazione del riferimento body rispetto al riferimento inerziale si può ottenere mediante una sequenza di rotazioni definita dagli angoli di Eulero: imbardata ψ , beccheggio θ e rollio ϕ . Ogni rotazione è effettuata sul sistema attuale piuttosto che su il riferimento iniziale ovvero quello inerziale. La sequenza delle rotazioni è arbitraria, quindi è possibile scegliere quella che meglio si adatta a descrivere il problema affrontato. In questa tesi si è scelta la convenzione 3-2-1 che prevede come prima rotazione quella studiata in sede di test del sistema, ovvero l'imbardata (yaw). Risulta dunque stabilito un asse di rotazione uguale per tutte le prove che saranno eseguite. Per tale sequenza l'assetto finale è dunque la composizione di tre matrici di rotazione secondo le seguenti relazioni:

$$v_{sat} = [Q]v_{inerziale}$$

$$[Q] = [R_\phi][R_\theta][R_\psi]$$

dove le matrici R sono definite come segue :

$$R_\psi = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$R_\theta = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}$$

$$R_\phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \phi & \sin \phi \\ 0 & -\sin \phi & \cos \phi \end{bmatrix}$$

$$[Q] = \begin{bmatrix} c\theta c\psi & c\theta s\psi & -s\theta \\ -c\phi s\psi + s\phi s\theta c\psi & c\phi c\psi + s\phi s\theta s\psi & s\phi c\theta \\ s\phi s\psi + c\phi s\theta c\psi & -s\phi c\psi + c\phi s\theta s\psi & c\phi c\theta \end{bmatrix}$$

L'estrazione degli angoli di Eulero dalla matrice $[Q] = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & Q_{13} \\ Q_{21} & Q_{22} & Q_{23} \\ Q_{31} & Q_{32} & Q_{33} \end{bmatrix}$

si può ottenere attraverso le seguenti relazioni :

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{23}}{Q_{33}} \right)$$

$$\theta = \cos^{-1} Q_{13}$$

$$\psi = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{12}}{Q_{11}} \right)$$

Il sistema di visione

Il presente paragrafo introduce i modelli matematici alla base della formazione dell'immagine che interpretano di fatto la traduzione dalla realtà tridimensionale in proiezioni bidimensionali.

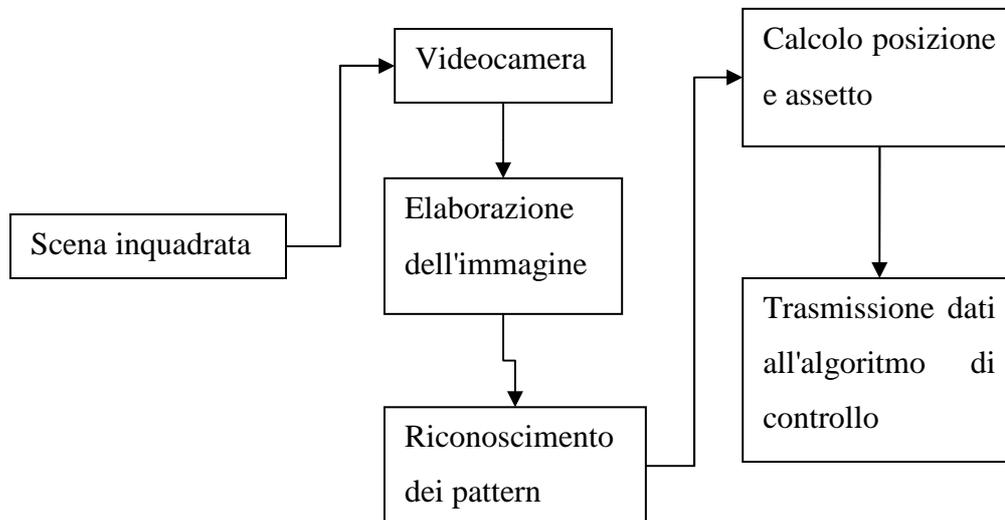
Struttura di un sistema di visione

Un sistema di visione si compone di una o più telecamere che generano un segnale video che viene istantaneamente elaborato da un processore finalizzato ad estrarne i dati richiesti. Esempi di elaborazione possono essere l'estrazione di contorni e perimetri degli oggetti inclusi nell'inquadratura, il riconoscimento di specifici marcatori, il rilevamento dell'intensità luminosa delle diverse parti dell'immagine.

La componente hardware del sistema è costituita dalla videocamera intesa come assemblaggio di un gruppo ottico e un sensore sensibile alla radiazione luminosa.

Il primo è realizzato attraverso una precisa sequenza di una o più lenti il cui compito è convogliare correttamente il fascio luminoso verso il sensore. L'ottica determina l'ampiezza del campo di vista, la profondità di campo e il livello di distorsione dell'immagine. L'elemento sensibile, che può essere di tipologia CCD o CMOS, è invece descritto da parametri non regolabili dall'operatore, quali la risoluzione, il raggio operativo e la sensibilità alla luce incidente. A livello fisico il sensore è costruito come una matrice in cui ogni cella corrisponde a un pixel. Quest'ultimo traduce l'intensità della radiazione luminosa ricevuta in un segnale elettrico che viene registrato come un valore numerico. La copresenza di pixel dedicati alla ricezione di diverse bande di frequenza della luce permette la generazione di immagini a colori tramite la sovrapposizione dei tre colori (solitamente blu verde e rosso).

Nel caso il sistema sia progettato per la stima di posizione, assetto, velocità lineari e angolari di un manufatto, per esempio un satellite o un robot, è necessario disporre di punti di riferimento costantemente riconoscibili. Tali possono essere caratteristiche cromatiche o geometriche particolarmente identificabili. La via più agevole è quella di disporre il satellite target di un set di marcatori di geometria nota. Il satellite intercettore conosce la tipologia di marcatori da ricercare e la posizione degli stessi nel sistema di riferimento target.



Definizione di immagine

Un'immagine I in scala di grigi è definita come una matrice bidimensionale che come una mappa associa ad ogni punto (x,y) della regione chiusa Ω appartenente a R^2 un unico valore reale positivo.

$$I : \Omega \in R^2 \rightarrow R^+$$

Le immagini a colori del tipo RGB (*red*, *green*, *blue*) sono invece descritte da tre matrici sovrapposte, ognuna delle quali riporta per ogni punto una componente che forma la tonalità locale.

Nel caso più generale delle immagini in scala di grigio la funzione $I(x,y)$ è chiamata intensità o luminosità. Si tratta di fatto di una potenza per unità di superficie [W/m^2].

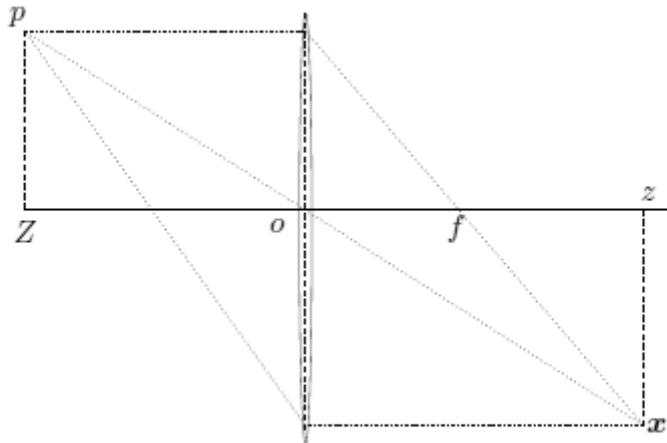
Il valore associato ad ogni punto (x,y) è l'energia radiativa che investe una regione ristretta circoscritta al punto in un determinato intervallo temporale. Negli apparecchi fotografici quest'ultimo è determinato dal tempo di apertura dell'otturatore mentre la superficie colpita sono i pixel del sensore CCD.

Un sistema ottico come una fotocamera è composto da un set di lenti che hanno lo scopo di dirigere la luce verso il sensore ma allo stesso tempo introducono effetti di rifrazione e riflessioni. Tale aspetti vengono trascurati nei modelli seguenti ma possono

essere reintrodotti attraverso apposite funzioni in fase di elaborazione immagini prima di effettuare la ricerca dei marker.

Il modello lente sottile

Avendo posto le precedenti precisazioni, si introduce ora il modello definito della *'lente sottile'* in cui si riconoscono l'asse ottico e il piano a questo perpendicolare detto focale. Una apertura cilindrica, il centro ottico, è posta nell'intersezione tra la retta e il piano. Il modello è descritto da due soli parametri: lunghezza focale f e diametro della lente d . Tale costruzione fa sì che tutti i raggi che attraversano l'apertura parallelamente all'asse ottico si intersechino in un punto chiamato fuoco posto alla distanza f dal centro ottico. Inoltre tutti i raggi che passano per il centro ottico non subiscono deflessione.



[3.1] - Modello lente sottile

Prendendo in considerazione il singolo punto generico p , si constata come l'energia radiativa da esso emessa, compresa nell'angolo solido incidente sulla lente, venga concentrata alla distanza z nel punto x che costituisce perciò la sua immagine corrispondente.

L'equazione fondamentale della lente sottile è il risultato del modello proposto.

$$\frac{1}{f} = \frac{1}{Z} + \frac{1}{z}$$

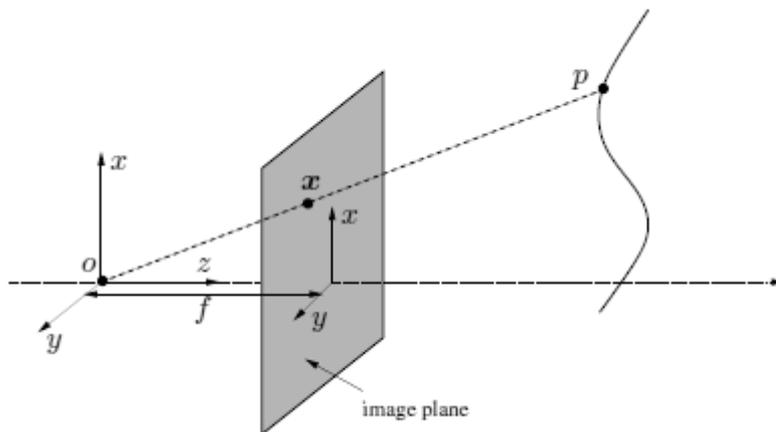
Il modello pin-hole

La lente agisce come un concentratore di energia consentendo di generare immagini più nitide ottimizzando la sensibilità del sensore CCD.

Astraendo dalla presenza della lente, un sistema ottico può essere descritto dal modello *pin-hole*. Esso si ottiene facendo tendere a zero l'apertura circolare in modo che solo i raggi passanti per il centro ottico incidano sul sensore retrostante, rimanendo pertanto non deflessi. L'immagine risulta capovolta rispetto alla scena reale e la corrispondenza tra punti reali 3D e riferimento 2D è governata dalle leggi della prospettiva.

$$x = -f \frac{X}{Z}$$
$$y = -f \frac{Y}{Z}$$

Al fine di evitare il capovolgimento dell'immagine si adotta solitamente un sistema di riferimento frontale eliminando il segno meno nelle equazioni precedenti.



[3.2] - Modello pin-hole

Essendo il sensore una superficie molto ridotta, solamente una limitata porzione dello spazio genera una corrispondenza nell'immagine. Risulta utile definire il campo di vista del sistema ottico (FOV, *field of view*) come l'angolo che sottende la regione di spazio che genera l'immagine. Identificando con $2h$ e $2b$ le dimensioni rispettivamente verticale e orizzontale di un sensore rettangolare il campo di vista si calcola come :

$$\theta_h = 2 \tan^{-1} \left(\frac{h}{f} \right)$$

$$\theta_b = 2 \tan^{-1} \left(\frac{b}{f} \right)$$

Se l'immagine è generata su un piano i due angoli sono sempre minori di 180°.

Formazione dell'immagine

Nelle ipotesi di superfici lambertiane, e descrivendo la camera con il modello pin-hole la formazione dell'immagine si ottiene attraverso una sequenza di trasformazioni di coordinate che regolano la corrispondenza tra punti dello spazio e pixel dell'immagine.

Il processo di può riassumere in tre step :

- Trasformazione coordinate da riferimento assoluto a riferimento camera
- Proiezione dei punti 3D nei corrispondenti 2D sul piano immagine
- Cambio di coordinate interno al piano immagine secondo la convenzione impostata

Si prenda in considerazione il punto generico p descritto sia in coordinate assolute $P_0 = [X_0, Y_0, Z_0]$ che nel riferimento camera $P = [X, Y, Z]$.

Il passaggio dalle prime alle seconde avviene secondo la trasformazione rigida

$$P = [R] \cdot P_0 + C$$

dove la matrice di rotazione R e il vettore C sono gli elementi ricercati nel problema prospettico PnP .

Adottando il modello pin-hole frontale e il sistema di riferimento canonico centrato sul centro ottico e con un asse coincidente con l'asse ottico, la proiezione 2D del punto P sul piano immagine è

$$p = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{f}{Z} \begin{bmatrix} X \\ Y \end{bmatrix}$$

ovvero in coordinate omogenee

$$Z \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

La matrice M di dimensioni 3×4 può essere scomposta in $M = K_f * \Pi_0$

dove si intendono $K_f = \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ e $\Pi_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$, quest'ultima chiamata

matrice di proiezione standard.

Riprendendo la trasformazione euclidea in forma compatta

$$\begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R & C \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

e riconoscendo la matrice 4X4 con il termine g , l'intera sequenza può essere sintetizzata nell'espressione seguente (dove si è posto $Z=\lambda$):

$$\lambda p = K_f \Pi_0 g P_0$$

L'acquisizione dell'immagine necessita di un ulteriore passaggio atto a ottenere una matrice, di dimensioni dipendenti dalla risoluzione del sistema ottico, in cui ogni cella costituisce un pixel.

Le proprietà della fotocamera sono introdotte nel modello matematico attraverso la matrice dei parametri intrinseci K , qui di seguito derivata.

Il primo passaggio consiste nel cambio di unità di misura, da metri a pixel, attraverso la matrice di scala in cui i termini s_x e s_y costituiscono rispettivamente la quantità di pixel per metro in direzione x e quella in direzione y (sul piano immagine ideale).

$$\begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & 0 \\ 0 & s_y \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

Per pixel di forma quadrata le due densità risultano uguali.

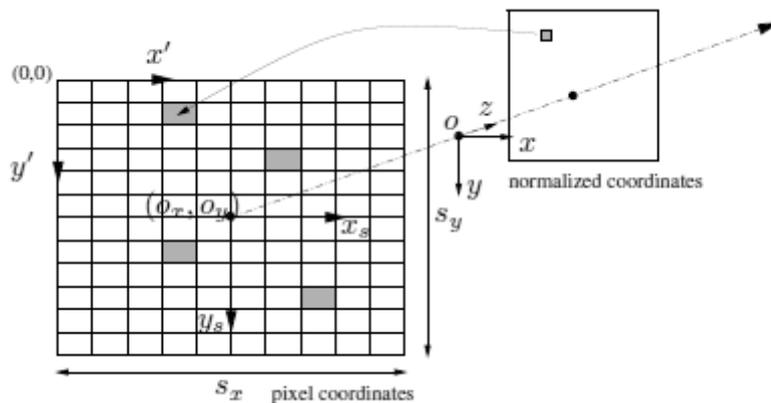
E' opportuno poi eseguire una traslazione dell'origine dal centro ottico all'angolo superiore sinistro seguendo la convenzione adottata.

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_s \\ y_s \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} o_x \\ o_y \end{bmatrix}$$

L'unione delle due operazioni in forma omogenea conduce a definire la matrice intermedia K_s .

$$K_s = \begin{bmatrix} s_x & s_\theta & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

dove è stato introdotto il termine s_θ , *skew factor*, che tiene conto dell'angolo θ tra asse x_s e y_s . Solitamente si semplifica ponendo tale parametro pari a zero.



[3.3] Digitalizzazione immagine

Introducendo tale passaggio nel modello della camera ideale si giunge alla corrispondenza tra punti reali 3D e pixel nell'immagine.

$$\lambda \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} s_x & s_\theta & o_x \\ 0 & s_y & o_y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} f & 0 & 0 \\ 0 & f & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X \\ Y \\ Z \\ 1 \end{bmatrix}$$

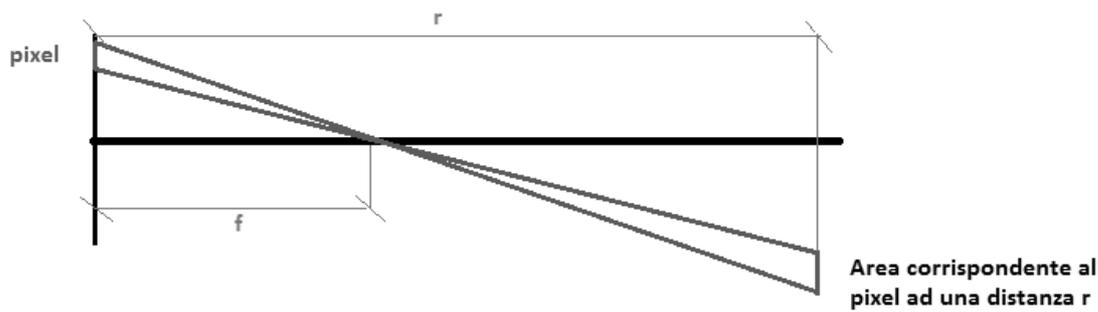
Le prime due matrici possono essere accoppiate nella matrice dei parametri intrinseci $K=K_s \times K_f$ che riassume in se le caratteristiche costruttive del sistema di visione.

La matrice è calcolata primariamente attraverso il processo di calibrazione del sistema ottico e può essere invertita per riottenere le coordinate calibrate da quelle in pixel.

In tal senso la matrice K permette di ricondurre il modello matematico generale al semplice modello pinhole una volta normalizzati gli effetti della fotocamera.

Errore di risoluzione

La fotocamera esegue una suddivisione del campo di vista in porzioni di angolo solido ognuna corrisponde al pixel sotteso. Il valore assunto da ogni pixel integra nel tempo e nello spazio la densità di potenza radiativa ricevuta. La risoluzione della fotocamera, intesa come diametro del singolo pixel, rappresenta uno dei principali parametri nel determinare il livello di incertezza della misura.



[3.4] - Errore di risoluzione

Come visibile in figura 3.4, tutti i punti le cui proiezioni ricadono nel pixel concorrono a determinarne l'energia ricevuta e quindi il valore numerico associato.

Si tratta perciò di un errore di campionamento nel tradurre la realtà tridimensionale nell'immagine digitale. L'errore è tanto minore quanto minore è la distanza r tra sensore e oggetto ripreso. Allo stesso modo esso si riduce incrementando la risoluzione.

E' possibile stimare l'errore di risoluzione introdotto dal sensore tramite la semplice relazione geometrica.

$$e_{risoluzione} = \frac{d_{pixel}}{f} \cdot r$$

Caratteristiche della fotocamera usata nelle prove sperimentali:

Diametro pixel = 5.5 μm

Lunghezza focale = 10.4 mm

Distanza operativa massima nei test = 3 m

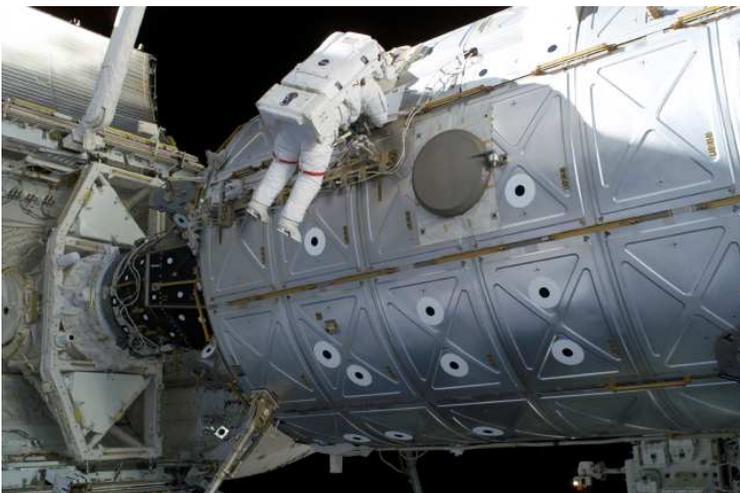
L'errore di posizione causato dal campionamento è perciò inferiore a 1.58 mm nell'intera area operativa in cui il sistema è stato verificato.

Design dei marker

Il design dei *fiducial marker* costituisce un elemento chiave dell'intero sistema in quanto da loro dipende in modo sostanziale la precisione dell'apparato e una componente del tempo di calcolo necessario alla definizione di posizione e assetto istantanei del satellite target.

Scelta dei marker

La selezione di una tipologia di marker tra le varietà esistenti mira a semplificare per quanto possibile la procedura di rilevamento degli stessi. Un sistema di *fiducial marker* è composto da una parte hardware ovvero i marcatori da installare sul target che possono essere sia attivi che passivi e un software che riporta una procedura di analisi dell'immagine atta al loro rilevamento. In primo luogo sono stati esclusi marcatori di tipo attivo, quali LED o emettitori infrarosso, in quanto richiedono una spesa di energia per il satellite target. Inoltre si rivelano inutilizzabili in caso di black-out del satellite, situazione plausibile in operazioni di prossimità finalizzate a ispezione o manutenzione in loco. Tra la macrocategoria dei marker passivi i riflettori ottici di tipo *corner-cube*, analoghi a quelli usati nei rilevatori laser, comportano un incremento di peso non trascurabile soprattutto in satelliti di piccole dimensione (esempio CubeSat). La scelta ricade perciò nella tipologia dei *fiducial marker*. Si tratta di grafiche caratterizzate da un disegno, solitamente realizzato in nero su sfondo bianco, riconoscibile dal software di acquisizione all'interno dell'immagine generalmente attraverso l'analisi dei bordi, il riconoscimento di vertici e di altri punti notevoli. L'esigenza di disporre di marker univocamente riconoscibili esclude l'uso dei cerchi di contrasto in quanto richiedono l'inseguimento degli stessi dopo l'acquisizione iniziale tramite una propagazione della posizione precedente verso quella istantanea. Sistemi di questo tipo sono impiegati in campo spaziale sia in dimostratori tecnologici che in scenari più complessi ad esempio sulla ISS (*International Space Station*) come in figura 3.5 .



[3.5] - Esempio marker per uso spaziale

Finalizzati ad attività di laboratorio, sono reperibili numerose tipologie di marker tra cui la più diffusa è ArtToolKit [17]. Tali marker comportano generalmente due fasi per il rilevamento. Nella prima il software ricerca tutte le cornici poligonali di quattro lati presenti nell'immagine e candida tali elementi come plausibili marker. La seconda legge il codice grafico interno alla cornice, sullo stesso principio dei codici a barre, e verifica la presenza di questo nel proprio database. Se l'esito è positivo allora il marker viene rilevato e la sua posizione nell'immagine salvata. Tale metodologia annulla quasi del tutto la possibilità di falsi positivi ovvero l'interpretazione erronea di zone della scena simili al disegno del marker. Al contrario, il costo computazionale è molto elevato, soprattutto in fase di lettura del codice. Inoltre le potenzialità di ArtToolKit superano oltremodo l'esigenza del set-up ideato in questa attività sperimentale dato che consentono di disporre fino a 1000 marker diversi quando la richiesta in questo caso è inferiore a 10.

Si è deciso quindi di creare un nuovo tipo di marker semplificando il pacchetto ArtToolKit in modo da rispondere per quanto possibile ai seguenti requisiti:

- Rilevamento e visibilità devono essere garantiti anche in caso di rendezvous non-cooperativo
- devono essere il più semplice possibile
- devono ridurre per quanto possibile il tempo di calcolo necessario al loro riconoscimento
- devono avere dimensioni opportune ovvero sufficienti per la rilevazione a distanza ma il meno possibile ingombranti sulle superfici del satellite
- devono risultare rilevabili fino ad un angolo di ripresa di 45 gradi (angolo tra superficie del marker e asse ottico)

I marker utilizzati impiegano una cornice quadrata nera su sfondo bianco (dimensioni esterne 8 cm X 8 cm) al cui interno sono posti delle 'isole' (*holes*) in quantità pari all'identificativo numerico. Pertanto se un marker presenta 4 holes interni sarà riconosciuto dal software come marker n°4 . La distribuzione degli holes all'interno del singolo marker è volta a evitare che l'effetto della risoluzione fonda due isole generando di conseguenza una identificazione errata. Alcune prove preliminari sui marker hanno

permesso di verificare che tale eventualità non si verifica nel campo operativo previsto dello strumento utilizzando la disposizione impiegata.

Metodo di rilevazione

Una volta che il sistema di visione ha acquisito l'immagine e corretto la distorsione provocata dal gruppo ottico, il software procede nella ricerca nel riconoscimento dei marker presenti nel campo di vista. Come anticipato nel paragrafo precedente la correzione della distorsione abilita l'utilizzo del modello pin-hole e risulta quindi possibile associare i punti reali alle loro rispettive proiezioni sul piano focale.

L'immagine a colori, tipo RGB, è convertita digitalmente in scala di grigio in cui ogni pixel è caratterizzato da un unico valore caratterizzante l'intensità luminosa che lo investe (figura 3.6-a,b). Il passo seguente prevede di tradurre l'immagine *intensity* in bianco e nero confrontando ogni pixel con un valore di soglia (*threshold*) impostato manualmente o attraverso una funzione di *autolevel*. Quest'ultima consente di ottimizzare il livello di definizione della nuova immagine in quanto considera il livello attuale di illuminazione dell'intero campo di vista. Intendendo l'immagine come una matrice, l'operazione di sogliatura assegna 1 ad ogni cella, ovvero pixel, che presenta un valore di intensità superiore al valore di *threshold*. Viceversa viene assegnato il valore zero (figura 3.6-c).

A questo punto agisce un primo filtro atto a velocizzare l'esecuzione delle fasi seguenti e a ridurre la possibilità di falsi positivi. Osservando immagini sogliate si nota come la transizione tra zone in ombra e zone illuminate sia notevolmente punteggiata e frastagliata, soprattutto su superfici curve. Il filtro agisce individuando le isole formate da un certo numero di pixel di colore nero. Se il numero di pixel è inferiore a una certa quantità (dai 4 a 8) allora il software inverte il valore di tali celle a 1, quindi convertendole in bianco, in modo da uniformare le aree dell'immagine. Lo stesso passaggio è eseguito, in modo opposto, con le isole di colore bianco su sfondo nero. Ovviamente il filtro non agisce all'interno dei marker in quanto le isole contenute che permettono l'identificazione hanno un'area minima di 40 pixel, molto maggiore del limite sotto cui agisce il filtro.

L'immagine è ora usufruibile dal software di riconoscimento dei marker che la elabora secondo una sequenza di operazioni matriciali. Il primo passo consiste nell'estrazione di

tutti i confini ovvero gli accostamenti continui di 1 e 0, presenti nella scena. La stessa funzione riconosce le aree chiuse e definisce le relazioni contenitore-contenuto che possono tra i contorni nell'immagine. Una seconda azione di filtraggio agisce candidando come possibili marker solo i confini che racchiudono aree di dimensioni in pixel corrispondenti alle dimensioni reali dei marker scalate sulla media distanza.

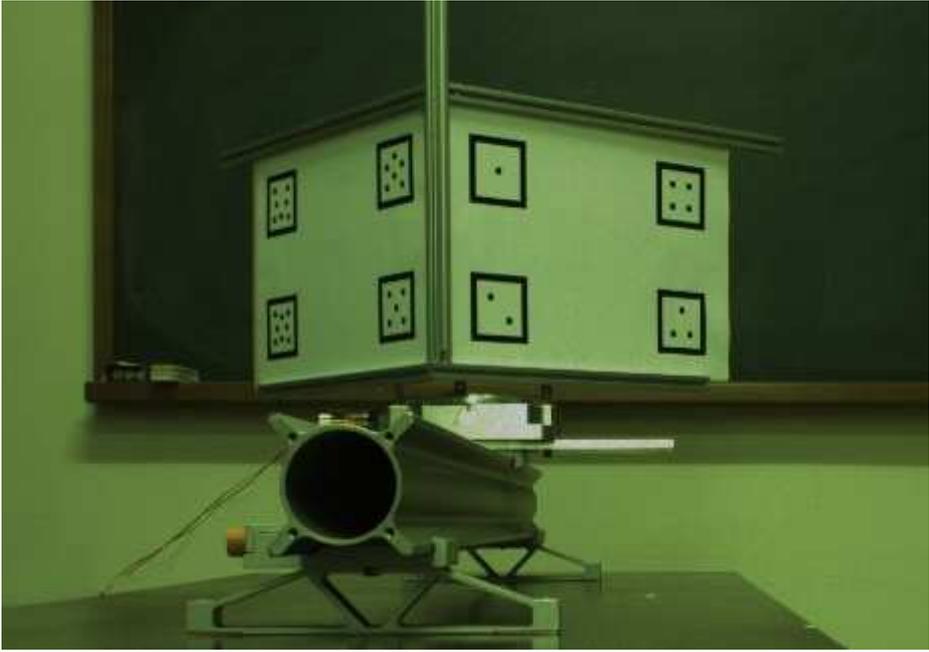
I confini così selezionati sono sottoposti all'algoritmo di Douglas -Peucker che riduce il numero di punti che compongono il perimetro isolando i soli vertici delle forme poligonali risultanti. L'ultima azione di filtraggio consiste nel selezionare quei confini la cui riduzione presenta solamente quattro vertici. Infatti sebbene i marker siano quadrati, la prospettiva ne modifica la forma apparente rendendoli simili a romboidi.

Il software infine conta il numero di *holes* interni alla cornice, identificando univocamente il marker.

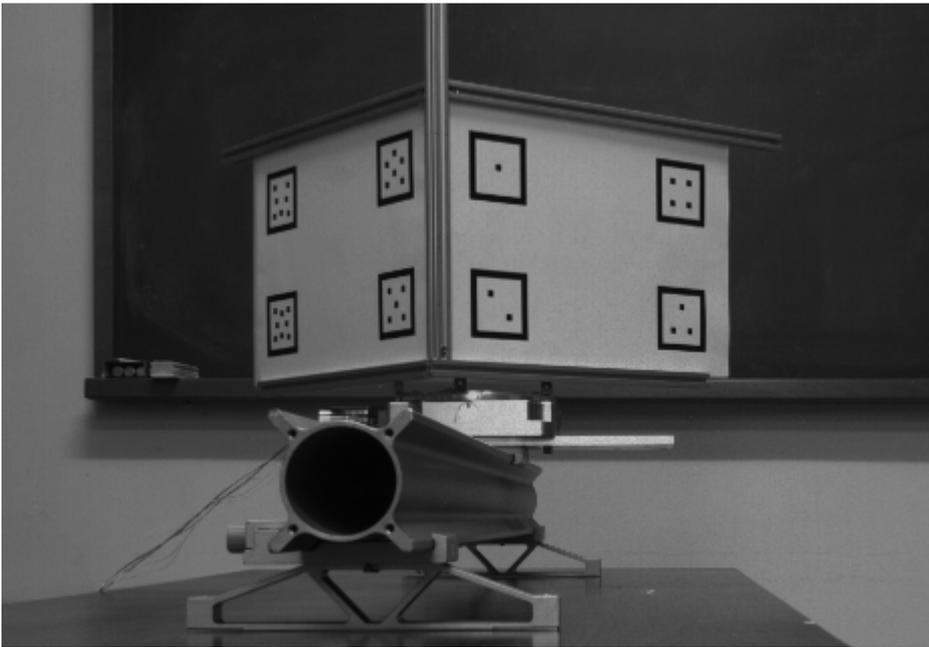
Il centro del marker che costituisce il reale punto di controllo e viene immesso nel solutore per l'estrazione di posizione e assetto, è facilmente calcolabile come incrocio delle diagonali congiungenti i vertici. I vertici vengono registrati e resi disponibili per ottimizzare la misura attraverso le tecniche descritte nei successivi paragrafi (figura 3.6-d)

Una volta rintracciati i marker sul singolo fotogramma, il software prevede la zona dell'immagine successiva in cui è presente il satellite target. Il tal modo è possibile analizzare solamente l'area di interesse dell'immagine, ottimizzando di conseguenza il tempo di rilevamento dei marker e riducendo notevolmente la probabilità di falsi positivi. L'ipotesi di velocità lineari e angolari molto basse in manovre di prossimità rende applicabile tale strategia.

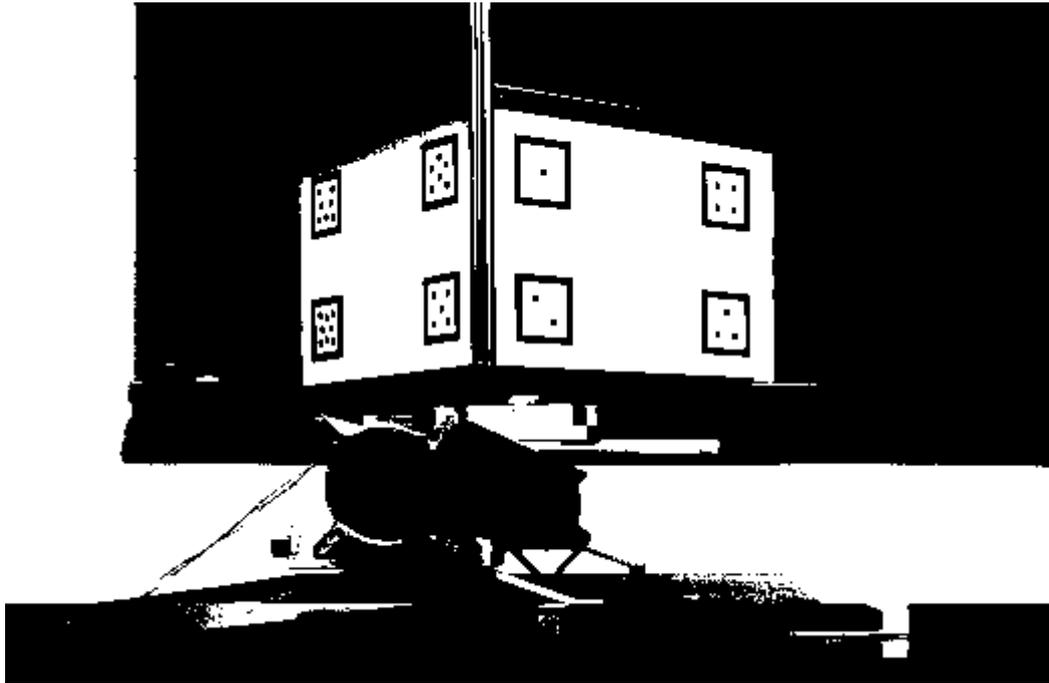
Le figure seguenti riportano in successione le fasi dell'elaborazione.



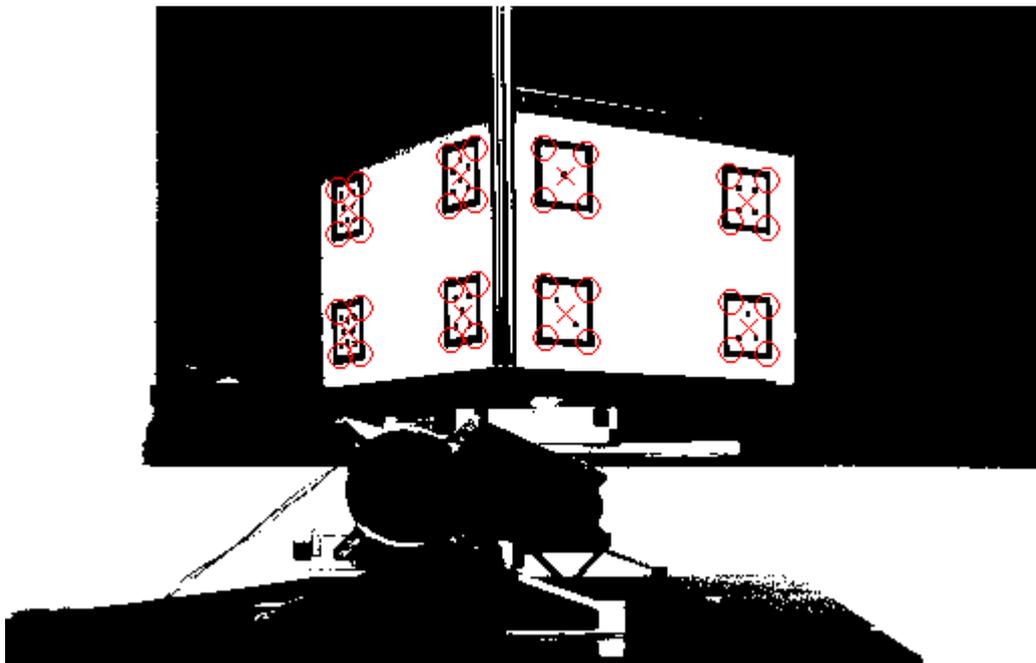
a)



b)



c)



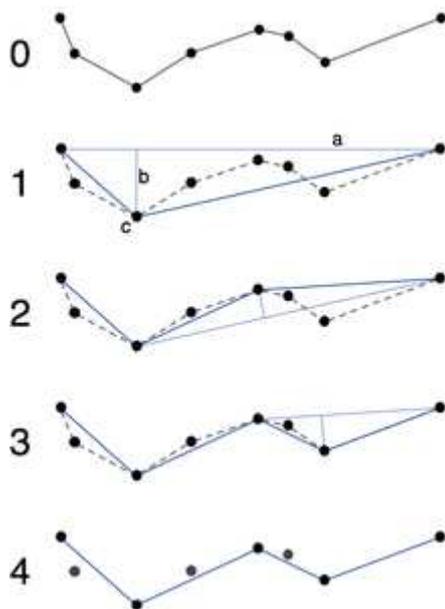
d)

[3.6] - Sequenza rilevamento dei fiducial marker. Nella figura d) i cerchietti rossi indicano i vertici dei marker mentre le crocette indicano il centro dello stesso.

L' algoritmo di Douglas-Peucker

La parte di software deputata al riconoscimento dei marker presenta la fase più critica nel riconoscimento delle forme poligonali. Tale compito è svolto applicando l'algoritmo di Douglas-Peucker sui bordi individuati nell'immagine.

L'algoritmo consente di ridurre il numero di punti che approssimano una linea e in tal senso può essere applicato a una successione di pixel contigui. Un bordo chiuso è elaborato come una linea aperta in cui capo e coda coincidono. Considerando una successione di punti, l'algoritmo traccia una prima linea di approssimazione tra il punto iniziale e quello finale. Viene poi ricercato il punto interno che presenta la distanza euclidea maggiore dal segmento approssimato. Se questa distanza è maggiore di una tolleranza ϵ impostata arbitrariamente, il segmento viene modificato includendo tale punto. Risulta quindi una linea spezzata formata da due segmenti contigui. La stessa procedura viene ripetuta sui due nuovi segmenti fino al riconoscimento dei vertici della forma poligonale. L'algoritmo si interrompe quando tutti i punti originari presentano una distanza dalla spezzata risultante inferiore alla tolleranza.



[3.7] - *Approssimazione Douglas-Peucker*

Essendo nota la geometria dei marker da ricercare nell'immagine, si può agire sul parametro ϵ per massimizzare la probabilità di rilevamento. Difatti, più la tolleranza è ridotta, meno sono i punti esclusi dall'approssimazione. Pertanto una forma quadrata

nella realtà può essere intesa erroneamente dal software come un perimetro pentagonale. In tal caso si constata il mancato riconoscimento del marker in quanto il numero di vertici è maggiore di quattro. Viceversa se la tolleranza è troppo ampia, è possibile che alcuni vertici vengano confusi per punti di bordo e di conseguenza che alcuni quadrati vengano interpretati come triangoli. Questo può verificarsi prevalentemente quando la prospettiva distorce molto la proiezione del marker.

Effettuando varie prove, si è constatato che una tolleranza pari a 3 pixel consente un rilevamento corretto dei marker anche per ampie angolazioni degli stessi rispetto al piano immagine.

Il problema prospettico

L'ultima fase nella ricostruzione della scena inquadrata tramite le immagini acquisite consiste nell'estrazione della matrice di rotazione R e del vettore posizione C .

A tale scopo è dedicato il problema PnP, *Perspective-n-Problem*, il cui enunciato formulato da Fischer e Boelles nel 1981 recita come segue:

" Dato un insieme di N punti di controllo, le cui coordinate tridimensionali sono note in un certo sistema di riferimento, e data un'immagine nella quale sono visibili alcuni punti di controllo determinare la posizione (relativa al sistema di riferimento dei punti di controllo) da cui è stata acquisita l'immagine. "

La risoluzione del problema PnP si può ottenere attraverso molteplici metodi, sia diretti che iterativi. I primi, tra cui il solutore *Perspective Three points Problem* (P3P), consentono di ottimizzare il tempo di calcolo, parametro di particolare importanza in applicazioni in tempo reale, mentre i secondi necessitano di una soluzione approssimata iniziale ma forniscono risultati molto raffinati.

Il letteratura sono disponibili molteplici sequenze risolutive, suddivise per numero di punti di controllo utilizzati. L'uso di soli tre punti rappresenta la massima riduzione del problema prospettico e solitamente costituisce il passo iniziale verso il raffinamento della soluzione. L'importanza del problema P3P è dovuta alla larga disponibilità di soluzioni dirette e alla sua agevole integrazione in uno schema più complesso di tipo RANSAC, *Random Sample Consensus*, per il riconoscimento e la correzione delle incongruenze.

La corrispondenza tra punti immagine e punti reali può essere ricavata seguendo diverse sequenze risolutive. Solitamente, nell'ipotesi che il numero di punti di controllo disponibili sia maggiore di tre, il primo passo è rappresentato dall'applicazione di un solutore P3P in cui le incognite sono le distanze tra il centro ottico e i punti di controllo. Questo permette di descrivere lo stesso insieme di punti nel riferimento camera e nel riferimento target in cui si conoscono a priori le coordinate. Il passo successivo consiste nel stimare la matrice di rotazione R e il vettore posizione C tra i due sistemi di riferimento minimizzando una funzione costo definita come la somma degli errori di proiezione. Quest'ultimo passaggio può essere ottenuto applicando la tecnica *Singular Value Decomposition* (SVD) o analoghe soluzioni in forma chiusa che impiegano autovalori/autovettori o quaternioni.

In contrasto con la precedente linea risolutiva, in questa simulazione viene impiegato una tipologia di solutore P3P che consente di estrarre la matrice di rotazione R e il vettore C direttamente dalle coordinate immagine dei punti di controllo. In questo risiede uno degli aspetti innovativi del metodo di misura implementato.

In tabella sono riportate le categorie in cui si riconoscono i solutori prospettici.

Numero punti di controllo	Metodo
$N = 3$	Solutore P3P
$N = 4$ o 5	Solutori diretti
$N > 6$	Solutori iterativi

Quando il numero di punti di controllo è maggiore di 6 si verifica che il numero di equazioni è maggiore della quantità di incognite (3 angoli e 3 spostamenti). In tal caso non è più possibile l'applicazione di metodi in forma chiusa ma si rivela necessario l'impiego di solutori iterativi.

Il solutore P3P

La riduzione del problema generale a soli tre punti di controlli come input del solutore conduce al caso notevole P3P. Infatti tre è la minima quantità di punti di riferimento che consente un numero finito di soluzioni. Per estrarre la soluzione esatta è necessario poi

verificare tutte quelle trovate tramite la proiezione di un quarto punto dalla scena all'immagine.

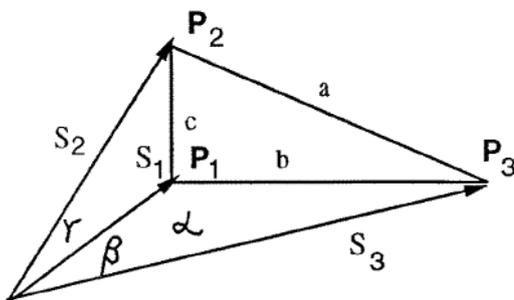
Gli studi in questo campo hanno avuto origine dalla fotogrammetria e hanno trovato le prime applicazioni nell'analisi di foto aeree fino a diventare di primario interesse nell'ambito della visione artificiale.

Il problema ridotto P3P nasce dalla ricostruzione nello spazio di un triangolo a partire dalla proiezione prospettica dei suoi vertici su un piano. La prima soluzione di tipo diretto è stata formulata dal matematico tedesco Grunert nel 1841. Formulazione più efficaci hanno avuto seguito nella prima metà del Novecento (Muller 1925 e Merritt 1949).

L'avvento dei calcolatori ha permesso un uso più frequente delle soluzioni iterative che consentono di risolvere con alta precisione problemi statici di analisi dell'immagine in cui è possibile introdurre una buona soluzione di partenza con un errore del 10 % sulla distanza e di circa 15° sugli angoli.

Per analisi dinamiche, utili per applicazioni in tempo reale, non vi è disponibilità di una soluzione iniziale in quanto ciò richiederebbe di conoscere a priori il moto di traslazione e rotazione del bersaglio. Pertanto in questo passaggio si riconosce l'importanza della soluzione diretta utilizzabile sia come passo iniziale del metodo iterativo sia come misura finale se il grado di precisione soddisfa già i requisiti.

Al fine di presentare le soluzioni classiche, il problema viene presentato in termini matematici [7].



[3.8] Generalizzazione problema P3P

Si considerino i vertici P_1 P_2 P_3 di un triangolo nello spazio tridimensionale, definiti nel riferimento camera come

$$P_i = \begin{bmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{bmatrix} \quad \text{dove } i=1,2,3$$

I lati del triangolo sono calcolati come norma dei vettori congiungenti.

$$a = \|P_2 - P_3\|$$

$$b = \|P_1 - P_3\|$$

$$c = \|P_1 - P_2\|$$

Siano q_1 q_2 q_3 le proiezioni prospettiche sul piano immagine dei vertici del triangolo.

$$q_i = \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \end{bmatrix}$$

I termini del vettore sono calcolabili attraverso le equazioni della prospettiva.

$$u_i = f \frac{x_i}{z_i}$$

$$v_i = f \frac{y_i}{z_i}$$

Si definisca con j_i il versore che dal centro ottico punta verso il punto P_i .

$$j_i = \frac{1}{\sqrt{u_i^2 + v_i^2 + f^2}} \begin{bmatrix} u_i \\ v_i \\ f \end{bmatrix}$$

Si possono ora introdurre le distanze incognite s_1 s_2 e s_3 dei vertici dal centro ottico ovvero $s_i = \|p_i\|$.

Per ottenere la posizione incognita dei vertici p_i , note le loro proiezioni sul piano immagine, è sufficiente calcolare le distanze s_i .

$$p_i = s_i j_i$$

Vi sono sei soluzioni classici che risolvono il problema: Grunert (1841), Finsterwalder (1947), Merritt (1949), Fischler and Boelles (1981), Linnainmaa (1988), Grafarend (1981). Il metodo risolutivo ricorrente in tutte le formulazioni sopracitate si basa sulla risoluzione di tre equazioni, derivanti dall'applicazione della legge dei coseni, nelle incognite s_i , essendo nota a priori la geometria del triangoli ovvero i lati a , b , c .

La soluzione di Grunert traccia la procedura per estrarre le incognite che viene poi ripresa dal soluzioni successive.

Il primo passo consiste nel relazionare le tre incognite s_i in tre equazioni quadratiche tramite la legge dei coseni. In tali equazioni le incognite sono sostituite da due parametri

u e v. In tal modo è possibile, attraverso sostituzioni comporre un'equazioni in una incognita. Il risultato è un polinomio del quarto ordine, le cui radici individuano coppie (u,v) che rappresentano ciascuna una delle quattro possibili soluzioni. E' immediato poi il calcolo delle coordinate una volta noti questi parametri. La derivazione matematica di tali metodi è proposta in letteratura.

Un aspetto critico nell'utilizzo di tali solutori è la possibile presenza di instabilità numerica per alcune configurazioni geometriche. Dato che il problema consiste nel determinare le distanze incognite s_i non vi è alcuna differenza nel considerare come assoluto il riferimento camera o quello spaziale. Di conseguenza fissando i vertici si seleziona come unica incognita la posizione del centro ottico (x, y, z). Le distanze sono ora in funzione di tale punto secondo relazioni implicite.

$$f_1(x, y, z) = 0$$

$$f_2(x, y, z) = 0$$

$$f_3(x, y, z) = 0$$

Derivando tali funzione si ottiene un sistema rappresentabile come

$$\frac{1}{s_1 s_2 s_3} A B \begin{pmatrix} dx \\ dy \\ dz \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} df_1 \\ df_2 \\ df_3 \end{pmatrix}$$

dove le matrici A e B sono definite come segue

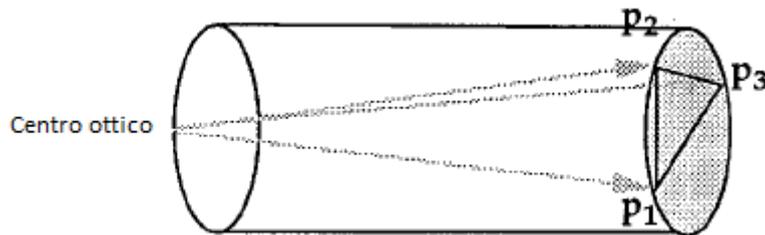
$$A = \begin{bmatrix} x - x_1 & y - y_1 & z - z_1 \\ x - x_2 & y - y_2 & z - z_2 \\ x - x_3 & y - y_3 & z - z_3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & s_2 - s_3 \cos \alpha & s_3 - s_2 \cos \alpha \\ s_1 - s_3 \cos \beta & 0 & s_3 - s_1 \cos \beta \\ s_1 - s_2 \cos \gamma & s_2 - s_1 \cos \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

Affinché il sistema sia stabile, non devono sussistere soluzioni diverse da zero per la terna $dx dy dz$. Ciò è vero se le matrici A e B non sono singolari ovvero il determinante deve essere diverso da zero. Attraverso considerazioni algebriche si può affermare che il determinante della matrice A è proporzionale al volume del tetraedro formato da vertici centro ottico. Pertanto finché ci si mantiene sufficientemente lontani dal caso limite per cui questi quattro punti risultano giacenti sullo stesso piano (e quindi si annulla il volume), la matrice A non presenta singolarità. Imponendo nullo il determinante della

matrice B e risolvendolo in termini di x y z si ottiene l'equazione geometrica di un cilindro il cui asse è ortogonale al piano individuato dai vertici e la cui sezione circoscrive il triangolo.

Si individua in tal modo un cilindro 'di pericolo' nei pressi del quale il calcolo può essere compromesso da instabilità numerica.



[3.9] - *Zone di criticità*

Tali limitazioni sono riscontrabili nei metodi di Grunert, Finsterwalder , Merritt e in generale in tutti i solutori in cui eventuali denominatori possono tendere a zero. In generale le condizioni di esistenza della soluzione e le possibili configurazioni critiche dipendono dalla strategia di derivazione della soluzione. Le criticità qui descritte sono evitate utilizzando la soluzione P3P di Kneip che è considerata l'attuale stato dell'arte.

Una volta risolto il problema prospettico è possibile calcolare la corrispondenza tra i

punti $p_i = \begin{pmatrix} x_i \\ y_i \\ z_i \end{pmatrix}$ descritti nel riferimento camera e gli stessi rispetto al riferimento fisso

$$p'_i = \begin{pmatrix} x'_i \\ y'_i \\ z'_i \end{pmatrix}.$$

Si tratta di calcolare la matrice R e il vettore C per cui è verificata la relazione:

$$p_i = R p'_i + C$$

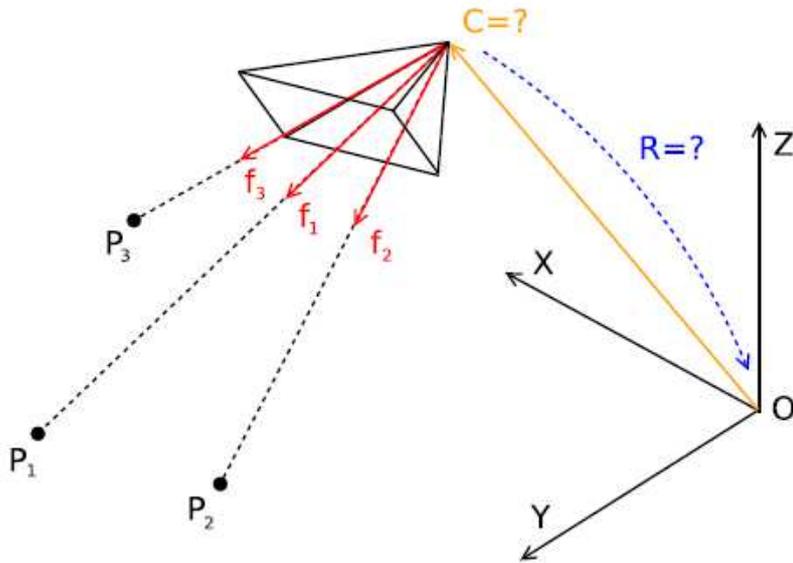
Sono disponibili in letteratura metodi lineare, iterativi o non-lineari in forma chiusa.

La soluzione di Kneip

Tra i molteplici metodi risolutivi reperibili in letteratura, quello proposto da Kneip nel 2011 si caratterizza per ottima accuratezza e stabilità numerica [12].

Si assuma di conoscere le coordinate spaziali dei punti P₁ P₂ e P₃ nel sistema di riferimento assoluto (0, X, Y, Z). Quest'ultimo, data l'arbitrarietà del problema, può

essere inteso come il sistema di riferimento solidale al satellite target. In tal caso R e C assumono il significato rispettivamente di assetto e posizione del satellite target rispetto all'intercettore.



[3.10] - Schema soluzione P3P di Kneip

Noti altresì i parametri intrinseci della fotocamera, attraverso una precedente procedura di calibrazione, è possibile tracciare i tre vettori f_1 f_2 f_3 diretti dal centro ottico verso i tre punti di controllo.

Il primo step della risoluzione consiste nella definizione di due sistemi di riferimento intermedi.

Il primo riconosciuto come $\tau = (C, t_x, t_y, t_z)$ si costruisce dai vettori f_i secondo le seguenti relazioni:

$$t_x = f_1$$

$$t_z = \frac{f_1 \times f_2}{\|f_1 \times f_2\|}$$

$$t_y = t_z \times t_x$$

Il secondo riferimento intermedio $\eta = (P_1, n_x, n_y, n_z)$ si definisce a partire dai punti P_i :

$$n_x = \frac{\overrightarrow{P_1 P_2}}{\|\overrightarrow{P_1 P_2}\|}$$

$$n_z = \frac{n_x \times \overrightarrow{P_1 P_2}}{\|n_x \times \overrightarrow{P_1 P_2}\|}$$

$$n_y = n_z \times n_x$$

La condizione di esistenza del riferimento η richiede che i tre punti considerati non giacciono sulla stessa linea ovvero $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} \neq 0$

E' bene di conseguenza selezionare punti di controllo che non presentino tale eventualità e pertanto introdurre tale requisito nel criterio di scelta dei punti ove il sistema di visione ne rilevi in numero maggiore a quattro.

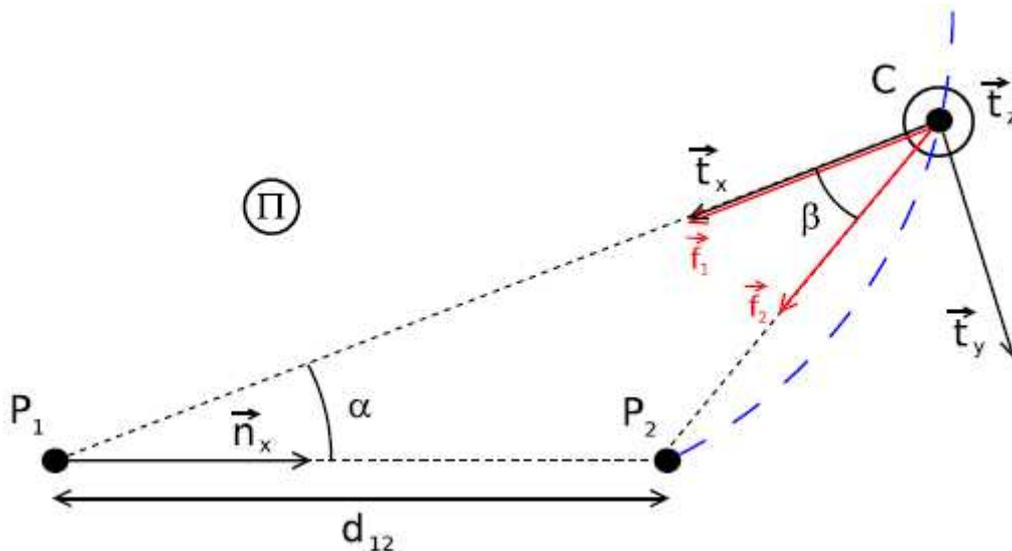
Il problema è ora ricondotto alla ricerca di posizione e orientazione relativa tra i due riferimenti intermedi. Si consideri il semipiano π contenente i punti P_1 P_2 e C , i quali formano anche un triangolo di cui sono noti la distanza d_{12} tra i punti P_1 e P_2 e l'angolo β in C calcolabile attraverso il prodotto scalare tra i due versori f_1 e f_2 .

$$\cos \beta = f_1 \cdot f_2$$

Si ricorda che i valori scalari come distanze e angoli sono invarianti rispetto al sistema di riferimento scelto.

Dato che l'algoritmo procede considerando la cotangente dell'angolo β conviene riportare tale valore nel parametro b tramite:

$$b = \cot \beta = \pm \sqrt{\frac{1}{1 - (f_1 \cdot f_2)^2} - 1}$$



[3.11] - Piano intermedio

Si riconosca ora il parametro libero α che caratterizza univocamente la posizione di C nel piano π . Attraverso la legge dei seni si intercetta C tramite la seguente relazione:

$$\frac{\|CP_1\|}{d_{12}} = \frac{\sin(\pi - \alpha - \beta)}{\sin \beta}$$

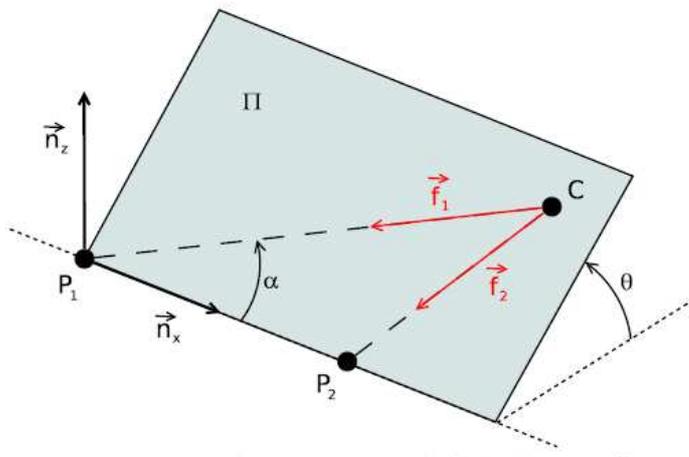
Esplicitando in termini vettoriali:

$$\begin{aligned} C^\Pi(\alpha) &= \begin{pmatrix} \cos \alpha \cdot \|\overrightarrow{CP_1}\| \\ \sin \alpha \cdot \|\overrightarrow{CP_1}\| \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} d_{12} \cos \alpha \sin(\alpha + \beta) \sin^{-1} \beta \\ d_{12} \sin \alpha \sin(\alpha + \beta) \sin^{-1} \beta \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} d_{12} \cos \alpha (\sin \alpha \cot \beta + \cos \alpha) \\ d_{12} \sin \alpha (\sin \alpha \cot \beta + \cos \alpha) \\ 0 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

Al fine di stabilire la posizione di C nello spazio tridimensionale si introduca un ulteriore parametro libero θ , descrittore della rotazione del piano π attorno al vettore n_x .

$$R_\theta = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

La convenzione adottata impone che il punto P_3 e il corrispondente vettore f_3 giacciono nella stessa parte dello spazio diviso dal piano π . Di conseguenza $\theta \in [0, \pi]$ se $f_{3,z}^\tau < 0$ e viceversa $\theta \in [-\pi, 0]$ se $f_{3,z}^\tau > 0$.



[3.12] Seconda rotazione

Gli angoli α e θ operano una rotazione del riferimento bidimensionale π rispetto a quello tridimensionale intermedio η , descrivibile attraverso la matrice di rotazione $Q(\alpha, \theta)$.

$$Q(\alpha, \theta) = \begin{bmatrix} -\cos \alpha & -\sin \alpha \cos \theta & -\sin \alpha \sin \theta \\ \sin \beta & -\cos \alpha \cos \theta & -\cos \alpha \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix}$$

La ricerca degli angoli α e θ , risolvendo l'intero sistema, si opera imponendo che la proiezione di P_3 nel piano τ sia sovrapponibile al vettore f_3 anch'esso descritto in τ .

$$P_3^\tau = Q(\alpha, \theta) \cdot (P_3^\eta - C^\eta(\alpha, \theta))$$

Si riportano ora solamente i termini che compongono l'equazione risolutiva la quale deriva da passaggi algebrici utili solamente a finalità descrittive ma che non entrano nel codice di calcolo.

Il passo finale si riconduce alla risoluzione di un polinomio di quarto ordine nella variabile $x = \cos(\theta)$. Ognuna delle quattro soluzioni per θ genera un corrispondente α e di conseguenza una possibile rototraslazione descritta da R e C .

$$a_4 x^4 + a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$$

dove $x = \cos \theta$.

Una volta calcolati i termini ϕ si compone l'equazione introducendo i coefficienti in tabella.

$$\phi_1 = \frac{P_{3,x}^\tau}{P_{3,z}^\tau}$$

$$\phi_2 = \frac{P_{3,y}^\tau}{P_{3,z}^\tau}$$

a_4	$= -\phi_2^2 p_2^4 - \phi_1^2 p_2^4 - p_2^4$
a_3	$= 2p_2^3 d_{12} b + 2\phi_2^2 p_2^3 d_{12} b - 2\phi_1 \phi_2 p_2^3 d_{12}$
a_2	$= -\phi_2^2 p_1^2 p_2^2 - \phi_2^2 p_2^2 d_{12}^2 b^2 - \phi_2^2 p_2^2 d_{12}^2 + \phi_2^2 p_2^4$ $+ \phi_1^2 p_2^4 + 2p_1 p_2^2 d_{12} + 2\phi_1 \phi_2 p_1 p_2^2 d_{12} b$ $- \phi_1^2 p_1^2 p_2^2 + 2\phi_2^2 p_1 p_2^2 d_{12} - p_2^2 d_{12}^2 b^2 - 2p_1^2 p_2^2$
a_1	$= 2p_1^2 p_2 d_{12} b + 2\phi_1 \phi_2 p_2^3 d_{12}$ $- 2\phi_2^2 p_2^3 d_{12} b - 2p_1 p_2 d_{12}^2 b$
a_0	$= -2\phi_1 \phi_2 p_1 p_2^2 d_{12} b + \phi_2^2 p_2^2 d_{12}^2 + 2p_1^3 d_{12}$ $- p_1^2 d_{12}^2 + \phi_2^2 p_1^2 p_2^2 - p_1^4 - 2\phi_2^2 p_1 p_2^2 d_{12}$ $+ \phi_1^2 p_1^2 p_2^2 + \phi_2^2 p_2^2 d_{12}^2 b^2$

Per ogni coppia (α, θ) si calcola la soluzione corrispondente attraverso le seguenti relazioni :

$$C = P_1 + N^T \cdot C^n$$

$$R = N^T \cdot Q^T \cdot T$$

I termini R e C determinano il cambio di sistema di riferimento da camera a satellite.

$$P_{satellite} = R \cdot P_{camera} + C$$

L'intera procedura si può riassumere nella seguente sequenza:

- calcolo della matrice di trasformazione T
- calcolo della matrice di trasformazione N
- estrarre p_1 e p_2 da P_3
- calcolo di d_{12} e b
- calcolo di ϕ_1 e ϕ_2
- calcolo dei termini a_i
- trovare le radici x del polinomio
- per ognuna delle soluzioni calcolare il corrispondente valore α
- calcolo di C e R per ogni soluzione
- riproiezione di un quarto punto per selezionare la corretta soluzione

Scelta della soluzione corretta

Il solutore P3P di Kneip fornisce le quattro soluzioni possibili secondo i tre punti di controllo introdotti nel calcolo. La scelta della soluzione corretta passa attraverso la riproiezione di un quarto punto secondo il modello di camera adottato. In questa tesi il criterio di scelta si basa sul modello pin-hole frontale.

Il quarto punto, descritto in coordinate satellite, viene riportato nel sistema di riferimento individuato dalla telecamera secondo la relazione:

$$P_{camera} = [R_{camera}^{satellite}]^T \cdot \{P_{satellite} - C\}$$

Ora è possibile ricondurre il punto in coordinate immagine attraverso l'equazione della prospettiva.

$$P_{immagine} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ f \end{bmatrix} = K \cdot P_{camera}$$

Si calcola l'errore tra il punto originario $P'_{immagine}$ rilevato sull'immagine e lo stesso dopo aver subito la riproiezione.

$$e_i = \|P_{immagine} - P'_{immagine}\|$$

L'errore è misurato in pixel e la sua entità è indice della bontà del risultato. Ripetuta la sequenza per ognuna delle quattro soluzioni, si seleziona quella che presenta l'errore minore.

Vantaggi dell' algoritmo di Kneip

L'algoritmo proposto da Kneip è ritenuto lo stato dell'arte nella vasta gamma di solutori P3P. Tra i principali vantaggi vi è la rapidità di calcolo e la notevole stabilità numerica. Inoltre, come provato da test numerici, l'errore lineare e angolare cresce linearmente con il rumore dell'immagine [12]: La stabilità numerica del metodo rende la soluzione prossima al valore corretto anche in caso di errori grossolani nel rilevamento dei punti di controllo. Infine esso calcola direttamente la matrice di rotazione R e il vettore posizione C a differenza dei metodi precedenti in cui è richiesta una fase successiva di allineamento tra i due set di punti di controllo.

Integrazione tra P3P e PNP

La soluzione P3P come metodo diretto costituisce un valido punto di partenza per una successiva ottimizzazione della misura che impieghi tecniche non-lineari o iterative. Solitamente l'introduzione di un ottimizzatore richiede che il numero dei punti di controllo sia maggiore di sei, tre dei quali usati dal solutore P3P.

Nel caso ideale in cui le misure dei vettori siano perfettamente corrette, la sola soluzione P3P fornisce il valore corretto della matrice di rotazione e del vettore posizione.

Nell'acquisizione dell'immagine sussistono però fenomeni di disturbi o rumore che, aggiunti all'effetto della risoluzione, rendono necessario migliorare la misura prendendo in considerazione ulteriori punti di controllo. Infatti nessuna delle quattro soluzioni P3P risulta corretta, data la propagazione dell'errore iniziale nell'algoritmo.

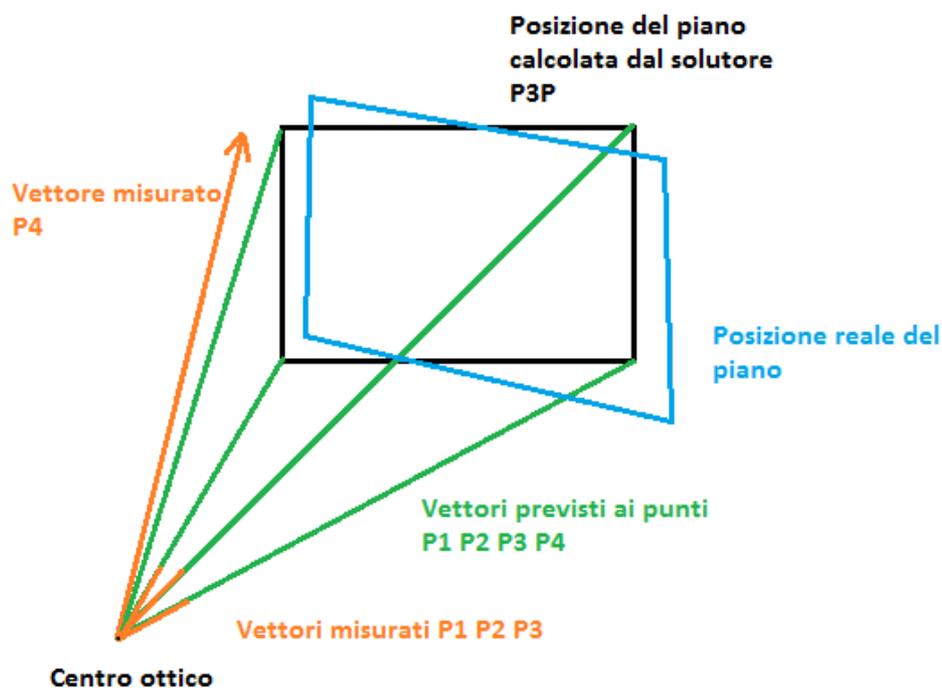
Una casistica reale comporta, oltre al rumore o alla presenza di piccoli errori, la presenza anche di errori di notevole entità generati per esempio dalla distorsione dei target o da falsi positivi. In tal caso è opportuno ricorrere ad un algoritmo preliminare che esamini varie soluzioni P3P generate da combinazioni diverse di punti di controllo.

L'incrocio dei dati permette di riconoscere e escludere il punto di controllo fasullo consentendo la successiva fase di ottimizzazione.

Ottimizzazione della soluzione

L'aspetto critico della risoluzione P3P di Kneip risiede nella non equa distribuzione degli errori nei quattro punti di controllo. In quanto metodo diretto, esso fornisce la matrice di rotazione R e il vettore posizione C che determinano una perfetta corrispondenza tra i punti immagine e i punti di controllo reali. Pertanto proiettando i punti P_1' P_2' P_3' , sui quali sono stati calcolati gli elementi R e C , nell'immagine si constaterà un disallineamento nullo tra i vettori misurati e quelli calcolati. Al contrario proiettando il punto P_4' si verifica che nessuna delle quattro soluzioni generate dal solutore P3P conduce all'annullamento dell'errore. La soluzione esatta è quella che produce l'errore minore rispetto al quarto punto.

In altre parole il sistema di riferimento target si adagia perfettamente sui primi tre punti sbilanciando interamente la ripartizione dell'errore sul punto P_4 .



[3.13] - Disallineamento soluzione P3P

Una stima migliore di posizione e assetto distribuisce una componente d'errore in ogni punto di controllo al fine di ottimizzare per quanto possibile la soluzione finale.

Il miglioramento della soluzione si traduce nella minimizzazione di una funzione costo che nel caso di approssimazione ai minimi quadrati è descritta come segue:

$$Costo = \sum_{i=1}^N \|Error\|^2$$

Tale tecnica si adatta particolarmente ai solutori P3P. Questa metodologia prevede di relazionare due insieme di punti: i vettori p_i' ($i = 1, \dots, N$) noti a priori nel sistema di riferimento satellite e gli stessi p_i espressi nel sistema di riferimento camera. I vettori p_1 p_2 p_3 corrispondenti ai punti P_1' P_2' P_3' sono calcolati direttamente attraverso i termini R e C in quanto perfettamente sovrapponibili rispetto a quelli misurati.

$$p_i = R^T (P_i' - C)$$

Il punto P_4 giace sulla direttrice tracciata dal vettore misurato p_4 . Se quest'ultimo venisse calcolato con la relazione precedente si otterrebbe nuovamente un errore nullo e il processo di ottimizzazione perderebbe di significato. Esso, invece, è ottenuto proiettando il vettore $\overline{OP_4}$, che costituisce la posizione prevista del punto P_4 applicando i termini R e C , sulla direttrice individuata dal vettore misurato p_4 .

Definendo con b_4 in versore di v_4 , si esprime il vettore p_4 secondo le seguenti relazioni:

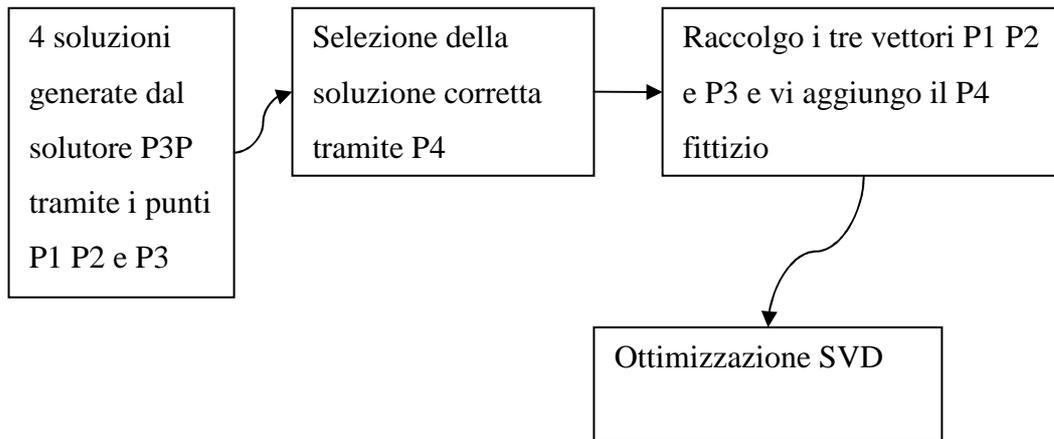
$$p_4 = r_4 \cdot b_4$$

$$r_4 = \overline{OP_4} \cdot b_4$$

La stessa procedura utilizzata per il calcolo di p_4 può essere ripetuta per tutti i punti di controllo non utilizzati nel calcolo dei termini R e C .

In questo modo si dispone di N vettori p_i che possono essere relazionati con gli N vettori p_i' noti dalla disposizione dei target sul simulatore, al fine di stimare con maggiore precisione i termini R e C .

I dati così descritti possono essere introdotti in un algoritmo di risoluzione SVD che metta in corrispondenza i due gruppi di vettori secondo il criterio dei minimi quadrati. La componente di rumore N_i è introdotta nell'algoritmo tramite i vettori p_i' per i quali $i > 3$.



Singular Value Decomposition

Tra i due insiemi di punti sussiste la seguente relazione ($i = 1, \dots, N$):

$$p'_i = R p_i + C + N_i$$

dove la matrice di rotazione R e il vettore posizione C , calcolati tramite il solutore P3P, sono i termini che consentono di riportare un vettore dal riferimento camera al riferimento satellite o target.

La componente di errore:

$$N_i = p'_i - (R p_i + C)$$

determina il valore della funzione costo Σ secondo:

$$\Sigma^2 = \sum_{i=1}^N \|N_i\|^2$$

La procedura di seguito descritta, formulata da Arun Huang e Blostein [18], consente di calcolare la matrice \hat{R} e il vettore \hat{C} che minimizzano la funzione costo.

Si calcolano i centroidi dei due insiemi di vettori.

$$p' = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p'_i$$

$$p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_i$$

Siano :

$$q'_i = p'_i - p'$$

$$q_i = p_i - p$$

Si compone ora la matrice H come segue:

$$H = \sum_{i=1}^N q_i \cdot q_i'^T$$

Si esegue la scomposizione della matrice H secondo la metodologia SVD.

$$H = U\Lambda V'$$

Si calcoli la matrice X e il suo determinante.

$$X = VU'$$

Se $\det(X) = +1$ allora $\hat{R} = X$.

Se $\det(X) = -1$ la soluzione è degenere e non può essere accettata. La probabilità che ciò succeda è comunque ridotta.

L'ultimo passaggio permette il calcolo del nuovo vettore T:

$$\hat{T} = p' - \hat{R} p$$

E' stata ottenuta così la nuova coppia R T che in linea teorica risulta fornire risultati più verosimili distribuendo equamente l'errore globale sui vari punti di controllo considerati. Nel capitolo 5 sono riportate le curve di calibrazione prodotte sia con il solo solutore P3P sia con l'applicazione seguente dell'ottimizzatore SVD.

Lo schema RANSAC

La tecnica di misura produce risultati più affidabili se in essa viene inclusa una metodologia abile a riconoscere falsi positivi o punti eccessivamente distorti. Una volta esclusi questi eventuali punti è possibile procedere al calcolo di posizione e assetto che risulteranno pertanto più conformi alla realtà ovvero immuni da errori grossolani.

Questa verifica è eseguita tramite uno schema iterativo RANSAC [4] integrato nel solutore P3P. In ogni iterazione RANSAC vengono selezionati casualmente quattro punti di controllo tra quelli disponibili. La matrice di rotazione R e il vettore posizione C sono calcolati introducendo questi quattro punti nel solutore P3P. E' possibile ora tradurre i punti di controllo da coordinate satellite a coordinate camera e successivamente calcolarne la proiezione sul piano immagine. Si procede ora a valutare l'errore di riproiezione confrontando centri e vertici misurati inizialmente m_i con quelli generati dalla riproiezione m_i' secondo il modello pin-hole.

$$e_i = \|m_i' - m_i\|$$

Ogni errore e_i ($i=1,..,N$) è confrontato con un livello di soglia l_{max} impostato arbitrariamente.

Se $e_i > l_{max}$ allora il punto di controllo i -esimo è riconosciuto come un *outlier* rispetto a posizione e assetto valutati in quella particolare iterazione RANSAC e viene pertanto escluso dal computo.

In ogni iterazione, i punti che generano un errore di riproiezione inferiore alla soglia sono definiti *inlier*. Dopo un predeterminato numero di iterazioni, la rototraslazione selezionata (nei termini R e C) è quella che presenta il maggiore numero di inlier.

Il termine RANSAC acronimo di *Random Sample Consensus* riassume in se la sopradescritta procedura dove viene selezionata la soluzione che presenta il massimo consenso ovvero il massimo numero di corrispondenze che verificano la condizione imposta.

L'output della funzione RANSAC sono quindi la matrice di rotazione $R_{satellite}^{camera}$, il vettore posizione C e i punti identificati come inlier.

A questo punto sono note tutte le informazioni che consentono l'applicazione corretta di un ottimizzatore non-lineare della soluzione.

L'efficacia del metodo può essere adattata al problema agendo su due parametri: il numero di iterazioni per fotogramma e il livello di soglia. Il primo parametro, il cui limite superiore è definito dal numero di combinazioni possibili tra i punti di controllo nella scena (oltre 4900 combinazioni per 32 punti), comporta una ricerca più estesa della soluzione migliore ma al costo di una maggiore spesa computazionale. Il secondo parametro invece affina la ricerca permettendo l'introduzione nel compito dei punti meno condizionati da errori. Valori opportuni per il numero di iterazioni risiedono nella fascia da 200 a 1000 mentre per il valore di soglia da 2 a 5 pixel.

Solutore non-lineare Levenberg - Marquardt

Il metodo di ottimizzazione utilizzato è il noto Levenberg-Marquardt [5]. Si tratta di un metodo iterativo che consente di minimizzare una funzione costo agendo sui parametri estrinseci della fotocamera R e C.

Tale funzione come per il caso SVD è definita come:

$$\Sigma^2 = \sum_{i=1}^N \|f(P, X_i') - X_i\|^2$$

dove $\hat{X}_i = f(P, X_i')$ è la proiezione dei marker del satellite nel piano immagine e X_i è la posizione misurata degli stessi. Le due quantità sono legate dalla relazione :

$$\epsilon_i = f(P, X_i') - X_i$$

L'oggetto dell'ottimizzazione è il vettore P che raccoglie i sei parametri estrinseci della fotocamera ovvero le tre traslazioni e le tre rotazioni determinanti il cambio di riferimento da satellite intercettore a satellite target (nell'ipotesi semplificativa che riferimento camera e riferimento intercettore coincidano). A differenza del caso SVD, la funzione f è di tipo non lineare (vedi equazioni prospettiche) e di conseguenza richiede l'impiego di un solutore non-lineare.

Il metodo di Newton, che costituisce la base del suo miglioramento nelle modifiche apportate da Levenberg-Marquardt, è di fatto l'estensione multidimensionale del noto metodo iterativo per la ricerca degli zeri in una funzione a variabile singola.

Il passo iniziale prevede di avviare il metodo tramite una stima iniziale P_0 del vettore P per la quale si ipotizza che la funzione $f(P)$ sia localmente lineare. Pertanto l'ottimizzazione viene ad ogni iterazione eseguita in un campo lineare.

Sia $\epsilon_0 = f(P_0, X') - X$. Si assuma che la funzione f venga approssimata linearmente in P_0 come $f(P_0 + \Delta) = f(P_0) + J\Delta$ dove J è il Jacobiano $J = \frac{\partial f}{\partial P}$.

Si ricerca ora il valore $f(P_1)$ con $P_1 = P_0 + \Delta$ che minimizzi ϵ_1 .

$$f(P_1) - X = f(P_0) + J\Delta - X = \epsilon_0 + J\Delta$$

Il problema nella singola iterazione è ricondotto alla minimizzazione di $\|\epsilon_0 - J\Delta\|$ ovvero alla risoluzione del sistema :

$$J^T J \Delta = -J^T \epsilon_0$$

L'incremento iterativo Δ può essere estratto tramite risoluzione del sistema di equazioni o mediante la tecnica pseudo inversa.

Nell'iterazione successiva il valore iniziale viene aggiornato secondo lo schema:

$$P_{k+1} = P_k + \Delta_k$$

Il metodo si interrompe quando giunge a convergenza ovvero quando la differenza (che può essere intesa come norma) tra due vettori P appartenenti a iterazioni contigue è minore di una tolleranza impostata.

Il metodo di Newton è fortemente dipendente dalla soluzione iniziale introdotta, che può indurre la convergenza su un minimo relativo o anzi la totale non convergenza.

In tal senso la variazione introdotta da Levenberg-Marquardt consente un raggiungimento più rapido della convergenza e rende il metodo più robusto nei confronti di soluzioni iniziali lontane dal valore ricercato.

Il sistema $J^T J \Delta = -J^T \epsilon_0$ viene modificato in :

$$(J^T J + \lambda I) \Delta = -J^T \epsilon_0$$

dove il parametro λ varia iterazione dopo iterazione in risposta alla qualità della soluzione. Nell'equazione I è la matrice identica.

Se il valore dell'incremento Δ determina una riduzione dell'errore, allora la nuova soluzione è aggiornata e il termine λ viene diviso per un fattore opportuno (tipicamente 10) prima dell'iterazione successiva. Al contrario se l'errore risultante nell'iterazione è maggiore del precedente allora il termine λ è moltiplicato per lo stesso fattore e il sistema è risolto nuovamente fino a intercettare un errore minore. Questa procedura prevede quindi di variare il valore di λ fino ad ottenere un valore idoneo di Δ che chiude la singola iterazione.

Fonti di errore

Ogni fase della ricostruzione virtuale della posizione del satellite target rispetto al sistema di riferimento del satellite intercettore comporta l'introduzione di un certo grado di imprecisione. I vari margini di incertezza determinano di conseguenza l'errore finale in termini di posizione e angoli di assetto.

Progredendo in successione logica, la prima fonte di errore è introdotta dal sensore CCD in fase di acquisizione immagini. L'intensità della radiazione intercettata dal sensore è direttamente dipendente dall'illuminazione dell'ambiente e dall'angolazione relativa delle superfici del simulatore. Possono quindi sussistere fenomeni di riflessione, zone ombrate e abbagliamenti. Il tutto genera un disturbo di fondo, simulabile in fase numerica attraverso l'introduzione di un rumore bianco di tipo Gaussiano.

L'immagine da elaborare contiene quindi un errore riconducibile alla digitalizzazione in pixel della realtà. A questo si aggiungono le distorsioni dovute alla presenza delle lenti che compongono l'ottica e che allontanano il sistema di visione dalla descrizione attraverso lo schema ideale pin-hole.

La fonte di errore più significativa è riconducibile però alla fase di rilevamento dei marker. L'immagine, corretta preventivamente delle distorsioni ottiche, viene inizialmente tradotta in scala di grigi e da qui in immagine sogliata. In quest'ultimo passaggio l'intensità di ogni pixel viene confrontata con un livello di soglia al fine di visualizzare i contorni dei marker. Provando a variare il livello di soglia si nota come i bordi dei marker si modifichino leggermente presentandosi talvolta più spessi o più sottili. Essendo il centro del marker calcolato a partire dai vertici della cornice si intuisce come tale tipo di errore influisca sul risultato finale.

Ottenute le coordinate dei marker si procede alla fase numerica attraverso l'algoritmo di Kneip. L'errore ivi introdotto è di tipo computazionale quindi prevedibile attraverso simulazioni virtuali.

Indipendentemente dalle prestazioni del sistema di visione, una ulteriore fonte di errore è costituita dalla precisione costruttiva del set-up sperimentale soprattutto per quanto riguarda la planarità di marker e superfici nonché la perpendicolarità tra i due pannelli.

In questo caso però, l'incertezza costruttiva produce un errore di bias nelle misure angolari e lineari che può essere riconosciuto come errore medio nelle curve di calibrazione.

Capitolo 4

Il set up sperimentale

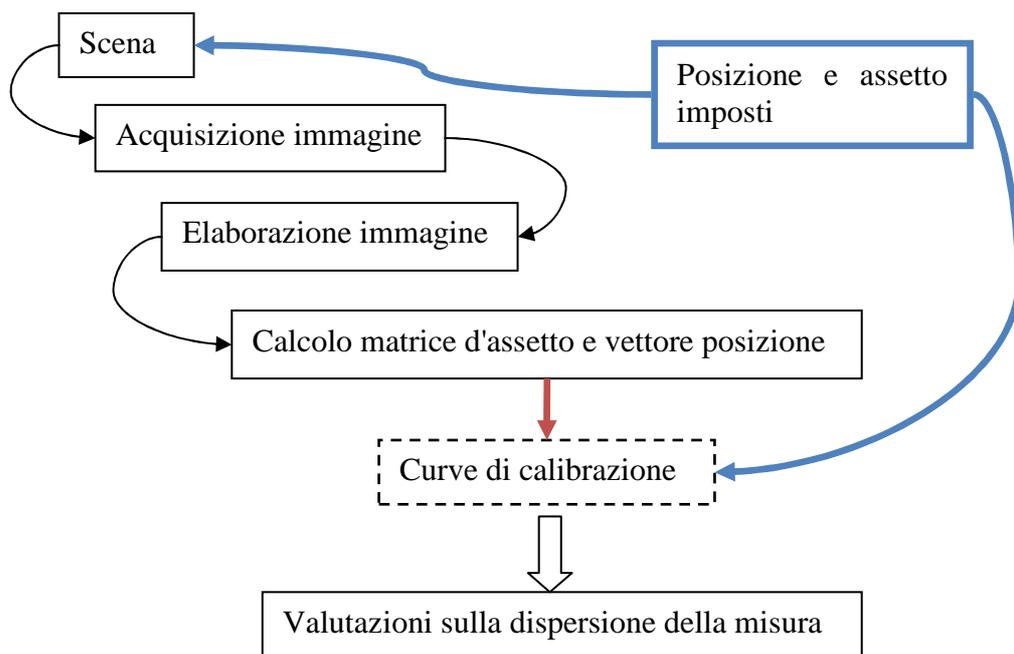
Il seguente capitolo descrive la catena di misura, realizzata in laboratorio, che consente di simulare uno scenario generico in cui si richiede di rilevare posizione e orientamento di un satellite target. Partendo da una visione panoramica dell'apparato, viene descritto di volta in volta ogni componente dalle caratteristiche del sistema di acquisizione all'interpretazione dei risultati tramite curve di calibrazione.

Panoramica del sistema di misura

Il primo passo consiste nella cattura delle immagini attraverso la telecamera installata sul banco, che di fatto interpreta il ruolo del satellite intercettore intento ad eseguire una manovra di attracco. Come per il principio di funzionamento dei sensori *Star Tracker*, è necessario individuare dei bersagli puntiformi posti sul satellite target in modo da tracciare quei versori che costituiscono l'input nell' algoritmo P3P. Tale funzione è ricoperta dai marker, elementi grafici riconoscibili dal processore attraverso un algoritmo dedicato.

Note le coordinate dei marker nel riferimento immagine, il codice introduce tali dati nella procedura di calcolo per ottenere le matrici d'assetto R e il vettore posizione T del satellite target rispetto al riferimento camera..

Essendo noti a priori gli spostamenti imposti al simulatore, è possibile confrontare l'assetto misurato con quello imposto al fine di valutare l'accuratezza del sistema.



Scenario

Si vuole descrivere le prestazioni dello strumento per una distanza operativa da uno a tre metri dalla videocamera.

Lo spazio di simulazione deve consentire il posizionamento del simulatore in tale area in modo da poter valutare la dispersione dell'errore di misura in funzione della distanza. E' lecito aspettarsi infatti che la qualità della misura incrementi al ridursi della distanza data la conseguente riduzione dell'errore di risoluzione presentata nella ricerca dei marcatori.

Si è quindi impostata la scena in uno spazio operativo di 3 X 3 X 3 metri, collocando la videocamera su un banco fisso e il simulatore target (o mock-up) su una guida mobile.

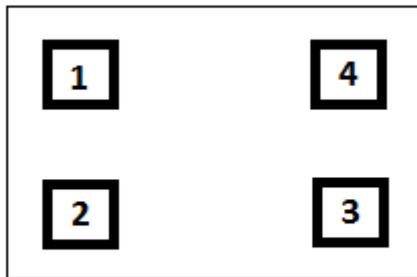


[4.1] - *Set-up*

Posizionamento dei marker nel simulatore

Il simulatore dispone di quattro marker per ogni pannello collocati in prossimità dei vertici.

La risoluzione P3P necessita di quattro punti di riferimento per il calcolo univoco di assetto e posizione. Tale disposizione permette pertanto la rilevazione di almeno quattro marker da qualsiasi angolatura a meno di condizioni di illuminazione del bersaglio sfavorevoli. Considerando entrambi i pannelli, la disposizione ortogonale impedisce che vi siano tre marker giacenti sulla stessa linea. In tal modo la condizione di esistenza della soluzione richiesta dal solutore P3P (ovvero $\overrightarrow{P_1P_2} \times \overrightarrow{P_1P_3} \neq 0$) è costantemente rispettata per qualsiasi combinazione di punti. I marker sono disposti secondo lo schema in figura.



[4.2] - *Disposizione marker*

I marker presenti in uno stesso pannello sono disposti in modo che i loro centri siano in corrispondenza ai vertici di un rettangolo di dimensioni 271 X 156 mm.

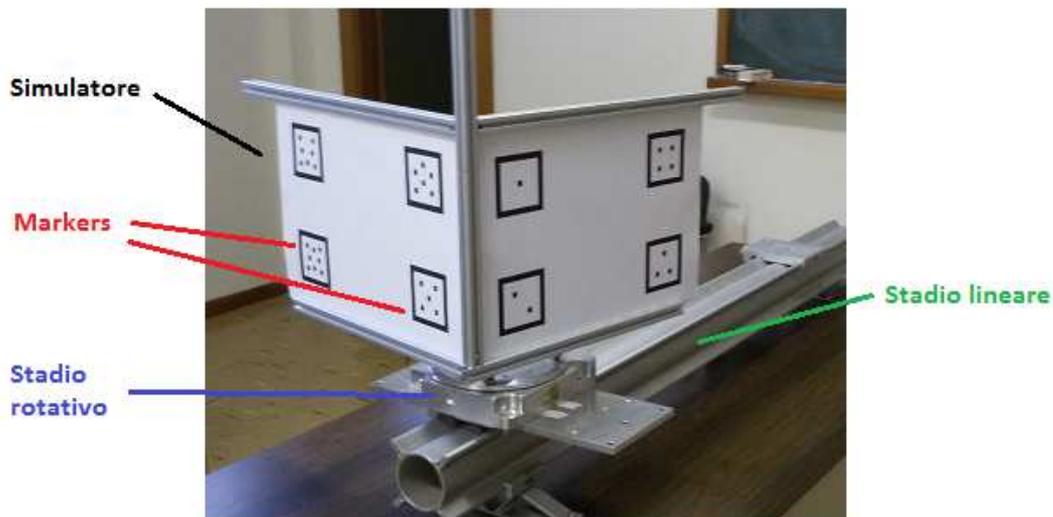
Considerando che il campo di vista della videocamera è pari a 57° X 32° si può dedurre che la distanza minima per la quale sono visibili tutti i 4 marker di un'unica superficie è:

$$d_{min} = \frac{b}{2 \tan \frac{\psi}{2}}$$

dove b è il lato del rettangolo e ψ l'angolo del campo di vista nella stessa direzione.

Prendendo il risultato minimo tra verticale e orizzontale si può stimare che la distanza tra videocamera e simulatore deve essere superiore a 30 cm. Al di sotto di questa soglia la determinazione d'assetto può comunque proseguire tramite il rilevamento di almeno

un marker. La ristretta distanza infatti abilita l'uso dei vertici delle cornici dei marker nel loro uso come punti di controllo. Si assume in ogni caso che, quando la distanza è inferiore al metro, l'asse del satellite target presenti al più un minimo disallineamento dell'asse ottico. L'ipotesi è la stessa che si verifica in manovre finali di rendezvous corrette.



[4.3] - *Mock-up*

Nella maggior parte dei casi il numero di marker individuati è superiore a quattro, di conseguenza è bene definire un criterio per selezionare la combinazione di punti che fornisce la migliore stima della rototraslazione secondo la condizione di esistenza della soluzione per l'algoritmo P3P . Riprendendo quanto espresso nel capitolo 2, i tre punti di riferimento per il calcolo delle quattro soluzioni possibili non devono giacere sulla stessa linea. E' conveniente quindi selezionare i punti che presentano una disposizione a L e il più possibile distanti per ridurre la collimazione dei vettori. Inoltre, è preferibile che il quarto punto non risieda sullo stesso piano dei primi tre al fine di facilitare l'isolamento della soluzione corretta.

Guida lineare e stadio rotativo

Il simulatore è fissato su uno stadio rotativo sostenuto da una guida lineare che ne consente la traslazione. Lo stadio è comandato da un motore passo-passo in grado di generare un avanzamento angolare con una precisione di 1.125 arcosecondi. La guida invece è provvista di una scala graduata con sensibilità pari a 1 millimetro. L'apparato consente di simulare una rotazione del satellite variando la distanza dalla videocamera e quindi di confrontare i dati misurati con quelli reali per una ampia quantità di combinazioni assetto-posizione.

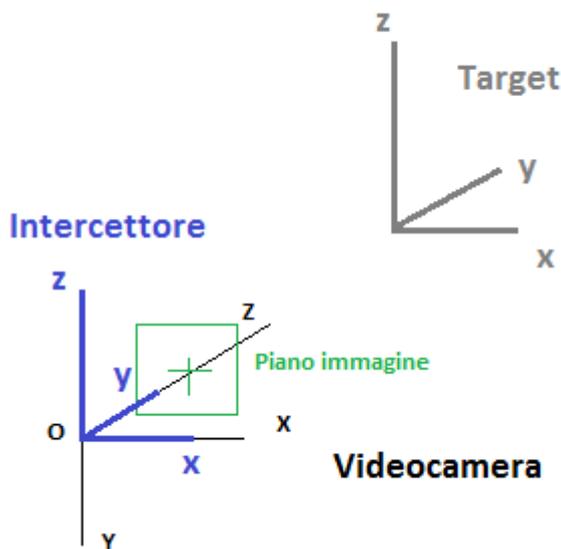
Convenzione tra i sistemi di riferimento

Si distinguono tre sistemi di riferimento: il riferimento satellite target in cui sono note le coordinate dei marker, il riferimento della videocamera descritto dal modello pin-hole e il riferimento satellite intercettore scelto in modo opportuno.

Il riferimento target ricalca il telaio del simulatore con l'origine collocata all'incrocio delle aste. L'asse z è parallelo all'asse di rotazione mentre gli assi x e y sono coplanari rispettivamente al pannello 1 e 2

L'origine del sistema di riferimento camera è collocato nel centro ottico con l'asse Z sovrapposto all'asse di vista. Gli assi X e Y sono disposti rispettivamente in senso orizzontale e verticale nelle direzioni congruenti a quelle definite dagli stessi assi nel riferimento immagine. Il calcolo della matrice di rotazione e del vettore posizione avviene considerando questi due riferimenti.

Per rendere più agevole l'interpretazione dei dati si introduce il riferimento del satellite intercettore collocato anch'esso nel centro ottico. Esso dispone l'asse z in direzione verticale, l'asse x congruente a quello del riferimento della videocamera e l'asse y lungo l'asse ottico a completare la terna levogira.



[4.4] - Sistemi di riferimento

I risultati sono espressi considerando la matrice di rotazione e il vettore posizione che determinano il cambio di coordinate da riferimento intercettore a riferimento target.

Il cambio di riferimento da videocamera a intercettore è immediato e descritto dalla seguente relazione:

$$P_{Intercettore} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} P_{Videocamera}$$

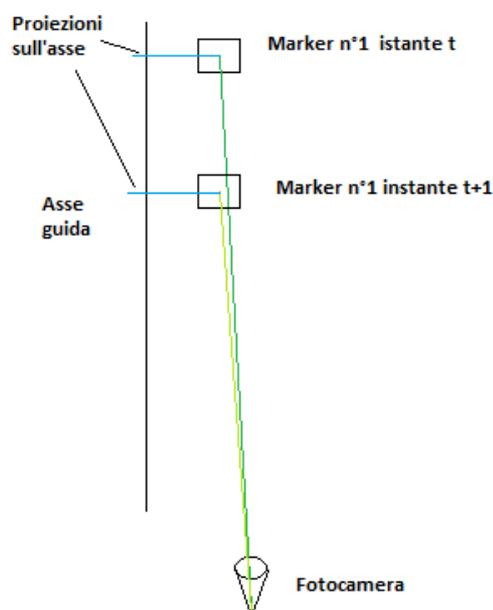
La sequenza di Eulero utilizzata, la 3-2-1, consente di porre come prima rotazione quella esercitata dallo stadio rotativo. In tal modo tutte le prove di rotazione sono riconducibili a un unico asse. L'ordine e l'entità delle successive due rotazioni è indifferente ma risultano utili per verificare la precisione costruttiva del set-up sperimentale.

La curva di calibrazione studiata riguarda solamente la prima rotazione ovvero l'angolo di imbardata. Essendo l'asse z l'unica rotazione possibile, ci si aspetta di vedere l'angolo di imbardata procedere da 0° a 90° e gli angoli di beccheggio e rollio permanere attorno a 0°. È da tenere in considerazione l'esistenza di errori iniziali di allineamento, specialmente nell'angolo di imbardata per il quale non si conosce l'esatto valore iniziale da cui procede la rotazione. Tale entità iniziale risulta nelle curve di calibrazione come un errore di bias e può essere quindi compensato considerando l'errore medio presente nelle misurazioni dell'angolo di imbardata.

Allo stesso modo, nel caso della misura di distanza, sussiste un disallineamento tra l'asse della guida e l'asse di vista della videocamera. Anticipando i risultati delle prove di traslazione si constata uno scostamento laterale massimo di 2 centimetri tra guida e asse ottico ovvero in termini angolari un disallineamento di 1 grado. Su un percorso lineare di 110 centimetri tale imperfezione costruttiva genera un'incertezza pari a $110\cos(1^\circ)$ ovvero inferiore a 1 millimetro. L'errore costruttivo è di un ordine di grandezza inferiore alla precisione attesa (nell'ordine del centimetro) e di conseguenza non pregiudica la bontà del test.

La curva di calibrazione nella prova di traslazione confronta perciò la coordinata y del vettore posizione (inteso nel riferimento intercettore) e la distanza imposta nota osservando la scala graduata sulla guida.

Nella singola prova di traslazione l'angolazione del simulatore viene mantenuta costante. Risulta quindi possibile eseguire la stessa misura d'assetto per distanze decrescenti dalla videocamera al fine di verificare la dispersione dei dati in termini di deviazione standard.



[4.5] - Rilevazione della distanza

Il sistema di acquisizione

Il banco è equipaggiato con una camera ad alta risoluzione Schneider modello Cinegon 1.9 - 1.0 con sensore CMOS da 1" . Essa ha una risoluzione di 2040 x 1086 pixel e un campo di vista di 57° x 32°. La videocamera è particolarmente adatta per applicazioni di visione robotica e di ricostruzione 3D della scena data la sua compattezza, peso contenuto e attenuazione delle vibrazioni. Inoltre, essendo di categoria *progressive scan*, fornisce fotogrammi a piena risoluzione ovvero non interlacciati, caratteristica di primaria importanza in applicazioni in tempo reale.

Il software di gestione consente il settaggio ottimale di una grande varietà di parametri tra cui l'apertura del diaframma e il tempo di esposizione. Le specifiche tecniche sono raccolte in tabella.

Lunghezza focale	10.4 mm
Risoluzione	2040 x 1086 pixel
Dimensioni pixel	5.5 x 5.5 μm
Tempo esposizione impostato	300 ms
Tipologia	Colore
Dimensioni (L x W x H)	58.9 x 29.0 x 29.0 mm
Peso	130 g



[4.6] - Fotocamera Schneider

Ipotesi validità modello pin-hole

Come esposto nel capitolo 3 il modello pin-hole rappresenta la descrizione matematica più semplice per un sistema di visione. In essa non sono contemplati fenomeni distorsivi o di curvatura introdotti dalle lenti. Tuttavia si rivela molto efficace se il sistema viene

ottimizzato per un'area operativa in cui gli errori che allontanano dal modello ideale sono minimizzati. Il parametro chiave su cui intervenire è l'apertura del diaframma che regola la profondità di campo in cui vale l'ipotesi iniziale.

Riducendo il diaframma si aumenta la profondità di campo ma allo stesso tempo si diminuisce l'energia luminosa incidente sul sensore CCD che deve essere quindi compensata allungando il tempo di esposizione.

In questo esperimento la profondità di campo è ottimizzata per una distanza da 1 a 3 metri. Per distanze inferiori al metro lo strumento è comunque utilizzabile ma deve essere verificato sperimentalmente. La calibrazione metrologica viene eseguita su posizioni statiche in cui il simulatore viene mantenuto fermo per l'intero intervallo di esposizione.

Correzioni delle distorsioni

La distorsione dell'immagine è causata da aberrazioni geometriche dell'obiettivo. La sua entità si può interpretare tramite la relazione:

$$Distorsione \% = \frac{Distanza\ attuale - Distanza\ vera}{Distanza\ vera} \times 100$$

La distanza attuale rappresenta la misura rilevata nell'immagine tra due punti di riferimento noti nella realtà. Per obiettivi con lunghezza focale inferiore a 14 millimetri, la correzione tramite software è più efficace rispetto alla correzione ottica multi-lente. L'inquadratura di un target apposito, spesso assimilabile a una scacchiera, consente l'estrazione dei parametri distorsivi secondo tecniche codificate la cui trattazione non rientra negli obiettivi di questo elaborato.

Condizioni di illuminazione

Come visibile dalla figura 4.1, la calibrazione metrologica è stata eseguita in un ambiente ben illuminato artificialmente. La presenza di una vetrata introduce però una componente di luce direzionale che genera una luminosità differente dei due pannelli. Sebbene sussista il rischio di saturare aree del sensore CCD per riflessione, ciò non si verifica data l'opacità dei pannelli.

Test su stadio rotativo

La prova su stadio rotativo è finalizzata a verificare l'efficacia del sistema nel misurare l'assetto del satellite target. Essa consente anche di accertare entro che limiti la dispersione della misura si mantenga per ogni angolazione ed eventualmente stimare l'errore in funzione dell'angolo di rotazione.

Il singolo test rotativo consiste in una rotazione di 90° gradi attorno all'asse di imbardata del simulatore target. La posizione iniziale prevede il pannello 1 posto frontalmente alla videocamera. In tal modo è possibile appurare sia l'angolo limite di rilevazione nella singola facciata sia l'efficacia del sistema quando sono visibili tutti i marker nelle due superfici (per una certa ampiezza angolare centrata su 45°).

Il singolo test è stato eseguito 25 volte avvicinando progressivamente di 5 centimetri il simulatore alla videocamera tramite la scala graduata sulla guida lineare.

In tal modo si ottiene una stima dell'errore d'assetto in funzione della distanza dalla videocamera.

Il test completo quindi fornisce una descrizione esauriente dell'efficacia dello strumento e consente di definire le zone dello spazio prossimo al satellite target in cui il suo utilizzo è più affidabile.

Traslazione lineare

Questa prova esegue una verifica sperimentale del sistema di visione nel suo utilizzo come misuratore di distanza, utile ad esempio nelle ultime fasi di approccio in manovre di docking in cui si impiegano traiettorie *straight-line*.

Il simulatore viene fatto avanzare verso la videocamera a passi di 5 centimetri, mantenendo l'assetto costante. La prova viene ripetuta per 45 configurazioni d'assetto, da 0° a 90°, verificando di conseguenza i casi in cui sono visibili entrambe le superfici o solo una.

Capitolo 5

Risultati sperimentali

L'intero capitolo è dedicato all'interpretazione dei dati ottenuti nei test di rotazione e traslazione eseguiti. Vengono illustrati molteplici grafici finalizzati a definire l'affidabilità del sistema e il livello di qualità delle misure.

Per ogni angolo di imbardata e per ogni posizione lineare, la metodologia di test seguita permette di trovare sperimentalmente l'errore come differenza tra valore imposto e valore misurato. Questi due termini entrano a comporre le curve di calibrazione che consentono di visualizzare agevolmente la dispersione della misura in funzione del punto di vista della videocamera.

Ognuno dei 25 test di rotazione consente di generare una curva di calibrazione per ogni stazione della guida lineare. In tal modo la misura può essere relazionata con la distanza dalla videocamera. Tale aspetto è molto importante in quanto ci si aspetta che l'errore sulla misura aumenti al crescere di tale distanza.

Posizione e assetto del simulatore sono studiati rispetto al riferimento intercettore X, Y, Z, la cui origine O coincide con quella del riferimento camera.

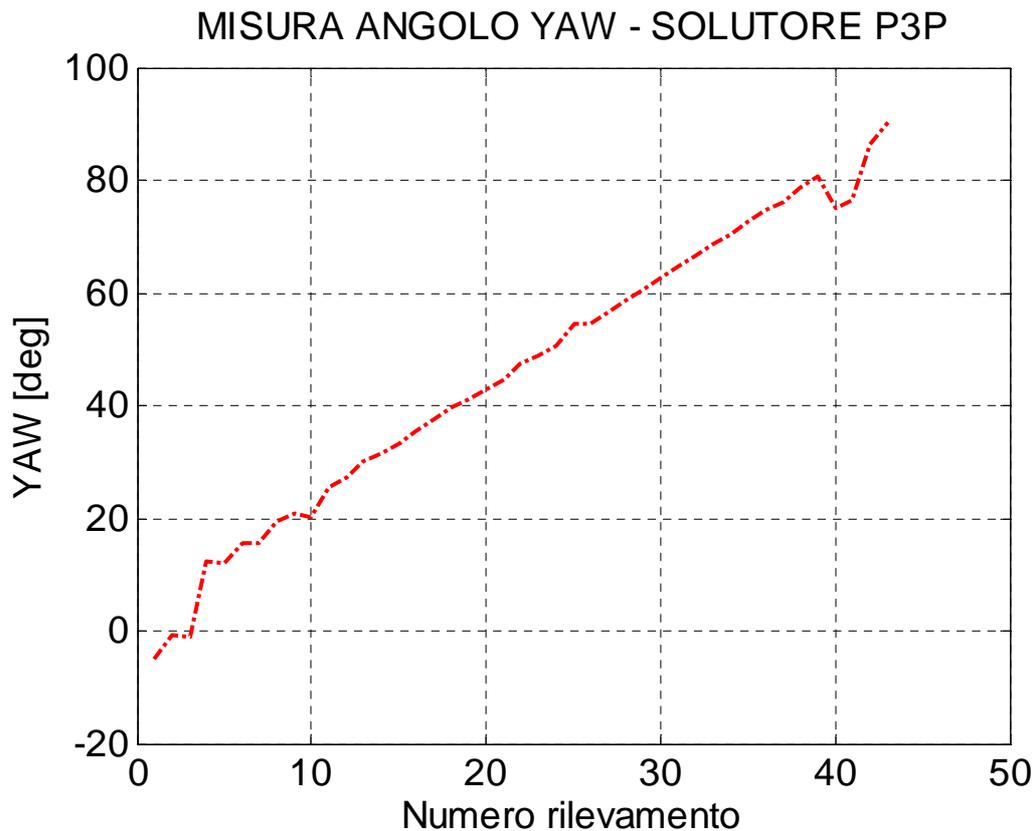
Il passaggio da riferimento fisso a riferimento satellite avviene tramite la sequenza di Eulero 3-2-1. In tal modo la prima rotazione, ovvero quella attorno all'asse Z del riferimento fisso, coincide con l'angolo di yaw comandato dallo stadio rotativo e risulta perciò indipendente dalle seguenti due rotazione (pitch e roll). Lo stadio rotativo di conseguenza esegue la prima rotazione che conduce dal riferimento fisso al primo riferimento intermedio di Eulero. Questa impostazione consente di basare tutte le curve di calibrazione su un unico riferimento comune e di conseguenza permette il confronto tra le stesse. Al contrario se venisse usata una convenzione per cui l'angolo di yaw non rappresenta la prima rotazione di Eulero si otterrebbe un asse Z variabile per ogni misurazione.

In tutti i test sono stati mantenuti gli stessi parametri per il metodo RANSAC impostando a 300 il numero massimo di iterazioni e a 2.5 il livello di soglia.

Test rotazionale

Nella singola prova rotazionale, vengono eseguite 45 misure di posizione e assetto del simulatore. Lo stadio rotativo fa avanzare l'angolo di yaw di 2 gradi dopo ogni misura, coprendo un arco da 0 a 90 gradi. Per ogni rilevazione si ottiene il vettore di stato completo dei tre angoli di Eulero e delle tre coordinate di posizione.

A titolo descrittivo si riporta l'output di una prova rotazionale, nello specifico eseguita a una distanza di 1.85 metri e adoperante il solo algoritmo di Kneip.

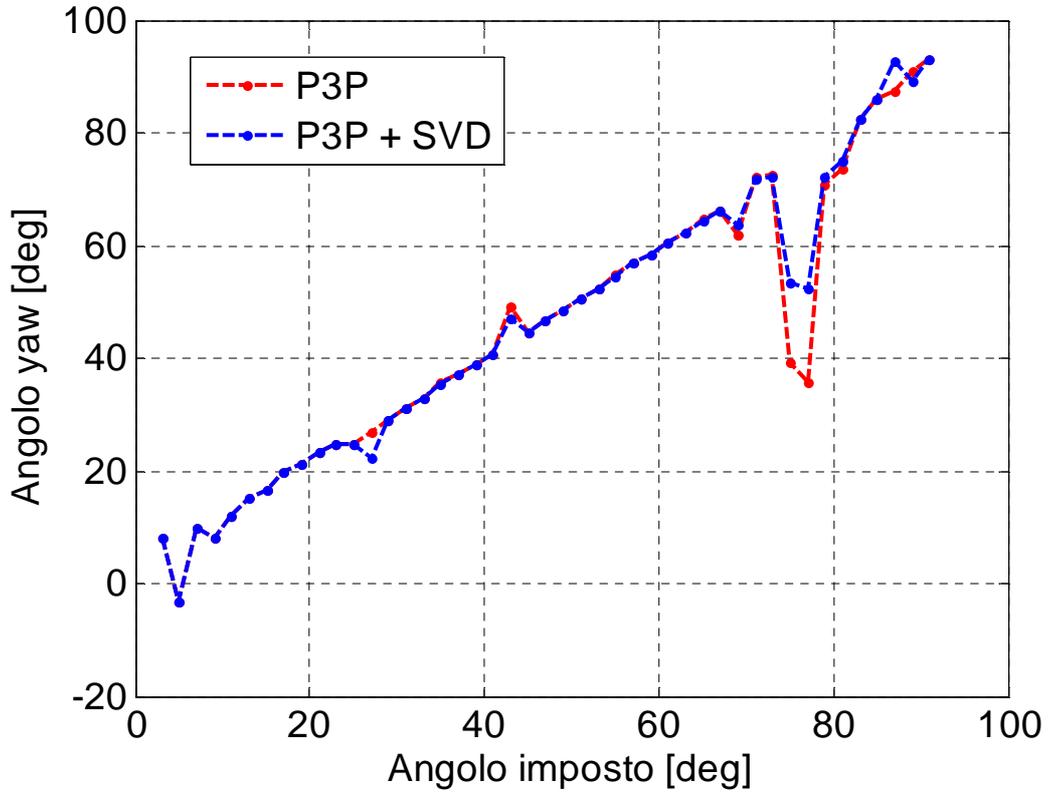


Dato che per la rotazione di yaw si conosce sia l'angolo misurato che l'angolo imposto è possibile tracciare la curva di calibrazione che associa i due dati.

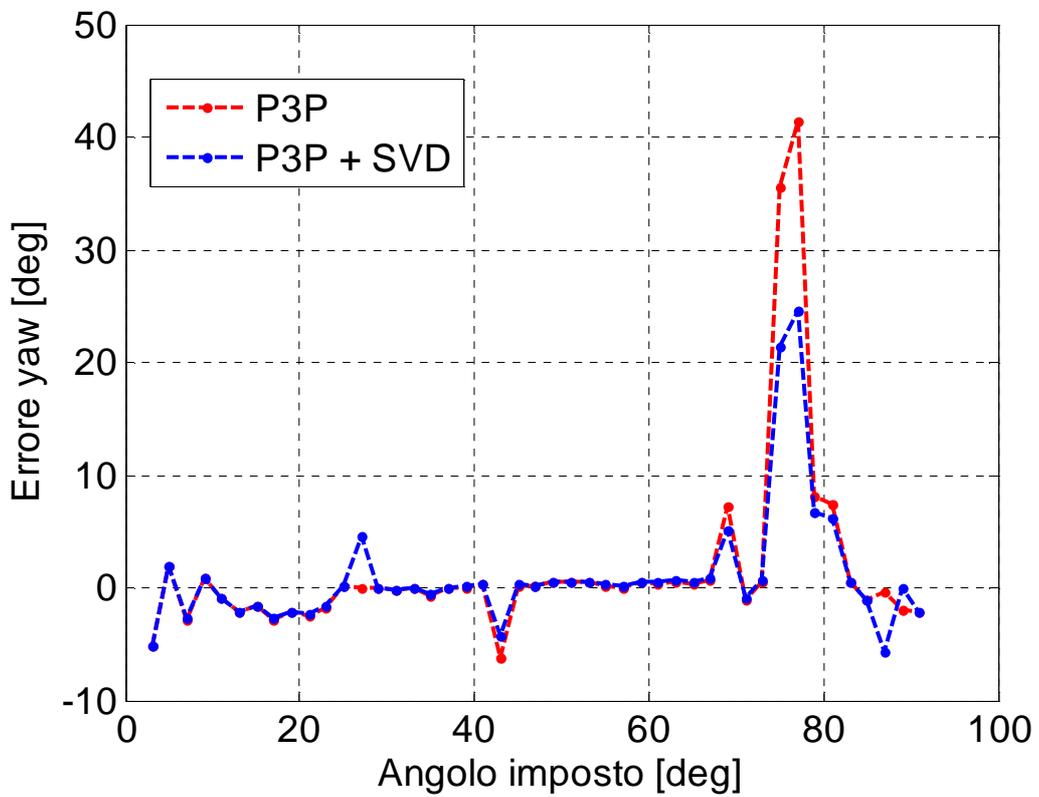
Nelle seguenti pagine vengono illustrate le curve di calibrazione ottenute con le quattro metodologie di calcolo.

Curva di calibrazione a 255 cm

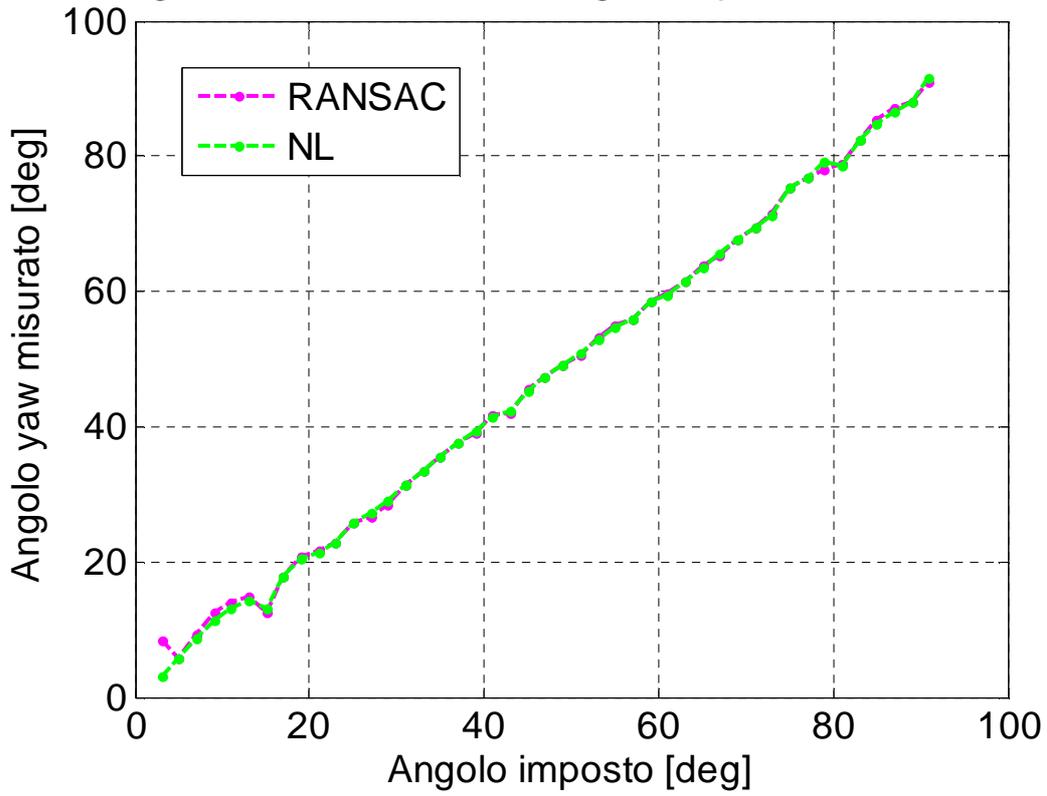
Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto - METODO 1



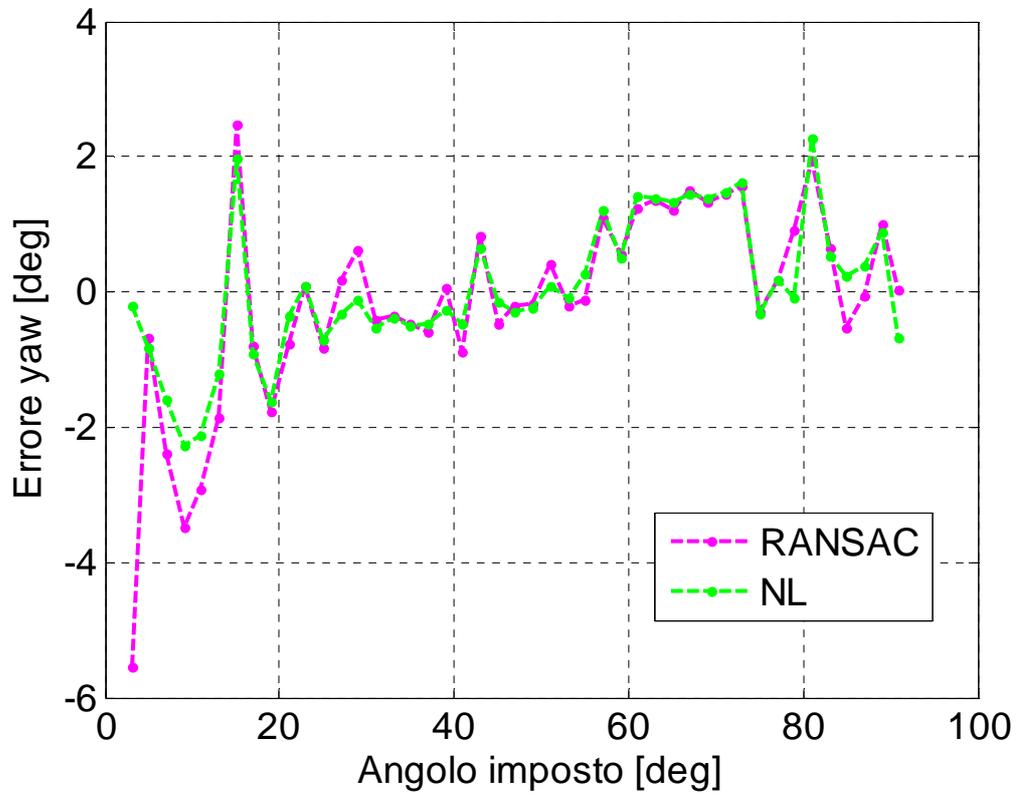
ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 1



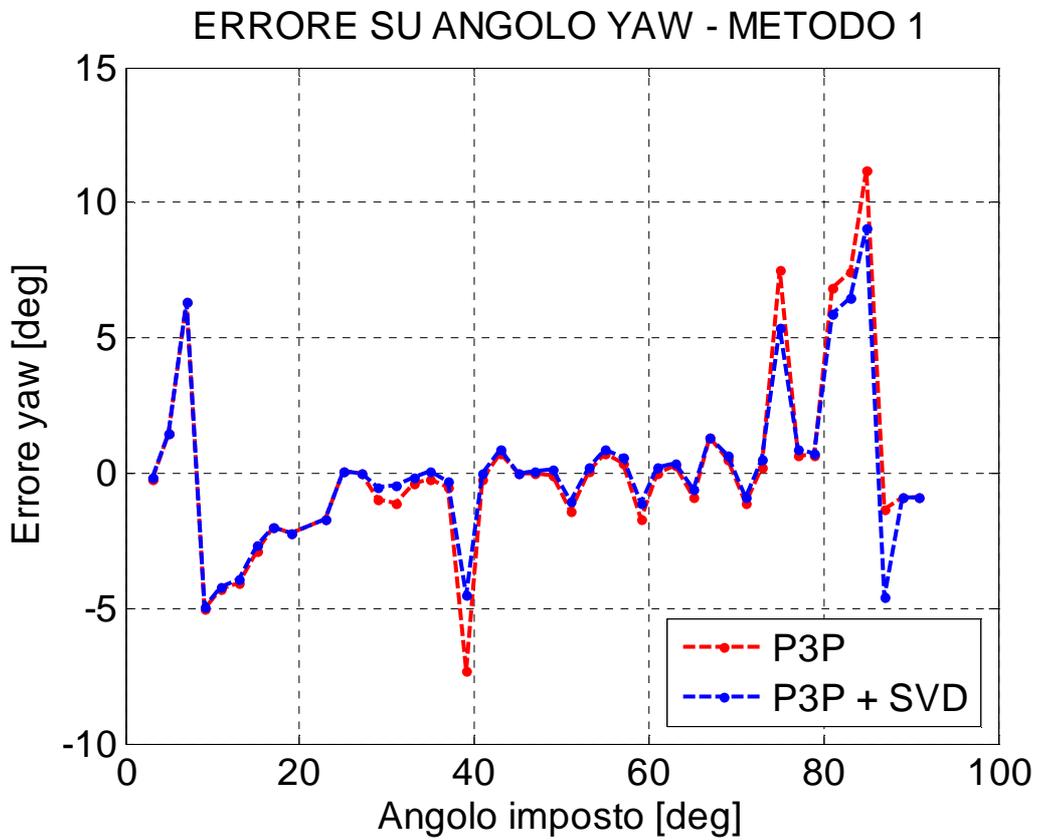
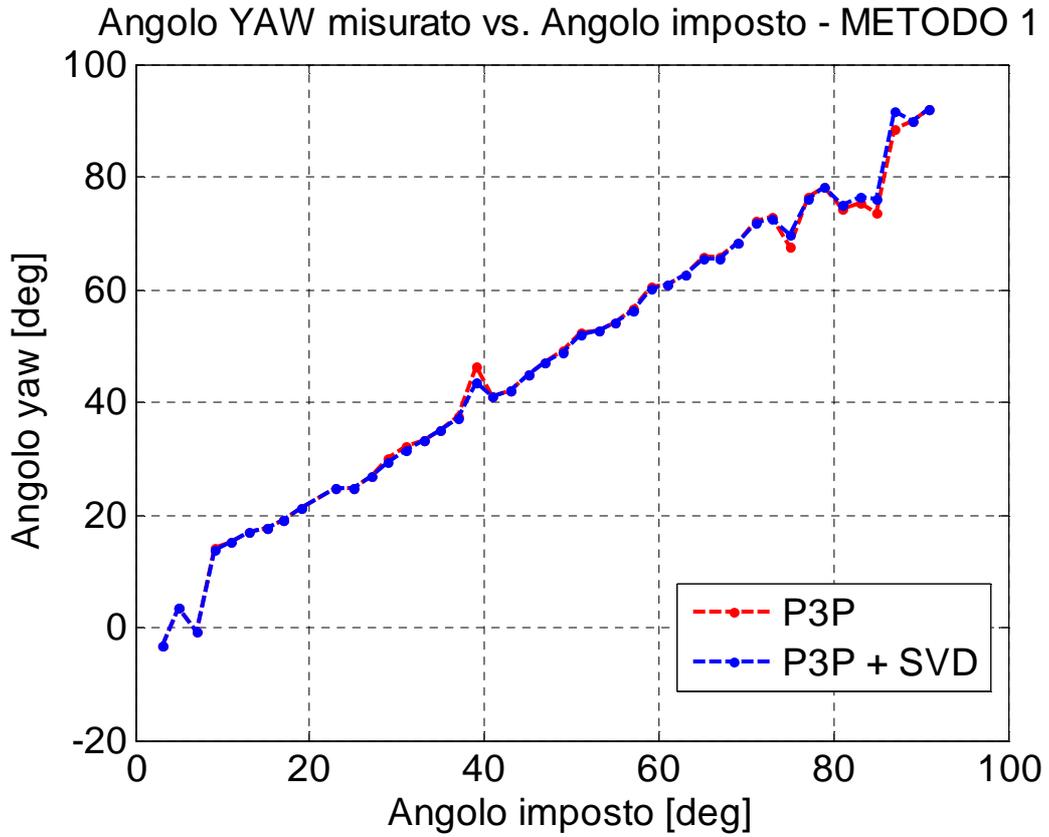
Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto -METODO 2



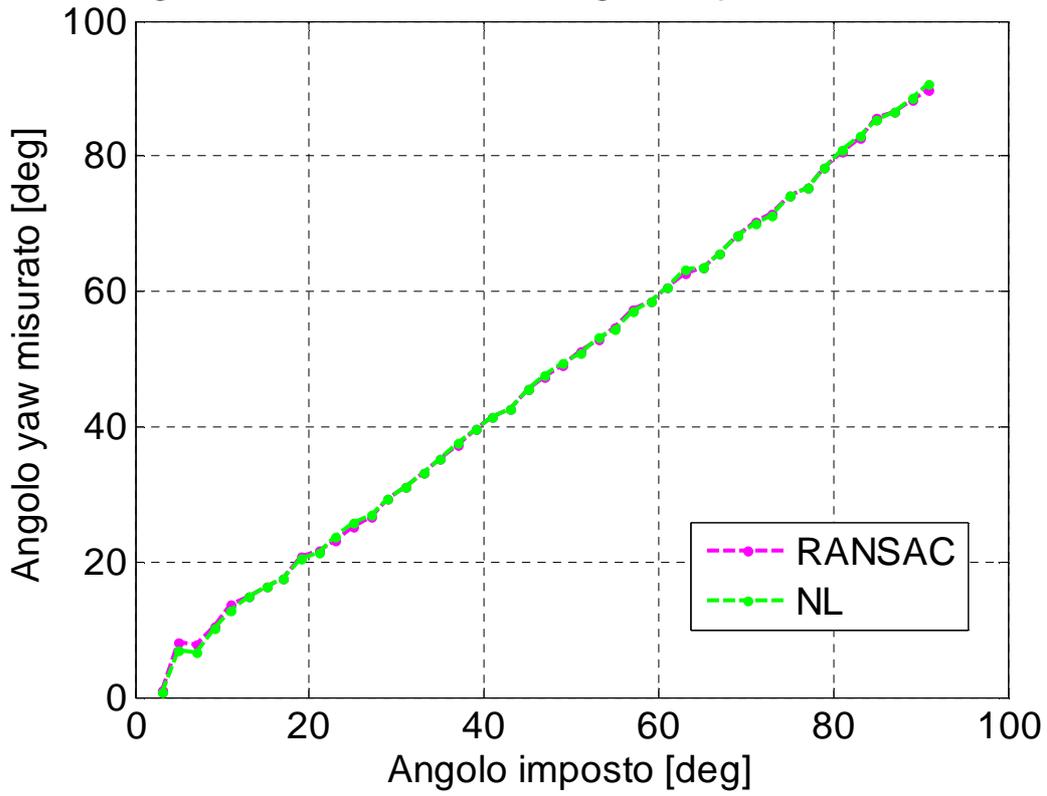
ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 2



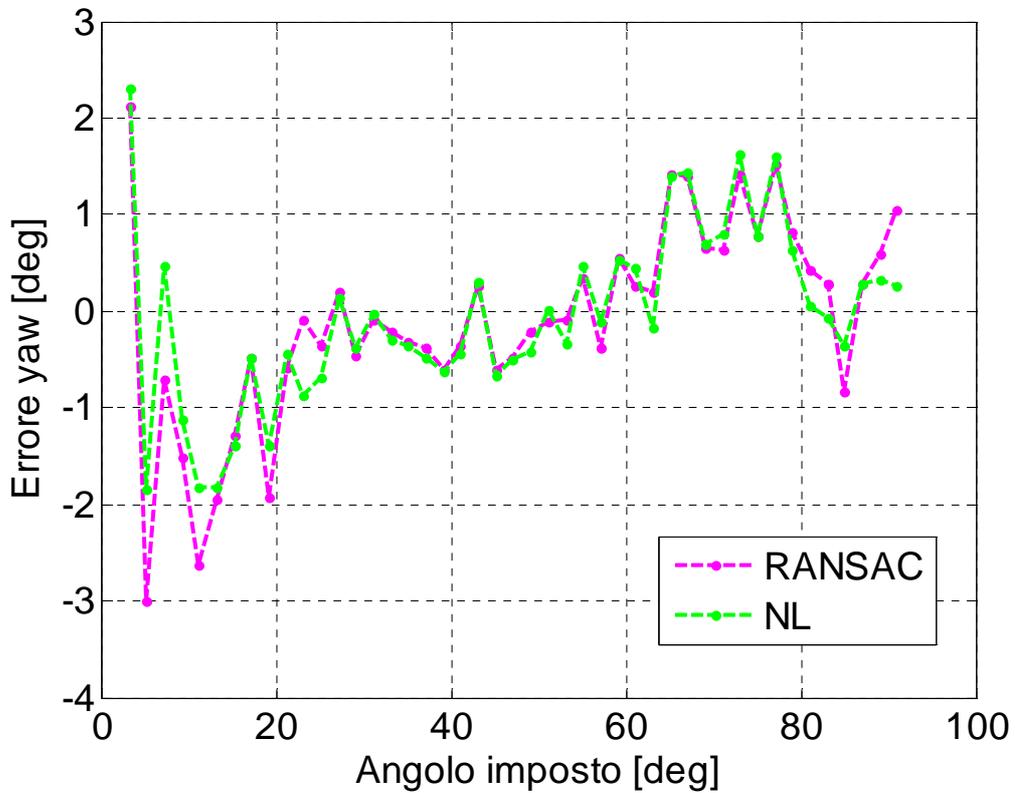
Curva di calibrazione a 220 cm



Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto -METODO 2

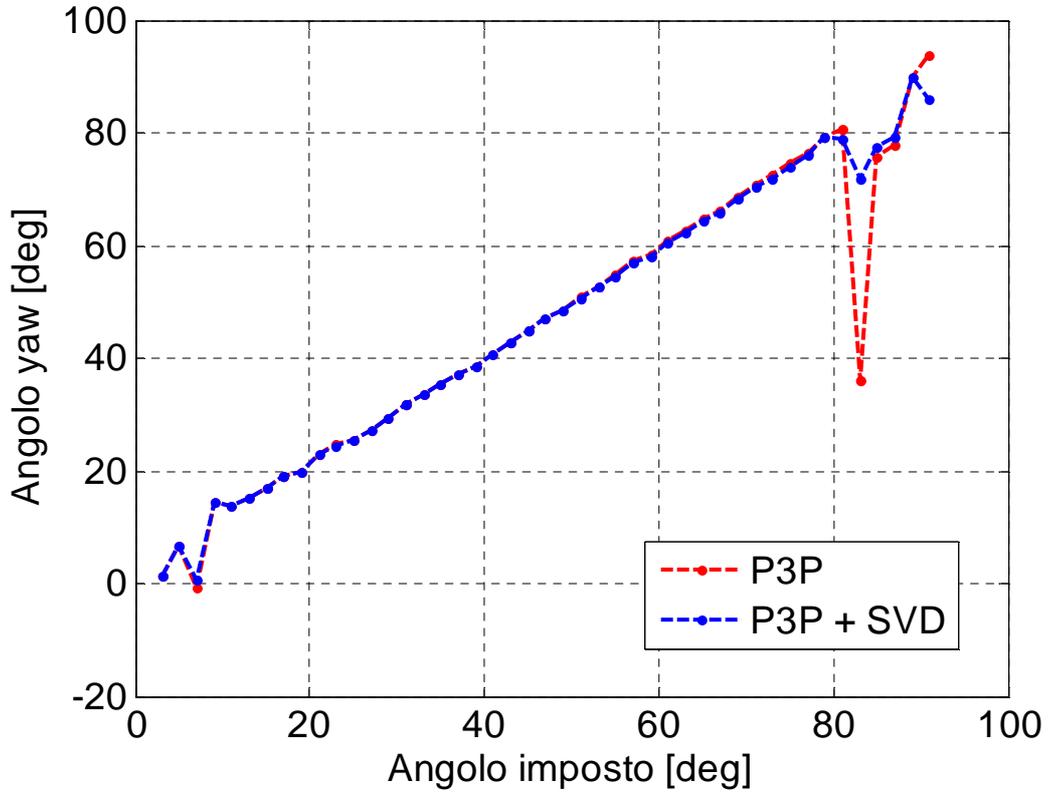


ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 2

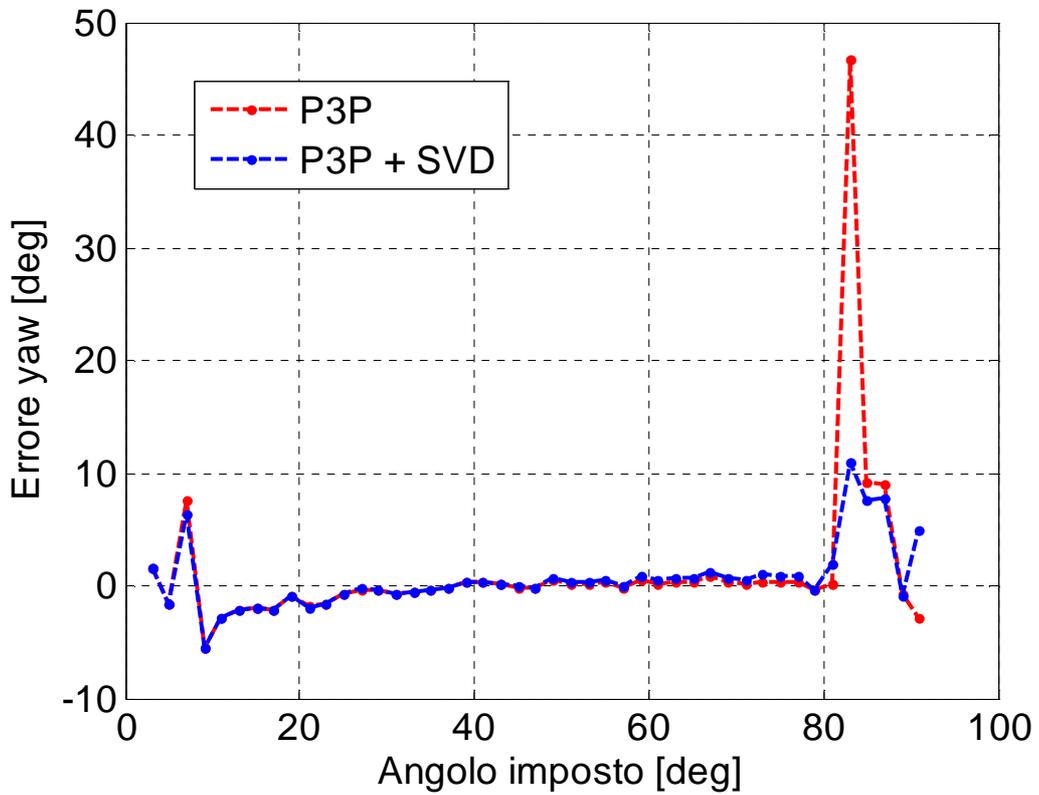


Curva di calibrazione a 205 cm

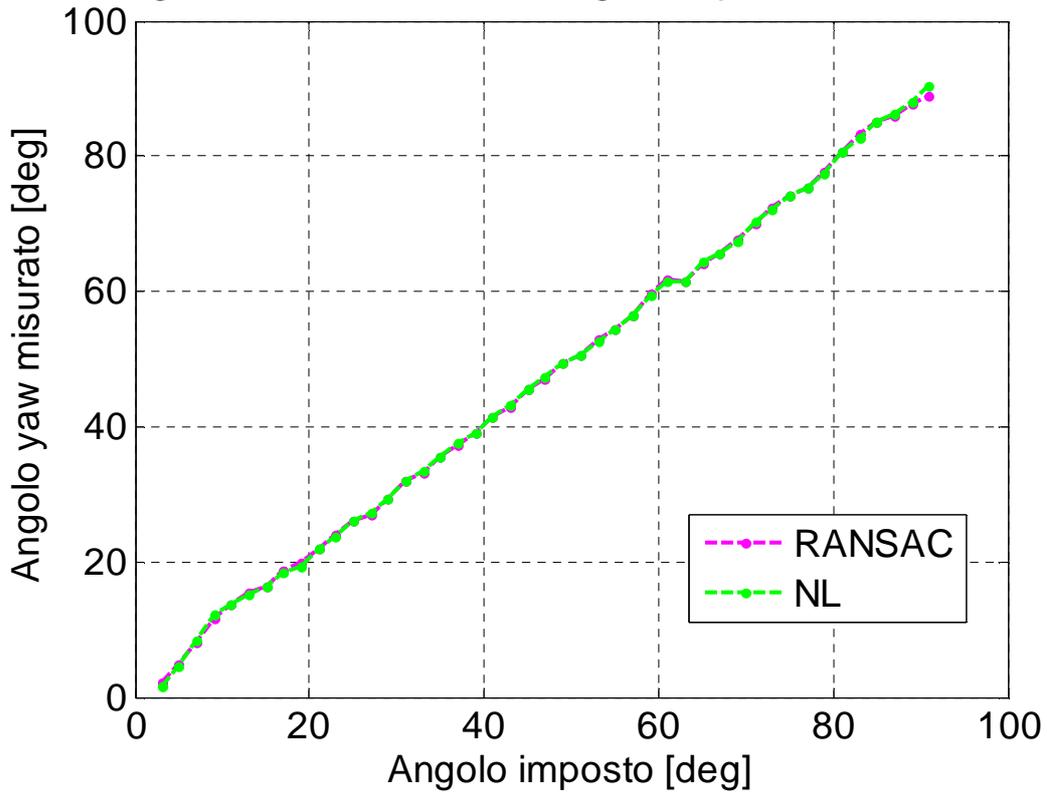
Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto - METODO 1



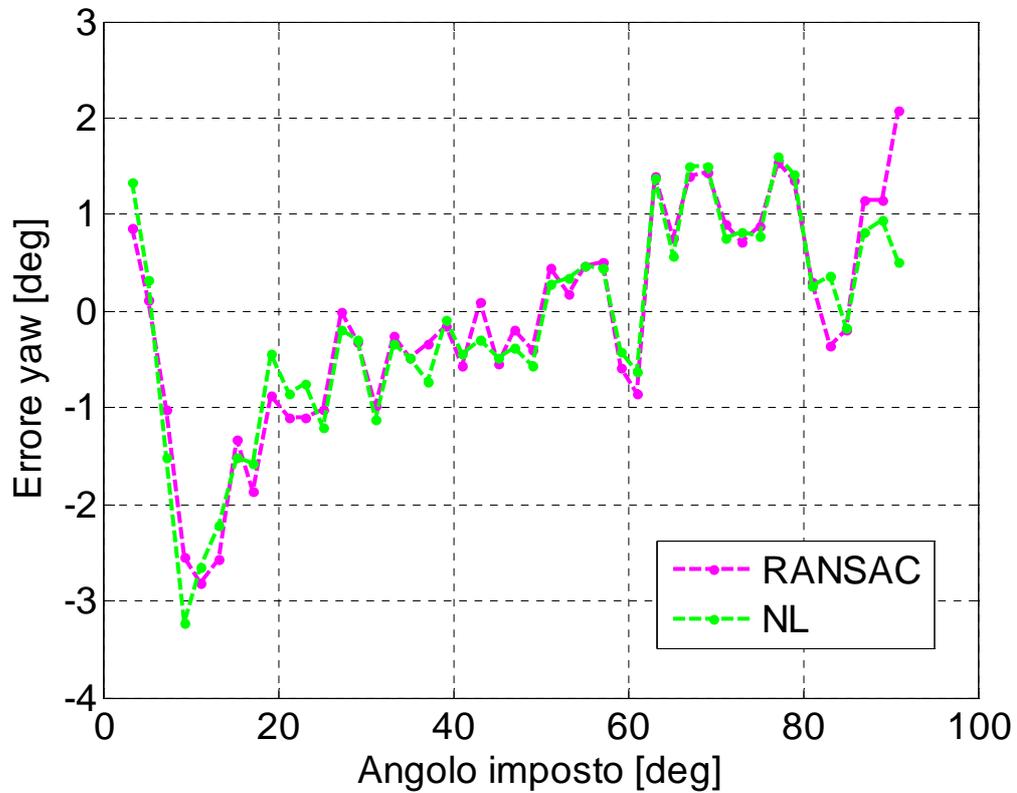
ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 1



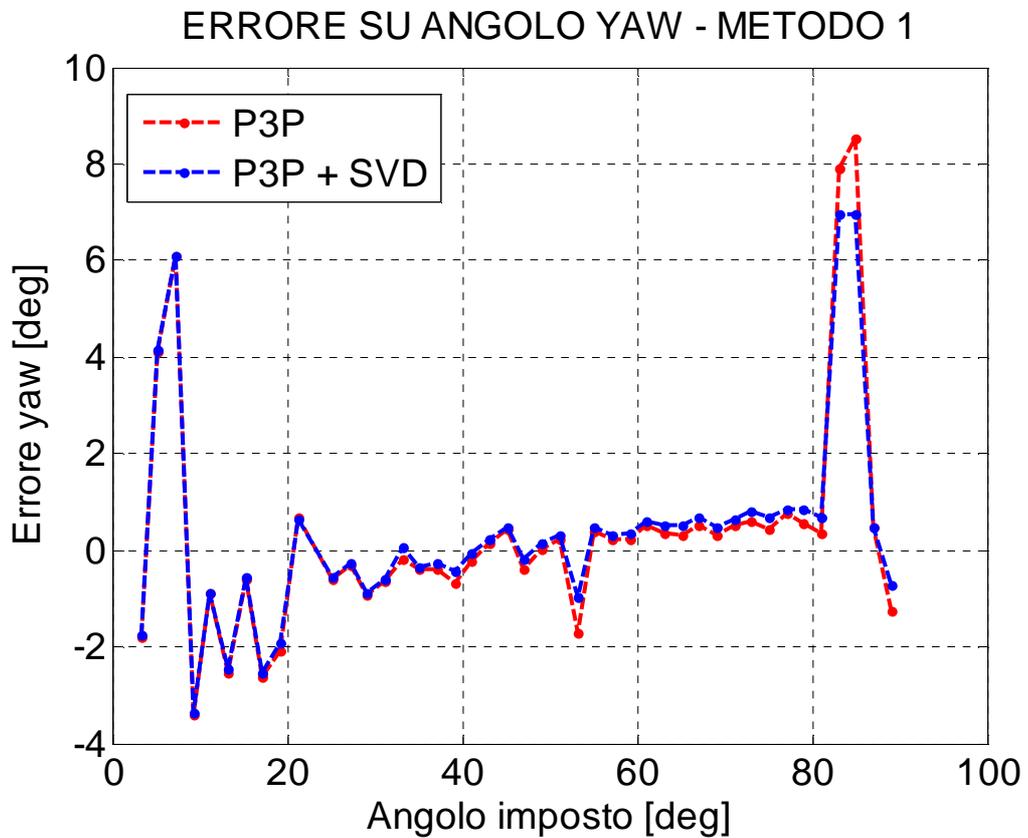
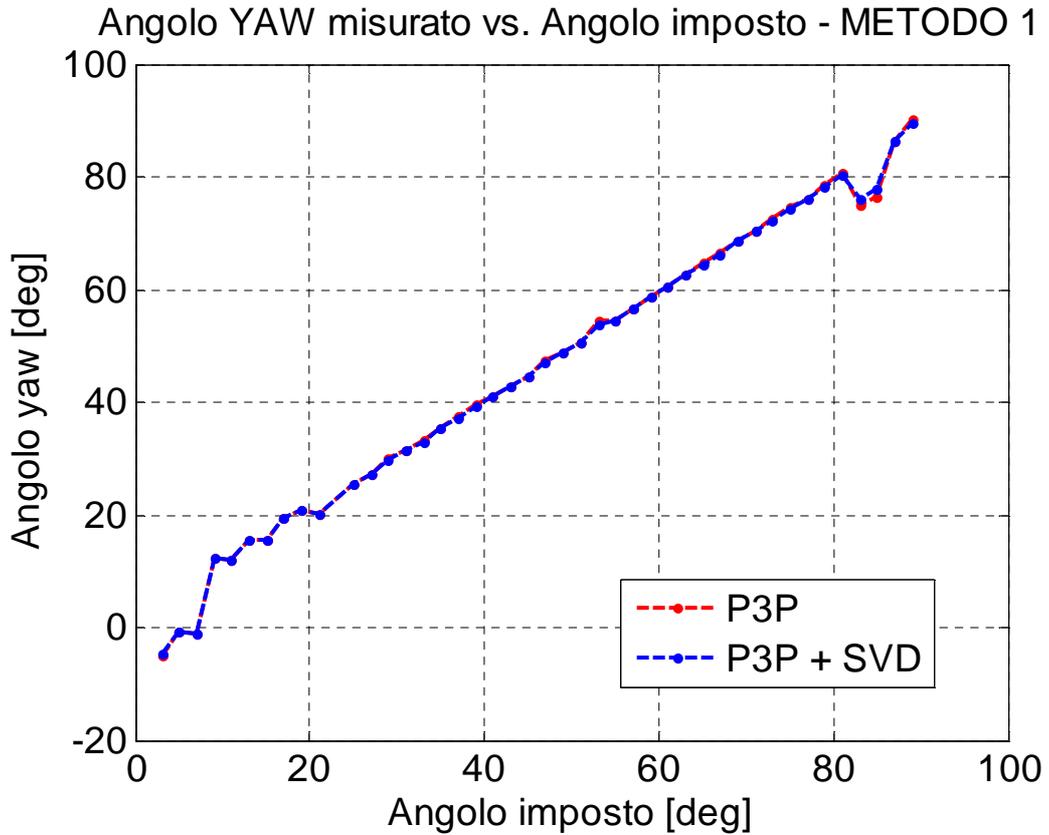
Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto -METODO 2

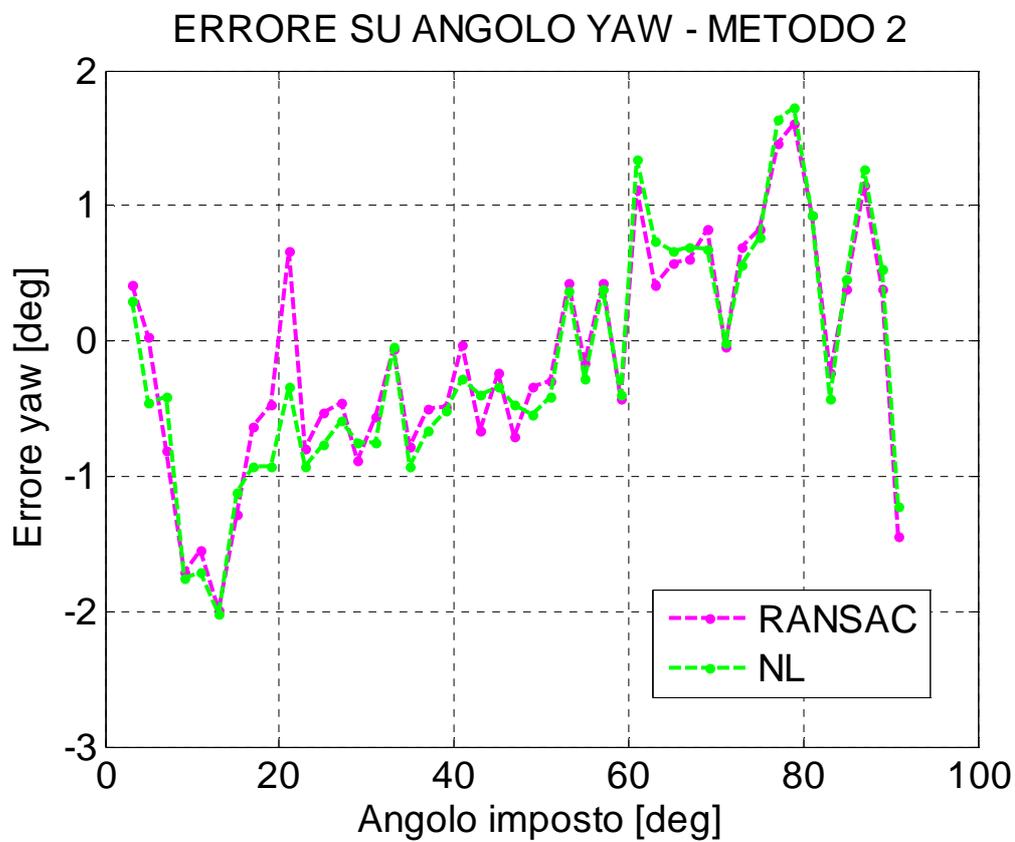
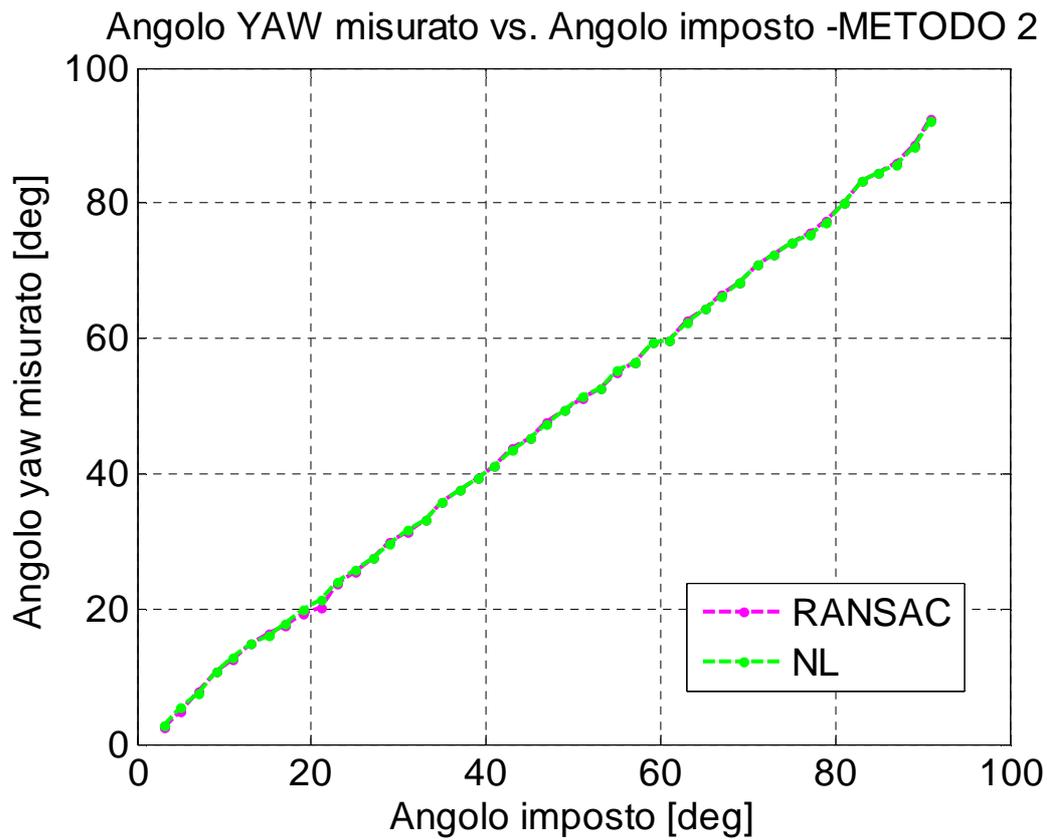


ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 2



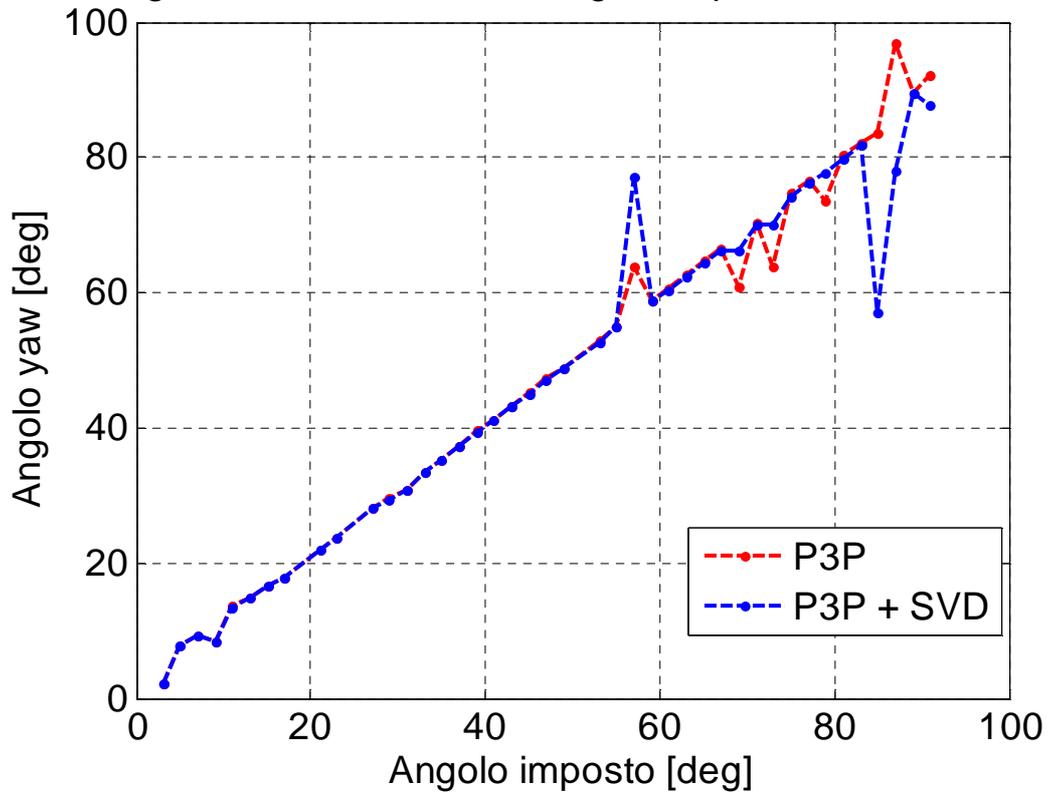
Curva di calibrazione a 185 cm



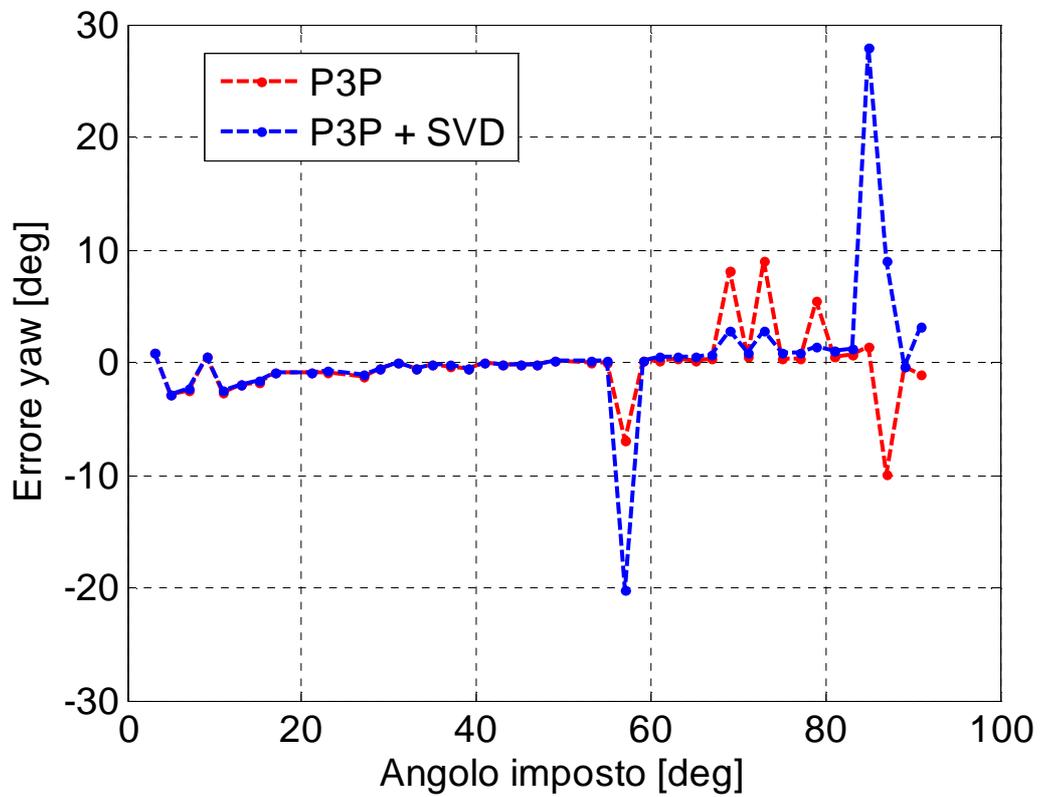


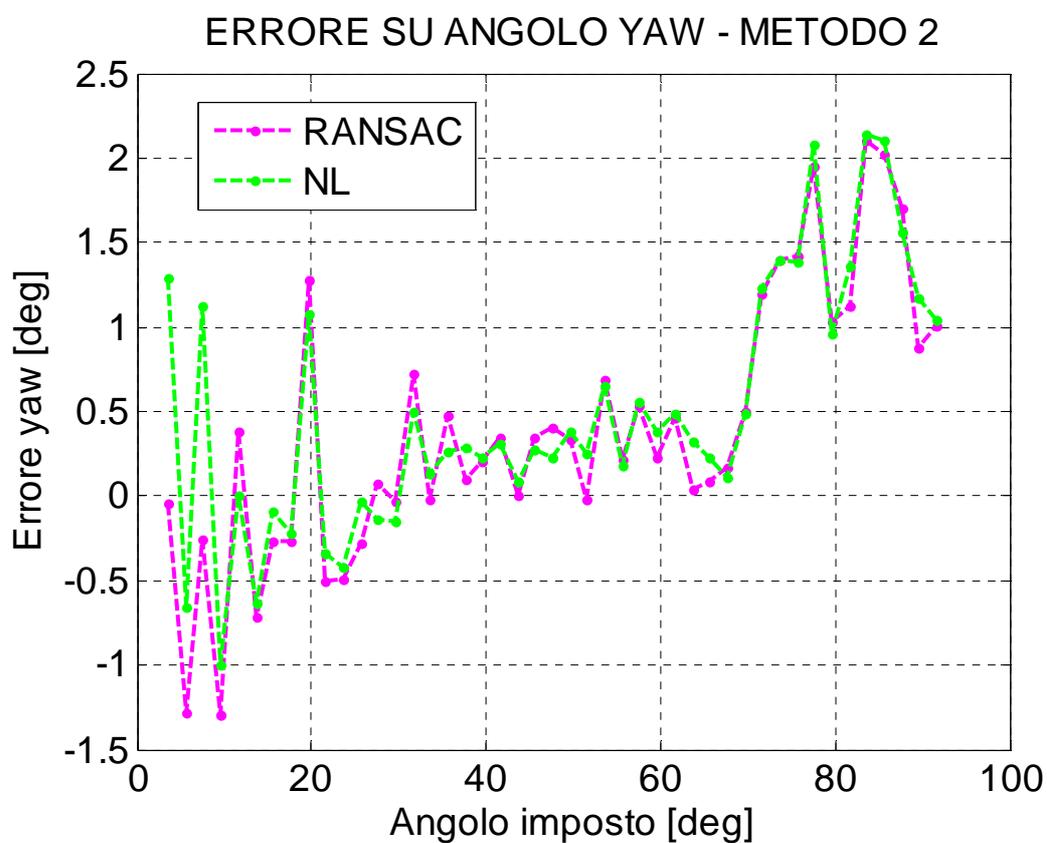
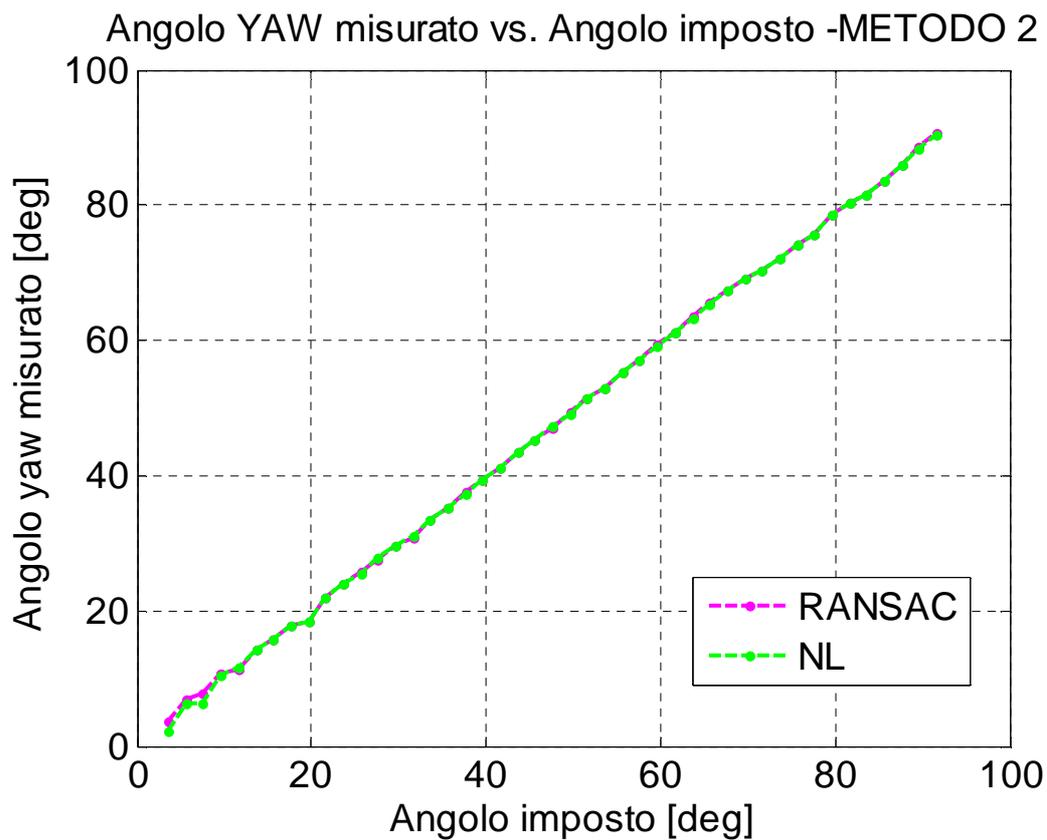
Curva di calibrazione a 165 cm

Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto - METODO 1



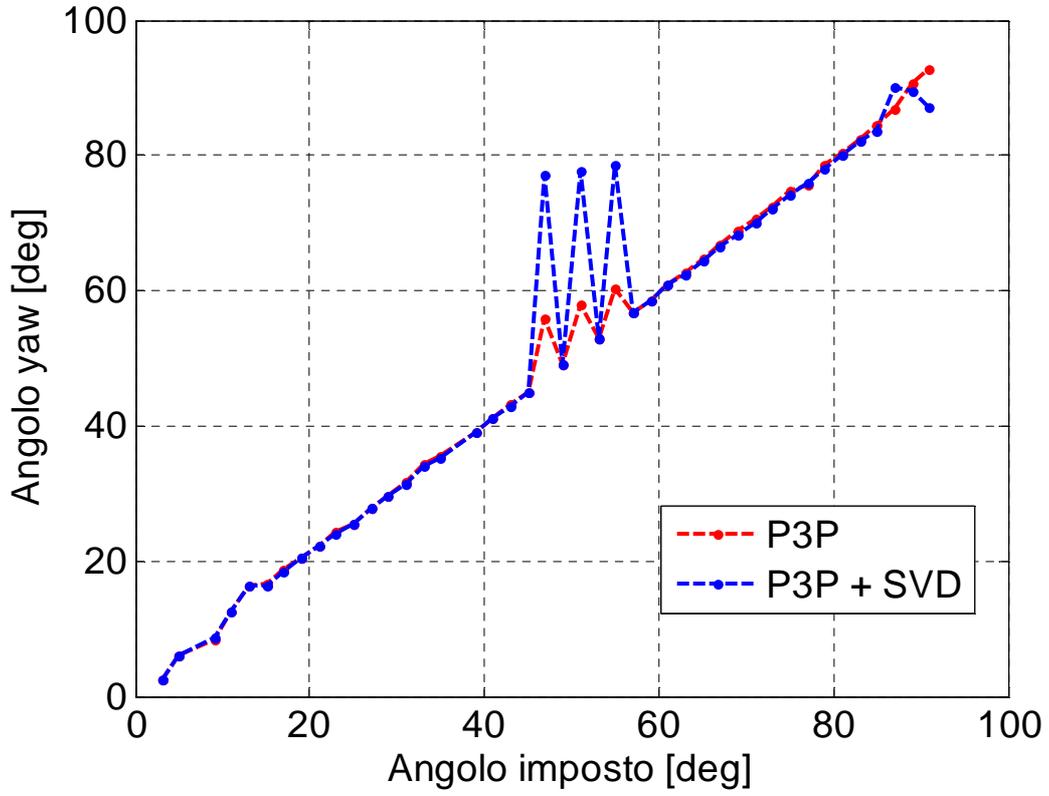
ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 1



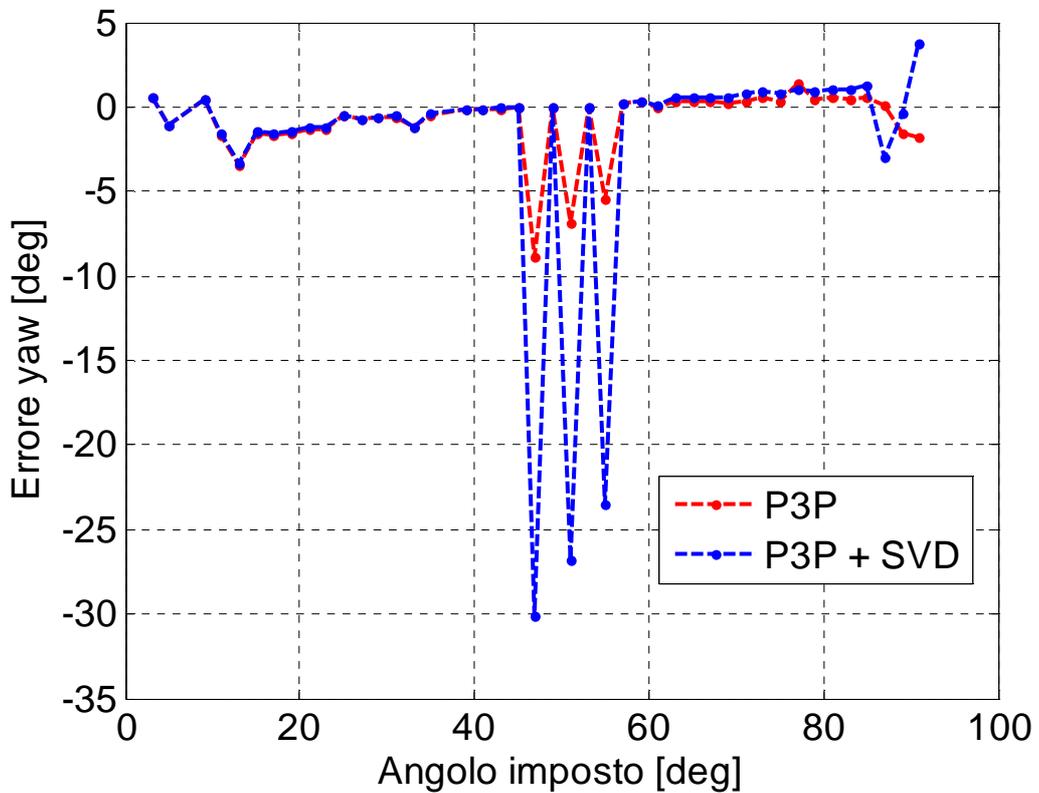


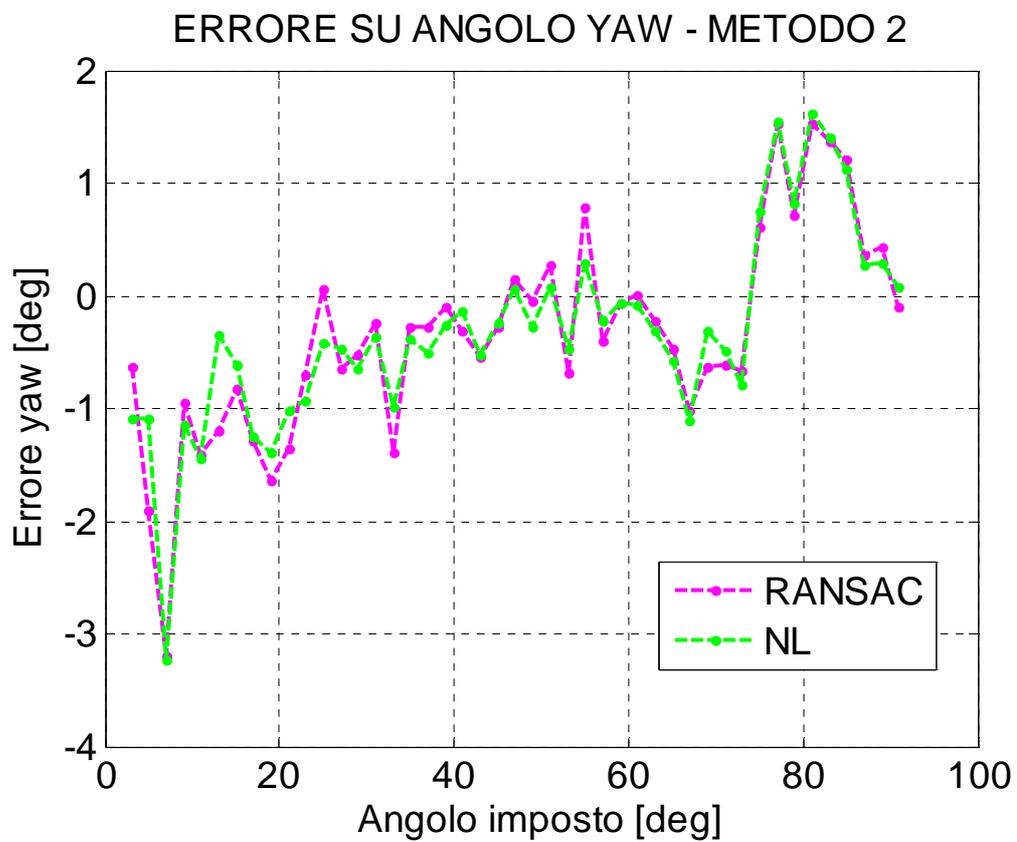
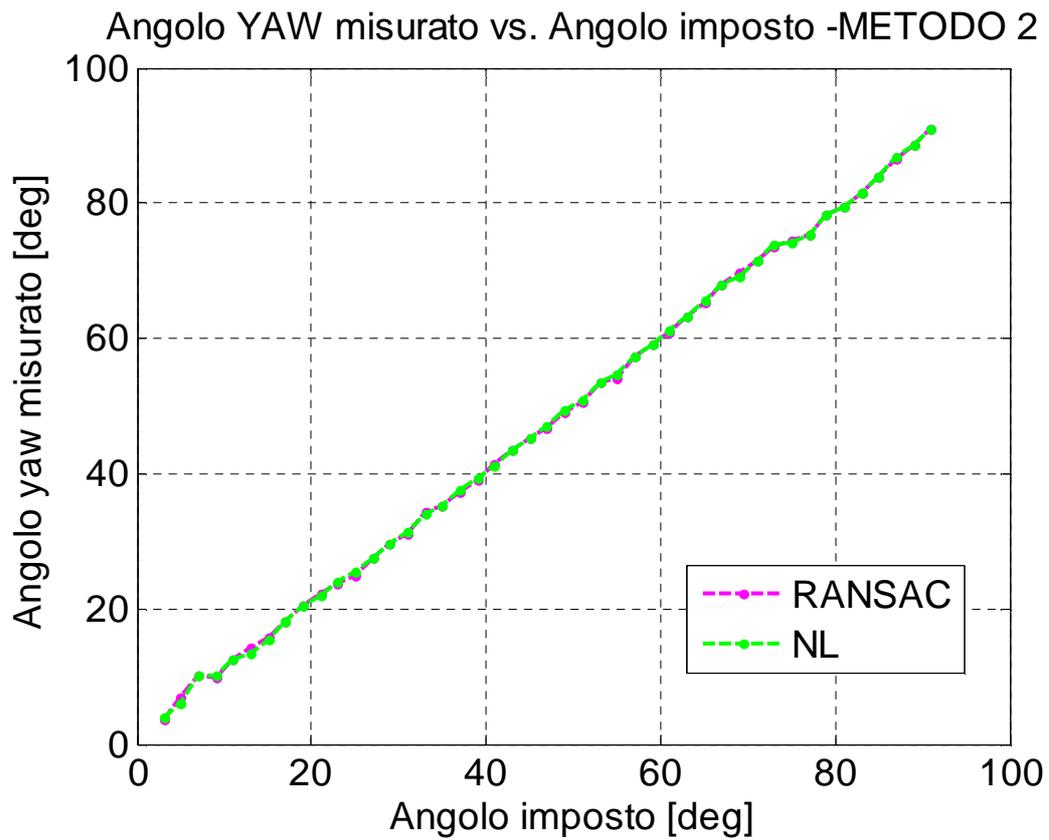
Curva di calibrazione a 155 cm

Angolo YAW misurato vs. Angolo imposto - METODO 1



ERRORE SU ANGOLO YAW - METODO 1





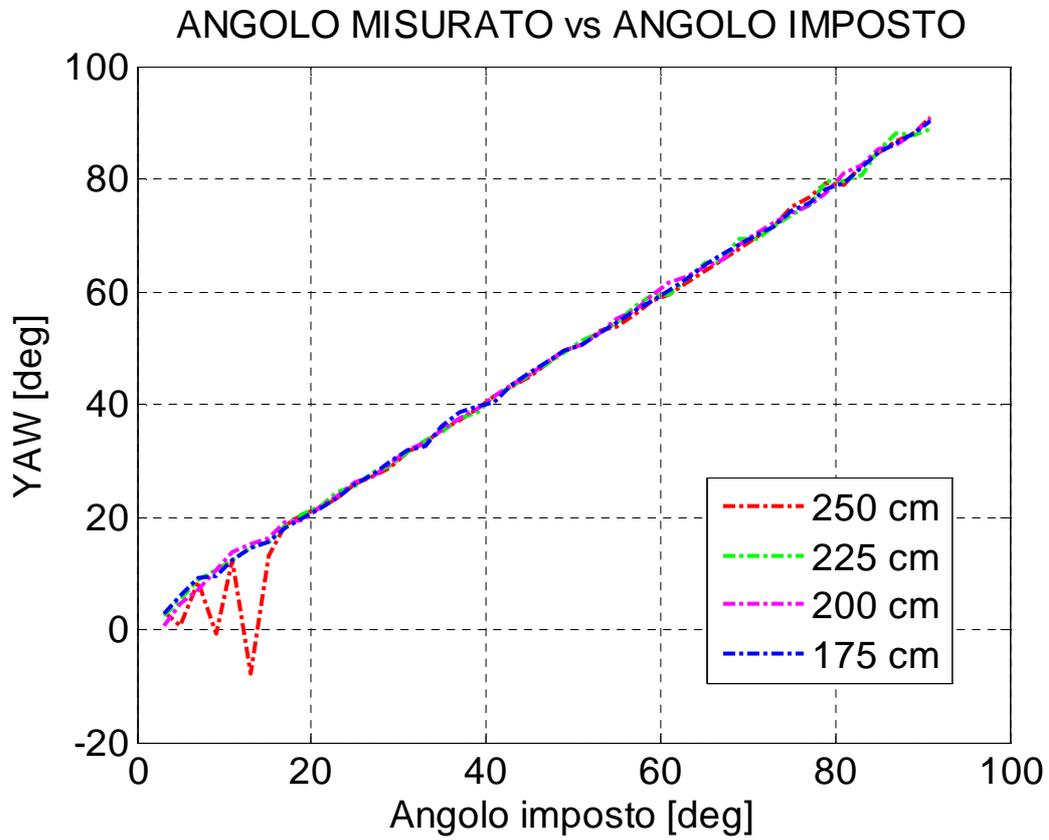
Considerazioni sulle metodologie impiegate

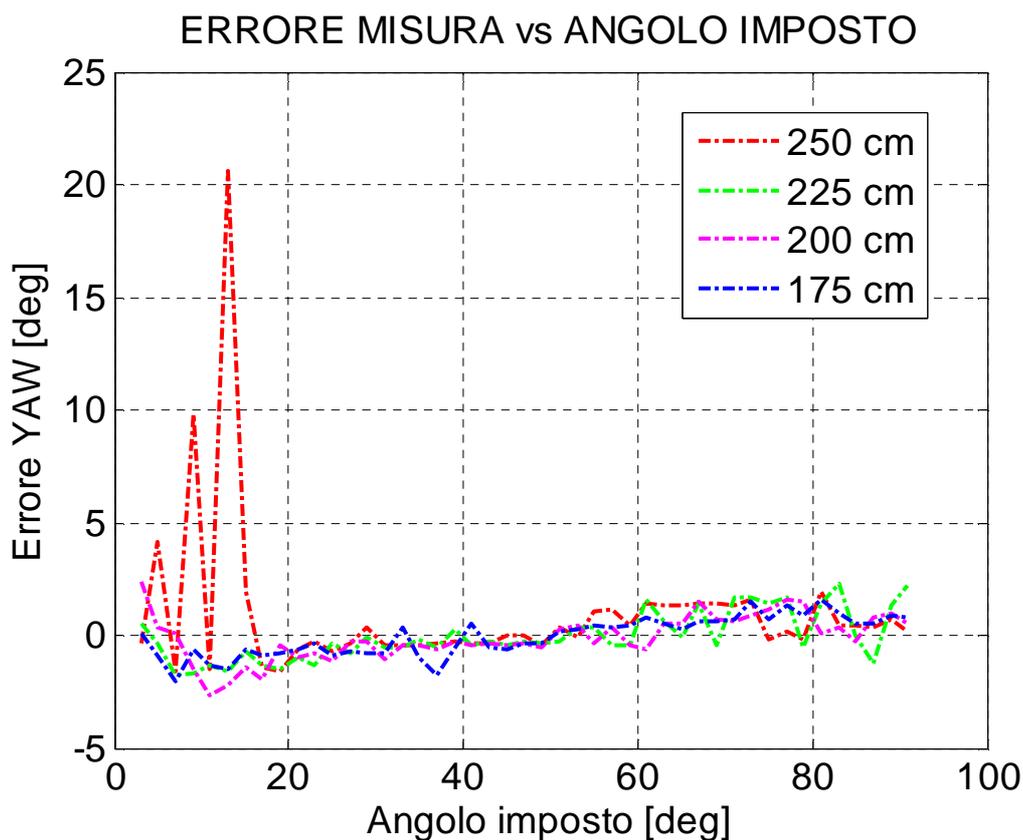
L'impostazione della prova rotazionale consente di riconoscere agevolmente dai grafici i punti critici del sistema di misura. Nel caso ideale di misurazioni perfette, la curva di calibrazione coinciderebbe con la bisettrice del quadrante. Osservando i grafici si constata come, in generale, la sequenza di misure dell'angolo yaw approssimi più o meno precisamente tale linea ideale. L'applicazione del solo solutore P3P presenta una buona qualità della misura nell'intervallo centrale della prova con errori contenuti entro i +/- 2 gradi. Per angoli nella fascia iniziale da 0 a circa 20 gradi e nella fascia finale da 70 a 90 gradi, l'errore cresce notevolmente indicando una certa instabilità quando il pannello contenente i marker è pressoché frontale alla videocamera. Inoltre, come visibile in diversi grafici, è possibile il verificarsi di errori grossolani in ogni punto della curva. La causa di tali errori è da ricercarsi nella fase di identificazione dei marker dove è possibile il rilevamento errato dei vertici. Questo può essere causato da eccessive distorsioni dei marker o da parziale occlusione degli stessi se non da casi di falsi positivi (outlier). Nel primo metodo, l'ottimizzazione della misura viene eseguita applicando il solutore SVD (Singular Value Decomposition) per la minimizzazione della funzione costo descritta nel capitolo 3. Si può notare come tale ottimizzazione, basandosi al massimo su 8 punti di controllo totale, riduca in generale l'entità di eventuali errori grossolani presenti ma non migliori apprezzabilmente la dispersione della misura.

Entrambi gli aspetti critici riscontrabili nella metodologia 1, vengono risolti utilizzando la seconda strategia di calcolo. Nella metodologia 2 il solutore P3P viene inserito in uno schema RANSAC che sfrutta tutti i punti di controllo disponibili per calcolare la matrice di rotazione migliore. Il set di 8 marker quadrati mette a disposizione un massimo di 32 punti di controllo. In questo modo soluzioni condizionate da falsi positivi o marker eccessivamente distorti vengono escluse dal calcolo evitando l'insorgere di errori grossolani. Per lo stesso principio, il RANSAC migliora anche la curva nelle zone iniziali e finali. La soluzione così ottenuta diventa la soluzione iniziale per il metodo non lineare iterativo. Come visibile nei grafici, in particolare in quelli che riportano l'errore in funzione dell'angolo imposto, il metodo non lineare determina un sostanziale miglioramento della soluzione anche alla distanza massima testata.

Prestazione del solutore non lineare in funzione della distanza

Selezionando la metodologia 2 come quella che genera la migliore accuratezza della misura, si riportano in un unico grafico le curve di calibrazione ottenute a distanze diverse.

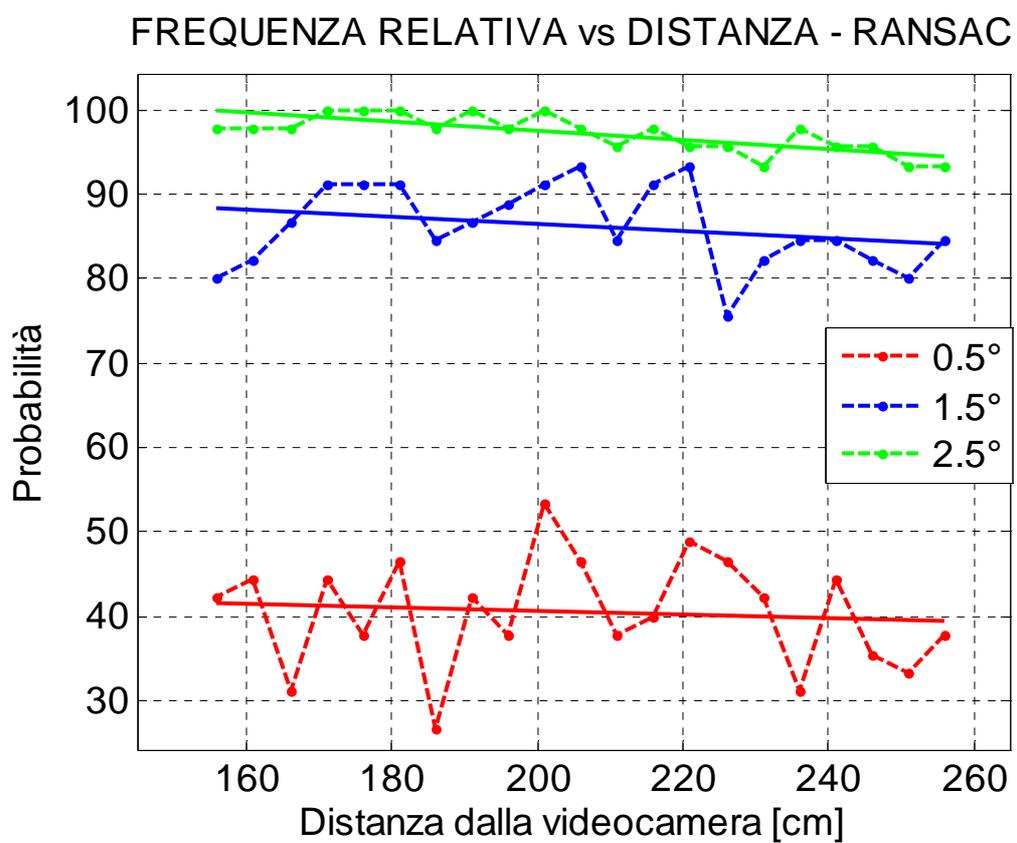
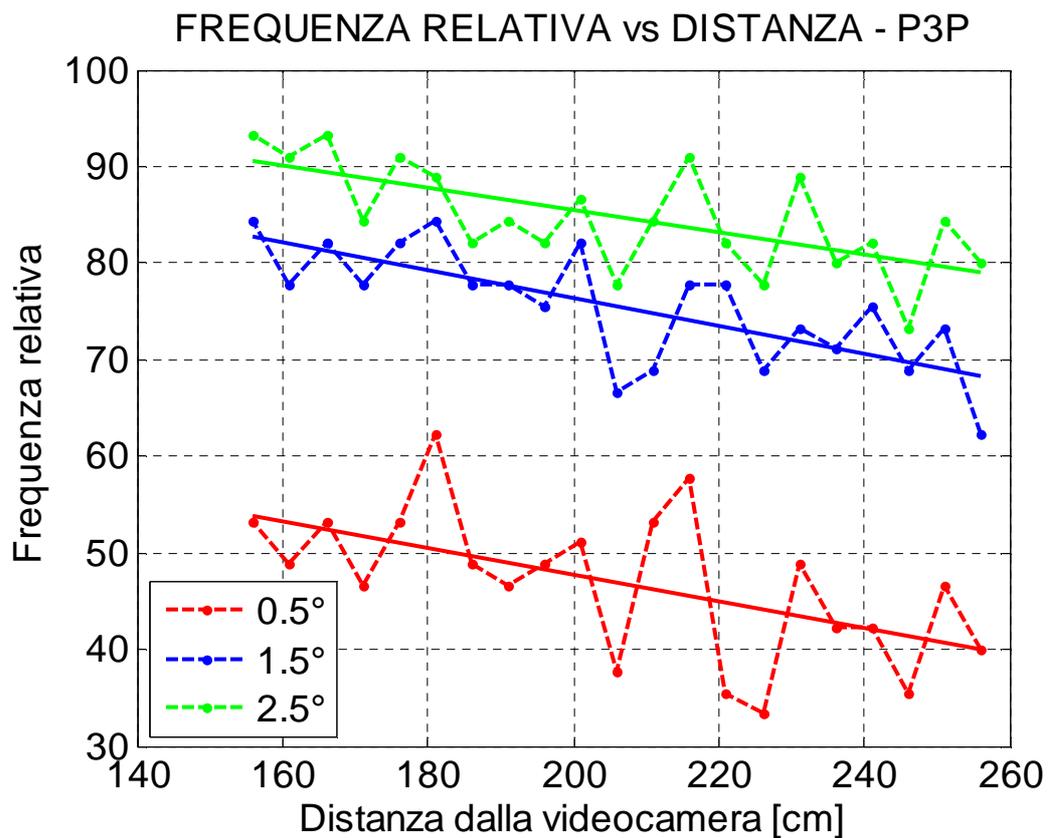


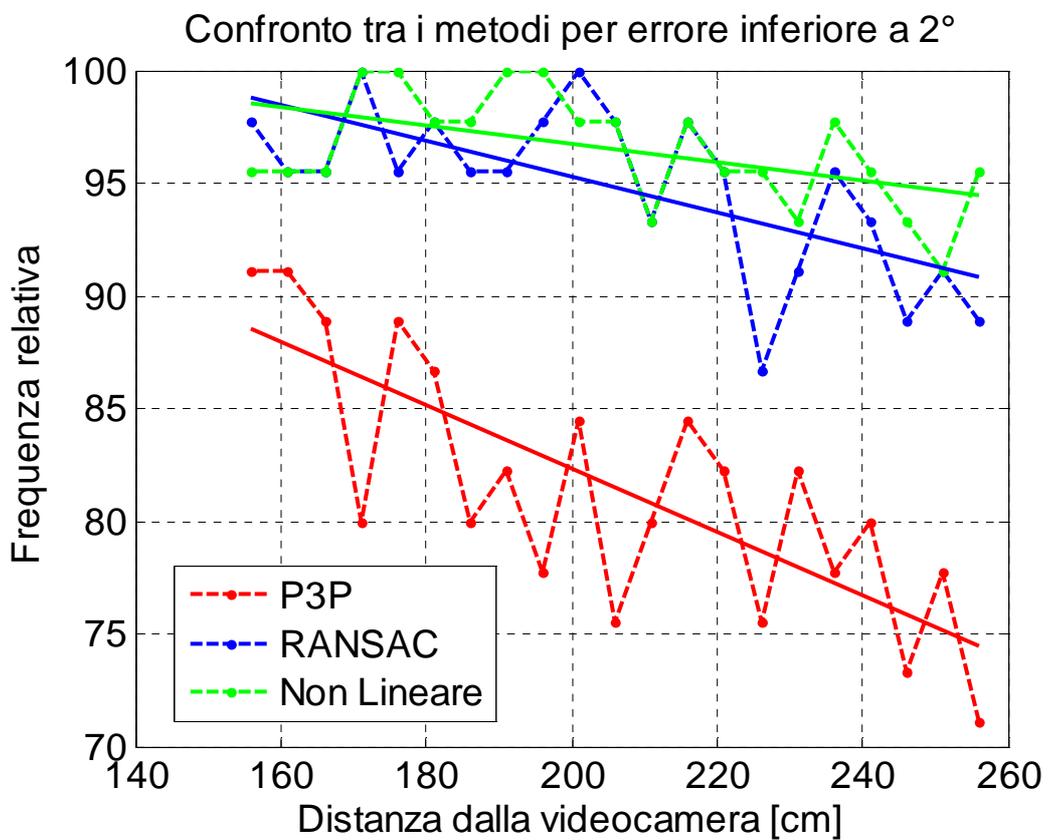
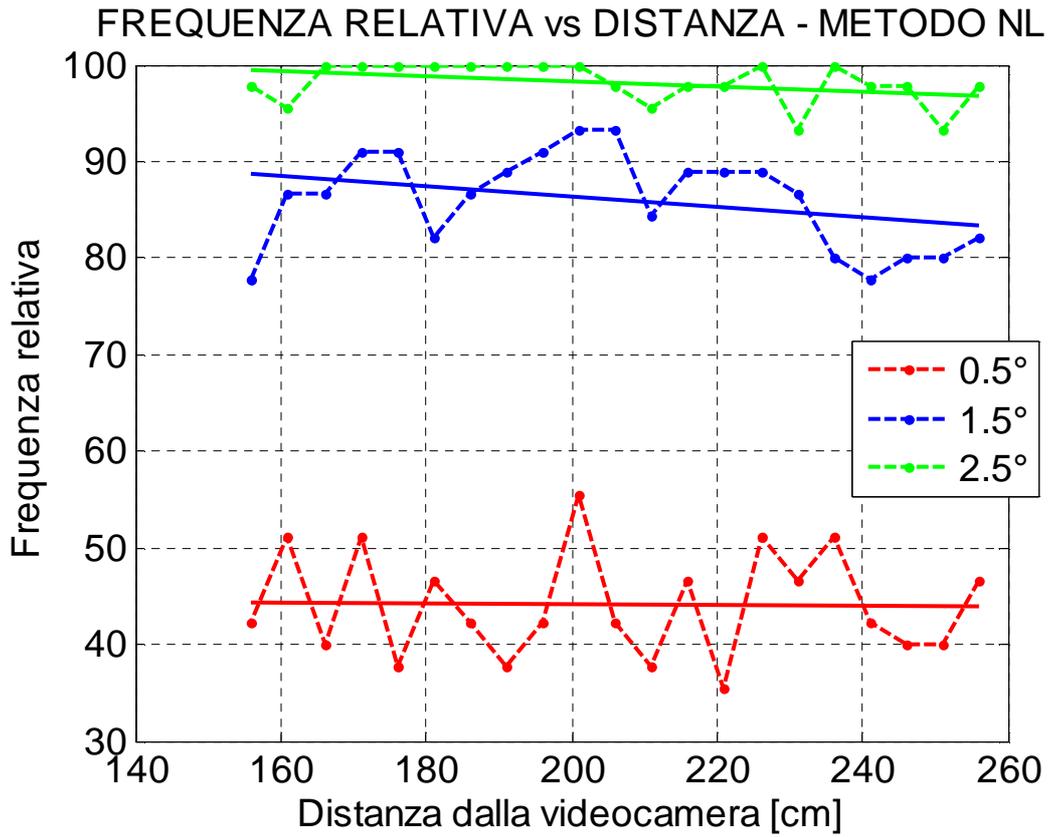


Come previsto, si può notare come la misura dell'angolo sia complessivamente migliore per la curva corrispondente alla distanza 175 cm. Per quella più lontana invece si riscontra che 3 rilevazioni nella parte iniziale riportano errori grossolani sui quali ne il RANSAC ne l'ottimizzatore non-lineare non sono riusciti a intervenire.

Affidabilità del sistema nella misura dell'assetto

La procedura di test consente di stimare sperimentalmente l'errore di misura in funzione della distanza dalla videocamera. Si dispone di 25 prove rotazionali eseguite a distanze gradualmente decrescenti e delle quali si conosce l'errore sull'angolo di yaw per ogni angolazione. Indipendentemente dall'angolo di yaw, per ogni prova si può procedere a contare gli errori inferiori a determinati livelli di soglia. Per esempio, impostando una soglia di 2 gradi si ottiene un numero che riporta quante misurazioni dell'angolo di yaw sulle totali 45 presentano un errore inferiore a tale limite. Ripetendo tale conteggio per ogni prova si giunge ad ottenere i grafici seguenti che riassumono in modo efficace i test sulla misura d'assetto.





I primi tre grafici illustrano per ogni metodo di calcolo la frequenza relativa o probabilità stimata in funzione della distanza. Osservando quello inerente al metodo P3P si nota come la probabilità stimata che l'errore sia inferiore a 0.5 gradi diminuisce dal 50 al 30 per cento all'aumentare della distanza da 160 a 250 centimetri. Un andamento decrescente si riscontra anche per le curve relative alle soglie 1.5 e 2.5 gradi. Come si può prevedere, questi grafici dimostrano come la qualità della misura diminuisca al crescere della distanza. Operando un confronto tra i tre metodi si nota che, mentre la soglia relativa a 0.5 è pressoché simile, una notevole differenza si riscontra per le altre due. La soglia a 2° può essere intesa come un indicatore dell'affidabilità della metodologia di calcolo se si considerano grossolani gli errori oltre questa soglia. Infatti osservando l'ultimo grafico si nota come il solutore non lineare determini che l'errore si mantenga nel 95 per cento dei casi inferiore a 2 gradi per tutti il raggio operativo testato (da 0° a 90°). Di conseguenza la probabilità di soluzioni fortemente condizionate da errori è molto ridotta e come visibile dalle curve di calibrazione limitata alle sole zone di estremità.

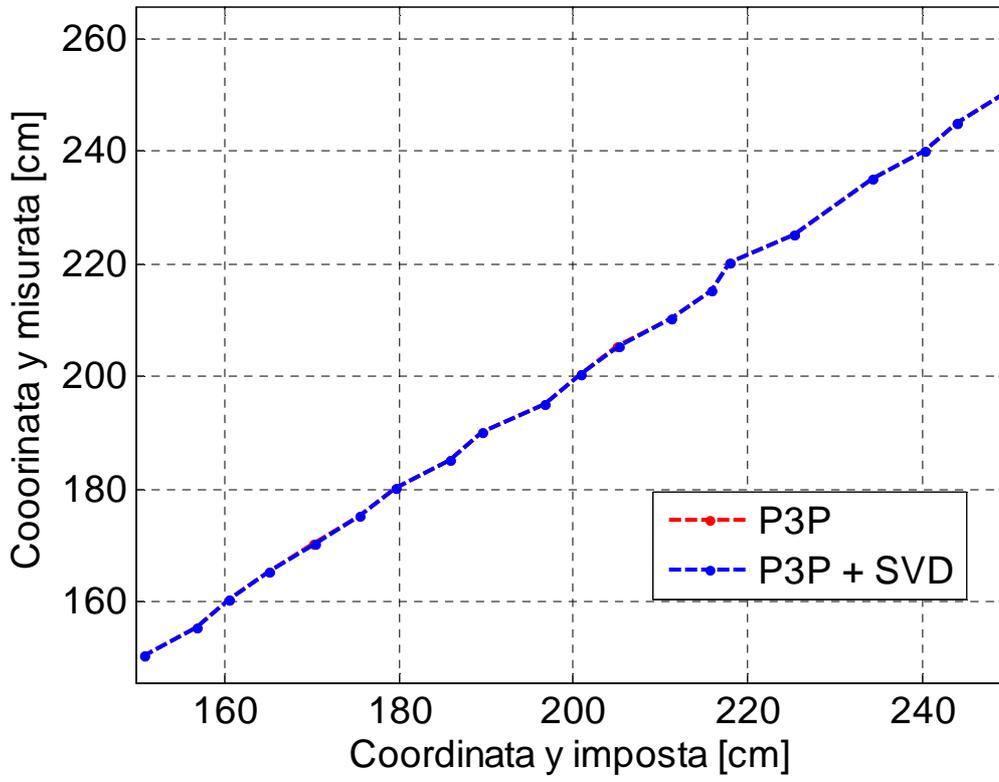
Test di traslazione

Nella singola prova di traslazione, il simulatore viene progressivamente avvicinato alla telecamera lungo la guida lineare per passi di 5 centimetri. L'assetto rimane costante durante l'intero arco della prova. Si ottengono di fatto 45 prove di traslazione, ognuna associata ad una diversa angolazione del mock-up. Si rende in tal modo possibile valutare se e come l'angolazione condiziona la qualità della misura di posizione.

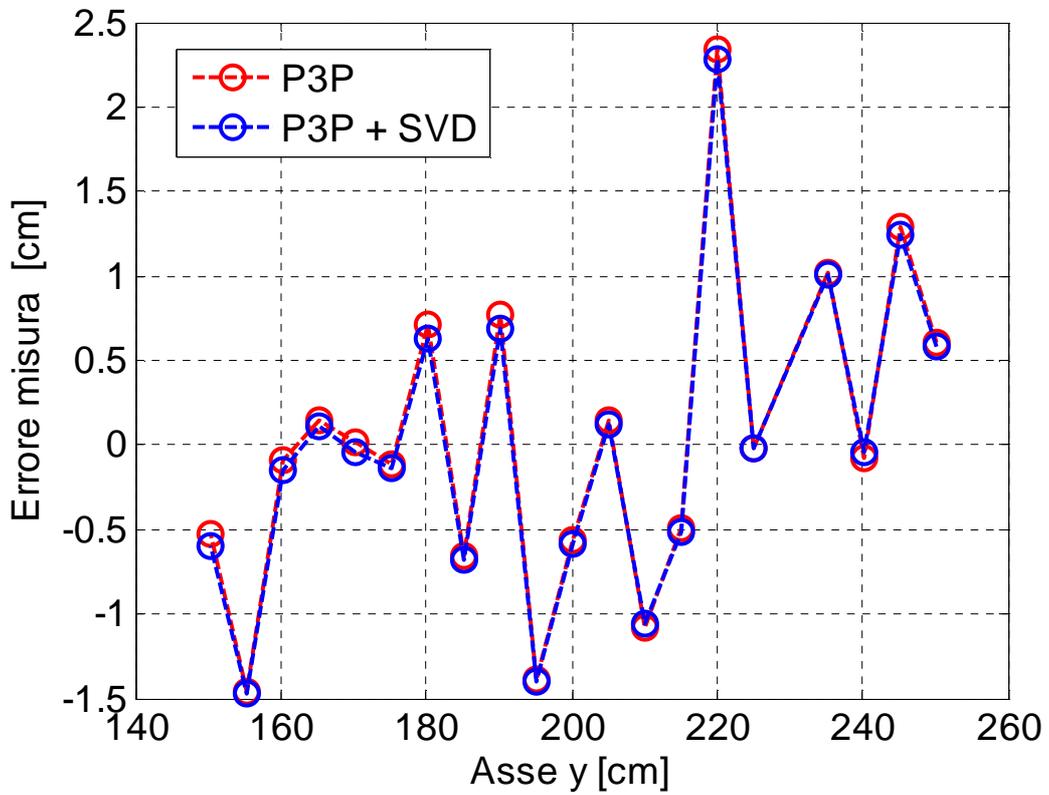
Di seguito vengono esposti i risultati ottenuti in cinque di queste prove. I risultati vengono espressi tramite curve di calibrazione in cui la distanza imposta viene associata a quella misurata. Per distanza si intende la coordinata y dell'origine del riferimento satellite target rispetto al riferimento fisso. Nell'interpretazione dei risultati si tiene conto della presenza di un errore costruttivo del set-up sperimentale che determina un disallineamento tra asse ottico e coordinata y. Tale errore risulta nell'ordine del millimetro e non pregiudica la veridicità del test.

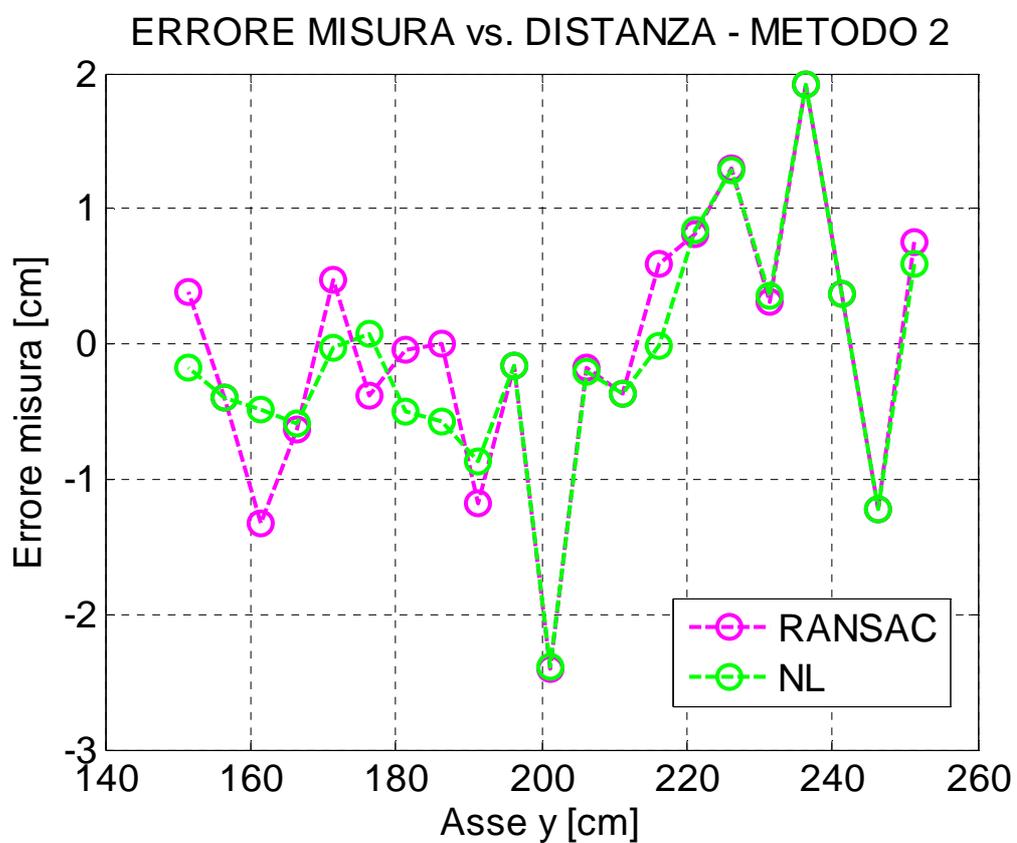
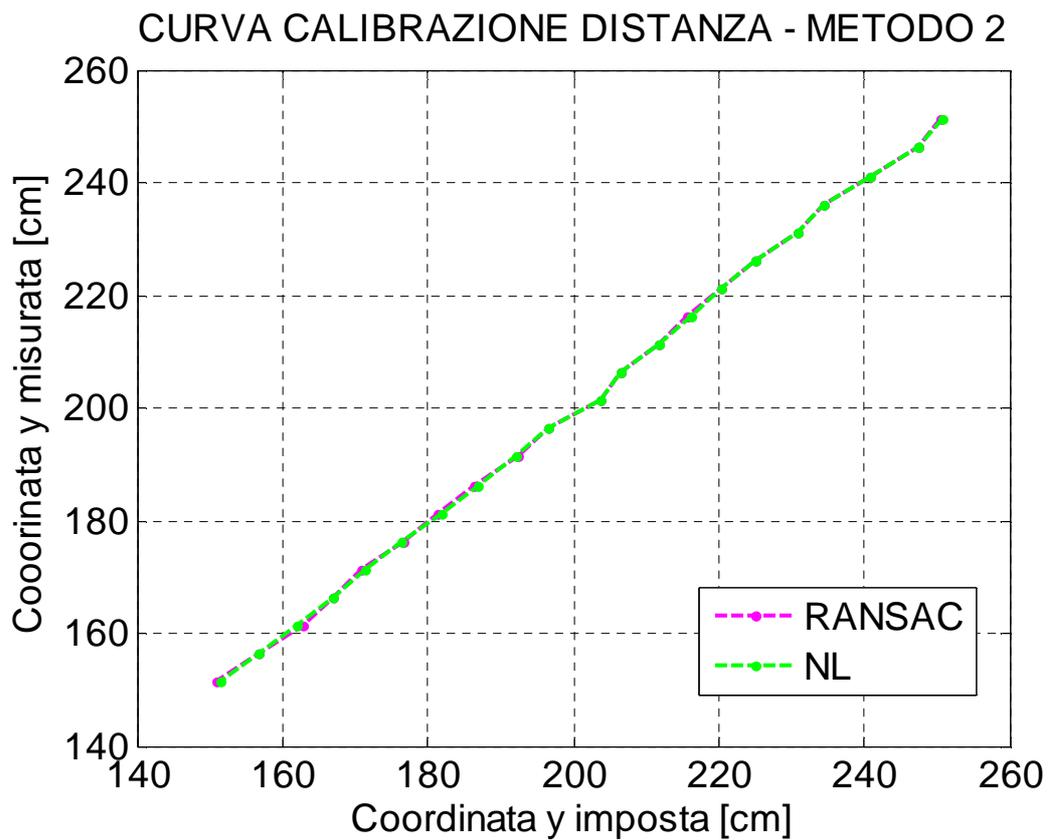
Traslazione lineare per angolazione di 11°

CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



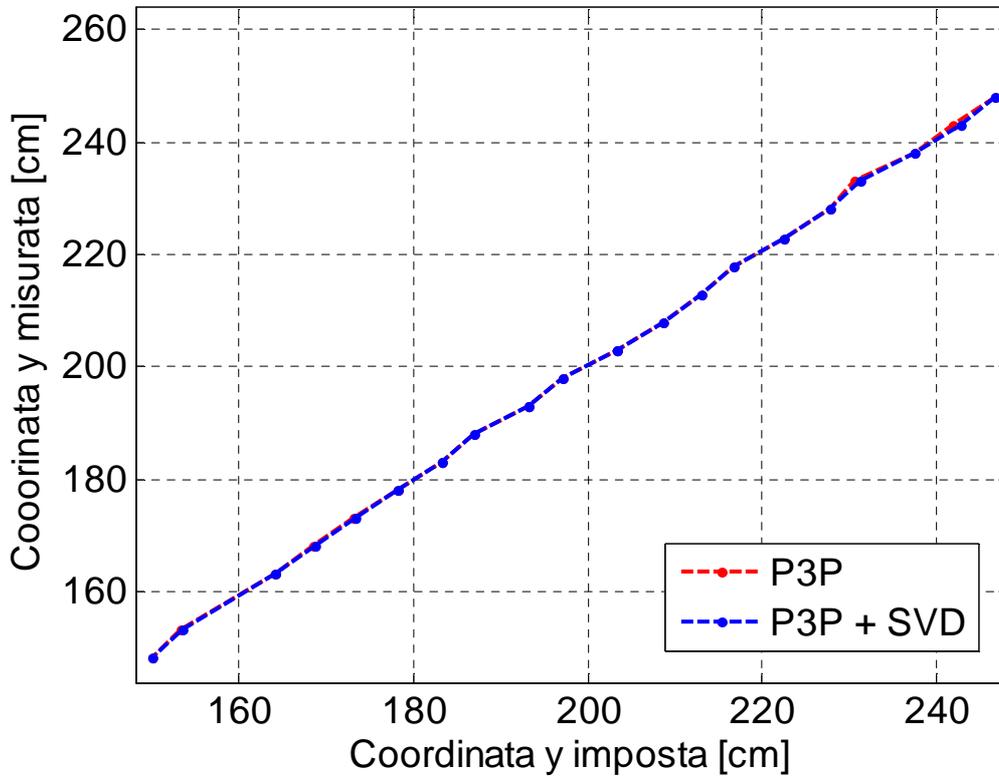
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



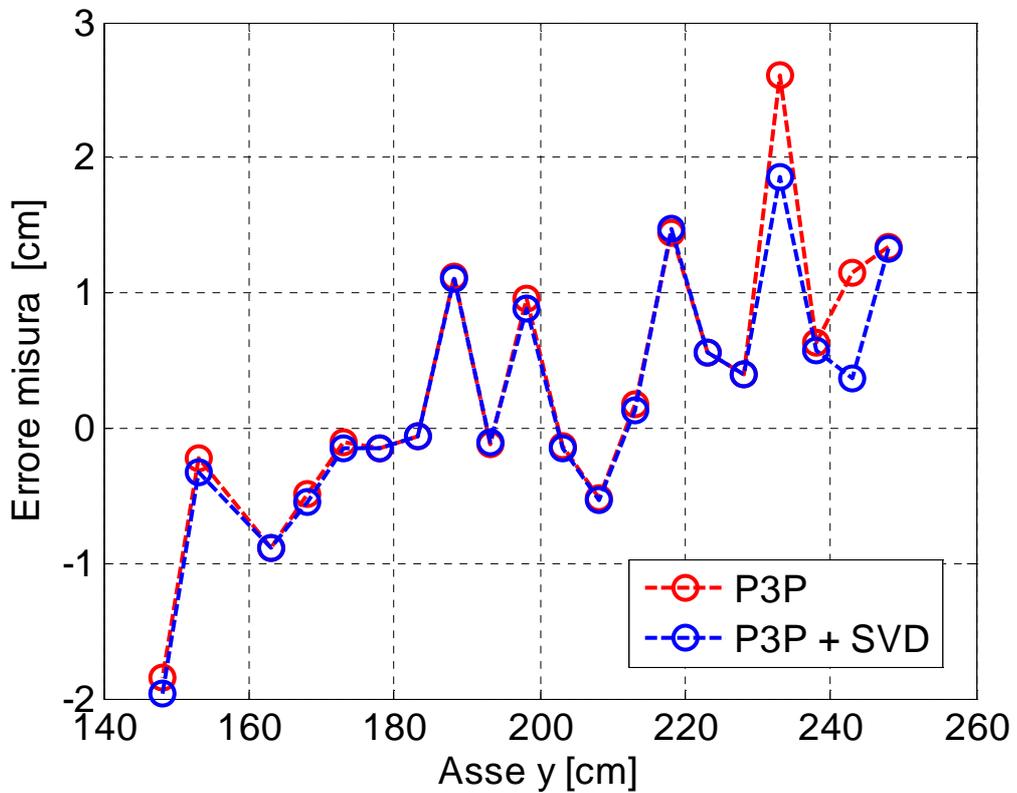


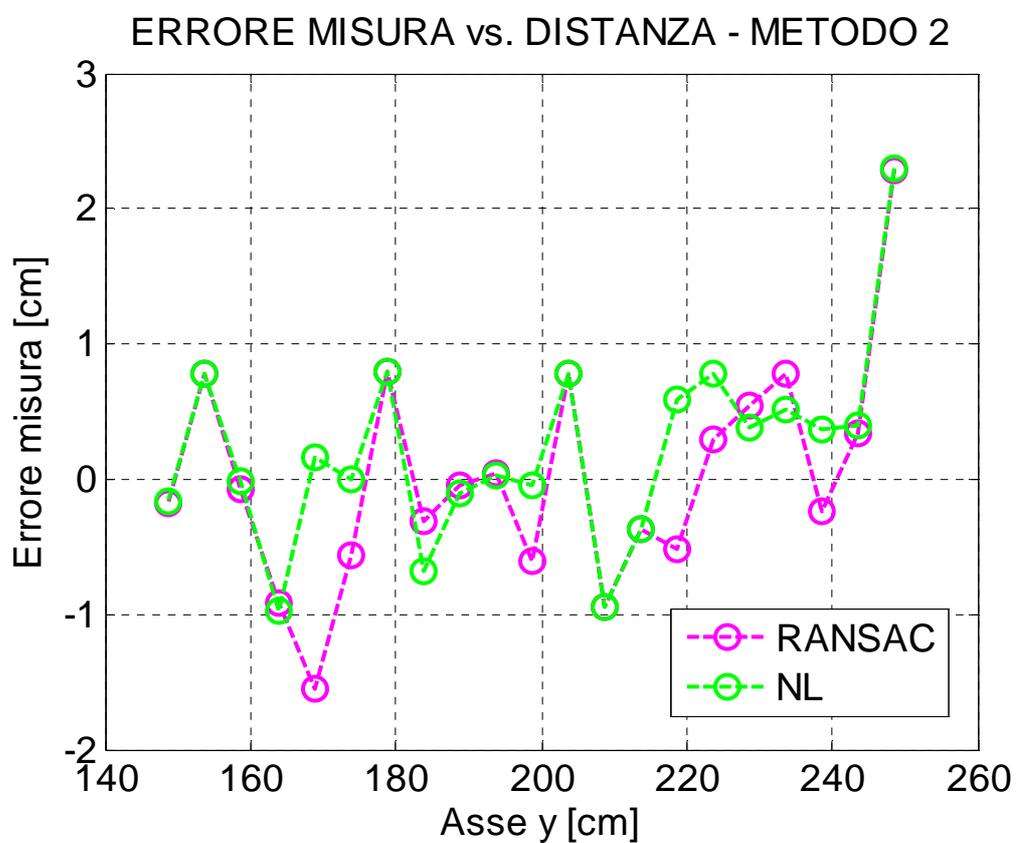
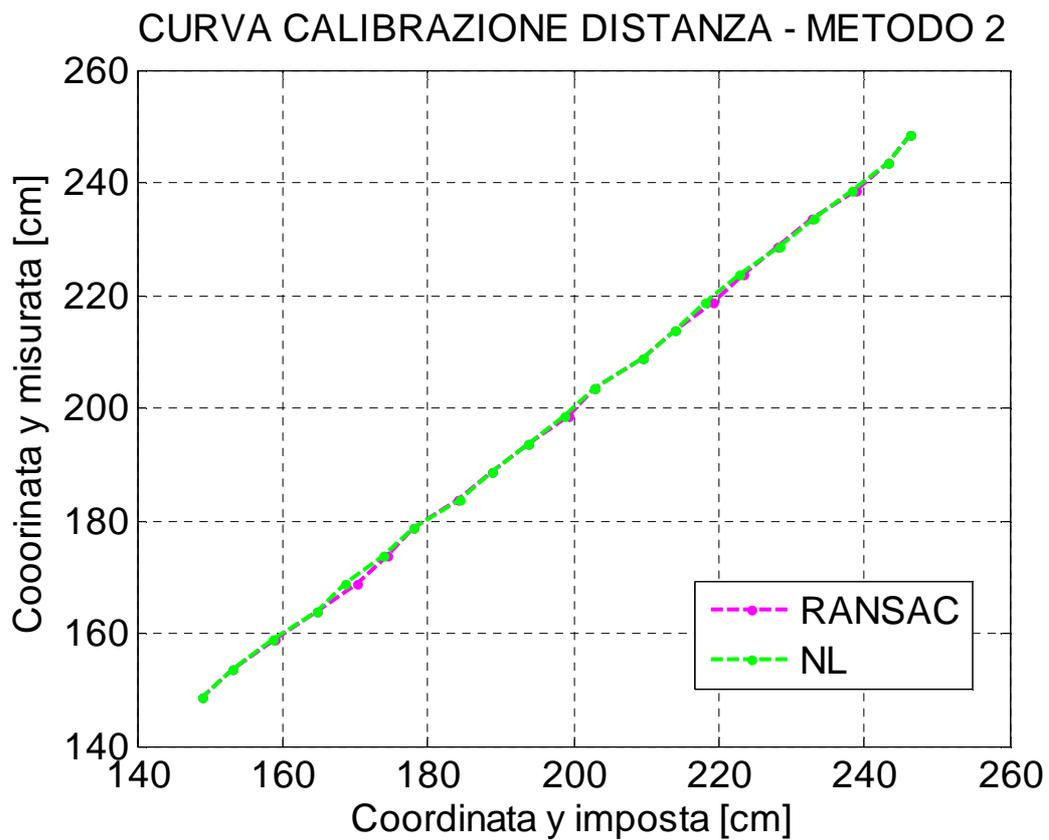
Traslazione lineare per angolazione di 31°

CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



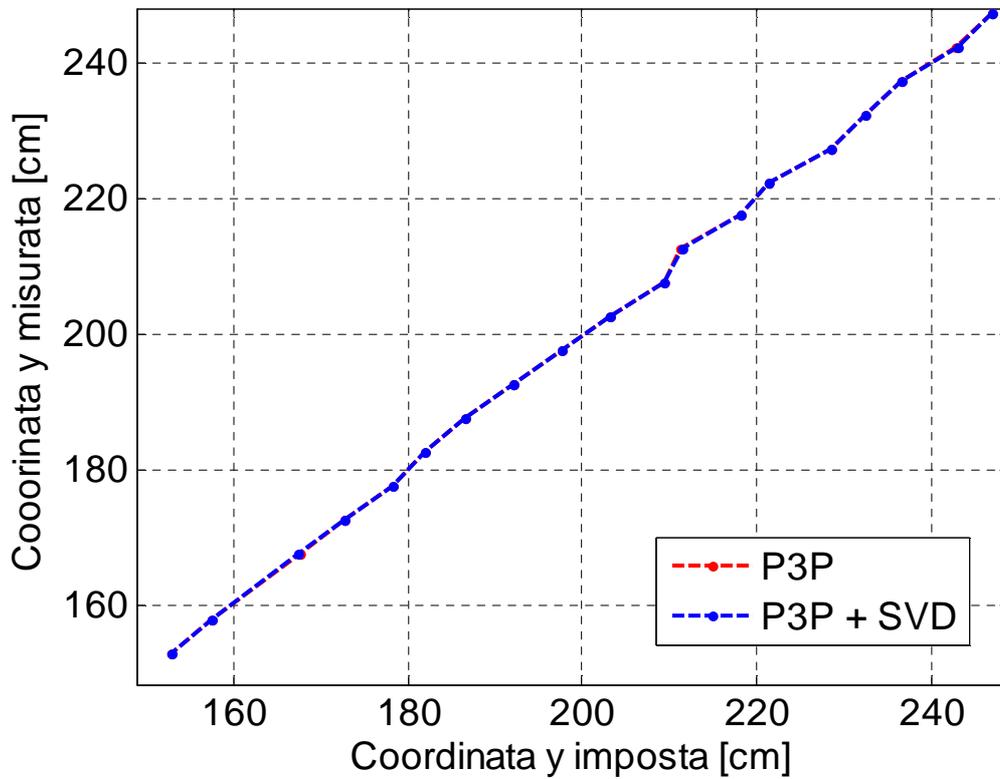
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



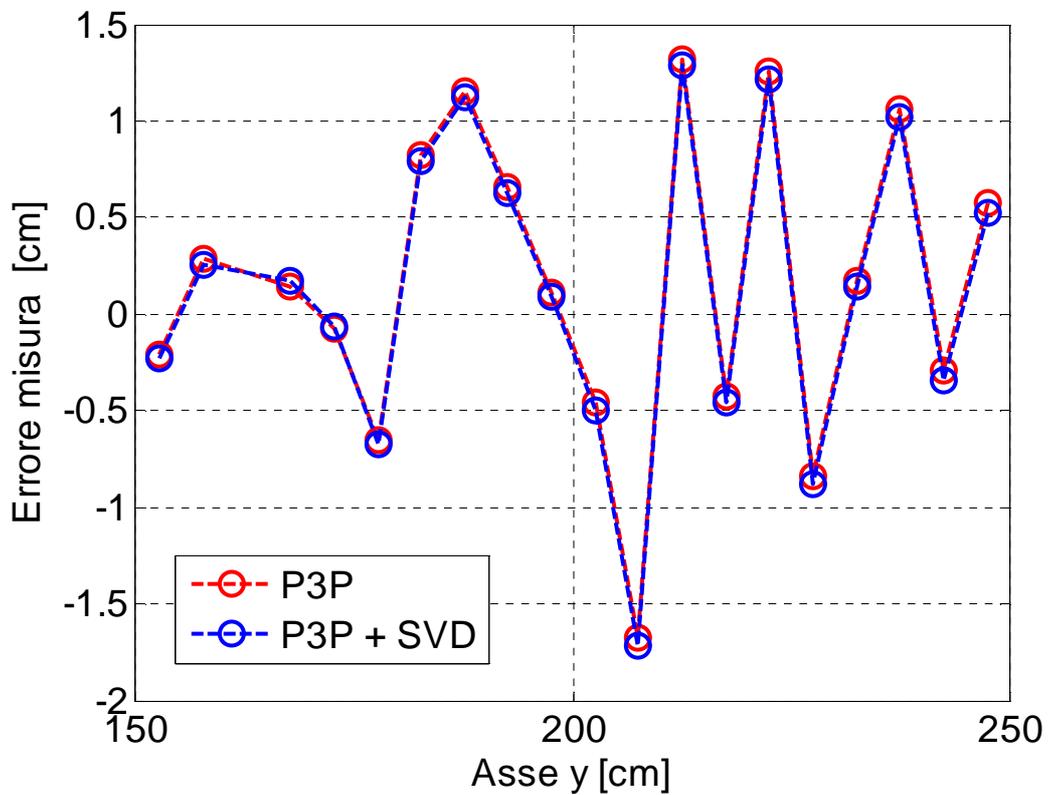


Traslazione lineare per angolazione di 51°

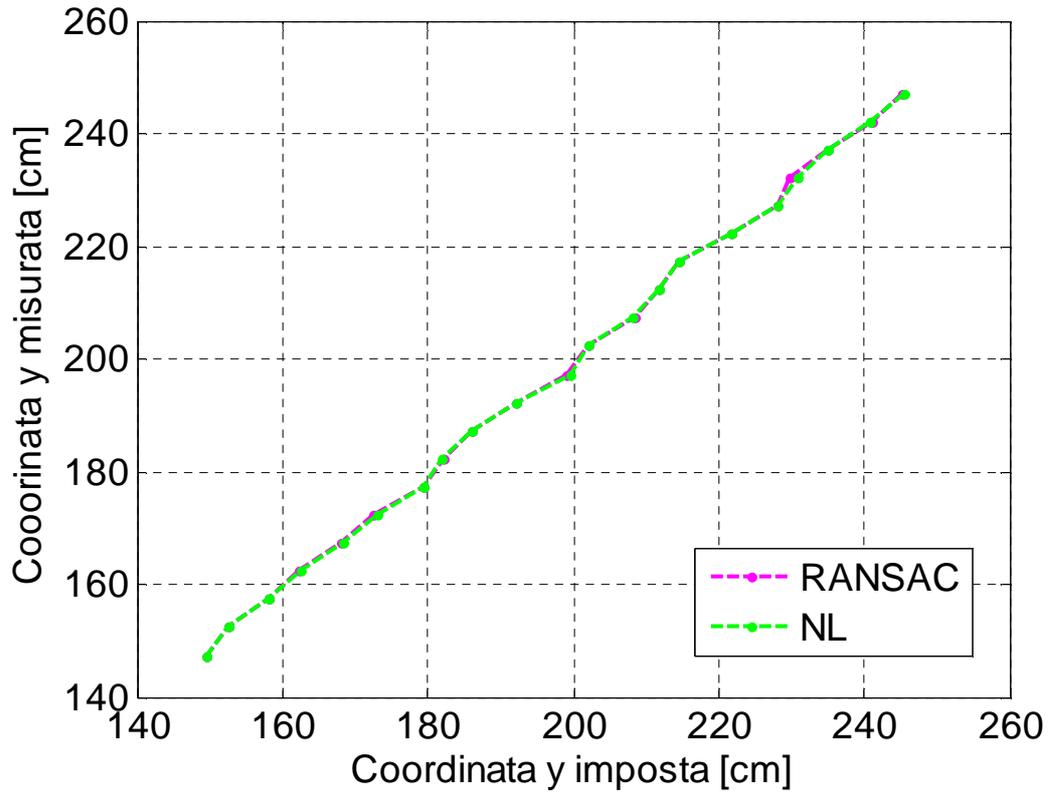
CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



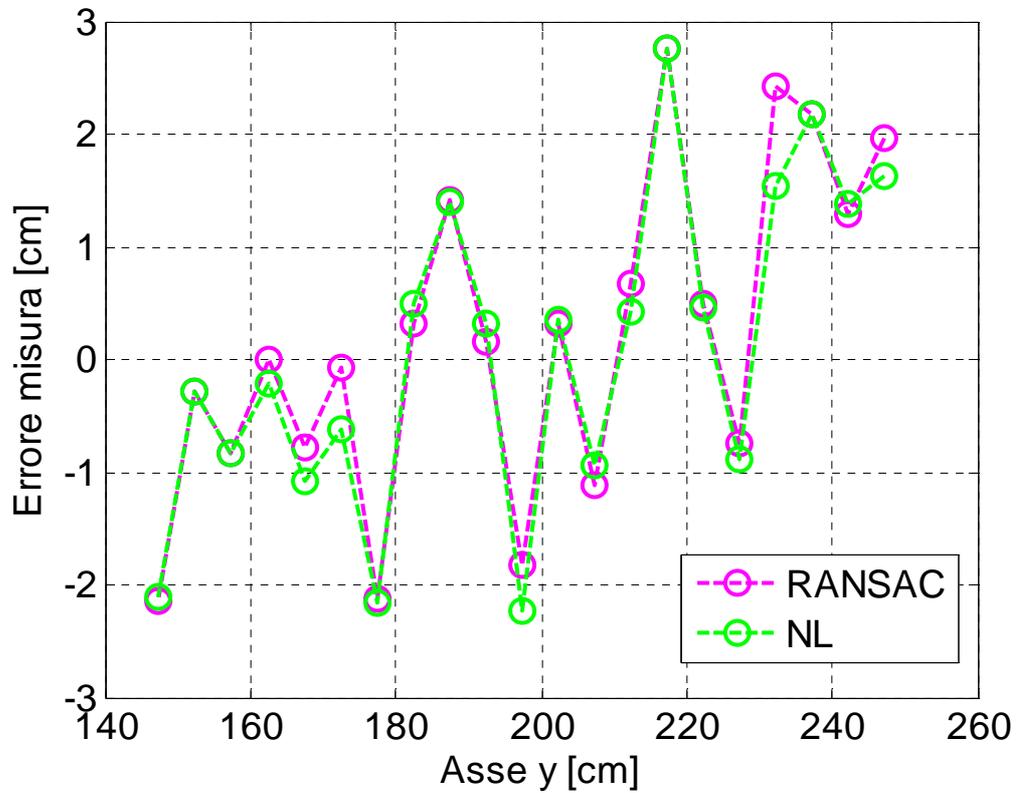
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 2

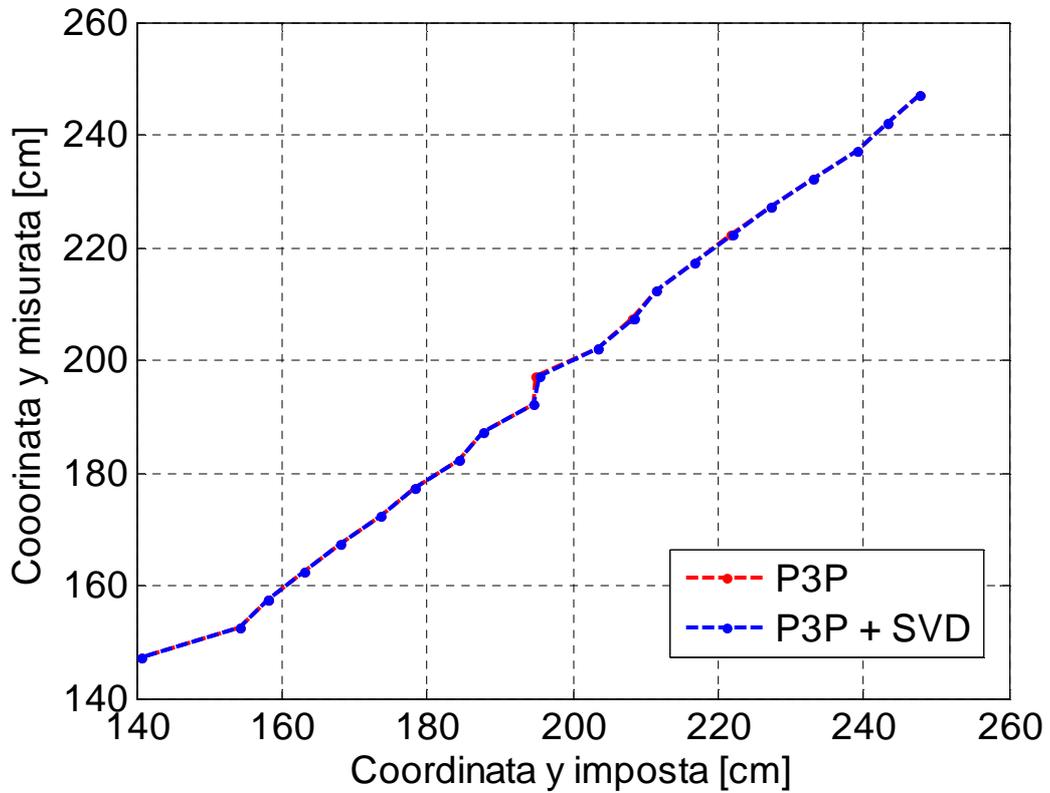


ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 2

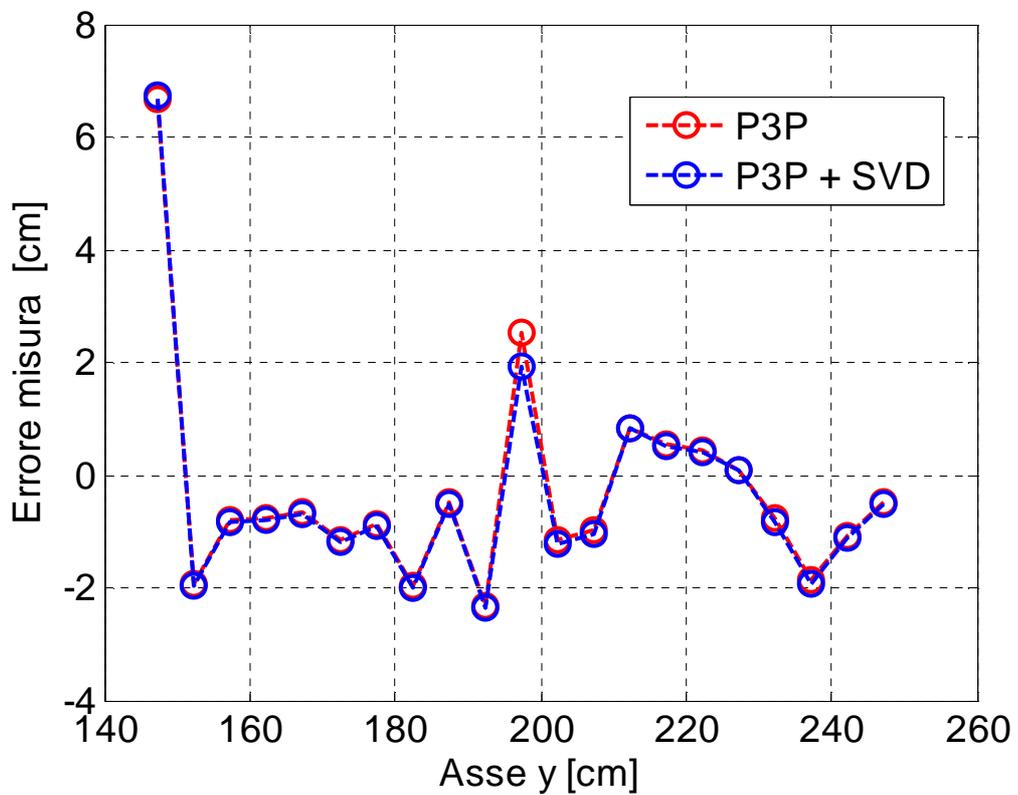


Traslazione lineare per angolazione di 71°

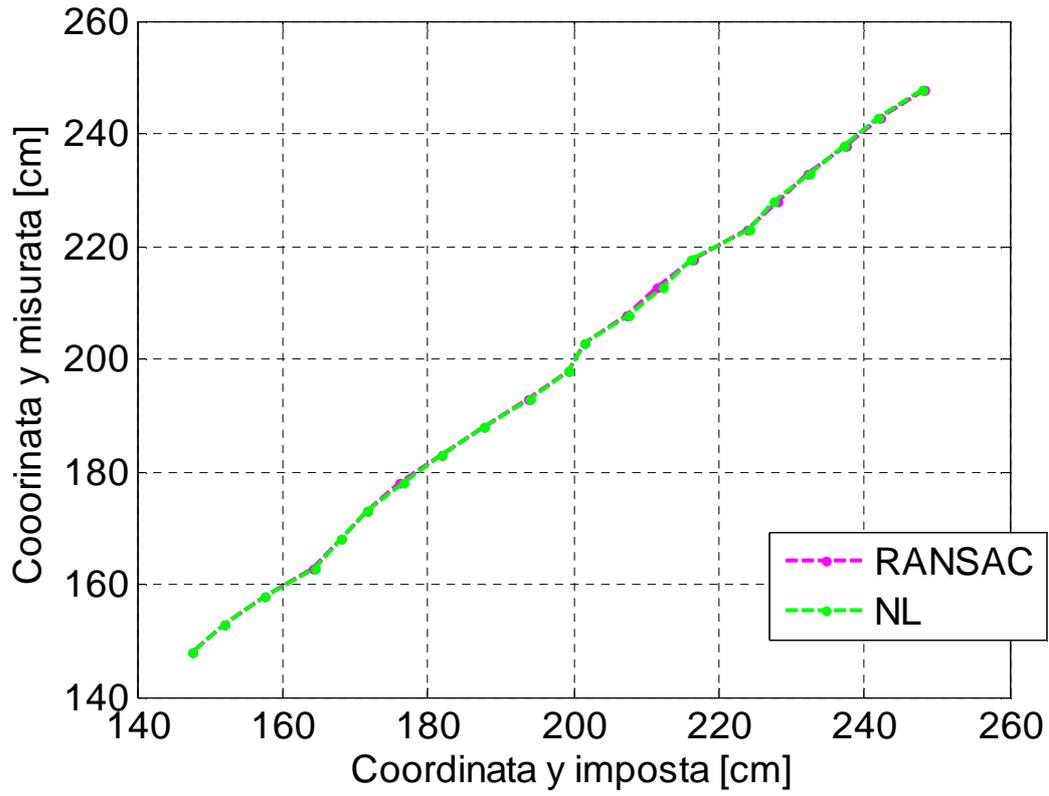
CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



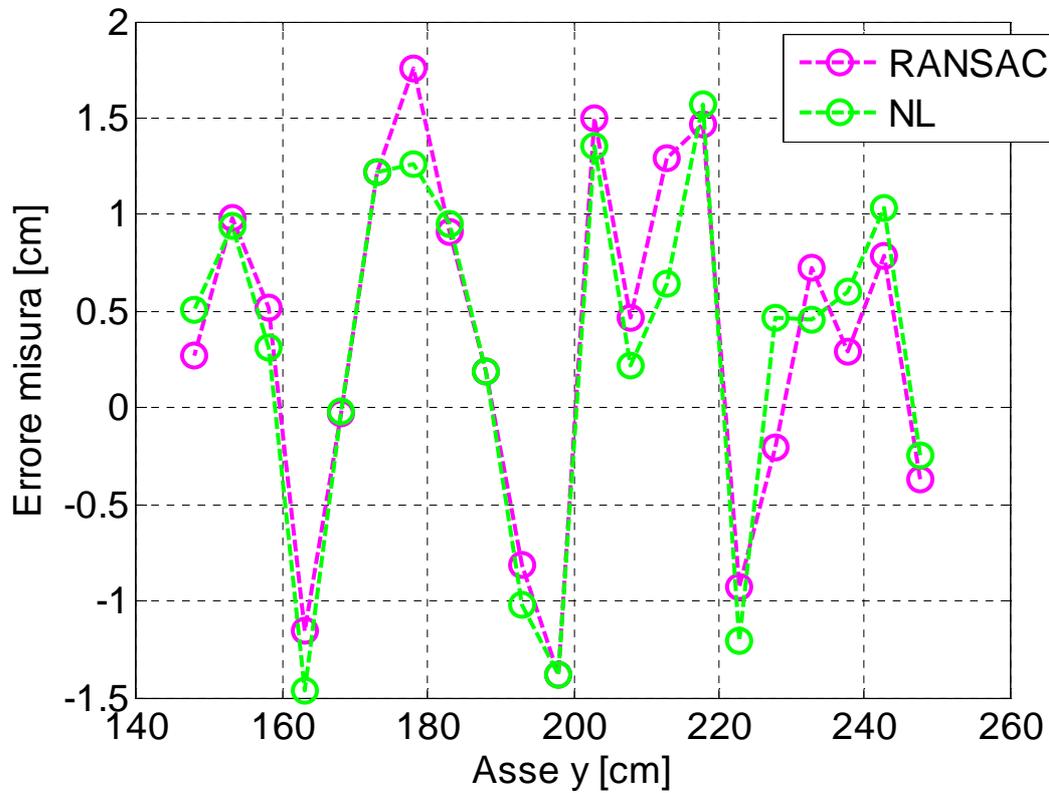
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 2

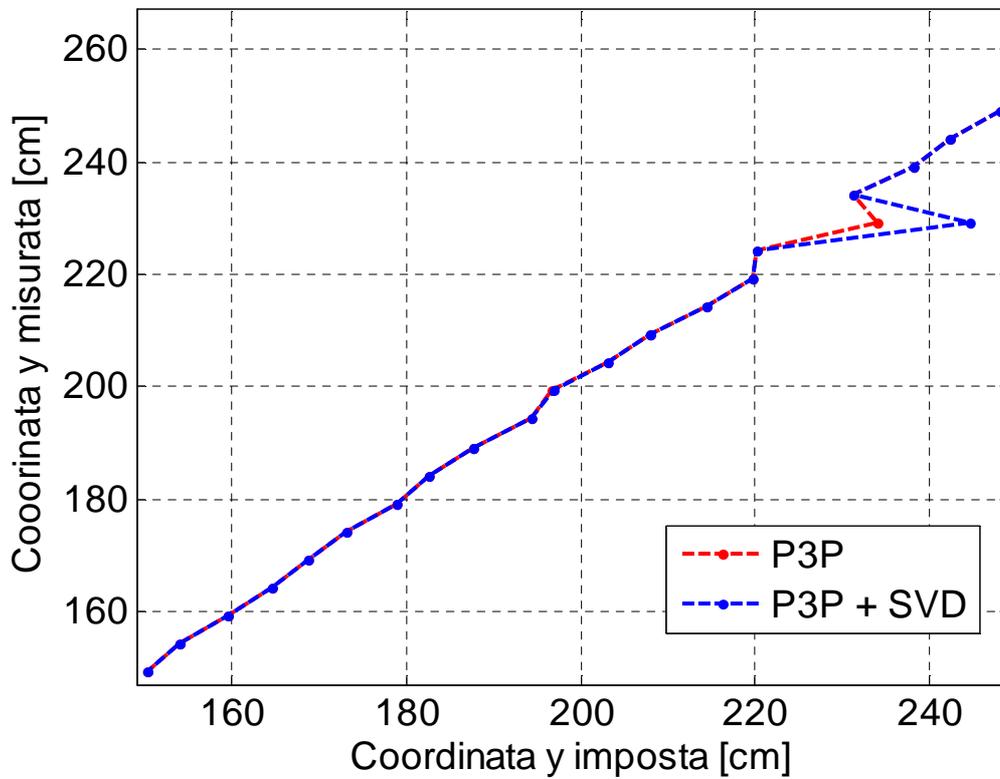


ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 2

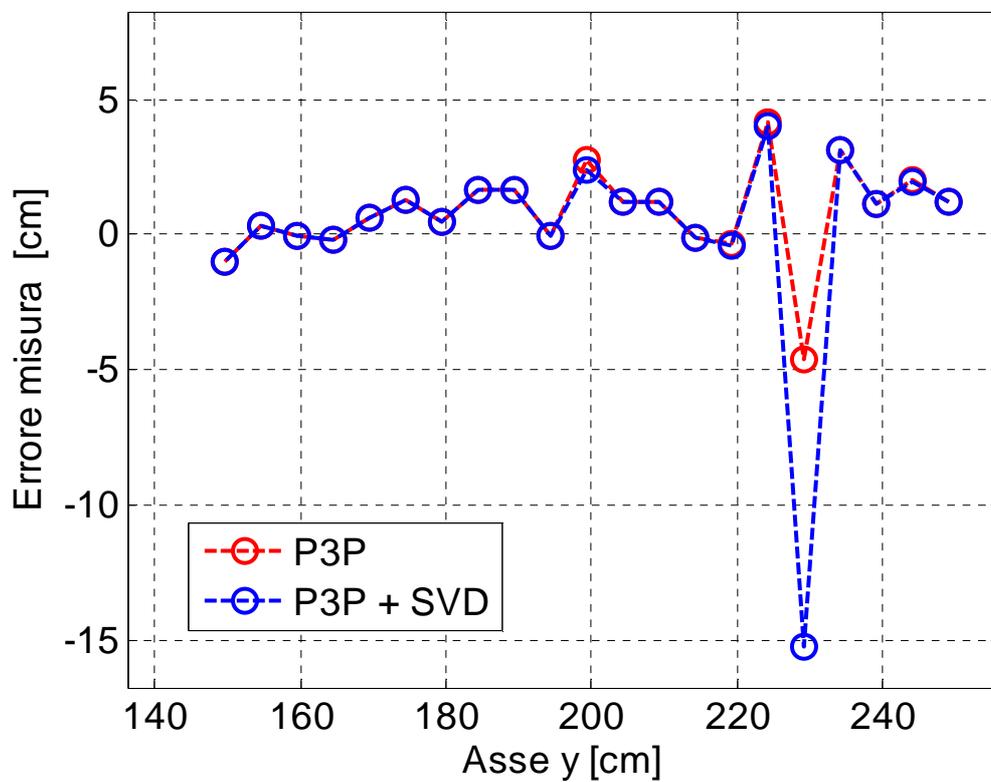


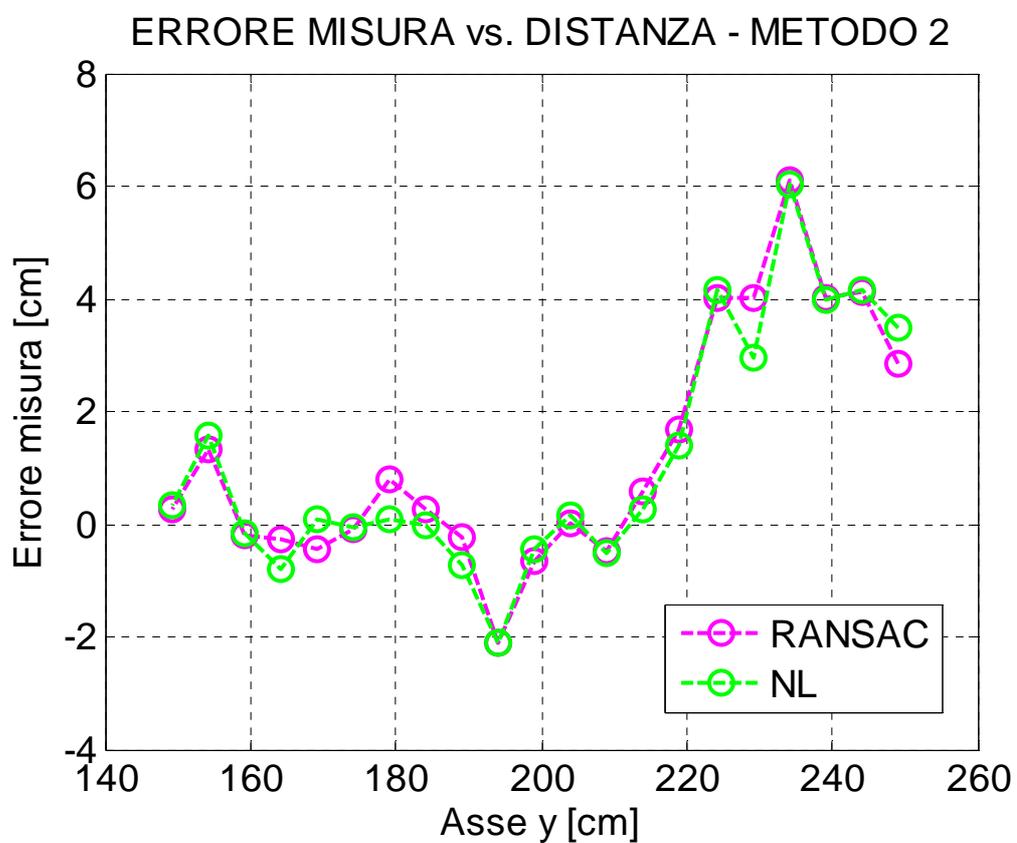
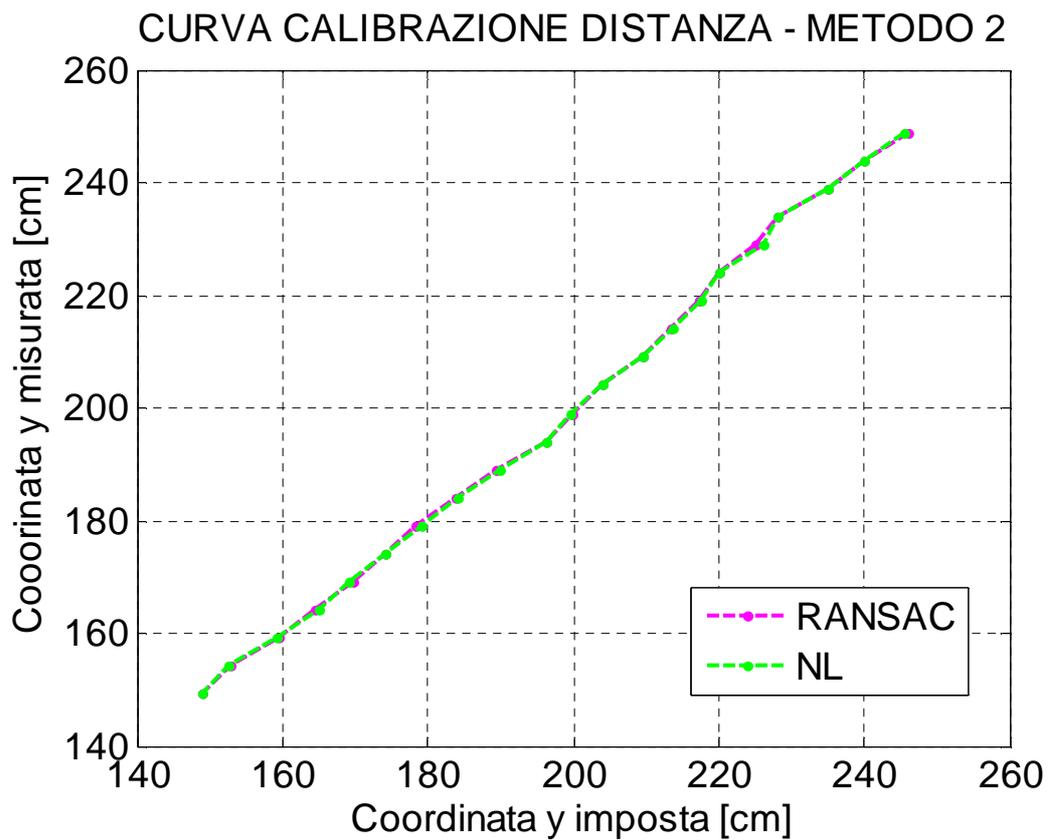
Traslazione lineare per angolazione di 81°

CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



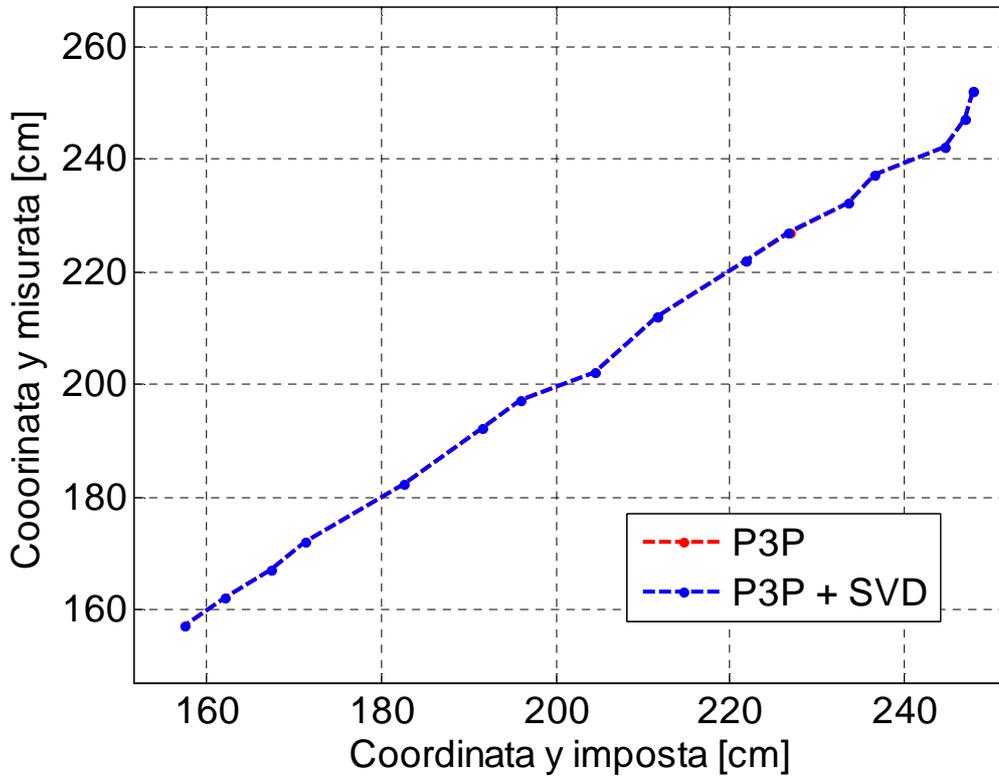
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



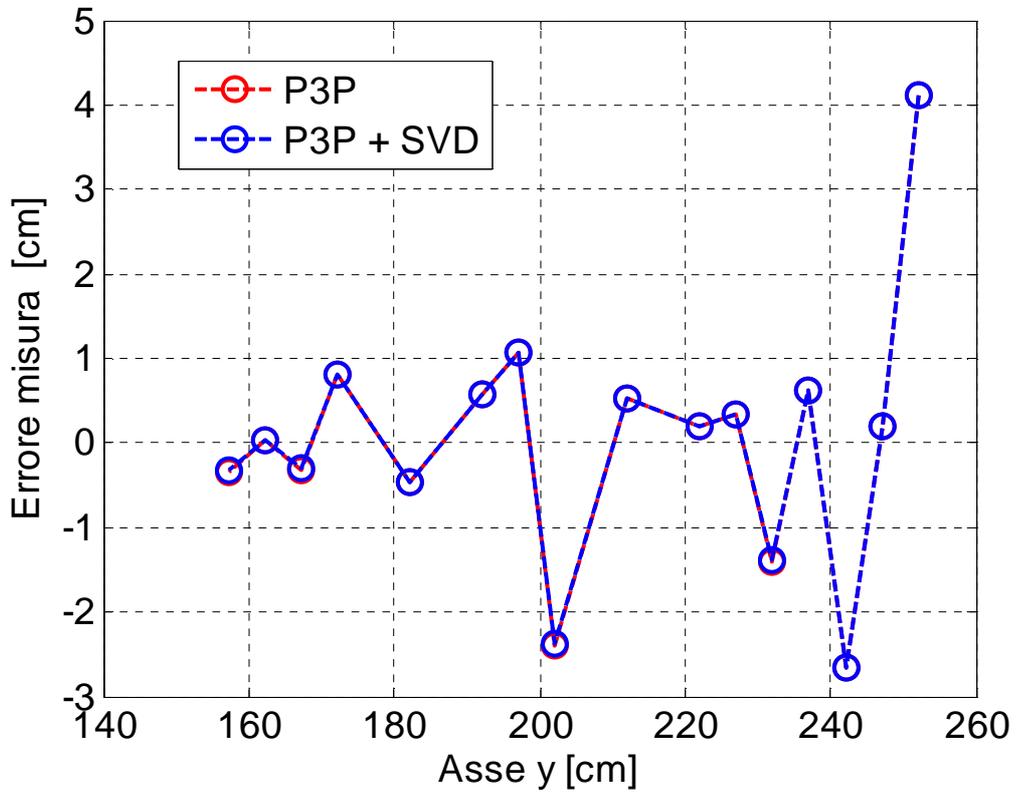


Traslazione lineare per angolazione di 91°

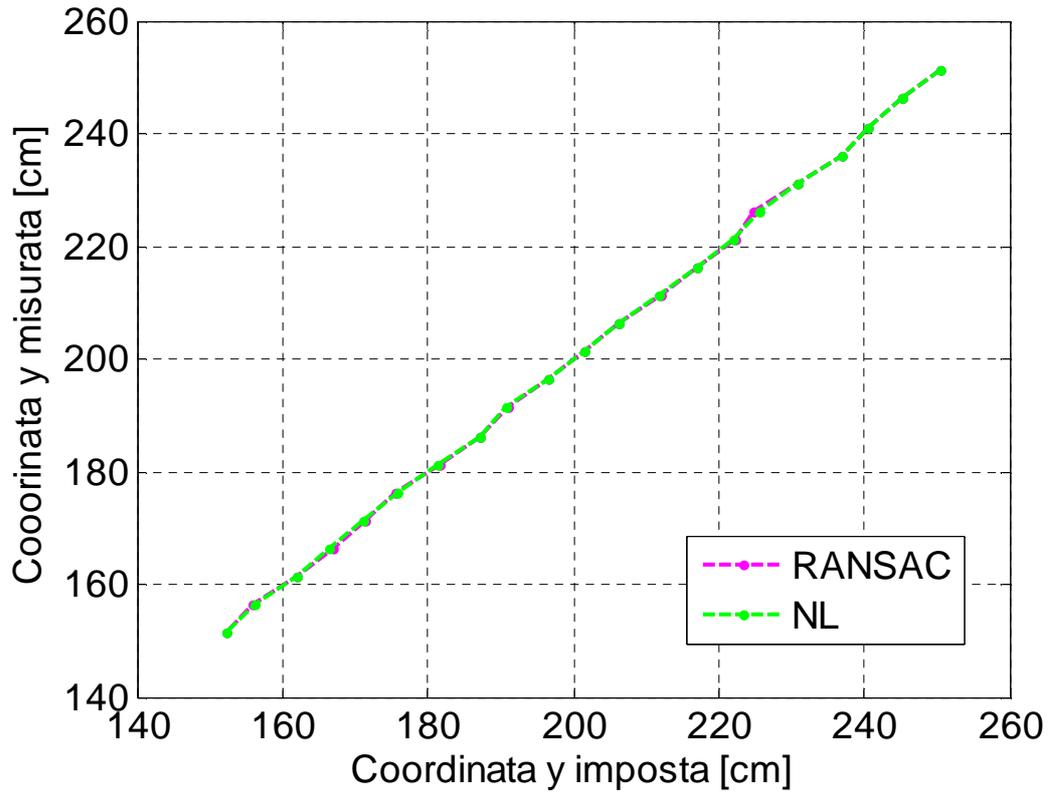
CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 1



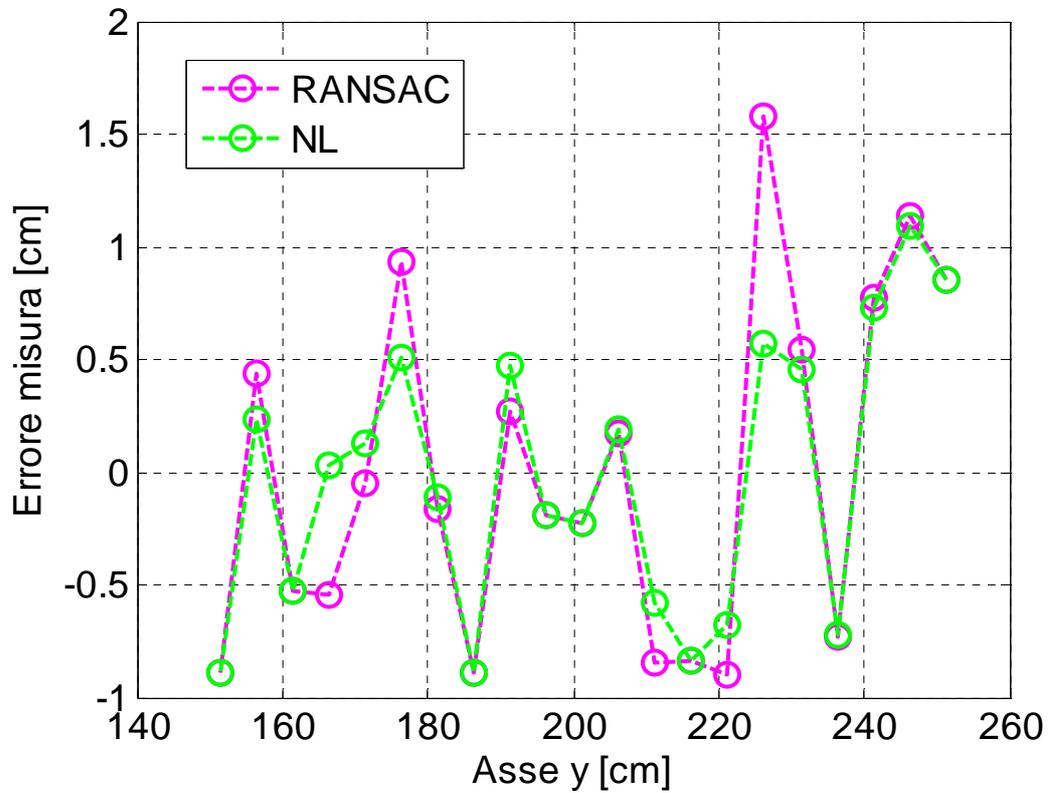
ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 1



CURVA CALIBRAZIONE DISTANZA - METODO 2



ERRORE MISURA vs. DISTANZA - METODO 2



Considerazioni sul test di traslazione

Dai grafici precedenti risulta agevole verificare la dispersione nella misura di distanza. In generale, entrambi gli schemi computazionali presentano il medesimo grado di qualità della misura sebbene è da evidenziare come la procedura RANSAC sia anche in questo caso efficace nel correggere gli errori grossolani causati da outlier. Questi ultimi sono riconoscibili nelle curve di calibrazione come picchi che allontanano localmente la curva dalla bisettrice. Confrontando le curve ottenute per diverse angolazioni del mock-up non si riscontrano intervalli angolari in cui il sistema presenta maggiore precisione. Si può dunque affermare che la misura di distanza è meno sensibile all'errore di risoluzione rispetto la misura d'assetto. Tale constatazione è in accordo con lo studio eseguito da Kneip in merito al solutore P3P [12]

In definitiva, considerando l'intera ampiezza del test da 140 a 255 centimetri, si constata come l'errore sia contenuto entro i 2 centimetri nella quasi totalità dei casi.

Stima del disallineamento laterale

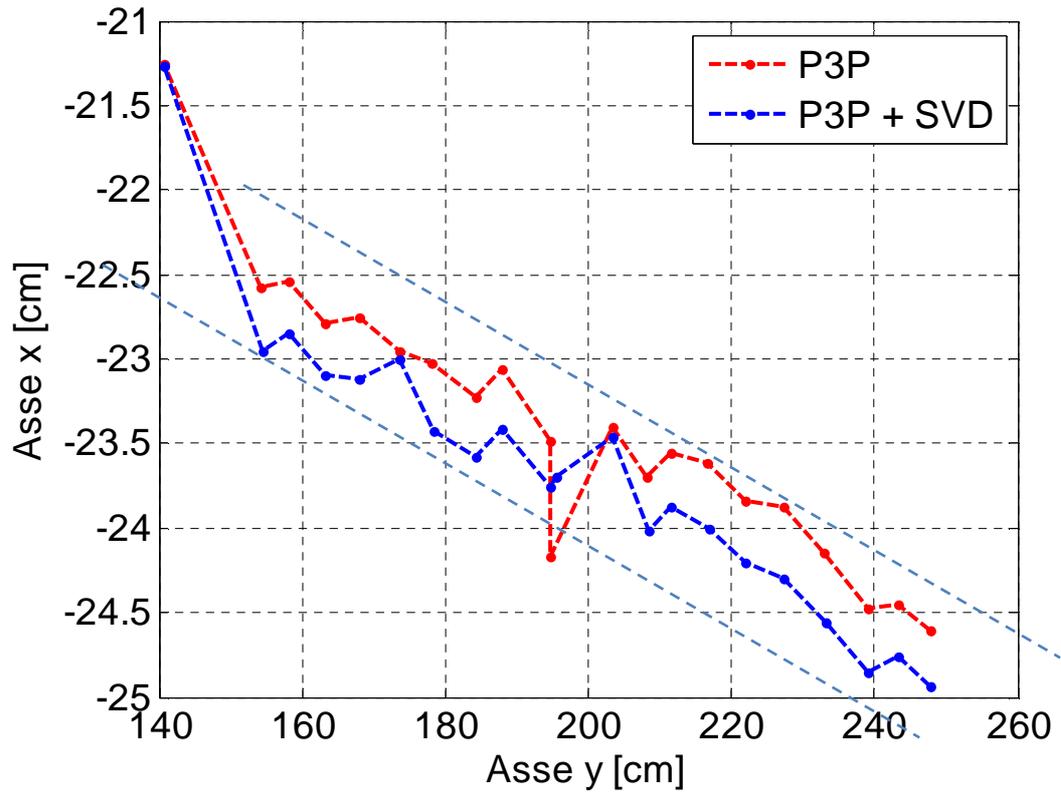
Di seguito vengono riproposte a titolo qualitativo le posizioni assunte dal simulatore in un test di traslazione. I grafici fanno riferimento ad una angolazione di 71° e propongono la vista dall'alto del percorso del satellite per entrambi gli schemi computazionali.

Idealmente esso dovrebbe seguire una linea retta coincidente con quella definita della guida lineare nella spazio. Si nota innanzitutto dai grafici l'entità dell'errore costruttivo che se descritto come disallineamento tra asse di vista e asse della guida si può stimare inferiore ai 2 gradi. Esso comporta comunque un errore nell'ordine del millimetro nella misura di distanza.

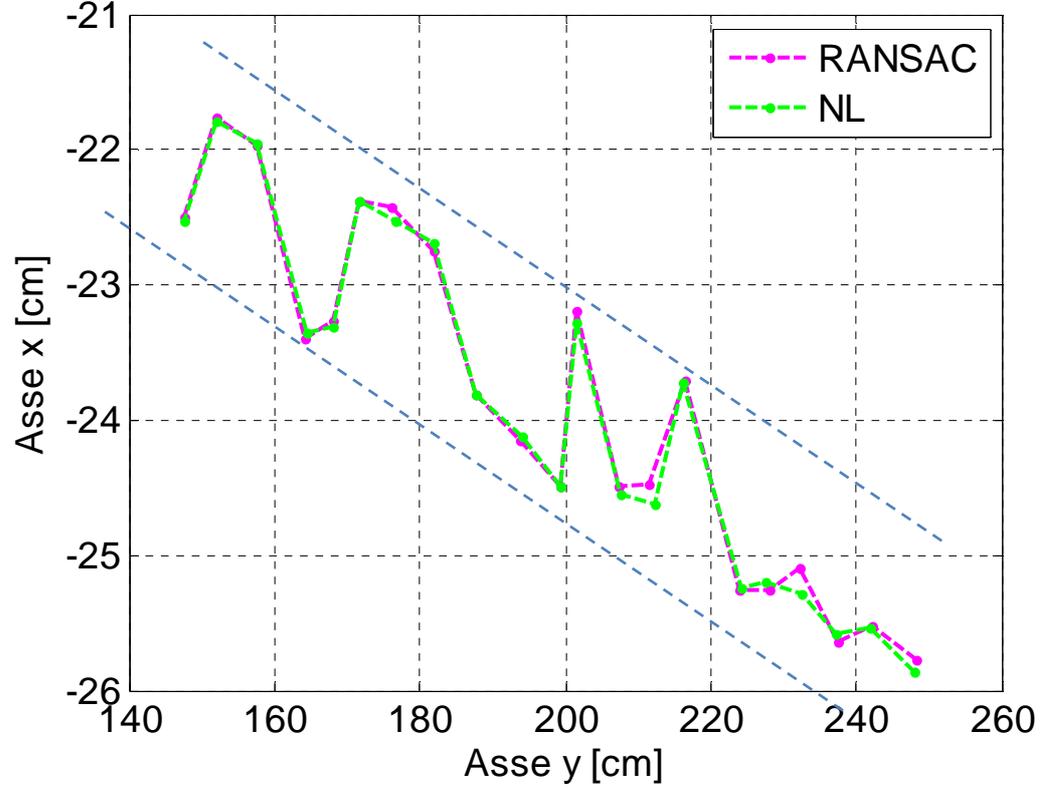
Per quanto riguarda il disallineamento laterale, ovvero lo scostamento tra la posizione misurata e la posizione prevista, è possibile circoscrivere le misure in un ipotetico corridoio centrato sull'approssimazione ai minimi quadrati. In tal modo si può accertare, in termini non rigorosi, che il disallineamento laterale si presenta uguale per entrambi gli schemi risolutivi e può essere stimato in ± 1 cm.

L'origine del riferimento target reale risiede perciò in un ipotetico box $2 \times 2 \times 2$ cm centrato sulla posizione misurata dal sistema di visione.

PERCORSO PIANO ORIZZONTALE - METODO 1

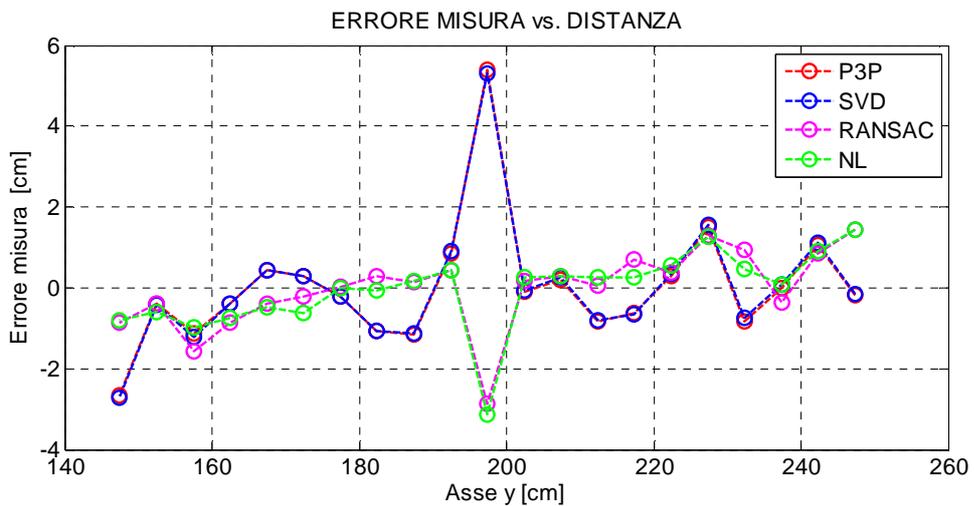
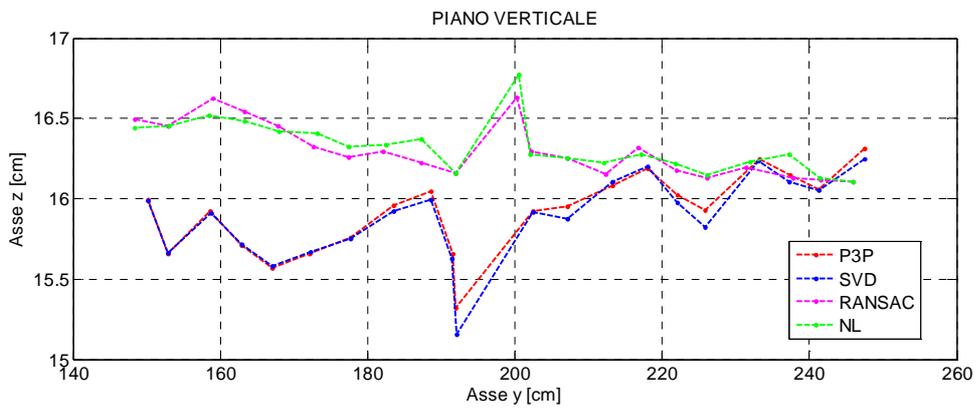
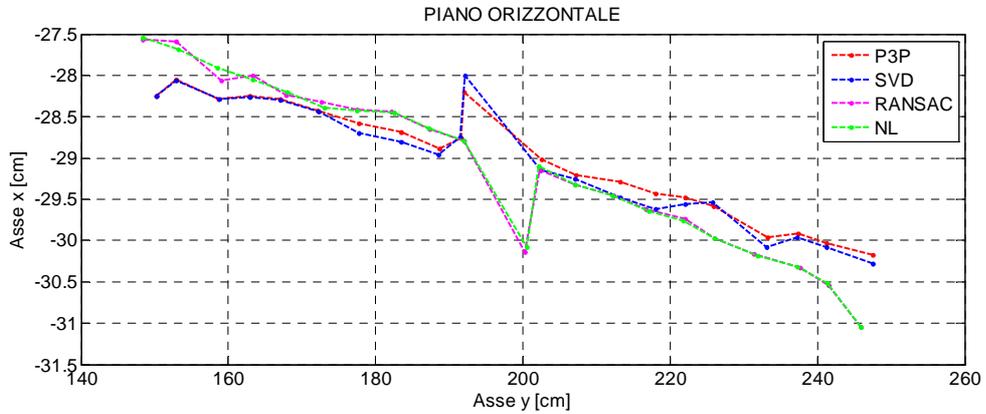


PERCORSO PIANO ORIZZONTALE - METODO 2



Confronto tra i diversi metodi sulla stessa prova

Al fine di visualizzare più agevolmente se l'ottimizzazione migliora la qualità della misura di posizione si propongono le curve ottenute con i diversi metodi negli stessi grafici, nello specifico la prova per angolazione del mock-up di 42°.



Dispersione della misura statica

Ogni prova di traslazione permette di misurare per 25 volte il medesimo assetto del simulatore a distanza crescente dalla telecamera. E' pertanto lecito studiare statisticamente la dispersione della misura degli angoli di Eulero per effetto della distanza. Tale studio può essere inoltre distinto per ognuno degli algoritmi risolutivi affrontati. Ogni tabella sottostante fa riferimento ad una prova di traslazione caratterizzata da un predeterminato angolo di imbardata. Media e scarto tipo sono indicatori di come la distanza e l'angolo di vista influiscano sulla precisione della misura angolare. In tal modo è possibile caratterizzare statisticamente la misura astruendo dalla posizione relativa tra videocamera e target, non nota a priori. Descrivendo la distribuzione delle misure attraverso il modello gaussiano, la deviazione standard definisce, entro una determinata probabilità, l'aderenza della singola misurazione al valore medio.

Angolazione di 21°

		YAW	PITCH	ROLL
P3P	Media	22.1356	-0.8508	-0.1241
	Scarto tipo	0.5654	0.2734	0.88254
RANSAC	Media	21.8850	-0.7391	-0.0910
	Scarto tipo	0.4367	0.1416	0.5571
NL	Media	21.8139	-0.6847	-0.1899
	Scarto tipo	0.2498	0.0990	0.4877

a)

Angolazione di 41°

		YAW	PITCH	ROLL
P3P	Media	41.1245	-0.6100	-0.4130
	Scarto tipo	0.3059	0.2203	0.3814
RANSAC	Media	41.3574	-0.3792	-0.4310
	Scarto tipo	0.3115	0.2653	0.3769
NL	Media	41.3047	-0.3927	-0.5444
	Scarto tipo	0.2857	0.1426	0.2365

b)

Angolazione di 51°

		YAW	PITCH	ROLL
P3P	Media	50.8850	-0.3873	-0.5684
	Scarto tipo	0.5470	0.1614	0.2109
RANSAC	Media	51.1167	-0.3870	-0.5389
	Scarto tipo	0.5005	0.1539	0.2111
NL	Media	51.0883	-0.3379	-0.5220
	Scarto tipo	0.3696	0.0562	0.1812

c)

Angolazione di 61°

		YAW	PITCH	ROLL
P3P	Media	60.4959	-0.2468	-0.1734
	Scarto tipo	1.0470	0.5355	2.4412
RANSAC	Media	60.8846	-0.2805	-0.4267
	Scarto tipo	0.6585	0.2532	0.2724
NL	Media	60.8963	-0.2302	-0.4508
	Scarto tipo	0.5392	0.2450	0.2421

d)

Angolazione di 81°

		YAW	PITCH	ROLL
P3P	Media	76.0879	-0.05936	-0.7258
	Scarto tipo	1.6653	0.3969	1.8931
RANSAC	Media	79.4974	0.2877	-0.3708
	Scarto tipo	0.8484	0.7545	0.2155
NL	Media	79.4239	0.4074	-0.4407
	Scarto tipo	1.0026	0.7610	0.1864

e)

Confrontando la media per l'angolo di yaw con il valore dell'angolazione si nota che nelle tabelle a, b, c, d i due dati sono sostanzialmente in accordo presentando differenze nell'ordine del decimo di grado. Ciò indica che nella fascia angolare da 20° a 65° il sistema è ben calibrato e l'errore costruttivo è stato stimato e compensato correttamente. Osservando la tabella e) si nota invece come tale congruenza tra i dati risulti meno accentuata con errori nell'ordine del grado. In questo, come nelle curve di calibrazione, si riconosce come le prestazioni del sistema di misura decadano significativamente quando uno dei due pannelli è circa frontale alla videocamera. Inoltre in questo caso lo scarto tipo, pari circa all'unità, indica una ampia dispersione della misura che al contrario non si verifica nei casi precedenti. Tali considerazioni riguardano tutte gli schemi computazionali testati.

Focalizzando sui singoli metodi risolutivi si nota come il metodo non lineare migliori la precisione della misura generando deviazioni standard decisamente inferiori rispetto al solo P3P. Questo è dovuto sia allo schema intermedio RANSAC che ricerca le soluzioni più affidabili, sia alla capacità del metodo iterativo di minimizzare la funzione costo. Scarti tipo inferiori a 0.3 sono da considerarsi un risultato buono in quanto sottointendono una collimazione stretta delle misure sul valore medio.

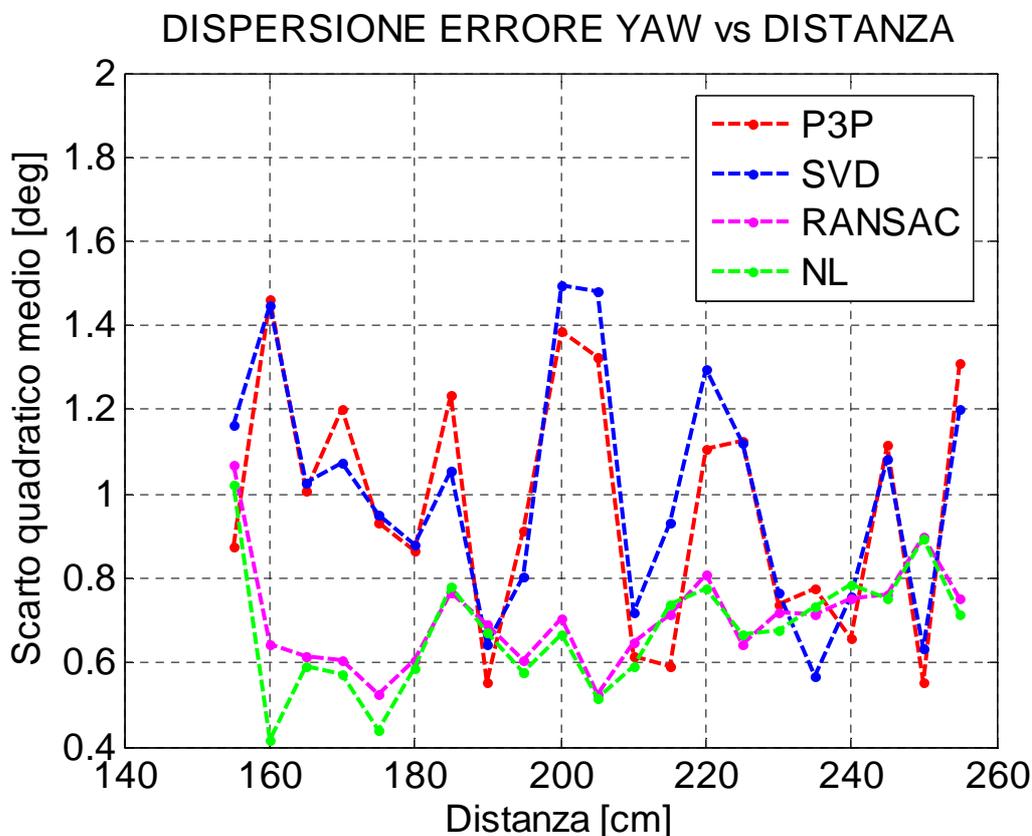
Grafici riepilogativi

In linea conclusiva si propone un'interpretazione grafica della dispersione della misura causata da distanza e angolazione.

Dispersione errore angolare in funzione della distanza

Nel grafico seguente viene valutata la dispersione della misura angolare di imbardata causata dalla variazione della distanza rispetto alla videocamera. Ogni singola prova di rotazione comprende 45 misure dell'angolo di yaw colte alla stessa distanza nota. Confrontando angolo imposto e angolo misurato, si ottengono i corrispondenti 45 errori sperimentali per i quali è possibile calcolare uno scarto quadratico medio σ . Tale valore dunque è da intendersi come la distribuzione dell'errore sul valore medio. Se si assume un modello gaussiano per l'errore, si può affermare che per la prova di rotazione svolta alla distanza X sussiste una probabilità pari al 68.3 % che l'errore sia compreso nell'intervallo $-\sigma < err < +\sigma$.

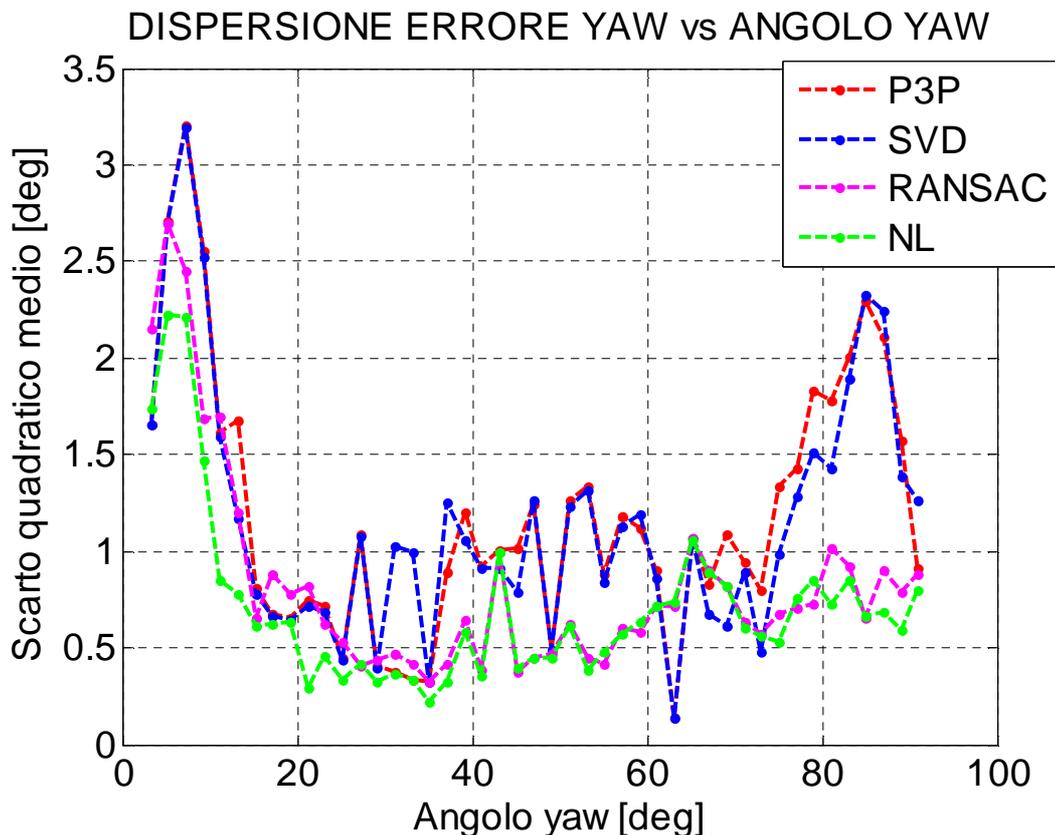
Nel grafico seguente vengono considerati solamente gli errori corrispondenti all'intervallo angolare $20^\circ - 70^\circ$ in cui non sussiste il fenomeno di instabilità riscontrato nelle fasce di estremità.



Si nota come lo schema RANSAC riduca notevolmente la dispersione dell'errore rispetto ai metodi P3P e SVD. Il solutore non lineare, inoltre, migliora ulteriormente la qualità della soluzione. In generale l'introduzione del secondo schema computazionale comporta una riduzione dello scarto tipo da 1° a 0.7° .

Dispersione errore angolare in funzione dell'angolazione

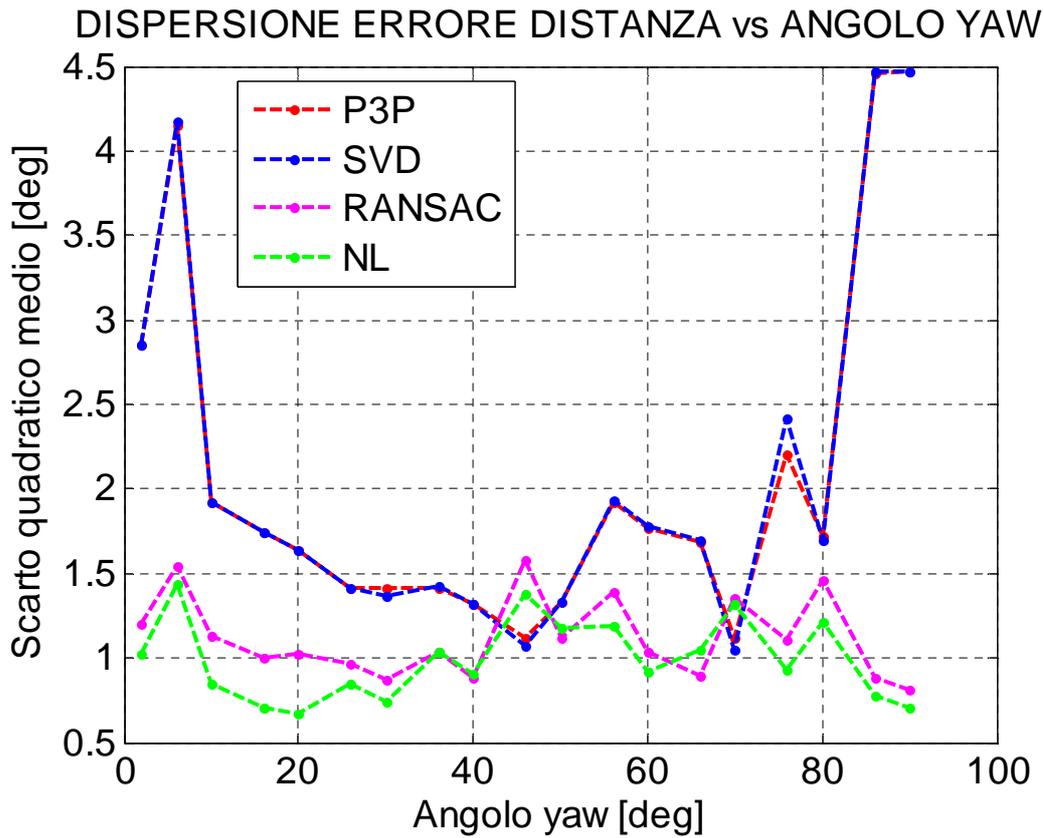
Inversamente al grafico precedente si passa ora a considerare la relazione che sussiste tra dispersione dell'errore e angolazione. La singola prova di traslazione permette di ottenere 25 errori sperimentali per l'angolo di yaw riferiti allo stesso assetto. Se su questi si calcola lo scarto quadratico medio si può costruire il grafico seguente che indica per quali angoli di imbardata lo strumento è più soggetto ad errori.



Nell'immagine sono evidenti come gli intervalli angolari di estremità, $0^\circ - 20^\circ$ e $70^\circ - 90^\circ$, siano soggetti ad una più elevata dispersione dell'errore. Ciò sta ad indicare che quando il pannello contenente i marker è circa frontale al piano immagine il sistema risulta maggiormente sensibile all'errore di risoluzione.

Dispersione errore di posizione in funzione dell'angolazione

Allo stesso modo si verifica se sussiste una relazione tra angolazione del pannello e misura di posizione. Sempre con riferimento allo scarto tipo si nota anche in questo caso come le fasce angolari di estremità condizionino la dispersione dell'errore. In questo caso però il metodo RANSAC unito al solutore non lineare attenua efficacemente questa criticità.



Conclusioni

I dati ottenuti dalle prove sperimentali consentono di delineare la migliore configurazione riguardo la disposizione dei *fiducial marker* e lo schema computazionale da applicare al problema prospettico.

Si è trovato che lo strumento risulta più affidabile e quasi esente da errori grossolani nella fascia da 20° a 70° per quanto riguarda la rotazione verticale (ovvero l'angolo di yaw). Di conseguenza, se lo scopo del sistema in una manovra di rendezvous è l'inseguimento dell'asse di docking del target, conviene disporre i marker evitando che le loro superfici risultino parallele al piano immagine. L'angolo tra superficie del marker e piano immagine dovrebbe essere quindi non inferiore a 20° . I punti di controllo possono comunque giacere sullo stesso piano dello spazio.

Ne deriva che una migliore configurazione dovrebbe prevedere sempre quattro o più marker disposti ortogonalmente e collocati nel perimetro del dispositivo di aggancio ma orientati obliquamente rispetto al piano immagine.

Si è constatato che la metodologia che impiega lo schema RANSAC seguito dal solutore non lineare migliora notevolmente la qualità della misura d'assetto rispetto al solo P3P o al P3P unito al SVD. Il RANSAC si è rivelato molto efficace nell'esclusione delle soluzioni condizionate da casi di fiducial marker eccessivamente distorti o di falsi positivi (outlier). Data la prossimità della soluzione fornita dal RANSAC rispetto a quella definitiva, si richiedono poche iterazioni al metodo non lineare di Levenberg-Marquardt per migliorare la qualità della misura. Quest'ultimo amplia il campo operativo dello strumento riducendo notevolmente l'effetto di dispersione causato dalla distanza e dall'angolo di vista. Al contrario non sussiste un apprezzabile differenza tra le misure di distanza ottenute con i diversi due schemi computazionali se non nella correzione degli errori grossolani eseguita dal RANSAC.

Nella tabella sottostante si riassumono le caratteristiche prestazionali del sistema considerando solo la zona di maggiore affidabilità, rotazione verticale da 20° a 70° , ed escludendo gli eventuali errori grossolani causati da *outlier* per i quali si procede a valutazioni qualitative. I dati includono l'errore massimo che si riscontra nelle curve di

calibrazione. Essi definiscono la differenza massima tra valore misurato e valore reale riscontrata in fase di test.

La dispersione relativa alla misura del medesimo assetto è rappresentata mediante lo scarto quadratico medio che se inteso in un modello gaussiano indica il grado di collimazione dei valori misurati sul valore reale. Essi danno anche un'indicazione della ripetibilità della misura stessa. Per gli angoli di beccheggio e rollio lo scarto quadratico medio è riferito al valore medio della misura in quanto non è noto quello reale.

Sono forniti inoltre i tempi di calcolo dei differenti schemi che, da intendersi solamente in linea qualitativa, danno un'idea del costo computazionale richiesto.

	Non lineare	RANSAC	P3P + SVD	P3P
Scarto quadratico medio errore di YAW	0.60°	0.65°	1°	1°
Errore massimo YAW	+/- 1.5°	+/- 1.5°	+/- 3°	+/- 3°
Scarto tipo PITCH	0.25°	0.25°	0.55°	0.55°
Scarto tipo ROLL	0.50°	0.50°	1°	1°
Scarto quadratico medio errore Y	1 cm	1 cm	1.5 cm	1.5 cm
Errore massimo Y	+/-2 cm	+/- 2 cm	+/- 2.5 cm	+/- 2.5 cm
Incertezza laterale	+/- 1 cm	+/- 1 cm	+/- 1 cm	+/- 1 cm
Tempo di calcolo (2.8GHz Dual-Core)	0.7 s	0.3 s	0.07 s	0.003s

Come prevedibile il metodo non lineare riduce notevolmente la dispersione della misura a spese di un maggiore costo computazionale. Inoltre esso risulta molto efficace nei confronti di casi di outlier conferendo al sistema una maggiore affidabilità rispetto agli altri metodi. Per tali motivi lo schema RANSAC unito al metodo non lineare Levenberg-Marquardt risulta la strategia preferibile, tra quelle testate, da introdurre in un sistema di navigazione relativa autonoma.

Sviluppi futuri

Il proseguimento di questa attività consisterebbe nell'introduzione della dinamica ovvero della misura delle velocità lineari ed angolari del target. Tale fase è subordinata

al raggiungimento di una velocità di campionamento opportuna (minimo 1 Hz). In tal senso risulta da velocizzare la fase di correzione di distorsione dell'immagine.

Il set-up sperimentale è migliorabile sia a livello di precisione costruttiva sia introducendovi le linee-guida derivanti dall'esperienza acquisita in questa attività di tesi. E' possibile migliorare la visibilità dei marker, utilizzando superfici che minimizzano le riflessioni direzionali o fornendo un'illuminazione corretta.

La configurazione ottimale può quindi essere introdotta in un algoritmo di guida autonoma per il test di manovre di rendezvous e docking tra due simulatori Cubesat o altri dimostratori tecnologici.

Bibliografia

- [1] Howard, R., Heaton, A., Pinson, R., and Carrington, C., "Orbital Express Advanced Video Guidance Sensor," Proc. IEEE Aerospace Conference, March 2008.
- [2] J.A. Christian, S.B. Robinson, C.N. D'Souza, J.P. Ruiz, "Cooperative Relative Navigation of Spacecraft Using Flash Light Detection and Ranging Sensors," *Jou. of Guidance, Control, and Dynamics*, Vol. 37, No. 2, March–April 2014.
- [3] F. Moreno-Noguer, V. Lepetit, and P. Fua, "Accurate non-iterative $O(n)$ solution to the PnP problem," in Proc. IEEE Int. Conf. Computer Vision, pp. 1–8, 2007.
- [4] M. A. Fischler and R. C. Bolles. "Random sample consensus: a paradigm for model fitting with applications to image analysis and automated cartography." *Commun. ACM*, Vol. 24, Nr.6, pp.381–395, 1981.
- [5] Ma Y., Soatto S., Kosecka J., Sastry S. S., "An invitation to 3-D Vision", Springer, 2004.
- [6] R. Hartley and A. Zisserman. *Multiple View Geometry in Computer Vision*. Cambridge University Press, New York, USA, second edition, 2004.
- [7] R. Haralick, C. Lee, K. Ottenberg, and M. Nolle. "Review and Analysis of Solutions of the Three Point Perspective Pose Estimation Problem." *Int. J. of Computer Vision*, Vol.13, Nr.3, pp.331-356, 1994.
- [8] L. Quan and Z. Lan. "Linear n-point camera pose determination." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 21(8):774–780, 1999.
- [9] X. Gao, X. Hou, J. Tang, and H. Cheng. "Complete solution classification for the perspective-three-point problem." *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 25(8):930–943, 2003.
- [10] D. Nister and H. Stewenius. "A minimal solution to the generalized 3-point pose problem." *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, Vol.27,Nr.1,pp.67–79, 2006.
- [11] B. E. Tweddle, "Relative Computer Vision Based Navigation for Small Inspection Spacecraft," AIAA Guidance, Navigation and Control Conf. 2011.
- [12] L. Kneip, D. Scaramuzza, R. Siegwart, "A Novel Parametrization of the Perspective-Three-Point Problem for a Direct Computation of Absolute Camera Position and Orientation", Proc. IEEE Conf. on Computer Vision and Pattern Recognition, CVPR 2011.

- [13] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, Evaluation of measurement data—Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement, Geneva, Switzerland: International Organization for Standardization, 2008.
- [14] BIPM, IEC, IFCC, ILAC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML, Evaluation of measurement data—Supplement 1 to the Guide to the Expression of Uncertainty in Measurement—Propagation of distributions using a Monte Carlo method.
- [15] Zhang Z., “A Flexible New Technique for Camera Calibration”, IEEE Trans on PAMI, vol. 22, n.11, 2000.
- [16] H. Kato, M. Billinghurst, Marker tracking and HMD calibration for a video-based augmented reality conferencing system, Proc. Of the 2nd IEEE and ACM Int. Workshop on Augmented Reality, IWAR 099, IEEE Computer Society, Washington, DC, USA, ,pp.85–94, 1999.
- [17] S. Garrido-Jurado, R. Muñoz-Salinas, F.J. Madrid-Cuevas, M.J. Marín-Jiménez, Automatic generation and detection of highly reliable fiducial markers under occlusion, Pattern Recognition, Vol.47, pp.2280–2292, 2014.
- [18] Arun K. S., Huang T. S., Blostein S. D., “Least-squares fitting of two 3-d point sets”, IEEE Trans on PAMI, Vol.9, No.5, 1987, pp. 698–700.
- [19] Horn B.K.P., Hilden H.M., Negahdaripour S., “Closed-form solution of absolute orientation using orthonormal matrices”, Jou. of the Optical Soc. of Am., Vol. 5, pp. 1127, July 1988.
- [20] Horn B.K.P., “Closed-form solution of absolute orientation using unit quaternions”, Jou. of the Optical Soc. of Am., Vol.4, pp. 629-641, April
- [21] Wigbert Fehse , Automated Rendezvous and Docking of spacecraft, Cambridge Aerospace Series, 2003
- [22] Marcel J. Sidi , Spacecraft Dynamics and Control, Cambridge University Press, 2006

Ringraziamenti

Ringrazio il Professor Enrico Lorenzini per gli utili suggerimenti e l'Ingegnere Marco Pertile per il puntuale supporto e le preziose competenze messe a disposizione.

