

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia "Galileo Galilei" Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Studio della coesistenza di forma nucleare nel ⁶⁰Fe attraverso misure di tempi di vita

Relatore

Laureando

Prof. Daniele Mengoni

Correlatore

Dr. Giorgia Pasqualato

Gabriele Del Piero

Anno Accademico 2022/2023

Indice

Al	bstract	iii
1	Introduzione 1.1 Motivazioni sperimentali	1 1
2	Apparato sperimentale	3
	2.1 Reazione scelta per l'esperimento	
	2.2 Il sistema PLUNGER	
	2.3 SPIDER	
	2.4 AGATA	
3	Analisi	7
	3.1 Studio dello spettro energetico γ	
	3.2 Coincidenze con SPIDER e correzione Doppler	10
	3.2.1 Effetto Doppler	
	3.3 Transizioni γ nel ⁶⁰ Fe	
	3.4 Studio delle matrici γ - γ	
	3.5 Distribuzioni di velocità	
4	Misure di vita media del livello 4_1^+	19
	4.1 La tecnica RDDS	
	4.2 Normalizzazione degli spettri energetici	20
	4.3 Interpolazione degli spettri nel range di transizione $4^+ \longrightarrow 2^+ \dots \dots \dots \dots \dots$	
	4.4 Prima stima di τ	22
	4.5 Il feeder del 4 ⁺ : lo spettro della transizione $5^- \rightarrow 4^+ \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots \dots$	
	4.6 Decadimento di un livello soggetto ad un'unica componente di feeding	24
	4.7 Stime di τ con la componente di feeding	
5	Conclusioni	29
Bi	ibliografia	31

Abstract

L'oggetto di questa tesi è un esperimento condotto per misurare la vita media degli stati eccitati $J^{\pi}=0^+$ presenti nel nucleo di ⁶⁰Fe mediante spettroscopia γ "sotto fascio". L'esperimento si è tenuto presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL-INFN) con l'obiettivo di esplorare le proprietà di tali stati nucleari associati a differenti "forme" quantistiche. La coesistenza di forma è un fenomeno in cui il sistema nucleare presenta configurazioni diverse in competizione in un ridotto range energetico. Tali forme, secondo modelli collettivi, come ad esempio Bohr e Mottelson, possono essere descritte con diverse deformazioni. Misurare la vita media degli stati 0⁺ eccitati permette di risalire alla funzione d'onda degli stati nucleari e quindi verificare la qualità di moderni modelli teorici, capaci di descrivere microscopicamente sistemi nucleari sempre più pesanti partendo da principi primi.

Il nucleo di interesse è stato popolato mediante la reazione di trasferimento di due neutroni 58 Fe(18 O, 16 O) 60 Fe utilizzando un fascio stabile di 18 O a un'energia prossima alla barriera di Coulomb del sistema e un bersaglio di 58 Fe, anch'esso stabile. Per la rivelazione dei raggi γ emessi in seguito al decadimento radioattivo del 60 Fe popolato in uno stato eccitato, è stato utilizzato lo spettrometro AGATA, un sistema di rivelatori a tracciamento all'avanguardia nel campo della spettroscopia γ . Il rivelatore al silicio segmentato SPIDER è stato impiegato in coincidenza temporale con AGATA per misurare i nuclei diffusi di 16 O prodotti dalla reazione. La vita media degli stati eccitati 0^+ , nell'ordine del picosecondo, è più corta della risoluzione temporale dei rivelatori, quindi per misurarla è stata utilizzata la tecnica indiretta del Recoil Distance Doppler Shift (RDDS). La tecnica RDDS sfrutta infatti l'effetto Doppler per distinguere l'emissione dei raggi γ del nucleo in moto dopo essere stato prodotto nel bersaglio, e del nucleo a riposo dopo essere stato fermato a valle del bersaglio a una determinata distanza.

La tecnica sperimentale e il metodo di analisi sono stati confermati in questa tesi grazie alla misura della vita media dello stato eccitato 4^+ nel ⁶⁰Fe, già nota in letteratura.

Capitolo 1

Introduzione

Questa tesi presenta l'analisi di un esperimento di spettroscopia γ condotto ai Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL-INFN) a giugno 2023 per studiare le proprietà nucleari del nucleo ⁶⁰Fe tramite la misura della vita media di alcuni dei suoi stati eccitati. Nel presente Capitolo si presentano le motivazioni teoriche alla base dello studio di vite medie di stati nucleari eccitati, introducendo il concetto di coesistenza di forma. Nel Capitolo 2 si descrivono brevemente la reazione nucleare che permette di popolare gli stati eccitati nel ⁶⁰Fe e gli apparati strumentali utilizzati per rivelare e discriminare le radiazioni γ emesse dal nucleo. Nel Capitolo 3 si procederà con l'analisi dello spettro γ ottenuto durante l'esperimento. Il Capitolo 4 presenta la tecnica RDDS usata per misurare la vita media dello stato nucleare eccitato J^{π} = 4⁺₁ del ⁶⁰Fe, illustrando i procedimenti analitici con cui dalla tecnica sperimentale si riesce a ricavare il valore della vita media. Si conclude con il Capitolo 5 ove si riassume il lavoro svolto e si discutono i risultati ottenuti (Capitolo 5).

1.1 Motivazioni sperimentali

Il nucleo atomico è un sistema quantistico complesso formato da un numero N di neutroni e Z di protoni legati tra loro grazie all'interazione forte. La descrizione del comportamento di un sistema complesso a multicorpi, come il nucleo atomico, a partire da principi primi è uno dei problemi della fisica moderna. Nell'ambito della fisica nucleare, l'ambizione è di arrivare ad un modello unico che descriva la natura dei diversi sistemi nucleari e tutti i fenomeni ad essa connessi. Al momento, ci sono diversi modelli teorici [1] che descrivono efficacemente il comportamento di alcune zone della carta dei nuclei.

Quando un nucleo atomico nel suo stato fondamentale, stabile per decadimento β^{\pm} o α , acquisisce dell'energia, può passare in uno stato eccitato. Questo fenomeno può essere interpretato dai modelli teorici o come eccitazioni indipendenti di particella singola (che coinvolgono quindi i singoli nucleoni) oppure come eccitazioni collettive [2]. Il modello con cui si spiegano le eccitazioni indipendenti storicamente più importante è il modello a shell [3], che consiste nel trattare i nucleoni come particelle appartenenti ad una struttura ad orbitali, in maniera analoga agli elettroni in un atomo. Parallelamente, è stato sviluppato anche il modello collettivo che spiega l'eccitazione del nucleo come modi vibrazionali o rotazionali di tutti i nucleoni nel loro complesso.

Un modello nucleare consiste nel definire una Hamiltoniana \mathcal{H} che descriva il sistema e le sue proprietà, tra cui le transizioni interne tra i suoi livelli eccitati, corrispondenti agli autostati del sistema. Ogni stato nucleare k è infatti rappresentato da una funzione d'onda $|\psi_k\rangle$ che rispetta l'equazione:

$$\mathcal{H}|\psi_k\rangle = E_k|\psi_k\rangle. \tag{1.1}$$

Durante un decadimento γ il nucleo passa da uno stato iniziale $|\psi_i\rangle$ a energia E_i a uno stato finale $|\psi_f\rangle$ a energia E_f ed emette un fotone di energia

$$E_{\gamma} \approx E_i - E_f,\tag{1.2}$$

ove si trascura la componente di rinculo del nucleo, pari a $\approx \frac{(E_i - E_f)^2}{2Mc^2}$, dell'ordine di circa 8 eV¹.

La probabilità P di transizione da uno stato iniziale $|\psi_i\rangle$ ad uno stato finale $|\psi_f\rangle$ è definita come il quadrato dell'elemento di matrice $\langle \psi_f | \mathbf{O} | \psi_i \rangle$ di un operatore \mathbf{O} che descrive il tipo di interazione responsabile della transizione[4]:

$$P(|\psi_i\rangle \longrightarrow |\psi_f\rangle) \propto |\langle \psi_f | \mathbf{O} | \psi_i \rangle|^2 \propto \frac{1}{\tau}.$$
(1.3)

Come espresso nella relazione 1.3, la probabilità di transizione da uno stato iniziale a uno stato finale a energia minore è inversamente proporzionale alla vita media τ dello stato che decade $|\psi_i\rangle$. La vita media τ è una proprietà nucleare accessibile sperimentalmente e permette il confronto diretto tra un dato misurato e un valore calcolato dal modello teorico (1.1). Pertanto, ottenere delle misure di vita media degli stati nucleari è fondamentale per poter comprendere quanto un modello nucleare, e quindi l'interazione presente nella Hamiltoniana che definisce le funzioni d'onda $|\psi_k\rangle$, sia efficace nel descrivere la natura del sistema.

In generale, gli stati nucleari $|\psi_k\rangle$ di un nucleo possono essere organizzati in bande di livelli eccitati. Ad ogni banda è possibile associare una particolare forma geometrica che può, ad esempio, vibrare oppure ruotare lungo un asse. In alcuni casi, i valori di energia dei livelli costituenti una banda, sono ben descritti da modelli collettivi che considerano delle rotazioni e delle vibrazioni del sistema quantistico. La *coesistenza di forma* è un fenomeno in cui il nucleo atomico presenta a bassa energia più configurazioni che possono essere descritte con diverse deformazioni. Ad esempio un nucleo può essere associato a una forma sferica nel suo stato fondamentale e assumere una deformazione prolata o oblata ad altri livelli eccitati. Gli stati $J^{\pi}=0^+$, essendo gli stati con più basso spin ed energia di una banda eccitata, racchiudono informazioni chiave per studiarne la deformazione caratteristica e verificare la presenza di configurazioni differenti nello stesso nucleo (coesistenza di forma). In particolare, la misura della probabilità di transizione tra gli stati eccitati 0^+ e lo stato finale in cui decadono, ci permette di studiare la funzione d'onda di questi stati, tramite la relazione 1.3, e comprenderne il livello di deformazione.

Lo scopo dell'esperimento presentato in questa tesi è proprio la misura della vita media degli stati eccitati 0^+ nel ⁶⁰Fe, al fine di studiare il fenomeno della coesistenza di forma in questo nucleo e, più in generale, negli isotopi del Fe con un numero di neutroni crescente. In questa tesi viene descritto l'esperimento e i valori ottenuti per la misura del tempo di vita medio dello stato nucleare eccitato 4^+ per confrontarlo con valori presenti in letteratura [5] e validare così il metodo sperimentale. Ciò permetterà poi di estendere le misure anche a valori ignoti di vita media di altri stati del sistema.

 $^{^1 \}mathrm{Da}$ confrontarsi con le energie tipiche di una radiazione γ nell'ordine di $10^2 - 10^4 \ \mathrm{keV}.$

Capitolo 2

Apparato sperimentale

2.1 Reazione scelta per l'esperimento

L'esperimento presentato in questa tesi utilizza una reazione di trasferimento che consiste nel far interagire un nucleo "proiettile" con un nucleo "bersaglio" a un'energia tale da consentire lo scambio di uno o più nucleoni con quest'ultimo. Nel nostro caso specifico, la reazione è un trasferimento di due neutroni in quanto il proiettile ¹⁸O cede due neutroni al bersaglio ⁵⁸Fe per produrre ⁶⁰Fe e ¹⁶O. Questa reazione in Fisica nucleare si indica così:

$${}^{58}\text{Fe}({}^{18}\text{O},{}^{16}\text{O}){}^{60}\text{Fe}$$

Il prodotto d'interesse della reazione è quindi il 60 Fe, che può essere popolato in stati eccitati il cui successivo decadimento γ verrà rivelato dal multi-rivelatore di germanio iperpuro AGATA.

Nella reazione il partner binario del ⁶⁰Fe è ¹⁶O che, quando rivelato, permette di ricavare informazioni sul bilancio energetico dell'urto avvenuto. Il nucleo ¹⁶O viene diffuso verso angoli superiori ai 90 gradi e rivelato dal rivelatore SPIDER, posizionato in modo tale da coprire il range angolare di interesse. La disposizione dei rivelatori è mostrata nello schema in figura 2.1.



Figura 2.1: Schema della disposizione dei rivelatori AGATA e SPIDER rispetto alla direzione del fascio.

Il fascio di ¹⁸O è prodotto da una sorgente di ioni e accelerato tramite l'acceleratore lineare elettrostatico a doppio stadio TANDEM XTU dei Laboratori Nazionali di Legnaro [6]. I nuclei del fascio sono caratterizzati da una energia cinetica totale (TKE) di 40 MeV. La reazione nucleare avviene in alto vuoto, dell'ordine di 10^{-6} mbar, mantenuto da un sistema di pompe collegate in cascata e presenti in diversi punti dell'apparato sperimentale. Il vuoto creato all'interno della linea di fascio e della camera di reazione permette al fascio di particelle di ¹⁶O di raggiungere il bersaglio con un diametro di 2-3 mm. Inoltre, questo livello di vuoto è necessario per permettere agli ioni creati durante la reazione di raggiungere SPIDER e non perdere energia nell'interazione con l'aria. La camera di reazione è visibile nelle immagini 2.2 e 2.3. Il bersaglio di ⁵⁸Fe deve essere abbastanza spesso in modo da aumentare la yield della reazione ¹⁸O su ⁵⁸Fe ma allo stesso tempo abbastanza sottile per minimizzare la perdita di energia del ⁶⁰Fe prodotto all'interno dello stesso bersaglio. Per questo esperimento infatti, è necessario che il nucleo prodotto esca dal target con una velocità più prossima possibile a quella iniziale, come spiegato nella seguente sezione. Lo spessore utilizzato per il bersaglio è di 1.14 mg/cm².



Figura 2.2: All'interno della camera di reazione si nota il dispositivo PLUNGER.



Figura 2.3: La camera di reazione è chiusa e si trova a ridosso di AGATA. Si nota il canale dove passa il fascio.

2.2 Il sistema PLUNGER

La tecnica sperimentale che permette di misurare la vita media di stati eccitati nucleari nell'ordine del picosecondo è la tecnica Recoil Distance Doppler Shift (RDDS) che verrà introdotta nel Capitolo 4. Come illustrato in figura 2.5, questa tecnica si basa sulla distinzione delle energia di un raggio γ emesso quando il nucleo è a riposo nel sistema di riferimento del laboratorio, e quando invece è in moto con una certa velocità v. In quest'ultimo caso infatti, l'energia del raggio γ emesso è modificata a causa dell'effetto Doppler, come spiegato in Sezione 3.2.1. Le energie dei raggi γ variano in funzione della velocità della sorgente di emissione (il nucleo che decade) e l'angolo tra la direzione della velocità della sorgente e la direzione di emissione del raggio γ . Nella tesi si farà riferimento alla componente ferma "stopped" e alla componente spostata "shifted": la prima corrisponde ai raggi γ emessi dal nucleo fermo, la seconda raccoglie tutti i raggi γ misurati ad un'energia diversa. Le due componenti saranno ben distinguibili perché, in questo esperimento, gli eventi shifted presentano un'ampia distribuzione di energia, mentre invece gli eventi stopped presentano una distribuzione molto più stretta, ad un'energia maggiore.

Per applicare questa tecnica durante un esperimento, al posto di un normale supporto per il bersaglio, si utilizza il dispositivo PLUNGER, che consente di regolare a una precisione micrometrica la distanza tra il bersaglio e un secondo strato di materiale, detto "stopper", dedicato a fermare tutti i nuclei di ⁶⁰Fe. Il nucleo di ⁶⁰Fe, formatosi in seguito alla reazione con l'ossigeno, ha infatti una velocità che gli consente di lasciare il bersaglio e di procedere fino allo stopper. Lo spessore e il materiale dello stopper (⁹³Nb) è stato scelto in modo da arrestare completamente il moto del ferro in un corto range di distanze.¹

L'elevata precisione di posizionamento di bersaglio e stopper è dovuta al fatto che il sistema PLUN-GER funziona, su corte distanze, come un condensatore: misurando infatti la capacità tra bersaglio e stopper si ottiene una misura accurata della distanza tra le armature del condensatore (ovvero target e stopper). Le distanze bersaglio-stopper utilizzate nell'analisi presentata in questa tesi sono le seguenti 22.5 μ m, 26.5 μ m, 30.0 μ m, 170.0 μ m. Il PLUNGER presenta un offset di circa 20 μ m, perciò tutte le distanze utilizzate sono state corrette sommando l'offset. Si riporta una rappresentazione schematica del PLUNGER in figura 2.4 dove è possibile riconoscere i vari componenti.

¹Considerando il potere di frenamento del Nb, risulta necessario uno spessore di almeno 2 $\frac{mg}{cm^2}$.



Figura 2.4: Schema del PLUNGER. [7]



Figura 2.5: Schema illustrativo che descrive il funzionamento del plunger: il nucleo creato nel target in uno stato eccitato può decadere *in volo* (quindi nello spazio tra bersaglio e stopper, mentre è in moto) o *a riposo* (una volta raggiunto lo stopper, da fermo) [8].

2.3 SPIDER

Il rivelatore modulare SPIDER (*Silicon PIe DEtector*) [9] è un insieme di 7 moduli di rivelatori al silcio, indipendenti e segmentati. Ogni modulo (come mostrato in figura 2.6) ha una forma trapezoidale ed è segmentato, lungo gli angoli azimutali, sulla superficie frontale in 8 strisce anulari indipendenti: ciascuna di esse presenta un proprio collegamento (mostrato in dettaglio in figura 2.7) con il sistema di acquisizione (DAQ). Il range angolare coperto da SPIDER rispetto alla direzione del fascio è $\theta_{Lab} \in [124, 161]^{\circ}$. La posizione di SPIDER ad angoli all'indietro limita il danneggiamento del rivelatore dovuto alle particelle del fascio diffuse in avanti dopo l'interazione con il bersaglio. A questi angoli, SPIDER può rivelare il nucleo leggero di ¹⁶O emesso in questa direzione e ottenere un'identificazione del processo di reazione che popola il nucleo di interesse ⁶⁰Fe, che viene invece diffuso in avanti per ragioni cinematiche. SPIDER presenta una risoluzione energetica dell'ordine del 0.5% (FWHM ~ 25 keV per α a 5.5 MeV [9]).



Figura 2.6: Il detector SPIDER. [10]



Figura 2.7: Dettaglio al microscopio del collegamento del sensore al silicio di SPIDER

2.4 AGATA

AGATA (Advanced GAmma Tracking Array) è uno spettrometro a tracciamento per raggi γ che rappresenta lo stato dell'arte nel campo della spettroscopia γ [11]. Il progetto AGATA è itinerante, pensato per essere sfruttato in diversi laboratori e accoppiato con svariati rivelatori ancillari per la rivelazione di particelle cariche e neutroni. Il primo prototipo di AGATA è stato sviluppato proprio ai LNL-INFN nel 2010. L'attuale campagna sperimentale AGATA ai LNL-INFN è iniziata nel 2021 [12] e prevede l'attuale utilizzo del rivelatore con i fasci stabili ad alta intensità dei laboratori e, nel prossimo futuro, con i primi fasci radioattivi forniti dall'acceleratore SPES [13], progettato per aprire nuove frontiere nell'ambito della fisica fondamentale e applicata.

AGATA è costituito da un insieme di 11 cluster di rivelatori al germanio iperpuro (HPGe) altamente segmentati, la cui disposizione richiama una struttura alveolare, come mostrato nell'immagine 2.8. Ogni cluster è formato da 3 cristalli HPGe, segmentati in 36 elementi elettricamente indipendenti, più un elettrodo comune centrale, come mostrato in figura 2.9.

Tramite analisi della forma d'impulso (PSA) dei segnali estratti da ogni segmento, vengono ricostruiti i singoli punti di interazione dei fotoni all'interno del cristallo con una risoluzione di ~5 mm (sigma), da confrontare con le dimensioni lineari del rivelatore ~ 10 cm in profondità e ~ 3.5 cm in raggio. I segnali in uscita forniscono inoltre la misura dell'energia e del tempo di interazione. Ogni interazione è quindi completamente determinata: (\vec{x}, t, E_{γ}) . Successivamente si ricostruisce la traccia del fotone all'interno del rivelatore, corrispondente ad uno o più eventi di interazione, attraverso un software di *tracciamento*, che considera i punti e i tempi di interazione e, tramite una minimizzazione tra le posizioni misurate e quella attese per effetto Compton, ricostruisce quale percorso sia il più probabile. Il risultato finale è dunque la ricostruzione della traccia e quindi la misura univoca dell'energia totale del fotone in ingresso e la posizione del primo punto di interazione. Come tipico dei rivelatori HPGe, ogni cristallo di AGATA ha un'elevata risoluzione energetica: per esempio, FWHM ~ 1 keV per $E_{\gamma} = 122$ keV, FWHM ~ 2 keV per $E_{\gamma} = 1332.5$ keV.

L'innovazione degli spettrometri HPGe a tracciamento, come AGATA, deriva quindi dall'applicazione della PSA e di sofisticati algoritmi per la ricostruzione delle traiettorie. Questa tecnologia permette di posizionare i cristalli in una configurazione compatta e ravvicinata al punto di interazione, aumentando l'efficienza di rivelazione del sistema. Per una spiegazione del processo di PSA e i successivi dettagli della ricostruzione delle tracce all'interno del rivelatore, si rimanda il lettore alle referenze [14, 15]. Nell'esperimento in questione AGATA copre il range angolare di circa [80, 180]° rispetto alla direzione del fascio, ma l'obiettivo finale del progetto è quello di costruire un rivelatore che copra l'intero angolo solido.



Figura 2.8: Foto d'insieme dell'insieme di rivelatori a tracciamento per raggi gamma, AGATA. [10]



Figura 2.9: Schema di segmentazione di un cristallo AGATA. [11]

Capitolo 3

Analisi

3.1 Studio dello spettro energetico γ

Il nucleo di ⁶⁰Fe ottenuto durante la reazione ⁵⁸Fe(¹⁸O,¹⁶O)⁶⁰Fe non viene sempre popolato nel suo stato fondamentale, ma anche in una configurazione eccitata, caratterizzata da un'energia maggiore, che decade emettendo radiazioni γ per diseccitarsi raggiungendo i livelli inferiori. Grazie all'utilizzo di spettrometri γ come AGATA e al sistema di acquisizione e scrittura dei dati, le energie delle transizioni tra i livelli eccitati osservate durante un esperimento sono organizzate in istogrammi che associano ad un range predefinito di energie una frequenza assoluta con cui vengono rivelate. Questi istogrammi si chiamano spettri γ , e si presentano come grafici che hanno le energie dei raggi γ alle ascisse e i conteggi alle ordinate. Un fotone di energia E_{γ} corrisponde a una distribuzione di energie approssimativamente gaussiana nello spettro γ (picco) centrata all'energia E_{γ} . Misurando il centroide e l'area dei picchi negli spettri γ è possibile ricavare l'energia e l'intensità delle transizioni tra i livelli eccitati di un nucleo, rispettivamente.

Nell'analisi di uno spettro γ si deve tener conto che durante l'interazione del ¹⁸O con il ⁵⁸Fe altre reazioni competono con quella di trasferimento di due neutroni. Il risultato è che oltre alle emissioni γ dovute al fondo ambientale e quelle dovute al decadimento del ⁶⁰Fe, sono presenti nello spettro γ molti altri picchi dovuti al popolamento di altri nuclei eccitati durante la reazione.

Le principali reazioni secondarie che si possono trovare in un esperimento di questo genere e che competono con quella ricercata sono:

- Reazioni di eccitazione Coulombiana (CoulEx): sono reazioni di scattering inelastico dove nessun nucleone viene trasferito da nucleo a nucleo. I nuclei proiettile e bersaglio si eccitano per interazione Coulombiana. Tipicamente, queste reazioni hanno una maggiore sezione d'urto. In questo esperimento si troveranno reazioni di eccitazione Coulombiana principalmente dei nuclei degli atomi di ⁵⁸Fe (il bersaglio), di ²⁷Al (il supporto del bersaglio), di ¹⁹⁷Au e di ⁹³Nb (lo stopper)
- Reazioni di fusione-evaporazione: sono le reazioni che generano un nucleo dalla fusione del nucleo proiettile e bersaglio, successivamente sottoposto all'evaporazione di particelle leggere (protoni, neutroni, alpha). Contrariamente alle interazioni *CoulEx* i nuclei interagenti hanno abbastanza energia per superare la barriera Coulombiana e permettere all'interazione forte di procedere alla fusione dei nuclei. In questo esperimento l'energia cinetica totale del fascio di ¹⁸O è pari a 40 MeV, che corrisponde a 30.5 MeV nel sistema del centro di massa mentre la barriera di potenziale per il sistema ⁵⁸Fe+¹⁸O è leggermente inferiore, pari a 28.74 MeV. Il nucleo ottenuto dalla fusione è ⁷⁶Se e i residui di evaporazione più probabili sono ⁷³Se, ⁷³As e ⁷⁴Se, in seguito all'evaporazione di 3 neutroni, 2 neutroni e un protone, 2 neutroni, rispettivamente. I residui di evaporazione sono calcolati con il software PACE4 [16]. Si riportano in figura 3.1 i risultati della simulazione.

• *Reazioni di trasferimento*: oltre al transferimento di due neutroni, altre reazioni di trasferimento sono possibili in seguito all'interazione tra il ⁵⁸Fe e il ¹⁸O. Un esempio in questo esperimento è il popolamento del ⁵⁹Fe, tramite il trasferimento di un neutrone.

Negli spettri γ si riconoscono anche le energia di transizioni tipiche di isotopi radioattivi presenti nell'ambiente, ad esempio in seguito al decadimento β^+ degli isotopi ⁴⁰K e ²⁰⁸Bi.

Vengono riportate nella tabella 3.1 le principali transizioni visibili nello spettro (figure 3.2, 3.3, 3.4, 3.5) o di particolare interesse per questo esperimento.

nucleo	transizione	$E_{\gamma} \; (\mathrm{keV})$	nucleo	transizione	$E_{\gamma} \; (\mathrm{keV})$
²⁷ Al	$E2(1/2^+ \longrightarrow 5/2^+_{gs})$	844	⁶⁰ Fe	$E2(2_1^+ \longrightarrow 0_1^+)$	824
	$M1 + E2(3/2^+ \longrightarrow 5/2^+_{gs})$	1015		$(8^+_2 \longrightarrow 7^2)$	1037
	$M1 + E2(7/2^+ \longrightarrow 5/2^+_{gs})$	2212		$E2(4_1^+ \longrightarrow 2_1^+)$	1291
	$E2(9/2^+ \longrightarrow 5/2^+_{gs})$	3004		$E1(5_1^- \longrightarrow 4_1^+)$	1401
$^{197}\mathrm{Au}$	$M1 + E2(1/2^+ \longrightarrow 3/2^+_{gs})$	77	⁵⁹ Fe	$(1/2_7^- \longrightarrow 1/2_2^-)$	1599
	$M1 + E2(5/2_1^+ \longrightarrow 3/2_{gs}^+)$	279		$(5/2^1 \longrightarrow 3/2^1)$	473
	$(1/2_2^+ \longrightarrow 1/2_1^+)$	811			
73 Se	$M1(5/2^1 \longrightarrow 3/2^1)$	126	⁵⁸ Fe	$E2(2_1^+ \longrightarrow 0_1^+)$	811
^{73}As	$M2 + E3(9/2_1^+ \longrightarrow 5/2_1^-)$	361		$E2(2_2^+ \longrightarrow 0_g^+ s)$	1675
$^{74}\mathrm{Se}$	$E2(4_1^+ \longrightarrow 2_1^+)$	728		$(2_5^+ \longrightarrow 4_2^+)$	633
$^{208}\mathrm{Bi}$	$\beta^+ \text{ decay } (^{208}\text{Bi} \longrightarrow^{208}\text{Pb})$	2615	⁹³ Nb	$M1(5/2_1^+ \longrightarrow 7/2_1^+)$	65
$^{40}\mathrm{K}$	$\beta^+ \text{ decay } ({}^{40}\text{K} \longrightarrow {}^{40}\text{Ar})$	1461			

Tabella 3.1: Principali transizioni γ osservate nello spettro per distanza bersaglio-stopper x = 22.5 mm. Transizioni presenti in [5], arrotondate all'unità.



Figura 3.1: Risultati della simulazione eseguita con il software PACE4 [17] per il calcolo dei residui di evaporazione della fusione tra 58 Fe e 18 O.



Figura 3.2: Spettro totale γ in cui sono presenti gli eventi ricostruiti dai soli segnali dei raggi γ rivelati da AGATA (curva in blu) e gli eventi in coincidenza con la rivelazione dell'ossigeno da parte di SPIDER (curva in rosso). Dati relativi all'acquisizione alla distanza bersaglio-stopper di 22.5 μ m. Si rimanda alla figura 3.5 per un commento generale.



Figura 3.3: Spettro γ da 0 a 700 keV in cui sono presenti gli eventi ricostruiti dai soli segnali dei raggi γ rivelati da AGATA (curva in blu) e gli eventi in coincidenza con la rivelazione dell'ossigeno da parte di SPIDER (curva in rosso). Sono riportate le energie corrispondenti ai picchi più visibili dello spettro. Dati relativi all'acquisizione alla distanza bersaglio-stopper di 22.5 μ m. Si rimanda alla figura 3.5 per un commento generale.



Figura 3.4: Spettro γ da 700 a 1400 keV in cui sono presenti gli eventi ricostruiti dai soli segnali dei raggi γ rivelati da AGATA (curva in blu) e gli eventi in coincidenza con la rivelazione dell'ossigeno da parte di SPIDER (curva in rosso). Sono riportate le energie corrispondenti ai picchi più visibili dello spettro. Dati relativi all'acquisizione alla distanza bersaglio-stopper di 22.5 μ m. Si rimanda alla figura 3.5 per un commento generale.



Figura 3.5: Spettro γ da 1400 a 3000 keV in cui sono presenti gli eventi ricostruiti dai soli segnali dei raggi γ rivelati da AGATA (curva in blu) e gli eventi in coincidenza con la rivelazione dell'ossigeno da parte di SPIDER (curva in rosso). Sono riportate le energie corrispondenti ai picchi più visibili dello spettro. Dati relativi all'acquisizione alla distanza bersaglio-stopper di 22.5 μ m. Lo spettro γ in coincidenza con SPIDER presenterebbe una statistica nettamente inferiore: ciò è dovuto dal fatto che lo spettro in coincidenza è ottenuto sottraendo allo spettro originario tutti gli eventi che non presentano coincidenze. L'area dei due istogrammi è stata normalizzata in modo tale che gli spettri siano confrontabili. Le altre porzioni di spettro sono presenti nelle figure 3.2, 3.3, 3.4.

3.2 Coincidenze con SPIDER e correzione Doppler

Nelle figure 3.2, 3.3, 3.4 e 3.5 si mostra il confronto degli spettri γ totali e degli spettri γ che contengono solo gli eventi in coincidenza con un segnale di energia in SPIDER. Degli eventi sono definiti in coincidenza se appartengono ad uno stesso intervallo temporale definito durante il processamento

dei dati. La tecnica di coincidenza aiuta a discriminare in fase di analisi gli eventi γ dovuti alla reazione di interesse per l'esperimento, limitando gli eventi "contaminanti". Questo processo non elimina completamente i contaminanti, in quanto non è possibile discriminare con SPIDER i diversi isotopi dell'ossigeno (ottenuti da diverse reazioni di trasferimento o reazioni di *CoulEx*). Inoltre, restano visibili nello spettro alcuni raggi γ dovuti alla dis-eccitazione dei residui di evaporazione, in particolare in caso di canali di reazione con sezione d'urto maggiore del trasferimento di due neutroni. Questo è dovuto alla presenza di coincidenze casuali tra raggi γ in AGATA e ioni rivelati in SPIDER.

Successivamente, viene quantificato l'effetto Doppler (descritto nel paragrafo 3.2.1) evento per evento e corretta l'energia dei fotoni rivelati. La correzione Doppler è possibile grazie alle informazioni ottenute sul partner binario rivelato da SPIDER, come l'identificazione dell'angolo di emissione. La ricostruzione della cinematica della reazione evento per evento porta a conoscere la direzione e la velocità del nucleo 60 Fe.

3.2.1 Effetto Doppler

Per procedere alla misura del tempo di vita τ si farà uso dell'effetto Doppler relativistico. Il nucleo di ⁶⁰Fe, prodotto con la reazione di trasferimento precedentemente descritta, lascia il target con velocità relativistica $\beta = v/c$. Tramite l'utilizzo del PLUNGER, descritto al Capitolo ??, il nucleo si ferma dopo aver percorso la distanza target-stopper, regolabile in modo arbitrario nell'esperimento. Si considera lo spessore del target trascurabile rispetto alla distanza target-stopper.

Il nucleo di ⁶⁰Fe popolato in uno stato eccitato è una sorgente di onde elettromagnetiche in quanto decade emettendo raggi γ . L'effetto Doppler relativistico si manifesta nel momento in cui la sorgente è in moto relativo rispetto al sistema di riferimento del laboratorio, vale a dire quando il nucleo è in volo prima di raggiungere lo stopper. In questa situazione, la frequenza dell'onda elettromagnetica associata al fotone emesso durante il decadimento γ percepita dal rivelatore solidale al laboratorio sarà modificata, e quindi l'energia $E = h\nu$ ad essa associata. La relazione tra l'energia dei fotoni misurata nel sistema di riferimento del laboratorio $E_{LAB}(\theta)$ e l'energia nel sistema di riferimento del nucleo E_{γ} è la seguente:

$$E_{Lab}(\theta) = \frac{E_{\gamma}}{\gamma(1 - \beta \cdot \cos \theta)} \tag{3.1}$$

ove $\gamma = 1/\sqrt{1-\beta^2}$ è il fattore di Lorentz e θ è l'angolo con cui viene emesso il fotone rispetto alla direzione del nucleo che decade con una velocità $\beta = v/c$. Si nota che E_{Lab} cambia a seconda di θ . Questa dipendenza dall'angolo implica che i picchi non corretti Doppler relativi agli eventi emessi in volo presentano una FWHM maggiore: per ogni diverso angolo ci sarà un valore di E_{LAB} diverso. Essendo β noto grazie alla ricostruzione cinematica e θ calcolabile grazie alla misura dell'angolo di emissione del fotone con AGATA, è possibile correggere per l'effetto Doppler tutti gli eventi γ in coincidenza con SPIDER.

Di seguito (figure 3.6 e 3.7) si riportano gli spettri corretti Doppler relativi alla distanza 22.5 μ m insieme a quelli che hanno solamente subito il processo di selezione in coincidenza. La normalizzazione effettuata per poter confrontare questi due spettri è stata condotta nello stesso modo della precedente: è quindi costante per entrambi gli spettri l'integrale totale.

3.3 Transizioni γ nel ⁶⁰Fe

Questi processi di selezione e correzione degli spettri permettono di visualizzare meglio i picchi che corrispondono al decadimento del 60 Fe. Si può dunque confrontare lo spettro con in evidenza le transizioni attribuite al 60 Fe (figura 3.8) con quanto presente in letteratura [5] e con lo schema parziale dei livelli presente in figura 3.9.



Figura 3.6: Spettro di energia γ da 0 a 1000 keV delle coincidenze dati AGATA e SPIDER, a cui viene applicata la correzione Doppler. Dati relativi alla distanza 22.5 μ m. Si rimanda ad un commento generale in figura 3.7.



Figura 3.7: Spettro da 1000 keV a 2200 keV delle coincidenze dati AGATA e SPIDER + correzione doppler. Dati relativi alla distanza 22.5 μ m. Si può notare chiaramente dalle figure il fenomeno dell'allargamento Doppler, in cui il picco ricostruito tende a presentare una FWHM maggiore.



Figura 3.8: Spettro con in evidenza le transizioni attribuite al ⁶⁰Fe.

Una volta effettuata l'operazione di gating, che verrà spiegata nella sezione 4, le transizioni γ del ⁶⁰Fe osservate con maggiore statistica in questo esperimento corrispondono ai raggi γ di energia

TRANSIZIONE		Valore atteso
$J_i^{\pi} \longrightarrow J_f^{\pi}$	$E_i \longrightarrow E_f \; (\text{keV})$	$E_{\gamma} \; (\text{keV})$
$2^+_1 \longrightarrow 0^+_1$	$824 \longrightarrow 0$	824
$0^+_2 \longrightarrow 2^+_1$	$1974 \longrightarrow 824$	1150
$4^+_1 \longrightarrow 2^+_1$	$2115 \longrightarrow 824$	1291
$5^1 \longrightarrow 4^+_1$	$3516 \longrightarrow 2115$	1402
$0^+_3 \longrightarrow 2^+_1$	$2356 \longrightarrow 824$	1532
$2^+_2 \longrightarrow 2^+_1$	$2673 \longrightarrow 824$	1849
$2^+_3 \longrightarrow 2^+_1$	$2756 \longrightarrow 824$	1932
$2^+_4 \longrightarrow 2^+_1$	$3039 \longrightarrow 824$	2215

Tabella 3.2: Transizioni γ attese nel decadimento del nucleo ⁶⁰Fe; valori arrotondati all'unità di E_{γ} (da [5]).



Figura 3.9: Schema parziale dei livelli del nucleo $^{60}{\rm Fe}.$

823 keV, 1290 keV e 1401 keV.

La scelta del livello eccitato di cui calcolare la vita media τ deve necessariamente ricadere su una transizione che presenta un'elevata statistica. Buoni candidati sono dunque le prime transizioni riportate in tabella 3.2. Tuttavia, la transizione $2^+ \longrightarrow 0^+$ che gode della maggiore statistica non è facilmente utilizzabile per una misura di vita media, poiché il picco shifted si sovrappone con il picco della reazione *CoulEx* $2^+ \longrightarrow 0^+$ del ⁵⁸Fe. Si sceglie dunque la reazione $4^+ \longrightarrow 2^+$, perché presenta la seconda maggiore statistica, nonostante sia caratterizzata dal fenomeno del *feeding*, che sarà discusso nella sezione 4.6.

Si possono anche notare nello spettro le transizioni $0^+ \rightarrow 2^+$, reazioni già citate nell'introduzione: la misura del loro tempo di vita medio costituisce il fine ultimo dell'esperimento.

3.4 Studio delle matrici γ - γ



Gamma-Gamma energy

Figura 3.10: Matrice γ - γ relativa alla misura a distanza 22.5 μ m.

Oltre allo spettro energetico γ , che corrisponde ad un istogramma che presenta i valori energetici nell'asse delle ascisse, si possono costruire anche delle matrici. Si perviene così ad una rappresentazione che ricalca l'idea di un istogramma con una variabile in più: si è aggiunta l'asse delle ordinate con i valori energetici di un secondo spettro. L'asse dei conteggi corrisponde dunque all'asse z, rappresentata tramite una scala di colori nella matrice. Nello specifico, in spettroscopia γ e in questo esperimento si è utilizzata la matrice $\gamma - \gamma$ simmetrica. Un esempio è riportato in figura 3.10.

Lo scopo di questo tipo di matrici è effettuare un'ulteriore selezione nello spettro. Oltre alla coincidenza con SPIDER, infatti, è possibile applicare una condizione (gate) sulla matrice, vale a dire una coincidenza con eventi γ ad una certa energia. Proiettando infatti una porzione di un asse (cioè uno specifico intervallo energetico) sull'altro asse, è possibile verificare la coincidenza temporale tra l'emissione di raggi γ . Si otterrà infatti uno spettro che include i soli eventi avvenuti in coincidenza a quelli appartenenti all'intervallo su cui è stato posto il gate.

Nel caso di questo esperimento, il gate è stato posto sull'intervallo [786-828 keV], intervallo energetico corrispondente alla transizione $2^+ \rightarrow 0^+$, vale a dire la transizione successiva a quella con cui decade il livello energetico 4^+ oggetto del presente lavoro di tesi. È necessario prendere un intervallo così grande perché, come si vede nelle immagini 3.12 e 3.11, il picco stopped andrà a diminuire con l'aumentare della distanza, mentre crescerà il picco shifted (più largo e ad energia inferiore).

Come si vede dall'immagine 3.11, questo è l'intervallo che comprende anche la transizione *CoulEx* $2^+ \rightarrow 0^+$ del ⁵⁸Fe, che si sovrappone alla transizione *CoulEx* $2^+ \rightarrow 0^+$ del ⁶⁰Fe. Questo significa che il gate non è efficace nella selezione degli eventi del ⁶⁰Fe rispetto agli eventi del ⁵⁸Fe.

Il risultato della procedura di gating è quindi uno spettro ancora più pulito per ogni distanza dell'esperimento. Si riportano quindi gli spettri (figura 3.13) alle diverse distanze: 22.5 μ m, 26.6 μ m, 30 μ m e 170 μ m. Si visualizza inoltre solamente l'intervallo energetico che sarà utilizzato per le fasi successive dell'analisi. Al fine di poter confrontare questi spettri ed utilizzarli per l'analisi sarà necessario effettuare una procedura di normalizzazione.



Figura 3.11: Porzione di spettro γ che mostra il gate utilizzato, segnato con linee verticali. Immagine relativa alla misura a distanza 22.5 μ m.



Figura 3.12: Porzione di spettro γ che mostra il gate utilizzato, segnato con linee verticali. Immagine relativa alla misura a distanza 170 μ m. Si nota, a differenza dell'immagine corrispondente relativa alla distanza 22.5 μ m, la crescita del picco shifted.

3.5 Distribuzioni di velocità

La ricostruzione Doppler si basa sulla velocità del nucleo di ⁶⁰Fe. Questa grandezza, espressa in frazione di c, cioè $\beta = v/c$, è tuttavia diversa da nucleo a nucleo, e viene calcolata per ogni evento rivelato tramite la ricostruzione cinematica grazie alla rivelazione del ¹⁶O eseguita da SPIDER. Il fatto che il valore di β non sia costante, ma che invece spazi dal 2.5 al 5.5% circa è ben visualizzato dalla matrice E_{γ} - β (figura 3.14), in cui sono indicati quanti conteggi si sono ottenuti ad un dato valore energetico con il relativo β .

Per le successive fasi di analisi sarà tuttavia necessario trasformare la grandezza distanza targetstopper nella grandezza tempo di volo. Per fare ciò è fondamentale avere un valore medio di β .



Figura 3.13: Spettro alle diverse distanze dopo aver applicato la condizione di gate energetico.

Utilizzando il software LISE++ [17] si possono eseguire delle simulazioni della dinamica di una reazione, in particolare si possono calcolare velocità ed energie dei prodotti di una reazione. Per avere una simulazione coerente con l'esperimento è necessario inserire i parametri che sono caratteristici della reazione che avviene: i nuclei che prendono parte alla reazione e la reazione stessa, energia, corrente

Gamma - Beta relativo alla distanza 22.5um



Figura 3.14: Matrice E_{γ} - β . Si nota come per lo spettro energetico si trovino tutti i valori di β compresi nell'intervallo in esame.

del fascio e spessore del target. Inoltre LISE++ permette di eseguire la simulazione della dinamica a seconda che la reazione sia avvenuta all'inizio del target, nel mezzo o alla fine. La simulazione eseguita (figura 3.15) permette di calcolare la velocità β del ⁶⁰Fe, che permetterà di determinare l'entità dell'effetto Doppler che caratterizza l'emissione dei γ .



Figura 3.15: Energie di frammento (16 O) e residuo (60 Fe) in funzione dell'angolo nel sistema del laboratorio. Simulazione della reazione effettuata con LISE++.

Per avere un valore approssimato di β utilizzabile per il resto dell'analisi, si effettuano diverse simulazioni, variando due parametri: la posizione della reazione nel target (quindi se questa avviene all'inizio, a metà, o all'uscita del target) e l'angolo di emissione di ¹⁶O. Per quest'ultimo, poiché l'analisi successiva è compiuta utilizzando gli spettri di AGATA in coincidenza con SPIDER, il range angolare da utilizzare è proprio quello che SPIDER copre, cioè $\theta \in [124, 161]$. Come parametro si sceglie quindi di utilizzare gli estremi dell'intervallo. In totale quindi il software esegue 6 simulazioni (3 (posizione) · 2 (angoli)). Il valore ottenuto di β e successivamente utilizzato per l'analisi seguente sarà quindi la media di questi valori. L'errore ad esso associato è la semidispersione massima della distribuzione ottenuta. Si riportano in tabella 3.3 i valori ottenuti.

posizione della reazione nel target	θ_{LAB} di ¹⁶ O [°]	Energia di $^{60}\mathrm{Fe}~[\mathrm{Mev}/\mathrm{u}]$	β di $^{60}\mathrm{Fe}\ [\%]$
ingresso	124	0.39	2.90
ingresso	161	0.44	3.09
mezzo	124	0.37	2.81
mezzo	161	0.42	2.99
uscita	124	0.34	2.71
uscita	161	0.39	2.90
stima di β			2.9 ± 0.2

Tabella 3.3: Risultati della simulazione eseguita con il software LISE++ per ottenere il valore medio di β .

Capitolo 4

Misure di vita media del livello 4_1^+

4.1 La tecnica RDDS

La tecnica che verrà utilizzata per la misura del tempo di vita media del livello $J^{\pi} = 4^+$ si chiama Recoil Distance Doppler Shift (RDDS) [8]. Come introdotto nel Capitolo 2, essa si basa sulla presenza dell'effetto Doppler (sezione 3.2.1) per distinguere i raggi γ emessi da un nucleo in moto da quelli emessi dallo stesso nucleo a riposo. Mentre infatti quest'ultimo emette raggi γ all'energia intrinseca propria della transizione (equazione 1.2), il primo emette raggi γ che, sotto effetto Doppler, presentano energia diversa in funzione dell'angolo tra direzione dell'emettitore e della radiazione γ emessa, oltre che della velocità della sorgente. La distribuzione di eventi γ emessi dal nucleo a riposo è detto picco "stopped", mentre invece quella di eventi γ emessi dallo stesso nucleo in moto è detto picco "shifted".

Picco shifted e picco stopped sono distinguibili perché centrati su valori di energia diversi. E quindi possibile calcolare le loro intensità, che dipendono dalla distanza che il nucleo percorre prima di fermarsi (si veda ad esempio figura 3.13). A lunghe distanze i nuclei prodotti sono soggetti ad un maggiore tempo di volo t_V che fa sì che il numero di nuclei che decadono da fermi sia minore, mentre invece per brevi distanze i nuclei si fermano prima che venga emesso un elevato numero di raggi γ shifted.

La tecnica RDDS consiste proprio nel ricavare la vita media dello stato eccitato popolandolo con una specifica reazione nucleare (come spiegato nel Capitolo 2) e utilizzando il dispositivo PLUNGER per interrompere il moto del nucleo di 60 Fe a determinate distanze dopo essere stato prodotto nel bersaglio. In questo modo si potranno avere delle misure di intensità dei picchi shifted S e stopped U in funzione della distanza x tra target e stopper. Dato che valgono le relazioni:

$$U(x) = N_0 e^{-\frac{x}{\tau v}}$$

$$S(x) = N_0 - N_0 e^{-\frac{x}{\tau v}}$$

$$N_0 = U(x) + S(x)$$

(4.1)

dove v è la velocità del nucleo in moto, N_0 corrisponde al numero di nuclei popolati al livello energetico di interesse e τ è la vita media di quest'ultimo, è possibile, nota la distanza x, ricavare τ . Per misurare le grandezze U(x) e S(x), corrispondenti alle aree dei picchi stopped e shifted per ogni distanza x, si utilizzano fit gaussiani, la cui forma è l'equazione 4.5.

Come anticipato nel capitolo 1, lo scopo della misura del tempo di vita medio del livello $J^{\pi} = 4^+$ è verificare il corretto funzionamento dell'apparato sperimentale e del metodo di analisi confrontando la misura ottenuta con la stima della stessa grandezza presente in letteratura [5], pari a $\tau = 1.2 \pm 0.3$ ps.

Per misurare la vita media dello stato di interesse, si studia l'andamento della grandezza relativa:

$$R(x) = \frac{U(x)}{U(x) + S(x)},$$
(4.2)

in funzione della distanza x tra bersaglio e stopper. Nel caso più semplice in cui il livello 4⁺ in questione non sia soggetto a transizioni di *feeding*, ovvero non sia un livello in cui decadono altri stati ad energia maggiore, l'andamento atteso di R(x) si ottiene direttamente dalle equazioni 4.1 e 4.2:

$$R(x) = e^{-\frac{x}{\tau\beta c}},\tag{4.3}$$

si rimanda alla sezione 4.6 per i calcoli relativi al caso in cui il contributo di una transizione di feeding non può essere trascurato.

Potendo quindi misurare sperimentalmente il valore di R a varie distanze, si può ottenere la vita media τ dello stato tramite il fit lineare dei dati con la funzione:

$$-\ln\left(R\right) = \frac{x}{\tau} \cdot \frac{\gamma}{\beta c} \tag{4.4}$$

dove l'incertezza sulle distanze (σ_x) è trascurabile, β è il valor medio ottenuto con le simulazioni in sezione 3.5, e γ è il fattore di Lorentz.

La sezione seguente presenta le Gaussiane ottenute dallo studio dagli spettri γ delle varie distanze. L'acquisizione dei dati per ciascuna distanza è avvenuta per intervalli di tempo diversi. Per tener conto di questo fatto è necessario normalizzare tra loro gli spettri γ .

4.2 Normalizzazione degli spettri energetici

La normalizzazione utilizzata per confrontare gli spettri γ delle diverse distanze consiste nell'ipotizzare che il numero dei conteggi della reazione con sezione d'urto maggiore, vale a dire la reazione CoulEx del ⁵⁸Fe sia uguale per tutte le distanze. Per avere un'affidabile stima dell'effettiva intensità della reazione presa in considerazione, si procede interpolando il picco dei conteggi con una curva Gaussiana:

$$f(x) = \frac{A}{\sqrt{2 \cdot \pi} \cdot \sigma} \cdot e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2 \cdot \sigma^2}}$$
(4.5)

dove:

- $\mu =$ la media della Gaussiana, quindi il valore energetico su cui è piccata la curva. Rappresenta l'energia associata al picco.
- A = area della Gaussiana, ovvero l'integrale del picco, rappresenta il numero effettivo di conteggi associati all'energia μ .
- σ = deviazione standard della Gaussiana, è proporzionale alla larghezza del picco.

Oltre ad utilizzare la funzione Gaussiana, per interpolare un picco si utilizza anche una funzione costante che rappresenta il rumore di fondo sopra cui si erge il picco di conteggi. Se si guarda lo spettro nella sua interezza, si può notare che in generale utilizzare una funzione costante non è l'unica scelta possibile. In particolare, il fondo di un ampio intervallo energetico presenta un andamento ad esponenziale decrescente. Tuttavia negli intervalli ristretti che sono qui oggetto di analisi non è presente una decrescenza visibile, quindi si utilizza una funzione costante. Come anticipato nella sezione relativa allo studio dello spettro γ , l'intervallo energetico in cui si trovano il picco stopped e shifted della CoulEx del ⁵⁸Fe si sovrappone con l'intervallo in cui si trova la transizione $2^+ \longrightarrow 0^+$ del ⁶⁰Fe. Pertanto, è stato imposto nella condizione di normalizzazione che la somma degli integrali dei picchi relativi alla transizione $2^+ \longrightarrow 0^+$ in entrambi i nuclei, ⁵⁸Fe e ⁶⁰Fe, fosse uguale per tutte le distanze. Nelle figure 4.1 e 4.2 si mostrano gli spettri alla distanza minore e a quella maggiore con i fit dei picchi relativi alle transizioni $2^+ \longrightarrow 0^+$ nel ⁵⁸Fe e nel ⁶⁰Fe. È necessario usare una funzione con quattro gaussiane a causa della presenza di due picchi, stopped e shifted, per entrambe le transizioni. Tutti i fit sono stati eseguiti utilizzando il software ROOT [18].



Figura 4.1: Spettro a 22.5 μ m su cui viene misurata la normalizzazione. Si nota che i coefficienti da utilizzare nella normalizzazione sono stati ricavati dagli spettri prima che questi fossero soggetti al gate sulle particelle.



Figura 4.2: Spettro a 170 μ m su cui viene misurata la normalizzazione. Si nota che i coefficienti da utilizzare nella normalizzazione sono stati ricavati dagli spettri prima che questi fossero soggetti al gate sulle particelle. Si nota rispetto alla figura 4.1 la crescita dei picchi shifted a sinistra dei picchi stopped.

4.3 Interpolazione degli spettri nel range di transizione $4^+ \longrightarrow 2^+$

Dopo aver effettuato la normalizzazione dei conteggi, si ottengono degli spettri confrontabili e si può procedere allo studio della transizione $4^+ \rightarrow 2^+$. Questa transizione ha un'energia E_{γ} pari a circa 1290 keV. Si riporta in figura 4.3 gli spettri normalizzati di tutte le distanze nell'intervallo energetico di interesse. Si può notare come al crescere della distanza corrisponderà anche la crescita del picco shifted ad un'energia minore.

Le intensità delle componenti stop e shift sono misurate tramite fit gaussiani come descritto in precedenza. Si riporta in figura 4.3 il fit e in tabella 4.1 gli integrali risultanti.

Distanze $[\mu m]$	Integrale picco shifted S	σ_S	Integrale picco unshifted U	σ_U
22.5	$3.4 \cdot 10^3$	$0.3 \cdot 10^{3}$	$1.18 \cdot 10^3$	$0.08 \cdot 10^3$
26.5	$4.2 \cdot 10^3$	$0.3 \cdot 10^{3}$	$1.22 \cdot 10^3$	$0.09 \cdot 10^3$
30.0	$5.2 \cdot 10^{3}$	$0.5 \cdot 10^3$	$1.2 \cdot 10^3$	$0.1 \cdot 10^3$
170.0	$4.2 \cdot 10^3$	$0.2 \cdot 10^3$	$1.0 \cdot 10^3$	$0.1 \cdot 10^3$

Tabella 4.1: Risultati delle intensità dei picchi ottenuti con le interpolazioni.



Figura 4.3: Spettri normalizzati e dopo aver effettuato il gate relativi all'energia della transizione $4^+ \rightarrow 2^+ \gamma$ alle 4 distanze: 22.5 μ m, 26.5 μ m, 30 μ m, 170 μ m, con i fit gaussiani delle componenti stop e shift della transizione.

4.4 Prima stima di τ

Una volta misurati gli integrali dei picchi è possibile fornire una prima stima del valore di τ utilizzando la relazione 4.4. Il fit è riportato in figura 4.4.



Figura 4.4: Fit lineare relativo all'equazione 4.4

Il quarto punto risulta evidentemente fuori dal trend lineare: si è dunque scelto di limitare l'interpolazione ai primi 3 punti. Il risultato ottenuto è pari a $\tau = (2.5 \pm 1.1) ps$, mentre invece si ricorda che il valore della letteratura, presente in [5], è pari a $(1.2 \pm 0.3) ps$. La compatibilità tra queste due stime è pari a 1.14.

Si nota che il valore trovato è sovrastimato rispetto a quello atteso, sebbene la scarsa precisione renda i due valori compatibili. Ciò è principalmente dovuto al fatto che è stata trascurata la componente di feeding che invece apporta un contributo rilevante alla misura della vita media dello stato 4^+ , come spiegato nella prossima sezione. Il fenomeno del feeding consiste nel fatto che la popolazione del livello in questione non decade solamente secondo la nota legge esponenziale, perché viene contemporaneamente alimentata dal decadimento dei livelli energetici superiori che decadono proprio nello stato oggetto di studio. Osservando lo schema dei livelli del ⁶⁰Fe, la transizione $4^+ \rightarrow 2^+$ è alimentata da due altre transizioni: $6^+ \rightarrow 4^+$ e $5^- \rightarrow 4^+$. Questa ultima transizione presenta un τ pari a 71 ± 30 ps, vale a dire che il livello 5^- decade molto più lentamente del livello sottostante, cioè il 4⁺. Questo significa che la componente di feeding non può essere trascurata. Il livello 6⁺ non presenta un valore di τ noto in letteratura ma essendo parte della banda principale del nucleo $(0_{gs}^+, 2_1^+, 4_1^+, 6_1^+, ...)$ ci si aspetta che la sua vita media sia più corta degli stati eccitati a energie minori. Inoltre, la transizione 6⁺ \longrightarrow 4⁺ non è visibile negli spettri, contrariamente alla 5⁻ \longrightarrow 4⁺, e in precedenti esperimenti è stata osservata solo in seguito a rezioni di fusione-evaporazione e mai per 2 neutron transfer. Possiamo quindi trascurare il suo contributo nella misura della vita media dello stato 4⁺.

4.5 Il feeder del 4⁺: lo spettro della transizione $5^- \longrightarrow 4^+$

Si procede ora con lo studio dello spettro relativo alla transizione feeder $5^- \rightarrow 4^+$, come mostrato in figura 4.5. Questa transizione ha un'energia di circa 1402 keV. Dalla figura 4.5 si nota subito che lo spettro relativo alla distanza 170 μ m differisce dagli altri. In particolare gli spettri delle distanze 22.5 μ m, 26.5 μ m e 30 μ m presentano un picco stopped molto definito ma non presentano un picco shifted sopra al fondo, a causa della statistica esigua del campione e della breve distanza target-stopper. Differentemente, lo spettro a 170 μ m non presenta il picco stopped, perché questo viene coperto dal picco shifted. Gli spettri e i relativi fit sono riportati in figura 4.5. Si riporta in tabella 4.2 il risultato di questa interpolazione.



Figura 4.5: Spettri normalizzati e fittati relativi alle energie proprie della transizione $5^- \rightarrow 4^+$, dopo aver effettuato il gate. I risultati del fit sono visibili in tabella 4.2.

Distanze $[\mu m]$	$5^- \longrightarrow 4^+$: Conteggi shifted	$5^- \longrightarrow 4^+$: Conteggi stopped
22.5	-	630 ± 70
26.5	-	410 ± 70
30.0	-	500 ± 100
170.0	900 ± 200	-

Tabella 4.2: Risultati delle intensità dei picchi ottenuti coi i fit gaussiani.

4.6 Decadimento di un livello soggetto ad un'unica componente di feeding

Si espone ora il modello teorico con cui si può prevedere il comportamento di una popolazione soggetta a feeding che decade nel tempo.

Le equazioni di Bateman [8] sono un sistema di equazioni differenziali che servono a prevedere l'andamento nel tempo della popolazione di uno stato eccitato del nucleo soggetto ad un qualsiasi numero di transizioni di feeding. Si riportano qui i passaggi relativi al caso in cui ci sia un'unica transizione di feeding.



Figura 4.6: Schema delle transizioni $J^{\pi} = 5^- \rightarrow 4^+$ e $J^{\pi} = 4^+ \rightarrow 5^-$.

Per la notazione si può fare riferimento alla figura 4.6: n(t) corrisponde alla popolazione del livello $J^{\pi} = 4^+$, di cui si vuole calcolare la vita media τ_n , mentre m(t) corrisponde alla popolazione del livello $J^{\pi} = 5^-$, vale a dire il livello feeder, il cui tempo di vita media τ_m è noto in letteratura.

Il decadimento di un livello energetico senza feeding, quindi in questo caso del livello $J^{\pi} = 5^{-}$, segue la nota equazione differenziale:

$$\frac{d}{dt}m(t) = -\lambda_m \cdot m(t) \tag{4.6}$$

la cui soluzione è:

$$m(t) = m(0) \cdot e^{-\lambda_m \cdot t} \tag{4.7}$$

ove $\lambda_m = (\tau_m)^{-1}$ è la probabilità di decadimento

L'equazione differenziale che invece regola il decadimento del livello n, che rappresenta il 4⁺ in questo caso, conterrà al suo interno anche la componente dovuta al feeding del livello m (il 5⁻), che quindi si presenterà così:

$$\frac{d}{dt}n(t) = -\lambda_n \cdot n(t) + \lambda_m \cdot m(t).$$
(4.8)

L'equazione differenziale da risolvere sarà pertanto:

$$\frac{d}{dt}n(t) = -\frac{1}{\tau_n} \cdot n(t) + \frac{m(0)}{\tau_m} \cdot e^{-t/\tau_m}.$$
(4.9)

La soluzione di questa equazione è

$$n(t) = n(0) \cdot e^{-\frac{t}{\tau_n}} - m(0) \cdot \frac{\tau_n}{\tau_n - \tau_m} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_m}}.$$
(4.10)

Si introduce ora la variabile tempo di volo t_V che rappresenta il tempo impiegato dal nucleo in volo prima di raggiungere lo stopper.

A questo punto si definiscono in dettaglio $U(t_V)$ e $S(t_V)$:

$$U(t_V) = \int_{t_V}^{\infty} \frac{1}{\tau_n} \cdot n(t') \cdot dt'$$
(4.11)

$$S(t_V) = \int_0^{t_V} \frac{1}{\tau_n} \cdot n(t') \cdot dt'.$$
 (4.12)

Queste due grandezze rappresentano gli integrali dei picchi rispettivamente stopped e shifted, ovverosia gli integrali della curva di decadimento n(t) rispettivamente da t_V a ∞ (cioè quando il nucleo è fermo, dopo essere giunto allo stopper) e da 0 a t_V (cioè mentre il nucleo è in volo, quindi mentre sta emettendo γ shifted). Svolgendo gli integrali risulta:

$$U(t_V) = n(0) \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_n}} - m(0) \cdot \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m} \cdot e^{-\frac{t}{\tau_m}}$$
(4.13)

$$S(t_V) = -n(0) \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_n}} + m(0) \cdot \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m} \cdot (e^{-\frac{t}{\tau_m}} - 1) + n(0)$$
(4.14)

Definendo il rapporto

$$R = \frac{U(t_V)}{U(t_V) + S(t_V)} = \frac{n(0) \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_n}} - m(0) \cdot \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m} \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_m}}}{n(0) - m(0) \cdot \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}},$$
(4.15)

è possibile usare gli integrali dei picchi shifted e unshifted ottenute sperimentalmente in funzione del tempo di volo (convertito in distanza tra bersaglio e stopper) per ottenere il valore di τ_n .

4.7 Stime di τ con la componente di feeding

L'interpolazione suggerita nella sezione precedente presuppone la quantificazione del rapporto $\frac{n(0)}{m(0)}$. Il rapporto di questi due parametri, che rappresentano la popolazione iniziale dei nuclei eccitati prima di decadere, nell'equazione 4.4 si semplificava. Si ricorda che:

$$t_V[ps] = \frac{x \cdot \gamma}{c \cdot \beta}[ps]. \tag{4.16}$$

Si procede dunque con il fit delle quantità sperimentali R usando la funzione:

$$R = \frac{\frac{n(0)}{m(0)} \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_n}} - \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m} \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_m}}}{\frac{n(0)}{m(0)} - \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}},$$
(4.17)

dove

- si è esplicitata la frazione $\frac{n(0)}{m(0)}$ per avere un parametro solo. In rapporto $\frac{n(0)}{m(0)}$ è il primo parametro di questo fit;
- τ_m è stato fissato in base al valore presente in letteratura, cioè 70.1 ps. Questo valore presenta un grande errore, pari a 30 ps, quindi senz'altro costituisce una fonte di errore sistematico in questa stima;
- τ_n è il secondo parametro del fit.

Si riportano il fit in figura 4.7 e i relativi risultati in tabella 4.3.

	Valore	σ
$ au_n$	$0.8 \mathrm{\ ps}$	$0.3 \mathrm{\ ps}$
n(0)/m(0)	3.4	0.5

Tabella 4.3: Risultati del fit delle quantità R(x) misurate per le distanze 22.5 μ m, 26.5 μ m, 30 μ m, 170 μ m; considerando la presenza di un feeder dello stato di interesse.

La stima di τ del livello 4⁺ qui fornita è dunque pari a $\tau = 0.8 \pm 0.3$ ps . Si ricorda che il valore atteso presente in letteratura è pari a 1.2 ± 0.3 ps. La compatibilità tra queste due misure è pari a 0.94.

La funzione utilizzata è fortemente influenzata nell'intervallo delle ascisse in esame dal rapporto $\frac{n(0)}{m(0)}$, il cui valore, stimato proprio tramite l'interpolazione, è pari a 3.4 ± 0.5 . Il fatto che sia stato interpolato implica che sia un parametro costante per tutti i punti del grafico, quindi una caratteristica comune

Stima di Tau con la componente di feeding 0.3 R = U/(U+S) χ^2 / ndf 2.545 / 2 p0 3.594 ± 0.5939 0.28 p1 0.7816 ± 0.3015 0.26 0.24 0.22 0.2 0.18 0.16 18 20 22 t = gamma * x /(beta * c) [ps]

Figura 4.7: La funzione utilizzata per l'interpolazione è la 4.17. p
0 indica il parametro $\frac{n(0)}{m(0)}$, p1 è il parametro per τ .

a tutte le misure. Ciò è fisicamente sensato, dato che da un punto di vista sperimentale il rapporto $\frac{n(0)}{m(0)}$ si può scrivere in questo modo:

$$N = \int_0^\infty \frac{1}{\tau_n} \cdot n(t') \cdot dt' = n(0) - \frac{\tau_m \cdot m(0)}{\tau_n - \tau_m},$$
(4.18)

$$M = \int_0^\infty \frac{1}{\tau_m} \cdot m(t') \cdot dt' = m(0),$$
(4.19)

$$\frac{n(0)}{m(0)} = \frac{N}{M} + \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m},\tag{4.20}$$

evidenziando esplicitamente l'indipendenza dalla variabile t_V , che è ciò che cambia con le diverse distanze. Tuttavia, osservando i risultati presenti in tabella 4.4, i dati sperimentali non sono coerenti con quanto predetto da questo modello.

Distanze [um]	N	σ_N	M	σ_M	N/M	$\sigma_{N/M}$
22.5	$4.6 \cdot 10^3$	$0.4 \cdot 10^3$	$6.3 \cdot 10^2$	$0.7 \cdot 10^2$	7	1
26.5	$5.4 \cdot 10^{3}$	$0.4 \cdot 10^3$	$4.1 \cdot 10^2$	$0.7 \cdot 10^2$	13	2
30	$6.3 \cdot 10^{3}$	$0.6 \cdot 10^3$	$5 \cdot 10^2$	1.10^{2}	13	3
170	$5.3 \cdot 10^{3}$	$0.3 \cdot 10^{3}$	$9 \cdot 10^2$	$2 \cdot 10^2$	6	1

Tabella 4.4: Rapporto tra i conteggi totali delle transizioni $4^+ \rightarrow 2^+ e 5^- \rightarrow 4^+$. Si osserva che il rapporto non si mantiene costante.

Si procede quindi con l'ultima stima di τ_n , che è caratterizzata dall'ipotesi che il rapporto $\frac{n(0)}{m(0)} = \frac{N}{M} + \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}$ non sia costante per tutti i punti. È quindi necessario utilizzare la funzione a due variabili:

$$R = \frac{\left(\frac{N}{M} + \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}\right) \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_n}} - \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m} \cdot e^{-\frac{t_V}{\tau_m}}}{\left(\frac{N}{M} + \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}\right) - \frac{\tau_m}{\tau_n - \tau_m}},\tag{4.21}$$

in cui, rispetto alla precedente, si aggiunge la variabile y = N/M. Come fatto in precedenza, il valore di τ_m utilizzato è quello presente in letteratura.

Il fit, riportato in figura 4.8, ha un solo parametro e restituisce il valore $\tau = (1.6 \pm 0.1)$ ps. La compatibilità con la misura presente in letteratura è pari a 1.11 dunque molto simile al precedente.



Figura 4.8: Superficie di minimizzazione dello stimatore χ^2 , i cui parametri sono la vita media incognita dello stato di interesse il rapporto della popolazione diretta dello stato di interesse (4⁺) e del feeder diretto (5⁻).

Capitolo 5

Conclusioni

Questo lavoro di tesi è consistito nella preparazione, partecipazione ed analisi dati di un esperimento svoltosi presso i Laboratori Nazionali di Legnaro, INFN, per lo studio del fenomeno quantistico della coesistenza di forma del sistema nucleare 60 Fe.

Nella fase preparatoria dell'esperimento ho partecipato alla messa a punto del dispositivo PLUN-GER e il posizionamento del rivelatore al silicio SPIDER all'interno della camera di reazione. Si sono poi eseguite delle calibrazioni: per il rivelatore AGATA è stata utilizzata la sorgente γ di ⁶⁰Co mentre per la calibrazione di SPIDER è stata utilizzata la sorgente tripla α ²³⁹Pu - ²⁴¹Am - ²⁴⁴Cm.

Durante l'esperimento, ho partecipato al monitoraggio dei parametri utili a validarne il corretto andamento, ad esempio la corrente di fascio e dei rivelatori, gli spettri di energia e tempo e le rispettive coincidenze temporali.

Successivamente, ho analizzato i dati prodotti durante l'esperimento per ottenere il valore di vita media τ dello stato eccitato 4⁺ nel ⁶⁰Fe, già presente in letteratura e funzionale dunque alla validazione del metodo. Il valore ottenuto inizialmente è stato successivamente raffinato per tenere in considerazione possibili sistematiche e migliorare sia l'accuratezza che la precisione del risultato finale. In primo luogo, si sono calcolate le aree dei picchi di interesse negli spettri normalizzati, per poi procedere alla stima inziale di τ_1 mediante un semplice modello di decadimento esponenziale, che descrive la diseccitazione di un singolo stato nucleare di interesse. Il valore ottenuto è stato di (2.5 ± 1.1) ps. Tuttavia, negli spettri è stata osservata la presenza di una transizione "feeder" dovuta al decadimento dello stato $J^{\pi} = 5^-$, nello stato di interesse $J^{\pi} = 4^+$, con una vita media significativamente più lunga rispetto a quella attesa per il medesimo stato di interesse. Tale presenza può causare il sistematico allungamento di quest'ultima. Per tale motivo si è incluso il contributo di questo secondo stato nucleare e, tramite un modello esponenziale a due livelli, si è ricavata la seconda stima della vita media τ_2 ottenendo il valore (0.8 ± 0.3) ps.

Infine, si è eseguito un fit a due parametri, includendo come ulteriore parametro il rapporto tra le popolazioni iniziali degli stati $J^{\pi} = 4^+$ e $J^{\pi} = 5^-$, dopo aver verificato che questo non si manteneva costante tra le diverse misure. La terza stima τ_3 è risultata (1.6 ± 0.1) ps.

Nella tabella 5.1 vengono elencati i diversi risultati e la loro compatibilità con il valore presente in letteratura [5].

Misura	Valore [ps]	Errore [ps]	χ^2/dof	Compatibilità
$ au_{ref}$	1.2	0.3	-	-
$ au_1$	2.5	1.1	0.06/1	1.1
$ au_2$	0.8	0.3	2.545/2	0.94
$ au_3$	1.6	0.1	1.789/2	1.1

Tabella 5.1: Elenco dei diversi risultati di τ ottenuti e il valore presente in letteratura τ_{ref} .

In conclusione, i risultati ottenuti nella tesi sono stati funzionali ad individuare la presenza di sistematiche nello specifico approccio sperimentale. Alla luce dei risultati non si evidenziano sistematiche e i diversi approcci si sono rivelati statisticamente equivalenti. I tempi di vita media degli stati 0^+ eccitati nel 60 Fe, oggetto di una successiva analisi, possono pertanto ritenersi validati rispetto al metodo sperimentale, sebbene misure specifiche di vita media possano ancora soffrire della presenza di stati feeder indesiderati. Procedure *ad-hoc* andranno applicate per il singolo caso d'interesse.

Bibliografia

- [1] K. S. Krane, Introductory nuclear physics (Wiley, New York, NY, 1988).
- [2] A. Bohr e B. R. Mottelson, *Nuclear Structure*, vol. 2 (World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd., Singapore, 1998).
- [3] M. G. Mayer, "On Closed Shells in Nuclei. I", Phys. Rev. 75, 1969–1970 (1949).
- [4] R. F. Casten, *Nuclear Structure from a SImple Perspective* (Oxford University Press, mar. 2001).
- [5] NUDAT 2, Data from National Nuclear Data Center ().
- [6] L'acceleratore TANDEM, https://www.lnl.infn.it/tandem/ ().
- [7] F. v. S. Müller-Gatermann e A. e. a. Goasduff, "A new dedicated plunger device for teh GALILEO -ray detector array", NIM PRSA 920, 95–99 (2019).
- [8] A. Dewald, O. Möller e P. Petkov, "Developing the Recoil Distance Doppler-Shift technique towards a versatile tool for lifetime measurements of exicetd nuclear states", Prog. Part. Nucl. Phys. 67, 786–839 (2012).
- [9] M. Rocchini, K. Hadynska-Klek e N. A. et al., "SPIDER: A Silicon PIe DEtectoR for low-energy Coulomb-excitation measurements", NIM PRSA 971, 164030 (2020).
- [10] Foto di M. Balogh (2021).
- [11] A. Akkoyun e e. a. Algora, "AGATA–Advanced GAmma Tracking Array", NIM PRSA **668**, 26–58 (2012).
- [12] J. e. a. Valiente-Dobòn, "Conceptual Design of the AGATA 2π array at LNL", NIM PRSA **1049**, 168040 (2023).
- [13] SPES, https://www.lnl.infn.it/spes/ ().
- [14] R. Venturelli e D. Bazzacco, "https://www1.lnl.infn.it/ annrep/read_ar/2004/contrib₂004/pdfs/FAA122.pdf" LNL Annual Report 2004 220 (2005).
- [15] A. Lopez-Martens, "https://doi.org/10.1016/j.nima.2004.06.154", NIM PRSA 533, 454–466 (2004).
- [16] PACE4 Exotic Beam Production with Fragment Separators ().
- [17] LISE++ Rare Isotope Beam Production ().
- [18] ROOT A Data Analysis Framework ().
- [19] G. Pasqualato e J. Ljungvall, "Study of shape coexistence in ${}^{60}Fe$ via lifetime measurements of exited 0⁺ states", Proposal to the LNL PAC (2023).
- [20] RadWare interactive graphical analysis of gamma-ray coincidence data ().