



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

---

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA “GALILEO GALILEI”  
Corso di Laurea in Astronomia

TESI DI LAUREA MAGISTRALE

## Sistema di ottica adattiva per bassi ordini con lente deformabile multi-attuatore e applicazione ai telescopi

*Laureando*

**Mattia Spagnol**

*Relatore*

**Mauro D’Onofrio**

*Co-relatori*

**Stefano Bonora**

**Martino Quintavalla**

*Contro-relatore*

**Stefano Ciroi**

---

**ANNO ACCADEMICO 2017/2018**



*Ai miei genitori*



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Aberrazioni e ottica adattiva in astronomia</b>	<b>7</b>
1.1 Turbolenza atmosferica . . . . .	7
1.1.1 La teoria di Kolmogorov . . . . .	10
1.1.2 Parametro di Fried . . . . .	12
1.1.3 Rappresentazione del fronte d'onda con i polinomi di Zernike . .	12
1.1.4 Tilt del fascio . . . . .	14
1.1.5 Ordini superiori al TT . . . . .	15
1.1.6 Rapporto di Strehl . . . . .	16
1.1.7 Dipendenza temporale della turbolenza . . . . .	17
1.1.8 Angolo isoplanatico . . . . .	19
1.2 Vibrazioni . . . . .	21
1.2.1 Soppressione delle vibrazioni . . . . .	21
1.3 Aberrazioni introdotte da disallineamenti . . . . .	23
1.4 Strumenti e principi di ottica adattiva . . . . .	25
1.4.1 Sensori di fronte d'onda . . . . .	27
1.4.2 Elementi adattivi . . . . .	29
1.4.3 Calibrazione . . . . .	31
1.4.4 Controllo . . . . .	32
<b>2 Ottica adattiva a bassi ordini</b>	<b>35</b>
2.1 Calcolo dei momenti di un'immagine . . . . .	35
2.2 Configurazione dei sistemi AO per bassi ordini . . . . .	37

2.2.1	Sensore di posizione . . . . .	38
2.2.2	Fotocamera . . . . .	41
2.2.3	Lente deformabile multi-attuatore . . . . .	42
2.3	Calibrazione del sistema AO per bassi ordini . . . . .	44
2.3.1	Fase 1: calcolo della matrice di influenza . . . . .	44
2.3.2	Fase 2A: posizione del detector relativa al fuoco . . . . .	46
2.3.3	Fase 2B: calibrazione dei modi . . . . .	50
2.4	Controllo del sistema AO per bassi ordini . . . . .	52
2.5	Simulazione delle prestazioni . . . . .	52
2.5.1	Grado di correzione . . . . .	52
2.5.2	Limite in magnitudine . . . . .	54
2.5.3	Simulazione del sistema di controllo . . . . .	58
<b>3</b>	<b>Sistema AO per bassi ordini su banco ottico</b>	<b>63</b>
3.1	Caratterizzazione del sistema . . . . .	64
3.1.1	Correzione delle aberrazioni statiche . . . . .	64
3.1.2	Analisi delle aberrazioni generate dalla lente deformabile . . . . .	65
3.1.3	Stabilità della PSF nel tempo . . . . .	71
3.1.4	Misura della frequenza di taglio . . . . .	73
3.1.5	Cromatismo . . . . .	77
3.2	Test con turbolenza atmosferica “artificiale” . . . . .	79
3.3	Test con turbolenza da una sorgente di calore . . . . .	83
<b>4</b>	<b>Applicazione al telescopio</b>	<b>85</b>
4.1	Descrizione del setup . . . . .	85
4.1.0.1	Software . . . . .	87
4.2	Esperimenti con stella artificiale . . . . .	88
4.3	Esperimenti con sorgente naturale . . . . .	90
4.3.1	Stelle . . . . .	92
4.3.2	Pianeti . . . . .	96
<b>5</b>	<b>Conclusioni</b>	<b>101</b>

<i>INDICE</i>	vii
<b>Appendice A Codice del sistema AO per TTDA</b>	<b>103</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>114</b>





## Sommario

La turbolenza atmosferica e le vibrazioni meccaniche del telescopio disturbano le osservazioni astronomiche. Viene mostrato che la correzione dei bassi ordini di aberrazione può migliorare in modo significativo la qualità delle immagini. La configurazione del sistema AO proposto risulta semplice e permette di ottimizzare l'utilizzo della luce della stella guida. La magnitudine della stella guida raggiungibile con questo sistema risulta maggiore rispetto a quella di altri sistemi con sensori di fronte d'onda differenti. I limiti e le caratteristiche del sistema di ottica adattiva proposto vengono studiati eseguendo delle simulazioni al computer e dei test in laboratorio. In seguito il sistema viene applicato su un telescopio amatoriale. Con questo setup vengono eseguite con successo correzioni di vibrazioni e turbolenza in laboratorio con una stella artificiale e in cielo osservando stelle e pianeti. I risultati delle misure eseguite in cielo e in laboratorio risultano in accordo con la teoria e le simulazioni.

## Abstract

Atmospheric turbulence and mechanical vibrations of the telescope disturb the astronomical observations. It is shown that correction of low-order aberrations can significantly improve the quality of the images. The proposed configuration of the adaptive optics system is simple and allow the optimization of the usage of the guide star light. The magnitude of the guide star achievable with this system is higher than the magnitude reached with other setups that use different wave front sensors. Limits and characteristics of the proposed adaptive optics system are studied by computer-simulations and laboratory tests. The system was also applied to an amateur telescope. This setup was successfully used to correct atmospheric turbulence in laboratory with an artificial star and in the sky observing stars and planets. The results of the measurements performed in the sky and in the laboratory are in agreement with the theory and simulations.

*Si osservino i fiori di sera, quando essi, nel sole che tramonta, chiudono l'uno dopo l'altro le loro corolle. Allora ci prende un'inquietudine, un sentimento misterioso d'angoscia alla vista di questa esistenza cieca, trasognata, legata alla terra. [...] Per contro, questo moscerino è libero: ancor nella luce del crepuscolo esso danza; si muove, va dove vuole.*

*(Oswald Spengler)*

# Introduzione

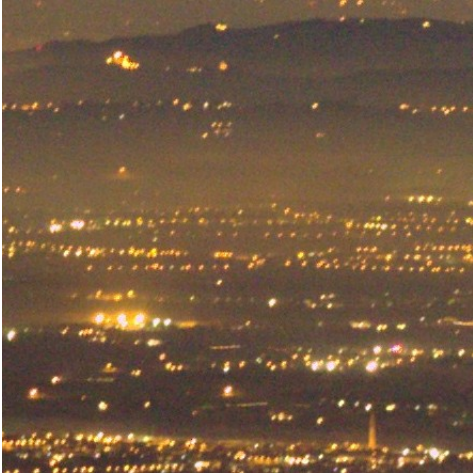
La ricerca scientifica e il progresso tecnologico hanno permesso di costruire strumenti ottici in grado di fornire immagini praticamente prive di difetti introdotti dal sistema, come le aberrazioni ottiche e cromatiche. L'avvento delle riprese analogiche su lastre fotografiche prima e con quelle digitali su elementi fotosensibili poi, ha permesso di integrare nel tempo il flusso di fotoni provenienti dall'oggetto inquadrato. In particolare nell'ambito astronomico ciò vuol dire aumentare sensibilmente il rapporto segnale rumore (SNR) e quindi il limite in magnitudine raggiungibile anche con strumenti caratterizzati da un'apertura relativamente ridotta. Per ottenere delle immagini che rendano merito alla qualità ottica del sistema di ripresa è necessario che durante il tempo di esposizione il soggetto non si muova e che la sua immagine non subisca delle degradazioni che superino il potere risolutivo dello strumento. Solo in questo modo è possibile ottenere immagini che si avvicinano al limite di diffrazione imposto dalle caratteristiche di costruzione dello strumento, in caso contrario l'immagine risulta mossa e confusa. Anche nelle osservazioni in visuale è applicabile questo concetto, si pensi all'utilizzo di un binocolo soggetto al tremolio delle mani che lo sorregge. Sopprimere queste oscillazioni porterebbe un notevole giovamento alle condizioni di osservazione.

La degradazione delle immagini è causata dallo strumento ottico utilizzato e dallo stesso oggetto ripreso, oppure ha origine dal mezzo di propagazione della radiazione elettromagnetica. L'oggetto ripreso e lo strumento possono subire movimenti macroscopici, come quelli dovuti a un cattivo stazionamento del sistema e microscopici, come ad esempio le vibrazioni. L'effetto più evidente di questi movimenti meccanici è di causare una traslazione dell'immagine nel piano focale. In figura 1(a) viene riportato un esempio di deriva dell'immagine dovuta a un cattivo stazionamento del sistema di ripresa. Derive e vibrazioni possono interessare l'intero sistema ottico oppure un sin-

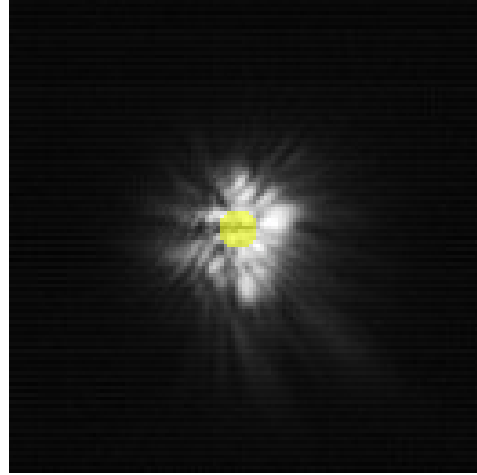
golo componente al suo interno. Gli spostamenti dell'oggetto che si sta riprendendo durante il tempo di integrazione dell'immagine hanno lo stesso effetto di un movimento dell'intero sistema ottico. L'altra causa di degradazione delle immagini è dovuta al mezzo di propagazione, in particolare in astronomia il mezzo di propagazione è l'atmosfera terrestre che è caratterizzata da un certo grado di turbolenza. Questo fenomeno, che interessa maggiormente i telescopi di grande diametro, deteriora le immagini astronomiche e per descriverne gli effetti è necessario introdurre il concetto di aberrazione dell'immagine. Le aberrazioni consistono in una deviazione della forma del fronte d'onda processato dal sistema di ripresa rispetto al caso non perturbato. Il fronte d'onda della radiazione elettromagnetica proveniente da una stella si può considerare piano nel caso non perturbato perché la sorgente è all'infinito ma presenta aberrazioni più o meno evidenti in base al grado di turbolenza dell'atmosfera. I polinomi di Zernike  $Z_n^m(\rho, \phi)$  sono particolarmente indicati per descrivere le aberrazioni [1]: l'ordine  $n = 0$ , detto piston, indica una variazione nella fase dell'onda; gli spostamenti dell'immagine sul piano focale sono le aberrazioni di ordine  $n = 1$  e sono denominate tip e tilt (TT); l'ordine  $n = 2$  comprende l'astigmatismo obliquo, l'astigmatismo verticale e il defocus. Si procede in questo modo fino agli ordini superiori. Una combinazione dei polinomi di Zernike racchiudere le informazioni sul fronte d'onda. A differenza delle aberrazioni di TT, che hanno l'effetto di traslare l'immagine nel piano focale, quelle di ordine superiore rendono l'immagine confusa e sfuocata. Riportiamo in figura 1(b) un esempio dell'immagine di una stella, Capella, effettuata dall'autore con un telescopio amatoriale da soli 18cm di diametro, f/37.5. Il luogo di osservazione si trova in pianura in prossimità di rilievi ed è caratterizzato da un elevato grado di turbolenza atmosferica.

Le sorgenti di disturbo hanno quindi diversa origine ma tutte, in particolare le vibrazioni meccaniche e la turbolenza atmosferica che verranno trattate nel presente lavoro, possono essere descritte mediante la teoria delle aberrazioni come deviazioni del fronte d'onda rispetto al caso non perturbato.

In questo contesto l'ottica adattiva (AO) è un sistema che consente di ridurre i disturbi introdotti durante le riprese e quindi di migliorare la qualità delle immagini. Questo può essere ottenuto comandando opportunamente un elemento ottico adattivo deformabile che introduce delle aberrazioni uguali e contrarie rispetto a quelle presenti



(a) Esempio di foto notturna mossa a causa di un cattivo stazionamento. Obiettivo da 135 mm di focale e fotocamera formato full frame.



(b) Capella ripresa con un telescopio da 0.18 m  $f/37.5$ , esposizione a 10 ms, in condizioni di forte turbolenza atmosferica. Il cerchio giallo corrisponde al disco di Airy.

Figura 1: Esempi di degradazione delle immagini.

nell'immagine. In un sistema AO classico, le informazioni che servono per comandare l'elemento adattivo provengono da un sensore di fronte d'onda (WFS) oppure da algoritmi iterativi sensorless [2]. La misura in tempo reale mediante WFS è necessaria quando le aberrazioni hanno una dipendenza temporale, ad esempio in ambito astronomico con la turbolenza atmosferica. Nei casi quasi-statici invece si possono impiegare degli algoritmi iterativi che ottimizzano una funzione di merito del sistema. I principali sensori di fronte d'onda esistenti sono: Shack-Hartmann (SHWFS), WFS a curvatura e WFS a piramide. Nei sistemi AO gli elementi ottici adattivi possono essere specchi o lenti. I più diffusi sono gli specchi che sono costituiti da una superficie riflettente deformabile continua o segmentata che viene deformata da attuatori posti sul retro. Gli attuatori possono essere di diversi tipi: piezoelettrici, magnetici, elettrostatici, ecc. Le lenti deformabili sono di più recente sviluppo. Nel presente lavoro verrà impiegata una lente deformabile multi-attuatore (MAL) in closed loop con un sensore che misura il fronte d'onda.

Dato che l'effetto principale delle vibrazioni meccaniche è introdurre tip e tilt e per diametri ridotti del sistema di ripresa la turbolenza atmosferica introduce solo bassi

ordini di aberrazione, si ritiene opportuno studiare un sistema in grado di sopprimere efficacemente solo queste aberrazioni, nello specifico limitandosi a tip, tilt, defocus e astigmatismo (TTDA). Questo concetto viene sviluppato anche in [3]. L'incidenza dei vari ordini di aberrazione sull'immagine viene determinata dal diametro  $D$  dello strumento di ripresa e dal parametro di Fried  $r_0$  che indica il grado di turbolenza atmosferica. Il sistema che verrà presentato e caratterizzato per la correzione dei bassi ordini di aberrazione ha diversa efficacia in base al rapporto  $\frac{D}{r_0}$ . Nell'ambito delle osservazioni attraverso un mezzo perturbato come l'atmosfera terrestre esiste quindi un limite oltre il quale la sola correzione di TTDA non è sufficiente per migliorare l'immagine. Sarà importante conoscere questo limite per le applicazioni. Per ottenere le informazioni sulle aberrazioni TTDA è sufficiente riprendere una sorgente fuori fuoco misurandone la posizione e la forma.

In ambito astronomico, una limitazione per i sistemi AO è il fatto che si dispone di stelle guida naturali generalmente deboli [4]. Questa è un'altra motivazione per lo studio di un sistema correttivo in grado di ricavare i bassi ordini sfruttando al meglio la poca luce disponibile. Focalizzando tutta la luce in un'unica immagine si dimostra che è possibile aumentare il SNR a parità di tempo di esposizione rispetto ad altri sensori di fronte d'onda. Il sistema per i bassi ordini di aberrazione risulta simile al sensore di curvatura, una giustificazione del suo impiego risiede nella semplicità che ne permette l'utilizzo anche da parte degli astrofili dotati di piccoli telescopi.

L'obiettivo è quello di utilizzare una lente deformabile per correggere i bassi ordini di aberrazione nelle immagini astronomiche prodotte dal sistema ottico in cui viene integrata. La correzione consiste nella soppressione di TTDA generato principalmente dalla turbolenza atmosferica e dalle vibrazioni meccaniche. Si vuole dimostrare che questa è un'alternativa semplice e valida rispetto ai sistemi AO che impiegano uno specchio deformabile e un WFS. Inoltre permette di aumentare la magnitudine limite raggiungibile per la stella guida. Il sistema per i bassi ordini viene sviluppato e caratterizzato su banco ottico e in seguito viene installato in un telescopio amatoriale per riprese con CCD di oggetti del sistema solare e del cielo profondo. Il software per l'AO a bassi ordini viene scritto in Python ed un'interfaccia grafica ne rende comodo l'utilizzo.

Nel capitolo 1 vengono presentate le principali sorgenti di disturbo delle immagini

generate da un sistema ottico: la turbolenza atmosferica e le vibrazioni meccaniche. Il capitolo contiene anche una breve presentazione dei principi di funzionamento e delle componenti di un sistema AO classico. Nel capitolo 2 si procede motivando e in seguito descrivendo il sistema AO sviluppato in questo lavoro per i bassi ordini di aberrazione. Le simulazioni al computer presentate in questo capitolo permettono di definire i limiti del sistema correttivo. Il capitolo 3 è dedicato alla parte sperimentale in laboratorio. Contiene la descrizione del setup per la correzione TTDA e la sua caratterizzazione. In questo capitolo vengono riportati i test in laboratorio introducendo nel sistema della turbolenza prodotta da sorgenti di calore o mediante un MAL in serie al sistema ottico. Nel capitolo 4 vengono riportati gli esperimenti e le applicazioni del sistema al telescopio. Infine il capitolo 5 contiene le conclusioni del lavoro con i confronti dei risultati e le prospettive per dei lavori futuri.

## Notazioni

Acronimi tratti dalla lingua inglese e tradotti in italiano

SNR	Rapporto segnale rumore
TT	Tip e tilt
AO	Ottica adattiva
WFS	Sensore di fronte d'onda
SHWFS	Sensore di fronte d'onda Shack-Hartmann
MAL	Lente multi-attuatore
TTDA	Tip, tilt, defocus, astigmatismo
RMS	Scarto quadratico medio
PSF	Funzione di diffusione del punto
PSD	Spettro in potenza
DM	Specchio deformabile
SLM	Modulatori spaziali di luce
Psd	Sensore di posizione
CMOS	Complementary Metal-Oxide Semiconductor
CCD	Charge-Coupled Device
LEP	Fotodiode ad effetto laterale
AOI	Area di interesse
PV	Picco valle
FWHM	Larghezza a metà altezza



# Capitolo 1

## Aberrazioni e ottica adattiva in astronomia

In questo capitolo vengono descritti i fenomeni che provocano le deformazioni del fronte d'onda della sorgente che si intende osservare. Le sorgenti di disturbo sono la turbolenza atmosferica e le vibrazioni meccaniche. Nella prima parte di questo capitolo vengono riportati i principali risultati teorici che sono di fondamentale importanza per capire il contesto in cui il sistema di ottica adattiva proposto verrà impiegato. Grazie a questi modelli nel prossimo capitolo sarà possibile stabilire il campo d'impiego dello strumento, ovvero la tipologia di telescopio sul quale si possono raggiungere soppressioni dei disturbi accettabili. La teoria sulla turbolenza atmosferica verrà utilizzata nel capitolo 4 per studiare le misure effettuate con il telescopio. Per concludere vengono introdotti i principi di funzionamento e i componenti di un sistema AO classico.

### 1.1 Turbolenza atmosferica

Per poter sviluppare un sistema AO in ambito astronomico è necessario studiare la principale sorgente di aberrazioni, la turbolenza atmosferica. L'atmosfera è un fluido viscoso e non omogeneo in termini di temperatura, pressione e densità, sono queste le cause della turbolenza. Ad esempio, fluttuazioni di temperatura di meno di 1 K comportano fluttuazioni di densità e di conseguenza anche fluttuazioni dell'indice di rifrazione  $n$  del mezzo dell'ordine di  $10^{-6}$  [5]. Il fronte d'onda piano originario della

radiazione elettromagnetica della stella attraversa vari strati di atmosfera. Le piccole fluttuazioni locali di  $n$  tendono ad accumularsi e danno origine a variazioni di cammino ottico. Il fronte d'onda finale risulta aberrato come in figura 1.1. Nell'immagine 1.1 la funzione di dispersione del punto (PSF) della stella ripresa da terra con un telescopio da  $0.18m$  di diametro e rapporto focale pari a  $f/37.5$  ha aberrazioni di alti ordini per la forte turbolenza. Se lo stesso strumento fosse fuori dall'atmosfera la PSF apparirebbe come un disco di Airy, che nel presenta caso avrebbe una distanza tra il primo minimo e il massimo centrale pari a circa 6 pixel.

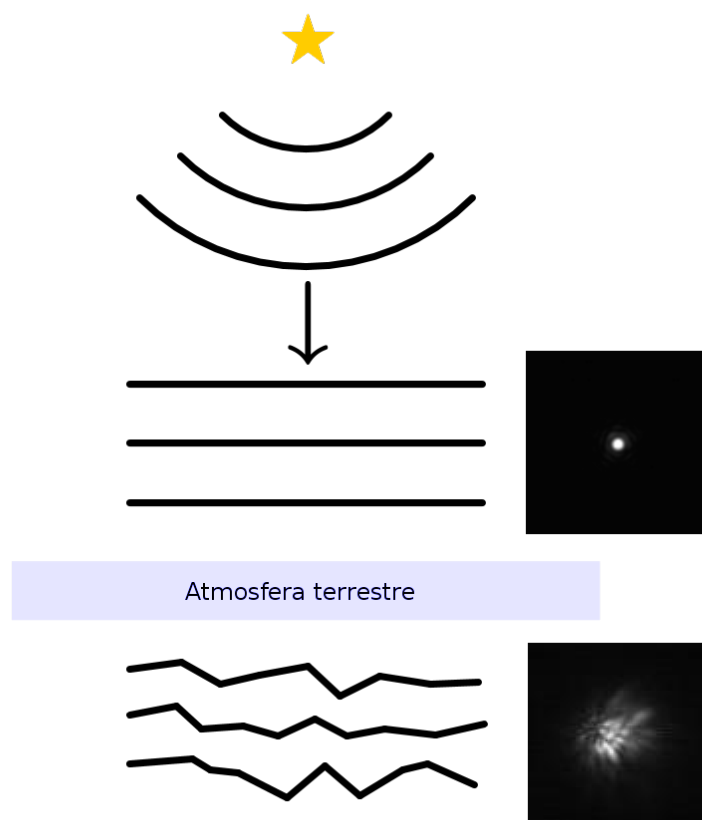


Figura 1.1: *Effetto della turbolenza sulla propagazione della radiazione elettromagnetica proveniente da una sorgente puntiforme all'infinito, come una stella. Le immagini della PSF sono in scala.*

Oltre al gradiente delle proprietà del mezzo, anche il campo di velocità del fluido atmosferico è soggetto a fluttuazioni casuali attorno al suo valore medio. Il campo di velocità del vento all'interno di uno strato ad una certa quota determina il tempo di

coerenza della radiazione che attraversa il fluido, ovvero quanto velocemente l'immagine distorta dell'oggetto varia nel tempo. Attraversando la turbolenza atmosferica, la radiazione elettromagnetica subisce tre tipi di degradazione:

- diffusione della luce a causa dei vortici di dimensioni spaziali inferiori alla dimensione del fascio. Nel piano focale del telescopio si forma un pattern variabile di speckles, vedi figura 1.2
- deviazione globale (tilt) causata da vortici di dimensione maggiore rispetto alla dimensione del fascio. Il baricentro dell'immagine della stella oscilla nel piano focale del telescopio
- variazioni di intensità del fascio nel tempo a causa di vortici di dimensione dell'ordine di  $\sqrt{\lambda L}$  dove  $L$  è la distanza di propagazione e  $\lambda$  la lunghezza d'onda della luce osservata, il fenomeno è visibile ad occhio nudo osservando la così detta scintillazione delle stelle.

Come esempio, vengono riportati in figura 1.2 alcuni frame eseguiti dall'autore con un telescopio amatoriale da  $0.18m$   $f/37.5$  sulla stella Capella in condizioni di forte turbolenza atmosferica. Gli elementi di fluido dell'atmosfera agiscono sul fronte d'onda aggiungendo del TT locale di inclinazione variabile rispetto alla direzione di propagazione. Nel piano focale del telescopio, le diverse inclinazioni del fronte d'onda causano la formazione di varie immagini dello stesso oggetto. Il pattern risultante è formato dalle così dette speckles. Questo pattern è variabile nel tempo per effetto del campo di velocità del vento. Mediando sull'apertura del telescopio le varie inclinazioni locali del fronte d'onda, quello che risulta è un TT globale che è responsabile dello spostamento del baricentro dell'intero pattern di speckles. Il TT globale tende a scomparire se mediato su un'apertura sufficientemente grande perché la turbolenza atmosferica è un fenomeno casuale.

In astronomia la qualità del cielo determinata dalla turbolenza atmosferica è espressa con il parametro di seeing, ovvero la minima separazione angolare in cielo di due sorgenti risolte. Condizioni di seeing buone per un sito di osservazione vanno da 0.1 a 0.5 arcsec. L'obiettivo di un sistema AO è quello di compensare la turbolenza atmosferica e permettere quindi di raggiungere il potere risolutivo degli strumenti. In termini di

seeing, l'obiettivo è quello di avere uno strumento che osservi come se fosse in un luogo con seeing più basso.

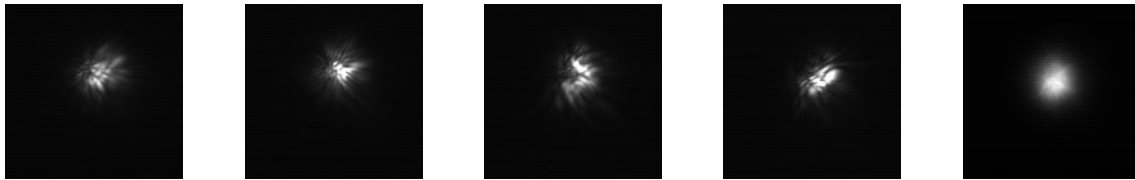


Figura 1.2: Serie di frame da 10 ms di esposizione ciascuno fatti ad intervalli di circa 0.5s con un telescopio da 18cm e rapporto focale  $f/37.5$ . L'ultima immagine della serie è la media di 65 frame. Il seeing è di circa  $3.5\text{arcsec}$ , ovvero condizioni di forte turbolenza atmosferica.

### 1.1.1 La teoria di Kolmogorov

La principale teoria che descrive la turbolenza atmosferica è quella di Kolmogorov [6]. Attraverso il così detto diagramma a cascata dell'energia, riportato in figura 1.3, è possibile capire la struttura della turbolenza atmosferica e le ipotesi su cui si basa la teoria di Kolmogorov. L'energia viene fornita su grandi scale mediante convezione e sfregamento del vento. La crescita dell'energia provoca un aumento della velocità del fluido fino ad un punto in cui viene raggiunto e superato il numero critico di Reynolds del fluido. Si innesca in questo modo della turbolenza associata alla formazione di vortici che tendono a dividersi in altri più piccoli. I vortici formano un continuo da una dimensione spaziale superiore  $L_0$  a una inferiore  $l_0$ . Questo processo avviene all'interno di un regime inerziale. Sotto la dimensione  $l_0$  si entra nel regime viscoso e il fluido dissipa energia sotto forma di calore.

La teoria di Kolmogorov è di tipo statistico e si basa su tre ipotesi valide all'interno del regime inerziale: 1) atmosfera localmente omogenea 2) atmosfera localmente isotropa 3) atmosfera incompressibile. In queste condizioni, Kolmogorov descrive la turbolenza con una quantità scalare che rappresenta la media quadratica della differenza di velocità tra coppie di punti che distano  $r$ . La relazione è una legge di potenza del tipo:

$$D_v(r) = \langle (v_1 - v_2)^2 \rangle = C_v^2 r^{2/3} \quad (1.1)$$

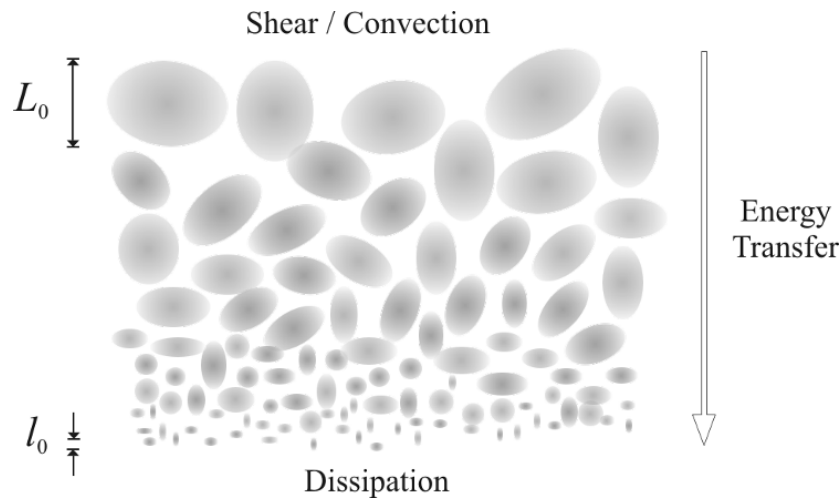


Figura 1.3: *Diagramma a cascata dell'energia per la turbolenza atmosferica. L'energia viene fornita dal vento e dissipata su piccola scala sotto forma di calore.*

dove  $C_v^2$  [ $m^{4/3}/s^2$ ] è la costante di struttura della velocità che misura la quantità di energia cinetica contenuta nella turbolenza,  $v_1$  [ $m/s$ ] e  $v_2$  [ $m/s$ ] sono il modulo della velocità in due punti che distano  $r$  [ $m$ ]. L'equazione 1.1 è valida per  $l_0 < r < L_0$ , per  $r < l_0$  prevale la dissipazione termica, mentre per  $r > L_0$  una delle ipotesi iniziale, quella di isotropia, non è più valida. Tatarskii [7] trova una relazione tra la velocità del vento e l'indice di rifrazione  $n$  che è più utile per descrivere fenomeni di propagazione attraverso l'atmosfera. L'equazione è la seguente:

$$D_n(r) = C_n^2 r^{2/3} \quad (1.2)$$

dove ora  $C_n^2$  [ $m^{-2/3}$ ] è la costante di struttura dell'indice di rifrazione.  $C_n^2$  si ricava dopo aver ottenuto sperimentalmente una misura di  $C_T^2$  che invece è la costante di struttura della temperatura. Il parametro  $C_n^2$  descrive la turbolenza atmosferica. Il suo valore varia in funzione della quota, tipicamente ha valori che vanno da  $10^{-14}m^{-2/3}$  vicino al suolo e  $10^{-17}m^{-2/3}$  ad un'altitudine di circa  $10km$ . Il profilo di  $C_n^2$  varia nel tempo, subisce variazioni giornaliere e stagionali ed è caratteristico del sito in cui viene misurato. I dati sperimentali non vengono riprodotti da un unico modello teorico ma esistono vari profili semiempirici [8] [9].

### 1.1.2 Parametro di Fried

Il parametro di Fried  $r_0$  [m] è una quantità importante in ottica adattiva. La risoluzione spaziale del WFS oppure dell'elemento adattivo vengono dimensionati tenendo in considerazione il valore di  $r_0$ . Questo parametro indica la dimensione spaziale delle celle turbolente entro cui l'errore quadratico medio della fase del fronte d'onda varia meno di un radiante.  $r_0$  dipende da  $C_n^2$ , dalla lunghezza  $L$  del cammino ottico, dall'angolo di osservazione  $\beta$  rispetto allo zenith e dalla lunghezza d'onda  $\lambda$  della radiazione elettromagnetica. La sua espressione è [5]:

$$r_0 = \left[ 0.423k^2 \sec(\beta) \int_0^L C_n^2(z) dz \right]^{-3/5} \quad (1.3)$$

All'interno della teoria di Kolmogorov, la funzione di struttura per le fluttuazioni di fase del fronte d'onda è [5]:

$$D_\phi(r) = 6.88 \left[ \frac{r}{r_0} \right]^{5/3} \quad (1.4)$$

dove la variabile radiale  $r$  è perpendicolare alla direzione di propagazione. Lo spettro in potenza della turbolenza nel dominio spaziale viene calcolato da Noll [1]:

$$\phi(k) = \frac{0.023}{r_0^{5/3}} k^{-11/3} \quad (1.5)$$

dove  $k$  [ $m^{-1}$ ] è il numero d'onda.

### 1.1.3 Rappresentazione del fronte d'onda con i polinomi di Zernike

Una combinazione dei polinomi di Zernike è utile per rappresentare il fronte d'onda. Le derivate di questi polinomi si utilizzano, ad esempio, per interpolare i dati ottenuti con un SHWFS. Nel sistema AO proposto, la rappresentazione con i modi di Zernike viene utilizzata per comandare i modi della MAL. Per un'apertura circolare senza ostruzione i polinomi di Zernike in coordinate polari  $(\rho, \theta)$  sono definiti in questo modo [1]:

$$Z_{\text{pari } j} = \sqrt{n+1} R_n^m(\rho) \sqrt{2} \cos(m\theta) \quad m \neq 0 \quad (1.6)$$

$$Z_{\text{dispari } j} = \sqrt{n+1} R_n^m(\rho) \sqrt{2} \sin(m\theta) \quad m \neq 0 \quad (1.7)$$

$$Z_j = \sqrt{n+1} R_n^0(\rho) \quad m = 0 \quad (1.8)$$

dove

$$R_n^m(\rho) = \sum_{k=0}^{\frac{n-m}{2}} \frac{(-1)^k (n-k)!}{k! \left(\frac{n+m}{2} - k\right)! \left(\frac{n-m}{2} - k\right)!} \rho^{n-2k}$$

Il valore di  $n$  e  $m$  è sempre un intero che soddisfa  $m \leq n$  e  $n - |m| = \text{pari}$ .

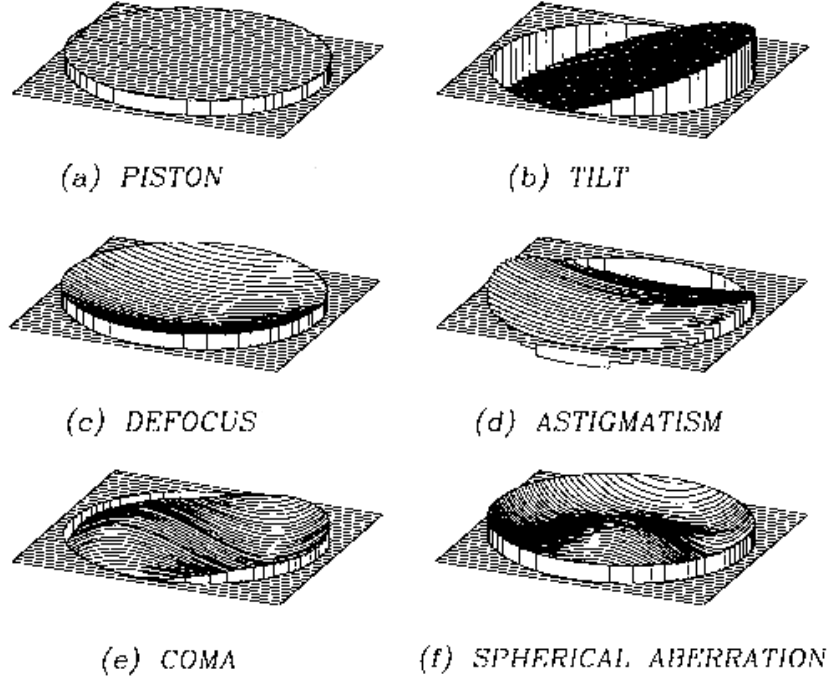


Figura 1.4: *Forma del fronte d'onda per alcune aberrazioni: (a) piston, (b) tilt, (c) defocus (d), astigmatismo, (e) coma e (f) aberrazione sferica. Grafici tratti da Malacara 2004 [10].*

Il fronte d'onda  $\phi(\rho, \theta)$  può essere rappresentato come combinazione di questi polinomi di Zernike su un'apertura arbitraria di raggio  $R$ :

$$\phi(R\rho, \theta) = \sum_j a_j Z_j(\rho, \theta) \quad (1.9)$$

### Errore residuo del fronte d'onda

Un risultato ricavato da Noll, utile per i calcoli sull'efficacia di correzione del sistema AO, viene riportato di seguito. Disponendo dello spettro  $\phi(k)$  (equazione 1.5) del fronte d'onda  $\phi(\rho, \theta)$ , Noll ricava la sua rappresentazione mediante i polinomi di Zernike. Questo permette di calcolare l'errore quadratico medio residuo  $\sigma_J^2$  [rad<sup>2</sup>] della fluttuazione del fronte d'onda una volta che vengono rimossi i primi  $J$  modi di Zernike.

Rimuovendo il piston risulta  $\sigma_1^2 = 1.0299(D/r_0)^{5/3}$  per turbolenza di Kolmogorov su un'apertura di diametro  $D$ . Di seguito riportiamo i valori di  $\sigma_j^2$  per gli indici da 2 a 10 (notazione di Noll):

$$\sigma_2^2 = 0.582(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Tip} \quad (1.10)$$

$$\sigma_3^2 = 0.134(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Tilt} \quad (1.11)$$

$$\sigma_4^2 = 0.111(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Defocus} \quad (1.12)$$

$$\sigma_5^2 = 0.0880(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Astigmatismo obliquo} \quad (1.13)$$

$$\sigma_6^2 = 0.0648(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Astigmatismo verticale} \quad (1.14)$$

$$\sigma_7^2 = 0.0587(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Coma verticale} \quad (1.15)$$

$$\sigma_8^2 = 0.0525(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Coma orizzontale} \quad (1.16)$$

$$\sigma_9^2 = 0.0463(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Trifoglio verticale} \quad (1.17)$$

$$\sigma_{10}^2 = 0.0401(D/r_0)^{5/3} \quad \text{Trifoglio obliquo} \quad (1.18)$$

per  $J > 10$  il residuo si può approssimare con la seguente equazione:

$$\sigma_j^2 \approx 0.2944J^{-\sqrt{3}/2} (D/r_0)^{5/3} \quad (1.19)$$

Queste espressioni verranno utilizzate nel corso del prossimo capitolo per calcolare l'efficacia di correzione di un sistema AO, date delle condizioni di turbolenza atmosferica e le caratteristiche strumentali.

#### 1.1.4 Tilt del fascio

La deviazione globale del fascio provocato dalla turbolenza atmosferica permette di calcolare lo spostamento dell'immagine nel piano focale. L'entità di questo spostamento è fondamentale perché il sistema AO proposto dovrà essere in grado di generarla. L'angolo in cielo sotto il quale sembra muoversi la stella osservata da un telescopio di diametro  $D$  è stata ricavata in [5] e vale in [rad]:

$$\alpha_{\text{TT}} = \sqrt{0.182 \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3} \left(\frac{\lambda}{D}\right)^2} \quad (1.20)$$

valida per telescopi con un diametro  $D$  tale che  $D \leq r_0$ , ovvero quando il diametro del fascio intercettato dal telescopio è minore di  $r_0$ . Nell'equazione appena riportata la dipendenza da  $\lambda$  scompare se viene sostituita l'espressione 1.3 per  $r_0$ . Oltre all'entità dello



spostamento dell'immagine, risulta fondamentale in AO conoscere anche la dipendenza temporale del tilt. Questo aspetto verrà studiato nel seguito. Nei telescopi di grande diametro con  $D \gg r_0$  il disco di Airy scompare e nella PSF compaiono le aberrazioni di ordine superiore, oltre a quella di TT che comunque è presente. Il residuo che rimane nel fronte d'onda, dopo aver corretto per TT, si trova con l'equazione 1.11.

### 1.1.5 Ordini superiori al TT

Quando  $D \gg r_0$ , ovvero il diametro del fascio è molto maggiore delle dimensioni di  $r_0$ , nell'immagine di una stella ripresa a breve esposizione compare un pattern di punti luminosi denominati speckles. L'area dell'immagine che contiene questo pattern tende a deformarsi nel tempo. Con una lunga esposizione l'angolo apparente della sorgente puntiforme risulta pari a:

$$\alpha \approx 2.44 \frac{\lambda}{r_0} \quad (1.21)$$

l'errore quadratico medio residuo degli ordini superiori al TT si calcola con l'equazione 1.11 ricavata da Noll. Parenti [11] ha descritto la PSF in queste condizioni come formata da uno spot centrale luminoso che emerge da un alone più ampio come riportato in figura 1.5.

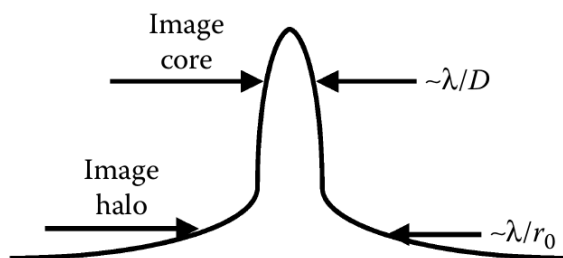


Figura 1.5: *PSF per una lunga esposizione in condizioni di  $D \gg r_0$ .*

In figura 1.6 si riportano le funzioni 1.20 e 1.21. L'angolo  $\alpha_{TT}$  rappresenta lo spostamento del baricentro della PSF che in questo caso è un disco di Airy. Per questo motivo, eseguendo una lunga esposizione su una stella, la dimensione apparente risulta pari a  $\alpha_{TT}$  più un termine additivo pari a  $2.44(\lambda/D)$ . La dimensione del Disco di Airy è pari al doppio della distanza angolare tra il massimo centrale e il primo minimo. Nel caso considerato si fissa  $\lambda = 630nm$  e  $D = 0.3m$ . Le due curve si intercettano

quando  $r_0 = 25\text{cm}$ . Quindi osservando con un telescopio da  $0.3\text{m}$  per  $r_0 > 25\text{cm}$  il TT non permette di raggiungere il limite di diffrazione, quando invece  $r_0 < 25\text{cm}$  il TT è comunque presente ma gli ordini superiori diventano importanti e degradano il disco di Airy.

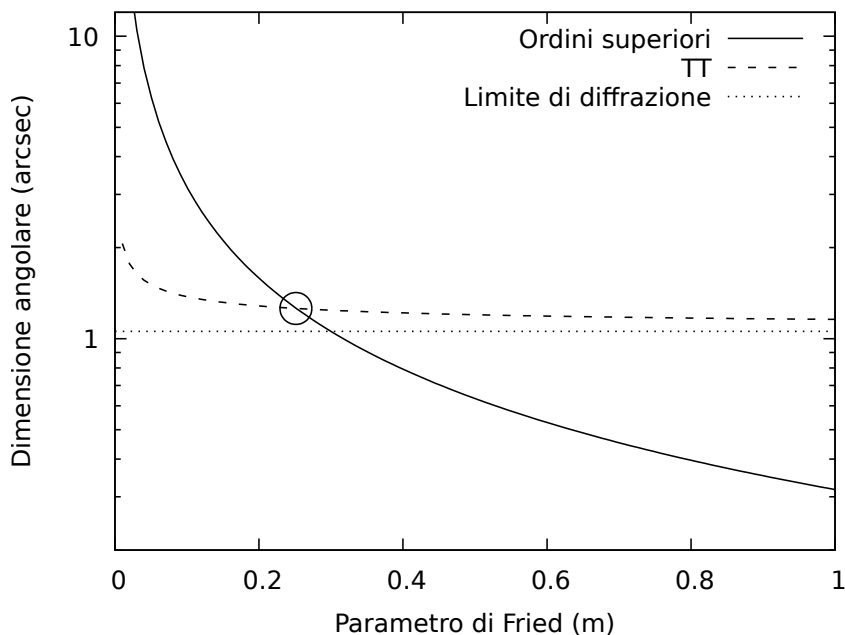


Figura 1.6: *Dimensioni angolari della PSF al variare del parametro di Fried per  $\lambda = 630\text{nm}$  e  $D = 0.3\text{m}$ . Il limite di diffrazione a  $2.44\lambda/D$  costante viene rappresentato con la linea orizzontale punteggiata.*

### 1.1.6 Rapporto di Strehl

Il rapporto di Strehl  $S$  è un numero adimensionale e misura la qualità di un sistema ottico con valori che vanno da 0 a 1.  $S$  verrà utilizzata ampiamente nel seguito. Il rapporto di Strehl è definito come il rapporto tra l'intensità del fascio aberrato e l'intensità del fascio privo di aberrazioni. Per piccole aberrazioni il rapporto di Strehl si può calcolare direttamente dallo scarto quadratico medio  $\sigma^2$  della fase del fronte d'onda:

$$S = 1 - \sigma^2 \approx e^{-\sigma^2} \quad (1.22)$$

Questa espressione è valida solo per rapporti di Strehl superiori a 0.5 [10]. Lo scarto quadratico medio della fase del fronte d'onda  $\sigma^2$ , che verrà abbreviato anche con errore

RMS della fase, per le proprietà dei polinomi di Zernike si calcola facendo la somma quadratica dei coefficienti di Zernike  $Z_n$ :

$$\sigma^2 = \sum_{n=2}^N \left( \frac{Z_n 2\pi}{\lambda} \right)^2 \quad (1.23)$$

In un sistema AO l'errore RMS della fase ha altre componenti: una legata alla risoluzione spaziale dell'elemento adattivo, che introduce degli errori quando cerca di riprodurre l'aberrazione uguale e contraria dell'atmosfera e l'altra componente legata alla limitazione temporale del sistema, dunque:

$$\sigma_T^2 = \sigma^2 + \sigma_{\text{fit}}^2 + \sigma_\tau^2 \quad (1.24)$$

dove  $\sigma^2$  è l'errore RMS del fronte d'onda che può essere calcolato come combinazione dei polinomi di Zernike in un caso reale oppure si può stimare con le formule ricavate da Noll. Come riportato da Tyson [5],  $\sigma_\tau^2$  è legato alla frequenza caratteristica della turbolenza (frequenza di Greenwood  $f_G$ ) e a quella di cutoff ( $f_{3\text{dB}}$ ) del sistema AO impiegato per correggere il fronte d'onda:

$$\sigma_\tau^2 = \left( \frac{f_G}{f_{3\text{dB}}} \right)^{5/3} \quad (1.25)$$

mentre l'errore di interpolazione, per turbolenza di Kolmogorov, si può calcolare in questo modo [5]:

$$\sigma_{\text{fit}}^2 = \kappa \left( \frac{r_s}{r_0} \right)^{5/3} \quad (1.26)$$

dove  $r_0$  è il parametro di Fried,  $r_s$  è la spaziatura tra le zone di correzione, esempio la distanza tra gli attuatori negli specchi. Il parametro  $\kappa$  viene ricavato sperimentalmente confrontando lo spettro della turbolenza atmosferica reale con quello generato artificialmente dall'elemento adattivo.

### 1.1.7 Dipendenza temporale della turbolenza

La teoria di Kolmogorov introdotta finora descrive la turbolenza nel dominio dello spazio. Nel dominio temporale emergono importanti risultati utili per progettare un sistema AO. Se l'atmosfera fosse statica o quasi-statica, un sistema AO potrebbe correggere il fronte d'onda solo nel dominio spaziale. Purtroppo l'atmosfera non è stabile ma

varia velocemente nel tempo. Per descrivere la dipendenza temporale della turbolenza atmosferica è utile l'ipotesi di Taylor della "turbolenza congelata", discussa in [12]. Secondo questa ipotesi la variazione delle quantità meteorologiche in un punto dello spazio sono generate dal vento che muove il fluido e non da una variazione intrinseca del mezzo. Il primo fenomeno è molto più veloce del secondo. Questa idea è facilmente comprensibile quando si osservano le nuvole in cielo muoversi sotto l'effetto del vento che nel frattempo cambiano forma ma molto lentamente. Conoscendo la velocità del vento è possibile passare dal dominio spaziale al dominio temporale della turbolenza atmosferica. Per far questo introduciamo una variabile  $v(h)$  [m/s] che indica la velocità del vento a una certa quota  $h$  [m]. Il tempo di coerenza  $\tau_0$  [s] dei vortici che creano la turbolenza è funzione della loro dimensione  $k$  [m<sup>-1</sup>]. Greenwood [13] ricava la seguente espressione:

$$\tau_0 \propto \left( k^2 \int_0^\infty C_N^2 v^{5/3} dh \right)^{-3/5} \quad (1.27)$$

La frequenza di Greenwood è definita in questo modo:

$$f_G = 0.1338 \tau_0^{-1} \quad (1.28)$$

che nel caso di vento costante si può approssimare con:

$$f_G = 0.43 \frac{v_{\text{wind}}}{r_0} \quad (1.29)$$

Valori tipici della frequenza di Greenwood vanno dalle decina alle centinaia di Hz.  $f_G$  non è la frequenza caratteristica di ogni componente della turbolenza atmosferica, infatti i vortici più grandi si muovono più lentamente rispetto a quelli più piccoli.  $f_{3dB}$  è la frequenza del sistema AO che permette di raggiungere un errore quadratico medio sul fronte d'onda di 1 radiante, vedi formula 1.25. Questa frequenza fornisce un'indicazioni a priori sulle prestazioni del sistema di compensazione adottato, infatti un sistema AO che lavora a una frequenza inferiore a  $f_G$  provoca un ulteriore deterioramento del fronte d'onda.

La dinamica dei modi di TT, ottenuta con il baricentro delle immagini (G-tilt), è riportata in un lavoro di Tyler [14]. Nel spettro in potenza (PSD) della turbolenza è prevista una frequenza di cutoff pari a:

$$f_{\text{cutoff}} = 0.44 \frac{v_{\text{wind}}}{D} \quad (1.30)$$

dove  $v_{\text{wind}}$  è la velocità del vento e  $D$  è il diametro del telescopio. Per  $f < f_{\text{cutoff}}$  si ha un andamento proporzionale a  $f^{-2/3}$  invece per  $f > f_{\text{cutoff}}$  l'andamento è proporzionale a  $f^{-11/3}$ . Un esempio viene riportato in figura 1.7. Un altro modo per definire il TT è il così detto Z-tilt. Questo tilt consiste nella direzione definita dalla normale al piano che minimizza l'RMS del fronte d'onda. La differenza tra il PSD del G-tilt e quello del Z-tilt è che quest'ultimo, sopra le frequenza di cutoff, presenta un andamento proporzionale a  $f^{-17/3}$ . Le aberrazioni di ordine superiore al TT hanno uno spettro che segue un andamento proporzionale a  $f^{-8/3}$ .

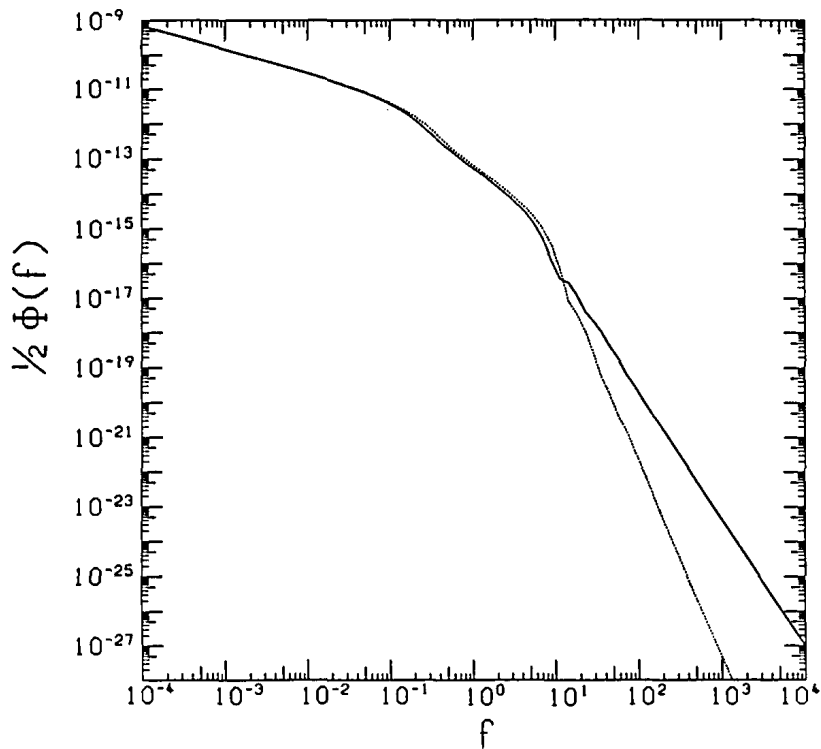


Figura 1.7: *Spettro in potenza del G-tilt e Z-tilt. La curva continua rappresenta il PSD del G-tilt mentre quella a puntini rappresenta il PSD del Z-tilt. Il grafico è preso dall'articolo originale di Tyler [14].*

### 1.1.8 Angolo isoplanatico

Ogni zona dell'atmosfera introduce una diversa combinazione di aberrazioni per un fascio che l'attraversa. Per questo motivo la propagazione attraverso l'atmosfera è detta anisoplanatica. L'anisoplanatismo va tenuto particolarmente in considerazione quando

si applica un sistema AO su un telescopio con un ampio campo di vista. All'interno della teoria di Kolmogorov un'approssimazione dell'angolo isoplanatico è la seguente [15]:

$$\theta_0 \approx 0.6 \frac{r_0}{H} \quad (1.31)$$

dove  $H$  è l'altitudine media dello strato turbolento. Questo angolo corrisponde ad uno spostamento laterale di  $0.3r_0$  tra i fronti d'onda di superfici separate da  $\theta_0$ . La sovrapposizione in un'area comune tra i due fronti d'onda è pari al 60%, come mostrato in figura 1.8. In un sistema AO che misura in tempo reale il fronte d'onda lungo una linea di vista può correggere efficacemente le aberrazioni dovute alla turbolenza per un campo limitato. Per un ottimo sito astronomico con  $r_0 = 20cm$  e  $H = 5km$  l'angolo isoplanatico vale  $2.5arcsec$  e il campo di vista corretto è pari a solo  $5arcsec$ . Per i soli modi di TT l'angolo isoplanatico vale circa quattro volte quello riportato in 1.31. Il campo di vista entro cui la correzione del sistema AO è efficace è molto limitata. Forzare una correzione per la turbolenza atmosferica per un campo di vista troppo grande porta un ulteriore deterioramento delle immagini. L'ottica adattiva multiconiugata [16] permette di ovviare a questa limitazione.

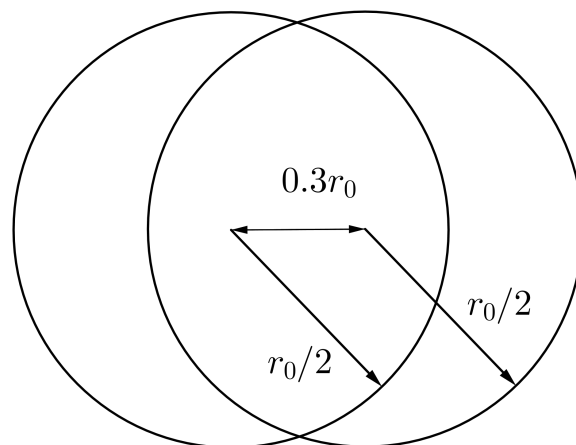


Figura 1.8: Sovrapposizione dei fronti d'onda entro l'angolo isoplanatico.

## 1.2 Vibrazioni

Lo strumento ottico di ripresa delle immagini è soggetto a vibrazioni causate dalle componenti elettriche e meccaniche che lo costituiscono. Spesso le unità di raffreddamento sono i generatori predominanti. Nei telescopi il vento è un'importante sorgente di vibrazione esterna allo strumento. In particolare nei piccoli telescopi, le frequenze dei picchi di risonanza sono indipendenti dalla velocità del vento, invece la loro ampiezza è proporzionale a  $v_{\text{wind}}^4$  [17]. Le vibrazioni si possono distinguere in globali, ovvero che interessano l'intero sistema, oppure possono essere locali ed interessare diversamente i vari componenti ottici. L'effetto delle vibrazioni globali rientrano nei soli modi TT del fronte d'onda e quindi hanno l'unico effetto di traslare l'immagine nel piano focale senza degradarne la qualità. Invece le vibrazioni locali possono causare tip, tilt, defocus e anche ordini superiori [18].

### 1.2.1 Soppressione delle vibrazioni

Le strategie per limitare la degradazione delle immagini dovuta alle vibrazioni sono di due tipi, dirette e indirette. Le tecniche dirette agiscono sulle cause della vibrazione, quelle indirette invece agiscono dopo che la vibrazione ha introdotto le aberrazioni nel fronte d'onda. Quest'ultimo caso si avvale di WFS, accelerometri e tecniche di ricostruzione [19] [20] [21] per comandare un'ottica deformabile.

Le vibrazioni possono essere rilevate mediante un sensore di fronte d'onda allo stesso modo delle aberrazioni causate dall'atmosfera. Per distiguerle è però necessario utilizzare altri sensori, ad esempio degli accelerometri montati sullo strumento. Questa distinzione permette di aumentare la banda in frequenza del sistema AO [21].

Gli strumenti che montano degli accelerometri, ad esempio l'LBT riportato in figura 1.9, misurano le vibrazioni dei singoli componenti. Conoscendo le aberrazioni che vengono introdotte dal singolo componente, è possibile ricostruire l'errore nella fase del fronte d'onda rispetto al caso non perturbato e quindi correggerla. Questa tecnica di soppressione delle vibrazioni necessita di uno studio preliminare approfondito dello strumento ottico.

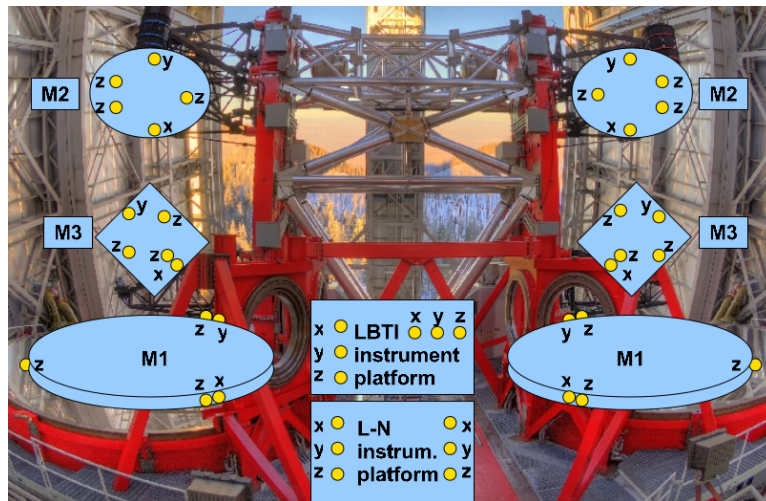


Figura 1.9: *Distribuzione degli accelerometri in LBT. 5 accelerometri per ogni specchio del telescopio. I dati dei sensori vengono combinati per ricavare informazioni sulle variazioni del cammino ottico e sul TT degli specchi. Immagine presa dall'articolo [22].*

L'uso di accelerometri per un sistema di feedforward non viene approfondito ulteriormente nel presente lavoro, l'effetto delle vibrazioni verrà rilevato insieme alle aberrazioni della turbolenza atmosferica. Come nel caso della turbolenza atmosferica anche qui interessa conoscere il tipo e l'entità delle aberrazioni prodotte da uno strumento in vibrazione e la loro dipendenza temporale. Le vibrazioni si concentrano ad alte frequenze e presentano picchi di risonanza. La turbolenza atmosferica invece ha uno spettro continuo e domina a basse frequenze. Viene riportato un esempio di PSD in figura 1.10.

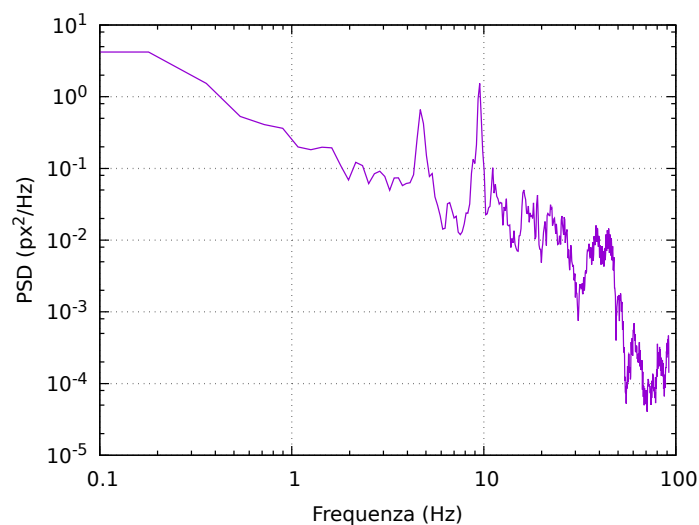


Figura 1.10: *Spettro in potenza della misura TT del telescopio in laboratorio.*



### 1.3 Aberrazioni introdotte da disallineamenti

I disallineamenti degli elementi ottici in un sistema introducono aberrazioni nel fronte d'onda. Conoscere i disallineamenti permette di capire se con il sistema AO si riescono a correggere e quanta dinamica dell'elemento adattivo utilizzano. Ogni elemento ottico disallineato ha un diverso effetto sull'immagine finale. Uno specchio o un beam splitter tiltati, inseriti dove il fascio è convergente, introducono astigmatismo. Un elemento ottico sferico tiltato in un telescopio introduce coma. In un telescopio in configurazione Cassegrain, il disallineamento del primario ha un'incidenza maggiore sulla qualità delle immagini rispetto a quella del secondario, avendo il primo una leva ottica maggiore. I disallineamenti possono essere statici oppure dinamici. In quest'ultimo caso l'elemento ottico in vibrazione introduce aberrazioni variabili nel tempo. Lo studio delle vibrazioni dei singoli componenti viene effettuato nei grandi telescopi come l'LBT [23] e va oltre gli scopi del presente lavoro.

Schroeder ha calcolato le aberrazioni fino al terzo ordine, nel caso di telescopi a due specchi, applicando il principio di Fermat [24]. Si considerano le conseguenze di un errore di posizionamento dello specchio secondario rispetto al primario. L'errore di posizionamento può essere un decentramento, un tilt oppure uno spostamento in asse in avvicinamento o allontanamento dal primario (figura 1.11 per le notazioni utilizzate).

La trattazione sull'astigmatismo viene fatta solo nel caso di telescopi aplanatici, ovvero privi di aberrazione sferica e coma. Per i telescopi classici, ovvero con primario parabolico, l'astigmatismo dovuto al disallineamento ha un effetto trascurabile sulla qualità complessiva dell'immagine e può essere ignorato. L'effetto sulla fase dell'onda è dato dalle superfici che compongono lo strumento:

$$\phi_S = \phi_1 + \phi_2 + \dots + \phi_f = \sum_i \phi_i \quad (1.32)$$

per un raggio nel piano  $xy$  risulta:

$$\phi_S = \sum_i (B_{0i}y_i + B_{1i}y_i^2 + B_{2i}y_i^3 + B_{3i}y_i^4) = \sum_j \left( \sum_i B_{ji}y_i^{j+1} \right) \quad (1.33)$$

con  $j = 0, 1, 2, 3$  e  $y_i$  è l'altezza del raggio sul bordo dello specchio. La distanza geometrica tra il fronte d'onda aberrato e quello di riferimento lungo un qualunque

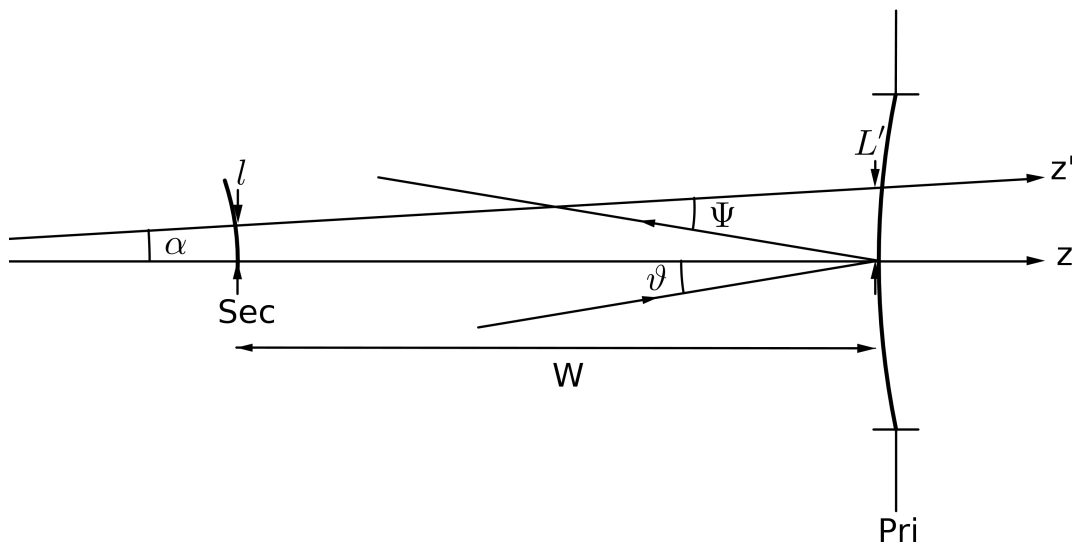


Figura 1.11: *Telescopio a due specchi. Specchio secondario (Sec) decentrato di  $l$  e tiltato di un angolo  $\alpha$  rispetto all'asse dello specchio primario (Pri) il quale coincide con lo stop di apertura.*

raggio sull'ultima superficie è dato da:

$$\Delta = \frac{\phi_s(y_i)}{n_f} \quad (1.34)$$

dove  $n_f = -n$  e  $n$  è l'indice di rifrazione del mezzo. L'aberrazione trasversale  $j$ -esima sempre in riferimento all'ultima superficie si trova con la seguente derivata:

$$\frac{\partial \Delta}{\partial y_f} = \frac{1}{n_f} (j+1) \sum_i B_{ji} y_i^j \frac{\partial y_i}{\partial y_f} \quad (1.35)$$

Schroeder ricava delle espressioni per i coefficienti  $B_{0i}$ ,  $B_{1i}$ ,  $B_{2i}$  e  $B_{3i}$  che dipendono dalle caratteristiche del telescopio e dai parametri di disassamento del secondario. Le aberrazioni che ne risultano hanno quindi due componenti, una dovuta alla configurazione del telescopio e l'altra dovuta al disallineamento del secondario. Riportiamo di seguito i valori delle aberrazioni in termini di angoli proiettati in cielo. In ordine si riporta lo spostamento dell'immagine nel piano focale, coma ed astigmatismo per un telescopio aplanatico in [rad]:

$$\psi_{\text{tilt}} = \theta_y + 2k \left( \alpha - \frac{(m-1)l}{2k f} \right) \quad (1.36)$$

$$\psi_{\text{coma}} = -\frac{3(1+\beta)(m-1)}{16F^2} \left[ \alpha - \frac{l}{f} \frac{m}{k} \left\{ 1 + \frac{1}{(m-\beta)(m-1)} \right\} \right] \frac{1}{f} \quad (1.37)$$

$$\begin{aligned} \psi_{\text{ast},1} = & -\frac{\theta^2}{2F} \left[ \frac{m(2m+1)+\beta}{2m(1+\beta)} \right] + \\ & -\frac{1}{2F} \frac{1}{f} \frac{(m-1)^3}{1+\beta} \left[ \theta_y + \frac{1}{f} \frac{m}{2(m-\beta)(m-1)} \right] \frac{1}{f} \end{aligned} \quad (1.38)$$

dove  $\theta_y$  è l'angolo tra il raggio principale e l'asse ottico del telescopio,  $\theta^2 = \theta_x^2 + \theta_y^2$ ,  $k = y_2/y_1$  è il rapporto delle altezze dei raggi sul bordo degli specchi,  $m$  è l'ingrandimento trasversale del secondario,  $f$  la focale del telescopio,  $f_1\beta$  è la distanza di back focus e  $F$  il rapporto focale del telescopio. Si può notare che l'aberrazione di coma non dipende dall'angolo  $\theta_y$  quindi è una quantità costante su tutto il campo e diventa importante per telescopi con rapporto focale veloce. L'astigmatismo ha un'incidenza inferiore rispetto al coma.

Se lo specchio secondario viene spostato di una quantità pari a  $ds_2$  viene introdotto astigmatismo, per un telescopio aplanatico risulta:

$$\psi_{\text{ast},2} = \frac{m(m^2-1)}{16F^3} \left[ 1 + \frac{2}{(m-1)(m-\beta)} \right] \frac{ds_2}{f_1} \frac{1}{f} \quad (1.39)$$

anche in questo caso per telescopi con rapporti focali veloci l'incidenza è maggiore. Il contributo dell'aberrazione di coma per la traslazione in asse del secondario è trascurabile rispetto a quella già presente in un telescopio classico.

Con le formule riportate in questa sezione è possibile calcolare l'effetto del disallineamento del secondario, è possibile capire se il sistema AO ha abbastanza dinamica per correggere le aberrazioni introdotte.

## 1.4 Strumenti e principi di ottica adattiva

Un sistema AO in astronomia misura la fase del fronte d'onda e usa questa informazione in tempo reale per correggere le aberrazioni. Il controllo può operare in closed loop o in open loop. In un sistema in closed loop il sensore di fronte d'onda è inserito dopo l'elemento adattivo, vedi figura 1.12, mentre in un open loop il WFS è inserito prima dell'elemento adattivo. La luce della stella guida raccolta dal telescopio viene collimata e nel fascio collimato si posiziona l'elemento adattivo. La correzione dell'aberrazione si può attuare con due elementi adattivi separati, uno per il TT e l'altro per gli ordini più

alti. Sempre nel fascio collimato si sottrae parte della luce, ad esempio con un beam splitter, per mandarla al WFS. Dall'altro lato del beam splitter un elemento ottico convergente ripristina l'immagine dell'oggetto astronomico sulla fotocamera scientifica. Un sistema di controllo calcola i comandi per ridurre le aberrazioni partendo dalla misura del fronte d'onda e li fornisce come feedback all'elemento adattivo. Il numero di elementi per un corretto campionamento del fronte d'onda vale  $\sim (D/r_0)^2$  e la frequenza di esercizio è dettata dalla frequenza di Greenwood  $f_G$  calcolata con l'equazione 1.28. La coniugazione ottica del sistema è fondamentale per il corretto funzionamento dello stesso. I due elementi deformabili, per il TT e gli ordini più alti, devono essere coniugati con il WFS. Per questo motivo un sistema AO contiene tre piani coniugati con la pupilla per posizionarvi l'elemento adattivo per TT, l'elemento adattivo per gli ordini più alti e il WFS. Ogni coniugazione richiede un telescopio che complica il sistema.

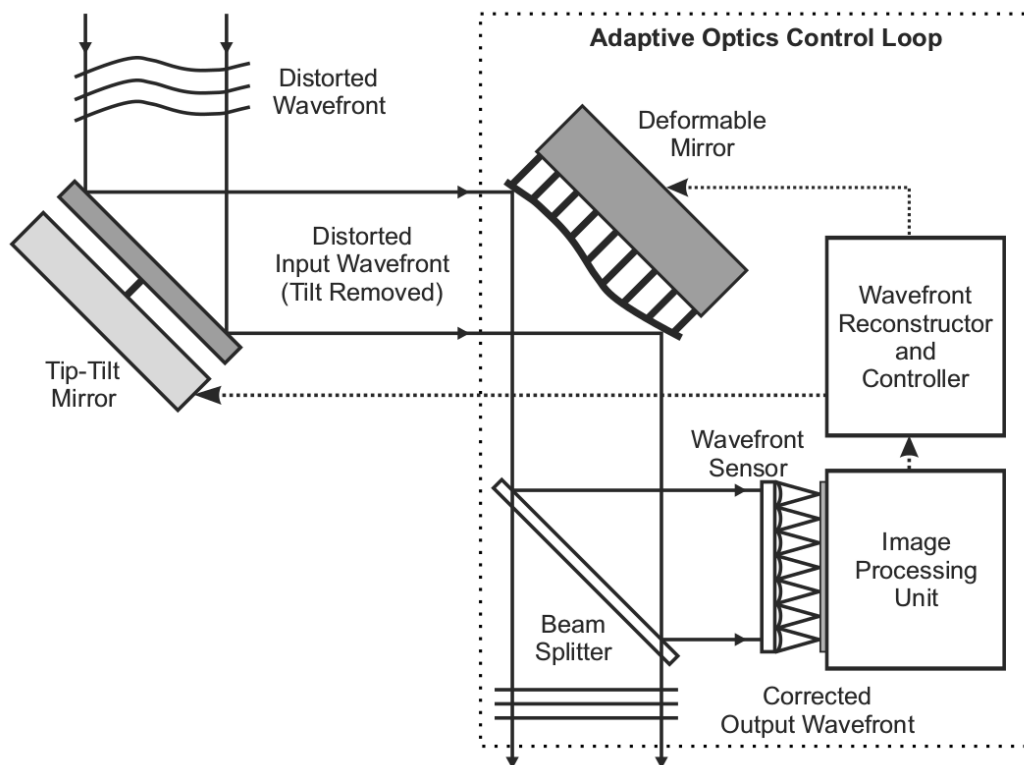


Figura 1.12: Esempio di sistema AO in closed loop con doppio elemento adattivo per il TT e per gli ordini più alti con SHWFS. Immagine presa da [23].

### 1.4.1 Sensori di fronte d'onda

I principali sensori utilizzati per la misura del fronte d'onda sono lo Shack-Hartmann [25], il sensore a curvatura [26] e il sensore a piramide [27]. L'idea comune è quella di suddividere il fronte d'onda in più sottoaperture e misurarne localmente il fronte d'onda. La suddivisione del fascio costituisce un ostacolo per i sistemi AO in astronomia. Un elevato numero di sottoaperture permette da un lato, una miglior ricostruzione del fronte d'onda e dall'altro, una diminuzione del SNR che costringe ad usare solo le stelle più brillanti. Riportiamo di seguito una descrizione del sensore SHWFS perché molto diffuso in AO e utilizzato in alcune fasi del presente lavoro e del sensore a curvatura per le somiglianze con il sistema AO per bassi ordini sviluppato in questo lavoro.

#### Sensore di fronte d'onda Hartmann e Shack-Hartmann

Il fronte d'onda che deve essere ricostruito viene campionato da una lastra con più sottoaperture (Hartmann) o da una matrice di piccole lenti (Shack-Hartmann, riportato in figura 1.13). Ogni sottoapertura produce un'immagine nel piano focale dove viene posizionato un detector. La posizione dell'immagine  $\Delta x$  è legata al gradiente locale del fronte d'onda mediato sull'area della sottoapertura:

$$\Delta \vec{x} \propto \nabla \phi(x, y)$$

da queste misure di TT locale è possibile ricostruire la forma del fronte d'onda. Il sensore Shack-Hartmann rispetto all'Hartmann ha il vantaggio di utilizzare tutta la luce del fascio perché le lenti nella matrice sono adiacenti e la maschera è così completamente trasparente. Il numero  $N$  di sottoaperture o lenti deve essere dimensionato in base al parametro  $r_0$  del luogo di osservazione. Per avere la giusta risoluzione spaziale ed eseguire un corretto campionamento del fronte d'onda  $N = D/r_0$ , dove  $D$  è il diametro del telescopio. La dimensione in [rad] degli spot nel detector dopo la matrice di lenti è pari a:

$$\theta_{\text{SH}} = 2.44 \frac{\lambda N}{D} \quad (1.40)$$

La posizione degli spot in ogni singola sottoapertura può essere misurata con il sistema a quattro quadranti oppure con il baricentro dell'immagine, entrambi i metodi verranno

no presentati nel prossimo capitolo parlando dei sensori di posizione e dei momenti dell'immagine rispettivamente.

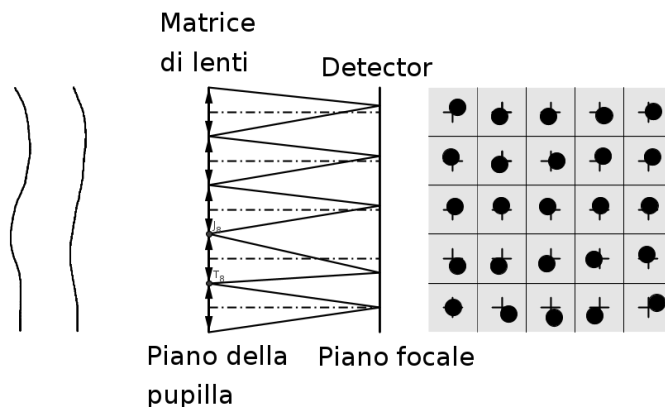


Figura 1.13: Sensore di fronte d'onda Shack-Hartmann. Nella griglia nel piano focale sono riportati gli assi ottici delle lenti contrassegnati con una croce e gli spot con un cerchio.

### Sensore di fronte d'onda a curvatura

Questo sensore misura la curvatura del fronte d'onda  $\nabla^2\phi(\vec{r})$  acquisendo immagini in posizione extra e intra-focale di una sorgente puntiforme come una stella che risulta quindi sfuocata. Le aberrazioni del fronte d'onda provocano delle disuniformità nell'intensità delle due immagini, vedi figura 1.14. In particolare, in approssimazione geometrica, una curvatura positiva del fronte d'onda produce un'immagine intra-focale che è più intensa rispetto all'immagine extra-focale. La curvatura negativa provoca l'effetto contrario. Siano  $I_1(\vec{r})$  e  $I_2(\vec{r})$  le intensità in funzione della posizione delle due immagini. La loro differenza normalizzata è proporzionale alla curvatura del fronte d'onda  $\nabla^2\phi(\vec{r})$  meno la derivata del fronte d'onda sul bordo  $\frac{\partial\phi(\vec{r})}{\partial\vec{n}}$ :

$$\frac{I_1(\vec{r}) - I_2(\vec{r})}{I_1(\vec{r}) + I_2(\vec{r})} = C \left[ \nabla^2\phi(\vec{r}) - \frac{\partial\phi(\vec{r})}{\partial\vec{n}} \right]$$

dove  $C$  è la costante di proporzionalità che dipende dalla distanza focale  $F$  e dallo spostamento rispetto alla posizione del fuoco  $l$ , vedi figura 1.14. La distanza di defocus  $l$  minima in base al grado di turbolenza atmosferica e al sistema utilizzato è fornita dalla seguente formula [5]:

$$l = \frac{\lambda F^2}{\lambda F + r_0^2} \quad (1.41)$$

dove  $r_0$  è il parametro di Fried. Un'immagine eccessivamente sfuocata comporterebbe una riduzione del SNR.

Un sensore di curvatura si può realizzare con due detector in posizione intra e extra-focale nelle due uscite di un beam-splitter, oppure si può impiegare una membrana vibrante e un solo detector. La membrana, muovendosi avanti e indietro, genera le due immagini sfuocate che vengono riprese in sincronia con le vibrazioni della membrana.

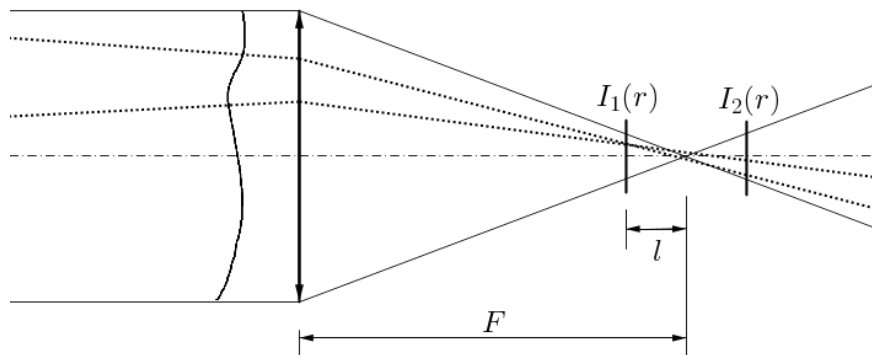


Figura 1.14: Schema del sensore di fronte d'onda a curvatura e principio di funzionamento. I raggi con tratto a punti provenienti da una zona del fronte d'onda a curvatura positiva risultano maggiormente a fuoco in posizione intra-focale rispetto alla posizione extra-focale.  $I_1(r)$  presenterà una picco nella zona di focalizzazione, al contrario  $I_2(r)$  presenterà una zona meno intensa.  $l$  è la distanza di defocus e  $F$  la focale del sistema.

### 1.4.2 Elementi adattivi

Comandati dal sistema di controllo, gli elementi adattivi sono in grado di generare aberrazioni compensando quelle presenti nel fronte d'onda. Le tipologie di elementi deformabili sono varie e si scelgono in base all'applicazione richiesta. Una descrizione dettagliata sui vari tipi di elementi adattivi si può trovare in [5]. Un parametro importante che caratterizza questi dispositivi è il range dinamico o stroke, ovvero la massima deformazione della superficie. Il numero di attuatori e la loro posizione definiscono la risoluzione spaziale che deve coincidere con quella del WFS per evitare così sovra o sotto campionamenti. La velocità di movimentazione della superficie definisce la frequenza alla quale possono lavorare questi dispositivi. Specchi e lenti deformabili in posizione rilassata presentano un residuo di aberrazione che deve essere il più basso possibile. I

materiali piezoelettrici, di cui sono costituite varie tipologie di attuatori, presentano isteresi [28]. Questo è un fenomeno secondo il quale la deformazione del materiale non dipende solo dalla tensione a cui viene sottoposto in un determinato momento ma anche da quella che aveva nel passato. Di seguito si riporta una breve descrizione degli elementi deformabili esistenti. La descrizione dettagliata della lente deformabile utilizzata in questo lavoro verrà presentata nel prossimo capitolo.

### **Specchi deformabili**

Gli specchi deformabili (DM) segmentati sono i primi ad essere stati realizzati. I DM con una superficie continua sono stati introdotti solo in un secondo momento e sono oggi i più diffusi. Gli attuatori possono essere continui, come negli specchi a membrana o bimorfi, oppure discreti. Gli attuatori discreti piezoelettrici vengono impiegati per ottenere alta risoluzione spaziale e uno stroke elevato. Le tensioni da fornire al materiale piezoelettrico sono dell'ordine delle centinaia di Volt. Esistono altri tipi di attuatori, come quelli formati da piombo-manganese-niobio e gli attuatori magnetostrittivi, che necessitano di tensioni inferiori rispetto ai piezoelettrici. Gli specchi edge-actuated riescono a riprodurre i bassi ordini di aberrazione, come defocus e astigmatismo. In questi specchi gli attuatori vengono applicati al bordo dello specchio [29].

### **Lenti deformabili**

Un fenomeno utilizzato per costruire lenti deformabili è l'electrowetting [30], consiste nel modificare le proprietà di bagnatura di una superficie mediante l'applicazione di un campo elettrico. Un'applicazione di questo dispositivo si trova in [31]. Il dispositivo realizzato con questa tecnica risulta lento e ha problemi di deformazione a causa della sua stessa gravità. La lente deformabile utilizzata in questo lavoro consiste invece in una finestra di vetro attuata mediante due anelli piezoelettrici. Questa lente verrà descritta nel dettaglio nel prossimo capitolo. Ci si limita, in questa sezione, a comparare la MAL con i DM. Il dispositivo è mosso da attuatori piezoelettrici disposti sul bordo di una finestra ottica, mentre negli specchi gli attuatori sono disposti dietro la superficie riflettente. Grazie all'elasticità del vetro e ad alcune accortezze la deformazione generata ai bordi si estende anche nella parte interna della lente deformabile. Una caratteristica



importante della lente deformabile, che la distingue dagli specchi, è che permette di costruire sistemi ottici più compatti. I limiti della lente deformabile sono la ridotta apertura libera realizzabile (massimo  $20\text{mm}$ ) e il fatto che la risoluzione spaziale è inferiore a un DM a parità di dimensioni. La MAL a differenza degli specchi presenta cromatismo, questo aspetto verrà approfondito nel corso del terzo capitolo.

### Modulatori spaziali di luce

I spatial light modulators (SLM) sono utilizzati per modulare la fase, l'intensità, la polarizzazione e la direzione del fascio incidente. La modulazione si ottiene sfruttando fenomeni elettro-ottici e magneto-ottici. I tre principali dispositivi appartenenti a questa categoria sono l'LCLV (liquid crystal light valve), photo KD\*P e il *Prom*. Una descrizione di questi dispositivi e dei principi di funzionamento è presente in [30]. I vantaggi degli SLM sono l'elevata risoluzione spaziale e l'elevata frequenza di lavoro che possono raggiungere.

### 1.4.3 Calibrazione

La calibrazione di un sistema AO permette di caratterizzare i modi dell'elemento adattivo. È una fase fondamentale per poter correggere le aberrazioni. La calibrazione consiste nella misura attraverso un WFS della risposta corrispondente all'azione degli attuatori. Anche i sistemi AO senza WFS (sensorless) che comandano l'elemento adattivo mentre vengono ottimizzate delle funzioni di merito necessitano di tale calibrazione. L'obiettivo è ottenere una relazione lineare per controllare l'elemento adattivo del tipo:

$$\vec{\phi} = A\vec{c} \quad (1.42)$$

dove  $\vec{\phi}$  è la fase del fronte d'onda,  $A$  la matrice di influenza e  $\vec{c}$  il vettore dei comandi da fornire all'elemento adattivo. La dimensione di  $\vec{c}$  coincide con il numero di attuatori  $N$ . Per costruire la matrice  $A$  si aziona l' $i$ -esimo attuatore e si registra la risposta  $\vec{\phi}$  con il sensore di fronte d'onda. Se  $\vec{c} = (1, 0, \dots, 0)$  si ricava la prima colonna di  $A$ , la seconda con  $\vec{c} = (0, 1, 0, \dots, 0)$  e così via.

Le informazioni sul fronte d'onda  $\vec{\phi}$  vengono raccolte dal WFS e servono per comandare l'elemento adattivo. Per far questo bisogna invertire la matrice  $A$  in 1.42.

La matrice  $K$  che si ottiene è detta matrice di controllo. La matrice inversa si ottiene con la Singular Value Decomposition (SVD) che è una fattorizzazione di una matrice rettangolare:

$$A = U\Sigma V^* \quad (1.43)$$

La pseudo-inversa di  $A$  risulta  $K = V\Sigma^+U^*$ . La matrice  $\Sigma^+$  è una matrice diagonale e si ottiene da  $\Sigma$  calcolando il reciproco degli elementi diversi da zero e facendo la trasposta. Gli elementi di  $\Sigma^+$  vengono ordinati in ordine decrescente per convenzione e definiscono i guadagni dei modi dell'elemento adattivo. I modi con la frequenza spaziale più alta sono quelli con guadagno inferiore. Utilizzare i modi a più alta frequenza spaziale e basso guadagno per correggere le aberrazioni del fronte d'onda comporta un elevato utilizzo della dinamica dell'elemento adattivo che di conseguenza può saturare. Se questa situazione si verifica vengono rimossi i modi con guadagno più basso.

#### 1.4.4 Controllo

Dopo aver individuato i modi dell'elemento adattivo con la calibrazione è possibile controllarlo, ad esempio utilizzando il feedback del sensore di fronte d'onda nei sistemi a closed loop. Consideriamo proprio un sistema AO in closed loop, come quello sviluppato in questo lavoro e indichiamo con  $t$  il tempo. Il fronte d'onda viene misurato in tempo reale. Da questa misura si ricava l'errore residuo  $\vec{e}(t) = \vec{\phi}_0 - \vec{\phi}(t)$  che serve per calcolare il vettore dei comandi  $\vec{c}(t)$ . Un sistema di feedback con integratore che impiega un tempo  $T$  per un ciclo di correzione prevede che il vettore dei comandi venga calcolato in questo modo:

$$\vec{c}(t) = \vec{c}(t - T) + gK\vec{e}(t - T) \quad (1.44)$$

dove  $g$  è il gain dell'integratore.  $g$  è un parametro fondamentale che determina la stabilità del sistema AO. Un gain elevato rende il sistema più pronto ad eventuali instabilità ma allo stesso tempo può diventare instabile.  $f = 1/T$  è la frequenza di lavoro del sistema AO. Per utilizzare la relazione appena scritta si assume che la risposta del sistema sia lineare. In figura 1.15 viene presentato il diagramma a blocchi di un sistema di controllo.

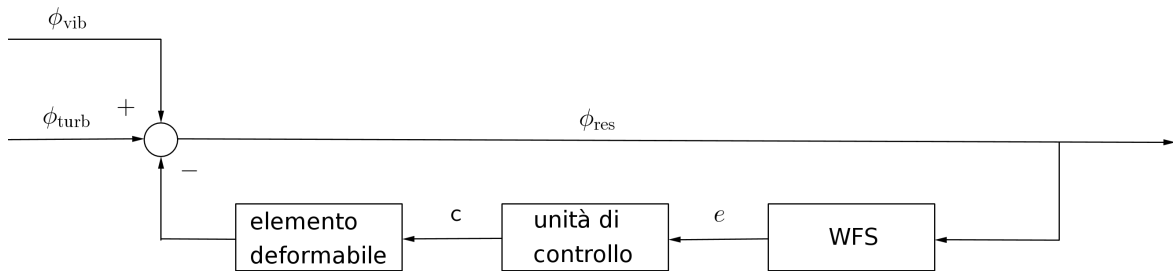


Figura 1.15: *Diagramma a blocchi di un controllo per sistema AO in closed loop.*

Il fronte d'onda nel procedimento di calibrazione e di controllo può essere rappresentato in due modi diversi. Quando il fronte d'onda viene espresso in termini di differenza di cammino ottico relativa a una piccola area dell'apertura il fronte d'onda è detto zonale. Nella zona di campionamento, il fronte d'onda viene espresso in termini di piston e TT locale. Quando invece il fronte d'onda è espresso in termini di coefficienti dei modi di un'espansione polinomiale sull'intera pupilla, per esempio con i polinomi di Zernike in equazione 1.9, il fronte d'onda viene detto modale. Dalla rappresentazione zonale si può passare alla rappresentazione modale e viceversa. La rappresentazione modale è preferibile quando si vogliono correggere bassi ordini di aberrazione come tip, tilt, defocus e astigmatismo [5]. Il sistema AO proposto utilizza la rappresentazione modale.



# Capitolo 2

## Ottica adattiva a bassi ordini

Nel capitolo 1 sono state introdotte le sorgenti di aberrazione che disturbano le osservazioni astronomiche e in generale le basi di un sistema AO. In questo capitolo viene descritto il sistema per la correzione dei bassi ordini di aberrazione, oggetto di questo lavoro. Tale sistema AO opera in closed loop e impiega una lente deformabile multi-attuatore e un detector per rilevare le aberrazioni del fronte d'onda. Vengono proposti un sensore di posizione (PsD) e una fotocamera CMOS. I momenti di un'immagine vengono introdotti all'inizio di questo capitolo. Si descrivono poi i principali componenti del sistema AO proposto e il principio di funzionamento, con la calibrazione e il controllo del sistema. Si ricava il grado di correzione raggiungibile, il limite di magnitudine utilizzando una stella guida naturale e infine si simula il funzionamento.

### 2.1 Calcolo dei momenti di un'immagine

I momenti dell'immagine permettono di ricavare le informazioni sul fronte d'onda e vengono utilizzati nella fase di calibrazione e di controllo del sistema AO per i bassi ordini. Supponiamo di riprendere un'immagine fuori fuoco di una sorgente puntiforme affetta da aberrazioni TTDA variabili nel tempo. La sorgente può essere un fascio laser collimato oppure una stella naturale. L'immagine di tale sorgente appare come un'ellisse di eccentricità e dimensioni variabili, il cui baricentro si muove per effetto del TT. L'orientazione dell'ellisse e la sua eccentricità dipendono dall'astigmatismo, il defocus invece influenza il diametro dell'immagine. Per recuperare queste informazioni

si utilizzano i momenti. Un'immagine digitale è descritta da una funzione  $I(x, y)$  che indica il livello di intensità dei pixel nel dominio spaziale dell'immagine. Il momento  $M_{ij}$  di ordine  $i + j$  è definito in questo modo:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y I(x, y) x^i y^j \quad (2.1)$$

Il momento di ordine 0 relativo a  $i = 0$  e  $j = 0$  rappresenta l'area  $A$  dell'immagine. Mentre i due momenti di prim'ordine permettono di trovare il baricentro:

$$(x_g, y_g) = \left( \frac{M_{10}}{A}, \frac{M_{01}}{A} \right) \quad (2.2)$$

I momenti di second'ordine danno invece informazioni sull'orientazione. Una volta normalizzati, assumono la seguente espressione generale:

$$n_{ij} = \frac{\mu_{ij}}{A} \quad (2.3)$$

con

$$\mu_{20} = M_{20} - Ax_g^2$$

$$\mu_{02} = M_{02} - Ay_g^2$$

$$\mu_{11} = M_{11} - Ax_g y_g$$

che sono i momenti centrali ottenuti da:

$$M_{ij} = \sum_x \sum_y I(x, y) (x - x_g)^i (y - y_g)^j \quad (2.4)$$

L'equazione di un'ellisse è (vedi figura 2.1):

$$\frac{(x - x_g + \tan \theta (y - y_g))^2}{a^2(1 + t^2)} + \frac{(y - y_g - \tan \theta (x - x_g))^2}{b^2(1 + t^2)} - 1 = 0$$

Chaumette nel suo articolo [32] esprime i semiassi  $a$ ,  $b$  e l'orientazione  $\theta$  in termini dei momenti di secondo ordine normalizzati. Partendo dall'equazione dell'ellisse ottiene:

$$a = \sqrt{2 \left( n_{02} + n_{20} + \sqrt{(n_{20} - n_{02})^2 + 4n_{11}^2} \right)} \quad (2.5)$$

$$b = \sqrt{2 \left( n_{02} + n_{20} - \sqrt{(n_{20} - n_{02})^2 + 4n_{11}^2} \right)} \quad (2.6)$$

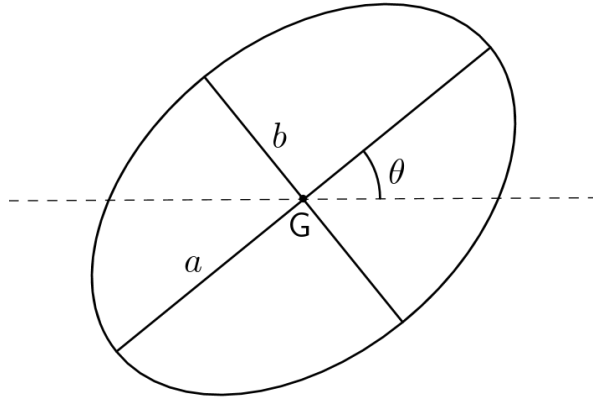


Figura 2.1: Tipica rappresentazione di un'ellisse. Il baricentro è  $G$  di coordinate  $(x_g, y_g)$

$$\theta = \arctan \left( \frac{n_{02} - n_{20} + \sqrt{(n_{20} - n_{02})^2 + 4n_{11}^2}}{2n_{11}} \right) \quad (2.7)$$

Con queste equazioni è possibile esprimere l'area in termini dei momenti normalizzati:

$$A = \pi ab = 4\pi \sqrt{n_{20}n_{02} - n_{11}^2} \quad (2.8)$$

Le equazioni presenti in questa sezione vengono utilizzate per elaborare le immagini nelle fasi di calibrazione e controllo del sistema AO proposto. Le formule vengono implementate in uno script Python in poche righe di comando, come si vede dal codice presente in appendice A.

## 2.2 Configurazione dei sistemi AO per bassi ordini

Dopo aver introdotto i momenti delle immagini che saranno utili nel seguito, si entra nel vivo della trattazione descrivendo la configurazione del sistema AO per i bassi ordini. Lo schema del sistema viene riportata in figura 2.2, consiste essenzialmente in un closed loop fra la MAL e il detector. Come detector si può predisporre un PsD (Thorlabs PDP90A) oppure una fotocamera (IDS UI-3060CP), le due configurazioni risultanti sono identiche. La sorgente utilizzata è un fascio laser collimato oppure la luce di una stella focalizzata dal telescopio e collimata da una lente. Nel fascio collimato viene posizionata la lente deformabile e subito dopo una lente  $f_1$  che fa convergere il fascio, qui si inserisce un beam splitter che manda parte della luce verso il detector e

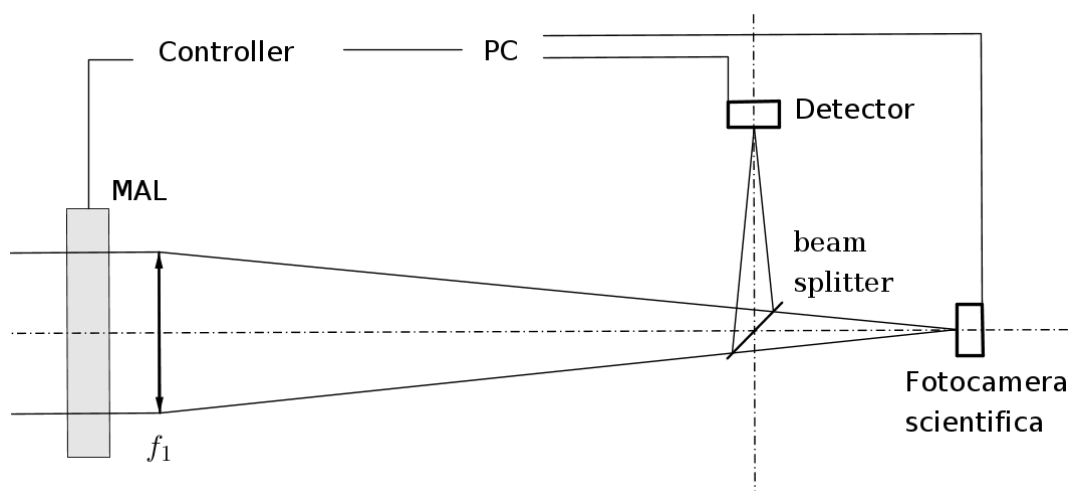


Figura 2.2: Schema del sistema AO per bassi ordini. Il detector è costituito dal sensore di posizione nel sistema correttivo per tip e tilt oppure da una fotocamera CMOS posizionata fuori fuoco nel sistema correttivo per TTDA.

parte verso la fotocamera scientifica. La MAL è collegata al computer mediante un controller. Il computer elabora i segnali ricevuti dal detector per risalire alle aberrazioni del fronte d'onda. Le tensioni in uscita dal PsD passano attraverso un convertitore analogico-digitale (National Instruments USB-6008). Le immagini della fotocamera vengono trasferite al computer con una porta USB3. Il sistema che corregge TT utilizza il PsD in posizione prossima al fuoco di  $f_1$ , mentre quello per TTDA prevede la fotocamera in posizione intra o extra-focale della stessa lente. Per la calibrazione del sistema, che prevede il calcolo della matrice di influenza della lente deformabile, si utilizza uno Shack-Hartmann posizionato su uno dei due lati del beam splitter. Il fascio viene collimato nuovamente e il SHWFS viene posizionato in un piano coniugato rispetto alla lente deformabile.

### 2.2.1 Sensore di posizione

In questa sezione vengono descritti in generale i sensori di posizione, prestando maggiore attenzione a quello impiegato in questo lavoro. Utilizzato come detector in closed loop, il PsD rileva esclusivamente il TT del fronte d'onda. Il sensore di posizione utilizzato è un fotodiodo ad effetto laterale (LEP) con singolo strato resistivo e quattro elettrodi, per questo è detto tetra LEP. Viene prodotto dalla Thorlabs sotto il nome di PDP90A.



I PsD presenti in commercio si dividono in tre tipologie, il duo LEP, il tetra LEP e il sensore a quattro quadranti. Detti sensori di posizione continui perché ricostruiscono la posizione dello spot dividendo la fotocorrente all'interno dell'area sensibile. Il baricentro dell'immagine, o meglio del profilo di intensità dell'immagine, deriva direttamente dall'architettura della zona sensibile e non è necessario elaborare le immagini. L'output di questi dispositivi, compreso quello utilizzato in questo lavoro, consiste in tre tensioni:  $V_x$ ,  $V_y$  e  $V_{\text{sum}}$ , le prime due sono proporzionali alla posizione del baricentro dell'immagine e l'ultima viene utilizzata per la normalizzazione. Dato che sono sensori continui, la sorgente di intensità minima rilevabile si trova conoscendo il rumore in corrente del sensore  $I_{\text{noise}}$  [Ampere] e la fotosensibilità  $R$  [ $\frac{A}{W}$ ]:

$$P_{\text{min}} = \frac{\text{SNR} \times I_{\text{noise}}}{R} \quad (2.9)$$

dove SNR è il rapporto segnale rumore richiesto per la misura.

I LEP sono formati da un'unica area sensibile in cui avviene la produzione di elettroni per effetto fotoelettrico. Ricoperta da uno strato resistivo, la corrente che si genera passa attraverso degli elettrodi posti sui lati dell'area sensibile. Quattro elettrodi permettono di ricostruire la posizione in un piano, invece con due si ottiene solo la posizione in una dimensione. La chiave di funzionamento di questi dispositivi è il fatto che le fotocorrenti sono proporzionali alla resistenza del tratto che devono percorrere, ovvero dallo spot luminoso all'elettrodo considerato. I duo LEP hanno due strati uniformi resistivi uno sopra e uno sotto al fotodiodo e ogni strato resistivo ha due contatti nelle posizioni opposte. I tetra LEP invece hanno solo uno strato resistivo e gli elettrodi sono posizionati sui bordi. I duo LEP hanno una risposta più lineare e un errore nel determinare la posizione inferiore rispetto ai tetra LEP. Questi ultimi sono però più economici. La loro linearità viene migliorata modificando la forma degli elettrodi come nel caso del PDP90A. Lo schema di viene riportato in figura 2.3.

Il baricentro dell'immagine sulla superficie fotosensibile del LEP si ricava dalle tensioni generate ai capi degli elettrodi. Seguendo le notazioni in figura 2.3 definiamo:

$$V_x = (V_a + V_b) - (V_c + V_d)$$

$$V_y = (V_b + V_c) - (V_a + V_d)$$

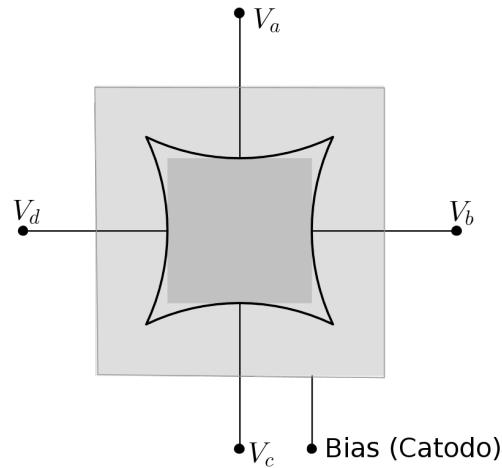


Figura 2.3: Schema di un sensore di posizione tetra LEP. L'area più scura centrale corrisponde alla zona fotosensibile. Gli elettrodi ad arco sono posti ai lati. Il catodo serve per generare una tensione di riferimento.

$$V_{\text{sum}} = V_a + V_b + V_c + V_d$$

Sia  $l$  la lunghezza del lato del quadrato corrispondente all'area fotosensibile, il baricentro si può determinare in questo modo:

$$(x_g, y_g) = \left( l \frac{V_x}{2V_{\text{sum}}}, l \frac{V_y}{2V_{\text{sum}}} \right)$$

Le caratteristiche salienti del sensore PDP90A utilizzato sono riportate in tabella 3.2.

<i>Caratteristica</i>	<i>Valore</i>
fotosensibilità massima	0.6 A/W a 960 nm
rumore di lettura	5 nA
fotocorrente massima	40 $\mu$ A
gain di transimpedenza	100 kV/A
larghezza di banda	15 kHz
diametro consigliato per lo spot	da 0.2 a 7 mm
dimensione area sensibile	9x9 mm

Tabella 2.1: Caratteristiche tecniche del PsD Thorlabs PDP90A.

### 2.2.2 Fotocamera

La fotocamera permette di rilevare le aberrazioni a basso ordine TTDA. La fotocamera utilizzata è un CMOS (complementary metal-oxide semiconductor) monocromatico prodotto dalla IDS denominato UI-3060CP. I CMOS insieme ai CCD (Charge-Coupled Device) sono dei detector discreti perché la distribuzione della luce nell'area sensibile viene ricostruita mediante una matrice di elementi fotosensibili detti pixel. Il CMOS utilizzato ha un global shutter, ovvero cattura l'intera immagine in una sola volta. I CMOS rolling shutter catturano una colonna alla volta per poi formare l'immagine. Queste fotocamere possono dare luogo a deformazioni del soggetto ripreso. La modalità di lettura della fotocamera UI-3060CP è detta a scansione progressiva. Al contrario della lettura interlacciata, la progressiva scarica tutte le colonne della fotocamera in sequenza. Altra importante caratteristica del CMOS utilizzato è la possibilità di selezionare un'area di interesse (AOI) dell'immagine e trasferire solo questa area al computer. In questo modo, è possibile aumentare il frame rate di acquisizione della fotocamera. Per l'architettura dei CMOS, solo una riduzione di colonne permette un frame rate più elevato. Le altre caratteristiche del sensore vengono riportate in tabella 2.2.

<i>Caratteristica</i>	<i>Valore</i>
dimensione dei pixel	5.86 $\mu\text{m}$
numero di pixel	1936 x 1216
efficienza quantica massima	70% a 520 nm
gain di conversione	8.1 $e^-$ /LSB*
corrente di buio	7.36 $e^-$
full well capacity	30500 $e^-$
risoluzione ADC**	12 bit

Tabella 2.2: *Caratteristiche tecniche della fotocamera monocromatica IDS UI-3060CP.*

*\*LSB sta per least significant bit che indica il più piccolo livello che si può convertire da analogico a digitale. \*\*ADC sta per convertitore analogico-digitale.*

### 2.2.3 Lente deformabile multi-attuatore

L'elemento adattivo utilizzato in questo lavoro è una lente adattiva multi-attuatore (MAL), la sua sezione viene riportata in figura 2.4. Ideata da S. Bonora, viene descritta in un articolo del 2015 [33] nell'ambito della fotografia *in vivo* OCT (optical coherence tomography). La lente è costituita da due finestre di vetro BK7 parallele di spessore  $150\mu m$  con indice di rifrazione pari a 1.5. Il volume interno viene riempito con un sottile strato di olio minerale trasparente dello stesso indice di rifrazione del vetro. Le finestre di vetro vengono deformate da due anelli piezoelettrici spessi  $200\mu m$ , con un diametro esterno pari a  $25mm$  e quello interno pari a  $10mm$ . Il bordo interno definisce l'apertura libera del dispositivo. Gli anelli piezoelettrici agiscono come degli attuatori bimorfi. Ogni anello è diviso in 9 settori che possono essere attivati indipendentemente attraverso un controller che fornisce l'alta tensione. Il materiale piezoelettrico è polarizzato e lavora con tensioni da  $-50V$  a  $+100V$ . La chiave operativa del dispositivo è il fatto che i 9 attuatori dell'anello superiore sono connessi alla finestra di vetro con un elastomero e quindi sono liberi di muoversi. L'anello inferiore invece è fissato nel bordo esterno ad un anello rigido, in questo modo la deformazione generata da questi attuatori è massima nella zona interna della finestra di vetro. La lente deformabile così costituita è in grado di produrre aberrazioni fino al quart'ordine dei polinomi di Zernike. Il dispositivo è alloggiato in un cilindro di alluminio con una filettatura interna universale. In figura 2.5 e 2.6 vengono riportate alcune immagini della MAL e del suo controller.

Per eliminare l'isteresi degli attuatori piezoelettrici si utilizza la funzione di relax. Il relax della MAL consiste in una movimentazione sinusoidale asimmetrica degli attuatori a frequenza  $f$ . L'ampiezza  $A_1$  delle sinusoidi decade esponenzialmente durante l'esecuzione della funzione che dura un tempo  $\tau$ . Le tensioni che possono assumere gli attuatori sono asimmetriche quindi si aggiunge un'ulteriore termine esponenziale  $A_2e^{-t/\tau}$ . La tensione degli attuatori durante il relax vale:

$$A(t) = A_1 \sin(2\pi ft)e^{-t/\tau} + A_2e^{-t/\tau} + \text{offset}$$

dove l'offset è un'ulteriore regolazione della funzione di relax.

La lente deformabile è connessa ad un controller con un cavo a 20 pin per l'alta tensione e il ground. Il controller è alimentato a 12V e possiede un ingresso USB per la

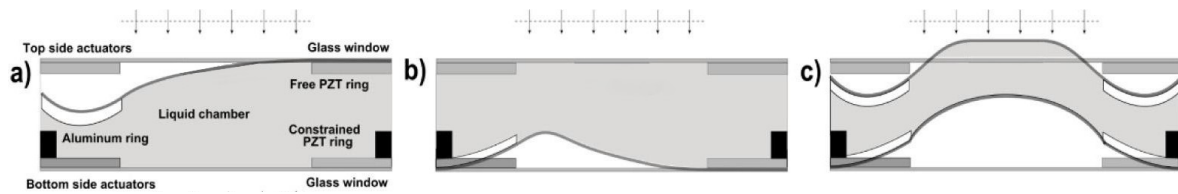


Figura 2.4: Sezione verticale della lente deformabile multi-attuatore. a) Un attuatore dell'anello in alto viene mosso, b) un attuatore fisso dell'anello in basso viene mosso e c) applicazione della stessa tensione a tutti gli attuatori.

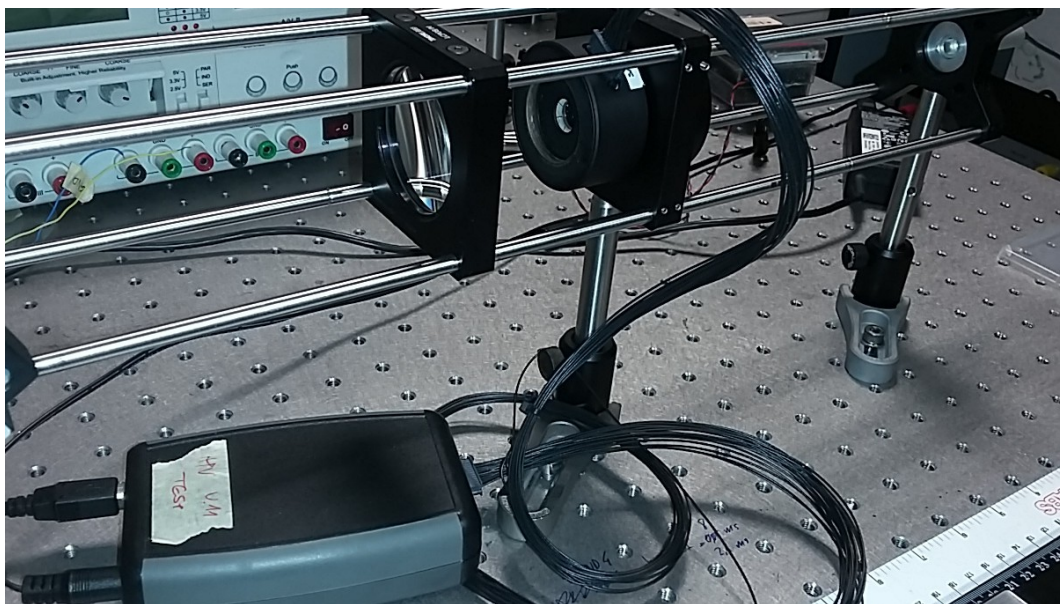


Figura 2.5: Lente deformabile multi-attuatore connessa al controller con il cavo a 20 pin.

connessione al computer. Il software dedicato per gestire la MAL si chiama Photonloop, è scritto in C++ e lavora su sistema operativo Windows. Attraverso delle librerie di comandi, si possono utilizzare Matlab e Python per scrivere programmi personalizzati. In questo lavoro si utilizza Photonloop per una prima calibrazione della MAL. Il resto dei programmi utilizzati sono scritti appositamente e servono per eseguire i test di caratterizzazione del sistema e per realizzare il closed loop.

Gli esperimenti per stabilire le prestazioni della lente deformabile vengono riportati nel prossimo capitolo. In particolare verranno analizzate le aberrazioni generate dal dispositivo, verrà studiata la sua stabilità nel tempo e verrà costruita la curva di reiezione.



Figura 2.6: *Lente deformabile multi-attuatore.*

## 2.3 Calibrazione del sistema AO per bassi ordini

La calibrazione serve per individuare i modi della lente deformabile e generare la giusta aberrazione per compensare quella rilevata dal detector in closed loop. La procedura consiste in una prima fase per ricavare le matrici di influenza della MAL. Questa calibrazione viene eseguita con il software dedicato denominato Photonloop. Il fronte d'onda viene misurato con un SHWFS. La seconda parte invece è specifica per il sistema di ottica adattiva a bassi ordini introdotto in questo lavoro. Prevede innanzitutto il corretto posizionamento del detector rispetto al fuoco e poi la calibrazione dei modi della MAL individuati con la prima fase della calibrazione. Lo script che permette di fare questo è scritto in Python e fa parte del codice per il controllo in closed loop della MAL. Le calibrazioni si eseguono prima di avviare il sistema AO ed è necessario ripeterle ogni volta che si cambia configurazione.

### 2.3.1 Fase 1: calcolo della matrice di influenza

La prima fase della calibrazione serve per ricavare la matrice di influenza  $A$  e di controllo  $K$  della MAL, la procedura è descritta nel paragrafo 1.4.3 del capitolo 1. Il software Photonloop permette di salvare le matrici  $A$  e  $K$  che saranno di fondamentale impor-

tanza per le fasi successive. Sempre con questo software si avvia il closed loop con il sistema non perturbato, il fronte d'onda viene così spianato e le aberrazioni statiche vengono ridotte raggiungendo rapporti di Strehl fino al 98%. Il vettore dei comandi corrispondente viene salvato. I comandi sono delle tensioni e nel seguito verranno indicate con il vettore  $\vec{v}_{\text{flat}}$ . Il  $\vec{v}_{\text{flat}}$  serve per rimuovere le aberrazioni statiche in open loop e viene utilizzato durante il closed loop dai sistemi per TT e TTDA. Il fronte d'onda viene misurato utilizzando un SHWFS, quindi la sua ricostruzione avviene partendo dalle deviazioni o slopes rispetto alle posizioni di riferimento. Tutte le informazioni sul fronte d'onda sono contenute nel vettore  $\vec{s}$ . La relazione 1.42 si può scrivere in questo modo:

$$\vec{s} = A_s \vec{v} \quad (2.10)$$

dove il vettore dei comandi  $\vec{c}$  viene sostituito da quello delle tensioni  $\vec{v}$ , le colonne di  $A_s$  contengono le slopes del fronte d'onda quando si attiva l'attuatore corrispondente durante la calibrazione. La figura 2.7(a) mostra le funzioni di influenza di ogni singolo attuatore attraverso un interferogramma ricavato dalle slopes. Le slopes si possono interpolare utilizzando le derivate dei polinomi di Zernike, quindi l'equazione precedente si può scrivere in questo modo:

$$\vec{z} = A_z \vec{v} \quad (2.11)$$

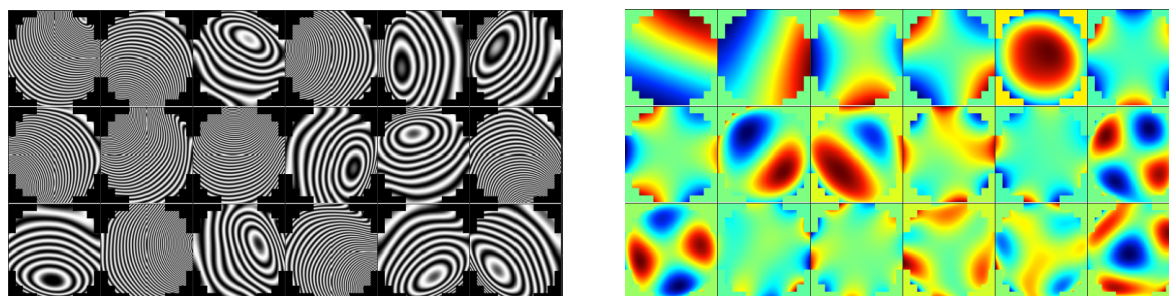
dove il vettore  $\vec{z}$  e le colonne di  $A_z$  contengono i coefficienti dei modi di Zernike. Dopo aver invertito le matrici in 2.10 e 2.11, si scrive una relazione che permette di calcolare il vettore delle tensioni  $\vec{v}$  che bisogna fornire alla MAL per generare una certa sequenza di coefficienti dei modi di Zernike. Si trova:

$$\vec{v} = (K_s A_z) \vec{z} \quad (2.12)$$

e analogamente, dato che  $K_s A_z = (K_z A_s)^*$ , si può scrivere:

$$\vec{v} = (K_z A_s)^* \vec{z}$$

Questa prima calibrazione è stabile nel tempo ed è specifica per una determinata lente deformabile. Lo studio della stabilità nel tempo del  $\vec{v}_{\text{flat}}$  verrà affrontato nel corso prossimo capitolo.



(a) *Interferogramma delle funzioni di influenza ottenuto dalle slopes registrate muovendo ogni singolo attuatore della lente.*

(b) *Modi della lente deformabile. Nella prima riga quelli di interesse che sono tip, tilt, astigmatismo obliquo, astigmatismo verticale e defocus.*

Figura 2.7: *Calibrazione della MAL con il software Photonloop.*

### 2.3.2 Fase 2A: posizione del detector relativa al fuoco

Parte della calibrazione del sistema consiste nel determinare la posizione ottimale dove porre il PsD e la fotocamera nelle due configurazioni. Per rilevare il TT è sufficiente posizionarsi nel fuoco, mentre per il TTDA è necessaria una posizione sufficientemente lontana da esso.

#### Posizione per rilevare tip e tilt

Sia utilizzando il sensore di posizione che la fotocamera, per rilevare il tip e tilt è sufficiente posizionare i sensori nel fuoco. Il costruttore del PsD consiglia dimensioni dello spot che richiedono una posizione fuori fuoco. Per trovare la giusta posizione quindi si massimizza la tensione  $V_{\text{sum}}$  generata dal sensore. Questa tensione è direttamente proporzionale alla somma delle correnti elettriche provenienti dai quattro elettrodi. Le dimensioni dello spot raccomandate dal costruttore vanno da 0.2 mm a 7 mm di diametro. Per raggiungere questi valori il PsD dev'essere eventualmente posizionato fuori fuoco. L'ottimizzazione viene fatta focalizzando un fascio convergente con una lente da 250mm di focale e diametro pari a 2 pollici. Il diametro del disco di Airy risulta di circa  $8 \mu\text{m}$ . Per il corretto funzionamento, il PsD può quindi essere posizionato ad una distanza che va da 1 mm a 34 mm rispetto al fuoco. Come si vede dalla figura 2.8, nella posizione del fuoco si ha un minimo della tensione  $V_{\text{sum}}$ , mentre il massimo si ha



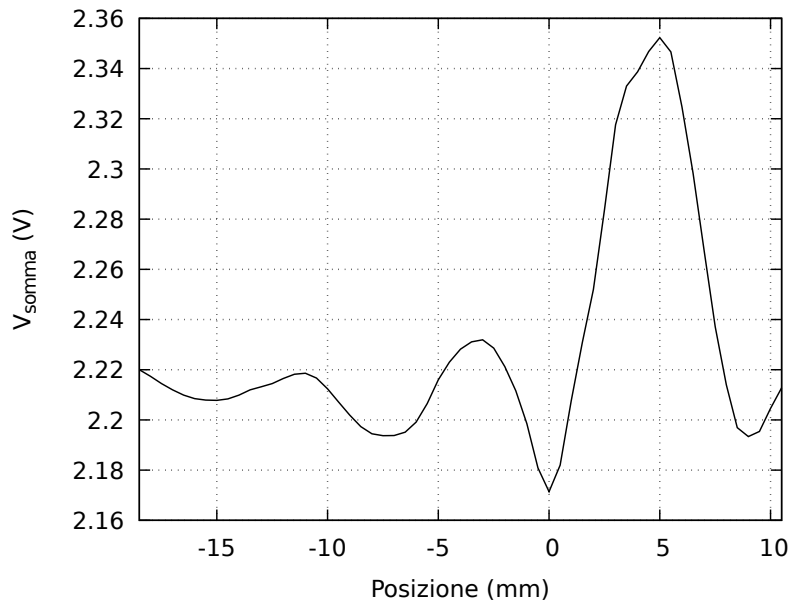


Figura 2.8: *Tensione generata dal PsD variando la posizione dell'area sensibile rispetto al fuoco. Il minimo assoluto corrisponde al fuoco.*

in posizione extra-focale ad una distanza di circa 5 mm dal fuoco. In questa posizione il diametro dello spot misura 1mm. Utilizzando il PDP90A in questa configurazione, si ritiene opportuno sfuocare l'immagine per ottenere uno spot con diametro circa 130 volte quello del disco di Airy. Questo risulta svantaggioso quando vengono utilizzate stelle guida deboli. L'errore quadratico medio della tensione misurato con un oscilloscopio risulta indipendente dalla posizione del PsD rispetto al fuoco.

Anche con la fotocamera a fuoco è possibile rilevare il tip tilt del fronte d'onda. Come vedremo nel corso del presente capitolo, questo metodo permette di raggiungere la magnitudine limite più alta per la stella guida. Lo svantaggio consiste nell'impossibilità di trarre altre informazioni sul fronte d'onda, oltre al TT.

### **Posizione per rilevare tip, tilt, defocus e astigmatismo**

Le misura delle aberrazioni TTDA richiede immagini sfuocate. Vicino al fuoco esiste una zona dominata dalla diffrazione, oltre la quale si entra nella zona geometrica del fascio. Affinchè si possano assumere delle relazioni lineari nel controllo del sistema AO, è necessario posizionarsi nella zona geometrica. Qui il diametro dell'immagine sfuocata della sorgente puntiforme è direttamente proporzionale alla posizione rispetto al fuoco.

Per distinguere la zona diffrattiva da quella geometrica si muove la posizione del fuoco generando del defocus con la MAL. Ad ogni valore del defocus si registra un'immagine della sorgente di cui si calcola il diametro. Si riportano alcune immagini di esempio in figura 2.9. La curva a "V" del diametro della sorgente in funzione della posizione rispetto al fuoco viene riportata in figura 2.10. Il valore del defocus generato dalla lente agendo sul modo corrispondente viene espresso come differenza picco-valle (PV) del fronte d'onda. Per passare da queste quantità alla variazione della posizione del fuoco  $l$ , si utilizza la focale equivalente per due lenti sottili:

$$f_{eq} = \left( \frac{1}{f_{MAL}} + \frac{1}{f_1} \right)^{-1}$$

dove  $f_{MAL}$  è la focale della lente deformabile e  $f_1$  è la focale della lente in serie ad essa. La focale  $f_{MAL}$  si può ricavare con la seguente equazione valida in approssimazione di lente sottile:

$$\frac{1}{f_{MAL}} = \frac{1-n}{R}$$

dove  $n$  è l'indice di rifrazione della lente deformabile che vale 1.5,  $R$  è il raggio di curvatura della superficie deformata della lente.  $R$  si può ricavare partendo dal valore PV in questo modo:

$$R \approx \frac{r^2}{2PV}$$

dove  $r$  è il raggio dell'apertura della lente. Infine la variazione della posizione del fuoco è:

$$l = f_1 - f_{eq} = f_1 - \left( \frac{2PV(1-n)}{r^2} + \frac{1}{f_1} \right)^{-1} \quad (2.13)$$

Nella zona geometrica esiste una relazione lineare tra diametro dell'immagine e posizione rispetto al fuoco. Si selezionano quindi manualmente i punti lontano dalla zona diffrattiva e si interpolano linearmente con due rette, una per la zona intra-focale, l'altra per la zona extra-focale. La zona diffrattiva è quella dove il diametro dell'immagine supera il valore stabilito dalle rette di interpolazione più l'errore dato dal fit lineare. Nell'esperimento condotto sul banco ottico  $f_1 = 250mm$  e la MAL ha un raggio interno  $r = 5mm$ . I limiti della zona diffrattiva rispetto al fuoco centrale risultano quindi  $l_- = (-1.4 \pm 0.1)mm$  e  $l_+ = (1.2 \pm 0.1)mm$  rispettivamente per intra e extra-focale. Il diametro delle immagini in queste posizioni vale  $(56 \pm 4)\mu m$  in intra-focale e  $(48 \pm 4)\mu m$  in extra-focale. Il disco di Airy per tale configurazione misura  $38\mu m$ , quindi i diametri

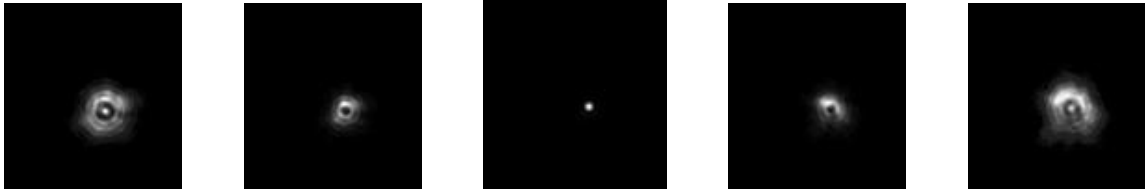


Figura 2.9: Serie di frame con defocus variabile. Da sinistra, PV pari a  $1\lambda$  e  $0.5\lambda$  intra-focale, poi solo  $\vec{v}_{flat}$  applicato, infine  $0.5\lambda$  e  $1\lambda$  extra-focale.  $\lambda = 630\text{nm}$ .

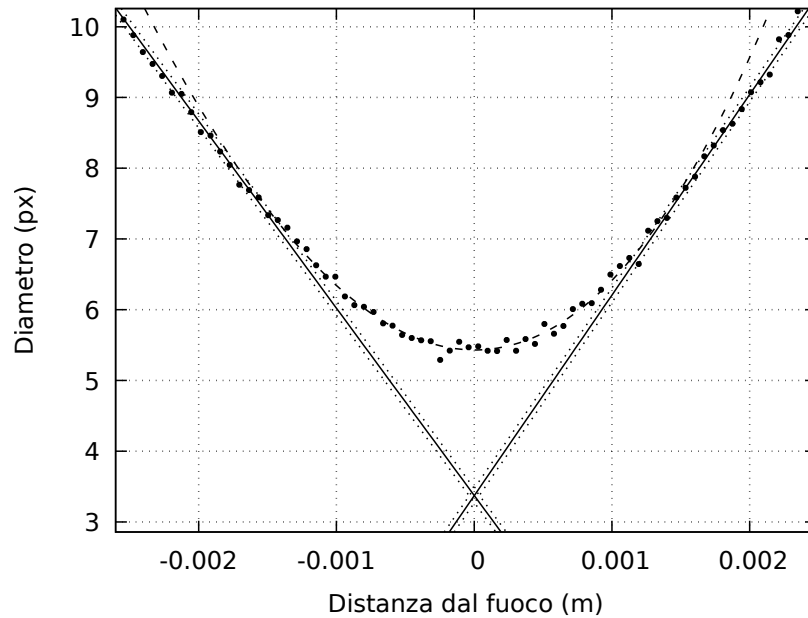


Figura 2.10: Curva a “V” nella zona prossima al fuoco. Le rette oblique a puntini rappresentano lo scarto quadratico medio delle misure nella zona lineare. La curva a tratti è l’interpolazione polinomiale delle misure nella zona centrale.

si possono esprimere come frazioni del disco di Airy.  $(1.5 \pm 0.1)d_{\text{Airy}}$  e  $(1.3 \pm 0.1)d_{\text{Airy}}$  rispettivamente per intra e extra-focale. Nell’applicazione al telescopio queste stime sono importanti perché il diametro dell’immagine fuori fuoco determina il SNR e quindi il limite di magnitudine raggiungibile usando una stella guida naturale. Per entrare nella zona geometrica è necessario che il diametro dell’immagine sia almeno il 50% più grande rispetto a quello del disco di Airy.

### 2.3.3 Fase 2B: calibrazione dei modi

La seconda parte della calibrazione serve per legare i coefficienti dei modi della lente alle quantità  $x_g$ ,  $y_g$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $\theta$  ricavate attraverso i momenti dell'immagine. Quando si utilizza il sensore di posizione,  $x_g$  e  $y_g$  vengono sostituiti da tensioni a loro proporzionali. La calibrazione inoltre ha lo scopo di determinare l'orientazione dei modi della MAL rispetto al sistema di riferimento scelto, in questo caso quello definito dai bordi dell'area sensibile del detector. I modi da calibrare sono tip, tilt, defocus (def), astigmatismo obliquo (astO) e astigmatismo verticale (astV), i loro coefficienti si indicano con  $z_i$ . Per ciascuno si fornisce alla lente il corrispondente vettore delle tensioni e si registra l'immagine di cui poi si calcolano i momenti. Per eseguire la calibrazione in cielo con una stella naturale, è necessario mediare per un tempo abbastanza lungo l'immagine. In questo modo la turbolenza atmosferica tende ad avere un effetto medio sull'immagine costante nel tempo. Il coefficiente di calibrazione  $C_i$  [ $\lambda/p_x$ ] o [ $\lambda/V$ ] dei vari modi si calcola in questo modo:

$$C_{\text{tip}} = \frac{z_1}{\sqrt{(x_g - x_{g,0})^2 + (y_g - y_{g,0})^2}} \quad (2.14)$$

$$C_{\text{tilt}} = \frac{z_2}{\sqrt{(x_g - x_{g,0})^2 + (y_g - y_{g,0})^2}} \quad (2.15)$$

$$C_{\text{def}} = \frac{z_3}{a + b - 2R_0} \quad (2.16)$$

$$C_{\text{astO}} = \frac{z_4}{a - b} \quad (2.17)$$

$$C_{\text{astV}} = \frac{z_5}{a - b} \quad (2.18)$$

dove  $x_{g,0}$ ,  $y_{g,0}$  e  $R_0$  sono le coordinate del baricentro e il raggio dell'immagine di riferimento quando alla lente è applicato solo il  $\vec{v}_{\text{flat}}$ . Gli angoli  $\theta_{\text{tip}}$  e  $\theta_{\text{tilt}}$  per l'orientazione di TT si trovano con la posizione dello spot rispetto alla situazione con lente rilassata e spianata, si verifica che  $\theta_{\text{tip}} - \theta_{\text{tilt}} \sim \pi/2$ . Gli angoli  $\theta_{\text{astV}}$  e  $\theta_{\text{astO}}$  di orientazione dell'astigmatismo si trovano con l'equazione per i modi dell'immagine e anche in questo caso si verifica che  $\theta_{\text{astV}} - \theta_{\text{astO}} \sim \pi/4$ . Le figure dalla 2.11 alla 2.13 riportano un serie di immagini della calibrazione. In questo caso, la posizione della fotocamera è fuori fuoco di una quantità di molto superiore a quella stabilita in precedenza.

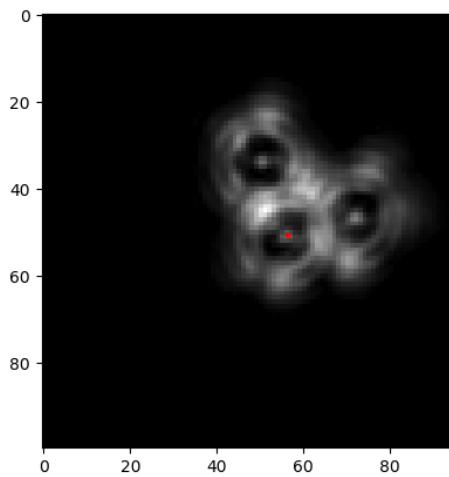


Figura 2.11: *Calibrazione del TT. Somma di tre immagini: quella di riferimento centrale e le altre due a formare un angolo retto per i due modi TT. Unità di misura degli assi in pixel.*

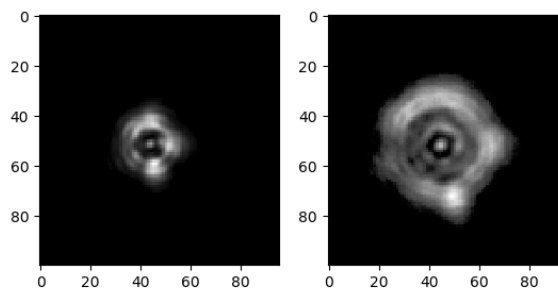


Figura 2.12: *Calibrazione del defocus. Unità di misura degli assi in pixel.*

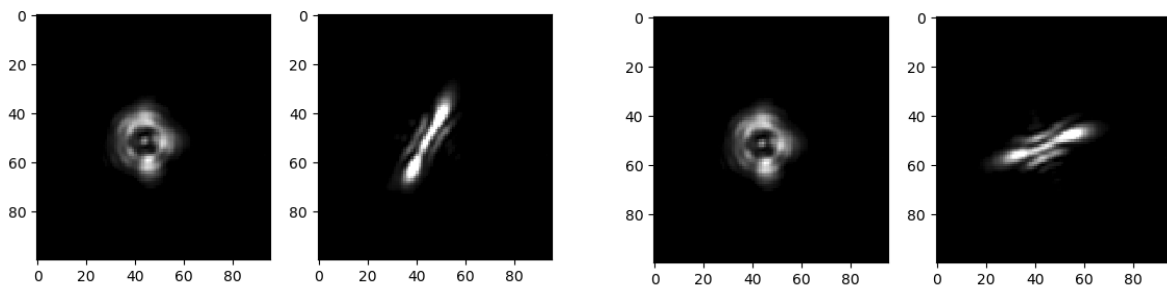


Figura 2.13: *Calibrazione dell'astigmatismo verticale e obliquo. Unità di misura degli assi in pixel.*

## 2.4 Controllo del sistema AO per bassi ordini

Dopo aver calibrato il sistema, è ora possibile utilizzare le quantità  $x_g, y_g, a, b, \theta$  come feedback per la lente deformabile. Considerando il sistema con fotocamera che corregge TTDA, un ciclo del closed loop inizia con l'acquisizione di un'immagine con il detector e il suo trasferimento al computer. Vengono calcolati i momenti per ottenere poi  $x_g, y_g, a, b, \theta$ . Queste quantità vanno confrontate con  $R_0, x_{g,0}, y_{g,0}$ , definite prima di avviare il closed loop, in questo modo si ottiene l'errore residuo del fronte d'onda. Per passare al vettore degli Zernike  $\vec{z}$  si utilizzano le formule 2.14-2.18. Per tutti i modi tranne il defocus è necessario inoltre proiettare l'aberrazione misurata lungo il modo corrispondente della MAL. Con l'equazione 2.12 per l'integratore si calcola infine il vettore delle tensioni  $\vec{v}$ , si può scrivere:

$$\begin{aligned}\vec{v}(t) &= \vec{v}(t - T) + gK\vec{e}(t - T) \\ &= \vec{v}(t - T) + g(K_s A_z)\vec{e}(t - T)\end{aligned}\tag{2.19}$$

dove  $T$  è il tempo per compiere un ciclo del closed loop,  $g$  è il gain dell'integratore ed  $\vec{e}(t - T)$  è espresso in termini di coefficienti di Zernike. Il vettore delle tensioni viene fornito alla MAL mediante il controller. Quando si attiva il closed loop dell'AO i cicli si susseguono ad una frequenza pari a  $1/T$ . Nel caso specifico la frequenza massima che si può raggiungere vale  $170Hz$ . Questa parte di controllo è scritta in Python ed è il cuore del sistema AO per i bassi ordini. Il codice viene riportato in appendice A.

## 2.5 Simulazione delle prestazioni

Prima di sperimentare le prestazioni del sistema AO per i bassi ordini in laboratorio e in cielo, vengono eseguiti calcoli e simulazioni al computer.

### 2.5.1 Grado di correzione

In questa sezione vengono utilizzati i risultati introdotti nella sezione 1.1.3 del capitolo 1 riguardanti la turbolenza atmosferica di Kolmogorov. Viene calcolato il grado di correzione che si può ottenere rimuovendo i primi  $J$  modi di Zernike dalla rappresentazione del fronte d'onda. Questo studio permette di trovare un limite superiore all'efficacia del

sistema AO. La correzione dipende dalle condizioni di osservazione. Queste vengono espresse dal rapporto  $D/r_0$ , dove  $D$  è il diametro del telescopio. Nei calcoli vengono utilizzate le formule 1.11-1.19. Per gli scopi di questa trattazione non è necessario tenere in considerazione gli errori  $\sigma_{\text{fit}}$  e  $\sigma_\tau$  in 1.24, quindi il rapporto di Strehl è semplicemente:

$$S \approx e^{-\sigma^2} \quad (2.20)$$

i risultati si riportano in figura 2.14.

L'incidenza dei primi modi di Zernike sul rapporto di Strehl è notevole, in particolare questo si vede per bassi valori di  $\frac{D}{r_0}$ , ovvero nel caso di telescopi di diametro ridotto. Ad esempio per un  $\frac{D}{r_0} = 2$  la correzione dei primi 6 modi porta il rapporto di Strehl all'80%. Nelle stesse condizioni, per raggiungere il 90%, è necessario correggere i primi 14 modi di Zernike. La misura di 14 modi di Zernike richiede un sensore più complicato di quello proposto in questo lavoro e non porta miglioramenti consistenti alla qualità delle osservazioni.

Vediamo infine attraverso la figura 2.15 le prestazioni di un sistema TT e TTDA al variare del rapporto  $\frac{D}{r_0}$ . Con una bassa turbolenza atmosferica, ovvero  $r_0 = 20\text{cm}$ , è possibile mantenere una Strehl dell'80% fino a telescopi di diametro  $D = 0.4\text{m}$ .

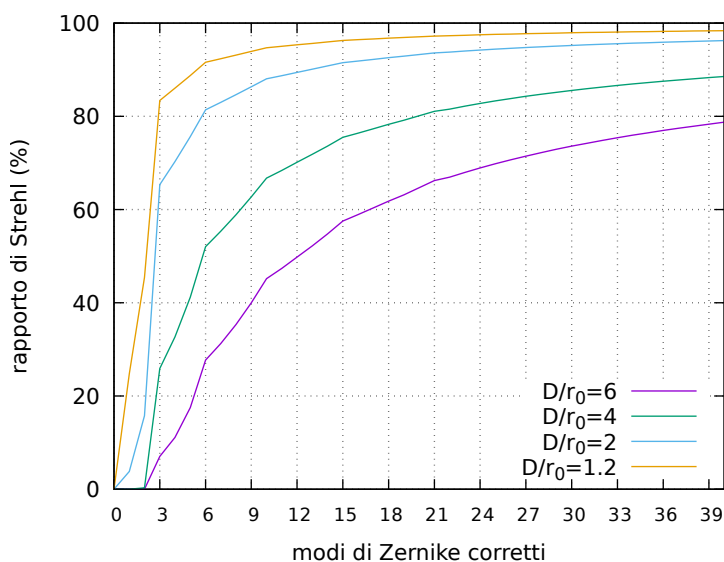


Figura 2.14: Rapporto di Strehl in funzione dei modi di Zernike corretti per varie condizioni di turbolenza atmosferica.

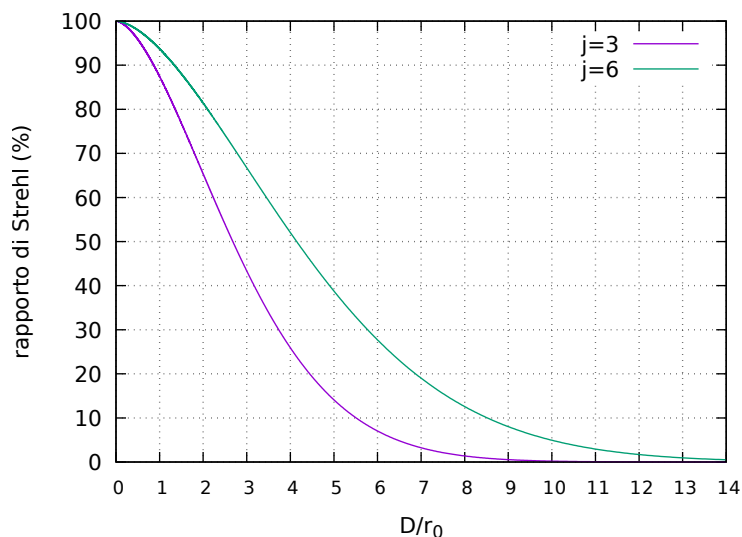


Figura 2.15: Rapporto di Strehl in funzione delle condizioni di turbolenza atmosferica per due sistemi che correggono per TT e per TTDA.

## 2.5.2 Limite in magnitudine

Come abbiamo visto nella sezione precedente, i piccoli telescopi necessitano di una correzione solo dei bassi ordini di aberrazione per avvicinarsi al limite di diffrazione. L'inconveniente è che la piccola apertura dello strumento rende difficile rilevare stelle guida deboli. Si è quindi costretti ad utilizzare stelle guida molto luminose ma a questo punto le zone in cielo dove si può utilizzare l'AO diventano molto ristrette. Un'altra soluzione è quella di integrare su tempi più lunghi le immagini prese con il detector ma questo comporta una riduzione della frequenza del closed loop. L'obiettivo è quindi quello di utilizzare al meglio la poca luce disponibile. In questa sezione viene determinato il limite di magnitudine raggiungibile per i sistemi AO per TT e TTDA. Si confrontano poi con il limite raggiungibile con un SHWFS, caratterizzato da una matrice di  $n \times n$  lenti dove  $n = D/r_0$ , e un WFS a curvatura, con una posizione di defocus fornita dall'equazione 2.13. Viene fissato un  $D/r_0 = 3$ . Ancora prima di eseguire i calcoli, è possibile dire che lo svantaggio di utilizzare un SHWFS è che la luce viene suddivisa nei vari lenslet, comportando una riduzione del SNR. Il metodo proposto per rilevare TTDA permette di sfruttare meglio la luce disponibile. Uno svantaggio di questa tecnica è che non si possono rilevare aberrazioni superiori all'astigmatismo. Il SHWFS invece



permette di rilevare anche aberrazioni di alto ordine ma sempre con la limitazione della poca luce disponibile.

Come viene simulato in un recente lavoro di Popowicz [4], i fattori che determinano la stella guida utilizzabile sono : (1) magnitudine della stella guida  $m_*$ , (2) l'intensità del fondo cielo  $m_{\text{sky}}$  e (3) condizioni di seeing espresse dal parametro di Fried  $r_0$ . Nei calcoli il fondo cielo viene sommato al rumore di lettura della fotocamera. Oltre ai fattori legati alle condizioni di osservazione, ci sono anche fattori legati allo strumento utilizzato. Nel caso considerato, la luce che arriva al detector rispetto a quella fuori dall'atmosfera, dipende dal grado di assorbimento atmosferico (-15%), dalla riflessione degli specchi (-5% per ciascuno dei due specchi), dalla trasmissione del filtro (-5%) e dalla quantità di luce sottratta dalla camera scientifica (-10%). Considerando tutti questi fattori la luce della stella che effettivamente arriva al detector è pari al 66% di quella fuori dall'atmosfera.

Per procedere con la comparazione è necessario sapere quanto vale il flusso di fotoni sulla Terra provenienti da una stella. Il flusso proveniente da una stella viene calcolato come segue. Per una stella di magnitudine apparente zero con un indice di colore B-V=0 si stima [34] un flusso di fotoni sopra l'atmosfera terrestre per unità di superficie, di tempo e di larghezza di banda pari a  $10300 \text{ cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{nm}^{-1}$ . Sia  $m_*$  la magnitudine apparente della stella guida con indice di colore B-V=0, il flusso di fotoni  $\phi_{ph} [\text{cm}^{-2}\text{s}^{-1}\text{nm}^{-1}]$  si può calcolare con:

$$\phi_{ph} = 1.03 \cdot 10^{-\frac{m_*}{2.5}+4} \quad (2.21)$$

Considerando la perdita pari al 66% stimata in precedenza e un telescopio di diametro  $D = 28\text{cm}$ , ostruzione centrale  $d = 9.5\text{cm}$ , rapporto focale pari a 10 e filtro con una larghezza di banda  $\Delta\lambda = 300\text{nm}$ , è possibile calcolare il numero di fotoni al secondo raccolti da un telescopio. Per una stella di magnitudine  $m_* = 0$  si ottiene  $2.2 \cdot 10^6$  fotoni/s. Questo flusso di fotoni viene utilizzato dallo specifico sensore che misura il fronte d'onda e deve essere utilizzato al meglio. Va' considerato infine che i detector convertono i fotoni in elettroni con una certa efficienza quantica e un certo rumore di lettura. Per le caratteristiche del PsD e della fotocamera considerati si vedano le sezioni 2.2.1 e 2.2.2 rispettivamente. I vari metodi di misura delle aberrazioni vengono confrontati di seguito.

### Sistemi con fotocamera

Supponiamo che la fotocamera integri il flusso di fotoni per un tempo  $t_{\text{esp}} = 0.5\text{ms}$  e che l'SNR richiesto sia pari a 10. La dimensione della PSF per telescopi limitati in risoluzione dalla turbolenza atmosferica è pari a  $f\frac{2.44\lambda}{r_0}$ , dove  $f$  è la focale del sistema. Per il sistema che corregge TTDA l'immagine della stella va sfuocata fino ad ottenere un diametro pari ad almeno  $1.5f\frac{2.44\lambda}{r_0}$ . Il limite di magnitudine che si ottiene è  $m_{\text{TTDA}}^* = 6.0$ . Con la stessa fotocamera nel fuoco si rileva solo il TT e il limite di magnitudine è  $m_{\text{TT}}^* = 6.9$ . Utilizzando un SHWFS con 3x3 lenti e stesso rapporto focale del telescopio, il limite in magnitudine vale  $m_{\text{SHWFS}}^* = 6.7$ . Infine il WFS a curvatura lavora a una distanza dal fuoco data dalla formula 2.13. Corrisponde un diametro dell'immagine della stella sfuocata tra volte più grande rispetto a quello della stella nel fuoco. In quest'ultimo caso si ottiene un limite in magnitudine pari a  $m_{\text{curv}}^* = 4.3$ .

I calcoli presentati necessitano alcune precisazioni. Nel caso considerato gli spot del SHWFS hanno un diametro pari al disco di Airy. Infatti  $D/r_0 = 3$  e quindi l'apertura del telescopio viene divisa proprio in 3x3 sottoaperture. Rilevando TT con la fotocamera, invece, la dimensione dello spot è dettata dalla turbolenza atmosferica perché utilizziamo tutta l'apertura del telescopio. Questo è il motivo della ridotta differenza in magnitudine limite tra il caso con SHWFS e il caso della fotocamera nel fuoco. Lo svantaggio del SHWFS è che la matrice di lenti è fissa e non può essere adattata alle condizioni di osservazione. Se il seeing peggiora, il limite diffrattivo viene abbandonato e la magnitudine limite passa a  $m_{\text{SHWFS}}^* = 4.5$ . Per rimanere nel limite diffrattivo bisognerebbe aumentare il numero delle lentine con un conseguente calo dell'SNR.

Il tempo di integrazione considerato fin'ora è il più elevato che consente di mantenere la frequenza massima del closed loop, pari a  $170\text{Hz}$ . Variando il tempo di integrazione varia anche la magnitudine limite come si vede in figura 2.16. Ad esempio a  $1\text{ms}$  si raggiunge  $m_{\text{TTDA}}^* = 6.8$  e a  $5\text{ms}$  invece  $m_{\text{TTDA}}^* = 8.5$ . Questi tempi di esposizione comportano una riduzione di frequenza del closed loop che si attesta a  $160\text{Hz}$  e  $100\text{Hz}$  rispettivamente. Come sarà possibile verificare con le simulazione nel corso di questo capitolo, una diminuzione della banda del sistema AO riduce le prestazioni nella correzione delle aberrazioni.

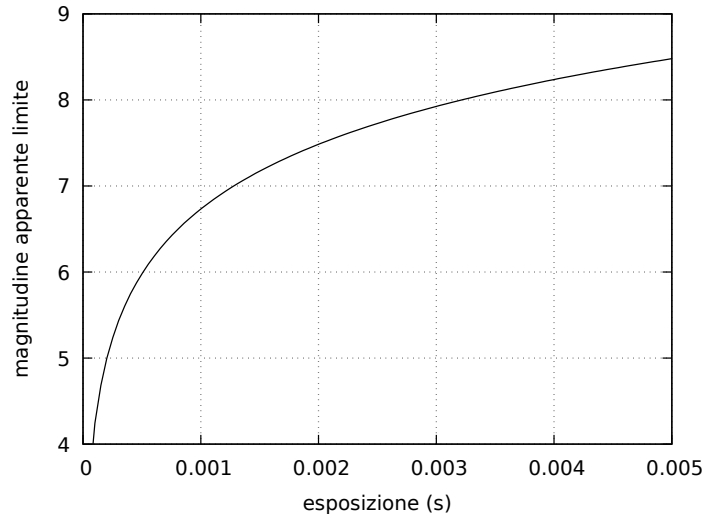


Figura 2.16: *Magnitudine limite raggiungibile con il sistema per TTDA variando il tempo di esposizione della fotocamera.*

### Sistema con PsD

I PsD sono caratterizzati da un rumore di lettura  $I_{\text{noise}}$  espresso in [Ampere] e una fotosensibilità  $R$  espressa in  $[\frac{A}{W}]$  per una determinata lunghezza d'onda. Utilizzando l'equazione 2.9 è possibile calcolare qual è la potenza minima  $P_{\text{min}}$  che deve avere una sorgente per essere rilevata. Prendendo come valori di riferimento quelli del dispositivo PDP90A della Thorlabs con  $I_{\text{noise}} = 5nA$  e  $R = 0.4A/W$  (fotosensibilità media nel visibile), si vuole ottenere un  $\text{SNR} = 10$ , quindi  $P_{\text{min}} = 10^{-7}W$  che corrisponde a un limite pari a  $m_* = -3$ . Un integratore del segnale in uscita è necessario per poter utilizzare il PsD per rilevare il TT di una stella guida.

### Sensori a confronto

In tabella 2.3 vengono raccolti i risultati ottenuti per il limite in magnitudine raggiungibile con i vari sensori. Le condizioni di osservazione e le caratteristiche del telescopio sono fissate. Se l'obiettivo è misurare TTDA, il sistema proposto in questo lavoro è vantaggioso. Il sensore SHWFS supera il sistema per TTDA solo nella rara coincidenza in cui il numero di lenslet vale proprio  $(D/r_0)^2$ .

<i>Sistema impiegato</i>	<i>Magnitudine apparente limite</i>	Numero di stelle*
Rilevazione TT con fotocamera	6.9	24750
SHWFS (limite di diffrazione)	6.7	21250
Rilevazione TTDA con fotocamera	6.0	8760
SHWFS (limitato dal seeing)	4.5	1850
WFS a curvatura	4.3	1470
Rilevazione TT con PsD	-3	0

Tabella 2.3: *Magnitudine limite per la stella guida raggiungibile con vari sistemi AO. Le caratteristiche del telescopio e le condizioni atmosferiche sono fissate e uguali per tutti i casi. \*Dati da Tycho Catalogue del Millennium Star Atlas, Volume I, Sky Publishing Corporation and European Space Agency.*

### 2.5.3 Simulazione del sistema di controllo

Le aberrazioni introdotte dalla turbolenza atmosferica e dalle vibrazioni meccaniche hanno determinate caratteristiche in termini di frequenza temporale come mostrato nel capitolo 1. Per poter correggere efficacemente questi errori con il sistema AO è necessario che la frequenza del closed loop sia sufficientemente alta. In questa sezione viene simulato un controllo basato su un integratore come quello presentato nella sezione 1.4.4 e si costruiscono le curve di risonanza. La curva di risonanza permette di descrivere la risposta di un sistema che riceve in input segnali a diverse frequenze. Nella simulazione viene fornito in input al sistema un errore sinusoidale con una frequenza  $f_{\text{err}}$  che l'integratore deve correggere. Il ritardo in risposta del controllo nel migliore dei casi corrisponde al tempo di integrazione  $T$  del detector che misura l'aberrazione del fronte d'onda. Questo ritardo, insieme alla frequenza  $f_{\text{cor}}$  del sistema correttivo e al guadagno  $g$  dell'integratore, sono parametri che si possono impostare nella simulazione.

Il programma di simulazione è scritto in Python ed è ispirato ai risultati presenti nell'articolo di A. Rukosuev [35]. Il funzionamento del sistema di controllo simulato è illustrato in figura 2.17. La durata di un ciclo del sistema di controllo vale  $T$  che è pari al reciproco della frequenza di lavoro. Al tempo zero inizia l'acquisizione da parte del detector, la funzione di controllo dell'elemento adattivo rimane a zero. Inizia ora una nuova misura dell'errore, nel frattempo la funzione di controllo rimane a zero perché è il valore letto inizialmente dal detector. Durante il terzo ciclo del sistema la funzione di

controllo risulta diversa da zero e l'errore residuo inizia a diminuire. I cicli si susseguono in questo modo. Aumentando  $f_{cor}$  la correzione migliora. In figura 2.18 viene riportato un esempio della simulazione quando il sistema correttivo ha una frequenza 100 volte superiore a quella dell'errore in input. Per determinare l'efficacia della correzione si esegue il rapporto tra l'ampiezza del segnale in uscita e quello in entrata. La curva di correzione si costruisce eseguendo il rapporto per 600 diverse combinazioni di  $f_{err}/f_{corr}$ .

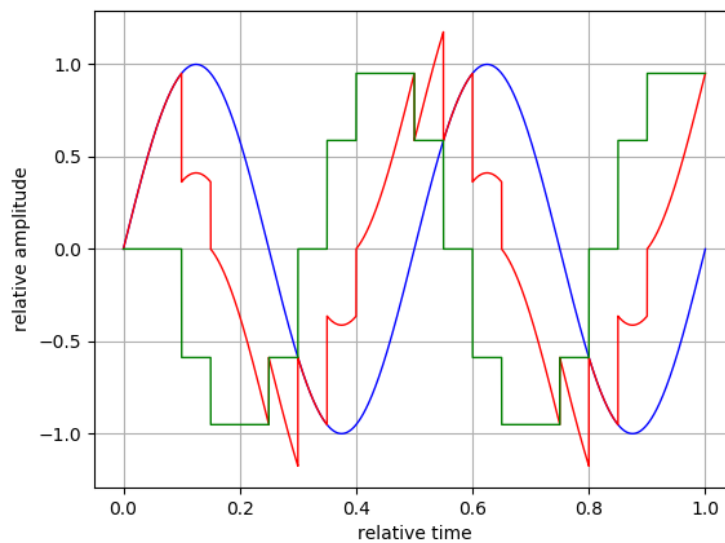


Figura 2.17: Sistema di controllo con  $f_{cor}/f_{err} = 10$ .  $g=1$  e ritardo pari a  $1T$ . La linea blu indica l'errore in input, rosso l'errore residuo e verde la funzione di controllo.

### Guadagno variabile e ritardo fisso

Una prima simulazione si esegue variando  $g$  e mantenendo fisso il tempo di ritardo a  $1T$ . I risultati vengono riportati in figura 2.19. La frequenza di taglio a  $-3\text{dB}$  nei casi a  $g = 0.2$ ,  $g = 0.6$  e  $g = 1.0$  si presenta per  $f_{err}/f_{cor}$  pari a 0.062, 0.105 e 0.092 rispettivamente. Il sistema migliore da questo punto di vista risulta quello con  $g = 0.6$ . Dal grafico 2.19 si può notare che a destra della frequenza di taglio avviene un'amplificazione del rumore tanto più grande quanto più elevato è il guadagno. Viceversa, a sinistra della frequenza di taglio il guadagno più alto permette di ottenere una soppressione migliore del disturbo. Dato che il sistema AO presentato ha una frequenza massima pari a circa  $170\text{Hz}$  le frequenze di taglio sono  $11\text{Hz}$ ,  $18\text{Hz}$  e  $17\text{Hz}$  per i guadagni  $g = 0.2$ ,  $g = 0.6$

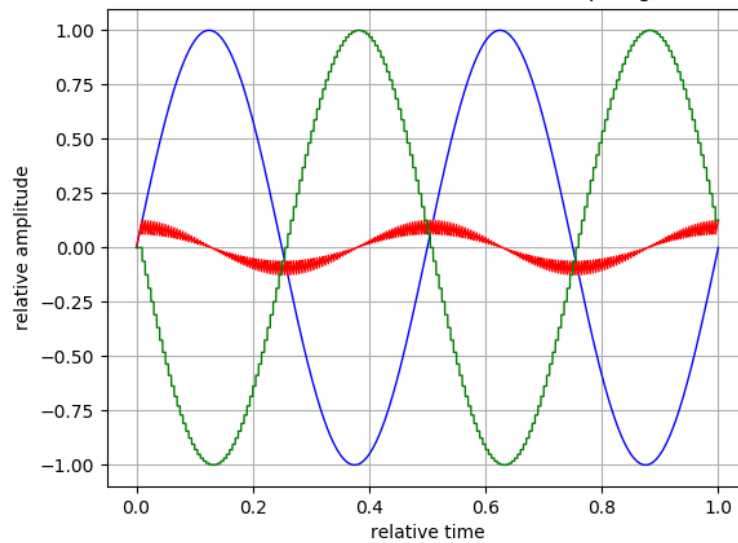


Figura 2.18: Sistema di controllo con  $f_{cor}/f_{err} = 100$ .  $g=1$  e ritardo pari a  $1T$ . La linea blu indica l'errore in input, rosso l'errore residuo e verde la funzione di controllo.

e  $g = 1.0$ . Nella prossima simulazione si verifica che questi valori vengono ridotti a causa del ritardo del sistema.

### Guadagno fisso e ritardo variabile

Una seconda simulazione prevede un guadagno fisso pari a 1 e un tempo di ritardo variabile pari a 1, 2 e 3 volte il tempo di integrazione  $T$ . I risultati vengono riportati in figura 2.20. La frequenza di taglio a -3 dB in questo caso si ha per  $f_{err}/f_{cor}$  pari a 0.092, 0.055 e 0.039 rispettivamente per  $1T$ ,  $2T$  e  $3T$ . Per un sistema AO con frequenza  $170Hz$  si traduce in una  $f_{3dB}$  pari a  $17Hz$ ,  $10Hz$  e  $7Hz$ .

### Conclusioni

Dalle simulazioni si possono trarre le seguenti conclusioni: 1) più alta è la frequenza di correzione, meglio si corregge l'errore in input, 2) gli errori a frequenza superiore a  $f_{3dB}$  vengono amplificati tanto più quanto è alto il gain, 3) un gain elevato non si tramuta sempre in un aumento della frequenza di taglio e porta ad instabilità, 4) un gain basso limita l'amplificazione degli errori a frequenza superiore di  $f_{3dB}$ . Allo stesso tempo, non permette una correzione efficace degli errori a frequenza minore di  $f_{3dB}$ , 5) il tempo di ritardo del sistema riduce sensibilmente la frequenza di taglio.

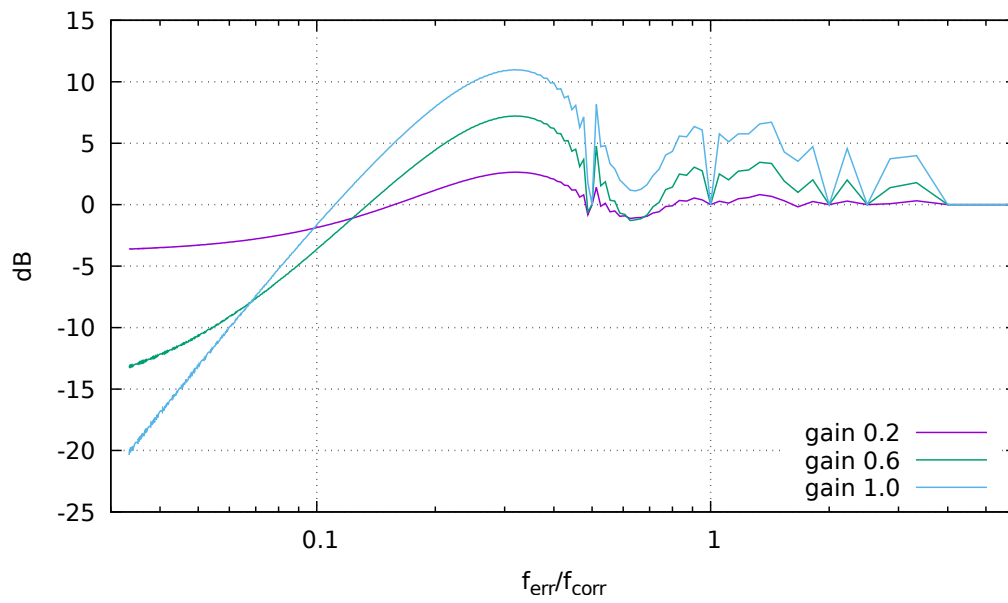


Figura 2.19: Curve di reiezione a guadagno variabile e ritardo fisso.

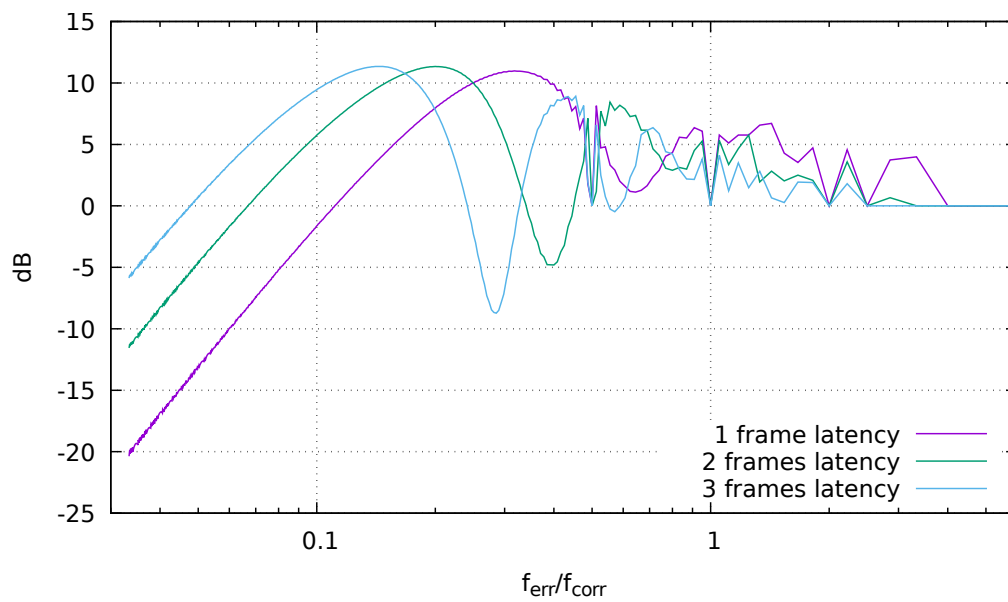


Figura 2.20: Curve di reiezione a guadagno fisso e ritardo variabile.





# Capitolo 3

## Sistema AO per bassi ordini su banco ottico

Nei primi due capitoli è stato inquadrato il contesto di applicazione del sistema AO per i bassi ordini e sono stati descritti i suoi componenti e il principio di funzionamento. Il passo successivo prevede il test su banco ottico dei singoli componenti e del setup completo.

Nella prima parte di questo capitolo vengono riportati i risultati della caratterizzazione del sistema per la correzione di tip, tilt, defocus e astigmatismo. In particolare vengono analizzate le aberrazioni generate dalla lente deformabile, viene valutata la stabilità del sistema nel tempo e ricavata la frequenza di taglio a  $-3dB$  della lente deformabile e del sistema AO proposto. Infine vengono studiate le aberrazioni cromatiche introdotte dalla MAL mediante un software di ray tracing. Il sistema per TT con sensore di posizione non viene studiato nell'ambito astronomico perché necessita di un integratore. Questo sistema viene impiegato in applicazioni dove la quantità di luce del fascio è elevata, ad esempio nei sistemi di comunicazione e di tracking [36] [37],

Nella seconda parte del capitolo si verificano le capacità del sistema di correzione con delle prove su banco ottico. In particolare si effettuano due test: 1) con una seconda MAL per generare della turbolenza atmosferica artificiale registrata in precedenza con un telescopio e un SHWFS 2) con turbolenza generata da una sorgente di calore. Questi esperimenti permettono di costruire la curva di reiezione del sistema AO e di ricavare le frequenze di taglio a  $-3dB$ .

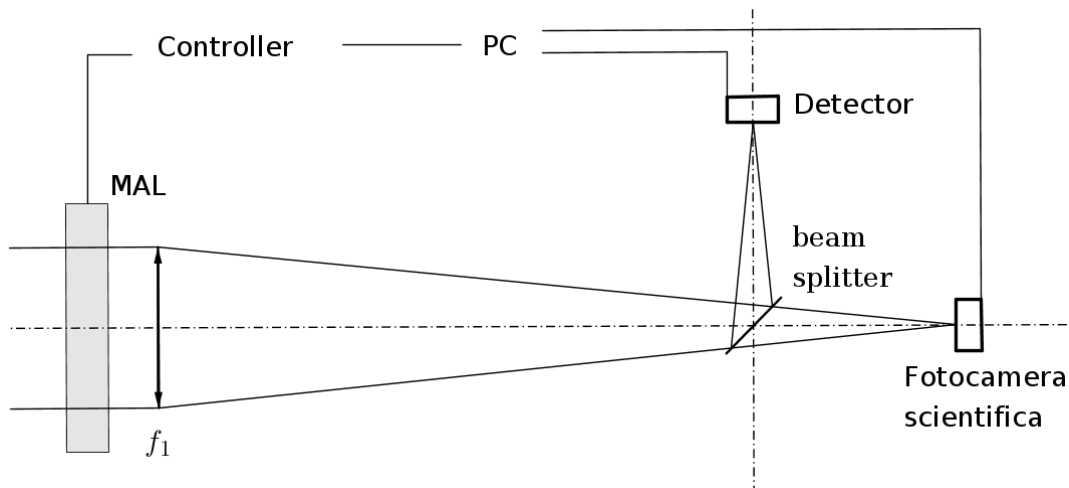


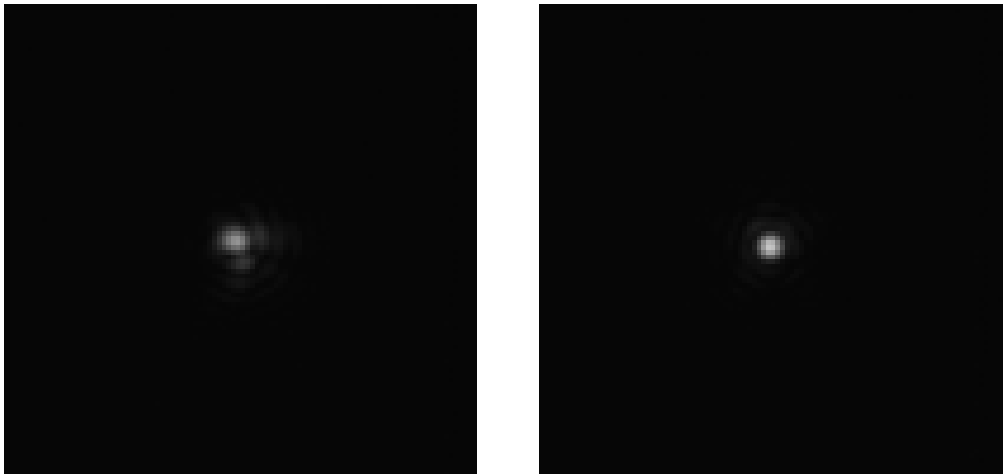
Figura 3.1: *Schema del sistema AO per bassi ordini. Il detector è costituito dal sensore di posizione nel sistema correttivo per tip e tilt oppure da una fotocamera CMOS posizionata fuori fuoco nel sistema correttivo per TTDA.*

### 3.1 Caratterizzazione del sistema

Di seguito vengono presentati una serie di esperimenti il cui obiettivo viene descritto nella sezione dedicata. Per i test viene utilizzato un setup su banco ottico come quello rappresentato in figura 3.1. Il fascio collimato attraversa la lente deformabile e viene focalizzato da una lente convergente con focale pari a  $f_1 = 250\text{mm}$ . Il beam splitter manda parte del fascio alla fotocamera (detector) e parte alla fotocamera scientifica. Per i test in cui è necessario misurare il fronte d'onda viene utilizzata la configurazione con il SHWFS.

#### 3.1.1 Correzione delle aberrazioni statiche

Il sistema ottico utilizzato presenta delle aberrazioni statiche dovute principalmente all'errore di planarità iniziale della lente deformabile. Con queste aberrazioni la PSF generata non risulta un disco di Airy. Per annullare la planarità viene eseguita la seguente procedura. Dopo aver calibrato la lente deformabile, come abbiamo visto nella sezione 2.3 del capitolo 2, si avvia il closed loop con Photonloop e si salva il vettore delle tensioni  $\vec{v}_{\text{flat}}$ . Quando questo vettore viene applicato alla MAL rilassata, la PSF si avvicina al limite di diffrazione e si registra un rapporto di Strehl pari al



(a) *PSF affetta dalle aberrazioni del sistema ottico con lente nella posizione di riposo.*

(b) *PSF ottenuta dopo aver applicato alla MAL la correzione ottenuta in fase di calibrazione. PSF prossima al limite di diffrazione.*

Figura 3.2: *Correzione delle aberrazioni statiche. Le due immagini sono state eseguite con lo stesso tempo di esposizione.*

98%. In figura 3.2(a)(b) si riporta la PSF prima e dopo la correzione per le aberrazioni statiche.

### 3.1.2 Analisi delle aberrazioni generate dalla lente deformabile

L'analisi delle aberrazioni generate dalla lente deformabile è fondamentale perché il sistema AO proposto possiede un feedback solo per i bassi ordini di aberrazione. Vediamo qual è il problema con un esempio. Supponiamo che il sistema AO corregga per tip, tilt, defocus e astigmatismo. Se la lente deformabile mentre genera del tilt introduce, come errore, anche defocus e astigmatismo, questo fatto non risulta un problema. Defocus e astigmatismo residui vengono corretti durante il closed loop. Se invece la lente deformabile introduce del coma questo non può essere corretto. Le aberrazioni non volute generate quando si utilizza la lente deformabile sono dovute a effetti di non linearità del dispositivo. Esiste infatti un range nella dinamica della MAL per cui le aberrazioni intesiderate sono trascurabili, queste emergono invece quando si spingono gli attuatori verso i limiti. Gli esperimenti che seguono permettono di trovare tale range.

In questa sezione viene quindi stabilita la qualità delle aberrazioni TTDA che la lente deformabile è in grado di generare. L'aberrazione voluta viene generata con la MAL e viene misurato il fronte d'onda risultante con il SHWFS. Il software Photonloop permette di decomporre il fronte d'onda nei polinomi di Zernike. Viene poi misurato un rapporto di Strehl modificato attraverso la formula 1.22, riportata anche di seguito:

$$S = e^{-\sigma^2}$$

Rapporto di Strehl modificato perché nella sommatoria 1.23 per il calcolo della  $\sigma$  si esclude il termine che corrisponde al modo di Zernike generato dalla MAL.

Le aberrazioni che la MAL riesce a generare vengono confrontate con quelle introdotte dalla turbolenza atmosferica. Vengono riportati i valori PV delle aberrazioni introdotte dall'atmosfera in due casi: 1) con dati misurati in un caso reale 2) quelli calcolati utilizzando le formule 1.11-1.14 di Noll a diverse condizioni di turbolenza. In entrambi i casi viene considerato un telescopio di diametro  $D$  pari a  $28cm$ .

### Tip e tilt

Quando lo spot viene spostato nel piano focale agente sui modi TT, la PSF subisce una degradazione che si intensifica all'aumentare del coefficiente del modo generato. La tabella 3.1 contiene i valori impostati e il rapporto di Strehl corrispondente. Le immagini in figura 3.3(a)(b) mostrano la sovrapposizione delle PSF per i vari valori di TT a due diverse esposizioni. Da queste misure si evince che il rapporto di Strehl si mantiene oltre l'80% per valori PV inferiori a  $3.2\lambda$  ( $\lambda = 630nm$ ). Nel sistema utilizzato viene quindi coperta un'area pari a un cerchio di diametro pari a circa  $305\mu m$ . L'area è evidenziata in figura 3.3(a). Proiettata in cielo quest'area corrisponde a una distanza angolare di circa  $230 arcsec$ . Questo valore va ben oltre i valori di tilt introdotti dalla turbolenza atmosferica e risulta utile per le correzioni delle derive meccaniche del telescopio. L'errore periodico dell'asse di ascensione retta di una montatura equatoriale per uso amatoriale è compreso fra circa 5 e 10  $arsec$ .

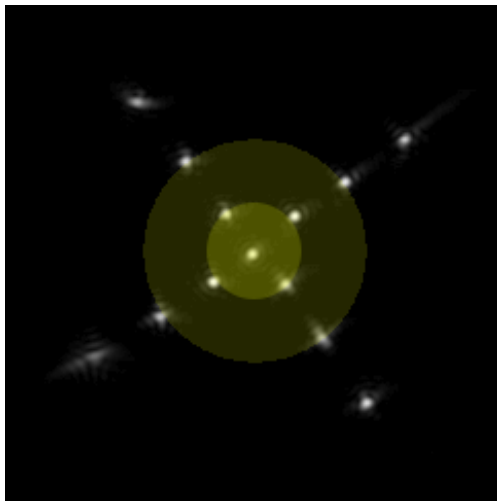
A titolo di esempio, vengono riportati in figura 3.4(a) e 3.4(b) il valore in tensione normalizzato degli attuatori. Il primo caso corrisponde all'applicazione di  $\vec{v}_{\text{flat}}$  alla MAL e l'altro alla generazione di tilt pari a  $9.5\lambda$  PV.

tip ( $\lambda$ )	tilt ( $\lambda$ )	Strehl (%)	Max (%)	tip ( $\lambda$ )	tilt ( $\lambda$ )	Strehl (%)	Max (%)
0.0	0.0	98	29	0.0	0.0	98	29
0.0	3.2	78	30	-3.2	0.0	81	44
0.0	6.3	65	48	-6.3	0.0	51	60
0.0	9.5	41	80	-9.5	0.0	14	92

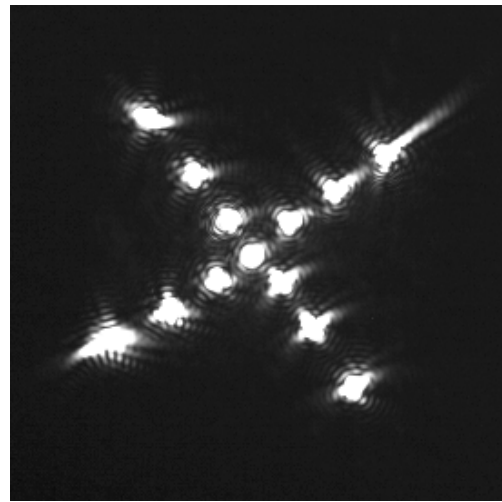
---

tip ( $\lambda$ )	tilt ( $\lambda$ )	Strehl (%)	Max (%)	tip ( $\lambda$ )	tilt ( $\lambda$ )	Strehl (%)	Max (%)
0.0	0.0	98	29	0.0	0.0	98	29
3.2	0.0	86	21	0.0	-3.2	79	32
6.3	0.0	42	54	0.0	-6.3	49	39
9.5	0.0	3	89	0.0	-9.5	66	85

Tabella 3.1: Valori impostati di tip e tilt espressi in picco-valle e rapporto di Strehl corrispondente. Nell'ultima colonna si riporta la percentuale di dinamica utilizzata dell'attuatore maggiormente sfruttato. Si assume  $\lambda = 630\text{nm}$ .



(a) PSF generate e riprese con bassa esposizione per evitare la saturazione. Il cerchio interno indica la zona entro la quale il rapporto di Strehl rimane sopra l'80%, quello esterno indica il 50%.



(b) PSF ad alta esposizione.

Figura 3.3: Generazione di TT.

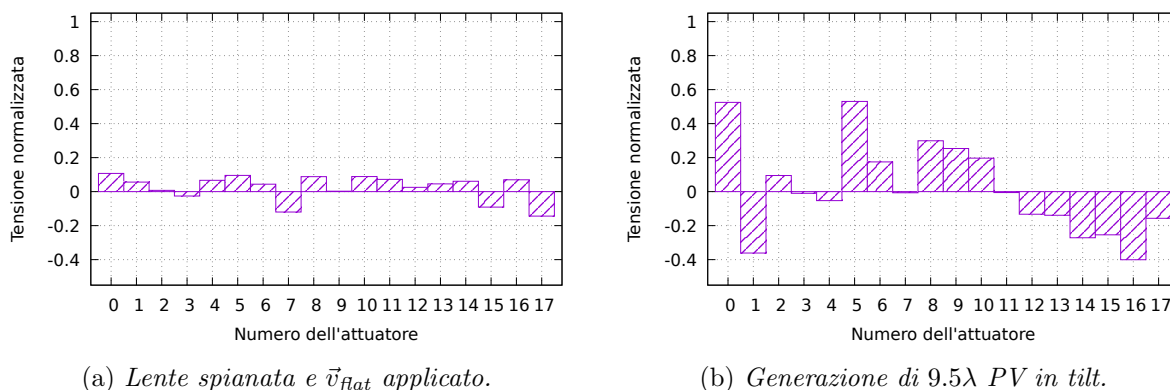


Figura 3.4: Valore degli attuatori, in ordinata le tensioni scalate di un fattore  $10^2$ .

L'aberrazione che maggiormente emerge quando si genera TT è l'astigmatismo. Nella posizione a  $0\lambda$  tip e  $-3.2\lambda$  tilt PV l'astigmatismo costituisce il 70% della somma quadratica  $\sigma^2$ . Questo fatto non costituisce un problema perché la lente corregge efficacemente l'astigmatismo.

In un caso reale di turbolenza atmosferica, il valore massimo misurato di tilt corrisponde a  $0.3\lambda$  PV. La MAL è in grado di generare il tilt necessario. Utilizzando le formule di Noll, si ricava la seguente espressione per calcolare il tilt in PV introdotto dall'atmosfera:

$$PV_{\text{tilt}} = 2\sqrt{0.448 \left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3}} \quad (3.1)$$

I risultati al variare di  $r_0$  vengono riportati in tabella 3.8.

## Defocus

Il defocus prodotto dalla lente deformabile mantiene un rapporto di Strehl modificato sopra l'80% in un range PV di circa  $3.7\lambda$  centrato a  $0\lambda$  ( $\pm 1.9\lambda$  rispetto al fuoco), come mostrato nella figura 3.5. La linea spezzata a forma di campana, presente in figura 3.5, non è centrata in  $0\lambda$  perché inizialmente il SHWFS è leggermente fuori fuoco. In figura 3.6 vengono presentate alcune immagini della PSF riprese durante questo test. Dai dati di turbolenza atmosferica ripresi con un telescopio da  $28\text{cm}$ , risulta che il defocus ha una variazione massima di  $0.16\lambda$  PV intorno al suo valore medio. La MAL è in grado di generare il defocus dovuto alla turbolenza atmosferica. Facendo questa operazione non introduce altre aberrazioni indesiderate. Utilizzando le formule di Noll, si ricava la

seguente relazione per calcolare il defocus in PV introdotto dall'atmosfera:

$$PV_{\text{def}} = 2\sqrt{3}\sqrt{0.023\left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3}} \quad (3.2)$$

I risultati al variare di  $r_0$  vengono riportati in tabella 3.8.

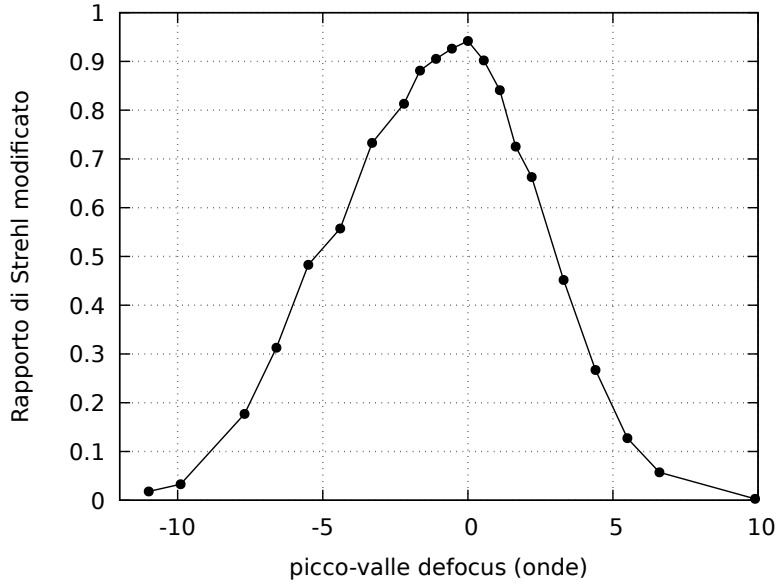


Figura 3.5: *Rapporto di Strehl modificato per l'analisi del defocus.*



Figura 3.6: *Serie di frame con defocus variabile. Da sinistra, PV pari a  $1\lambda$  e  $0.5\lambda$  intra-focale, poi solo  $\vec{v}_{\text{flat}}$  applicato, infine  $0.5\lambda$  e  $1\lambda$  extra-focale. Si assume  $\lambda = 630\text{nm}$ .*

### Astigmatismo

L'astigmatismo prodotto dalla lente deformabile mantiene un rapporto di Strehl modificato sopra l'80% in un'eccezionale range PV di circa  $14\lambda$  centrato a  $0\lambda$  ( $\pm 7.0\lambda$  rispetto allo zero). Dai dati di turbolenza atmosferica, ripresi con un telescopio da  $28\text{cm}$ , risulta che l'astigmatismo obliquo e verticale hanno una variazione massima di  $0.17\lambda$  PV

intorno al loro valore medio. Anche in questo caso la MAL è in grado di generare tali aberrazioni. Utilizzando le formule di Noll, si ricava la seguente espressione per calcolare l'astigmatismo in PV introdotto dall'atmosfera:

$$PV_{\text{ast}} = 2\sqrt{6}\sqrt{0.023\left(\frac{D}{r_0}\right)^{5/3}} \quad (3.3)$$

I risultati al variare di  $r_0$  vengono riportati in tabella 3.8.

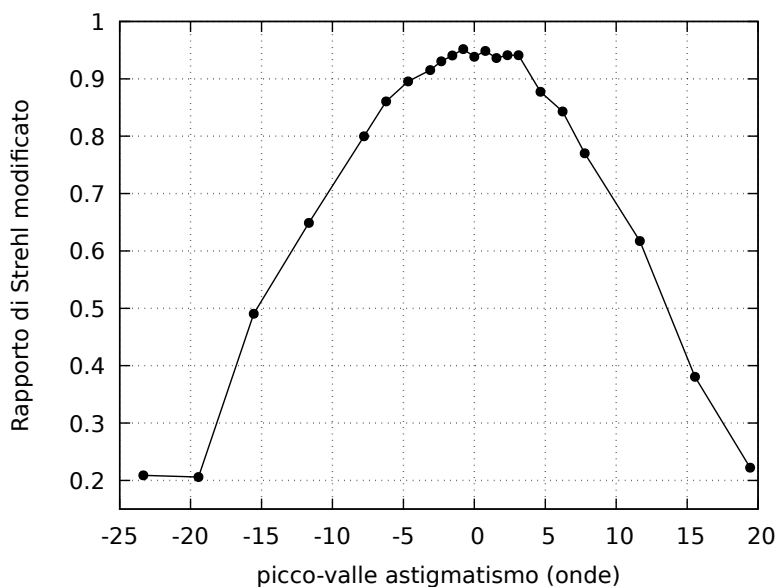


Figura 3.7: *Rapporto di Strehl modificato per l'analisi dell'astigmatismo.*



Figura 3.8: *Serie di frame con astigmatismo variabile. Da sinistra, PV pari a  $2\lambda$ ,  $1\lambda$ ,  $0\lambda$ ,  $-1\lambda$  e  $-2\lambda$ . Si assume  $\lambda = 630\text{nm}$ .*

### Risultati e comparazioni

La tabella 3.2 contiene i risultati delle misure e dei calcoli presentati in precedenza. La MAL è in grado di generare il livello di aberrazione richiesto in qualsiasi condizione di turbolenza atmosferica. Questo comunque non è l'unico aspetto da tenere in



considerazione. L'elemento adattivo, infatti, deve essere in grado di produrre le aberrazioni a frequenze sufficientemente elevate. Nel corso del presente capitolo, costruendo il diagramma di Bode, sarà possibile affrontare questo aspetto altrettanto importante.

	$r_0 = 2cm$	$r_0 = 5cm$	$r_0 = 10cm$	$r_0 = 20cm$	Misurata	MAL
PV <sub>tilt</sub> [ $\lambda$ ]	0.43	0.20	0.11	0.063	0.30	<b>3.2</b>
PV <sub>def</sub> [ $\lambda$ ]	0.17	0.079	0.044	0.025	0.14	<b>1.9</b>
PV <sub>ast</sub> [ $\lambda$ ]	0.24	0.11	0.063	0.035	0.17	<b>7.0</b>

Tabella 3.2: Confronto tra le aberrazioni introdotte dalla turbolenza atmosferica e quelle che la MAL è in grado di generare. Calcoli eseguiti con le formule 3.1-3.3.

### 3.1.3 Stabilità della PSF nel tempo

Il sistema di correzione per i bassi ordini deve funzionare per un intervallo temporale più o meno lungo in base all'applicazione richiesta, ad esempio per tutta la durata dell'esposizione eseguita con la fotocamera scientifica. Al sistema si chiede che, durante il tempo di funzionamento del closed loop, mantenga la PSF con un rapporto di Strehl il più elevato possibile.

Per verificare la stabilità nel tempo della PSF vengono generate sinusoidi a bassa frequenza di diverse ampiezze agendo sui modi TT della lente deformabile. Nel frattempo viene registrata la decomposizione in modi di Zernike del fronte d'onda registrato con il SHWFS da Photonloop. Il rapporto di Strehl si calcola con l'equazione 1.22. I grafici 3.9 e 3.10 mostrano l'andamento del rapporto di Strehl, in 180 secondi di funzionamento, per tre diverse ampiezze. Dopo aver avviato la generazione delle sinusoidi, il rapporto di Strehl subisce un calo durante i primi periodi, come si vede nei grafici 3.9 e 3.10, per poi stabilizzarsi intorno ad un valor medio. Si misura un rapporto di Strehl medio circa dell'86% per le oscillazioni di ampiezza più piccola a  $0.63\lambda$  PV, mentre si attesta sul 62% a  $3.2\lambda$  PV e 61% a  $6.3\lambda$  PV per entrambi i modi TT. Per le oscillazioni di ampiezza ridotta, come quelle generate dall'atmosfera, la MAL mantiene rapporti di Strehl elevati per un lungo intervallo temporale. All'inizio di ogni ciclo da 180 secondi, la MAL viene rilassata con la funzione relax (si veda la sezione 2.2.3 del capitolo 2

per la descrizione) e spianata con il  $\vec{v}_{flat}$ . Queste due operazioni permettono sempre di ritornare ad un rapporto di Strehl iniziale del 98%.

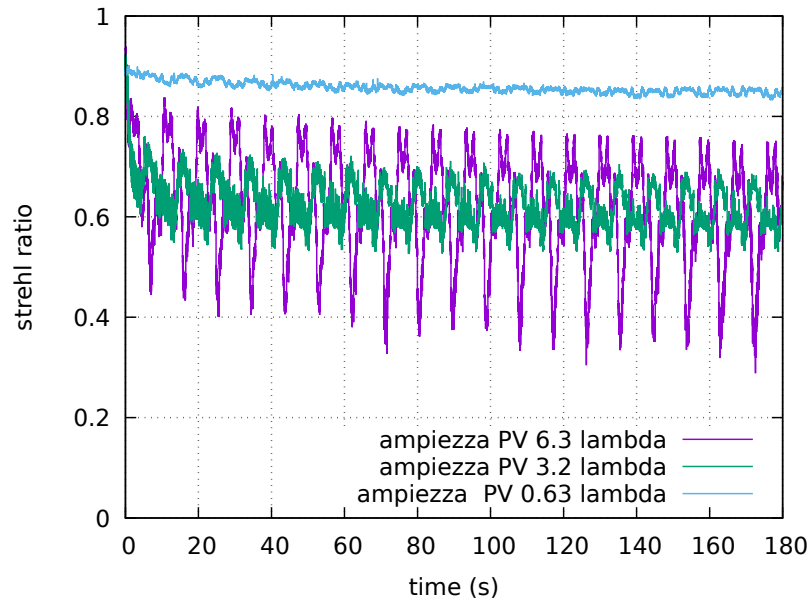


Figura 3.9: *Stabilità del rapporto di Strehl azionando il tip.*

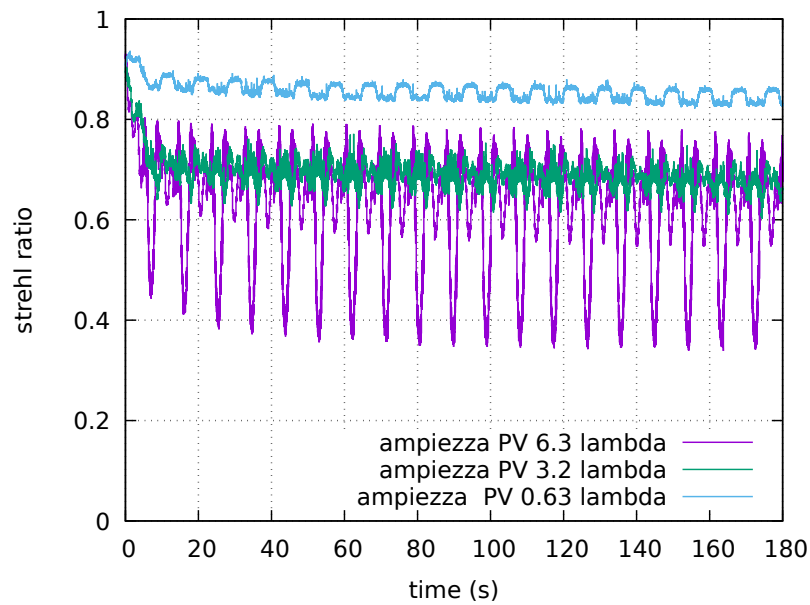


Figura 3.10: *Stabilità del rapporto di Strehl azionando il tilt.*

### 3.1.4 Misura della frequenza di taglio

Una delle caratteristiche più importanti per un sistema AO in astronomia è il fatto di avere una frequenza di lavoro sufficientemente alta. Come abbiamo visto nella sezione 1.1.7 del capitolo 1, riguardante la dipendenza temporale della turbolenza, l'errore quadratico medio residuo del fronte d'onda dovuto alla limitazione in frequenza del sistema AO vale

$$\sigma_{\tau}^2 = \left( \frac{f_G}{f_{3dB}} \right)^{5/3}$$

Una frequenza di taglio elevata permette di ridurre l'RMS del fronte d'onda. Prima di tutto viene misurata la frequenza di taglio della MAL e poi quella del sistema AO per i bassi ordini. Per effettuare queste misure è necessario costruire il diagramma di Bode del dispositivo. La funzione di trasferimento dell'ampiezza del diagramma di Bode, analogo alla curva di reiezione, consiste nel rapporto tra l'ampiezza del segnale in uscita e il segnale in ingresso a diverse frequenze. Il rapporto viene espresso in decibel.

#### Frekuensi di taglio della MAL

Il segnale in ingresso alla MAL consiste in una sinusoide del modo tilt. Le frequenze della sinusoide vanno da  $1Hz$  a  $100Hz$  a passi di  $1Hz$ . L'ampiezza PV è pari a  $4.8\lambda$ . Il segnale in uscita è costituito dalla posizione del centroide  $\rho = \sqrt{x_g^2 + y_g^2}$ , dove  $(x_g, y_g)$  sono le coordinate del baricentro. Lo spot descrive una sinusoide nel piano focale, più o meno fedele al segnale in ingresso. Calcolando il rapporto fra le ampiezze alle varie frequenze è possibile ottenere la funzione di trasferimento in figura 3.11. La frequenza di taglio viene stimata interpolando linearmente i dati in prossimità del taglio a  $-3dB$ . Risulta  $f_{3dB} = (66 \pm 2)Hz$ . La MAL si comporta come un filtro passa basso e quindi i segnali che gli vengono forniti in ingresso dal sistema di controllo vengono filtrati. La MAL non presenta fenomeni di amplificazione dei segnali in ingresso per le frequenze utilizzate. Per completare il diagramma di Bode viene riportato il grafico della fase in figura 3.12. Consiste nella differenza di fase tra il segnale in ingresso e quello in uscita per le varie frequenze. Il grafico risulta rumoroso nelle alte frequenze a causa di errori nel fit del segnale sinusoidale in uscita. I segnali in ingresso e in uscita risultano

in controfase a frequenze maggiori di  $100\text{Hz}$ . Quando questo succede si innescano fenomeni di instabilità.

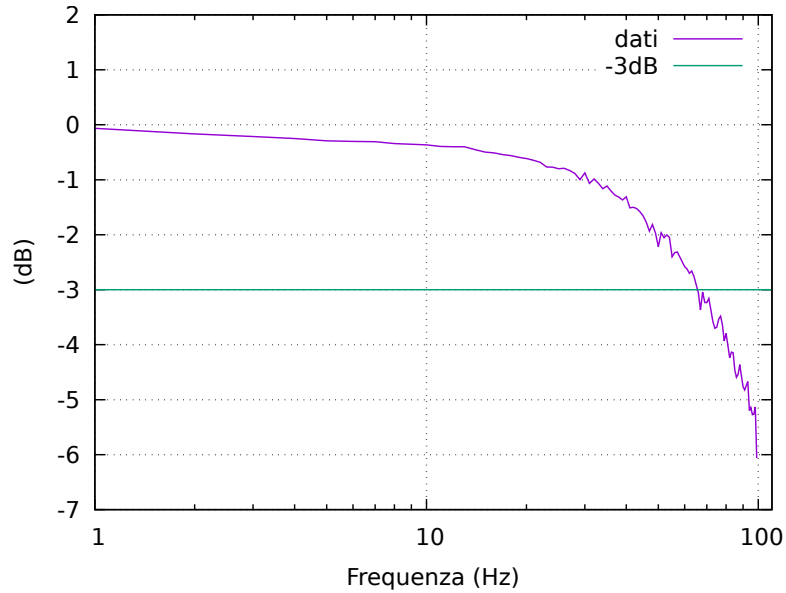


Figura 3.11: *Funzione di trasferimento del diagramma di Bode per la lente deformabile.*

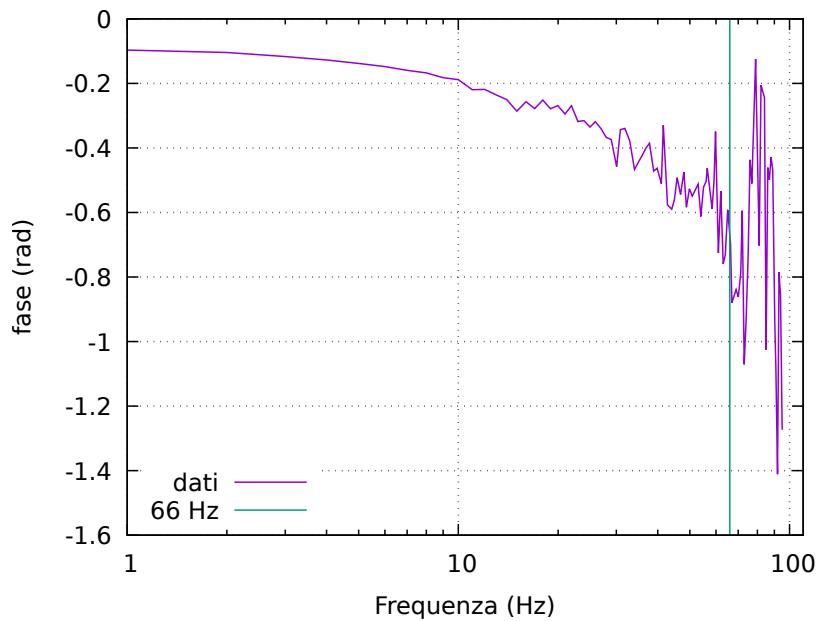


Figura 3.12: *Grafico della fase del diagramma di Bode per la lente deformabile.*

### Frequenza di taglio del sistema AO

La frequenza di taglio di un sistema AO è stata stimata attraverso la simulazione descritta nella sezione 2.5.3 nel capitolo 2 e viene ora misurata attraverso il diagramma di Bode del sistema. Rispetto all'esperimento precedente con la lente deformabile, in questo caso non si agisce direttamente sul modo della lente ma si aggiunge uno shift alle misure del centroide. Per questo motivo le sinusoidi che vengono generate dal sistema contengono l'errore sulla misura del centroide. In termini più precisi, per costruire la funzione di trasferimento e il grafico della fase, viene manipolata l'equazione dell'integratore del closed loop:

$$\vec{c}(t) = \vec{c}(t - T) + gK\vec{e}(t - T)$$

In questo test l'errore residuo  $\vec{e}(t - T)$  viene calcolato partendo dalle misure del centroide della fotocamera. Ad ogni ciclo, che dura  $T$  secondi, l'errore residuo  $\vec{e}(t - T)$  viene calcolato sommando alla posizione dello spot la seguente quantità:

$$\text{shift} = A[\cos(2\pi ft) - \cos(2\pi f(t - T))]$$

Le frequenze  $f$  utilizzate vanno da  $1Hz$  a  $80Hz$  a passi di  $1Hz$  con un'ampiezza  $A$  pari a 2 pixel nel piano focale del setup utilizzato. Questo spostamento viene generato da un tilt di  $0.8\lambda$  PV. Il guadagno dell'integratore viene fissato a 0.6. Calcolando il rapporto fra l'ampiezza in ingresso e in uscita alle varie frequenze si ottiene la funzione di trasferimento in figura 3.13. La frequenza di taglio risulta  $f_{3dB} = (15 \pm 1)Hz$ . La simulazione per un sistema correttivo che lavora a  $170Hz$  con guadagno 0.6 e ritardo pari a  $T$  fornisce una frequenza di taglio pari a  $17Hz$ . Per  $f > 40Hz$  il sistema amplifica gli errori. Questo fatto si riscontra anche nella simulazione presentata nel capitolo 2. Per  $f < 40Hz$  il sistema si comporta come un filtro passa basso. Questo risultato può essere interpretato nel modo seguente. Il sistema è in grado di riprodurre i segnali dati in ingresso secondo la funzione di trasferimento del sistema. Quindi il sistema AO in closed loop si comporta come un passa alto. La curva di reiezione del sistema AO si ottiene fornendo in input al sistema AO un rumore bianco. Nel prossimo capitolo verrà costruita la curva di reiezione generando la turbolenza. Questo risultato sarà analogo alla curva nel grafico 3.13 con l'asse delle ordinate invertito.

Il grafico della fase viene riportato in figura 3.14. I segnali in ingresso e in uscita risultano in controfase a circa  $20\text{Hz}$ . Quando questo succede si innescano fenomeni di instabilità che si notano nella funzione di trasferimento.

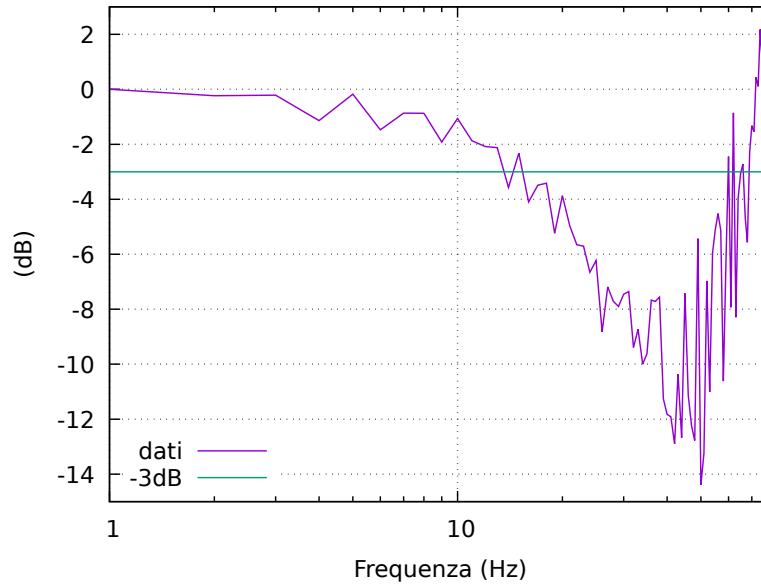


Figura 3.13: *Funzione di trasferimento del diagramma di Bode per il sistema AO.*

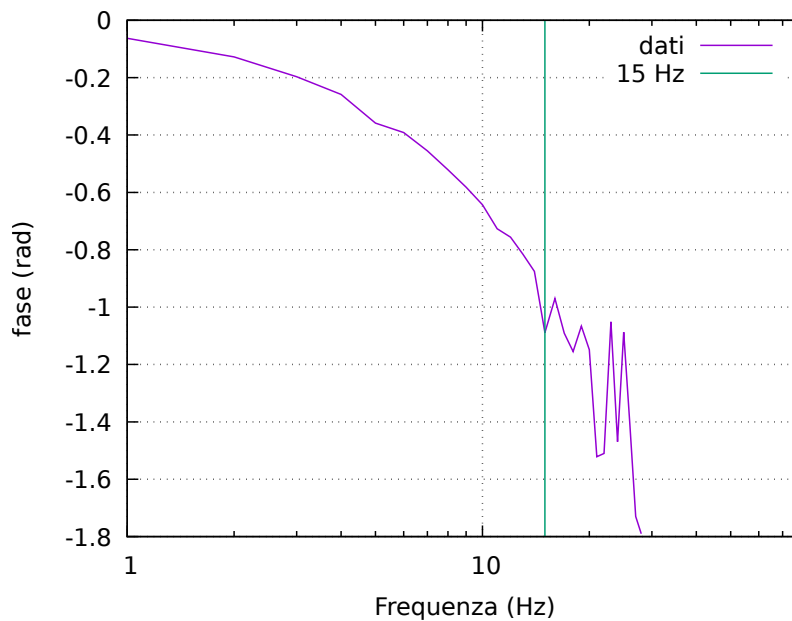


Figura 3.14: *Grafico della fase del diagramma di Bode per il sistema AO. Per frequenze più alte di  $28\text{ Hz}$  il fit del segnale sinusoidale in uscita non converge, quindi le fasi mancano.*

### 3.1.5 Cromatismo

Un altro aspetto importante da analizzare è il cromatismo perché può costituire un limite nell'utilizzo della lente deformabile. Il cromatismo della MAL viene studiato utilizzando il software di simulazione OSLO<sup>1</sup> (Optics Software for Layout and Optimization). In particolare viene analizzato il comportamento quando la lente genera i modi tip e tilt. La quantità massima di TT simulata corrisponde a un angolo in cielo pari a 204 arcsec che è il limite entro cui il rapporto di Strehl si mantiene dell'80%. Il corrispondente valore PV generato dalla lente deformabile risulta pari a  $3.2\lambda$ . La lente deformabile viene simulata come una finestra di vetro BK7 con una faccia ortogonale all'asse ottico e l'altra inclinata in base al TT da generare, si veda la figura 3.15. Le lunghezze d'onda utilizzate valgono  $486nm$ ,  $588nm$  e  $656nm$ . La MAL in queste condizioni si comporta come un prisma. Nel piano focale la PSF risulta composta da tre spot distinti, uno per colore. La separazione tra gli spot è maggiore del disco di Airy. Il diagramma della simulazione viene riportato in figura 3.16. La MAL è quindi in grado di produrre un grande spostamento dello spot nel piano focale ma in questo caso è limitata dal cromatismo.

Considerando il TT generato dalla turbolenza atmosferica, con un certo  $D/r_0$ , l'angolo apparente in cielo descritto dalla sorgente assume valori nell'ordine dell'arcsec. Il calcolo preciso si può effettuare con l'equazione 1.20. In queste condizioni l'aberrazione cromatica introdotta dalla lente deformabile risulta trascurabile.

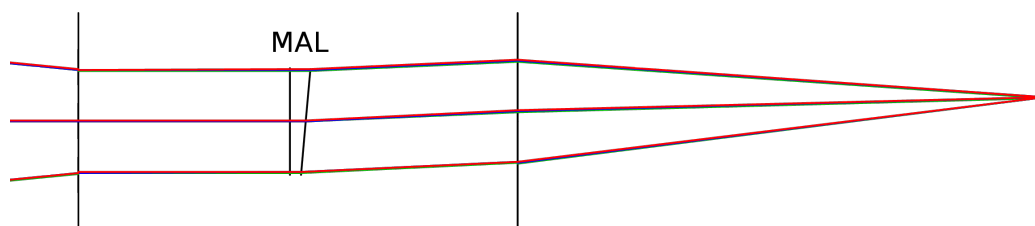


Figura 3.15: Configurazione del sistema usato nella simulazione. L'inclinazione della seconda faccia della MAL è esagerata per ragioni grafiche.

Attraverso il software di ray tracing OSLO sono state eseguite delle simulazioni anche per una finestra di vetro posizionata nel fascio convergente. In questo caso, per ottenere

<sup>1</sup><https://www.lambdare.com/oslo-usonly/>

del tilt è necessario che entrambe le facce della finestra vengano inclinate mantenendole parallele. A parità di spostamento dello spot nel piano focale, l'aberrazione cromatica di questo sistema risulta maggiore rispetto al caso con la lente deformabile (figura 3.17). Infatti, attraverso il diagramma dell'energia, risulta che il sistema con facce parallele trattiene il 65% dell'energia del fascio entro il disco di Airy, mentre la lente deformabile l'85%. A due dischi di Airy entrambi i sistemi trattengono circa il 95% dell'energia del fascio. Il sistema con facce parallele viene impiegato nei sistemi AO commerciali per telescopio amatoriali. Il massimo TT che questi sistemi riescono a generare vale circa  $200\mu m$  nel piano focale, in queste condizioni le aberrazioni cromatiche introdotte risultano trascurabili.

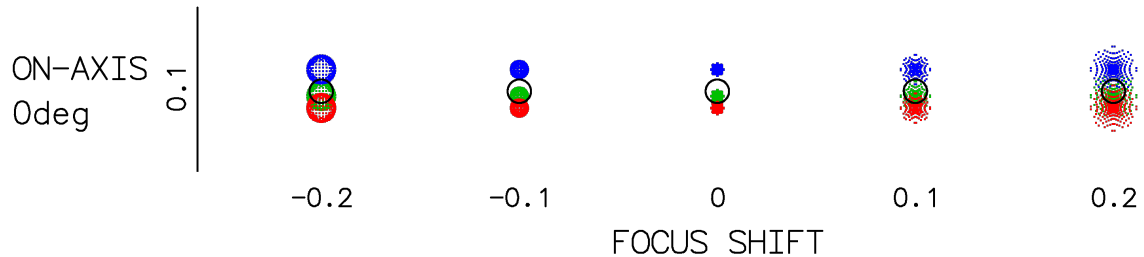


Figura 3.16: *Diagramma a spot per tre diverse lunghezze d'onda (486nm, 588nm e 656nm) mentre si genera tilt pari a  $3.2\lambda$  PV con la MAL. Il cerchio nero corrisponde al disco di Airy. Simulazione eseguita con software OSLO.*

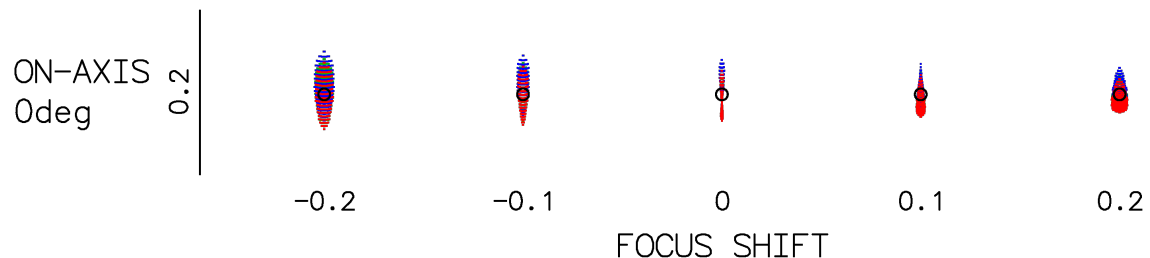


Figura 3.17: *Diagramma a spot per tre diverse lunghezze d'onda (486nm, 588nm e 656nm) mentre si genera TT con un sistema AO commerciale. Il cerchio nero corrisponde al disco di Airy.*



### 3.2 Test con turbolenza atmosferica “artificiale”

Al fine di valutare le performance del sistema di correzione in un caso simile a quello reale, una seconda lente deformabile viene inserita in serie per generare della turbolenza. Il sistema AO utilizzato in questa prova corregge le aberrazioni tip, tilt, defocus e astigmatismo. Lo schema utilizzato viene riportato in figura 3.18, mentre il setup utilizzato in laboratorio viene riportato in figura 3.19. La nuova lente viene collegato ad un computer e tramite il programma Photonloop si caricano i dati della turbolenza atmosferica. Le misure di turbolenza atmosferica sono state eseguite a circa  $224Hz$  con un telescopio da 28 cm e un SHWFS puntando la stella Vega. I dati necessitano di una correzione perché presentano un defocus medio elevato. Il defocus è dovuto a un errore nella messa a fuoco del SHWFS prima dell’acquisizione dei dati. Una volta che questo offset viene eliminato si nota comunque una deriva del fuoco dovuta probabilmente allo specchio primario del telescopio che si assesta. I valori di defocus vengono riportati nel grafico 3.20.

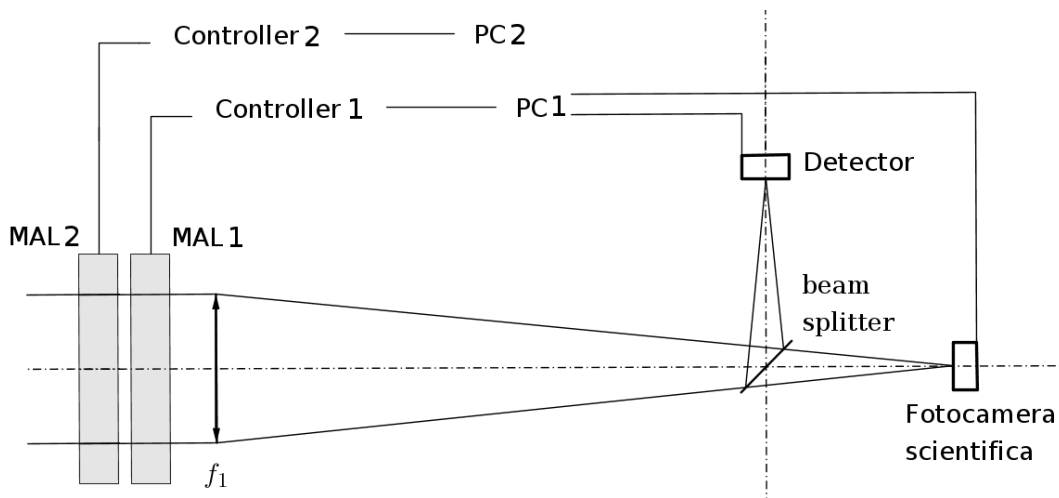


Figura 3.18: Schema del sistema AO per bassi ordini TTDA. Il detector è costituito dalla fotocamera CMOS posizionata fuori fuoco.

Il residuo di errore del fronte d’onda viene espresso in termini di scarto quadratico medio. L’RMS  $[\lambda]$  viene calcolato partendo dai coefficienti dei modi di Zernike ottenuti durante il closed loop:

$$\text{RMS} = \sqrt{\sum_{n=2}^N \left(\frac{Z_n}{\lambda}\right)^2}$$

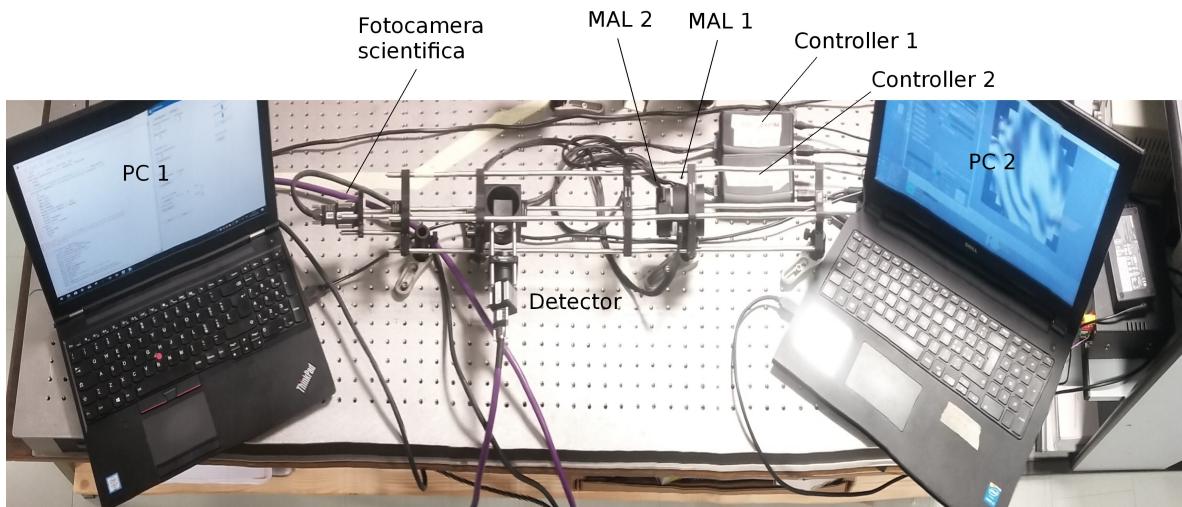


Figura 3.19: Sistema con doppia lente deformabile per la generazione di turbolenza atmosferica artificiale. Ogni MAL è comandata indipendentemente con due computer separati.

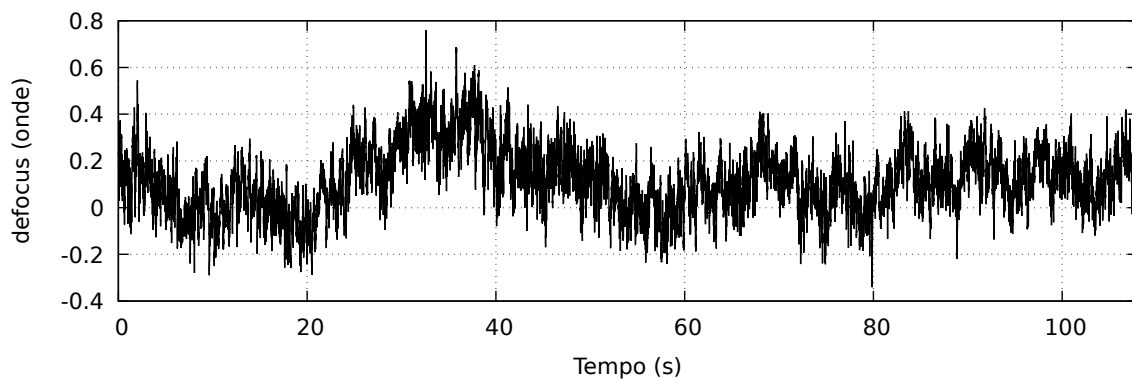


Figura 3.20: Defocus in funzione del tempo per la turbolenza generata. Il defocus medio non è centrato attorno allo zero, inoltre il valore tende a crescere nel tempo. Si assume  $\lambda = 630nm$ .

dove la sommatoria è fatta sui modi di Zernike esclusi il TT. Si assume  $\lambda = 630nm$ .

### Miglior guadagno

La scelta del guadagno dell'integratore del sistema di controllo risulta cruciale per il funzionamento del sistema AO. Dopo aver avviato la generazione della turbolenza, viene chiuso il loop del sistema AO variando il guadagno dell'integratore. Il miglior valore del guadagno dell'integratore minimizza l'RMS medio del fronte d'onda. Per trovare

questo valore si calcola il minimo della parabola che interpola i valori di RMS ottenuti per i vari guadagni impostati. Risulta  $g_{\text{best}} \sim 0.6$ .

### Prestazioni del sistema AO

Il valore di RMS del fronte d’onda viene calcolato per ogni ciclo del closed loop partendo dai coefficienti di Zernike. Viene riportato in figura 3.21 l’RMS in funzione del tempo con e senza la correzione dei bassi ordini. Lo spettro in potenza dell’RMS invece si ottiene mediante la trasformata di Fourier dell’RMS in funzione del tempo. Gli spettri per le prove con sistema AO spento ( $g = 0$ ) e acceso ( $g = g_{\text{best}}$ ) vengono riportati in figura 3.22. Il rapporto tra i due PSD permette di ottenere la curva di reiezione del sistema che viene riportata in figura 3.23. La frequenza di taglio risulta approssimativamente pari a  $13\text{Hz}$ . Gli ultimi grafici presentati risultano rumorosi perché i dati raccolti sono scarsi. Si può comunque verificare che la frequenza di taglio risulta circa  $1/13$  rispetto alla frequenza del sistema di controllo che vale  $170\text{Hz}$ . Si riportano infine in figura 3.24(a)(b) le immagini dello spot con e senza il sistema AO per TTDA. Queste immagini sono la media dei frame acquisiti durante i test. Il guadagno che si ottiene con il sistema AO proposto consiste in un aumento del 184% circa in altezza del profilo e una riduzione del 46% in termini di larghezza a metà altezza (FWHM).

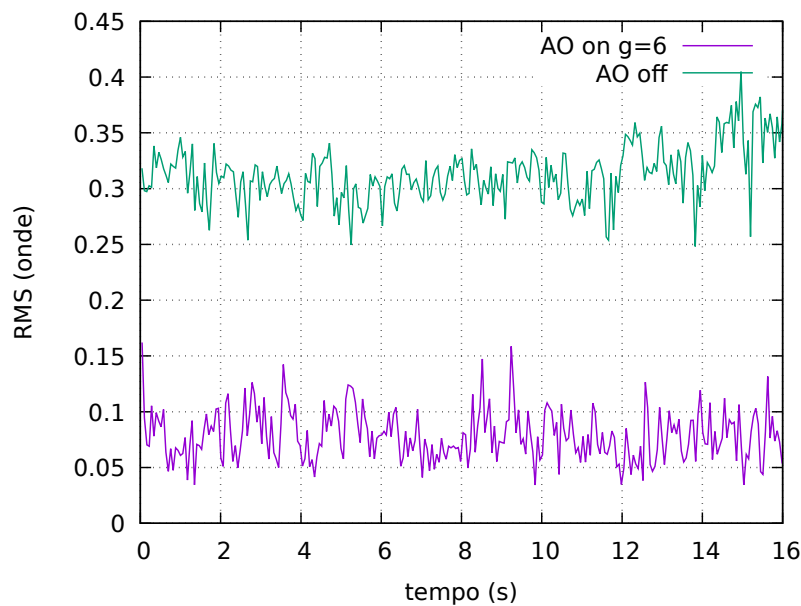


Figura 3.21: *RMS del fronte d’onda con e senza la correzione per i bassi ordini.*

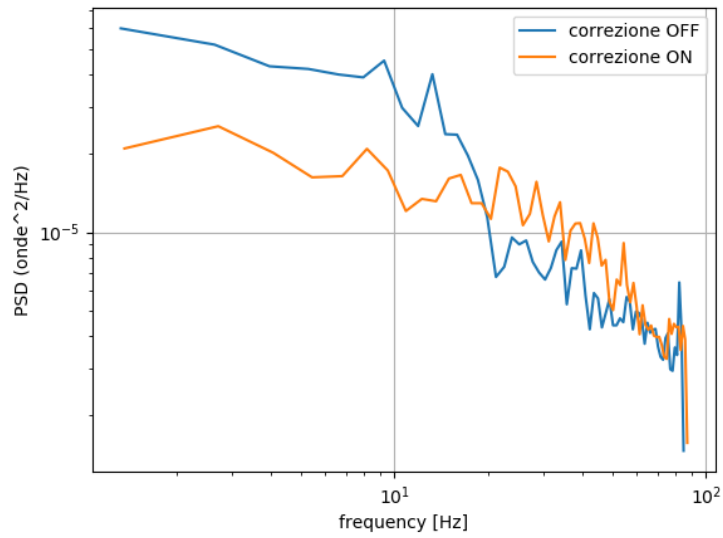


Figura 3.22: PSD della turbolenza atmosferica con sistema AO spento e acceso.

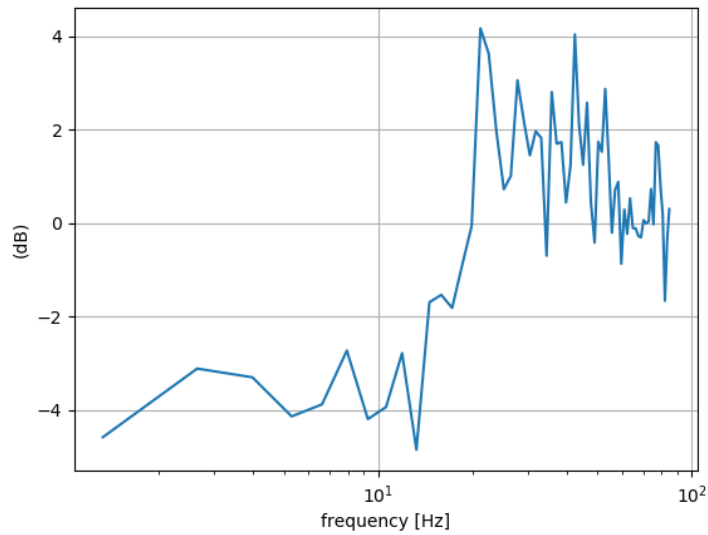


Figura 3.23: Curva di reiezione del sistema AO con turbolenza atmosferica artificiale.

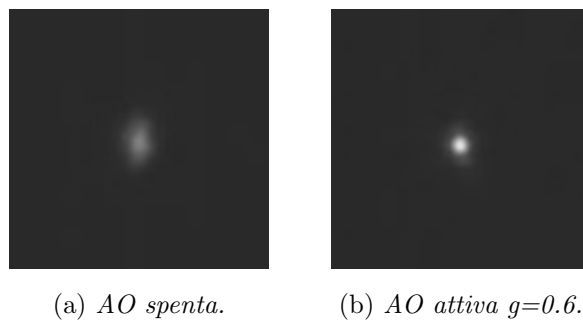


Figura 3.24: PSF a confronto per sistema AO che corregge TTDA.

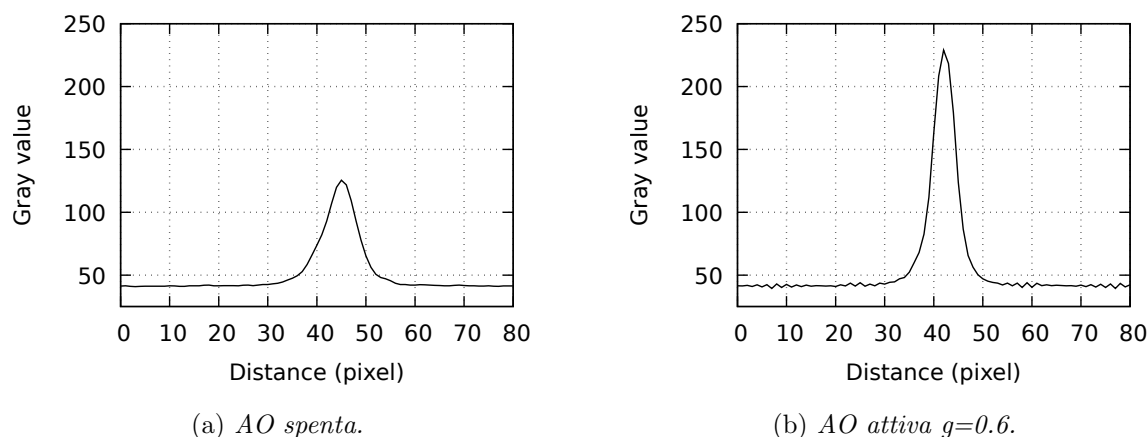


Figura 3.25: *Profili di intensità delle PSF.*

### 3.3 Test con turbolenza da una sorgente di calore

È stato eseguito un altro tipo di test, relativo a un caso reale di turbolenza introdotta dal calore. Il fascio laser collimato viene perturbato da una sorgente di calore e un debole getto di aria compressa. L'aria compressa serve per rompere il moto laminare dell'aria calda. In questo esperimento si utilizzano solo i modi TT della lente deformabile. Questo esperimento risulta significativo perché permette di ottenere una buona curva di rieiezione. I dati disponibili sono molti perché vengono raccolti in un intervallo temporale di circa 10 minuti. In figura 3.26 vengono riportati gli spettri in potenza e in figura 3.27 la curva di rieiezione ottenuta dal rapporto dei PSD. Il tempo di esecuzione del closed loop è pari a 10 minuti. I dati della curva di rieiezione in prossimità del taglio a 3dB vengono interpolati con un retta. Si ottiene una frequenza di taglio pari a  $f_{3dB} = (11.6 \pm 0.2)Hz$ . La curva di rieiezione è simile rispetto al caso della turbolenza atmosferica artificiale, a parte il rumore nei dati.

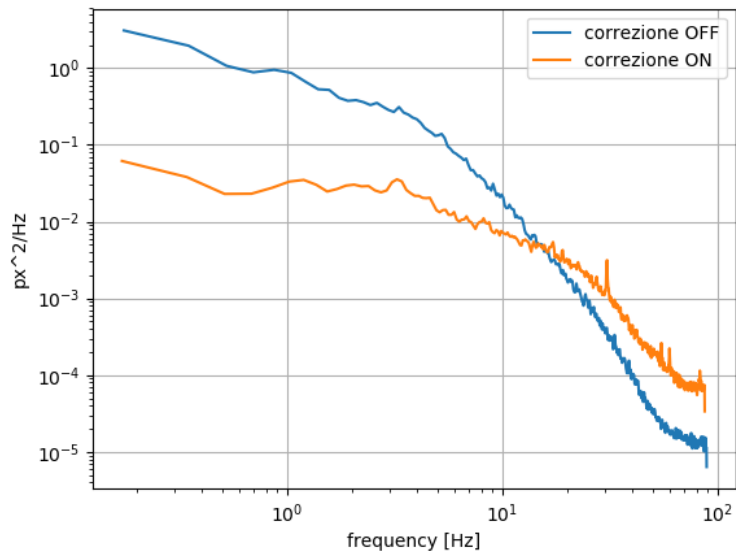


Figura 3.26: Spettro in potenza con sistema AO spento e acceso. Turbolenza generata con una sorgente di calore.

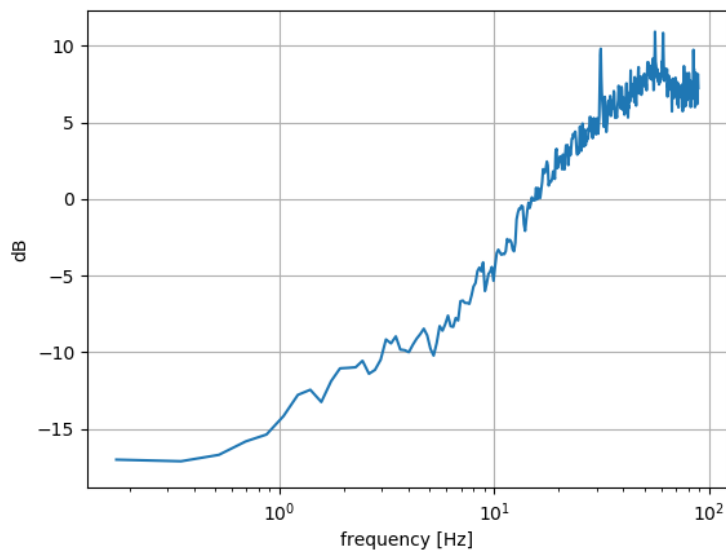


Figura 3.27: Curva di reiezione del sistema AO con turbolenza da sorgente di calore.

# Capitolo 4

## Applicazione al telescopio

Le prove in laboratorio su banco ottico forniscono risultati positivi. Si procede quindi montando il sistema AO in un telescopio amatoriale, costituito da una montatura equatoriale e un tubo ottico riflettore. Le prove vengono eseguite prima in laboratorio, utilizzando una stella artificiale, e poi in cielo su oggetti astronomici. Il sistema utilizzato in queste prove corregge solo per TT e utilizza la fotocamera IDS nel fuoco del sistema.

### 4.1 Descrizione del setup

Il telescopio utilizzato ha un diametro pari a  $28\text{cm}$  e il rapporto focale è  $f/10$ . La configurazione del sistema è di tipo Schmidt-Cassegrain. Il sistema AO viene montato su una piastra fissata sul lato superiore del tubo ottico, come mostrato in figura 4.1. Lo schema ottico viene riportato in figura 4.2. Il fascio convergente proveniente dal telescopio viene deviato da una prima diagonale a specchio e collimato da una lente  $f_1$  con una focale pari a  $100\text{mm}$ . Una seconda diagonale a specchio invia il fascio collimato attraverso la lente deformabile e poi al beam splitter. Il 90% della luce procede verso il detector e la rimanente arriva alla fotocamera scientifica. Per ricreare le immagini nel detector e nella fotocamera scientifica si utilizzano due lenti  $f_2$  e  $f_3$  rispettivamente, entrambe hanno una focale pari a  $100\text{mm}$ . Il detector utilizzato è una fotocamera CMOS della IDS monocromatica denominata UI-3060CP. La fotocamera scientifica monta un CCD Sony ICX825 monocromatico con pixel quadrati di dimensione  $6.45 \times 6.45 \mu\text{m}$ . Permette

qualsiasi tempo esposizione superiore a  $1/1000$  di secondo. Il CCD prevede un sistema di raffreddato che lo porta fino a  $-30^{\circ}\text{C}$  rispetto alla temperatura dell'ambiente. A basse temperatura il rumore elettrico del sensore risulta inferiore. La fotocamera è prodotta dalla Atik ed è denominata 414EX. All'uscita del beam splitter, dal lato della fotocamera scientifica, viene montata una ruota portafiltri con un set di filtri LRGB della Thorlabs. Questi filtri vengono utilizzati per ottenere immagini a colori con un sensore monocromatico. La calibrazione della lente, che prevede la misura della matrice di influenza, si esegue montando al posto del detector un SHWFS. Il fascio in questo caso viene collimato da un'ulteriore lente. Il SHWFS è coniugato alla MAL che a sua volta lo è alla pupilla d'uscita del telescopio. Al posto della seconda diagonale a specchio è possibile collocare una sorgente laser. La messa a fuoco del telescopio viene effettuata mediante la traslazione dello specchio primario. Questa regolazione viene utilizzata per ottenere un fascio collimato dopo la lente  $f_1$ . La messa a fuoco del detector si esegue con una traslazione dello stesso lungo le guide del sistema. La regolazione del fuoco della fotocamera scientifica si effettua traslando la lente  $f_3$  che è montata su una ghiera.

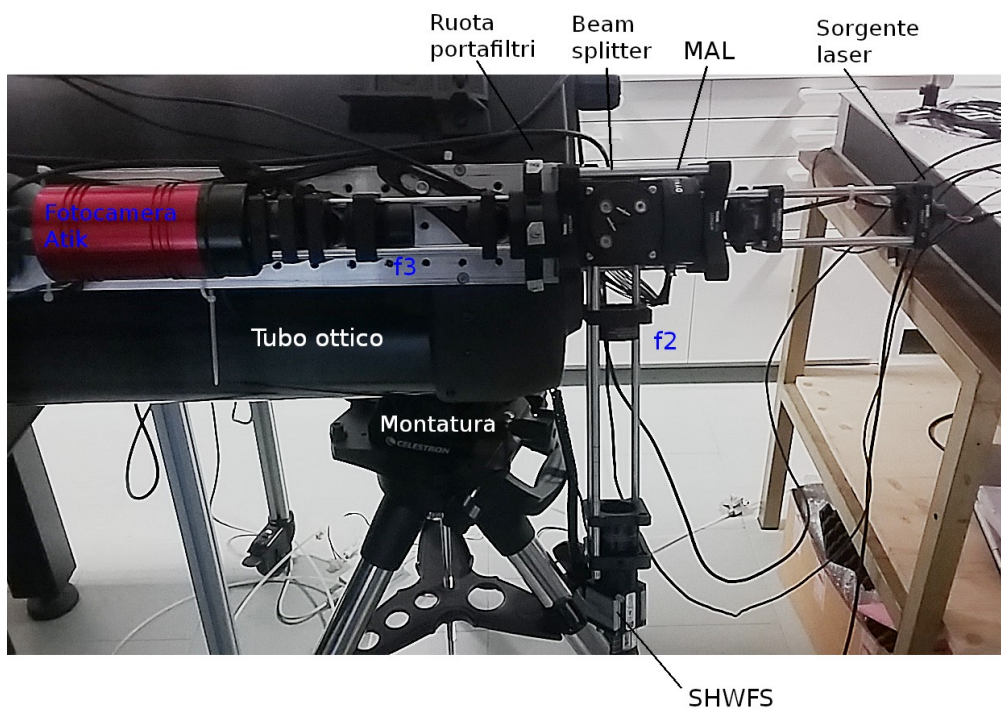


Figura 4.1: Sistema AO montato sul telescopio nella configurazione con sorgente laser e SHWFS per la calibrazione della lente deformabile.



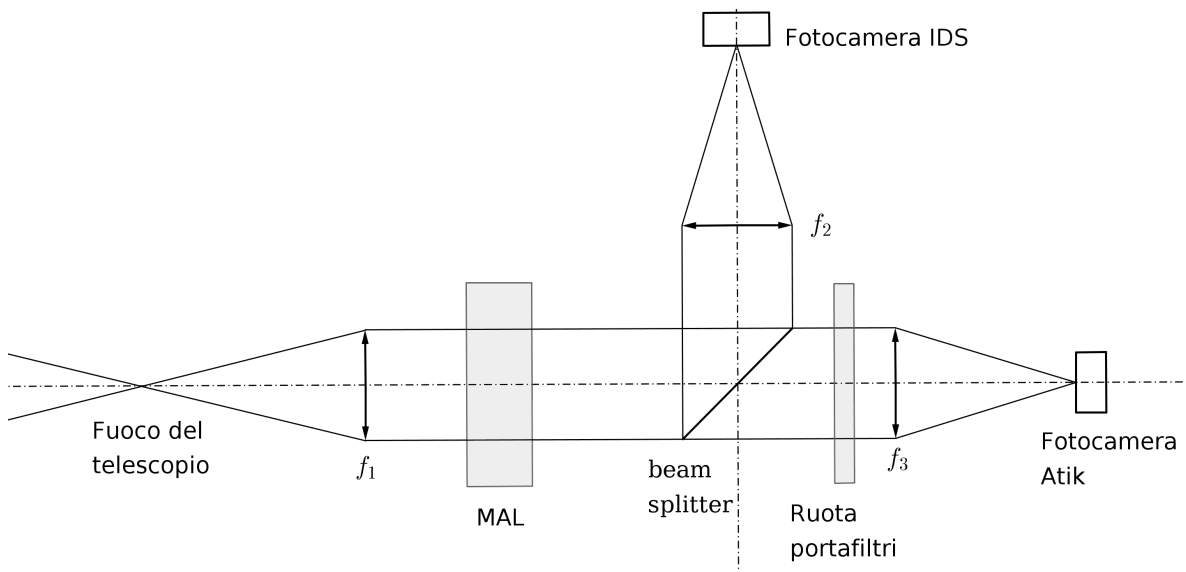


Figura 4.2: *Schema ottico del telescopio amatoriale con sistema AO per bassi ordini. Le diagonali a specchio non vengono riportate.*

#### 4.1.0.1 Software

Si utilizzano due computer, uno per l’acquisizione delle immagini con la fotocamera scientifica e l’altro per la calibrazione e il controllo. La calibrazione della lente si esegue con il software Photonloop e la sorgente laser. Alla fine del procedimento si salvano la matrice di controllo e il vettore  $\vec{v}_{\text{flat}}$ .

La calibrazione dei modi della lente e il sistema di controllo in closed loop sono scritti in Python e utilizzano la precedente calibrazione di Photonloop. L’interfaccia grafica (GUI) è realizzata con PyQt<sup>1</sup> e viene mostrata in figura 4.3. Parte del codice del programma viene riportato in appendice A. La GUI permette di regolare le impostazioni della fotocamera IDS in base alla sorgente guida utilizzata. I parametri sono l’esposizione, il gain della fotocamera, la dimensione della AOI e la soglia. La soglia è un filtro che azzerà il valore del pixel che non hanno raggiunto un certo livello di conteggi. Il basso rumore della fotocamera IDS permette di utilizzare un elevato gain e ridurre il tempo di esposizione, in questo modo si aumenta la banda in frequenza del sistema. Per quanto riguarda la calibrazione, si può regolare il coefficiente dei modi di Zernike generati e il numero di immagini su cui mediare. Il pulsante “Start/Stop”

<sup>1</sup><https://www.python.it/wiki/show/qtutorial/>

attiva e disattiva il closed loop, mentre quello di “RESET” serve per definire un nuovo riferimento per il calcolo dell’errore residuo. “Vflat” e “RELAX” rispettivamente inviano il  $\vec{v}_{\text{flat}}$  e i comandi per eseguire la funzione di relax alla lente. Infine, nella parte in alto a destra della GUI, si possono regolare degli offset dei modi della lente ed eseguire un test che genera una serie di aberrazioni TTDA. Per evitare di danneggiare la MAL il programma prevede un controllo sul vettore delle tensioni. Vengono scartati i valori superiori al 75% delle tensioni massime che sono +100V e -50V. Se il sistema di controllo per qualche motivo diventa instabile e diverge, il closed loop viene fermato e la lente rilassata con la funzione relax. In questa situazione gli attuatori della lente saturano e la somma del valore assoluto delle tensioni è alta. Il closed loop viene fermato quando la somma del valore assoluto delle tensioni supera una certa soglia.

## 4.2 Esperimenti con stella artificiale

La stella artificiale viene prodotta collocando una sorgente laser nel fuoco di uno specchio parabolico da 30cm di diametro. Il telescopio viene allineato con l’asse del paraboloide, come si vede nell’immagine in figura 4.4. Questa configurazione viene utilizzata per regolare il sistema AO e adattarlo al telescopio prima di effettuare le prove su oggetti astronomici. La calibrazione della lente si effettua con un SHWFS. Le funzioni di influenza e i modi che la lente è in grado di produrre vengono riportati in figura 4.5.

Il setup in laboratorio si dimostra adatto per verificare l’effetto delle vibrazioni sul sistema AO. Dato che il sistema telescopio (treppiede, montatura e tubo ottico) non viene montato sullo stesso banco ottico del sistema che genera la stella artificiale, non è possibile distinguere con certezza le vibrazioni generate dall’uno o dall’altro. Nonostante questo, si ritiene opportuno considerare che le vibrazioni del telescopio siano superiori a quelle del sistema che genera la stella artificiale.

Sono state eseguite delle prove di closed loop correggendo solo i modi TT. I PSD ottenuti con sistema AO acceso e spento vengono riportati in figura 4.6. Nello spettro con sistema AO spento, sono evidenti i picchi di risonanza delle vibrazioni che emergono dal fondo, superandolo di circa un fattore  $10^2$ . L’ampiezza massima delle vibrazioni corrisponde a traslazioni della PSF di circa due pixel nel piano focale relativo alla

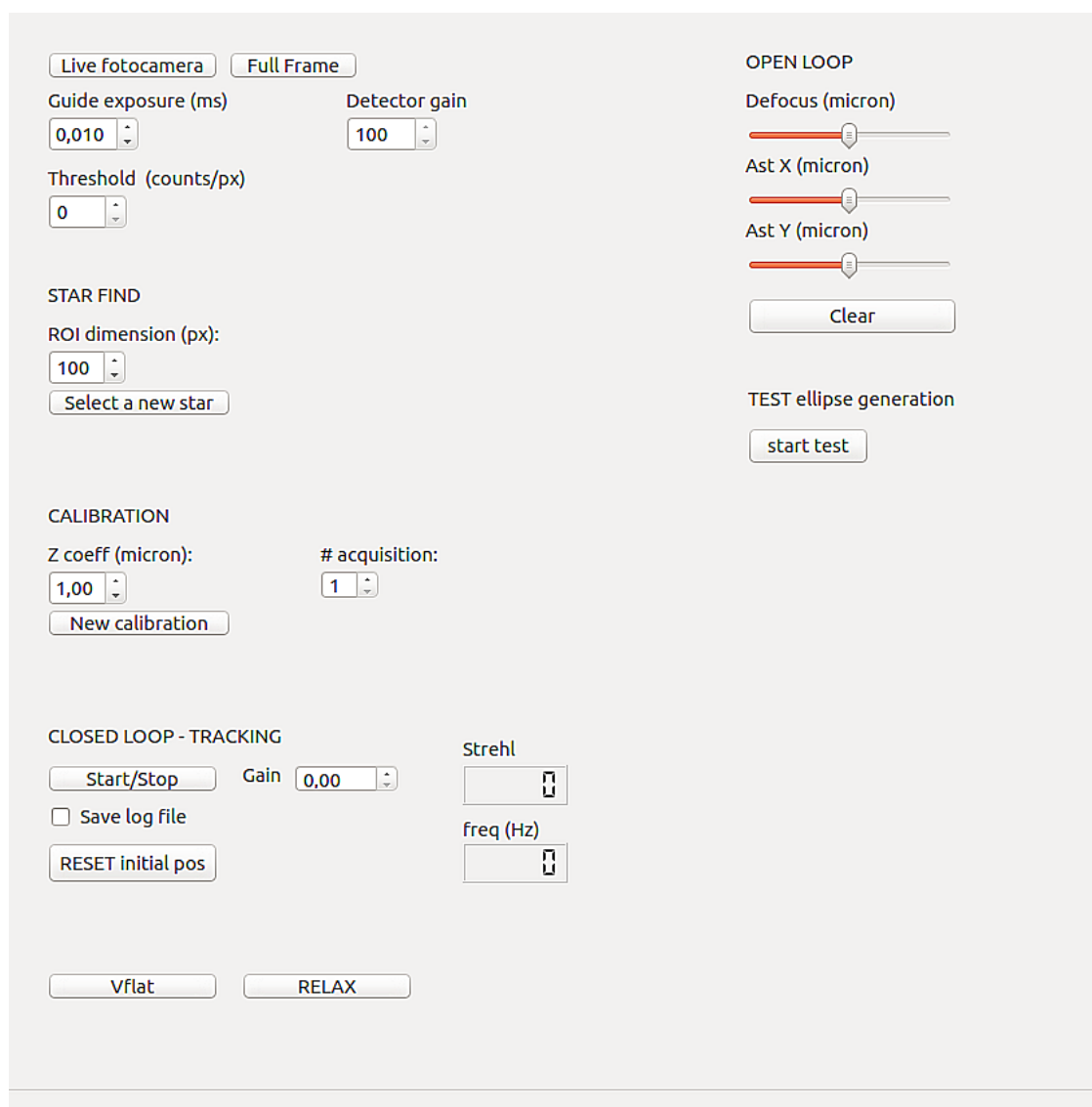


Figura 4.3: *Interfaccia grafica del programma per la calibrazione dei modi e il closed loop. I pulsanti “Live fotocamera” e “Select a new star” aprono un’ulteriore finestra contenente le immagini. I parametri della calibrazione vengono stampati nell’interfaccia a riga di comando.*

fotocamera IDS. Nello spettro in potenza ottenuto con il sistema AO acceso, si verifica il diverso grado di correzione dei picchi di vibrazione. In particolare la vibrazione a  $4.7\text{Hz}$  viene efficacemente smorzata, infatti si trova ben sotto la frequenza di taglio  $f_{3dB} = (11.6 \pm 0.2)\text{Hz}$ . Invece la vibrazione a  $9.5\text{Hz}$  non viene completamente smorzata. Misurando il valore massimo dei picchi di vibrazione a  $4.7\text{Hz}$  e  $9.5\text{Hz}$  e il rispettivo valore dopo la correzione, si stima un reiezione di  $-17\text{dB}$  e  $-7\text{dB}$  rispettivamente.

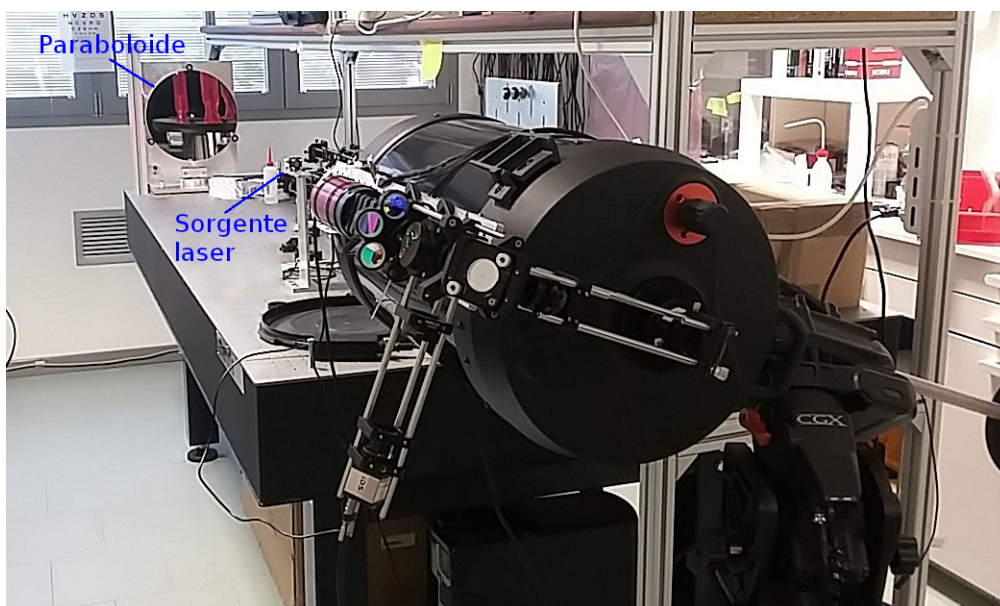


Figura 4.4: *Telescopio e stella artificiale.*

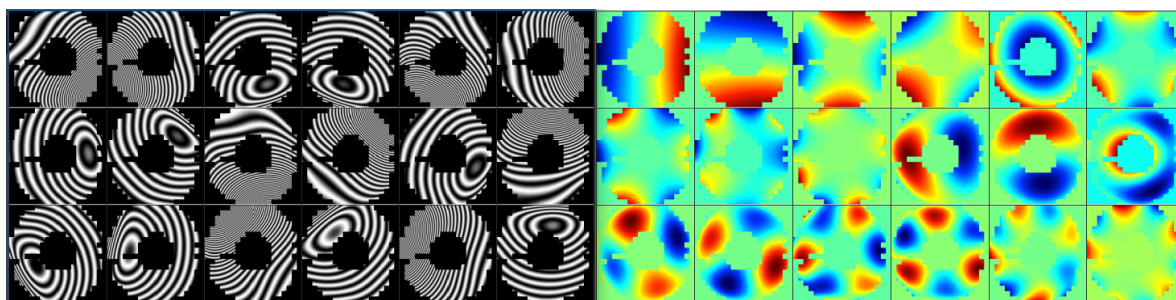


Figura 4.5: *Funzioni di influenza e modi della lente ottenuti con Photonloop. Si nota l'ostruzione centrale del telescopio.*

### 4.3 Esperimenti con sorgente naturale

Le osservazioni sono state compiute il 4 luglio 2018 da Padova. Il luogo di osservazione è caratterizzato da un forte inquinamento luminoso che ha delle ripercussioni sul sistema AO. La magnitudine del fondo cielo  $m_{\text{sky}}$  è bassa e l'SNR delle immagini riprese dalle fotocamere peggiora di conseguenza. Il seeing della serata, stimato partendo dalla  $FWHM$  di una stella, vale  $(2.7 \pm 0.2) \text{arcsec}$ . La stella utilizzata viene ripresa senza saturare i pixel della fotocamera. Il parametro di Fried  $r_0$  si ricava utilizzando la formula 1.21 riscritta in questo modo:

$$r_0 = 2.013 \cdot 10^5 \frac{\lambda}{\alpha}$$

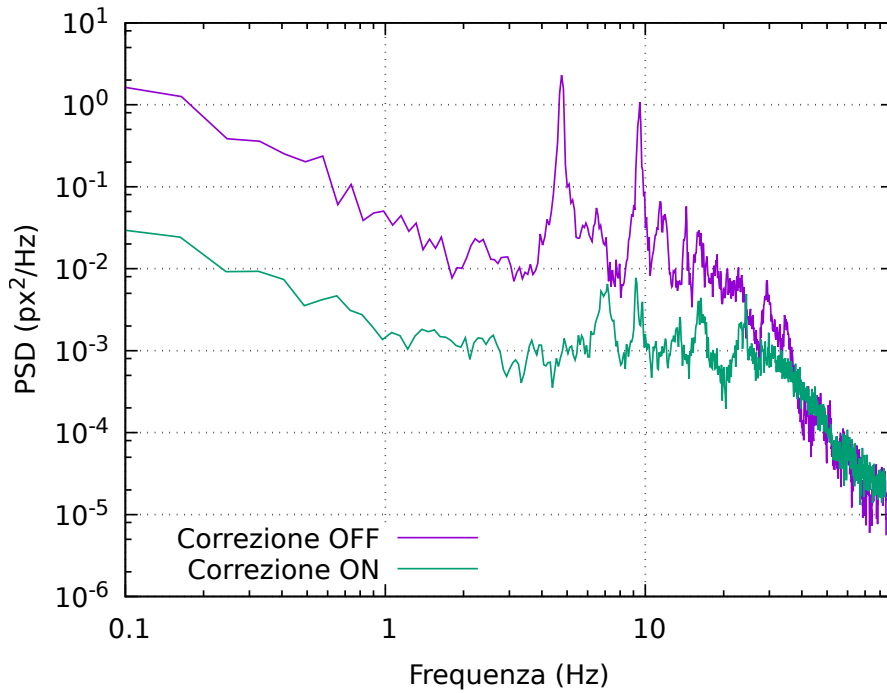


Figura 4.6: *PSD con sistema AO spento e acceso.*

dove  $\alpha$  è espresso in  $[arcsec]$  e  $\lambda$  si assume pari a  $550nm$ , ovvero la lunghezza d'onda centrale nel visibile. Risulta  $r_0 = (4.0 \pm 0.3)cm$  e il rapporto  $D/r_0 \sim 7$ . In queste condizioni di osservazione, come si può verificare dal grafico in figura 2.15, il sistema TT può ben poco contro il disturbo introdotto dalla turbolenza atmosferica. Le aberrazioni generate dalla turbolenza atmosferica si concentrano maggiormente negli alti ordini. Nonostante questo, il sistema AO risulta efficace per eliminare le derive meccaniche del telescopio.

Le prime prove del sistema sono state fatte su oggetti brillanti come stelle di magnitudine minore di 4 e pianeti. Il telescopio viene collocato su un suolo erboso e il vento a terra, durante le osservazioni, risulta calmo. Per questi motivi, le riprese non soffrono della presenza di vibrazioni meccaniche rilevanti. La messa in stazione dello strumento prevede l'allineamento alla polare dell'asse di ascensione retta della montatura. Per puntare automaticamente gli oggetti del cielo si esegue un allineamento a due stelle. Una serie di calibrazioni dei modi della lente forniscono un coefficiente pari a  $(0.60 \pm 0.05)\lambda/px$  per entrambi i modi TT. Le immagini della stella riprese durante la calibrazione sono una media di 20 acquisizioni. In figura 4.7 si riporta la somma

delle tre immagini della stella di calibrazione, due per la traslazione TT e una, quella centrale, di riferimento.

Le osservazioni sono caratterizzate da una deriva causata dall'errore di inseguimento orario della montatura. Le cause della deriva sono l'errore di allineamento alla polare e l'errore periodico dell'asse di ascensione retta. L'errore periodico è dovuto alla trasmissione meccanica del movimento di inseguimento. Per questo motivo il sistema AO non può funzionare per un tempo molto prolungato. Dopo circa 1 minuto, si accumula del TT che porta a saturazione gli attuatori della lente deformabile.

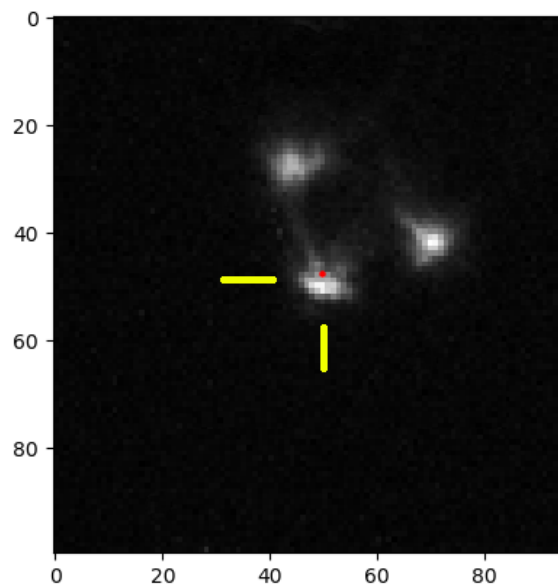


Figura 4.7: *Calibrazione dei modi TT. La stella indicata è relativa all'immagine di riferimento. Unità di misura degli assi in pixel.*

### 4.3.1 Stelle

Il target prescelto è la stella Antares di magnitudine apparente (V) tra 0.6 e 1.6 (stella variabile). Il tempo di esposizione della fotocamera IDS è pari a  $0.14ms$  e questo permette al sistema di controllo di lavorare a  $f_{TT} = 170Hz$ . Il gain dell'integratore viene impostato a 0.6. La fotocamera scientifica Atik acquisisce le immagini con un'esposizione di  $40ms$  in bin 1x1. Quando viene avviata, la fotocamera Atik salva una serie consecutiva di frame fino al suo arresto. Le riprese vengono effettuate, oltre che con il sistema per la correzione del TT, anche con un SHWFS in closed loop con la lente de-

formabile. In questo caso, Photonloop è il software utilizzato per il controllo del sistema AO. Le lenti della matrice del sensore di fronte d'onda hanno un diametro di  $0.3mm$  e una focale pari a  $2.2mm$ . La configurazione permette di illuminare una matrice di  $6 \times 6$  lenti. Dalle 36 lenti illuminate bisogna sottrarre quelle relative all'ostruzione centrale del telescopio e quelle non illuminate per il fatto che l'apertura del telescopio è circolare. La magnitudine della stella Antares permette al sistema AO con SHWFS di lavorare a una frequenza pari a  $f_{SHWFS} = 298Hz$ .

In figura 4.8 viene riportata la posizione del baricentro della stella guida acquisita con il sistema correttivo per TT attivo e spento. La misura mostra l'effetto della deriva dovuta all'errore di inseguimento della montatura. Questo errore si potrebbe ridurre impiegando un sistema di guida che agisce sui motori passo passo della montatura. Ad esempio, si potrebbe utilizzare un piccolo telescopio in parallelo a quello principale che, misurando la posizione di una stella guida, corregge l'inseguimento della montatura.

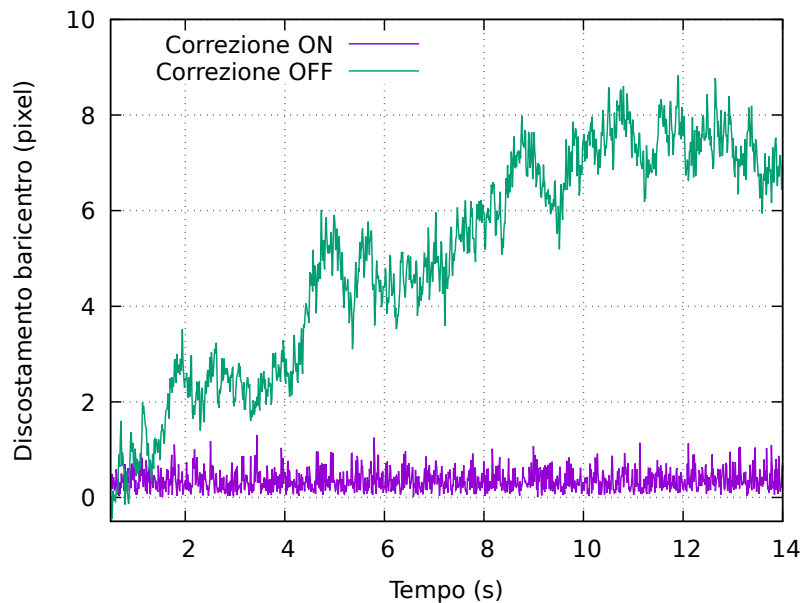


Figura 4.8: *Discostamento della stella rispetto alla posizione di riferimento.*

### Stima della frequenza di Greenwood

Dai dati della posizione del baricentro della stella guida, senza il sistema AO, si ottiene lo spettro in potenza del G-tilt. Da questo PSD è poi possibile ricavare la frequenza di Greenwood  $f_G$ . Il PSD viene riportato nel grafico in figura 4.9. Dalla teoria ci si

aspetta che lo spettro del G-tilt sia proporzionale a  $f^{-2/3}$  e a  $f^{-11/3}$  rispettivamente sopra e sotto la frequenza di cutoff  $f_{\text{cutoff}}$ . I dati vengono divisi manualmente in due gruppi e interpolati con due funzioni del tipo:

$$\begin{aligned} f(x) &= ax^b && \text{per } f < f_{\text{cutoff}} \\ g(x) &= cx^d && \text{per } f > f_{\text{cutoff}} \end{aligned}$$

dove  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $d$  sono i parametri liberi del fit e la variabile indipendente è la frequenza. Si ottengono i seguenti risultati:

$$a = 0.056 \pm 0.006 \quad b = -0.88 \pm 0.05 \quad c = 5 \pm 2 \quad d = -2.4 \pm 0.2$$

La frequenza di cutoff che si ricava dall'intersezione delle funzioni  $f(x)$  e  $g(x)$  vale  $f_{\text{cutoff}} = (19 \pm 1)Hz$ . Un'interpolazione differente si esegue con le stesse funzioni ma mantenendo fissi i parametri  $b$  e  $d$  all'esponente. Si ottiene:

$$a = 0.038 \pm 0.001 \quad b = -\frac{2}{3} \quad c = 187 \pm 9 \quad d = -\frac{11}{3}$$

In questo caso la frequenza di cutoff vale  $f_{\text{cutoff}} = (14.9 \pm 0.6)Hz$ . L'iterpolazione con l'errore sui parametri più contenuto risulta la seconda. Si utilizza il risultato di questo fit per la stima della frequenza di Greenwood  $f_G$ . Utilizzando l'equazione 1.30 si ricava la velocità del vento:

$$v_{\text{wind}} = \frac{Df_{\text{cutoff}}}{0.44} \quad (4.1)$$

dove  $D$  è il diametro del telescopio. La velocità del vento si considera costante in tutto lo strato turbolento. In questa approssimazione, la velocità del vento caratterizza il moto della turbolenza congelata di Taylor. Con questa ipotesi, si trascura il fatto che il profilo verticale della velocità del vento è caratterizzato da moti di diversa intensità e di direzione variabile [38]. La velocità del vento risulta  $v_{\text{wind}} = (9.5 \pm 0.4)m/s$ . Con la velocità media del vento e la stima del parametro di Fried è possibile ricavare la frequenza di Greenwood. Utilizzando l'equazione 1.29, riportata anche di seguito:

$$f_G = 0.43 \frac{v_{\text{wind}}}{r_0}$$

si stima  $f_G = (102 \pm 3)Hz$ . Le frequenze di lavoro dei sistemi AO utilizzati non sono sufficienti per correggere efficacemente la turbolenza atmosferica che ha una frequenza



caratteristica pari a  $f_G$ . Il rapporto fra le frequenze vale  $f_G/f_{TT} = 0.6$  e  $f_G/f_{SHWFS} = 0.3$  e, per quanto visto nelle simulazioni in 2.5.3 e nella curva di reiezione in 3.3, il sistema AO tende ad amplificare le aberrazioni introdotte dall'atmosfera.

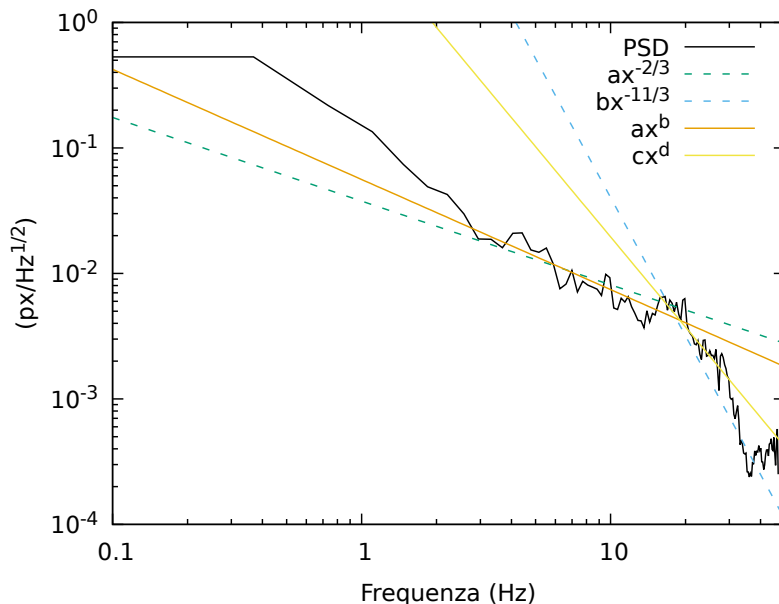


Figura 4.9: PSD del G-tilt della stella e determinazione della frequenza di cutoff.

### Elaborazione delle immagini

Per i diversi metodi di acquisizione, si mette a confronto l'immagine ottenuta allineando i frame in fase di elaborazione e quella senza allineamento. Il software utilizzato per l'allineamento e la sommatoria dei frame si chiama Siril<sup>2</sup>. Le immagini 4.10(a)(b) sono relative all'acquisizione con sistema AO per TT attivo, rispettivamente con e senza allineamento in fase di elaborazione. Le immagini 4.10(c)(d) sono state acquisite con il sistema AO spento e dopo aver caricato  $\vec{v}_{\text{flat}}$  nella MAL. Infine le immagini 4.10(e)(f) sono state prese con il sistema AO con SHWFS. Tutte le immagini sono state ottenute dalla somma dei singoli frame. L'acquisizione senza nessun sistema AO attivo e non allineata in fase di elaborazione è l'analogo di un'esposizione di 2 secondi. In questo caso sono evidenti gli effetti della deriva del telescopio dovuta all'errore di allineamento alla polare e all'errore periodico dell'asse di ascensione retta. Queste derivate vengono efficacemente corrette con il sistema TT. Come ci si aspetta, data la breve esposizione

<sup>2</sup><https://free-astro.org/index.php/Siril>

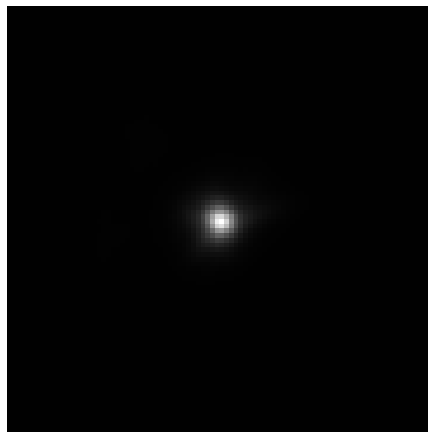
dei singoli frame, l'immagine ottenuta con il sistema TT è analoga a quella non corretta ma allineata in fase di elaborazione.

### 4.3.2 Pianeti

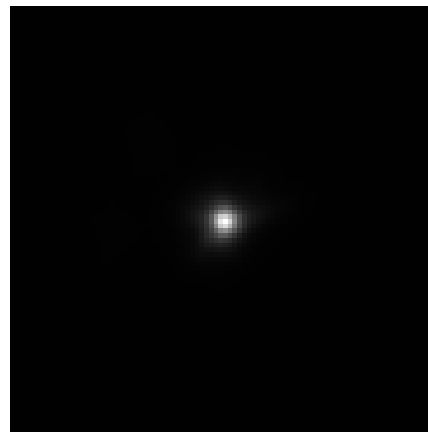
Giove e Saturno sono ottimi candidati per le prove del sistema correttivo per TT. Una tecnica completamente diversa ma comunemente usata per questo tipo di riprese si chiama lucky imaging. Questo metodo prevede l'acquisizione di immagini ad elevato frame rate. Successivamente, in fase di elaborazione, si scartano le immagini che non superano una certa soglia di qualità. Con il sistema AO proposto, per le riprese di Giove e Saturno la fotocamera IDS del sistema AO esegue esposizioni da  $0.5ms$ . La frequenza del sistema di controllo risulta pari a  $170Hz$ . Il guadagno dell'integratore viene impostato a 0.6. Il sistema AO con SHWFS, utilizzato per riprendere Saturno, lavora ad una frequenza di circa  $82Hz$ . Saturno viene ripreso con esposizioni da  $0.4s$  in bin  $1x1$  con la fotocamera scientifica Atik. Le singole immagini di Giove invece vengono riprese con esposizione pari a  $0.2s$  in bin  $1x1$ .

#### Elaborazione delle immagini

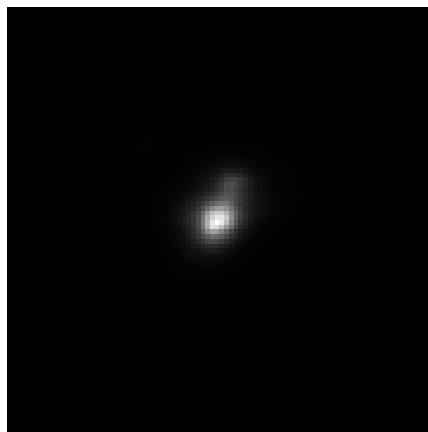
Le immagini di Saturno riportate in figura 4.11(a)(b)(c)(d)(e)(f) sono la somma dei vari frame acquisiti. Anche in questo caso sono stati utilizzati due sistemi AO diversi ed è presente l'acquisizione non corretta. La divisione di Cassini è visibile nelle immagini ottenute con il sistema AO che corregge per TT. Il sistema con SHWFS elimina la deriva di inseguimento ma probabilmente, a causa della ridotta frequenza di lavoro del closed loop, amplifica le aberrazioni. In questa situazione, correggere gli alti ordini comporta un ulteriore degradamento delle immagini. In figura 4.12(a)(b)(c)(d) si riportano le immagini di Giove. Nella versione digitale delle immagini, i satelliti di Giove si vedono in modo più distinto nell'immagine corretta per TT rispetto alle altre.



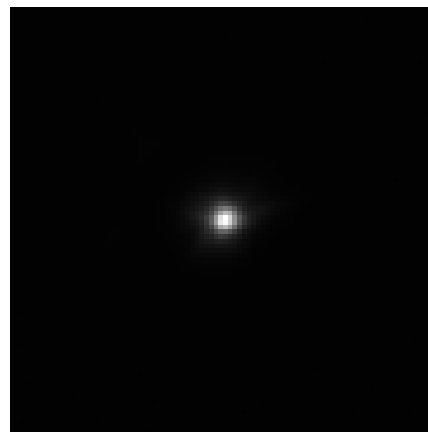
(a) *AO TT. Non Allineato.*  
*FWHM  $\sim 5.9$  px.*



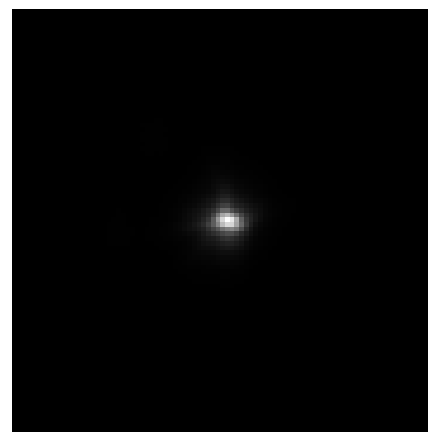
(b) *AO TT. Allineato.*  
*FWHM  $\sim 5.7$  px.*



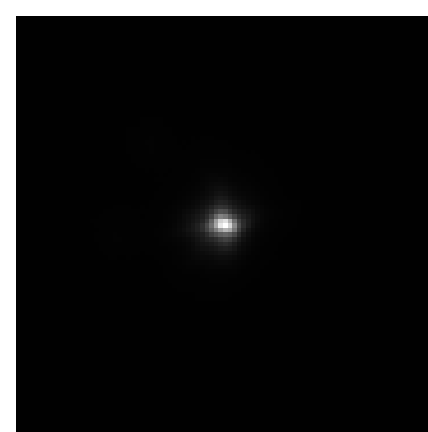
(c) *AO OFF. Non Allineato.*  
*FWHM  $\sim 9.7$  px.*



(d) *AO OFF. Allineato.*  
*FWHM  $\sim 5.7$  px.*

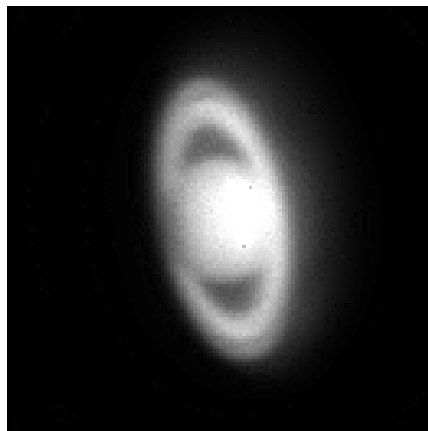


(e) *AO con SHWFS. Non Allineato.*  
*FWHM  $\sim 6.0$  px.*

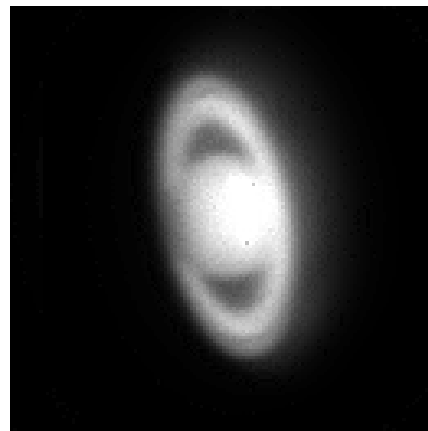


(f) *AO con SHWFS. Allineato.*  
*FWHM  $\sim 5.9$  px.*

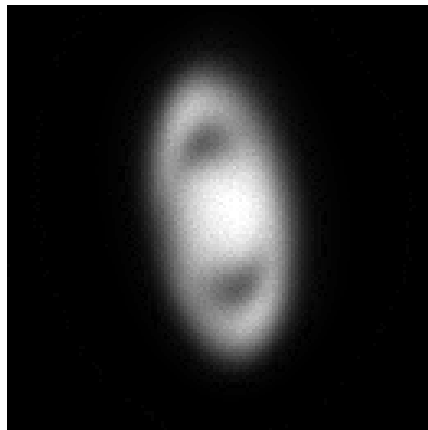
Figura 4.10: *Stella Antares ripresa con sistema AO per TT e sistema per alti ordini con SHWFS e successiva eleborazione. FWHM misurate con il software Siril.*



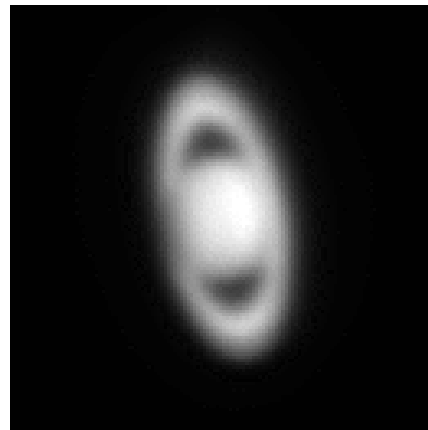
(a) *AO TT. Non Allineato.*



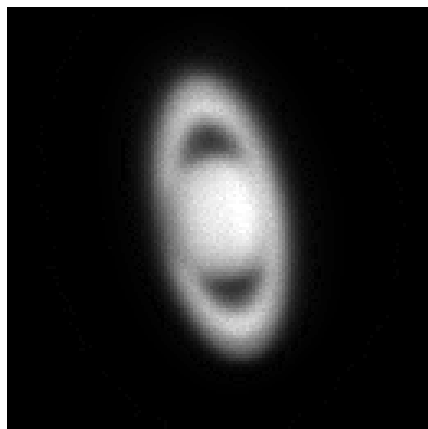
(b) *AO TT. Allineato.*



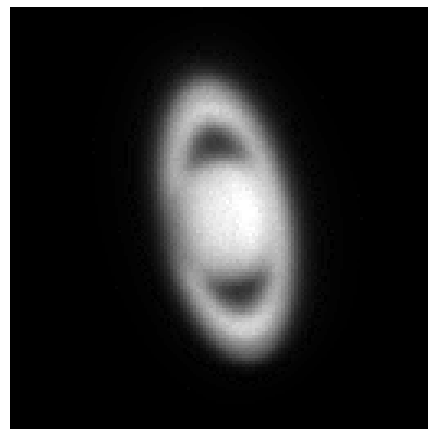
(c) *AO OFF. Non Allineato.*



(d) *AO OFF. Allineato.*



(e) *AO con SHWFS. Non Allineato.*

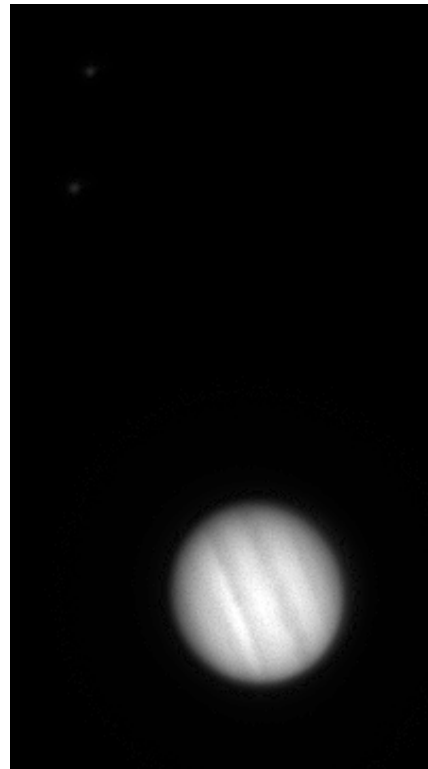


(f) *AO con SHWFS. Allineato.*

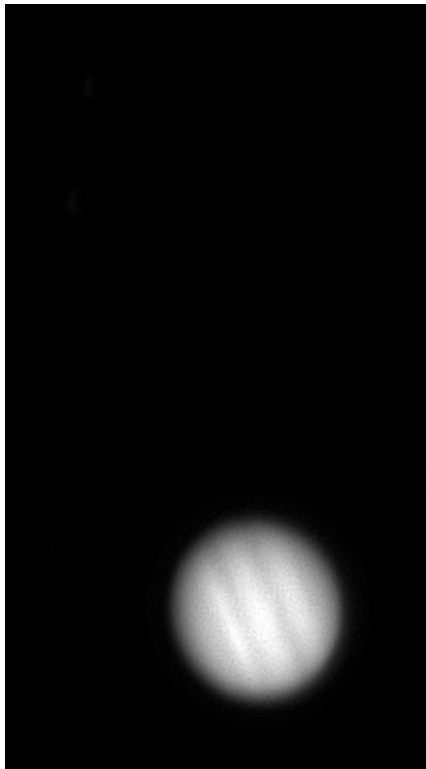
Figura 4.11: *Saturno ripreso con sistema AO per TT e sistema per alti ordini con SHWFS e successiva elaborazione.*



(a) *AO TT. Non Allineato.*



(b) *AO TT. Allineato.*



(c) *AO OFF. Non Allineato.*



(d) *AO OFF. Allineato.*

Figura 4.12: *Giove ripreso con sistema AO per TT e successiva elaborazione.*



# Capitolo 5

## Conclusioni

Lo sviluppo di un sistema di ottica adattiva incorpora diversi ambiti. Questi includono la teoria della turbolenza atmosferica, lo studio delle vibrazioni meccaniche, la misura del fronte d'onda, gli elementi deformabili, i sistemi di controllo e l'elaborazione delle immagini. I vari argomenti sono stati considerati per lo sviluppo del sistema AO per i bassi ordini di aberrazione. La correzione del fronte d'onda avviene in closed loop, utilizzando una lente deformabile multi-attuatore e una fotocamera CMOS ad elevato frame rate. Il setup risulta molto semplice e la MAL permette di ridurre le dimensioni del sistema ottico. Le parti principali del sistema sono state studiate, implementate e provate su banco ottico. Il sistema è stato utilizzato con successo in un telescopio di dimensioni ridotte e ha mostrato delle potenzialità per un futuro impiego in telescopi amatoriali, in modalità "plug-and-play".

Il sistema AO che utilizza una sorgente naturale può funzionare solo in determinate aree del cielo. La sorgente deve essere sufficientemente intensa da permettere la misura del fronte d'onda. Il fine che è stato perseguito prevede di utilizzare la poca luce disponibile per trarre più informazioni possibili sul fronte d'onda. Il sistema per la misura del tilt, astigmatismo e defocus con sorgente fuori fuoco è risultato il migliore rispetto, ad esempio, a un classico sensore Shack-Hartmann. La posizione intra o extra-focale della fotocamera necessita di una regolazione piuttosto fine. Se l'operazione viene eseguita male, rischia di compromettere il funzionamento e/o di limitare la banda in frequenza del sistema AO.

L'errore residuo del fronte d'onda dopo la correzione dipende, fra le altre cose, dal

rapporto  $D/r_0$  e dalla frequenza caratteristica della turbolenza. Per piccoli telescopi, la correzione di TTDA è sufficiente per raggiungere rapporti di Strehl elevati in condizioni di seeing nella media. La frequenza di Greenwood della turbolenza e la frequenza di taglio a 3dB del sistema AO sono quantità molto importanti che vanno tenute in considerazione. Se il sistema AO non raggiunge una certa frequenza minima di lavoro, le aberrazioni vengono amplificate. In questa situazione è meglio spegnere il sistema AO. La curva di reiezione e l'analisi dei dati di turbolenza atmosferica hanno permesso di determinare le due frequenze di interesse. Con il sistema di correzione TTDA è stato possibile ottimizzare l'utilizzo della luce e quindi di accorciare i tempi di integrazione del sensore in closed loop. Un breve tempo di integrazione si tramuta in un aumento della frequenza di lavoro del sistema, che a sua volta permette di correggere aberrazioni che variano più velocemente nel tempo.

Le vibrazioni meccaniche si concentrano ad alte frequenze e deteriorano le immagini astronomiche. Per questo motivo, la frequenza di lavoro del sistema AO deve essere superiore a quella richiesta per correggere la turbolenza atmosferica. Nelle prove eseguite la correzione di questi disturbi è stata efficace. Le derive meccaniche a bassa frequenza, come l'errore periodico della motatura, vengono eliminate con la correzione del tip e tilt. Questo risultato si può ottenere anche utilizzando un sistema di guida che corregge l'inseguimento orario della montatura. La soluzione migliore è quella di utilizzare entrambi i metodi correttivi. In questo modo, il sistema di guida della montatura evita l'accumulo di TT e il sistema AO provvede alle correzioni più fini.

Python ha delle limitazioni che riducono la banda del sistema AO a circa  $170Hz$ . Questo linguaggio di programmazione, grazie alla sua semplicità, è comunque adatto per dimostrare il principio di funzionamento e per caratterizzare il sistema. Un futuro sviluppo del software dev'essere fatto con un linguaggio di programmazione più adatto, come il C++. Questo permetterà un maggiore controllo dei processi, in particolare quelli relativi al trasferimento delle immagini per il closed loop. Sarà così possibile avvicinarsi a  $1kHz$  come frequenza di lavoro del sistema per i bassi ordini di aberrazione.



# Appendice A

## Codice del sistema AO per TTDA

Vengono riportate parti del codice Python per l'interfaccia grafica del sistema AO per i bassi ordini di aberrazione. Nella prima parte viene riportata la funzione per il sistema di calibrazione e nella seconda parte la funzione per il sistema di controllo con l'integratore. La fotocamera IDS comunica con il computer attraverso la libreria Micro-Manager. Una modifica di questa libreria per far funzionare le fotocamere IDS al massimo frame rate è presente in [39].

### Calibrazione

Viene riportata la calibrazione solo di modi tip, defocus e astigmatismo obliquo.

```
1     def calib(self):
2         self.V=self.flatvolt
3         self.setvoltages(self.V)
4         time.sleep(0.5)
5     #definition of reference image
6         image0=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam.
7         getImageWidth()))
8         for i in range(self.iterazioni):
9             image_temp=self.acquire(self.cam)
10            image0=image0+image_temp
11            image0=image0/self.iterazioni
12            dim=numpy.shape(image0)
13            y, x = numpy.mgrid[:dim[0], :dim[1]]
14            #calculus of modes
```

```

14     A=numpy.sum(numpy.sum(x**0*y**0*image0))
15     cent0=[self.moment(image0,0,1,x,y)/A, self.moment(image0,1,0,x,y)
16     /A]
17     a0=math.sqrt(2*((self.moment(image0,0,2,x,y)-A*cent0[0]**2)/A
18     +((self.moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A)+math.sqrt(((self.
19     moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A-(self.moment(image0,0,2,x,y)-A
20     *cent0[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(image0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0
21     [0])/A)**2)))
22     b0=math.sqrt(2*((self.moment(image0,0,2,x,y)-A*cent0[0]**2)/A
23     +((self.moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A)-math.sqrt(((self.
24     moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A-(self.moment(image0,0,2,x,y)-A
25     *cent0[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(image0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0
26     [0])/A)**2)))
27     theta0=math.atan((((self.moment(image0,0,2,x,y)-A*cent0[0]**2)/A
28     )-((self.moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A)+math.sqrt(((self.
29     moment(image0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A-(self.moment(image0,0,2,x,y)-A
30     *cent0[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(image0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0
31     [0])/A)**2)))/(2*((self.moment(image0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0[0])/A
32     )))
33     #tip calibration
34     self.d[1]=self.amp
35     self.d[2]=0
36     self.d[4]=0
37     V=numpy.dot(self.az,self.d)+self.flatvolt;
38     self.setvoltages(V)
39     time.sleep(0.8)
40     image_med_tip=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam.
41     getImageWidth()))
42     for i in range(self.iterazioni):
43         image=self.acquire(self.cam)
44         image_med_tip=image_med_tip+image
45     image_med_tip=image_med_tip/self.iterazioni
46     time.sleep(0.4)
47     self.asymmetric_relax()
48     time.sleep(0.4)
49     cent=[self.moment(image_med_tip,0,1,x,y)/A, self.moment(
50     image_med_tip,1,0,x,y)/A]

```

```

35     fit_p = fitting.LevMarLSQFitter()
36     dev_tip=numpy.subtract(cent,cent0) #deviation from relax position
37     self.slope_tip=self.d[1]/numpy.sqrt(dev_tip[0]**2+dev_tip[1]**2)
38     self.theta_tip=math.atan2(dev_tip[1],dev_tip[0])
39     print "Gain of tip mode ", self.slope_tip, "lambda/px"
40     print "Tip rotation ", self.theta_tip
41     time.sleep(0.5)
42
43     #defocus calibration
44     self.d[1]=0
45     self.d[2]=0
46     self.d[4]=self.amp/5
47     V=numpy.dot(self.az,self.d)+self.flatvolt;
48     self.setvoltages(V)
49     time.sleep(0.8)
50     image_med_def=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam.
getImageWidth()))
51     for i in range(self.iterazioni):
52         image=self.acquire(self.cam)
53         image_med_def=image_med_def+image
54     image_med_def=image_med_def/self.iterazioni
55     time.sleep(0.4)
56     self.asymmetric_relax()
57     time.sleep(0.4)
58     A=numpy.sum(numpy.sum(x**0*y**0*image_med_def))
59     cent=[self.moment(image_med_def,0,1,x,y)/A, self.moment(
image_med_def,1,0,x,y)/A]
60     a=math.sqrt(2*(((self.moment(image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)
/A)+((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)+math.sqrt(((
self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A-(self.moment(
image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2)))
61     b=math.sqrt(2*(((self.moment(image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)
/A)+((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)-math.sqrt(((
self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A-(self.moment(
image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2)))

```

```

62     dev_tilt=numpy.subtract(cent ,cent0) #deviation from relax
        position
63     self.slope_def=self.d[4]/((a-a0)+(b-b0))
64     print "Gain of defocus mode ", self.slope_def , "lambda/px"
65     print "a0 ", a0, "px", "b0 ", b0, "px", "a ", a, "px", "b ", b, "
        px"
66     f = plt.figure()
67     f.add_subplot(1,2, 1)
68     plt.imshow(image0, cmap='gray')
69     f.add_subplot(1,2, 2)
70     plt.imshow(image_med_def, cmap='gray')
71     plt.show()
72     image_med_def=0
73     self.d[4]=0
74
75     #oblique astigmatism calibration
76     self.d[1]=0
77     self.d[2]=0
78     self.d[3]= self.amp/5
79     V=numpy.dot( self.az ,self.d)+self.flatvolt;
80     self.setvoltages(V)
81     time.sleep(0.8)
82     image_med_def=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam.
        getImageWidth()))
83     for i in range(self.iterazioni):
84         image=self.acquire(self.cam)
85         image_med_def=image_med_def+image
86         image_med_def=image_med_def/self.iterazioni
87         time.sleep(0.4)
88         self.asymmetric_relax()
89         time.sleep(0.4)
90         A=numpy.sum(numpy.sum(x**0*y**0*image_med_def))
91         cent=[self.moment(image_med_def,0,1,x,y)/A, self.moment(
        image_med_def,1,0,x,y)/A]
92         a=math.sqrt(2*(((self.moment(image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)
        /A)+((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)+math.sqrt(((
        self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)-(self.moment(

```

```

image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2))
93     b=math.sqrt(2*((self.moment(image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)
/A)+((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)-math.sqrt(((
self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A-(self.moment(
image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2)))
94     self.theta_astX=math.atan((((self.moment(image_med_def,0,2,x,y)-
A*cent[0]**2)/A)-((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)
+math.sqrt(((self.moment(image_med_def,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A-(self.
moment(image_med_def,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2))))/(2*((self.moment(
image_med_def,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)))
95     dev_tilt=numpy.subtract(cent,cent0) #deviation from relax
position
96     self.slope_astX=self.d[3]/((a-a0)-(b-b0))
97     print "Gain of astX mode ", self.slope_astX, "lambda/px"
98     print "a0 ", a0, "px", "b0 ", b0, "px", "theta0", theta0, "rad"
99     print "a ", a, "px", "b ", b, "px", "theta", self.theta_astX, "
rad"
100     f = plt.figure()
101     f.add_subplot(1,2, 1)
102     plt.imshow(image0, cmap='gray')
103     f.add_subplot(1,2, 2)
104     plt.imshow(image_med_def, cmap='gray')
105     plt.show()
106     image_med_def=0
107     self.d[3]=0
108
109     #save calibration
110     with open('calib_param.pkl', 'w') as f:
111         pickle.dump([self.slope_tip, self.theta_tip, self.slope_tilt,
self.theta_tilt, self.slope_def, self.slope_astX, self.theta_astX,
self.slope_astY, self.theta_astY], f)

```

**Controllo**

```

1 def run(self):
2     while not self.quitting: #while for the infinite loop
3         if self.running:
4             tp= time.clock()
5             if self.z==0:
6                 image_med_0=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.
cam.getImageWidth()))
7                 image_run=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam
.getImageWidth()))
8                 image_temp=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.
cam.getImageWidth()))
9                 self.data_all= []
10                self.rms_med=0
11                self.V=0
12                self.t0=time.clock()
13                t01=self.t0
14                k=1
15                #definition of zero position
16                for i in range(self.iterazioni):
17                    image=self.acquire(self.cam)
18                    image_med_0=image_med_0+image
19                    image_med_0=image_med_0/self.iterazioni
20                    dim=numpy.shape(image_med_0)
21                    y, x = numpy.mgrid[:dim[0], :dim[1]]
22                    A=numpy.sum(numpy.sum(x**0*y**0*image_med_0))
23                    cent0=[self.moment(image_med_0,0,1,x,y)/A, self.moment(
image_med_0,1,0,x,y)/A]
24                    a0=math.sqrt(2*((self.moment(image_med_0,0,2,x,y)-A*
cent0[0]**2)/A)+((self.moment(image_med_0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A)+
math.sqrt(((self.moment(image_med_0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A-(self.
moment(image_med_0,0,2,x,y)-A*cent0[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(
image_med_0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0[0])/A)**2)))
25                    b0=math.sqrt(2*((self.moment(image_med_0,0,2,x,y)-A*
cent0[0]**2)/A)+((self.moment(image_med_0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A)-
math.sqrt(((self.moment(image_med_0,2,0,x,y)-A*cent0[1]**2)/A-(self.
moment(image_med_0,0,2,x,y)-A*cent0[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(

```

```

image_med_0,1,1,x,y)-A*cent0[1]*cent0[0])/A)**2))
26         image_med_0=0
27         self.z=self.z+1
28         for i in range(self.iterazioni):
29             image_temp=self.acquire(self.cam)
30             image_run=image_run+image_temp
31             image_run=image_run/self.iterazioni
32             integrale=numpy.sum(image_run)
33             #if the star is lost , skip it
34             #if yes , calculus of moments for the closed loop
35             if integrale >100:
36                 A=numpy.sum(numpy.sum(x**0*y**0*image_run))
37                 cent=[self.moment(image_run,0,1,x,y)/A, self.moment(
image_run,1,0,x,y)/A]
38                 rad=math.sqrt(((self.moment(image_run,2,0,x,y)-A*cent
[1]**2)/A-(self.moment(image_run,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self
.moment(image_run,1,1,x,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2)
39                 a=math.sqrt(2*(((self.moment(image_run,0,2,x,y)-A*cent
[0]**2)/A)+((self.moment(image_run,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)+rad))
40                 b=math.sqrt(2*(((self.moment(image_run,0,2,x,y)-A*cent
[0]**2)/A)+((self.moment(image_run,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)-rad))
41                 theta=math.atan((((self.moment(image_run,0,2,x,y)-A*cent
[0]**2)/A)-((self.moment(image_run,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A)+math.sqrt
(((self.moment(image_run,2,0,x,y)-A*cent[1]**2)/A-(self.moment(
image_run,0,2,x,y)-A*cent[0]**2)/A)**2+4*((self.moment(image_run,1,1,x
,y)-A*cent[1]*cent[0])/A)**2)))/(2*((self.moment(image_run,1,1,x,y)-A*
cent[1]*cent[0])/A)))
42                 dev=numpy.subtract(cent,cent0) #deviation from relax
position
43                 defocus=(a-a0)+(b-b0)
44                 astX=abs((a-a0)-(b-b0))
45                 astY=abs((a-a0)-(b-b0))
46             else:
47                 print "Stella persa"
48                 dev=[0,0]
49                 defocus=0
50                 astX=0

```

```

51         astY=0
52         image_run=numpy.zeros((self.cam.getImageHeight(),self.cam.
getImageWidth()))
53         #projection on lens mode
54         self.d[1]=-math.sqrt((dev[0])**2+(dev[1])**2)*math.cos(math.
atan2(dev[1],dev[0])-self.theta_tip)*self.slope_tip
55         self.d[2]=-math.sqrt((dev[0])**2+(dev[1])**2)*math.cos(math.
atan2(dev[1],dev[0])-self.theta_tilt)*self.slope_tilt
56         self.d[3]=-self.slope_astX*astX*math.cos(2*(theta-self.
theta_astX))
57         self.d[4]=-defocus*self.slope_def
58         self.d[5]=-self.slope_astY*astY*math.cos(2*(theta-self.
theta_astY))
59         #integrator
60         self.V=self.V+self.gain*(numpy.dot(self.az,self.d))
61         if numpy.sum(abs(self.V))>8:
62             self.asymmetric_relax()
63             print "Voltage flag reached, tracking is off"
64             self.running=False
65         else:
66             self.setvoltages(self.V+self.flatvolt+self.V_shift)
67             rms_temp=math.sqrt(((2*math.pi*self.d[3])/0.63)**2+((2*math.
pi*self.d[4])/0.63)**2+((2*math.pi*self.d[5])/0.63)**2)
68             self.rms_med=self.rms_med+rms_temp
69             k=k+1
70             tf=time.clock()
71             newrow = [tf-self.t0,tf-tp,dev[0],dev[1],defocus,astX,self.d
[1],self.d[2],self.d[3],self.d[4],self.d[5],numpy.exp(-(rms_temp/k))]
72             self.data_all.append(newrow)
73         #condition for the end of infinite loop
74         if not self.running:
75             if self.flag==True:
76                 numpy.savetxt("log_"+str(time.strftime("%H%M%S"))+".
txt",numpy.asarray(self.data_all),fmt='%10.8f',header="gain"+str(self.
gain))

```



# Bibliografia

- [1] R. J. Noll, “Zernike polynomials and atmospheric turbulence\*,” *J. Opt. Soc. Am.*, vol. 66, no. 3, p. 207, 1976.
- [2] Y. Jian, J. Xu, M. A. Gradowski, S. Bonora, R. J. Zawadzki, and M. V. Sarunic, “Wavefront sensorless adaptive optics optical coherence tomography for in vivo retinal imaging in mice,” *Biomed. Opt. Express*, vol. 5, no. 2, p. 547, 2014.
- [3] R. Muradore, E. Fedrigo, and D. Zilio, “Fine tip/tilt estimation and vibration suppression for high performance AO systems,” *2008 Mediterr. Conf. Control Autom. - Conf. Proceedings, MED’08*, pp. 1741–1746, 2008.
- [4] A. Popowicz and V. G. Orlov, “On the feasibility of photon-limited tip-tilt correction in very small telescopes,” vol. 198, pp. 189–198, 2017.
- [5] R. Tyson, *Principles of Adaptive Optics, 3rd ed*, vol. 1. 2011.
- [6] A. N. Kolmogorov, “The Local Structure of Turbulence in an Incompressible Viscous Fluid for Very Large Reynolds Numbers,” *Proc. Math. Phys. Sci.*, vol. 434, no. 1890, pp. 9–13, 1991.
- [7] V. I. Tatarski, “Wave Propagation in a Turbulent Medium,” 1961.
- [8] R. E. Hufnagel, “Propagation through atmospheric turbulence,” 1974.
- [9] P. B. Ulrich, “Hufnagel-Valley Profiles for Specified Values of the Coherence Length and Isoplanatic Patch Angle,” 1988.
- [10] D. Malacara and Z. Malacara, *Handbook of Optical Design, Second Edition*. 2004.
- [11] R. R. Parenti, “Adaptive optics for astronomy,” 1992.

- [12] R. J. Hill, “Corrections to Taylor’s frozen turbulence approximation,” *Atmos. Res.*, vol. 40, no. 2-4, pp. 153–175, 1996.
- [13] D. P. Greenwood, “Bandwidth specification for adaptive optics systems,” 1977.
- [14] G. A. Tyler, “Bandwidth considerations for tracking through turbulence,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 11, no. 1, p. 358, 1994.
- [15] C. Roddier and F. Roddier, “Wave-front reconstruction from defocused images and the testing of ground-based optical telescopes,” *J. Opt. Soc. Am. A*, vol. 10, no. 11, p. 2277, 1993.
- [16] V. Viotto, R. Ragazzoni, D. Magrin, M. Bergomi, M. Dima, J. Farinato, L. Marafatto, and D. Greggio, “Modelling global multi-conjugated adaptive optics,” *SPIE Astron. Telesc. + Instrum.*, vol. 9148, p. 91486H, 2014.
- [17] S. Tichkule and A. Muschinski, “Effects of wind-driven telescope vibrations on measurements of turbulent angle-of-arrival fluctuations,” vol. 53, no. 21, 2014.
- [18] M. Hartung, T. Hayward, L. Saddlemyer, L. Poyneer, A. Cardwell, M. Cho, J. K. Chilcote, P. Collins, D. Dillon, R. Galvez, G. Gausachs, S. Goodsell, A. Guesalaga, P. Hibon, J. Larkin, B. Macintosh, D. Palmer, N. Sadakuni, D. Savransky, A. Serio, F. Rantakyro, K. Wallace, L. Serena, U. States, L. Livermore, U. States, G. Observatory, U. States, N. Optical, A. Observatory, U. States, L. Angeles, U. States, S. Cruz, U. States, U. States, U. States, and U. States, “On-sky vibration environment for the Gemini Planet Imager and mitigation effort,” *arXiv*, vol. 2, 2014.
- [19] A. Guesalaga, B. Neichel, J. O’Neal, and D. Guzman, “Mitigation of vibrations in adaptive optics by minimization of closed-loop residuals,” *Opt. Express*, vol. 21, no. 9, pp. 10676–10696, 2013.
- [20] R. Muradore, L. Pettazzi, R. Clare, and E. Fedrigo, “An application of adaptive techniques to vibration rejection in adaptive optics systems,” *Control Eng. Pract.*, vol. 32, pp. 87–95, 2014.

- [21] M. Glück, J. U. Pott, and O. Sawodny, “Investigations of an accelerometer-based disturbance feedforward control for vibration suppression in adaptive optics of large telescopes,” *Publ. Astron. Soc. Pacific*, vol. 129, no. 976, p. 65001, 2017.
- [22] M. Kürster, T. Bertram, J. L. Borelli, M. Brix, W. Gassler, T. M. Herbst, V. Naranjo, J.-U. Pott, J. Trowitzsch, T. E. Connors, P. M. Hinz, T. J. McMahon, D. S. Ashby, J. G. Brynnel, N. J. Cushing, T. Edgin, J. D. Esguerra, R. F. Green, J. Kraus, J. Little, U. Beckmann, and G. P. Weigelt, “OVMS: the optical path difference and vibration monitoring system for the LBT and its interferometers,” *Opt. Infrared Interferom. II*, vol. 7734, pp. 1–8, 2010.
- [23] A. Keck and O. Sawodny, “Accelerometer-based online reconstruction of vibrations in extremely large telescopes,” pp. 7467–7473, 2014.
- [24] D. J. Schroeder, *Astronomical Optics*, vol. 1. 2015.
- [25] R. B. Shack and B. C. Platt., “Production and use of a lenticular Hartmann screen,” *J Opt Soc Am*, vol. 61, p. 656, 1971.
- [26] F. Roddier, “The Effects of Atmospheric Turbulence in Optical Astronomy.,” *Prog. Optics*, vol. 19, pp. 281–376, 1981.
- [27] R. Ragazzoni, “Pupil plane wavefront sensing with an oscillating prism,” *Journal of modern optics*, vol. 43, no. 2, pp. 289–293, 1996.
- [28] D. Damjanovic, *Hysteresis in piezoelectric and ferroelectric materials*, vol. 3. 2006.
- [29] A. Fuschetto, “Three-actuator deformable water-cooled mirror,” *Proc SPIE*, pp. 289–293, 1979.
- [30] D. Casasent, “Performance evaluation of spatial light modulators.,” *Appl. Opt.*, vol. 18, no. 14, pp. 2445–53, 1979.
- [31] E. Simon, B. Berge, H. Gaton, O. Jacques-sermet, F. Laune, J. Legrand, M. Mailard, N. Moine, and N. Verplanck, “Optical Image Stabilization with a liquid lens,” *Opt. Soc. Am.*, 2010.

- [32] F. Chaumette, “Image Moments: A General and Useful Set of Features for Visual Servoing,” *IEEE Trans. Robot.*, vol. 20, no. 4, pp. 713–723, 2004.
- [33] S. Bonora, Y. Jian, P. Zhang, A. Zam, E. N. Pugh, R. J. Zawadzki, and M. V. Sarunic, “Wavefront correction and high-resolution,” vol. 23, no. 17, pp. 1550–1552, 2015.
- [34] B. C. Reed, “Education Notes/Rubrique Pédagogique- Stellar Magnitudes and Photon Fluxes,” 1993.
- [35] A. L. Rukosuev, A. V. Kudryashov, A. N. Lylova, V. V. Samarkin, and Y. V. Sheldakova, “Adaptive optics system for real-time wavefront correction,” *Atmos. Ocean. Opt.*, vol. 28, no. 4, pp. 381–386, 2015.
- [36] A. Mäkynen, *Position-sensitive devices and sensor systems for optical tracking and displacement sensing applications*. 2000.
- [37] A. Mäkynen, J. T. Kostamovaara, and R. A. Myllylä, “Displacement sensing resolution of position-sensitive detectors in atmospheric turbulence using retroreflected beam,” *IEEE Trans. Instrum. Meas.*, vol. 46, no. 5, pp. 1133–1136, 1997.
- [38] A. Cenedese, G. Cosemans, H. Erbrink, and R. Stubi, “Vertical profiles of wind, temperature and turbulence,” *Report*, no. October, pp. 1–46, 1997.
- [39] R. Diekmann, K. Till, M. Müller, M. Simonis, M. Schüttpelz, and T. Huser, “Characterization of an industry-grade CMOS camera well suited for single molecule localization microscopy - High performance super-resolution at low cost,” *Sci. Rep.*, vol. 7, no. 1, pp. 1–10, 2017.

# Ringraziamenti

Un grande grazie ai miei genitori, Loreta e Orazio, per avermi sostenuto in tutti questi anni di studio. Grazie ai fratelli Stefano, Marco e Alberto e alle loro splendide famiglie per l'esempio di vita che trasmettono.

Da anni frequento il gruppo degli animatori di Vidor, Colbertaldo, Moriago e Mosnigo e non basterebbe una pagina per ricordarli tutti. Vi ringrazio animatori perché lo stare insieme mi ha permesso di capire quali sono le cose importanti della vita! E lo studio, insieme a chi ci permette di affrontarlo, sono fra queste.

Alla fine di questi anni di studio, ricordo e ringrazio Matteo ed Enrico, degli amici particolari, con cui ho condiviso tante avventure e in un certo senso hanno permesso tutto ciò.

Grazie Stefano e Martino per la pazienza e la dedizione che ci avete messo nel seguirmi in questo lavoro di tesi. Faccio tesoro di quello che ho imparato da voi! Un sentito ringraziamento anche a Paolo Pozzi e Jacopo Mocci per l'aiuto con la programmazione in Python. Grazie a Mauro, il mio relatore, per la disponibilità.

Chiara, tu mi hai dato la carica e quel tocco di spensieratezza che mi servivano in questi ultimi mesi! Sono contento di condividere proprio con te tutto questo!