

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA



Università degli Studi di Padova

Dipartimento di Ingegneria Industriale
Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Elettrica

Tesi di Laurea Magistrale

**Studio dei criteri per ridurre l'oscillazione di
coppia nei motori sincroni a riluttanza a cave
frazionarie**

Relatore: Prof. Nicola Bianchi

Laureando: Tomas Pradella

Matricola: 1014157

Anno accademico 2012–2013

Ringrazio il Prof. Nicola Bianchi per avermi trasmesso l'interesse per la materia, la curiosità della verifica e la passione per l'approfondimento. Grazie della disponibilità, dei consigli, dell'aiuto.

Ringrazio la mia famiglia per aver avuto fiducia in me e per avermi sostenuto in questo progetto. Grazie a Maurizio Casagrande per l'amicizia, a David Barbato per l'aiuto e a tutti gli amici per l'affetto.

Indice

Sommario	1
Presentazione del lavoro	3
1 Concetti teorici	7
1.1 Sistemi di riferimento	7
1.1.1 Sistema di riferimento cartesiano	7
1.1.2 Sistema di riferimento d-q	8
1.2 Motore sincrono a riluttanza	8
1.2.1 Principio di funzionamento	8
1.2.2 Caratteristiche costruttive	10
1.2.3 Motore sincrono a riluttanza assistita	10
1.3 Avvolgimenti a cave frazionarie	11
1.4 Modello analitico	12
1.4.1 Potenziale magnetico di statore	12
1.4.2 Potenziale magnetico di rotore	13
1.4.3 Coppia	16
Bibliografia	17
2 Analisi agli elementi finiti	19
2.1 Introduzione	19
2.2 Preparazione del modello	20
2.2.1 Software utilizzato	20
2.2.2 Ipotesi sul modello analizzato	20
2.2.3 Materiali	22
2.2.4 Geometrie e grandezze elettriche	23
2.2.5 Considerazioni	23
Bibliografia	24

3	Verifica del modello analitico	25
3.1	Introduzione	25
3.2	Modello analitico	25
3.3	Confronto tra risultati analitici e FEM	26
3.3.1	Configurazione 12-10	26
3.3.2	Configurazione 12-8	30
3.3.3	Configurazione 9-8	32
3.4	Considerazioni sui test	34
	Bibliografia	35
4	Soluzioni per ridurre l'oscillazione di coppia	37
4.1	Scelta configurazione poli cave	37
4.1.1	Interazione tra l'oscillazione di coppia e Q_s	38
4.1.2	Avvolgimenti a cave frazionarie	39
4.2	Scelta angolo di barriera ϑ_b	41
4.2.1	Legame tra coppia media e ϑ_b	41
4.2.2	Legame tra oscillazione di coppia e ϑ_b	43
4.3	Barriere di flusso con diverso ϑ_b	49
4.3.1	Principio di funzionamento	49
4.3.2	Impostazione del problema	49
4.3.3	Considerazioni	53
4.4	Spostamento della barriera di flusso	54
4.4.1	Principio di funzionamento	54
4.4.2	Impostazione del problema	55
4.4.3	Considerazioni	58
4.5	Osservazioni	60
	Bibliografia	61
5	Verifica criteri: configurazione 12-10	63
5.1	Introduzione ai test	63
5.1.1	Organizzazione dei capitoli	64
5.1.2	Descrizione prove FEM	64
5.1.3	Principali grandezze del motore	65
5.2	Considerazioni iniziali	66
5.2.1	Scelta di Q_s	66
5.3	Dimensionamento di ϑ_b	67
5.3.1	Applicazione della teoria proposta	67
5.3.2	Risultati FEM	70
5.3.3	Confronto risultati	74
5.4	Studio soluzione <i>shifting</i>	76
5.4.1	Applicazione della teoria proposta	76

5.4.2	Risultati FEM	78
5.4.3	Confronto risultati	82
5.5	Studio soluzione <i>machaon</i>	84
5.5.1	Applicazione della teoria proposta	84
5.5.2	Risultati FEM	86
5.5.3	Confronto risultati	89
6	Verifica criteri: configurazione 9-10	91
6.1	Scelta di Q_s	91
6.2	Dimensionamento di ϑ_b	92
6.2.1	Applicazione della teoria proposta	92
6.2.2	Risultati FEM	93
6.2.3	Confronto risultati	96
6.3	Studio soluzione <i>shifting</i>	98
6.3.1	Applicazione della teoria proposta	98
6.3.2	Risultati FEM	100
6.3.3	Confronto risultati	102
6.4	Studio soluzione <i>machaon</i>	104
6.4.1	Applicazione della teoria proposta	104
6.4.2	Risultati FEM	105
6.4.3	Confronto risultati	109
7	Verifica criteri: configurazione 9-8	111
7.1	Scelta di Q_s	111
7.2	Dimensionamento di ϑ_b	112
7.2.1	Applicazione della teoria proposta	112
7.2.2	Risultati FEM	113
7.2.3	Confronto risultati	116
7.3	Studio soluzione <i>shifting</i>	118
7.3.1	Applicazione della teoria proposta	118
7.3.2	Risultati FEM	120
7.3.3	Confronto risultati	127
7.4	Studio soluzione <i>machaon</i>	129
7.4.1	Applicazione della teoria proposta	129
7.4.2	Risultati FEM	131
7.4.3	Confronto risultati	137
8	Verifica criteri: configurazione 12-8	139
8.1	Scelta di Q_s	139
8.2	Dimensionamento di ϑ_b	140
8.2.1	Applicazione della teoria proposta	140

8.2.2	Risultati FEM	142
8.2.3	Confronto risultati	146
8.3	Considerazioni	148
	Conclusioni	149
	Elenco dei simboli	153

Elenco delle figure

1.1	Sistema di riferimento cartesiano adottato.	7
1.2	Sistema di riferimento d-q adottato.	8
1.3	Sezione di un motore a riluttanza con laminazione trasversale a singola barriera di flusso. In linea tratteggiata e continua si individuano rispettivamente il percorso ad alta e bassa riluttanza.	9
1.4	Confronto tra diagrammi fasoriali: a sinistra quello di una macchina a riluttanza e a destra quello di una macchina a riluttanza assistita.	11
1.5	Rappresentazione schematica del rotore linearizzato.	14
1.6	Grandezze caratteristiche della barriera di flusso. In grigio si evidenzia lo spazio dove viene posizionato il PM.	15
1.7	Schema elettrico equivalente del circuito magnetico del motore.	15
2.1	Esempio di sezione longitudinale del motore studiato mediante il software FEMM. Si nota l'assenza dello statore.	21
2.2	Particolare del modello agli elementi finiti della barriera di flusso. Si nota l'assenza dei ponticelli sostituiti da un traferro.	21
2.3	Caratteristiche del lamierino della serie M-19.	22
2.4	Grandezze caratteristiche della barriera di flusso. In grigio si evidenzia lo spazio riservato al PM.	23
3.1	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 11.5^\circ$, K_s definito fino alla 100^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	27
3.2	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 11.5^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	27
3.3	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 14^\circ$, K_s definito fino alla 100^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	28

3.4	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 14^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	28
3.5	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 12.6^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e α_i^e variabile.	29
3.6	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 15^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	30
3.7	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 19^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	30
3.8	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e α_i^e variabile.	31
3.9	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 13.8^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	32
3.10	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 19^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$	32
3.11	Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300 ^a armonica e α_i^e variabile.	33
4.1	Sezione di un motore a riluttanza fotografato in due istanti successivi. Si nota lo spostamento delle linee di flusso da un dente all'altro.	38
4.2	Configurazione 12-10	39
4.3	Configurazione 9-10	39
4.4	Andamento della coppia media al variare di ϑ_b^m	42
4.5	Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di ϑ_b : si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_b	47
4.6	Esempio di rotore con soluzione <i>machaon</i> . Si notano le due diverse geometrie utilizzate per le barriera di flusso.	49
4.7	Esempio di geometria rotorica rettificata con soluzione <i>machaon</i>	50
4.8	Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di $\Delta\vartheta_b$. Si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ e ϑ_b	53
4.9	Esempio di rotore con <i>shifting</i> . Si nota lo slittamento di un polo rispetto all'altro.	54
4.10	Disegno schematico di un rotore rettificato con <i>shifting</i> dei poli.	55
4.11	Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di ϑ_{sh} . Si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh}	59
4.12	Esempio di rotore rettificato con due angoli di slittamento, rispettivamente ϑ'_{sh} e ϑ''_{sh}	59

5.1	Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 12-10.	66
5.2	Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	68
5.3	Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	68
5.4	Configurazione 12-10: andamento della coppia media analitica in funzione di ϑ_b	69
5.5	Configurazione 12-10: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	70
5.6	Configurazione 12-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	71
5.7	Configurazione 12-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	71
5.8	Configurazione 12-10: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	71
5.9	Configurazione 12-10: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	72
5.10	Configurazione 12-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	72
5.11	Configurazione 12-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$	73
5.12	Configurazione 12-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$	73
5.13	Configurazione 12-10: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$	73
5.14	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	74
5.15	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 30^\circ$	74
5.16	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	75
5.17	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 30^\circ$	75
5.18	Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	77

5.19	Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	77
5.20	Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 13.5^\circ$	77
5.21	Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	78
5.22	Configurazione 12-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	79
5.23	Configurazione 12-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	79
5.24	Configurazione 12-10: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	79
5.25	Configurazione 12-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\vartheta_{sh} = 3^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$	80
5.26	Schema di riferimento per rotore con doppio shifting.	80
5.27	Configurazione 12-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 3^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1.5^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$	81
5.28	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	82
5.29	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	82
5.30	Configurazione 12-10: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.	83
5.31	Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	85
5.32	Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	85
5.33	Configurazione 12-10: andamento dell'energia legata alla 60 ^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 9.5^\circ$	85
5.34	Configurazione 12-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$	87
5.35	Configurazione 12-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$	87
5.36	Configurazione 12-10: andamento della 120 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$	87

5.37	Configurazione 12-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$	88
5.38	Configurazione 12-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$	88
5.39	Configurazione 12-10: andamento della 120 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$	88
5.40	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$	90
5.41	Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$	90
6.1	Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 9-10.	91
6.2	Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	92
6.3	Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	93
6.4	Configurazione 9-10: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	94
6.5	Configurazione 9-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	95
6.6	Configurazione 9-10: andamento della 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	95
6.7	Configurazione 9-10: andamento della 180 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	95
6.8	Configurazione 9-10: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	96
6.9	Configurazione 9-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	96
6.10	Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	97
6.11	Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 180 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	97
6.12	Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	99

6.13	Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	99
6.14	Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 13^\circ$	99
6.15	Configurazione 9-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	100
6.16	Configurazione 9-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	100
6.17	Configurazione 9-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	101
6.18	Configurazione 9-10: andamento della 90 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	101
6.19	Configurazione 9-10: andamento della 180 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	101
6.20	Configurazione 9-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 2^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$	102
6.21	Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	103
6.22	Configurazione 9-10: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.	103
6.23	Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	104
6.24	Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	104
6.25	Configurazione 9-10: andamento dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 10.4^\circ$	105
6.26	Configurazione 9-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$	105
6.27	Configurazione 9-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$	106
6.28	Configurazione 9-10: andamento della 90 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$	106
6.29	Configurazione 9-10: andamento della 180 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$	106
6.30	Configurazione 9-10: andamento della 30 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$	107

6.31	Configurazione 9-10: andamento della 60 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$	107
6.32	Configurazione 9-10: andamento della 90 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$	108
6.33	Configurazione 9-10: andamento della 180 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$	108
6.34	Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$	109
7.1	Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 9-8.	111
7.2	Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	112
7.3	Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	113
7.4	Configurazione 9-8: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	114
7.5	Configurazione 9-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	115
7.6	Configurazione 9-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	115
7.7	Configurazione 9-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	115
7.8	Configurazione 9-8: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	116
7.9	Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	116
7.10	Configurazione 9-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	117
7.11	Configurazione 9-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	117
7.12	Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	118
7.13	Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$	119

7.14	Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 16.2^\circ$	119
7.15	Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 18.75^\circ$	119
7.16	Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	120
7.17	Configurazione 9-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	121
7.18	Configurazione 9-8: andamento della 48 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	121
7.19	Configurazione 9-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	121
7.20	Configurazione 9-8: andamento della 96 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	122
7.21	Configurazione 9-8: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	122
7.22	Configurazione 9-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	122
7.23	Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	123
7.24	Configurazione 9-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	124
7.25	Configurazione 9-8: andamento della 48 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	124
7.26	Configurazione 9-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	124
7.27	Configurazione 9-8: andamento della 96 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	125
7.28	Configurazione 9-8: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	125
7.29	Configurazione 9-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	125
7.30	Configurazione 9-8: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 16.2^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 2.4^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1.25^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$.126	
7.31	Configurazione 9-8: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.	127
7.32	Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	128

7.33	Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	128
7.34	Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	129
7.35	Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$	130
7.36	Configurazione 9-8: andamento dell'energia legata alla 90 ^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 15.2^\circ$	130
7.37	Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	131
7.38	Configurazione 9-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	132
7.39	Configurazione 9-8: andamento della 48 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	132
7.40	Configurazione 9-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	132
7.41	Configurazione 9-8: andamento della 96 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	133
7.42	Configurazione 9-8: andamento della 120 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	133
7.43	Configurazione 9-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$	133
7.44	Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	134
7.45	Configurazione 9-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	135
7.46	Configurazione 9-8: andamento della 48 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	135
7.47	Configurazione 9-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	135
7.48	Configurazione 9-8: andamento della 96 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	136
7.49	Configurazione 9-8: andamento della 120 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	136
7.50	Configurazione 9-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$	136
7.51	Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$	137

8.1	Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 12-8.	139
8.2	Configurazione 12-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	140
8.3	Configurazione 12-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e	141
8.4	Configurazione 12-8: andamento della coppia media analitica in funzione di ϑ_b	141
8.5	Configurazione 12-8: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	142
8.6	Configurazione 12-8: andamento della 24 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	143
8.7	Configurazione 12-8: andamento della 48 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	143
8.8	Configurazione 12-8: andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	143
8.9	Configurazione 12-8: andamento della 96 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	144
8.10	Configurazione 12-8: andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	144
8.11	Configurazione 12-8: andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	144
8.12	Configurazione 12-8: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	145
8.13	Configurazione 12-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$	145
8.14	Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 24 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	146
8.15	Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 48 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	146
8.16	Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	147
8.17	Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 96 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	147
8.18	Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	147

8.19 Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 144 ^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$	148
---	-----

Elenco delle tabelle

2.1	Caratteristiche PM.	22
2.2	Geometrie fisse dei motori analizzati	23
2.3	Grandezze elettriche fisse dei motori analizzati.	23
4.1	Alcune tra le configurazioni possibili di Q_s e $2p$ per una macchina trifase.	37
4.2	Diverse configurazioni poli cave per un motore con $2p = 10$. . .	39
4.3	Armoniche considerate per definire carico elettrico ridotto K_s^r . . .	43

Sommario

In questa tesi di laurea si analizzano alcuni dei criteri per ridurre l'oscillazione di coppia nelle macchine sincrone a riluttanza. In particolare si approfondisce l'effetto che ha sulla coppia:

- la scelta del numero di cave di statore Q_s ;
- la scelta dell'angolo di barriera ϑ_b ;
- l'eventuale slittamento, *shifting*, delle barriere di flusso rispetto all'asse di simmetria del polo;
- l'eventuale asimmetria tra le barriere di flusso chiamata soluzione *ma-chaon*.

Lo studio inoltre teorizza alcuni modelli analitici utili per definire il legame che esiste tra l'oscillazione di coppia e i parametri caratteristici presenti nei criteri elencati. L'analisi viene fatta in ipotesi di linearità del materiale ferromagnetico e di geometrie a singola barriera di flusso.

Per validare i modelli teorizzati si ricorre al confronto con i risultati ottenuti mediante simulazioni agli elementi finiti, FEM.

Questi confronti mettono in evidenza diversi aspetti e permettono di definire una strategia di riduzione dell'oscillazione di coppia distinta in due fasi:

- 1) **Analisi preliminare:** attraverso i modelli analitici si individuano alcune configurazioni potenzialmente ottimizzate della macchina;
- 2) **Analisi FEM:** mediante un software FEM si verificano le configurazioni isolate nell'analisi preliminare.

Grazie a questa strategia si riduce l'onere computazionale, poiché le analisi FEM avvengono solamente su un numero limitato di geometrie.

Presentazione del lavoro

Introduzione

La scelta di utilizzare i magneti permanenti nel campo delle macchine elettriche rotanti è vantaggiosa nella quasi totalità delle applicazioni, indifferentemente dalle prestazioni richieste. A fronte di numerosi vantaggi (alto rendimento, elevato fattore di potenza, alta densità di coppia, robusta costituzione) essa presenta però un limite costituito dall'impennarsi, negli ultimi anni, del costo dei magneti permanenti stessi.

La ricerca si orienta quindi nell'individuazione di configurazioni che limitino l'utilizzo di magneti permanenti. Tra queste vi sono i motori sincroni a riluttanza che grazie ad una struttura rotorica anisotropa, sono in grado di produrre coppia utile anche in assenza di magnete permanente. O i motori sincroni a riluttanza assistita che offrono prestazioni migliori pur con un minimo utilizzo di magnete permanente.

Purtroppo entrambe queste macchine comportano degli svantaggi, tra i quali in particolare la generazione di elevate oscillazioni di coppia che le rendono poco performanti rispetto alle soluzioni classiche.

Considerati i potenziali sviluppi di questi motori, essi sono oggetto di studio di un grande numero di gruppi di ricerca.

Obiettivi della tesi

Questa tesi si propone di studiare alcuni dei possibili criteri impiegati per ridurre l'oscillazione di coppia nelle macchine sincrone a riluttanza.

In particolare si approfondiscono i seguenti aspetti:

- la scelta del numero di cave di statore Q_s ;
- la scelta dell'angolo di barriera ϑ_b ;

- l'eventuale slittamento, *shifting*, delle barriere di flusso rispetto all'asse di simmetria del polo;
- l'eventuale asimmetria tra le barriere di flusso chiamata soluzione *ma-chaon*.

Questi criteri sono stati scelti perché fanno parte degli argomenti approfonditi nell'attività scientifica svolta presso il laboratorio di azionamenti elettrici del Dipartimento di Ingegneria Elettrica dell'Università di Padova.

Impostazione del problema

Lo studio del fenomeno dell'oscillazione di coppia nelle macchine sincrone a riluttanza è un argomento molto articolato. Per mettere in evidenza in modo nitido il legame che esiste tra l'oscillazione di coppia e i gradi di libertà dei criteri esposti negli obiettivi, si analizza una macchina a riluttanza semplificata. In particolare lo studio si effettua in condizioni di linearità del circuito magnetico e con geometrie di rotore a singola barriera di flusso.

Contenuto della tesi

Di seguito si descrivono brevemente i contenuti dei singoli capitoli della tesi.

Il capitolo 1 introduce i concetti teorici che sono alla base di quanto verrà trattato in questo elaborato.

Il capitolo 2 presenta le ipotesi adottate per la stesura del modello impiegato nell'analisi agli elementi finiti. Definisce inoltre le principali caratteristiche geometriche e fisiche delle macchine prese in considerazione nell'elaborato.

Il capitolo 3 verifica se il modello analitico della macchina descrive in modo sufficientemente corretto il fenomeno dell'oscillazione di coppia.

Il capitolo 4 studia analiticamente alcuni dei criteri per ridurre l'oscillazione di coppia. Da queste analisi si teorizzano dei modelli da impiegare in fase di progettazione.

Il capitolo 5 è il primo dei quattro capitoli dedicati alla verifica dei criteri e dei modelli teorizzati nel capitolo 4. In questo caso i risultati analitici

vengono confrontati con i dati provenienti da simulazione FEM nella configurazione in cui $Q_s = 12$ e $2p = 10$.

Il capitolo 6 espone il confronto tra i risultati analitici e FEM nella configurazione in cui $Q_s = 9$ e $2p = 10$.

Il capitolo 7 espone il confronto tra i risultati analitici e FEM nella configurazione in cui $Q_s = 9$ e $2p = 8$.

Il capitolo 8 espone il confronto tra i risultati analitici e FEM nella configurazione in cui $Q_s = 12$ e $2p = 8$.

Capitolo 1

Concetti teorici

In questo capitolo si espongono, in maniera sintetica, i concetti teorici che sono alla base di quanto verrà trattato in questo elaborato.

1.1 Sistemi di riferimento

Al fine di esporre in modo chiaro i contenuti presenti nella tesi, si definiscono qui di seguito le convenzioni adottate per la scelta dei sistemi di riferimento.

1.1.1 Sistema di riferimento cartesiano

In figura 1.1 si mostra il sistema di riferimento cartesiano utilizzato; tale convenzione risulta coerente con quella adottata dal software per l'analisi agli elementi finiti FEMM.

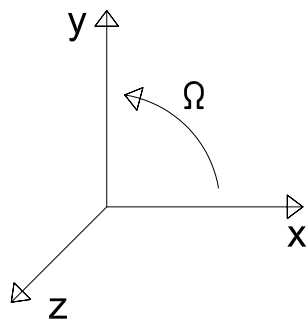


Figura 1.1: Sistema di riferimento cartesiano adottato.

1.1.2 Sistema di riferimento d-q

Per agevolare lo studio del motore, le grandezze elettriche si rappresentano mediante un sistema di riferimento sincrono al rotore. Come mostrato in figura 1.2 l'asse diretto, d, è orientato lungo il percorso a riluttanza minore mentre l'asse in quadratura, q, è posizionato 90° elettrici in anticipo.

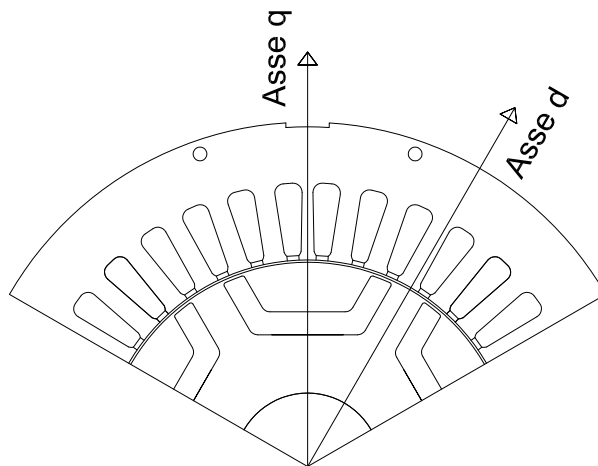


Figura 1.2: Sistema di riferimento d-q adottato.

1.2 Motore sincrono a riluttanza

Il motore sincrono a riluttanza (REL) rappresenta un caso particolare della macchina sincrona a magneti permanenti. Grazie alle sue caratteristiche tuttavia non necessita l'utilizzo di magneti permanenti.

1.2.1 Principio di funzionamento

Grazie alla particolare geometria del rotore, mostrata in figura 1.3, nella macchina si ottengono due diverse tipologie di circuiti magnetici, rispettivamente:

- a) **a bassa riluttanza:** evidenziato in linea continua in figura 1.3. Tale circuito si sviluppa, ad esclusione del traferro, in materiale ferromagnetico il quale garantisce, in condizione di non saturazione, la bassa riluttanza;

- b) **ad alta riluttanza:** mostrato in linea tratteggiata in figura 1.3. Per garantire tale peculiarità, lungo la porzione di rotore, si inseriscono una o più barriere di flusso le quali interrompono il materiale ferromagnetico sostituendolo con aria.

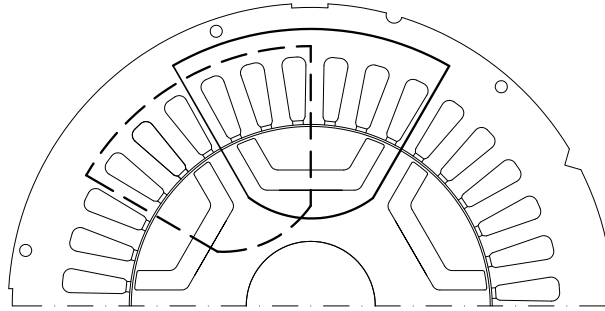


Figura 1.3: Sezione di un motore a riluttanza con laminazione trasversale a singola barriera di flusso. In linea tratteggiata e continua si individuano rispettivamente il percorso ad alta e bassa riluttanza.

Grazie a tale anisotropia magnetica, la macchina è in grado di sviluppare una coppia, detta di riluttanza, mostrata nella sua forma semplificata dall'equazione (1.1):

$$T = \frac{3}{2} p (\Lambda_q I_d - \Lambda_d I_q) \quad (1.1)$$

dove:

- p numero di coppie polari;
- $\Lambda_q = L_q I_q$ flusso concatenato con l'asse in quadratura;
- $\Lambda_d = L_d I_d$ flusso concatenato con l'asse diretto.

Osservando la (1.1) si vede che avere $L_d \gg L_q$ risulta vantaggioso in quanto:

- **ad I_q è legata la coppia:** limitare L_q permette di ottenere rapidi transitori e quindi un controllo dinamico della macchina;
- **ad I_d è legato il flusso:** in assenza di magneti permanenti deve essere indotto e quindi risulta vantaggioso avere L_d elevata. In questo modo si ottiene un ingente Λ_d con valori modesti di I_d .

Per valutare le prestazioni della macchina risulta utile definire il rapporto di salienza ζ^1 definito come:

$$\zeta = \frac{L_d}{L_q} \quad (1.2)$$

¹Valori tipici nel caso di motore a laminazione trasversale sono: $\zeta \simeq 10$ [1].

1.2.2 Caratteristiche costruttive

Per ottenere l'anisotropia magnetica della macchina sono fondamentali la geometria e i materiali con i quali si progetta il rotore. Esistono diverse soluzioni ingegneristiche, ad esempio:

- orientando i cristalli del lamierino di rotore;
- praticando dei fori, detti barriere di flusso, mediante tranciatura del lamierino, vedi figura 1.3;
- laminando assialmente il rotore e interponendo tra i lamierini degli isolanti amagnetici.

In questo elaborato, si decide di utilizzare geometrie basate sulle barriere di flusso, in quanto risultano più pratiche, sia nella realizzazione ingegneristica della macchina, sia nella modellazione per l'analisi FEM. Un'ulteriore ragione di questa scelta riguarda la possibilità di inserire, nella barriera di flusso, un magnete permanente allo scopo di aumentare le prestazioni.

Per quanto riguarda le caratteristiche costruttive dello statore, non presentano particolari peculiarità, né geometriche, né dei materiali utilizzati rispetto ad altre macchine.

1.2.3 Motore sincro a riluttanza assistita

Allo scopo di migliorare il funzionamento del motore si introduce all'interno della barriera di flusso un magnete permanente (PM). Osservando il diagramma fasoriale di figura 1.4 si vede che tale soluzione permette di aumentare il fattore di potenza riducendo lo sfasamento tra \bar{I} ed \bar{E} .

Il PM in questo caso ha solo lo scopo di assistere il funzionamento della macchina e quindi non è necessario che abbia un fattore di merito elevato². Si possono quindi utilizzare magneti ceramico ferritici che non vanno ad incidere in maniera rilevante sul costo della macchina, ma comunque ne migliorano le performances.

²Si definisce il fattore di merito Q di un PM come il prodotto BH e si esprime in J/m^3 .

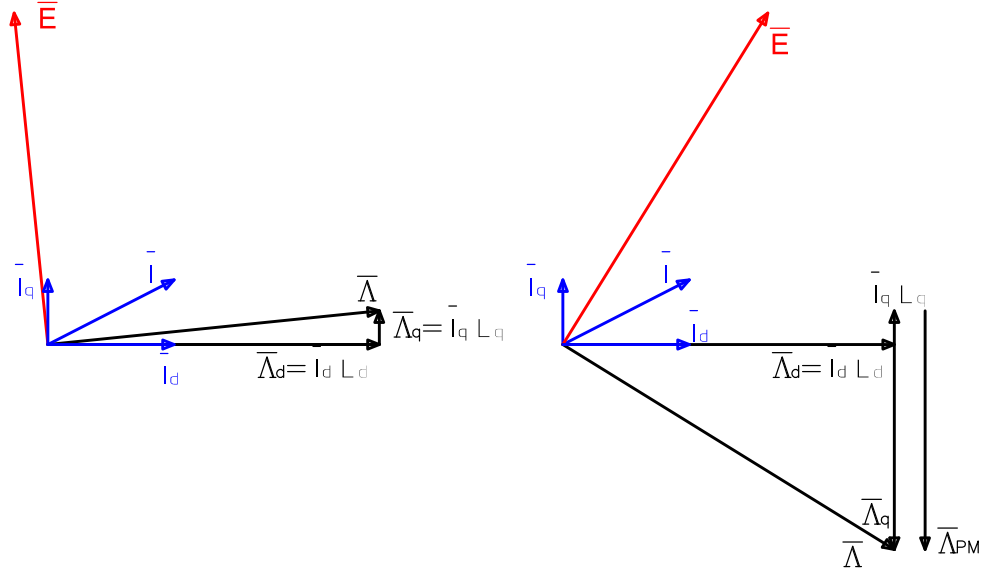


Figura 1.4: Confronto tra diagrammi fasoriali: a sinistra quello di una macchina a riluttanza e a destra quello di una macchina a riluttanza assistita.

1.3 Avvolgimenti a cave frazionarie

La possibilità di interfacciarsi al carico senza l'utilizzo di riduttori meccanici, *direct drive*, risulta molto vantaggiosa sia in termini di efficienza sia di affidabilità, indifferentemente si tratti di motori di piccole o grandi potenze.

In particolare la tecnologia *direct drive* in macchine lente comporta l'utilizzo di un numero di coppie polari elevate. Perciò per vincoli dimensionali³, oppure solamente per migliorare le prestazioni, non si utilizza un numero intero di q ⁴.

In tal caso, quando $q < 1$, gli avvolgimenti si dicono a cave frazionarie. Di seguito si riassumono i vantaggi introdotti dal loro impiego [2]:

- si riduce Q_s e quindi la possibilità di aumentare $2p$;
- la bassa periodicità tra Q_s e $2p$ riduce l'oscillazione di coppia;
- si accorciano le testate;
- si riduce la mutua induttanza tra le fasi;

³Il numero di Q_s deve essere limitato per motivi legati sia allo spazio disponibile nello statore sia per i limiti di induzione nei denti .

⁴Numero di cave per polo e per fase: $q = \frac{Q_s}{m \cdot 2p}$.

- si riducono i costi di manifattura.

Visti i vantaggi introdotti da questo tipo di avvolgimento, i motori a riluttanza che verranno analizzati nei capitoli seguenti saranno a cave frazionarie.

1.4 Modello analitico

Il modello analitico del motore sincrono a riluttanza assistito con avvolgimenti a cave frazionarie utilizzato si basa sulle equazioni proposte da Bianchi e Barcaro [3].

Di seguito si riassumono i passaggi fondamentali sviluppati per una geometria a singola barriera di flusso.

1.4.1 Potenziale magnetico di statore

Si considera una distribuzione omogenea delle correnti di statore: le cave sono sostituite da lamine di materiale conduttivo di spessore infinitesimo, posizionate sulla superficie interna dello statore.

Fatte queste posizioni si definisce il carico elettrico K_s come:

$$K_s(\vartheta_s) = \sum_{\nu} \hat{K}_{\nu} \sin(\nu\vartheta_s - p\vartheta_m - \alpha_i^e) \quad (1.3)$$

dove:

- ν ordine armonico;
- \hat{K}_{ν} valore di picco del carico elettrico per l'armonica ν ;
- ϑ_s coordinate in gradi meccanici nel sistema di riferimento statorico;
- ϑ_m posizione del rotore espressa in gradi meccanici;
- α_i^e angolo di fase della corrente espressa in gradi elettrici.

Risulta conveniente esprimere le equazioni nel sistema di riferimento rotorico, quindi la (1.3) risulta⁵:

$$K_s(\vartheta_r) = \sum_{\nu} \hat{K}_{\nu} \sin[\nu\vartheta_r + (\nu - p)\vartheta_m - \alpha_i^e] \quad (1.4)$$

Si integra il carico elettrico K_s definito dalla (1.4) e si ottiene il potenziale magnetico di statore definito come:

$$\begin{aligned} U_s(\vartheta_r) &= \int K_s(\vartheta_r) \frac{D}{2} d\vartheta_r \\ &= \sum_{\nu} -\frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu} \frac{D}{2} \cos[\nu\vartheta_r + (\nu - p)\vartheta_m - \alpha_i^e] \end{aligned} \quad (1.5)$$

⁵Si ricorda che $\vartheta_s = \vartheta_r + \vartheta_m$.

dove:

D diametro al traferro;

ϑ_r coordinate in gradi meccanici nel sistema di riferimento rotorico.

1.4.2 Potenziale magnetico di rotore

Per definire l'induzione magnetica al traferro B_g si ipotizza di trascurare la caduta del potenziale magnetico nelle parti di ferro dello statore, in questo modo si ottiene:

$$B_g(\vartheta_r) = \mu_0 \frac{-U_s(\vartheta_r) + U_r(\vartheta_r)}{g} \quad (1.6)$$

dove:

g spessore del traferro;

μ_0 permeabilità magnetica del vuoto;

U_r potenziale magnetico di rotore.

Si definisce la riluttanza magnetica della barriera di flusso come:

$$R_b = \frac{t_b}{\mu_0 L_{stk} l_b} \quad (1.7)$$

dove:

L_{stk} lunghezza del pacco di lamierini;

l_b lunghezza barriera di flusso;

t_b altezza PM.

Si considera il potenziale magnetico di rotore U_r come una funzione:

- costante e diversa da zero all'interno delle zone contornate dalle barriere di flusso;
- nulla nelle restanti parti.

Per il calcolo di U_r si definisce la funzione n_p ⁶:

$$n_p = 2(1 \div 2p) - 1$$

⁶Questa funzione è necessaria quando si è in presenza di avvolgimenti a cave frazionarie. A causa delle subarmoniche è indispensabile calcolare il potenziale magnetico di ciascun polo in maniera indipendente.

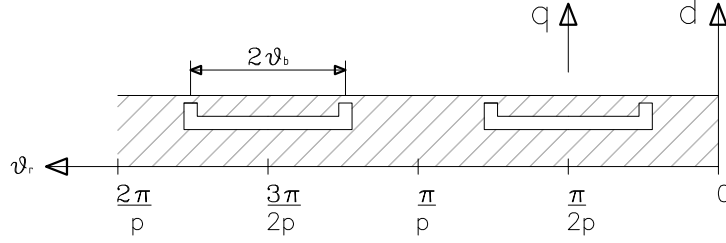


Figura 1.5: Rappresentazione schematica del rotore linearizzato.

Facendo riferimento alla figura 1.5 e in accordo con lo schema equivalente di figura 1.7 si procede nel definire il potenziale magnetico di rotore come:

$$\begin{aligned}
 U_r(n_p) &= [\phi_b + \phi_{rem}]R_b \\
 &= \left[\int_{\frac{n_p\pi}{2p} - \vartheta_b}^{\frac{n_p\pi}{2p} + \vartheta_b} \left(-B_g(\vartheta_r) L_{stk} \frac{D}{2} d\vartheta_r \right) + \mu_0 \mu_r H_c h_m L_{stk} \right] \frac{t_b}{\mu_0 L_{stk} l_b} \quad (1.8)
 \end{aligned}$$

dove:

- ϕ_b flusso che attraversa la barriera;
- ϕ_{rem} flusso indotto dal PM;
- μ_r permeabilità magnetica relativa del PM;
- H_c campo coercitivo del PM;
- h_m lunghezza PM.

Per maggiore chiarezza in figura 1.6 e 1.7 si puntualizzano i riferimenti delle grandezze appena elencate.

Al fine di semplificare la (1.8) si definiscono i seguenti parametri:

$$a = \frac{\frac{D}{2g} \frac{t_b}{l_b}}{1 + \frac{D}{2g} \frac{t_b}{l_b} 2\vartheta_b} \quad (1.9)$$

$$b = \frac{1}{1 + \frac{D}{2g} \frac{t_b}{l_b} 2\vartheta_b} \quad (1.10)$$

dove:

- ϑ_b angolo meccanico di barriera;

$$\lambda_\nu(n_p) = \frac{n_p \nu \pi}{2p} + (\nu - p)\vartheta_m - \alpha_i^e \quad (1.11)$$

Si definisce la costante relativa al magnete permanente:

$$k_{pm} = (-1)^{\frac{n_p+1}{2}} b \phi_{rem} R_b \quad (1.12)$$

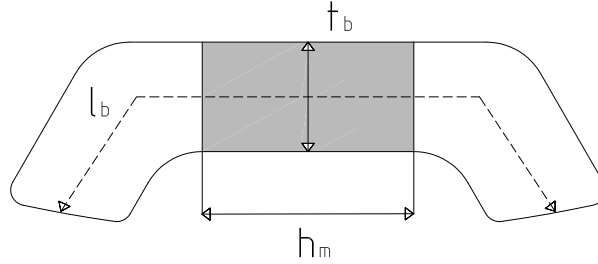


Figura 1.6: Grandezze caratteristiche della barriera di flusso. In grigio si evidenzia lo spazio dove viene posizionato il PM.

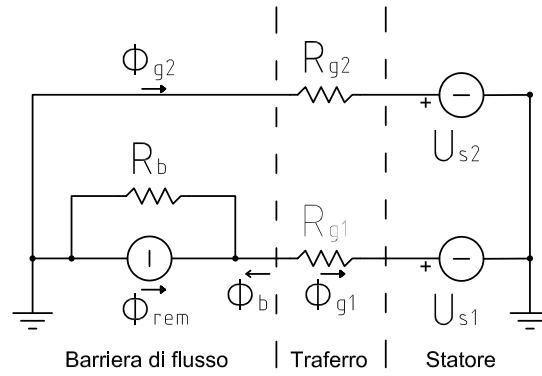


Figura 1.7: Schema elettrico equivalente del circuito magnetico del motore.

Si rielabora la (1.8) e mediante l'ausilio delle (1.9), (1.10), (1.12) e (1.11) si ottiene la formulazione compatta del potenziale magnetico di rotore espressa da:

$$U_r = -aD \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_{\nu}}{\nu^2} \cos \lambda_{\nu} \sin(\nu \vartheta_b) + k_{pm} \quad (1.13)$$

1.4.3 Coppia

Definito il potenziale magnetico di statore e di rotore si procede con il calcolo della coppia ottenuta mediante l'integrazione della forza di Lorentz lungo il traferro:

$$\begin{aligned}\tau_m &= -\frac{D}{2} \int_0^{2\pi} B_g(\vartheta_r) K_s(\vartheta_r) \frac{DL_{stk}}{2} d\vartheta_r \\ &= \frac{\mu_0 D^2 L_{stk}}{g} \frac{1}{4} \left[\underbrace{\int_0^{2\pi} U_s(\vartheta_r) K_s(\vartheta_r) d\vartheta_r}_W + \int_0^{2\pi} -U_r(\vartheta_r) K_s(\vartheta_r) d\vartheta_r \right] \quad (1.14)\end{aligned}$$

Il primo integrale della (1.14), evidenziato con la lettera W risulta nullo in quanto $U_s(\vartheta_s)$ e $K_s(\vartheta_r)$ sono funzioni ortogonali tra loro e quindi la coppia risulta:

$$\tau_m = \mu_0 \frac{D^2 L_{stk}}{4g} \left[\int_0^{2\pi} -U_r(\vartheta_r) K_s(\vartheta_r) d\vartheta_r \right] \quad (1.15)$$

Si definisce la costante di coppia k_τ come:

$$k_\tau = \mu_0 \frac{D^2 L_{stk}}{g} \quad (1.16)$$

Al fine di semplificare la (1.15) si utilizzano la (1.13) e la (1.5) che attraverso alcune manipolazioni permettono di ottenere la formulazione compatta della coppia data da:

$$\begin{aligned}\tau_m &= a \frac{k_\tau}{2} \sum_\nu \frac{\hat{K}_\nu}{\nu^2} D \cos \lambda_\nu \sin(\nu\vartheta_b) \sum_\xi \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi\vartheta_b) \\ &\quad - \frac{k_\tau}{2} k_{pm} \sum_\xi \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi\vartheta_b)\end{aligned} \quad (1.17)$$

dove:

ξ e ν rappresentano l'indice dell'ordine armonico considerato.

Grazie alla sua formulazione la (1.17) si presta bene all'implementazione all'interno di un algoritmo di calcolo.

Per sviluppare questa tesi di laurea quindi si prende come punto di partenza l'equazione (1.17).

Bibliografia

- [1] N. Bianchi. *Calcolo delle macchine elettriche col metodo degli elementi finiti*. Cleup, 2001.
- [2] N. Bianchi L. Alberti. Theory and design of fractional slot multilayer windings. 2011.
- [3] N. Bianchi M. Barcaro. Codice relripple per avvolgimenti frazionari. 2011.
- [4] N. Bianchi S. Bolognani. *Metodologie di progettazione delle macchine elettriche*. Cleup, 2001.

Analisi agli elementi finiti

In questo capitolo si espongono le considerazioni che vengono adottate per la stesura del modello impiegato nell'analisi agli elementi finiti. Si definiscono inoltre le principali caratteristiche geometriche e fisiche delle macchine prese in considerazione durante l'elaborato.

2.1 Introduzione

Il metodo degli elementi finiti, detto FEM *finite element method*, è una tecnica numerica rivolta alla ricerca di soluzioni approssimate di problemi descritti da equazioni differenziali alle derivate parziali.

Tale metodo si applica a corpi fisici suscettibili di essere divisi in un numero finito di elementi di forma definita e dimensioni contenute.

La discretizzazione avviene attraverso la creazione di una griglia, *mesh*, composta da primitive, *elementi finiti*, di forma codificata. Forme classiche per domini bidimensionali sono triangoli e quadrilateri.

Una volta avvenuta la suddivisione ogni singolo elemento viene considerato un campo di integrazione numerica di caratteristiche omogenee e su ciascun elemento la soluzione del problema è assunta come espressione della combinazione lineare di funzioni di base o di funzioni di forma.

2.2 Preparazione del modello

Di seguito vengono esposte le principali considerazioni che portano alla definizione del modello utilizzato per le analisi FEM.

2.2.1 Software utilizzato

Le simulazioni agli elementi finiti presenti in questo elaborato sono ottenute mediante il software con licenza freeware FEMM 4.2, *Finite Element Method Magnetics*.

FEMM è una suite di programmi impiegati per la risoluzione di problemi elettromagnetici a bassa frequenza in domini a due dimensioni.

Al fine di automatizzare il processo di simulazione, il software permette di utilizzare degli script. Il linguaggio usato per la scrittura degli script è il LUA, distribuito con licenza open-source.

2.2.2 Ipotesi sul modello analizzato

Dalle simulazioni che seguono si vuole ottenere come risultato l'andamento dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_m . Tali dati servono come confronto per verificare se quanto calcolato con il modello analitico risulta corretto.

A questo scopo creare un modello per l'analisi FEM il più preciso possibile diventa un inutile onere computazionale¹. Si preferisce quindi introdurre delle semplificazioni, simili a quelle utilizzate per definire il modello analitico.

Si pongono quindi le seguenti ipotesi:

- lo statore viene rappresentato mediante un modello a punti corrente²; un esempio viene mostrato in figura 2.1;
- i ponticelli magnetici, necessari a sostenere meccanicamente il rotore, si considerano saturi e vengono sostituiti con un traferro³, vedi figura 2.2;
- le correnti imposte sono tali da non generare fenomeni rilevanti di saturazione nel circuito magnetico.

¹Si ricorda che il modello analitico proposto da Barcaro e Bianchi[1] è definito considerando una distribuzione omogenea della corrente di statore e trascurando la saturazione del circuito magnetico.

²Per velocizzare la soluzione non si considera la geometria di statore ma solamente la corrente in cava concentrata in un unico punto.

³Tale accorgimento serve per evitare di dover infittire la mesh nella zona del ponticello per descrivere in maniera corretta il comportamento del ferro in saturazione.

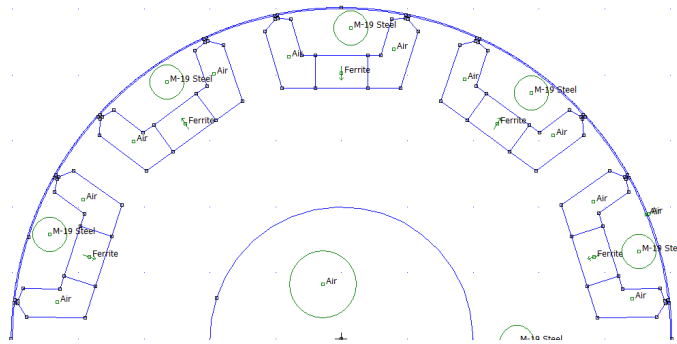


Figura 2.1: Esempio di sezione longitudinale del motore studiato mediante il software FEMM. Si nota l'assenza dello statore.

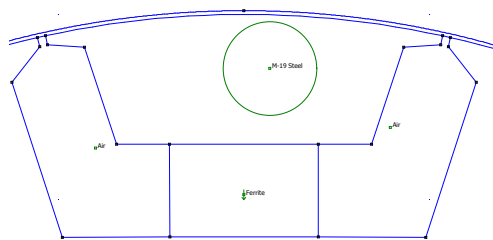


Figura 2.2: Particolare del modello agli elementi finiti della barriera di flusso. Si nota l'assenza dei ponticelli sostituiti da un traferro.

2.2.3 Materiali

Per definire il modello fisico della macchina hanno un ruolo fondamentale il lamierino con cui si realizza il circuito magnetico e il PM inserito nella barriera di flusso.

Si va quindi ad approfondire tali componenti.

Lamierino

Il lamierino che si utilizza è della serie M-19 i cui dati principali sono riassunti in figura 2.3⁴.

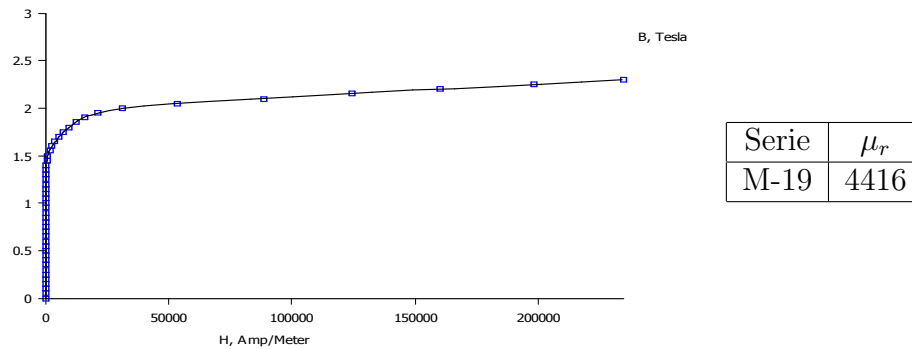


Figura 2.3: Caratteristiche del lamierino della serie M-19.

Magnete permanente

Per le considerazioni fatte in precedenza⁵ si utilizzano PM in ferrite le cui caratteristiche sono riportate in tabella 2.1⁶

Mat.	μ_r	$H_c [Am]$
Ferrite	1.1	-318310

Tabella 2.1: Caratteristiche PM.

⁴Grafico ottenuto dalle librerie del software FEMM.

⁵Il PM ha lo scopo di contrastare il flusso lungo l'asse in quadratura. Si possono quindi utilizzare PM con fattore di merito Q basso.

⁶Valori ottenuti dalle librerie del software FEMM.

2.2.4 Geometrie e grandezze elettriche

In sintonia con il modello analitico, i motori studiati sono a riluttanza assistita con singola barriera di flusso.

Per ottenere risultati confrontabili nei diversi casi⁷, in tabella 2.2 si definiscono le principali caratteristiche geometriche, che rimarranno invariate in tutte le configurazioni approfondite. Come viene mostrato in figura 2.4, se si impone L_{stk} , t_b e h_m si mantiene costante anche il volume del PM, il che risulta importante per un confronto corretto.

D_i [mm]	L_{stk} [mm]	g [mm]	t_b [mm]	h_m [mm]
100	80	0.4	5	8

Tabella 2.2: Geometrie fisse dei motori analizzati

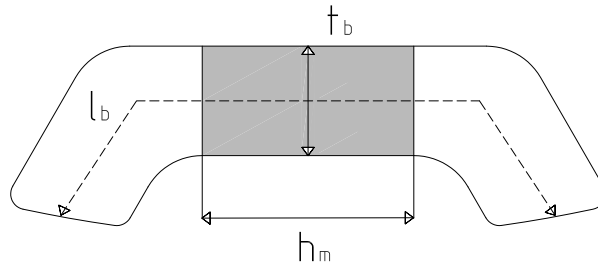


Figura 2.4: Grandezze caratteristiche della barriera di flusso. In grigio si evidenzia lo spazio riservato al PM.

Per quanto riguarda le grandezze elettriche, nei diversi casi si utilizzano i parametri riportati in tabella 2.3. Tali valori sono stati scelti in modo da evitare la saturazione del circuito magnetico di rotore.

S_{slot} [mm ²]	k_{fill}	J [A/mm ²]
100	0.4	6

Tabella 2.3: Grandezze elettriche fisse dei motori analizzati.

2.2.5 Considerazioni

I materiali e le caratteristiche geometriche impiegate per definire il modello FEM vengono utilizzate, dove è possibile, anche per il calcolo analitico.

⁷Si ricorda che i gradi di libertà dell'analisi sono $2p$, Q_s , ϑ_b .

Bibliografia

- [1] N. Bianchi M. Barcaro. Codice relripple per avvolgimenti frazionari. 2011.
- [2] Wikipedia. Metodo degli elementi finiti, 2012.
- [3] *The Programming Language Lua: reference manual for Lua version 4.0.*
- [4] *Finite Element Method Magnetics Version 4.2 User s Manual October 16, 2010.*

Verifica del modello analitico

In questo capitolo si eseguono dei test sul modello analitico, al fine di verificare se i risultati ottenuti descrivono in maniera esauriente il fenomeno dell'oscillazione di coppia.

A questo scopo si confrontano i risultati analitici con le soluzioni calcolate mediante il software agli elementi finiti (FEMM).

3.1 Introduzione

I vantaggi in termini di onere computazionale ottenuti dall'utilizzo di un modello analitico rispetto ad uno FEM risultano chiari. Tuttavia si deve tenere presente che per arrivare alla stesura dell'equazione (3.1) sono state introdotte numerose ipotesi semplificative.

Risulta quindi indispensabile verificare se i risultati che si ottengono mediante la (3.1) descrivono con sufficiente accuratezza e precisione il fenomeno dell'oscillazione di coppia.

3.2 Modello analitico

Prima di mostrare i risultati dei confronti si fanno alcune considerazioni: l'equazione (3.1) mostra il modello analitico di partenza[1]

$$\begin{aligned} \tau_m = & a \frac{k_\tau}{2} \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_\nu}{\nu^2} D \cos \lambda_\nu \sin(\nu \vartheta_b) \sum_{\xi} \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi \vartheta_b) \\ & - \frac{k_\tau}{2} k_{pm} \sum_{\xi} \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi \vartheta_b) \end{aligned} \quad (3.1)$$

Dalla sua formulazione si vede che per convergere a risultati significativi risulta fondamentale il numero di armoniche che si considerano nel definire il carico elettrico di statore K_s ¹.

Al fine di ottenere un buon compromesso tra accuratezza e onere computazionale² per ogni configurazione si testano K_s definiti fino a ordini armonici ν diversi.

3.3 Confronto tra risultati analitici e FEM

Per essere coerenti con i diversi tipi di motore che verranno analizzati nell'elaborato, il confronto verrà eseguito per varie configurazioni sia di $2p$ e Q_s sia di ϑ_b . In generale vale che:

$$\vartheta_b < \frac{\pi}{2p} \quad (3.2)$$

Per definire il carico elettrico K_s in base alla configurazione poli/cave si utilizza il programma Koil 1.1³.

Per le caratteristiche geometriche, fisiche ed elettriche dei motori che di seguito non vengono specificate si fa riferimento alla figura 2.3 e alle tabelle 2.1, 2.2 e 2.3.

3.3.1 Configurazione 12-10

In base alla (3.2) in questo caso $\vartheta_b < 18^\circ$, si procede quindi nel comparare i risultati analitici con quelli ottenuti mediante simulazioni FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 11.5^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

In figura 3.1 si confrontano i risultati ottenuti con K_s definito fino alla 100^a armonica. Dal grafico si nota che in questo caso la soluzione analitica non risulta adeguata.

Per valutare se questi errori sono da imputare al modello oppure al limitato contenuto armonico di K_s si esegue un'ulteriore prova incrementandolo fino alla 300^a armonica.

In questo caso il confronto dei risultati, mostrato in figura 3.2, mette in

¹Si ricorda che: $K_s(\vartheta_r) = \sum_{\nu} K_{\nu} \sin(\nu\vartheta_r + (\nu - p)\vartheta_m - \alpha_i^e)$

²Analizzando la (3.1) si vede che l'onere computazionale cresce con il quadrato del numero di armoniche considerate.

³Programma sviluppato da Luigi Alberti.

evidenza che la causa dell'errore precedente è da imputare alla scarsa precisione nel definire K_s . Incrementando il contenuto armonico, infatti, i due andamenti risultano paragonabili.

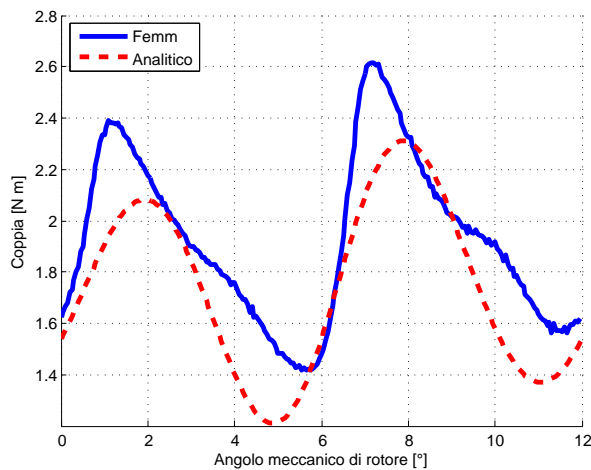


Figura 3.1: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 11.5^\circ$, K_s definito fino alla 100^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

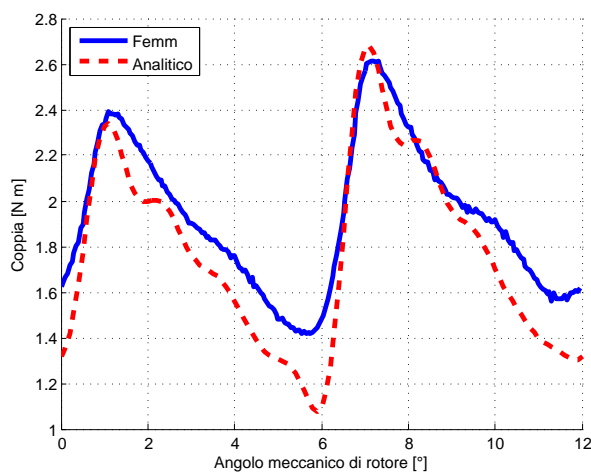


Figura 3.2: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 11.5^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 14^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

Anche in questo caso dal confronto dei risultati mostrati nelle figure 3.3 e 3.4 si vede che la soluzione con K_s a contenuto armonico basso è da scartare mentre l'utilizzo di K_s definito fino alla 300^a armonica porta a risultati utili allo studio dell'oscillazione di coppia.

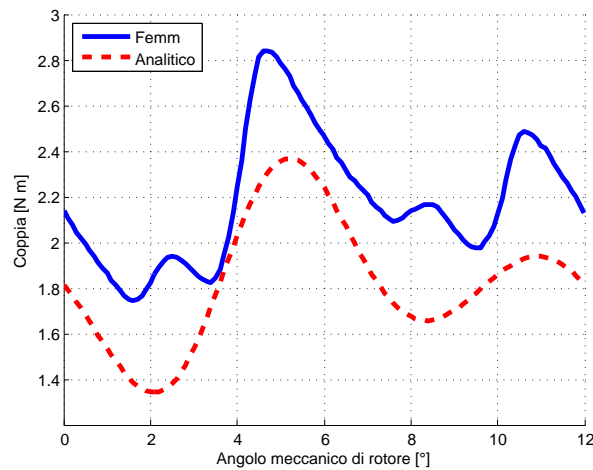


Figura 3.3: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 14^\circ$, K_s definito fino alla 100^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

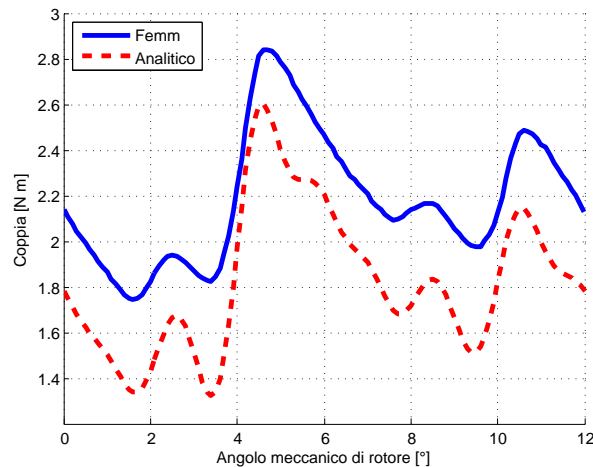


Figura 3.4: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 14^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 3: $\vartheta_b = 12.6^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile

In questo caso si valuta la validità del modello analitico al variare dell'angolo di corrente α_i^e .

Pur discostandosi dal valore medio, nei risultati mostrati in figura 3.5 si vede che il modello analitico anche in questo caso descrive correttamente il fenomeno dell'oscillazione di coppia.

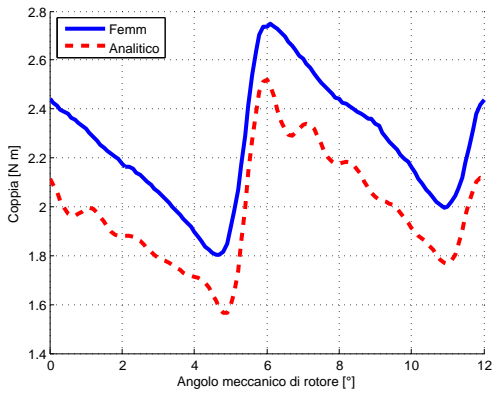
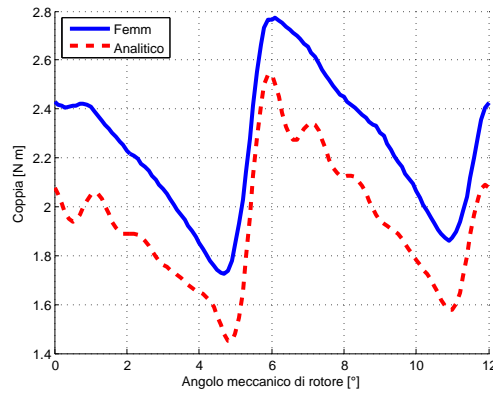
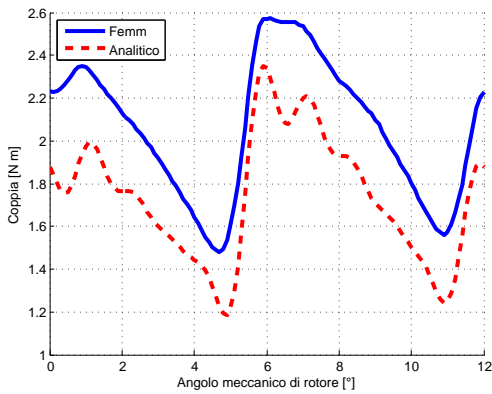
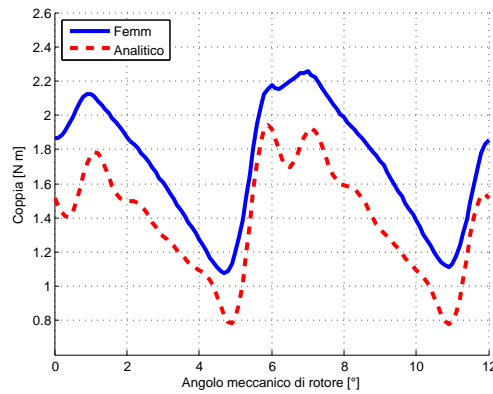
a) $\alpha_i^e = 30^\circ$ b) $\alpha_i^e = 40^\circ$ c) $\alpha_i^e = 50^\circ$ d) $\alpha_i^e = 60^\circ$

Figura 3.5: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-10, $\vartheta_b = 12.6^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile.

3.3.2 Configurazione 12-8

Visti i risultati precedenti si è scartata la possibilità di utilizzare K_s definito fino alla 100^a armonica.

In base alla (3.2) in questo caso $\vartheta_b < 22.5^\circ$, si procede quindi con l'esposizione dei confronti.

Caso 1: $\vartheta_b = 15^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

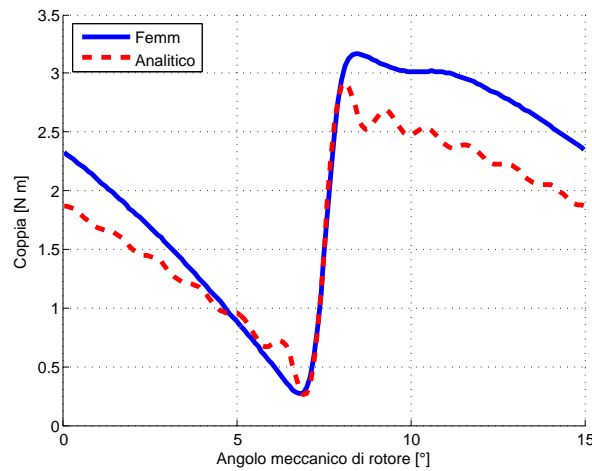


Figura 3.6: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 15^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 19^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

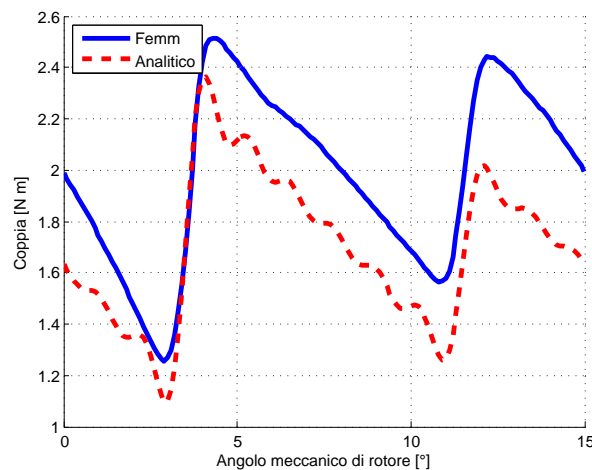


Figura 3.7: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 19^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 3: $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile

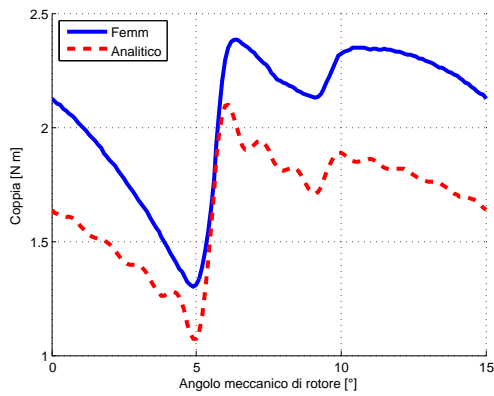
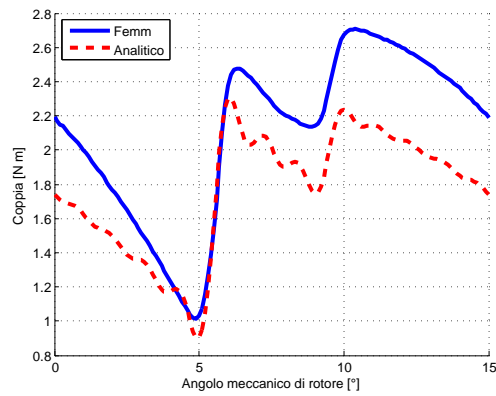
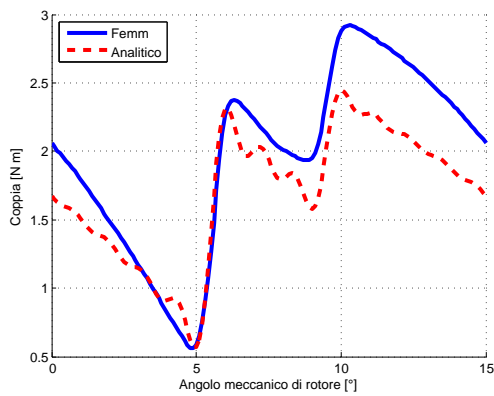
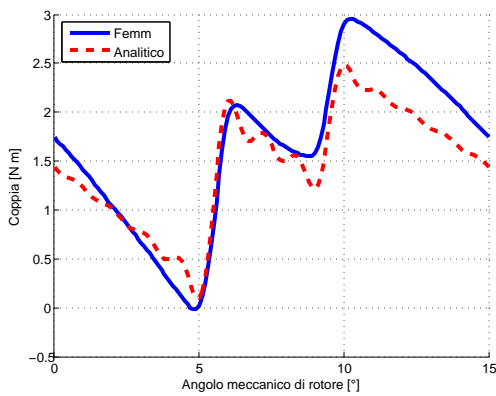
a) $\alpha_i^e = 30^\circ$ b) $\alpha_i^e = 40^\circ$ c) $\alpha_i^e = 50^\circ$ d) $\alpha_i^e = 60^\circ$

Figura 3.8: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile.

3.3.3 Configurazione 9-8

In base alla (3.2) si pone il vincolo che $\vartheta_b < 22.5^\circ$. Si procede quindi con l'esposizione di alcuni risultati ottenuti.

Caso 1: $\vartheta_b = 13.8^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

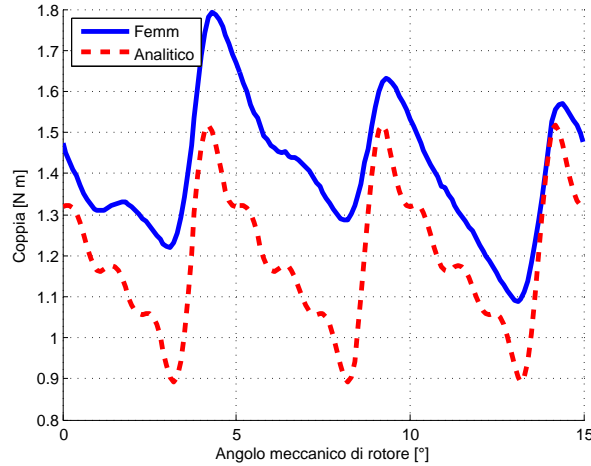


Figura 3.9: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 13.8^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 19^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$

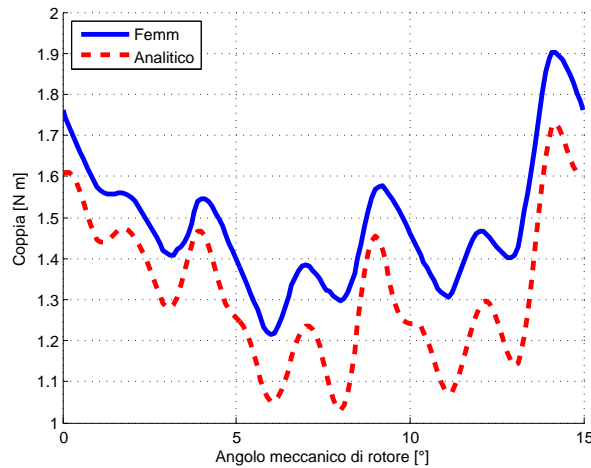
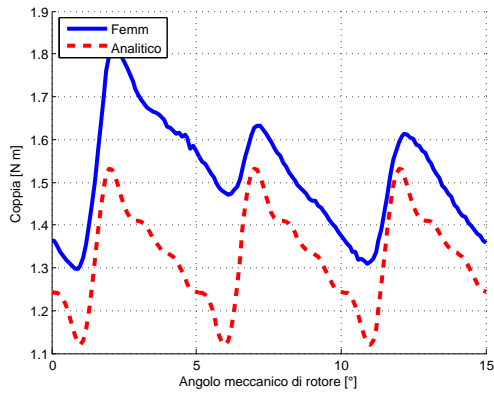
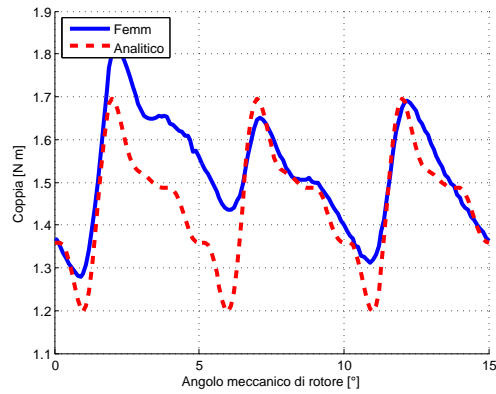


Figura 3.10: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 19^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

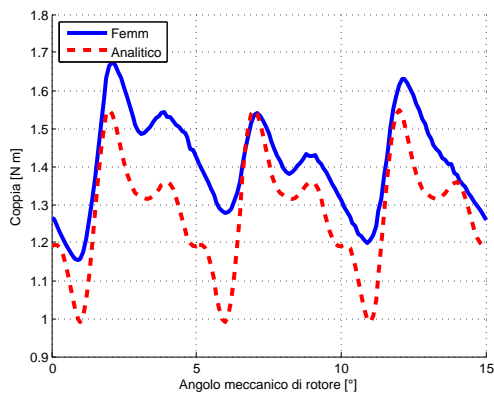
Caso 3: $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile



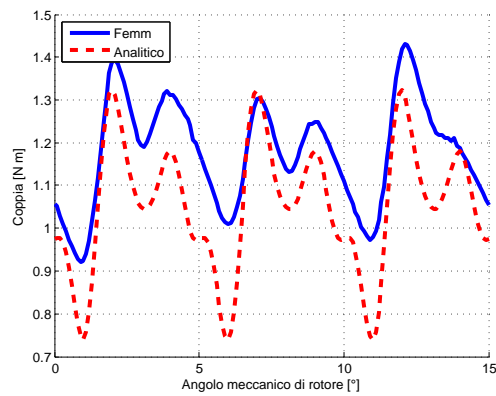
a) $\alpha_i^e = 30^\circ$



b) $\alpha_i^e = 40^\circ$



c) $\alpha_i^e = 50^\circ$



d) $\alpha_i^e = 60^\circ$

Figura 3.11: Confronto risultati analitici e FEM: configurazione 12-8, $\vartheta_b = 17^\circ$, K_s definito fino alla 300^a armonica e α_i^e variabile.

3.4 Considerazioni sui test

I risultati esposti mettono in evidenza che il modello analitico⁴ rispetto al modello FEM risulta:

- poco preciso nel calcolare la coppia media;
- rappresentativo rispetto al fenomeno dell'oscillazione di coppia.

Di seguito si analizzano con maggiore dettaglio i punti elencati.

Coppia media

Confrontando i grafici si vede che il modello analitico presenta un errore sistematico in difetto nel determinare il valore medio di τ .

Parte di tale imprecisione si può imputare all'utilizzo del termine t_b/l_b impiegato nel calcolare k_τ e k_{pm} presenti nell'equazione (3.1) [1] [2]. Tuttavia essendo un modello semplificato, esistono diverse cause di errore⁵, tra cui sicuramente il dominio discreto di K_s .

Tuttavia visti gli obiettivi dell'analisi questa imprecisione risulta irrilevante.

Oscillazione di coppia

Il modello semplificato fornisce risultati rappresentativi rispetto al fenomeno dell'oscillazione di coppia. In alcuni casi sono presenti delle imprecisioni sul modulo delle armoniche che compongono il ripple. Tuttavia i risultati ottenuti sono soddisfacenti.

Conclusioni

Analizzati gli aspetti che derivano dall'utilizzo del modello analitico si decide di accettare le imprecisioni introdotte. Questa scelta comporta la possibilità di studiare in modo analitico il legame che esiste tra i parametri definiti nei criteri per ridurre l'oscillazione di coppia e l'oscillazione stessa.

⁴Con K_s definito fino alla 300^a armonica.

⁵Vedi capitolo 1.

Bibliografia

- [1] N. Bianchi M. Barcaro. Codice relripple per avvolgimenti frazionari. 2011.
- [2] Massimo Barcaro. Design and analysis of interior permanent magnet synchronous machines for electric vehicles. Master's thesis, Università degli studi di Padova, 2011.
- [3] N. Bianchi L. Alberti. Theory and design of fractional slot multilayer windings. 2011.
- [4] Marco Raniero. Motore sincro a riluttanza: Riduzione del ripple di coppia e delle perdite nel ferro nei motori rel e pmarel. Master's thesis, Università degli studi di Padova, 2010.

Capitolo 4

Soluzioni per ridurre l'oscillazione di coppia

In questo capitolo si studiano alcune delle soluzioni possibili per ridurre il ripple di coppia. L'obiettivo è quello di individuare delle regole e teorizzare dei modelli analitici da utilizzare in fase di progettazione.

4.1 Scelta configurazione poli cave

Il primo criterio che si studia riguarda la scelta del numero di cave Q_s e poli $2p$: si suppone che $2p$ sia imposto come specifica di progetto mentre Q_s non sia vincolato.

$2p$	$q = 1$	$q = 0.5$	$Q_s = 2p \pm 1$	$Q_s = 2p \pm 2$
2	6	3	3	-
4	12	6	3	6
6	18	9	-	-
8	24	12	9	6
10	30	15	9	12
12	36	18	-	-
14	42	21	15	12
16	48	24	15	18
18	54	27	-	-
20	60	30	21	18

Tabella 4.1: Alcune tra le configurazioni possibili di Q_s e $2p$ per una macchina trifase.

In tabella 4.1 si riassumono alcune tra le possibili configurazioni di Q_s e $2p$: si nota che in più occasioni, per lo stesso valore di $2p$, si hanno più alternative di scelta di Q_s .

L'obiettivo quindi è di capire la relazione che esiste tra Q_s e l'oscillazione di coppia.

4.1.1 Interazione tra l'oscillazione di coppia e Q_s

Durante la rotazione le linee di flusso non seguono il rotore ma saltano da un dente di statore all'altro, vedi figura 4.1, a causa dell'anisotropia del circuito magnetico di statore.

Tale slittamento dà origine a una vibrazione di frequenza fondamentale, pari al *m.c.m.* tra Q_s e $2p$ [1] alla quale si aggiungono sia subarmoniche sia armoniche di ordine superiore.

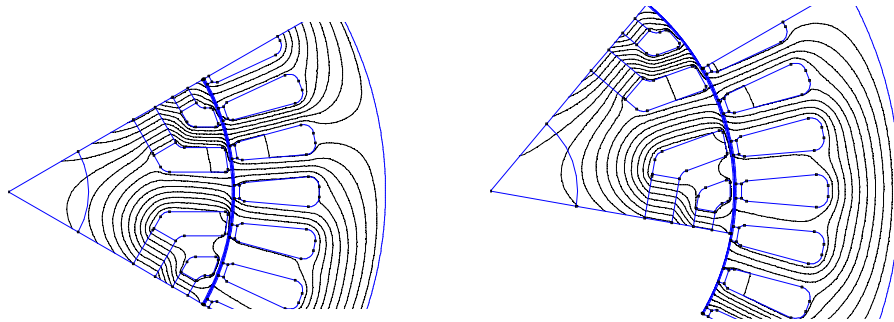


Figura 4.1: Sezione di un motore a riluttanza fotografato in due istanti successivi. Si nota lo spostamento delle linee di flusso da un dente all'altro.

In generale si può affermare che l'oscillazione di coppia, intesa sia alla frequenza fondamentale sia alle altre frequenze, risulta minore quando [1]:

- il *m.c.m.* $(2p, Q_s)$ è il più grande possibile;
- il *M.C.D.* $(2p, Q_s)^1$ è il più piccolo possibile.

Per fare un esempio si prende in considerazione il caso con $2p = 10$ che permette diverse soluzioni: in tabella 4.2 si riassumono alcune possibilità. In base alle considerazioni esposte, la configurazione ottimale è quella con $Q_s = 9$ che comporta l'uso di avvolgimenti a cave frazionarie.

¹*M.C.D.* rappresenta l'acronimo di massimo comune divisore.

$2p$	Q_s	q	mcm	MCD
10	30	1	30	10
10	15	0.5	30	5
10	12	0.4	60	2
10	9	0.3	90	1

Tabella 4.2: Diverse configurazioni poli cave per un motore con $2p = 10$.

4.1.2 Avvolgimenti a cave frazionarie

E' possibile ridurre l'oscillazione di coppia grazie alla bassa periodicit  tra Q_s e $2p$ che si riesce ad ottenere in macchine con avvolgimenti a cave frazionarie.

Si deve tenere presente per  che in certi tipi di configurazioni con $q < 1$ possono nascere sbilanciamenti delle forze magnetiche. Tale fenomeno si sviluppa a causa della disposizione diametralmente asimmetrica delle cave di rotore e di conseguenza delle bobine.

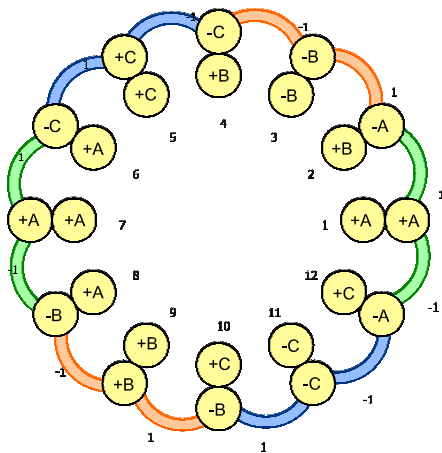


Figura 4.2: Configurazione 12-10

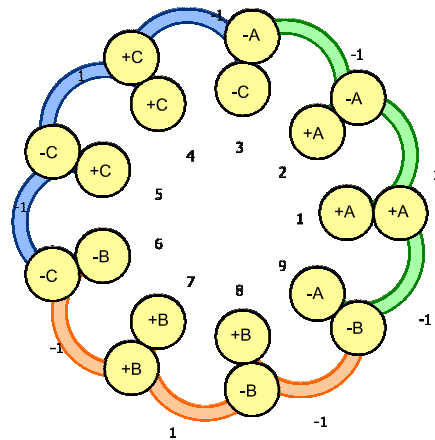


Figura 4.3: Configurazione 9-10

Come si pu  notare confrontando la figura 4.2 con la 4.3² la configurazione 9-10 non   diametralmente simmetrica mentre la 12-10 lo  .

In questo esempio, in particolare, risulta importante capire l'entit  dei disturbi causati dallo sbilanciamento delle forze magnetiche, in quanto secondo i criteri definiti da Z. Q. Zhu   preferibile una disposizione diametralmente

²Immagine ottenute mediante il programma koil 1.1 sviluppato da Luigi Alberti.

asimmetrica. Sarà quindi un obiettivo delle analisi agli elementi finiti capire se questo disturbo risulta rilevante oppure no.

Un'ultima considerazione riguarda i paralleli di macchina: nella fase di progettazione si deve fare attenzione alle dissimmetrie magnetiche tra i poli di rotore e di statore. Infatti a causa delle correnti di circolazione non sempre si possono utilizzare più paralleli di macchina.

4.2 Scelta angolo di barriera ϑ_b

Le dimensioni della barriera di flusso influiscono su diversi aspetti del funzionamento della macchina. Di particolare rilevanza sono il legame che esiste tra ϑ_b e:

- la coppia media;
- il contenuto armonico dell'oscillazione di coppia.

Si procede quindi analizzando questi due aspetti.

4.2.1 Legame tra coppia media e ϑ_b

Nell'equazione (4.1) si riporta la formulazione generale di τ_m [2] nel caso di geometria a singola barriera di flusso.

$$\begin{aligned} \tau_m = & a k_\tau \sum_{\nu} \frac{\hat{K}_\nu}{\nu^2} D \cos \lambda_\nu \sin(\nu \vartheta_b) \sum_{\xi} \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi \vartheta_b) \\ & - (-1)^{\frac{n_p+1}{2}} |k_{pm}| k_\tau \sum_{\xi} \frac{\hat{K}_\xi}{\xi} \sin \lambda_\xi \sin(\xi \vartheta_b) \end{aligned} \quad (4.1)$$

Nella (4.2) si esplicita l'argomento $\lambda_\nu(n_p)$:

$$\lambda_\nu(n_p) = \frac{n_p \nu \pi}{2p} + (\nu - p) \vartheta_m - \alpha_i^e \quad (4.2)$$

Dalla (4.2) risulta chiaro che il principale responsabile della generazione della coppia media è la p^a armonica, detta anche *main*. Si procede quindi sviluppando le sommatorie della (4.1) per $\nu = \xi = p$ e $n_p = 1$ e rielaborandola³ si ottiene:

$$\tau_m^p = a k_\tau \frac{D \hat{K}_p^2}{2 p^3} \sin(2\alpha_i^e) \sin^2(p\vartheta_b) + |k_{pm}| k_\tau \frac{\hat{K}_p}{p} \cos \alpha_i^e \sin(p\vartheta_b) \quad (4.3)$$

Si raccolgono i termini che non dipendono da ϑ_b nelle costanti C_{REL} e C_{PM} ⁴ e dalla (4.3) si ottiene:

$$\tau_m^p = a C_{REL} \sin^2(p\vartheta_b) + C_{PM} \sin(p\vartheta_b) \quad (4.4)$$

³Si ricorda che: $\cos(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e) = \sin \alpha_i^e$; $\sin(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e) = \cos \alpha_i^e$;
 $\sin \alpha_i^e \cos \alpha_i^e = \frac{1}{2} \sin(2\alpha_i^e)$.

⁴Si trascura in prima approssimazione la dipendenza tra k_{pm} e ϑ_b .

Dove a vale:

$$a = \frac{1}{\frac{D}{2g} \frac{l_b}{l_b} + 2\vartheta_b} \quad (4.5)$$

In figura 4.4 si grafica il risultato ottenuto applicando la (4.4) a un determinato motore⁵.

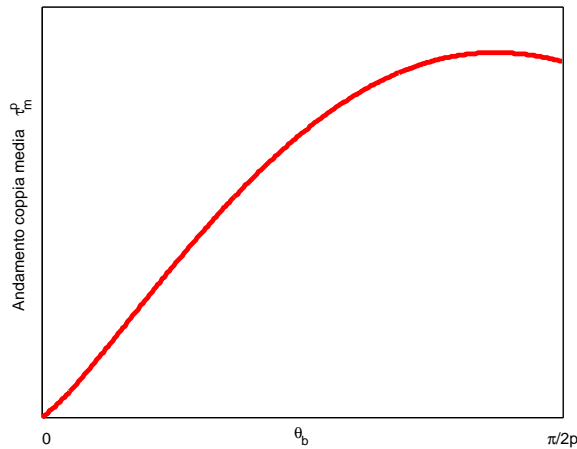


Figura 4.4: Andamento della coppia media al variare di ϑ_b^m .

Considerazioni

In figura 4.4 si vede che la coppia massima non si ottiene per $\vartheta_b = \pi/2p$, condizione che per altro non sarebbe geometricamente possibile, ma per angoli di barriera leggermente inferiori in quanto come mostra la (4.5) il termine a presenta al denominatore ϑ_b .

In base a questo si può affermare che per ottenere una coppia media elevata l'angolo di barriera deve essere il più grande possibile, rispettando i vincoli di tipo:

- meccanico;
- magnetico.

⁵Risulta necessario al fine di calcolare il paramento a in cui compaiono le caratteristiche geometriche della macchina.

4.2.2 Legame tra oscillazione di coppia e ϑ_b

La relazione che lega ϑ_b con le diverse armoniche e subarmoniche che compongono il ripple di coppia non risulta banale. Per ciascuna componente dell'oscillazione si deve valutare infatti volta per volta quali siano le armoniche di K_s che interagendo con la geometria di rotore danno luogo allo spettro di frequenze del ripple.

Impostazione del problema

L'ipotesi che sta alla base della teoria che si propone è quella di analizzare solamente le componenti più rilevanti del ripple di coppia.

Si imposta quindi il problema al fine di ottenere un modello che definisca la componente fondamentale e i suoi multipli in funzione di ϑ_b in modo pratico e generale. Ottenuta questa formulazione si procede con un processo di minimizzazione.

Componente fondamentale dell'oscillazione

I fattori di K_s che danno luogo a tale componente⁶ sono diversi ma, introducendo l'ipotesi di considerare solamente i contributi più rilevanti, si riesce a semplificare notevolmente la trattazione.

Per individuare questi elementi si analizza il modello analitico della macchina e si teorizza che siano dati dalle componenti di K_s di ordine armonico:

$$\nu_1 = \{p - m.c.m.(2p, Q_s)\}^a \quad (4.6)$$

$$\nu_2 = \{p + m.c.m.(2p, Q_s)\}^a \quad (4.7)$$

Per lo studio della componente fondamentale si definisce quindi il carico elettrico ridotto K_s^r composto dalle armoniche riassunte in tabella 4.3.

arm.	considerazioni
p^a	componente che genera anche la coppia media
ν_1^a	si suppone siano le componenti principali nella generazione del ripple alla frequenza fondamentale
ν_2^a	

Tabella 4.3: Armoniche considerate per definire carico elettrico ridotto K_s^r .

Per maggiore chiarezza nelle formule si definisce l'ordine armonico fondamentale dell'oscillazione come[1]:

$$\nu_M = m.c.m. (2p, Q_s) \quad (4.8)$$

⁶Si ricorda che l'armonica fondamentale dell'oscillazione è data da $m.c.m. (Q_s, 2p)$ [1].

Si procede con lo sviluppo della coppia mostrata nella (4.1)⁷ per il carico elettrico ridotto K_s^T :

$$\tau_m^{\nu_M} \simeq a \frac{k_\tau}{2} D \cdot \left\{ \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) + \underbrace{\frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1^2} \cos \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b)}_W + \right. \right. \\ \left. \left. \underbrace{\frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2^2} \cos \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b)}_T \right] \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p} \sin \lambda_p \sin(p\vartheta_b) + \right. \right. \\ \left. \left. \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \right\} \quad (4.9)$$

Prima di svolgere i prodotti si semplifica la (4.9) trascurando i termini evidenziati dalle lettere W e T in quanto il denominatore li rende marginali⁸ rispetto agli altri. In questo modo si ottiene:

$$\tau_m^{\nu_M} \simeq a \frac{k_\tau}{2} D \cdot \left[\underbrace{\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_p}{p} \sin \lambda_p \sin(p\vartheta_b)}_M + \right. \\ \left. \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \right. \\ \left. \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \quad (4.10)$$

Si sviluppa l'argomento λ_p :

$$\lambda_p(n_p) = \frac{n_p \pi}{2} - \alpha_i^e \quad (4.11)$$

In base alla (4.11) si vede che il termine evidenziato con la lettera M nella (4.10) rappresenta la coppia media e quindi si traslascia. Si omettono anche

⁷Si omette il contributo del PM in quanto non incide in maniera rilevante sull'oscillazione.

⁸In generale per avere valori di ripple bassi è bene che ν_M sia il più grande possibile e quindi ricordando la definizione di ν_1 e ν_2 si vede che W e T risultano trascurabili.

le costanti e quindi si riscrive la (4.10) come:

$$\tau_m^{\nu_M} \propto a \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \quad (4.12)$$

Minimizzazione dell'oscillazione

Al fine di ridurre $\tau_m^{\nu_M}$ si esegue un processo di minimizzazione dell'energia legata a tale oscillazione. Facendo riferimento alla (4.12) si definisce la funzione f come:

$$f = \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} (\tau_m^{\nu_M})^2 d\vartheta_m \quad (4.13)$$

Per snellire la (4.13) si introducono i seguenti coefficienti⁹:

$$K_1 = \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) \quad (4.14)$$

$$K_2 = \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \quad (4.15)$$

Utilizzando la (4.14) e la (4.15) si riscrive la (4.13) come:

$$f = a^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} (K_1^2 \sin^2 \lambda_{\nu_1} + K_2^2 \sin^2 \lambda_{\nu_2} + 2K_1K_2 \sin \lambda_{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_2}) d\vartheta_m \quad (4.16)$$

Tenendo presente la (4.6) e la (4.7) si esplicitano gli argomenti λ_{ν_1} e λ_{ν_2} :

$$\begin{aligned} \lambda_{\nu_1} &= \frac{n_p \nu_1 \pi}{2p} + (\nu_1 - p)\vartheta_m - \alpha_i^e \\ &= \frac{n_p \nu_1 \pi}{2p} - \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \lambda_{\nu_2} &= \frac{n_p \nu_2 \pi}{2p} + (\nu_2 - p)\vartheta_m - \alpha_i^e \\ &= \frac{n_p \nu_2 \pi}{2p} + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e \end{aligned} \quad (4.18)$$

Si integrano separatamente i termini della (4.16) ottenendo:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_1^2 \sin^2 \lambda_{\nu_1} d\vartheta_m &= \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_1^2 \sin^2 \left(\frac{n_p \nu_1 \pi}{2p} - \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e \right) d\vartheta_m \\ &= \pi K_1^2 \end{aligned} \quad (4.19)$$

⁹Facendo riferimento alla (4.11) si vede che λ_p è una costante rispetto a ϑ_m .

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_2^2 \sin^2 \lambda_{\nu_2} d\vartheta_m = \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_2^2 \sin^2 \left(\frac{n_p \nu_2 \pi}{2p} + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e \right) d\vartheta_m \quad (4.20)$$

$$= \pi K_2^2$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2K_1 K_2 \sin \lambda_{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_2} d\vartheta_m =$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_1 K_2 [\cos(\lambda_{\nu_1} - \lambda_{\nu_2}) - \cos(\lambda_{\nu_1} + \lambda_{\nu_2})] d\vartheta_m =$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} K_1 K_2 \left\{ \underbrace{\cos \left[\frac{n_p \pi}{2p} (\nu_1 - \nu_2) - 2\nu_M \vartheta_m \right]}_Q - \cos \left[\frac{n_p \pi}{2p} (\nu_1 + \nu_2) - 2\alpha_i^e \right] \right\} d\vartheta_m \quad (4.21)$$

Il termine Q integrato sul periodo risulta uguale a zero, quindi mediante la (4.6) e la (4.7) la (4.21) si riscrive come¹⁰

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} -K_1 K_2 \cos \left[\frac{n_p \pi}{2p} (\nu_1 + \nu_2) - 2\alpha_i^e \right] d\vartheta_m =$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} -K_1 K_2 \cos (n_p \pi - 2\alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi K_1 K_2 \cos(2\alpha_i^e) \quad (4.22)$$

Utilizzando la (4.19), (4.20) e la (4.22) si riscrive la (4.16) come:

$$f = a^2 \left[\pi K_1^2 + \pi K_2^2 + 2\pi K_1 K_2 \cos(2\alpha_i^e) \right] \quad (4.23)$$

Per rendere la (4.23) facilmente applicabile a diversi casi si vuole eliminare la dipendenza dalla funzione n_p . Mediante la (4.11) si rielaborano i seguenti termini¹¹

$$K_1^2 = \left(\frac{\hat{K}_p}{p^2} \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \right)^2 \sin^2(p\vartheta_b) \sin^2(\nu_1\vartheta_b) \sin^2(\alpha_i^e) \quad (4.24)$$

$$K_2^2 = \left(\frac{\hat{K}_p}{p^2} \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \right)^2 \sin^2(p\vartheta_b) \sin^2(\nu_2\vartheta_b) \sin^2(\alpha_i^e) \quad (4.25)$$

$$K_1 K_2 = \left(\frac{\hat{K}_p}{p^2} \right)^2 \left(\frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \right) \sin^2(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \sin^2(\alpha_i^e) \quad (4.26)$$

¹⁰Si ricorda che $n_p = 2(1 \div 2p) - 1$, quindi $\cos(n_p \pi - 2\alpha_i^e) = \cos(-\pi - 2\alpha_i^e) = -\cos(2\alpha_i^e)$

¹¹Si ricorda che: $\cos^2 \left(n_p \frac{\pi}{2} - \alpha_i^e \right) = \sin^2 \alpha_i^e$.

Per ottenere la formulazione definitiva della (4.23) si raccolgono i termini di K_1 e K_2 e si definiscono dei nuovi coefficienti:

$$A = a^2 \left(\frac{\hat{K}_p}{p^2} \right)^2 \sin^2(p\vartheta_b) \sin^2(\alpha_i^e) \quad (4.27)$$

$$B = \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) \quad (4.28)$$

$$C = \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \quad (4.29)$$

Mediante la (4.27), la (4.28) e la (4.29) la (4.23) diventa¹²:

$$f = A [B^2 + C^2 + 2BC \cos(2\alpha_i^e)] \quad (4.30)$$

La (4.30) rappresenta l'energia legata all'armonica fondamentale dell'oscillazione di coppia. La scelta di ϑ_b si basa sullo studio di questa equazione.

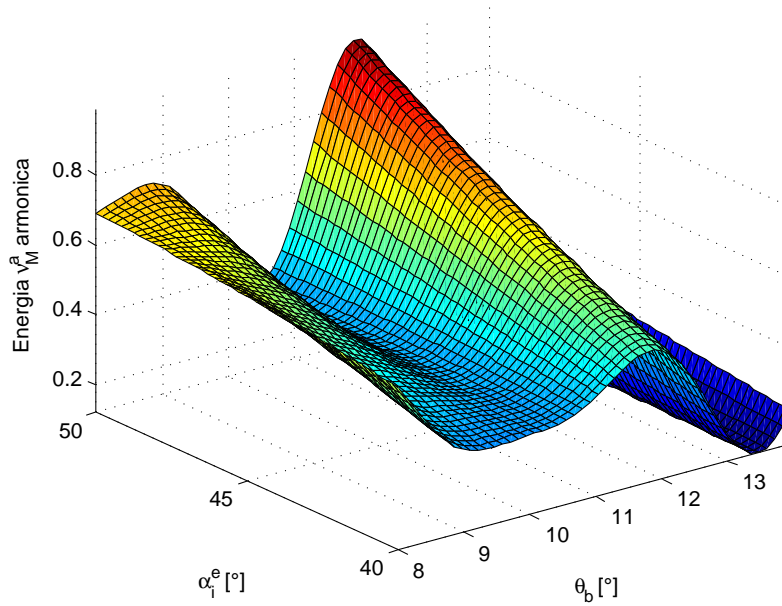


Figura 4.5: Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di ϑ_b : si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_b .

¹²Si è semplificato il termine comune π .

Considerazioni

La formulazione compatta della (4.30) permette di ottenere attraverso un software di calcolo numerico delle mappe in cui si traccia l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione delle variabili che in questo caso sono α_i^e e ϑ_b . Un esempio di tale grafico viene mostrato in figura 4.5.

Grazie a questa equazione si fornisce un criterio che già in fase di progettazione permette di dimensionare l'angolo di barriera in modo da ridurre il ripple di coppia.

Risulta importante puntualizzare che la procedura teorizzata funziona correttamente sull'armonica fondamentale dell'oscillazione di coppia e i suoi multipli.

4.3 Barriere di flusso con diverso ϑ_b

Al fine di ridurre l'oscillazione di coppia, questa soluzione si basa invece sull'uso di geometrie di rotore con ϑ_b diverso da un polo rispetto all'altro. Un esempio viene mostrato in figura 4.6. Tale configurazione viene anche chiamata *machaon*.

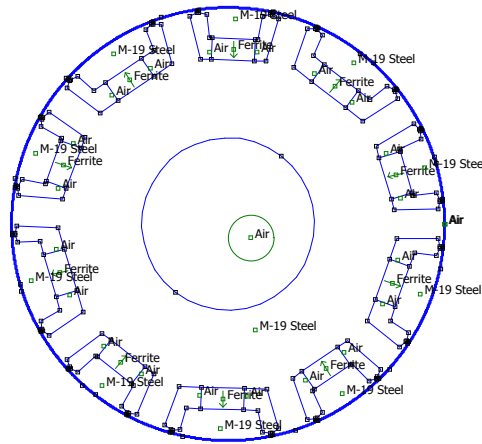


Figura 4.6: Esempio di rotore con soluzione *machaon*. Si notano le due diverse geometrie utilizzate per le barriere di flusso.

4.3.1 Principio di funzionamento

Il principio di funzionamento si basa sulla scelta di valori opportuni di ϑ'_b e ϑ''_b in modo da generare nei poli con geometrie diverse componenti armoniche di coppia in controfase tra di loro. In questo modo si ottiene una riduzione del modulo.

4.3.2 Impostazione del problema

L'obiettivo è sempre quello di minimizzare la componente fondamentale dell'oscillazione di coppia ν_M .

Rimangono valide le considerazioni fatte per ottenere l'equazione (4.12) che

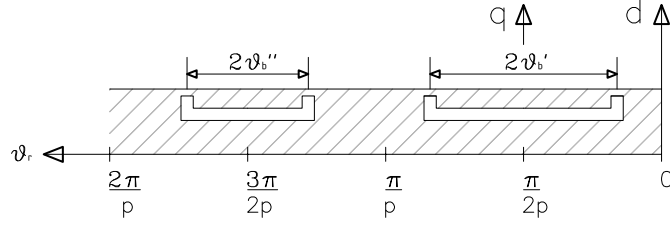


Figura 4.7: Esempio di geometria rotorica rettificata con soluzione *machaon*.

viene riportata di seguito:

$$\tau_m^{\nu M} \propto a \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \quad (4.31)$$

Si prende come riferimento la figura 4.7 e si sviluppa l'equazione (4.31) per due diverse geometrie di barriera di flusso, rispettivamente ϑ'_b e ϑ''_b :

$$\tau_m^{\nu M} \propto a' \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin(p\vartheta'_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda'_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta'_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin(p\vartheta'_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda'_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta'_b) \right] + a'' \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta''_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda''_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta''_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta''_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda''_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta''_b) \right] \quad (4.32)$$

Si definiscono gli angoli di barriera ϑ'_b e ϑ''_b come:

$$\vartheta'_b = \vartheta_b + \Delta\vartheta_b \quad (4.33)$$

$$\vartheta''_b = \vartheta_b \quad (4.34)$$

Sostituendo la (4.33) e la (4.34) nella (4.32) si ottiene:

$$\begin{aligned} \tau_m^{\nu_M} \propto a' \cdot & \left\{ \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin [p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda'_{\nu_1} \sin [\nu_1(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] + \right. \\ & \left. \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin [p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda'_{\nu_2} \sin [\nu_2(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \right\} + \\ a'' \cdot & \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda''_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \right. \\ & \left. \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda''_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \end{aligned} \quad (4.35)$$

Si ricorda che $\nu_M = m.c.m.(Q_s, 2p)$, quindi il termine k definito nella (4.36) risulta essere un numero intero e costante.

$$k = \frac{\nu_M}{2p} \quad (4.36)$$

Mediante la (4.2) e la (4.36) di seguito si sviluppano gli argomenti λ'_p :

$$\cos \lambda'_p = \cos \left(\frac{\pi}{2} - \alpha_i^e \right) = \sin(\alpha_i^e) \quad (4.37)$$

$$\sin \lambda'_{\nu_1} = \sin \left(\frac{\pi}{2} - k\pi - \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) = \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) \quad (4.38)$$

$$\sin \lambda'_{\nu_2} = \sin \left(\frac{\pi}{2} + k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) = \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) \quad (4.39)$$

Si passa agli argomenti che fanno riferimento alla barriera di flusso successiva:

$$\cos \lambda''_p = \cos(3\pi/2 - \alpha_i^e) = -\sin(\alpha_i^e) \quad (4.40)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda''_{\nu_1} &= \sin \left(\frac{3\pi}{2} - 3k\pi - \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) \\ &= -\cos(3k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) \end{aligned} \quad (4.41)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda''_{\nu_2} &= \sin \left(\frac{3\pi}{2} + 3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) \\ &= -\cos(3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) \end{aligned} \quad (4.42)$$

Si riscrive la (4.35) come:

$$\begin{aligned} \tau_m^{\nu_M} \propto & (A + C) \cdot \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) + \\ & (B + D) \cdot \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) \end{aligned} \quad (4.43)$$

Dove per rendere la (4.43) più compatta si sono introdotte le seguenti variabili:

$$A = a' \sin(\alpha_i^e) \sin[p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \sin[\nu_1(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (4.44)$$

$$B = a' \sin(\alpha_i^e) \sin[p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \sin[\nu_2(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (4.45)$$

$$C = a'' \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (4.46)$$

$$D = a'' \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (4.47)$$

Si vuole determinare $\Delta\vartheta_b$ in modo da ridurre l'oscillazione di coppia legata alla ν_M^a armonica. Si procede quindi nella ricerca di $\Delta\vartheta_b$ tale da minimizzare l'energia associata a ν_M .

Si definisce la nuova funzione f data da:

$$\begin{aligned} f &= \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} (\tau_m^{\nu_M})^2 d\vartheta_m \\ &= \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} [(A + C) \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) + \\ &\quad (B + D) \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e)]^2 d\vartheta_m \end{aligned} \quad (4.48)$$

Si sviluppano separatamente i singoli integrali della (4.48)¹³; in generale vale:

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} \cos^2(k\pi + \nu_M\vartheta_m \pm \alpha_i^e) d\vartheta_m = \pi \quad (4.49)$$

mentre l'integrale del doppio prodotto vale¹⁴:

$$\begin{aligned} &\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2 \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) \cos(k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) d\vartheta_m = \\ &\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} \cos(2\alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi \cos 2\alpha_i^e \end{aligned} \quad (4.50)$$

Quindi mediante la (4.49) e la (4.50) la (4.48) risulta¹⁵:

$$f = A^2 + C^2 + 2AC + B^2 + D^2 + 2BD + 2(A + C)(B + D) \cos(2\alpha_i^e) \quad (4.51)$$

¹³Nel risolvere gli integrali si omettono le variabili A, B, C e D in quanto non sono funzione di ϑ_m .

¹⁴Si ricorda che: $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$.

¹⁵Si omettono le costanti comuni a tutti i termini.

L'equazione (4.51) descrive l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di diverse variabili. Di particolare interesse è la dipendenza da $\Delta\vartheta_b$.

4.3.3 Considerazioni

Attraverso lo studio della (4.51) mediante un software di calcolo numerico, è possibile determinare il ϑ_b e il $\Delta\vartheta_b$ ottimale al fine di ridurre la ν_M^a armonica. In figura 4.8 si mostra un esempio di mappa utilizzata per il dimensionamento di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$.

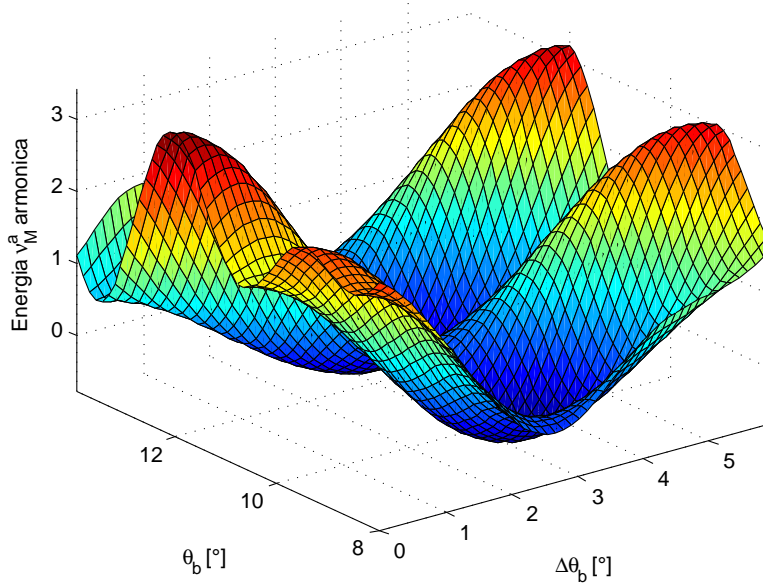


Figura 4.8: Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di $\Delta\vartheta_b$. Si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ e ϑ_b .

Studiando numericamente la (4.51) si ottiene che l'insieme delle soluzioni tali da minimizzare l'energia legata alla $c \nu_M^a$ ¹⁶ armonica si ha per:

$$\Delta\vartheta_b = \frac{\pi}{c \nu_M} \quad (4.52)$$

Teoricamente la soluzione *machaon* permette di impiegare diversi $\Delta\vartheta_b$ per coppie di barriere di flusso, al fine di limitare più ordini armonici contemporaneamente.

¹⁶Dove c è un numero intero positivo.

4.4 Spostamento della barriera di flusso

Lo spostamento o *shifting* della barriera di flusso è utilizzato in alternativa alla soluzione *machaon* per ridurre l'oscillazione di coppia legata a una particolare armonica. Un esempio di macchina che adotta tale configurazione geometrica è mostrato in figura 4.9.

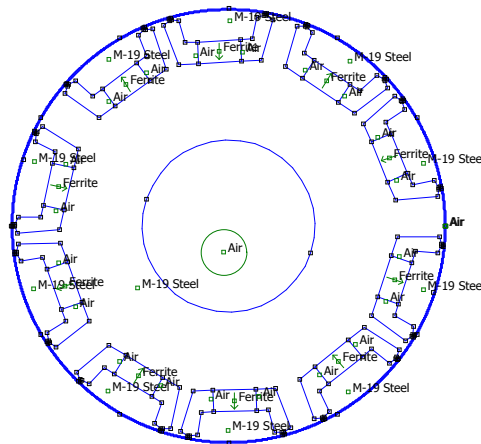


Figura 4.9: Esempio di rotore con *shifting*. Si nota lo slittamento di un polo rispetto all'altro.

4.4.1 Principio di funzionamento

Concettualmente risulta simile alla soluzione *machaon*: in questo caso però lo sfasamento tra le armoniche di coppia generate da un polo rispetto ad un altro è dato dallo spostamento dell'asse della barriera di flusso. Nell'esempio di figura 4.10 si vede che l'asse in quadratura non si trova più a $\pi/2p$ rispetto all'asse diretto, ma risulta sfasato di ϑ_{sh} .

Un'opportuna scelta dell'angolo di shifting permette quindi di generare nei due poli componenti di coppia in contofase.

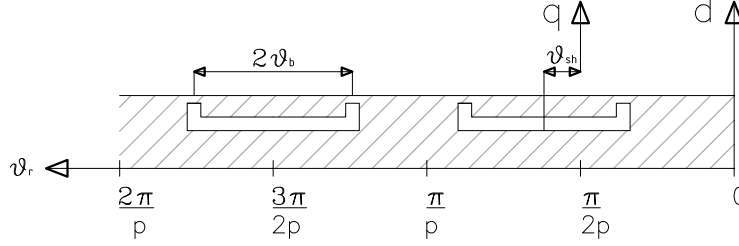


Figura 4.10: Disegno schematico di un rotore rettificato con *shifting* dei poli.

4.4.2 Impostazione del problema

L'obiettivo è sempre minimizzare la componente fondamentale dell'oscillazione di coppia ν_M .

Rimangono valide le considerazioni fatte per ottenere la (4.12). Si parte quindi dall'equazione:

$$\tau_m^{\nu_M} \propto a \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \quad (4.53)$$

Si fa riferimento alla geometria mostrata in figura 4.10 e si sviluppa la (4.53) ottenendo:

$$\tau_m^{\nu_M} \propto a \cdot \left[\frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda'_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda'_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda'_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin \lambda''_{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) + \frac{\hat{K}_p}{p^2} \cos \lambda''_p \sin(p\vartheta_b) \cdot \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin \lambda''_{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \right] \quad (4.54)$$

Si ricorda che $\nu_M = m.c.m.(Q_s, 2p)$ e quindi si introduce la costante k definita come:

$$k = \frac{\nu_M}{2p} \quad (4.55)$$

Mediante la (4.55) si sviluppano le funzioni trigonometriche della (4.54). Si inizia con gli argomenti che fanno riferimento alla prima barriera di flusso (quella che subisce lo spostamento, vedi figura 4.10) aventi come simbolo λ'^{17} :

$$\cos \lambda'_p = \cos \left(\frac{\pi}{2} + p\vartheta_{sh} - \alpha_i^e \right) = \sin(\alpha_i^e - p\vartheta_{sh}) \quad (4.56)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda'_{\nu_1} &= \sin \left[\frac{\pi}{2} - k\pi + \vartheta_{sh}(p - \nu_M) - \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right] \\ &= \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] \end{aligned} \quad (4.57)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda'_{\nu_2} &= \sin \left[\frac{\pi}{2} + k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right] \\ &= \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e] \end{aligned} \quad (4.58)$$

Si sviluppano gli argomenti λ'' che fanno riferimento alla barriera di flusso successiva (vedi figura 4.10):

$$\cos \lambda''_p = \cos(3\pi/2 - \alpha_i^e) = -\sin(\alpha_i^e) \quad (4.59)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda''_{\nu_1} &= \sin \left(\frac{3\pi}{2} - 3k\pi - \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) \\ &= -\cos(3k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) \end{aligned} \quad (4.60)$$

$$\begin{aligned} \sin \lambda''_{\nu_2} &= \sin \left(\frac{3\pi}{2} + 3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e \right) \\ &= -\cos(3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) \end{aligned} \quad (4.61)$$

Si riscrive la (4.54) omettendo i termini comuni costanti:

$$\begin{aligned} \tau_m^{\nu_M} \propto a \cdot \{ &A \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] + \\ &B \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e] + \\ &C \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) + D \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) \} \end{aligned} \quad (4.62)$$

Per ottenere una scrittura più compatta, nella (4.62) si sono introdotte le seguenti variabili:

$$A = \sin(\alpha_i^e - p\vartheta_{sh}) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (4.63)$$

$$B = \sin(\alpha_i^e - p\vartheta_{sh}) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (4.64)$$

¹⁷Si ricorda che in questo caso: $\lambda_\nu = \left(\frac{n_p\pi}{2p} + \vartheta_{sh} \right) \nu + (\nu - p)\vartheta_m - \alpha_i^e$

$$C = \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{K_{\nu_1}^{\hat{}}}{\nu_1} \quad (4.65)$$

$$D = \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{K_{\nu_2}^{\hat{}}}{\nu_2} \quad (4.66)$$

Per determinare ϑ_{sh} in modo da ridurre l'oscillazione di coppia legata alla ν_M^a armonica, si imposta il problema come una minimizzazione dell'energia legata a tale componente. Si definisce quindi la nuova funzione f data da:

$$\begin{aligned} f &= \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} (\tau_m^{\nu_M})^2 d\vartheta_m \\ &= a^2 \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} \{A \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] + \\ &\quad B \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e] + \\ &\quad C \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) + D \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e)\}^2 d\vartheta_m \end{aligned} \quad (4.67)$$

Si sviluppano singolarmente i termini della (4.67). Si ricorda che in generale vale¹⁸

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} \cos^2 (\phi + \nu_M\vartheta_m) d\vartheta_m = \pi \quad (4.68)$$

Si passa quindi ad eseguire i doppi prodotti della (4.67)¹⁹:

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2AB \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] \cdot \\ \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e] d\vartheta_m = 2\pi AB \cos(2\alpha_i^e - 2p\vartheta_{sh}) \end{aligned} \quad (4.69)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2AC \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] \cdot \\ \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi AC \cos [\vartheta_{sh}(p - \nu_M)] \end{aligned} \quad (4.70)$$

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2AD \cos [k\pi - \vartheta_{sh}(p - \nu_M) + \nu_M\vartheta_m + \alpha_i^e] \cdot \\ \cos (3k\pi + \nu_M\vartheta_m - \alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi AD \cos [2\alpha_i^e - \vartheta_{sh}(p - \nu_M)] \end{aligned} \quad (4.71)$$

¹⁸Dove ϕ è un generico angolo.

¹⁹Si ricorda che: $\cos \alpha \cos \beta = \frac{1}{2} [\cos(\alpha + \beta) + \cos(\alpha - \beta)]$.

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2BC \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e] \cdot \cos (3k\pi + \nu_M \vartheta_m + \alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi BC \cos [2\alpha_i^e - \vartheta_{sh}(p + \nu_M)] \quad (4.72)$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2BD \cos [k\pi + \vartheta_{sh}(p + \nu_M) + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e] \cdot \cos (3k\pi + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi BD \cos [\vartheta_{sh}(p + \nu_M)] \quad (4.73)$$

$$\int_0^{\frac{2\pi}{\nu_M}} 2CD \cos (3k\pi + \nu_M \vartheta_m + \alpha_i^e) \cdot \cos (3k\pi + \nu_M \vartheta_m - \alpha_i^e) d\vartheta_m = 2\pi CD \cos(2\alpha_i^e) \quad (4.74)$$

Si uniscono i risultati calcolati per i singoli integrali ottenendo la nuova formulazione della (4.67)²⁰:

$$f = 2AB \cos(2\alpha_i^e - 2p\vartheta_{sh}) + 2AC \cos(\vartheta_{sh}\nu_1) + 2AD \cos(2\alpha_i^e - \vartheta_{sh}\nu_1) + 2BC \cos(2\alpha_i^e + \vartheta_{sh}\nu_2) + 2BD \cos(\vartheta_{sh}\nu_2) + 2CD \cos(2\alpha_i^e) + A^2 + B^2 + C^2 + D^2 \quad (4.75)$$

Mediante l'equazione (4.75) si è giunti a definire il modello che lega l'energia della ν_M^a con l'angolo di shifting ϑ_{sh} .

4.4.3 Considerazioni

Anche in questo caso l'equazione (4.75) risulta complessa da trattare analiticamente, mentre si presta molto bene ad un'implementazione di tipo numerico. Con una semplice routine si ottengono delle mappe, sulle quali è possibile valutare le configurazioni migliori anche con α_i^e diversi, come mostrato in figura 4.11.

Studiando i risultati che si ottengono dalla (4.75), si può generalizzare che l'angolo di slittamento ottimale per ridurre l'oscillazione legata alla $c \nu_M^a$ ²¹ armonica vale:

$$\vartheta_{sh} \simeq \frac{\pi}{c \nu_M} \quad (4.76)$$

Un'altra considerazione riguarda la possibilità di limitare più armoniche contemporaneamente: come mostrato in figura 4.12 utilizzando due (o più) angoli ϑ_{sh} è possibile realizzare in teoria delle geometrie di rotore in grado di ridurre il contributo di più ordini armonici.

²⁰Si è ommesso il termine π comune tra tutti i fattori. In oltre si tralascia anche la variabile a in quanto non è funzione di ϑ_{sh} .

²¹Dove c è un numero intero positivo.

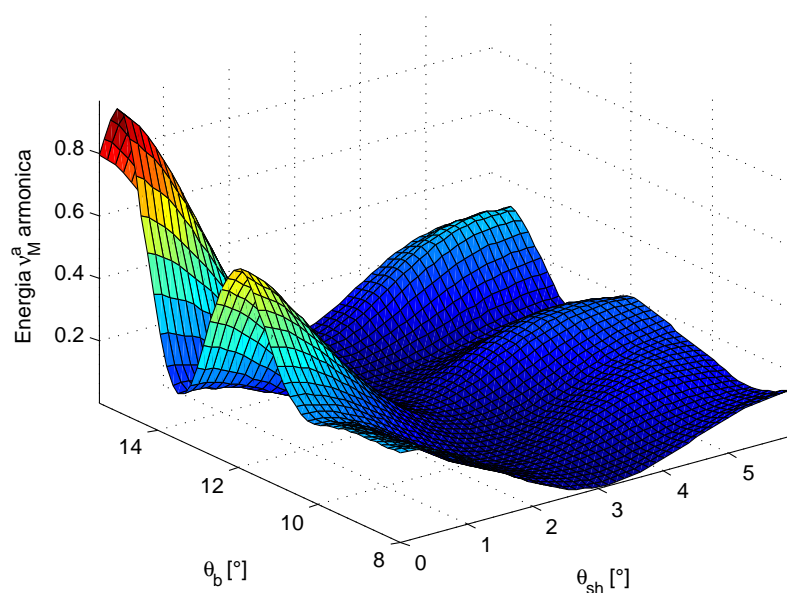


Figura 4.11: Esempio di mappa 3D impiegata per la scelta di ϑ_{sh} . Si mostra l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} .

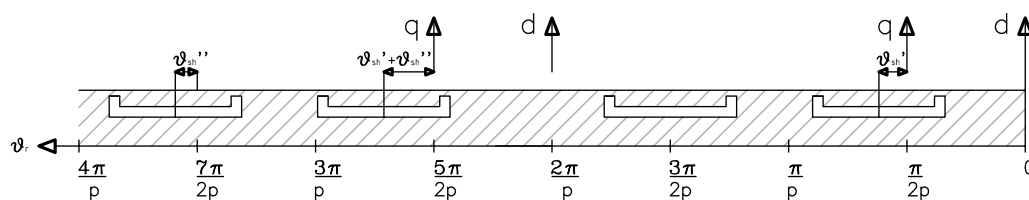


Figura 4.12: Esempio di rotore rettificato con due angoli di slittamento, rispettivamente ϑ'_{sh} e ϑ''_{sh} .

4.5 Osservazioni

Di seguito si riportano alcune considerazioni su quanto esposto nel capitolo:

- 1) i valori numerici assunti dalle funzioni f , definite per modellizzare il comportamento della ν_M^a armonica, hanno solo scopo comparativo per la ricerca dei punti di minimo;
- 2) a causa delle loro peculiarità, l'uso della soluzione *shifting* esclude quello della *machaon* e viceversa. A prescindere dai risultati effettivi ottenuti nel processo di ottimizzazione si può affermare che la soluzione *shifting* permette di avere maggiore flessibilità, in particolare perché:
 - non vincola ϑ_b : si può ottenere una prima ottimizzazione scegliendo ϑ_b mediante la formula (4.30) e poi procedere al dimensionamento di ϑ_{sh} al fine di limitare ulteriormente la ν_M^a armonica oppure un suo multiplo;
 - nel caso si vogliano limitare più ordini armonici permette una realizzazione ingegneristica più pratica, in quanto ϑ_b resta costante.

I vantaggi elencati fanno supporre che l'utilizzo dello *shifting* come criterio di ottimizzazione sia vantaggioso rispetto al *machaon*;

- 3) i modelli proposti non considerano gli effetti degli altri ordini armonici in seguito all'uso dei criteri analizzati: si dovrà in seguito verificare se risultano trascurabili;
- 4) come già messo in evidenza nel paragrafo 4.1.2 per Q_s anche le asimmetrie magnetiche introdotte sia dall'uso della soluzione *shifting* sia *machaon* influiscono sulla possibilità di avere più paralleli di macchina.

Sarà compito dei capitoli seguenti approfondire questi aspetti mediante analisi FEM.

Bibliografia

- [1] Z. Q. Zhu. Fractional slot permanent magnet brushless machines and drives for electric and hybrid propulsion systems. 2009.
- [2] N. Bianchi M. Barcaro. Codice relripple per avvolgimenti frazionari. 2011.
- [3] N. Bianchi S. Bolognani. *Metodologie di progettazione delle macchine elettriche*. Cleup, 2001.
- [4] Massimo Barcaro. Design and analysis of interior permanent magnet synchronous machines for electric vehicles. Master's thesis, Università degli studi di Padova, 2011.

Verifica criteri: configurazione 12-10

In questo capitolo si introduce la struttura logica scelta per la presentazione dei dati ottenuti dai test eseguiti sulle diverse configurazioni di Q_s e $2p$. Successivamente, mediante il confronto tra risultati FEM e analitici, si mettono alla prova i criteri teorizzati per ridurre dell'oscillazione di coppia nel caso 12-10.

5.1 Introduzione ai test

In ciascuno dei capitoli seguenti si studia l'oscillazione di coppia in diverse configurazioni di Q_s e $2p$.

In generale si assumono i dati ottenuti mediante il metodo agli elementi finiti come rappresentativi del reale funzionamento del motore. L'obiettivo quindi è di mettere a confronto questi risultati con quelli ottenuti mediante i modelli analitici teorizzati al fine di:

- a) validare o meno le teorie proposte;
- b) in caso i modelli siano ritenuti rappresentativi, capirne la precisione ed accuratezza;
- c) valutare le conseguenze che i criteri hanno sulle altre componenti armoniche del ripple¹.

¹Si ricorda che i modelli teorizzati prendono in considerazione esclusivamente la ν_M^a armonica e i suoi multipli.

5.1.1 Organizzazione dei capitoli

In generale gli aspetti analizzati nei diversi capitoli riguardano:

- 1) **scelta di Q_s** : in base a considerazioni preliminari si definiscono Q_s e $2p$;
- 2) **dimensionamento di ϑ_b** : si cercano gli angoli di barriera tali da minimizzare l'oscillazione di coppia;
- 3) **studio soluzione *shifting***: si tratta di dimensionare ϑ_{sh} al fine di limitare una o più armoniche di coppia;
- 4) **studio soluzione *machaon***: anche in questo caso l'obiettivo è dimensionare $\Delta\vartheta_b$ in modo da minimizzare l'oscillazione di coppia.

Per esporre chiaramente i risultati si è deciso di dividere lo studio dei punti 2), 3) e 4) in tre fasi, rispettivamente:

- a) Teoria proposta: in base ai modelli teorizzati si esegue uno studio analitico al fine di ottenere un dimensionamento preliminare dei gradi di libertà della macchina, rispettivamente ϑ_b , ϑ_{sh} e $\Delta\vartheta_b$;
- b) Analisi FEM: tenendo presente l'onere introdotto da queste simulazioni si eseguono delle prove analoghe alla fase a) cercando di restringere il dominio dei gradi di libertà a valori ingegneristicamente significativi;
- c) Confronto risultati: in questa fase si isolano solamente i dati significativi provenienti dalle prime due analisi e si confrontano traendo le opportune considerazioni.

5.1.2 Descrizione prove FEM

Per completezza si descrive il procedimento logico con cui le analisi FEM sono state organizzate:

- 1) analisi preliminare: si individua il periodo dell'oscillazione. In questo modo le simulazioni successive si limitano ad analizzare solamente tale intervallo della rotazione²;
- 2) analisi principale: si eseguono una serie di simulazioni mirate a trovare il particolare legame che si sta investigando. Questa fase risulta molto onerosa ma è necessario che risulti il più fitta possibile;

²Questa operazione permette di limitare notevolmente l'onere computazionale delle fasi successive.

- 3) post process: mediante un software di calcolo numerico si rielaborano i dati ottenuti dall'analisi principale. In particolare si usa la trasformata di Fourier per isolare le singoli componenti armoniche.

5.1.3 Principali grandezze del motore

L'ultima considerazione sulle prove riguarda le caratteristiche fisiche dei motori analizzati. Per ottenere dati confrontabili tra di loro, i principali attributi geometrici, fisici ed elettrici vengono imposti uguali in tutti i casi studiati.

I dati riguardanti le specifiche di tale macchina sono esposti nei paragrafi 2.2.3 e 2.2.4.

5.2 Considerazioni iniziali

Si suppone di partire dalla fase di progettazione preliminare della macchina: si ipotizza che $2p = 10$ sia una specifica di progetto.

Il primo passo per definire le caratteristiche della macchina da studiare è la scelta del numero di cave di statore.

5.2.1 Scelta di Q_s

Secondo i criteri proposti, per una macchina trifase con avvolgimenti a cave frazionarie, esistono due configurazioni interessanti:

- 9-10: in questo caso $m.c.m. (2p, Q_s) = 90$ e $M.C.D. (2p, Q_s) = 1$;
- 12-10: in questo caso $m.c.m. (2p, Q_s) = 60$ e $M.C.D. (2p, Q_s) = 2$.

Stando a quanto detto, in termini di oscillazione di coppia, la 9-10 dovrebbe garantire risultati migliori. Tuttavia quella configurazione non è diametralmente simmetrica e quindi è importante capirne le conseguenze.

Si procede quindi analizzando prima la 12-10 per poi confrontare i risultati ottenuti con quelli della 9-10.

In figura 5.1³ viene mostrato lo schema di collegamento delle fasi nelle cave di statore.

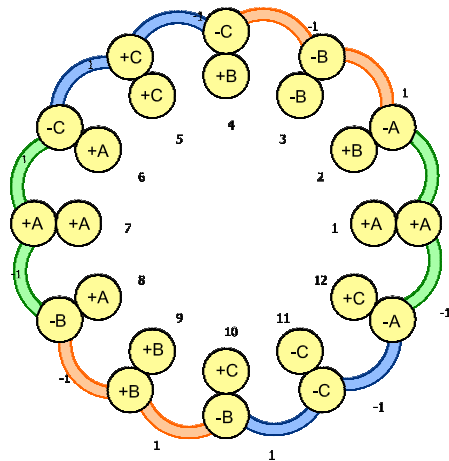


Figura 5.1: Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 12-10.

³Immagine ottenuta mediante il software *koil* 1.1.

5.3 Dimensionamento di ϑ_b

Di seguito si procede alla ricerca dell'angolo di barriera in modo da limitare l'oscillazione di coppia.

5.3.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto teorizzato si procede con l'obiettivo di limitare l'armonica fondamentale del ripple trascurando gli altri contributi.

Per la configurazione 12 – 10 si suppone che:

$$\nu_M = m.c.m. (Q_s, 2p) = 60^a \quad (5.1)$$

Il dominio di ϑ_b teoricamente vale:

$$0 < \vartheta_b < \frac{\pi}{2p} \quad (5.2)$$

Tuttavia per non penalizzare la coppia media, vedi figura 5.4, e per i vincoli meccanici e magnetici si restringe il dominio della (5.2) a $8^\circ < \vartheta_b < 15^\circ$.

Si riporta la funzione che modella l'andamento di ν_M in funzione di ϑ_b e α_i^e :

$$f = A [B^2 + C^2 + 2BC \cos(2\alpha_i^e)] \quad (5.3)$$

dove i termini A , B e C valgono rispettivamente:

$$A = a^2 \left(\frac{\hat{K}_p}{p^2} \right)^2 \sin^2(p\vartheta_b) \sin^2(\alpha_i^e) \quad (5.4)$$

$$B = \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \sin(\nu_1\vartheta_b) \quad (5.5)$$

$$C = \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \sin(\nu_2\vartheta_b) \quad (5.6)$$

Mentre secondo quanto si è supposto ν_1 e ν_2 valgono rispettivamente:

$$\nu_1 = p - \nu_M = -55 \quad (5.7)$$

$$\nu_2 = p + \nu_M = 65 \quad (5.8)$$

In figura 5.2 sono mostrati i risultati ottenuti dalla (5.3) per $35^\circ < \alpha_i^e < 45^\circ$. In figura 5.3 invece si evidenziano i punti di minimo posizionati attorno al valore di $\vartheta_b = 13.5^\circ$.

⁴Questa scelta viene fatta in quanto per un motore a riluttanza la coppia massima si trova per $\alpha_i^e \simeq 45^\circ$ mentre l'aggiunta del PM tende a diminuire tale sfasamento.

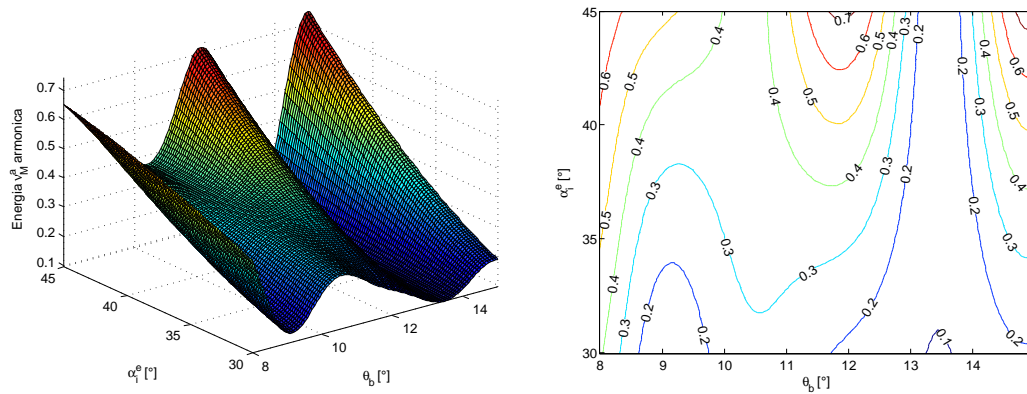


Figura 5.2: Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

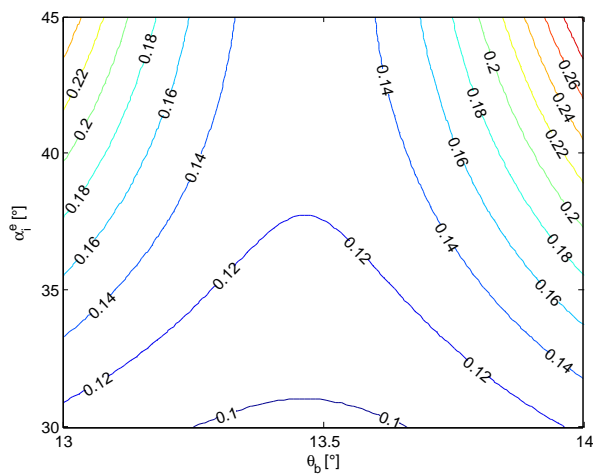


Figura 5.3: Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

Considerazioni per $\vartheta_b = 13.5^\circ$

Il risultato proposto dal modello analitico risulta favorevole in quanto:

- il minimo è robusto, cioè non è sensibile al campo di variazione di α_i^e e garantisce una discreta tolleranza nella realizzazione ingegneristica di ϑ_b ;
- non penalizza la coppia media come mostrato in figura 5.4.

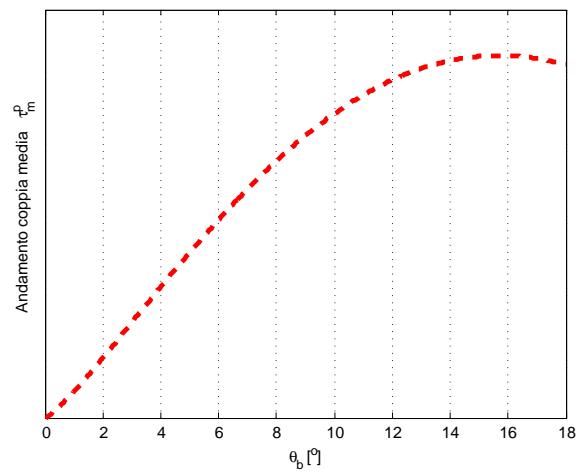


Figura 5.4: Configurazione 12-10: andamento della coppia media analitica in funzione di ϑ_b .

5.3.2 Risultati FEM

Si procede nell' esporre i risultati ottenuti con l' analisi FEM del motore. Per completezza si analizzano due casi, rispettivamente con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\alpha_i^e = 30^\circ$.

Caso 1: $\alpha_i^e = 45^\circ$

In figura 5.5 si riportano alcuni esempi dell' andamento dell' oscillazione di coppia al variare di ϑ_b .

Nei grafici di figura 5.6, 5.7 e 5.8 invece si mostrano i risultati ottenuti applicando la trasformata di Fourier all' oscillazione di coppia. Per snellire l' esposizione sono stati riportati solamente gli ordini armonici che danno un contributo significativo.

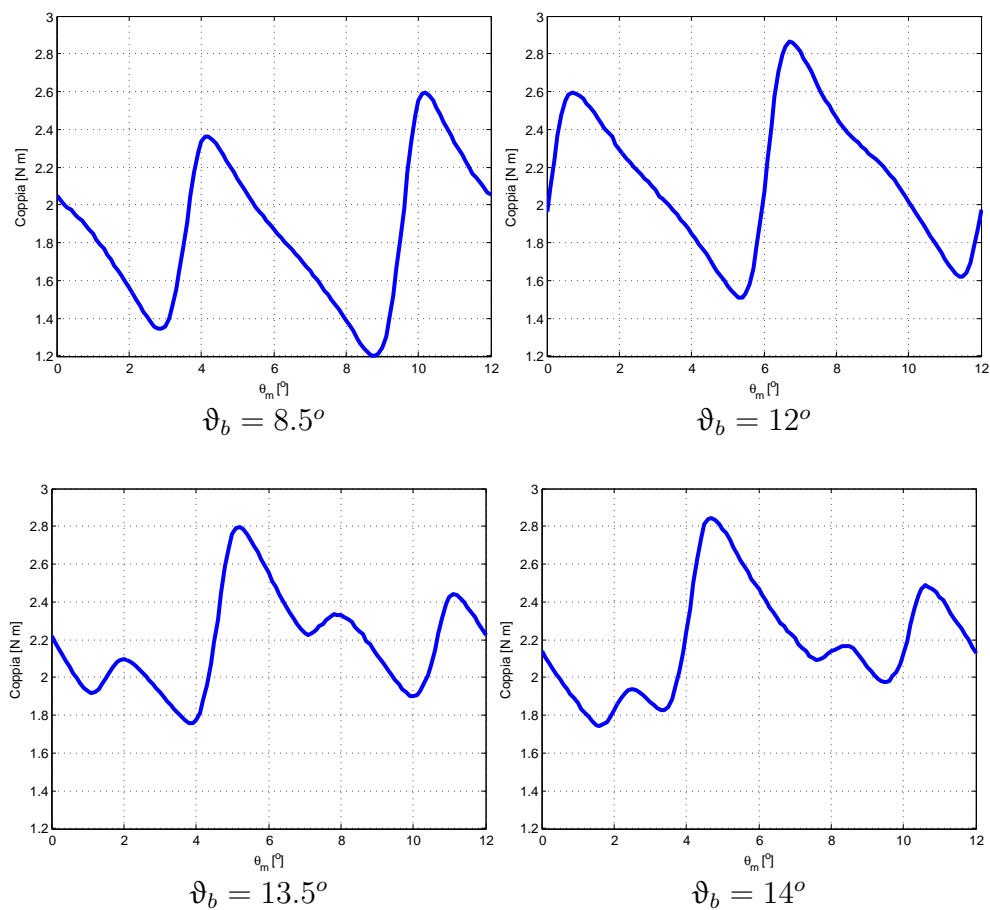


Figura 5.5: Configurazione 12-10: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

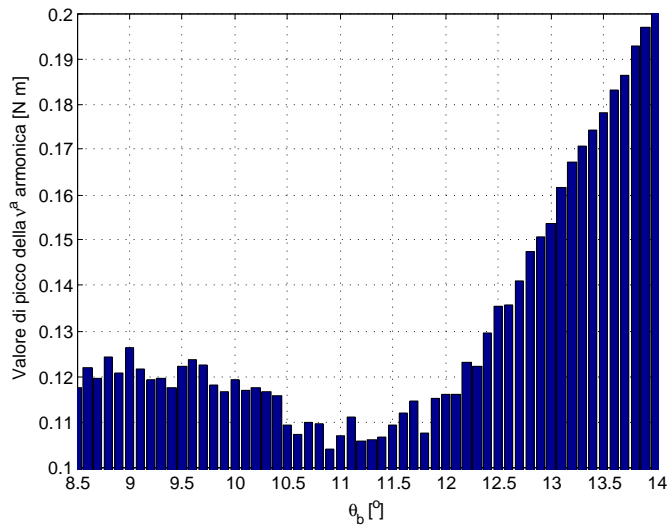


Figura 5.6: Configurazione 12-10: andamento della 30^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

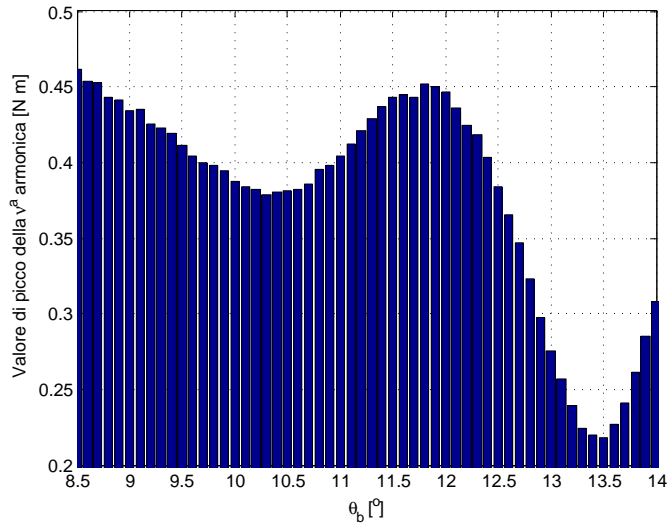


Figura 5.7: Configurazione 12-10: andamento della 60^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

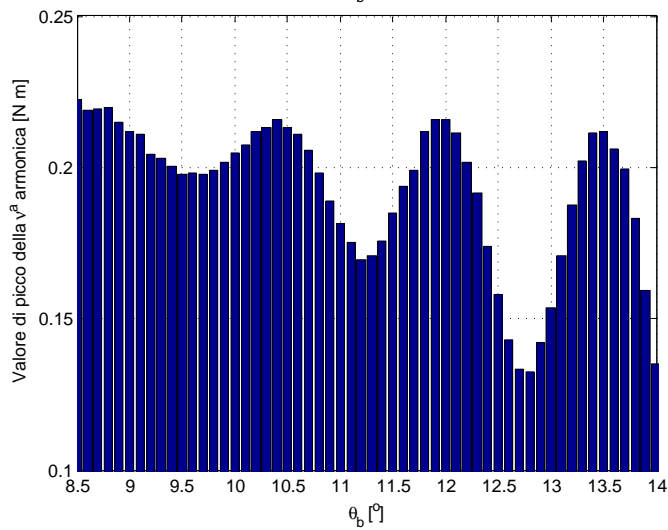


Figura 5.8: Configurazione 12-10: andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

In figura 5.9 e 5.10 si mostrano rispettivamente l'andamento della coppia media e l'oscillazione % al variare di ϑ_b .

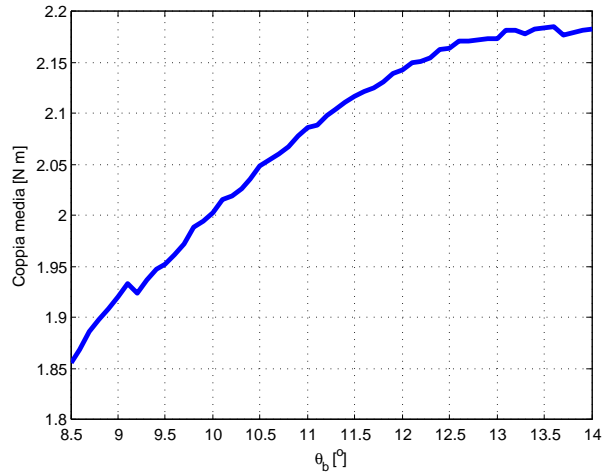


Figura 5.9: Configurazione 12-10: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

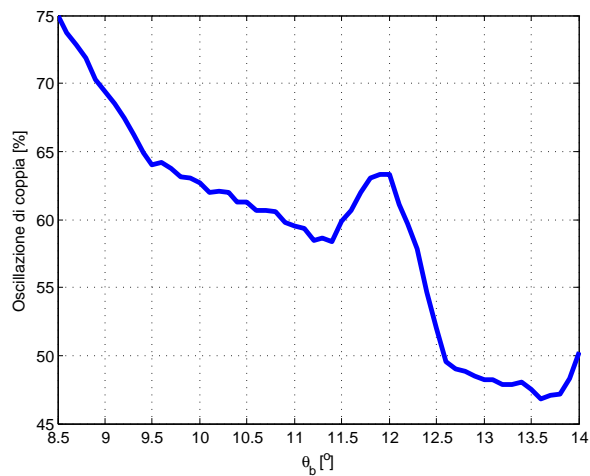


Figura 5.10: Configurazione 12-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\alpha_i^e = 30^\circ$

In figura 5.11, 5.12 e 5.13 si mostrano i risultati ottenuti applicando la trasformata di Fourier ai dati calcolati con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

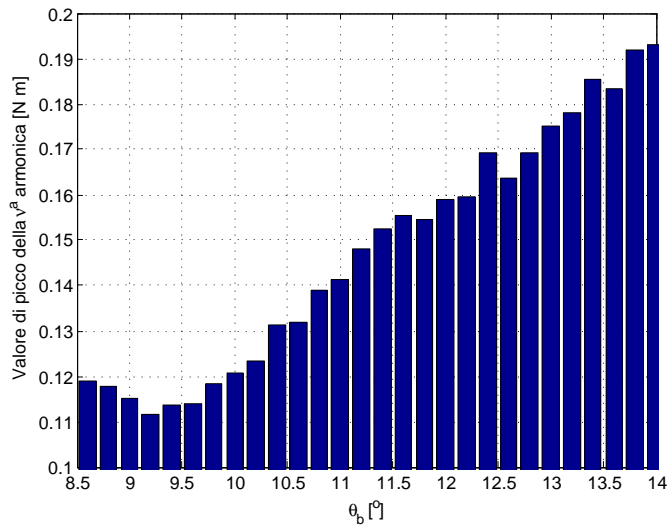


Figura 5.11: Configurazione 12-10: andamento della 30ª armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

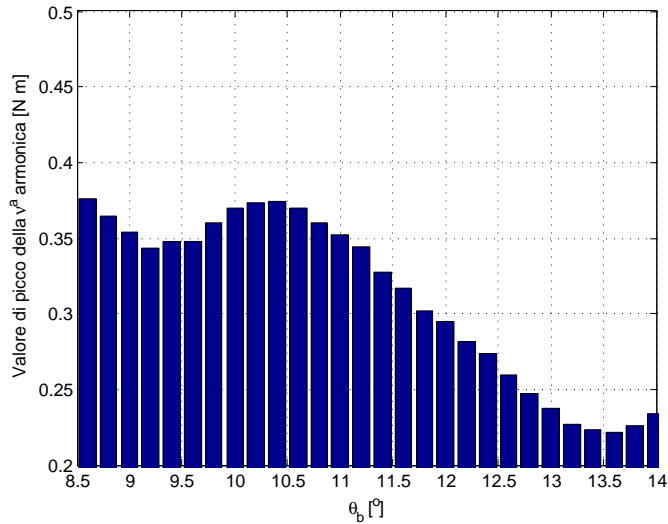


Figura 5.12: Configurazione 12-10: andamento della 60ª armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

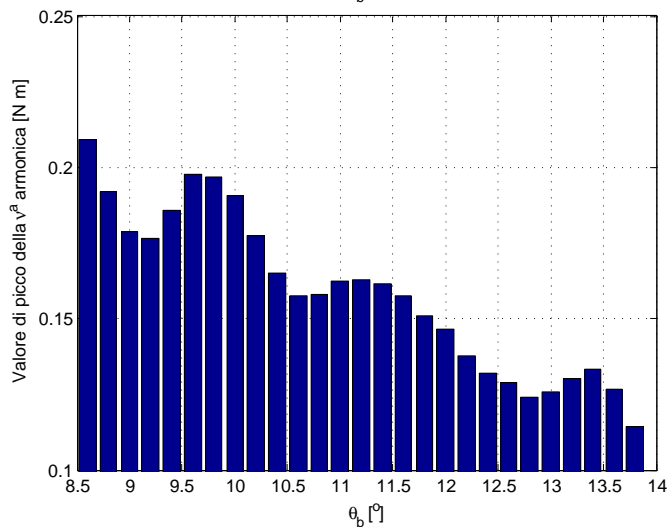


Figura 5.13: Configurazione 12-10: andamento della 120ª armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

5.3.3 Confronto risultati

Nelle figure 5.14, 5.15, 5.16 e 5.17 si mettono a confronto i risultati ottenuti mediante simulazioni FEM, a sinistra, con quanto calcolato dal modello analitico, a destra. Risulta notevole la precisione con cui il modello analitico riproduce l'energia legata all'armonica fondamentale, la 60^a e il suo multiplo la 120^a .

Un altro aspetto importante messo in evidenza dai risultati FEM riguarda l'armonica che dà maggiore contributo all'oscillazione di coppia: come previsto dal modello analitico è la 60^a .

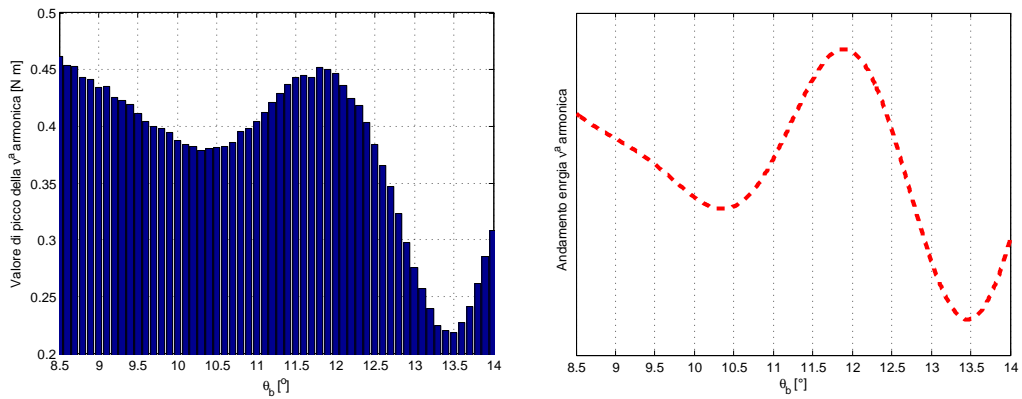


Figura 5.14: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

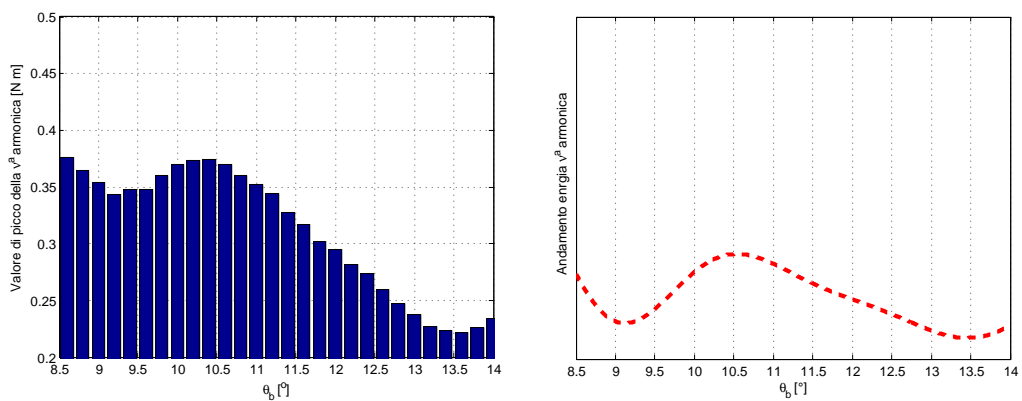


Figura 5.15: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

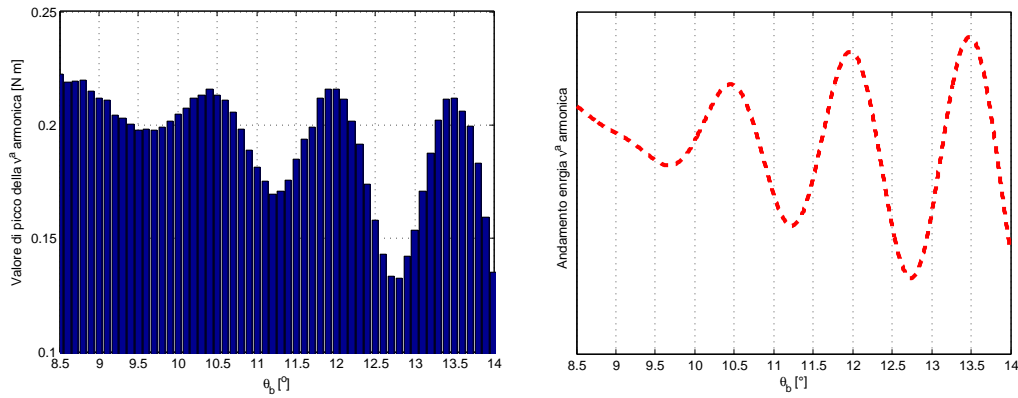


Figura 5.16: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

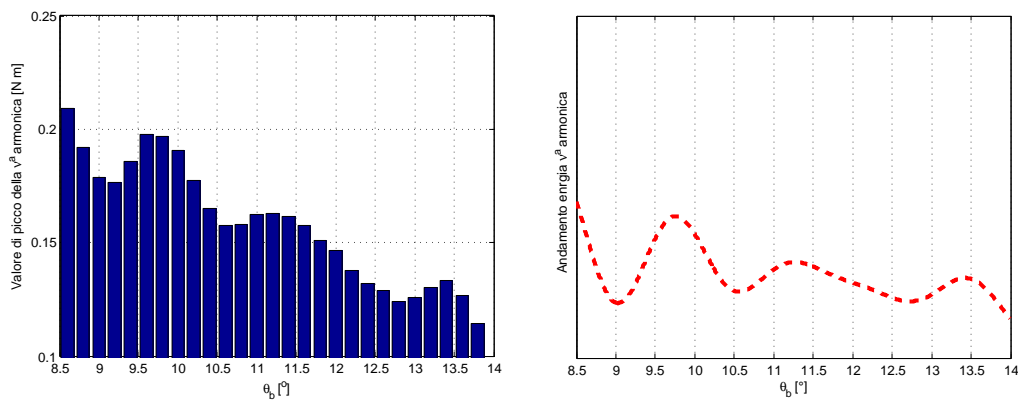


Figura 5.17: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 30^\circ$.

Come confermato nel grafico di figura 5.10, il valore minimo dell'oscillazione totale % si ottiene proprio nell'intorno di $\vartheta_b = 13.5^\circ$, angolo per il quale si minimizza ν_M .

5.4 Studio soluzione *shifting*

Si procede con la ricerca dell'angolo di slittamento ϑ_{sh} .

5.4.1 Applicazione della teoria proposta

Si imposta il problema con l'obiettivo di ridurre la ν_M^a armonica. Applicando la teoria proposta si scrive che:

$$f = 2AB \cos(2\alpha_i^e - 2p\vartheta_{sh}) + 2AC \cos(\vartheta_{sh}\nu_1) + \\ 2AD \cos(2\alpha_i^e - \vartheta_{sh}\nu_1) + 2BC \cos(2\alpha_i^e + \vartheta_{sh}\nu_2) + \\ 2BD \cos(\vartheta_{sh}\nu_2) + 2CD \cos(2\alpha_i^e) + A^2 + B^2 + C^2 + D^2 \quad (5.9)$$

dove i fattori A , B , C e D sono definiti come:

$$A = \sin(\alpha_i^e - p\vartheta_{sh}) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (5.10)$$

$$B = \sin(\alpha_i^e - p\vartheta_{sh}) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (5.11)$$

$$C = \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (5.12)$$

$$D = \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (5.13)$$

L'equazione (5.9) modella l'energia legata a tale armonica in funzione di ϑ_b , ϑ_{sh} , e α_i^e quindi si procede nel risolverla all'interno del dominio di queste grandezze.

Nei grafici di figura 5.18 e 5.19 si mostrano le soluzioni di ϑ_{sh} tali da limitare la 60^a armonica. In figura 5.20 invece si indaga se le soluzioni mostrate in precedenza sono sensibili al variare di α_i^e .

In base ai dati mostrati in figura 5.19 e alle considerazioni fatte nella scelta di ϑ_b la soluzione che il modello analitico propone è: $\vartheta_b = 13.5^\circ$ e $\vartheta_{sh} = 3^\circ$.

Per completezza in figura 5.21 si mostra l'andamento dell'energia legata alla 120^a armonica. In questo caso l'insieme di soluzioni è per $\vartheta_{sh} = 1.5^\circ$. Tale risultato si tiene in considerazione nel caso di *shifting* combinato.

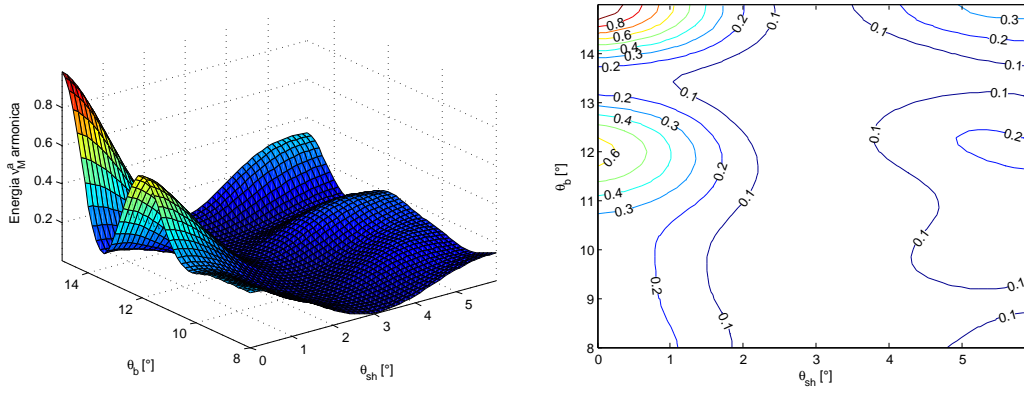


Figura 5.18: Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

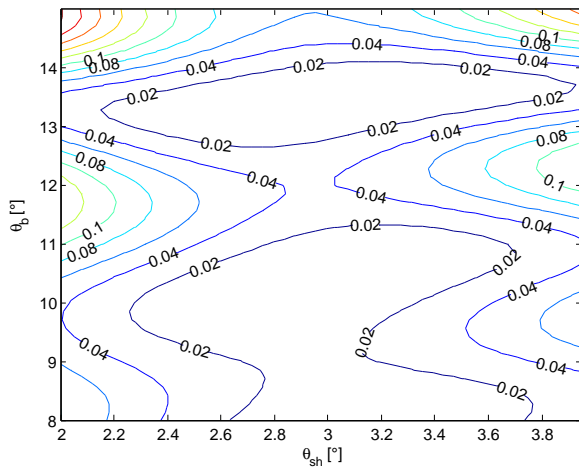


Figura 5.19: Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

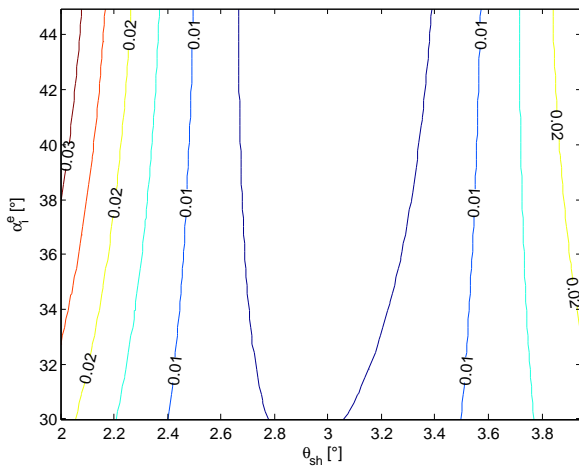


Figura 5.20: Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 13.5^\circ$.

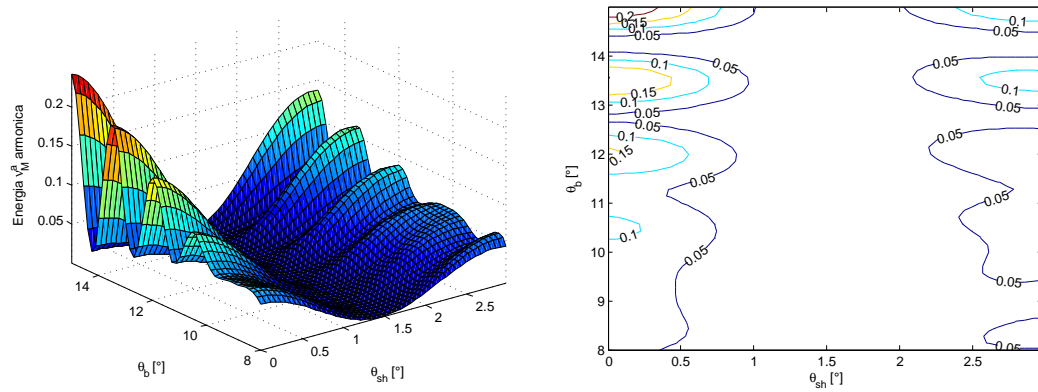


Figura 5.21: Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 120^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

5.4.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati mediante il modello FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 12.5^\circ$ e ϑ_{sh} variabile

In figura 5.22, 5.23 e 5.24 si mostrano rispettivamente gli andamenti dei valori di picco della 30^a, 60^a e 120^a armonica in funzione di ϑ_{sh} .

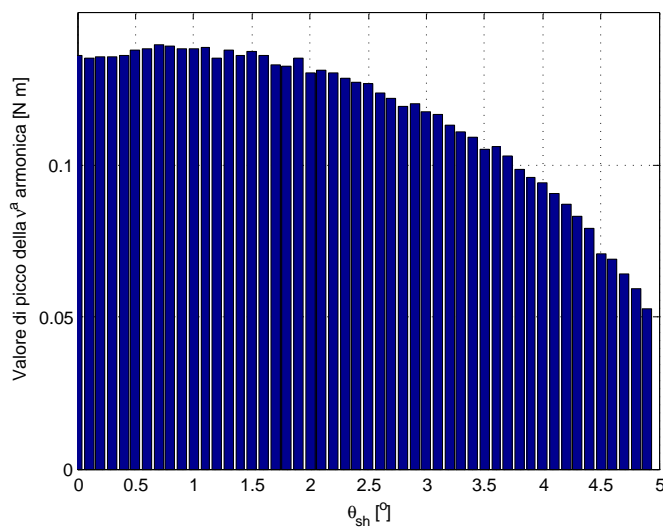


Figura 5.22: Configurazione 12-10: andamento della 30^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

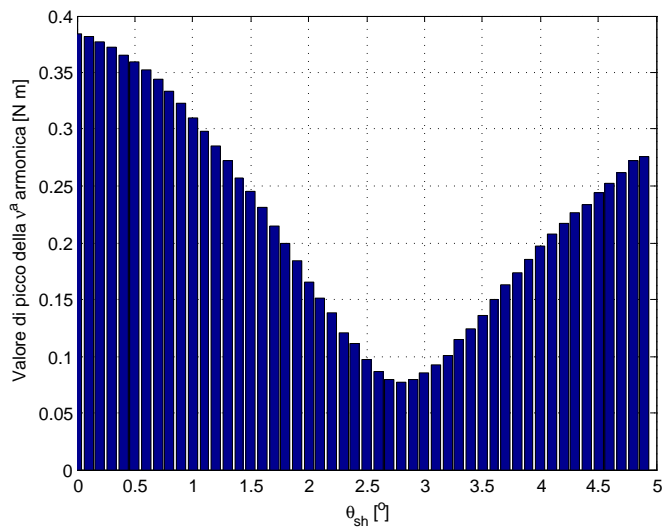


Figura 5.23: Configurazione 12-10: andamento della 60^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

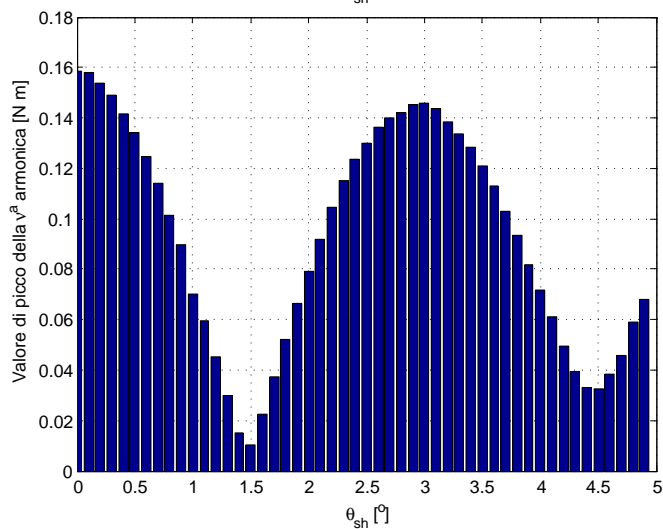


Figura 5.24: Configurazione 12-10: andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 13.5^\circ$ e $\vartheta_{sh} = 3^\circ$

Nella parte sinistra della figura 5.25 si mostra per $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\vartheta_{sh} = 3^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$ l'andamento dell'oscillazione di coppia. A destra si vede il risultato ottenuto applicando la trasformata di Fourier. Come si osserva la 60^a armonica subisce una notevole riduzione, quasi un ordine di grandezza mentre la 120^a è in leggero aumento.

Per tale configurazione $\Delta\tau = 42.22\%$.

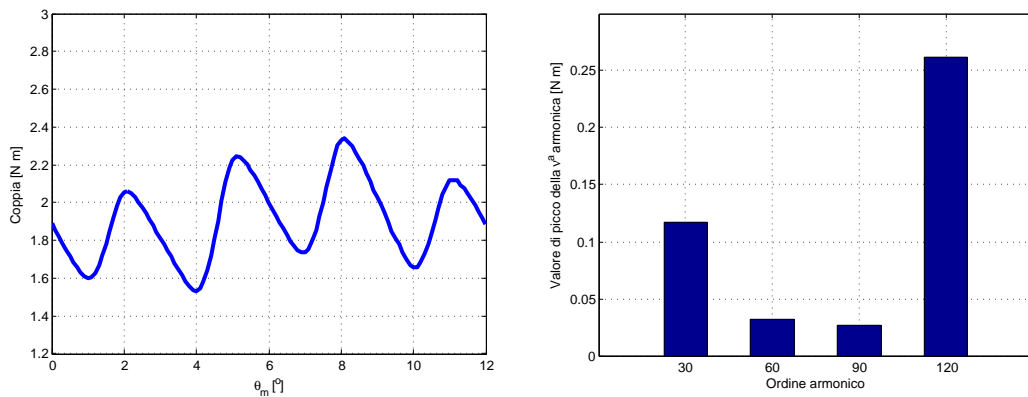


Figura 5.25: Configurazione 12-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\vartheta_{sh} = 3^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 3: $\vartheta_b = 13.5^\circ$ e doppio *shifting*: $\vartheta'_{sh} = 3^\circ$ e $\vartheta''_{sh} = 1.5^\circ$

In questo caso si analizza la configurazione in cui si impiega un doppio angolo di slittamento, rispettivamente: $\vartheta'_{sh} = 3^\circ$ e $\vartheta''_{sh} = 1.5^\circ$.

A tutti i poli pari⁵ si applica ϑ'_{sh} mentre a due delle cinque coppie polari⁶ si applica anche ϑ''_{sh} , come in figura 5.26.

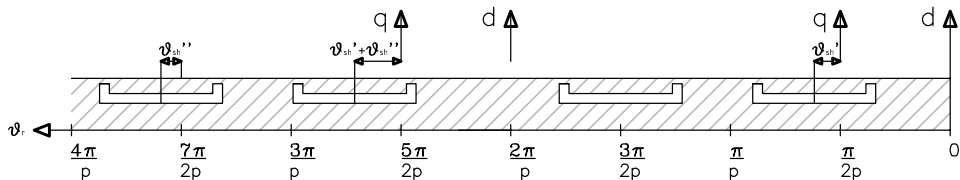


Figura 5.26: Schema di riferimento per rotore con doppio shifting.

⁵Quindi in questo caso i poli numero: 2, 4, 6, 8

⁶Essendo p dispari risulta necessario applicare tale slittamento in maniera asimmetrica rispetto alla configurazione ideale in cui p è pari e quindi ϑ''_{sh} verrebbe applicato a $p/2$.

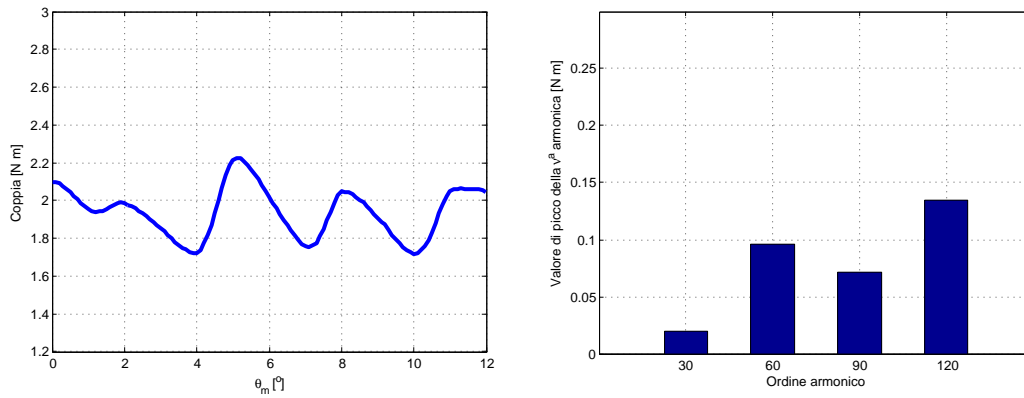


Figura 5.27: Configurazione 12-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 3^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1.5^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

In figura 5.27 viene mostrato l'andamento della coppia e la sua scomposizione nelle principali armoniche.

Questa soluzione risulta molto vantaggiosa perché riduce le due principali fonti dell'oscillazione; infatti in questo caso $\Delta\tau = 26.25\%$.

5.4.3 Confronto risultati

In figura 5.28 5.29 sono mostrati i confronti tra l'andamento dei valori di picco FEM e l'andamento dell'energia ad essi legata calcolata mediante il modello analitico: come si può notare entrambe le soluzioni convergono a risultati analoghi.

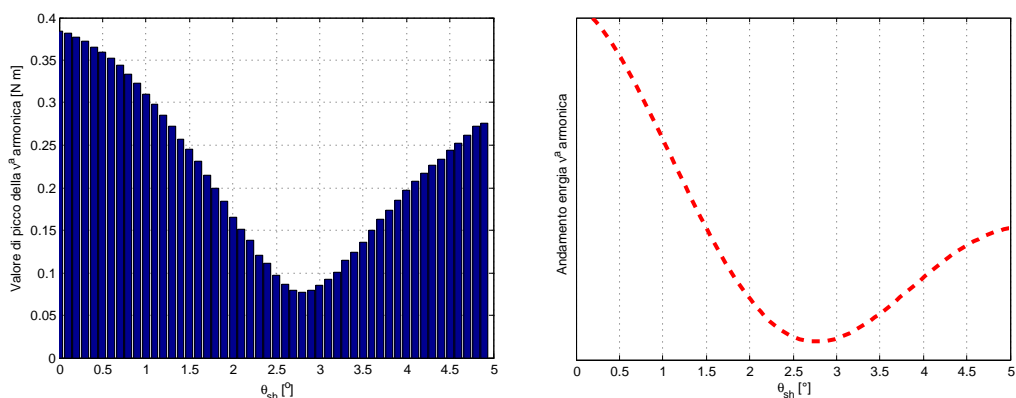


Figura 5.28: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60ª armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

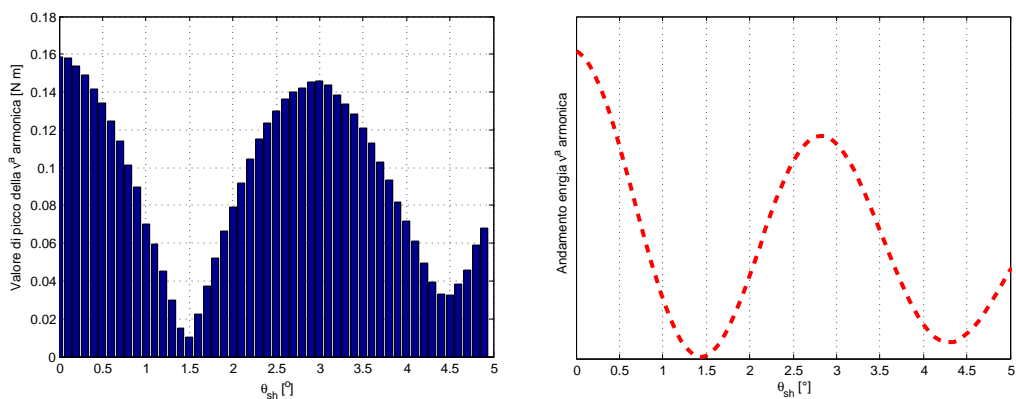


Figura 5.29: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120ª armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Dal confronto mostrato in figura 5.30 si possono trarre le seguenti considerazioni:

- l'utilizzo di $\vartheta_{sh} = 3^\circ$ permette di ottenere valori di picco della 60^a armonica estremamente bassi rispetto ai dati di partenza. Questo risultato conferma il modello analitico;
- l'utilizzo di $\vartheta'_{sh} = 3^\circ$ e $\vartheta''_{sh} = 1.5^\circ$ permette di ottenere una riduzione globale sia della 60^a, sia della 120^a armonica e quindi risulta preferibile anche a fronte di un minor $\Delta\tau\%$.

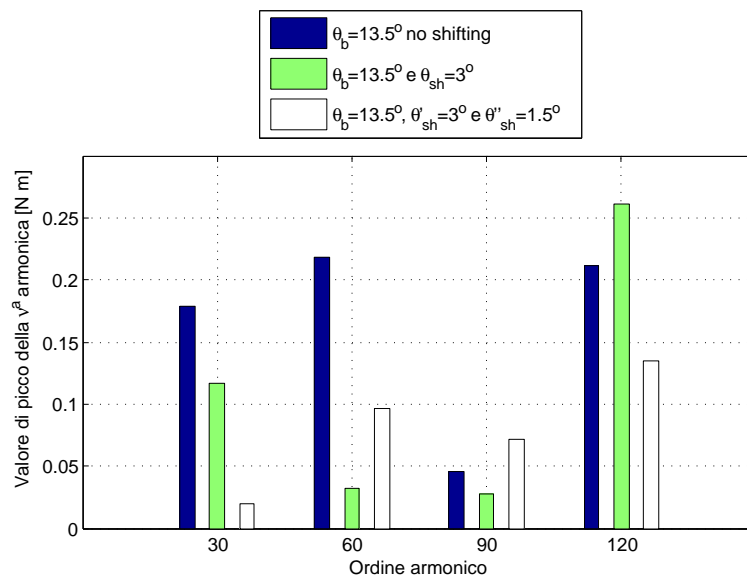


Figura 5.30: Configurazione 12-10: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.

5.5 Studio soluzione *machaon*

Di seguito si procede con il dimensionamento di $\Delta\vartheta_b$

5.5.1 Applicazione della teoria proposta

Si riporta l'equazione che modella l'andamento dell'energia legata alla ν_M^a armonica:

$$f = A^2 + C^2 + 2AC + B^2 + D^2 + 2BD + 2(A + C)(B + D) \cos(2\alpha_i^e) \quad (5.14)$$

dove A , B , C e D valgono rispettivamente:

$$A = a' \sin(\alpha_i^e) \sin[p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \sin[\nu_1(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (5.15)$$

$$B = a' \sin(\alpha_i^e) \sin[p(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \sin[\nu_2(\vartheta_b + \Delta\vartheta_b)] \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (5.16)$$

$$C = a'' \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_1\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_1}}{\nu_1} \quad (5.17)$$

$$D = a'' \sin(\alpha_i^e) \sin(p\vartheta_b) \sin(\nu_2\vartheta_b) \frac{\hat{K}_{\nu_2}}{\nu_2} \quad (5.18)$$

Si sviluppa la (5.14) nel dominio di ϑ_b e α_i^e ottenendo i risultati mostrati in figura 5.31.

In base a queste premesse, in figura 5.32 si mostra lo zoom sui valori di $\Delta\vartheta_b$ tali da minimizzare l'energia legata alla 60^a armonica. Valori ottimi si ottengono per $\Delta\vartheta_b = 3^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

Infine in figura 5.33 si analizzano le soluzioni per $\vartheta_b = 9.5^\circ$ in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$, con lo scopo di verificare se il variare dell'angolo di corrente comporta modifiche nei risultati. Come si può notare dal grafico 5.33 l'insieme di soluzioni non subiscono variazioni.

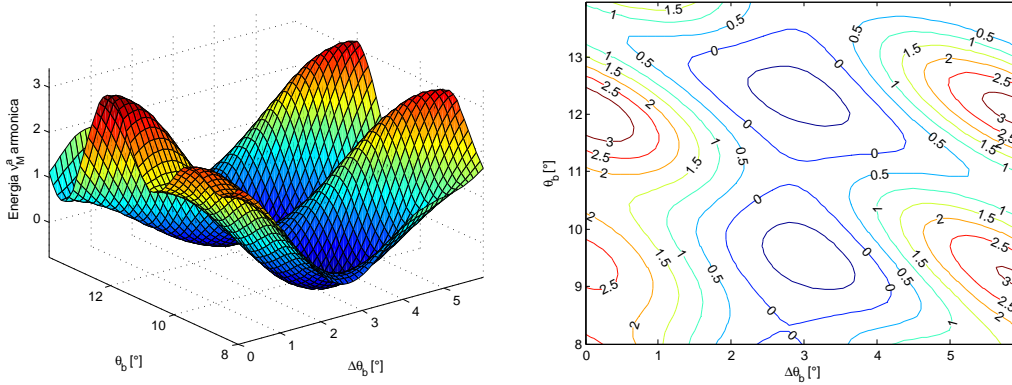


Figura 5.31: Configurazione 12-10: andamento analitico dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

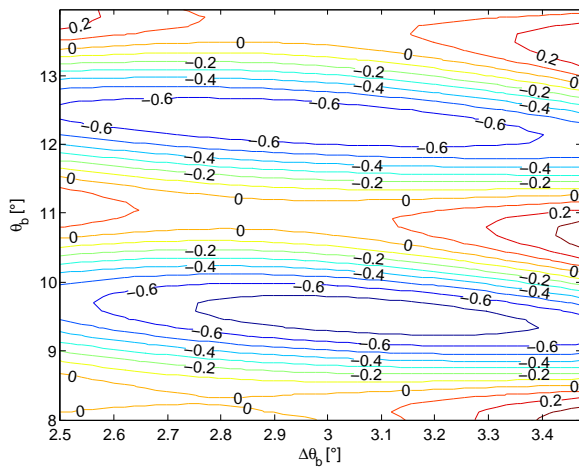


Figura 5.32: Configurazione 12-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

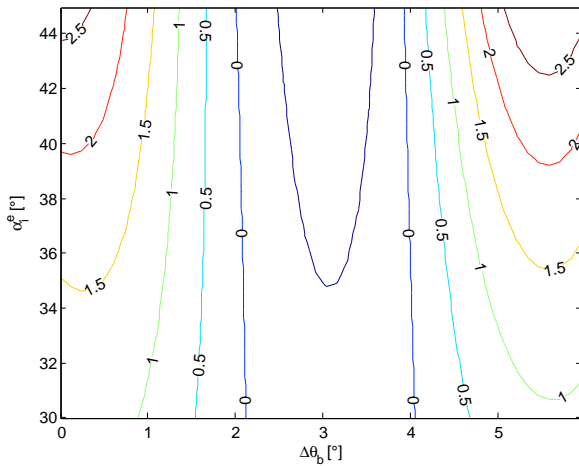


Figura 5.33: Configurazione 12-10: andamento dell'energia legata alla 60^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

5.5.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati mediante il modello FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 13.5^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Si parte da $\vartheta_b = 13.5^\circ$ e si valuta l'andamento del ripple di coppia nell'introno di $\Delta\vartheta_b = -3^\circ$.

In figura 5.34, 5.35 e 5.36 si riportano i risultati ottenuti.

Caso 2: $\vartheta_b = 9.5^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Si parte da $\vartheta_b = 9.5^\circ$ e si valuta l'andamento del ripple di coppia nell'introno di $\Delta\vartheta_b = 3^\circ$.

In figura 5.37, 5.38 e 5.39 si riportano i risultati ottenuti.

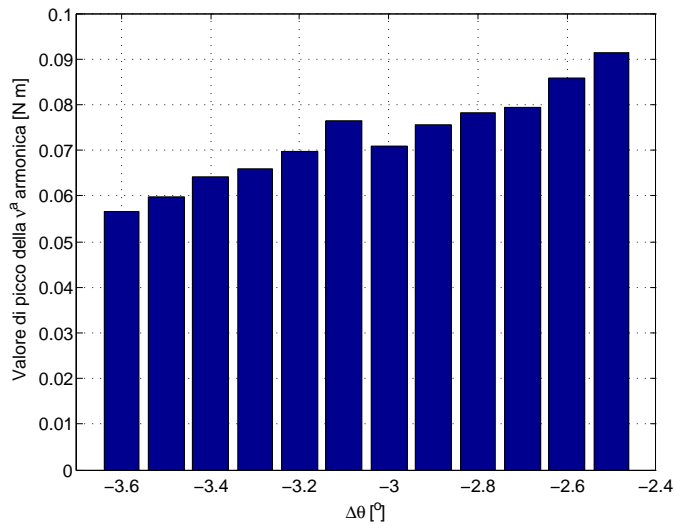


Figura 5.34: Configurazione 12-10: andamento della 30^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$.

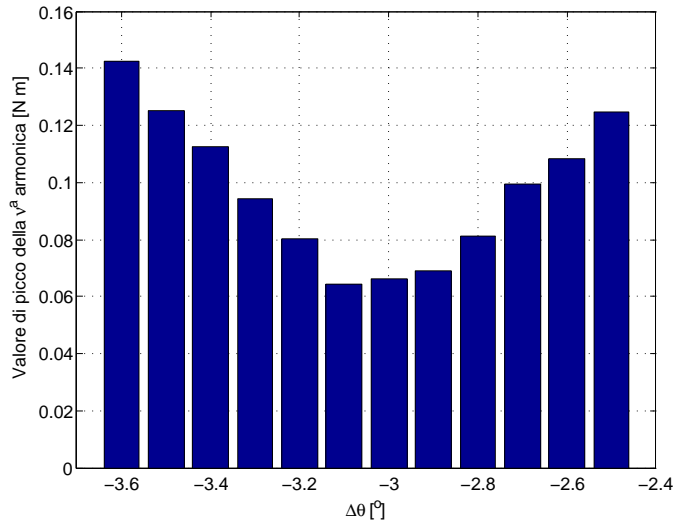


Figura 5.35: Configurazione 12-10: andamento della 60^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$.

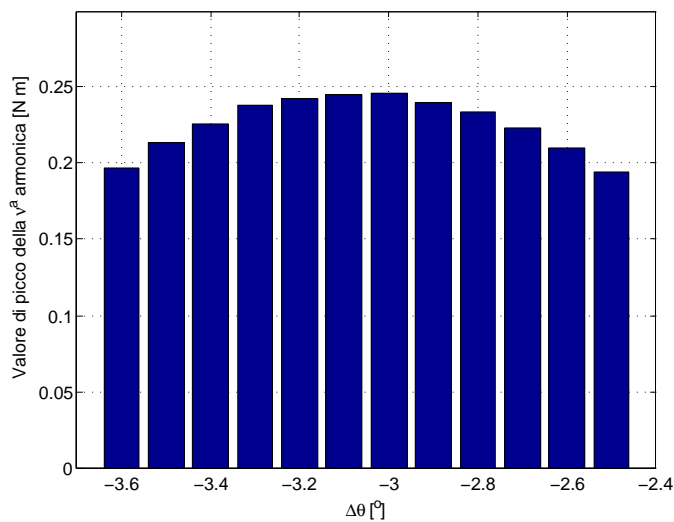


Figura 5.36: Configurazione 12-10: andamento della 120^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13.5^\circ$.

Figura 5.37: Configurazione 12-10: andamento della 30^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

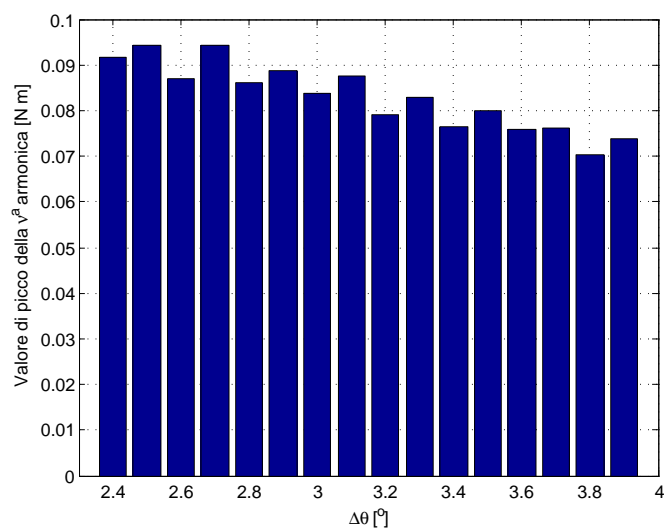


Figura 5.38: Configurazione 12-10: andamento della 60^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

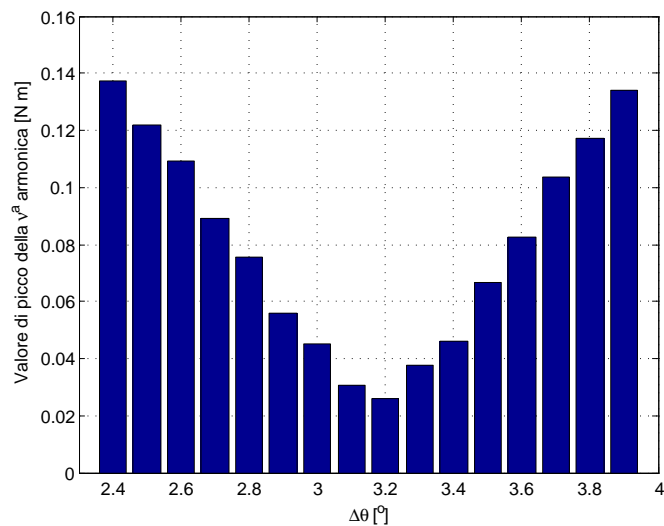
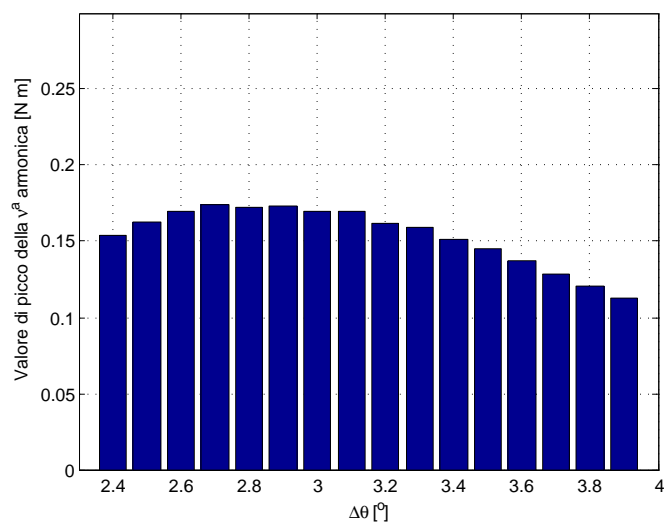


Figura 5.39: Configurazione 12-10: andamento della 120^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.



5.5.3 Confronto risultati

In figura 5.40 e 5.41 si confrontano i risultati ottenuti mediante analisi FEM e quelli elaborati dal modello analitico. Anche in questo caso entrambe le soluzioni convergono agli stessi risultati. In particolare, il $\Delta\vartheta_b$ ottimale al fine di ridurre la ν_M^a armonica vale:

$$\Delta\vartheta_b = \frac{\pi}{\nu_M} \quad (5.19)$$

Un'altra considerazione importante riguarda il punto di minima oscillazione: il modello analitico lo individua per $\vartheta_b = 9.5^\circ$ e $\Delta\vartheta_b = 3^\circ$. Nel dettaglio:

- il motivo per cui $\Delta\vartheta_b = 3^\circ$ risulta chiaro: per tale sfasamento le componenti della ν_M^a armonica generate da due poli adiacenti risultano in controfase;
- le ragioni della scelta di $\vartheta_b = 9.5^\circ$ sono visibili analizzando i dati FEM mostrati in figura 5.7: per questa soluzione si ottengono infatti valori di picco della ν_M^a armonica per $\vartheta'_b = 9.5^\circ$ e $\vartheta''_b = 12.5^\circ$ pressoché uguali ma in controfase.

Come confermato dalle simulazioni FEM, la soluzione *machaon* applicata al caso con $\vartheta_b = 9.5^\circ$ rispetto al caso con $\vartheta_b = 13.5^\circ$ permette di ottenere valori minori della ν_M^a armonica.

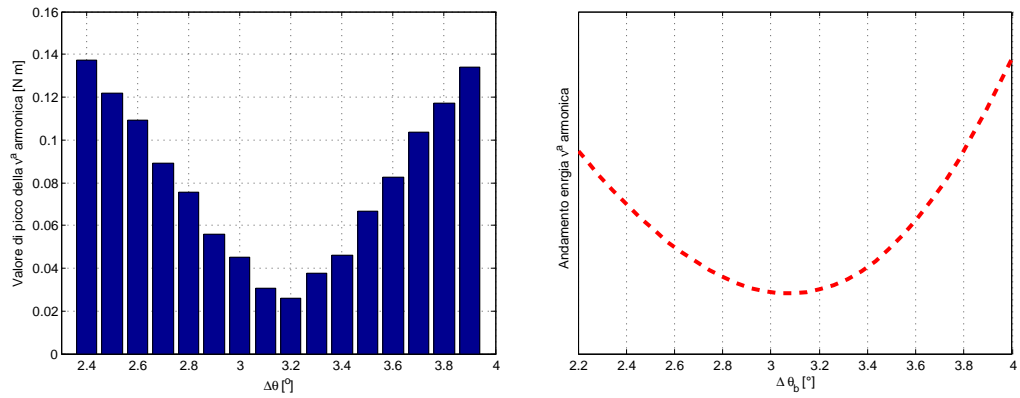


Figura 5.40: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 60^a armonica in funzione di $\Delta\theta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

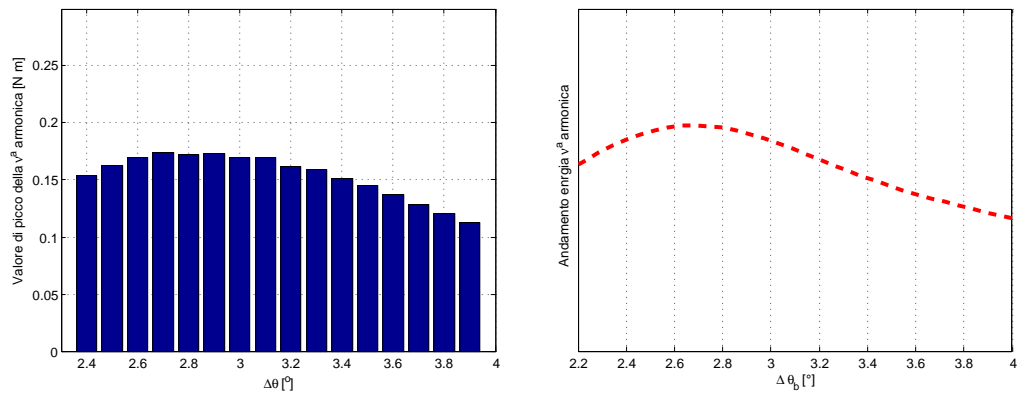


Figura 5.41: Configurazione 12-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120^a armonica in funzione di $\Delta\theta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 9.5^\circ$.

Capitolo 6

Verifica criteri: configurazione 9-10

Attraverso il confronto con i risultati ottenuti dalle analisi FEM si valuta la correttezza sia dei modelli teorizzati sia dei criteri proposti per ridurre l'oscillazione di coppia nel caso in cui $Q_s = 9$ e $2p = 10$.

6.1 Scelta di Q_s

Secondo i criteri esposti nel paragrafo 4.1.1 la configurazione 9-10 dovrebbe presentare un'oscillazione di coppia inferiore rispetto alla 12-10 approfondita nel capitolo 5.

In figura 6.1¹ si riporta lo schema di collegamento delle fasi nelle cave di statore.

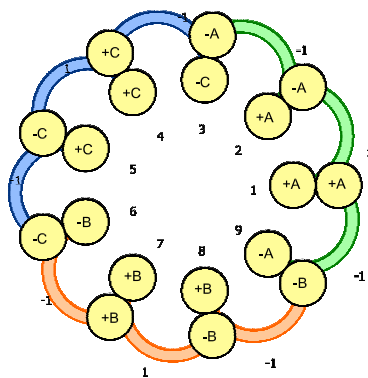


Figura 6.1: Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 9-10.

¹Immagine ottenuta mediante il software koil 1.1.

6.2 Dimensionamento di ϑ_b

Di seguito si procede alla ricerca dell'angolo di barriera tale da limitare l'oscillazione di coppia.

6.2.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto teorizzato, l'obiettivo è di minimizzare il contributo dell'armonica fondamentale dell'oscillazione ν_M , calcolata come:

$$\nu_M = m.c.m. (Q_s, 2p) = 90^a \quad (6.1)$$

Tenendo presente quanto detto nel paragrafo 4.2.1 riguardo la coppia media e i vincoli meccanici, il dominio di ϑ_b vale circa :

$$8^\circ < \vartheta_b < 14^\circ$$

Definiti i parametri necessari si applica il modello descritto nel paragrafo 4.2.2: in figura 6.2 e più in dettaglio in figura 6.3 vengono mostrati i risultati ottenuti. Dai grafici esposti si vede che il valore ottimo si ottiene per $\vartheta_b = 13^\circ$.

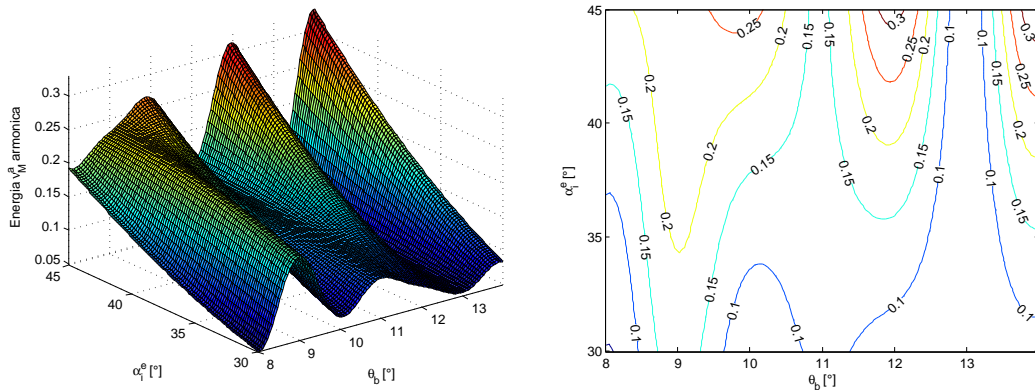


Figura 6.2: Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

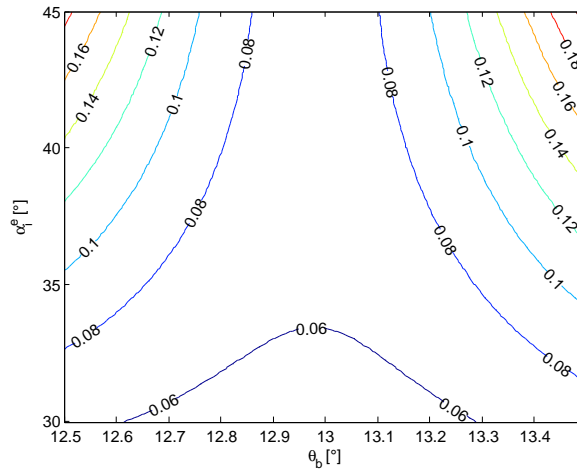


Figura 6.3: Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

6.2.2 Risultati FEM

Le simulazioni vengono eseguite con $\alpha_i^e = 45^\circ$. Di seguito si espongono i risultati che rispettivamente mettono in evidenza:

- i diversi sviluppi della coppia al variare di ϑ_b , in figura 6.4;
- i valori di picco delle componenti armoniche più rilevanti, nelle figure 6.5, 6.6 e 6.7;
- la coppia media in funzione di ϑ_b , in figura 6.8;
- il valore percentuale dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b , in figura 6.9.

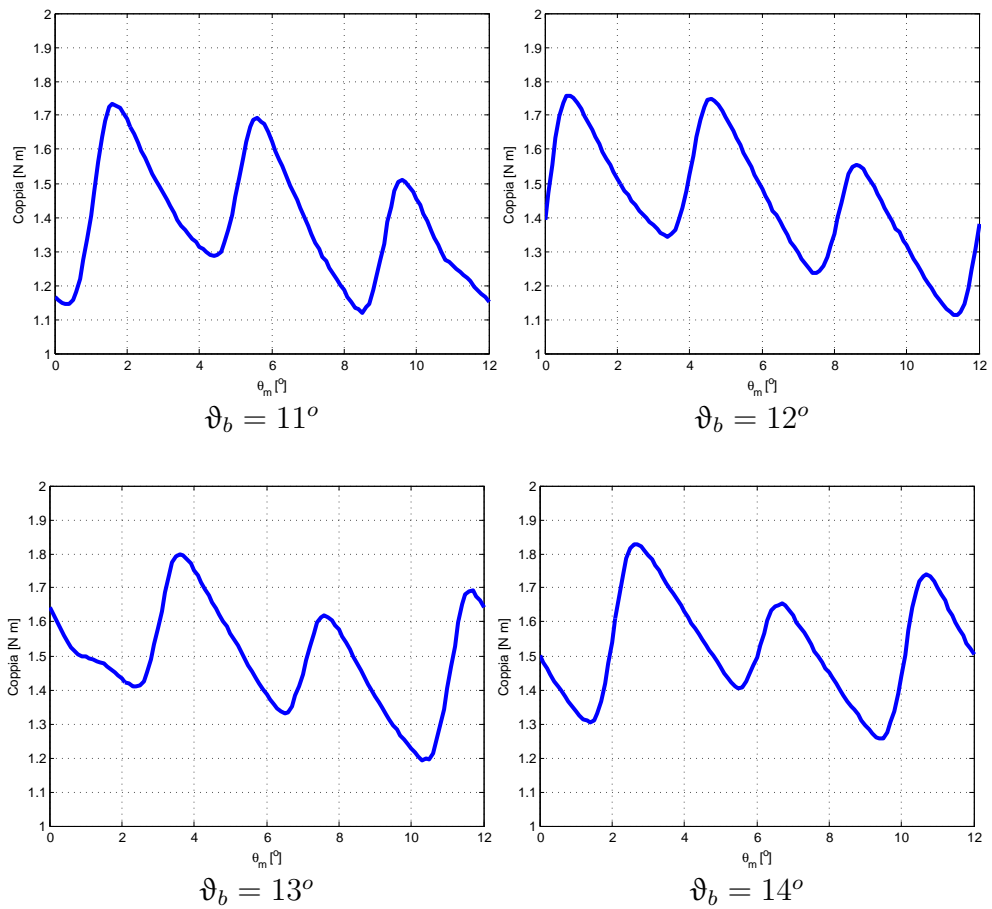


Figura 6.4: Configurazione 9-10: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

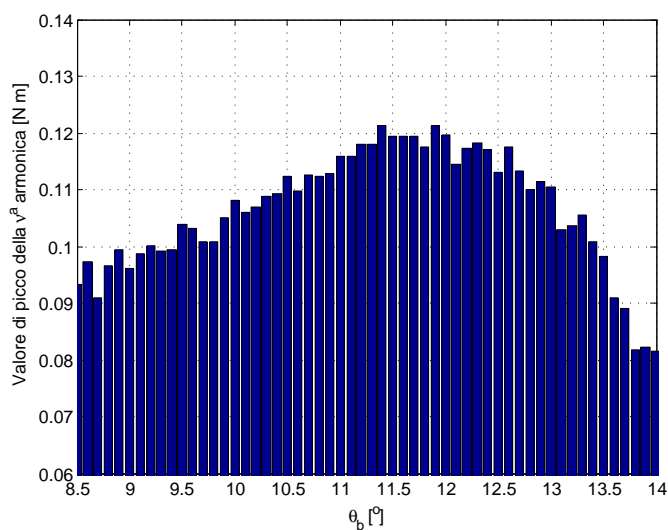


Figura 6.5: Configurazione 9-10: andamento della 30^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

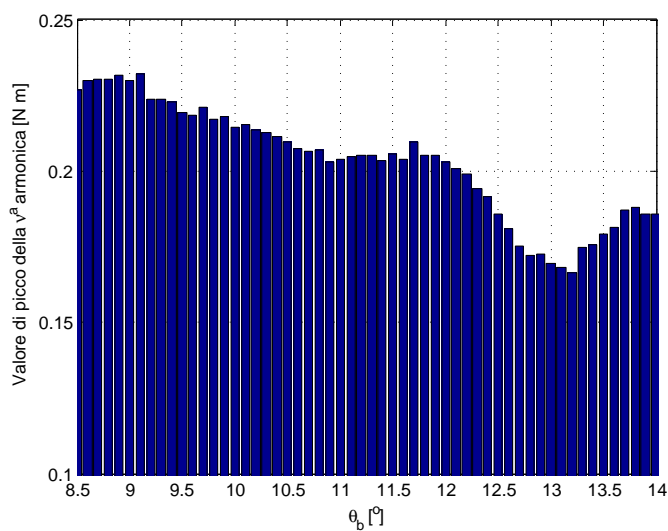


Figura 6.6: Configurazione 9-10: andamento della 90^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

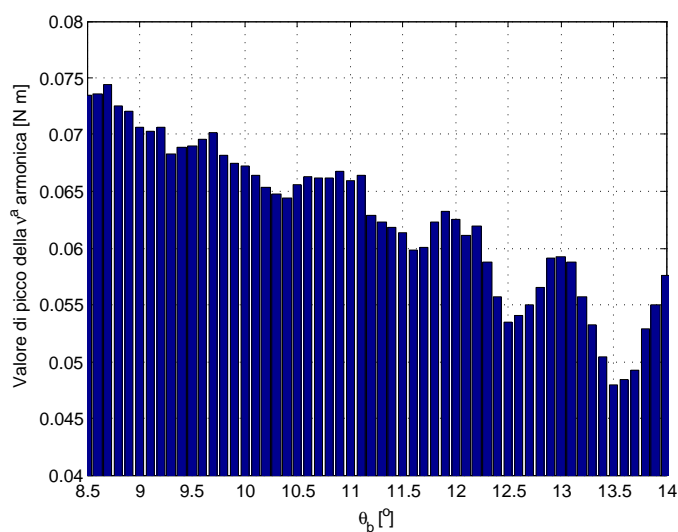


Figura 6.7: Configurazione 9-10: andamento della 180^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

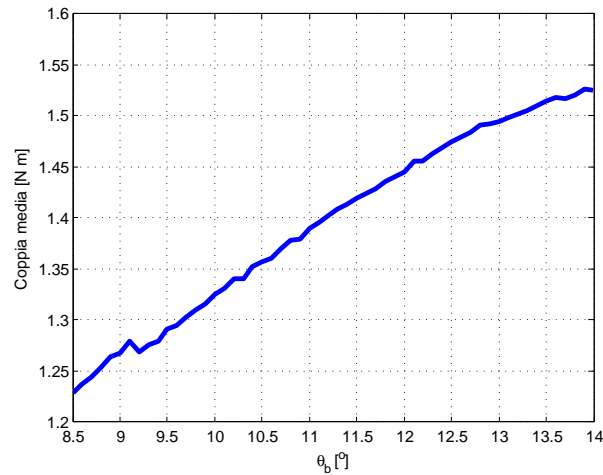


Figura 6.8: Configurazione 9-10: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

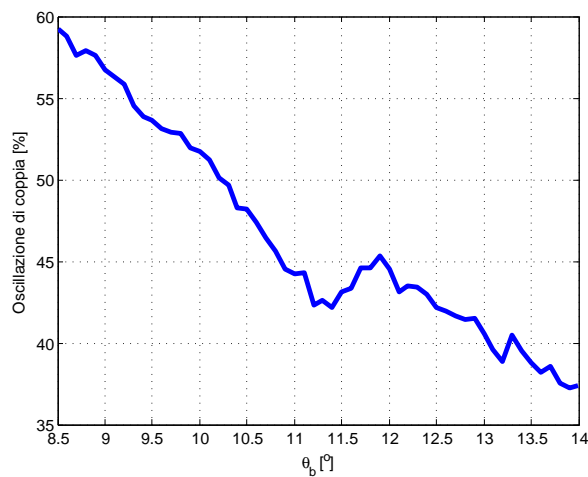


Figura 6.9: Configurazione 9-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

6.2.3 Confronto risultati

Nelle figure 6.10 e 6.11 si riportano i confronti tra l'andamento dei valori di picco FEM e l'energia ad essi associata calcolata analiticamente: entrambi convergono a risultati analoghi.

In base a quanto mostrato in figura 6.9 la configurazione ottimale non è rappresentata dal punto di minimo della ν_M^a armonica.

Un risultato che appare in contraddizione con quanto supposto. Il motivo principale è mostrato nel grafico di figura 6.8: tra $\vartheta_b = 13^\circ$ e $\vartheta_b = 14^\circ$ la coppia media continua a crescere compensando l'aumento globale dell'oscillazione.

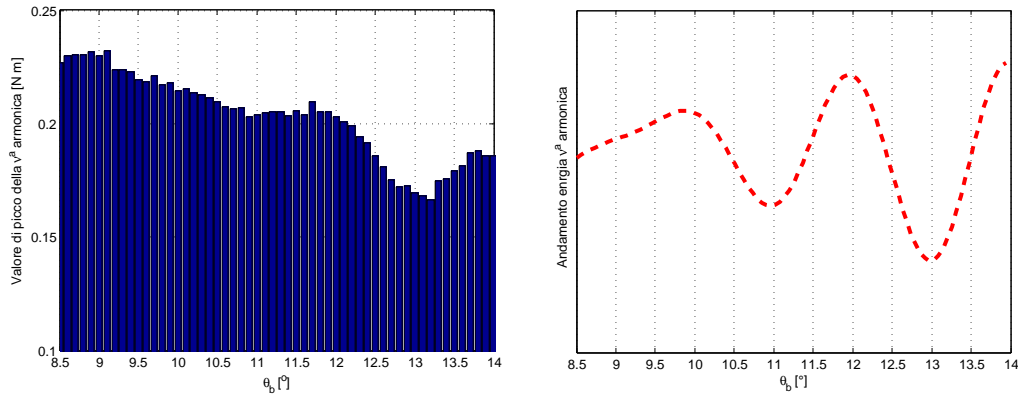


Figura 6.10: Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

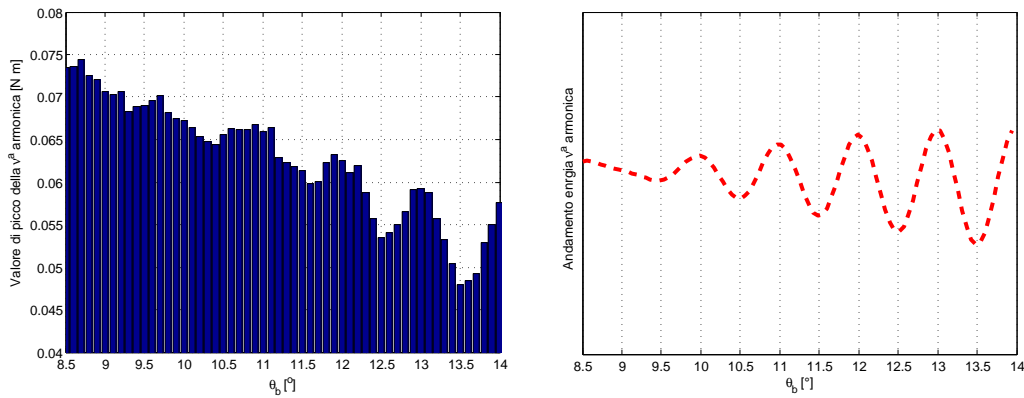


Figura 6.11: Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 180^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

6.3 Studio soluzione *shifting*

Attraverso l'introduzione dell'angolo di slittamento ϑ_{sh} si cerca di minimizzare l'oscillazione di coppia.

6.3.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto esposto nel paragrafo 4.4 si applica il modello analitico al caso 9-10.

Attraverso i grafici delle figure 6.12 e 6.13 si individuano i valori di ϑ_{sh} tali da limitare la 90^a armonica. In figura 6.14 invece si indaga se queste soluzioni sono sensibili al variare di α_i^e .

In base ai dati mostrati, il modello analitico propone i seguenti risultati: $\vartheta_b = 13^\circ$ e $\vartheta_{sh} = 2^\circ$.

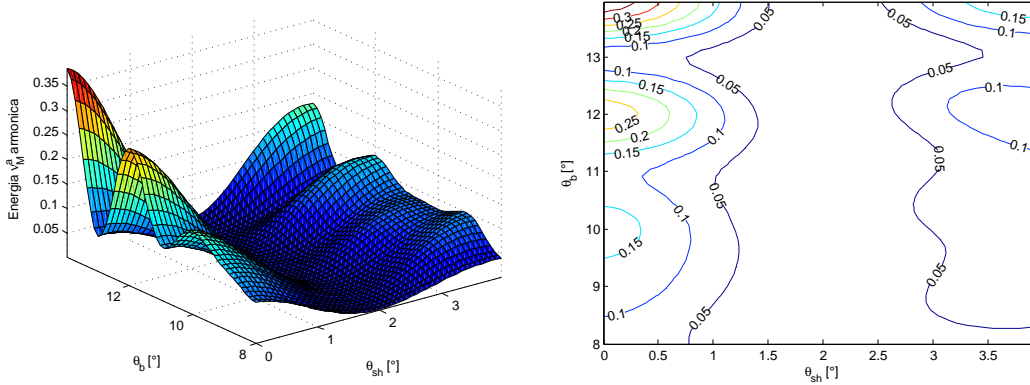


Figura 6.12: Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

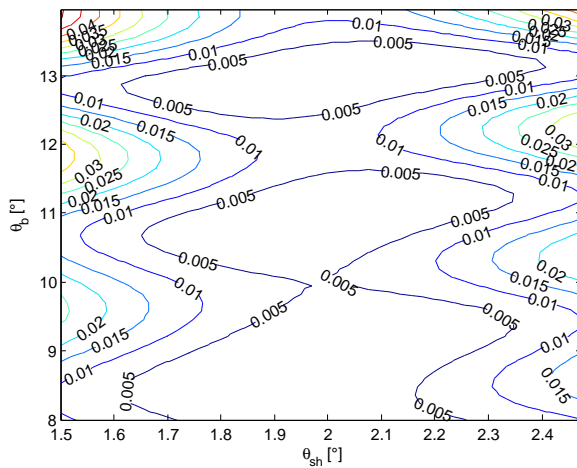


Figura 6.13: Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

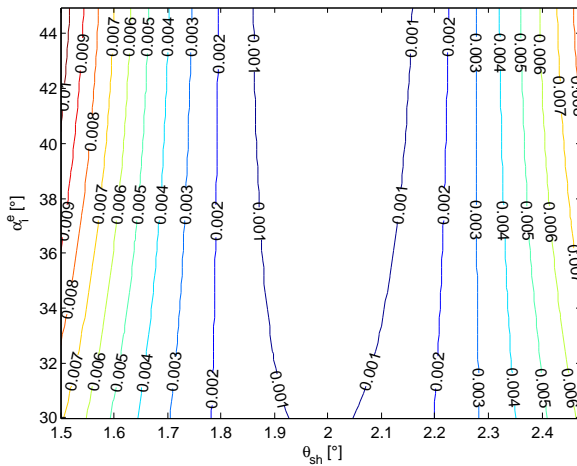


Figura 6.14: Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 13^\circ$.

6.3.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati nelle simulazioni FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 13^\circ$ e ϑ_{sh} variabile

Nelle figure 6.16, 6.17, 6.18 e 6.19 si mostrano rispettivamente gli andamenti dei valori di picco della 30^a, 60^a, 90^a e 180^a armonica in funzione di ϑ_{sh} . Nel caso analizzato lo *shifting* non riduce l'oscillazione di coppia globale in quanto a fronte di un decremento della 90^a armonica si ha un notevole aumento della 60^a.

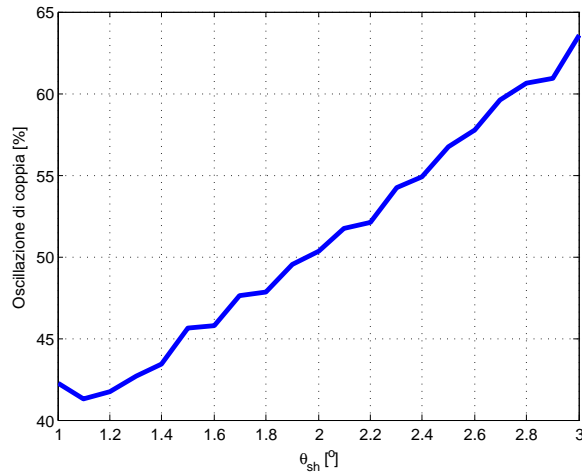


Figura 6.15: Configurazione 9-10: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

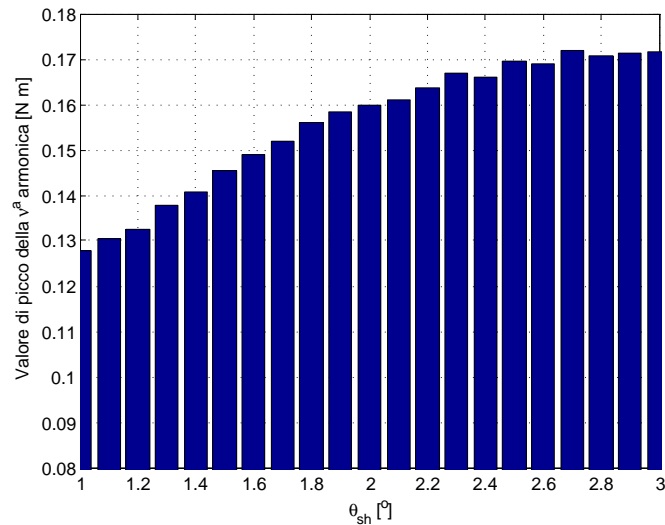


Figura 6.16: Configurazione 9-10: andamento della 30^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

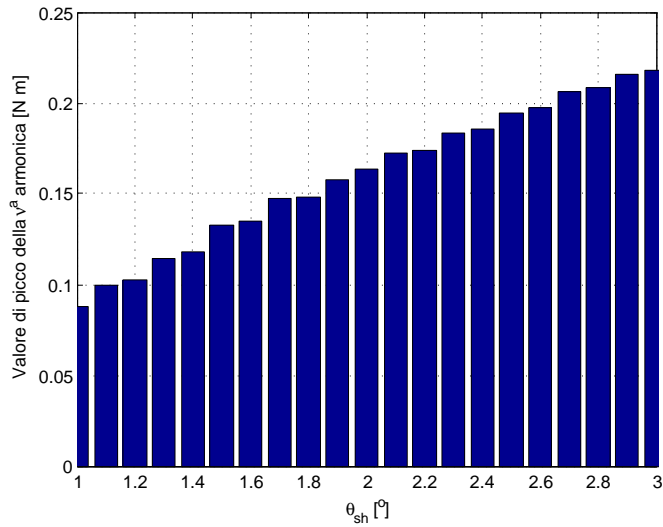


Figura 6.17: Configurazione 9-10: andamento della 60^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

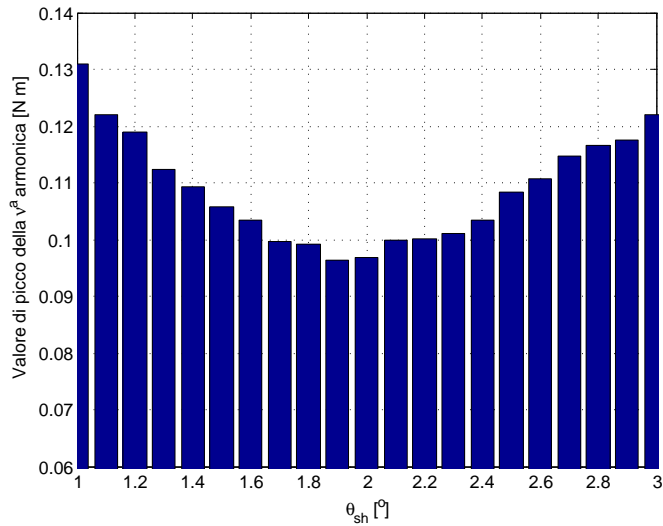


Figura 6.18: Configurazione 9-10: andamento della 90^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

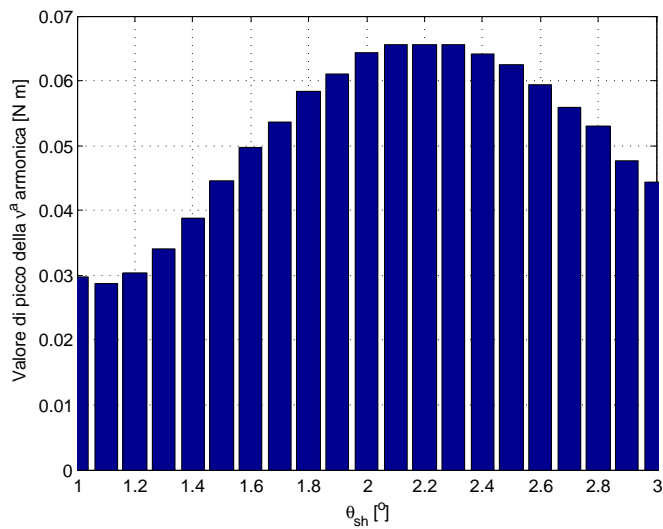


Figura 6.19: Configurazione 9-10: andamento della 180^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 13^\circ$ e doppio shifting: $\vartheta'_{sh} = 2^\circ$ e $\vartheta''_{sh} = 2^\circ$

Come mostrato in figura 6.20 anche in questo caso la riduzione del contributo della 90^a e 180^a armonica è seguito da un considerevole aumento sia della 30^a sia della 60^a armonica. Per questo motivo l'uso di questa soluzione non risulta vantaggioso.

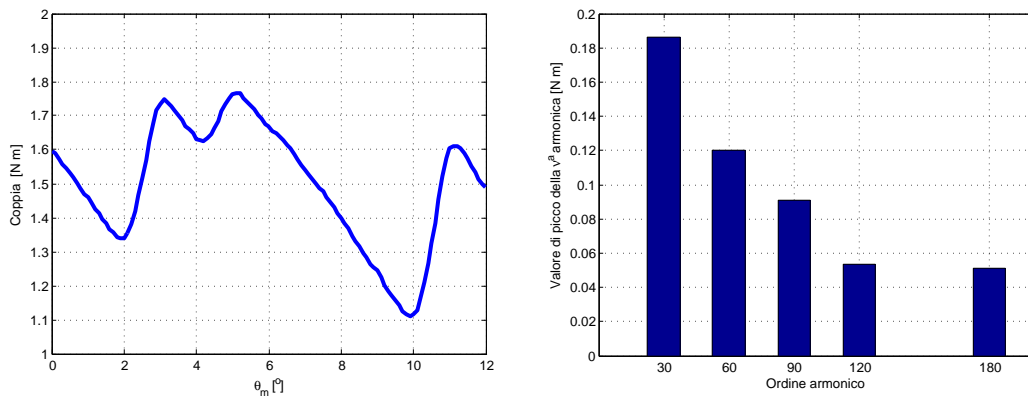


Figura 6.20: Configurazione 9-10: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 13^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 2^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

6.3.3 Confronto risultati

In figura 6.21 si confrontano i risultati ottenuti mediante analisi FEM e modello analitico: entrambi convergono alle medesime soluzioni. Tuttavia, come evidenziato in figura 6.22, lo *shifting* nella configurazione 9-10 non risulta vantaggioso. Infatti dal grafico si vede che la soluzione senza slittamento, pur avendo maggiori contributi legati alla 90^a e 180^a armonica, nel complesso rimane vantaggiosa.

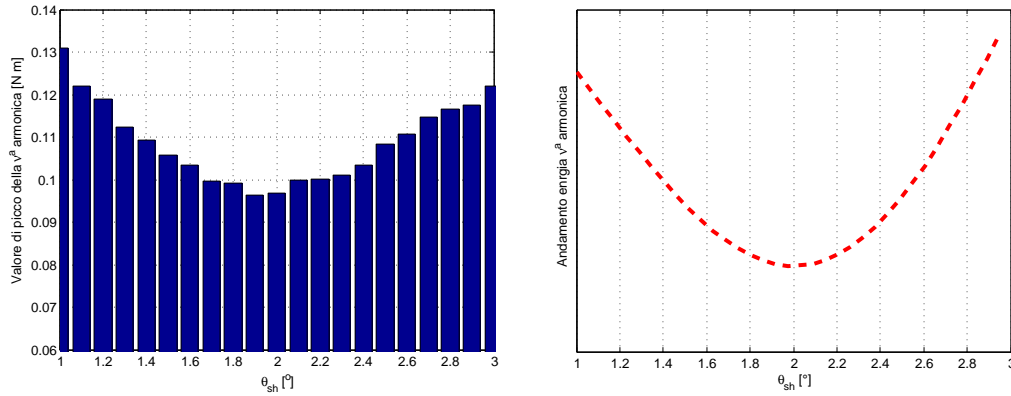


Figura 6.21: Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90^a armonica in funzione di ϑ_{sh} e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

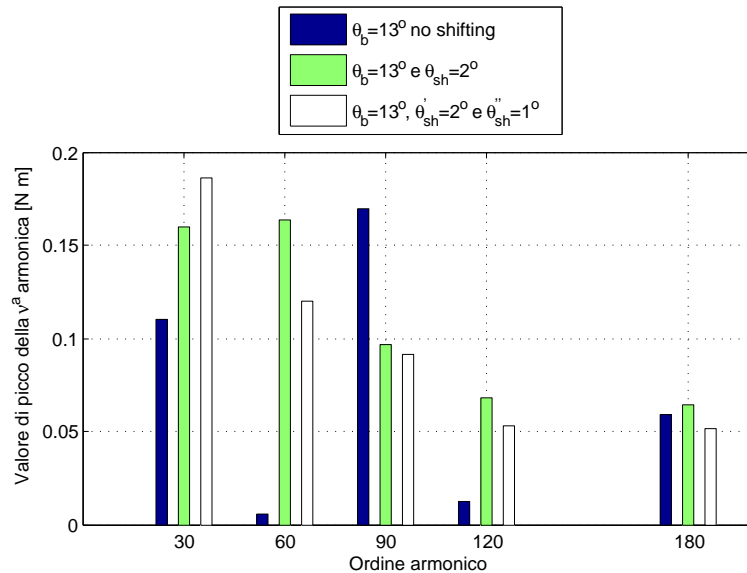


Figura 6.22: Configurazione 9-10: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.

6.4 Studio soluzione *machaon*

Al fine di ridurre l'oscillazione di coppia si procede con il dimensionamento di $\Delta\vartheta_b$.

6.4.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto esposto nel paragrafo 4.3 si procede applicando il modello analitico al caso 9-10.

Nelle figure 6.23 e 6.24 si mostrano i risultati ottenuti: dai grafici si vede che per $\Delta\vartheta_b = 2^\circ$ e $\vartheta_b = 10.4^\circ$ si ottengono i punti di minimo.

In figura 6.25 si mette in evidenza che l'insieme di soluzioni ottime, ricavate con $\vartheta_b = 10.4^\circ$ non subiscono variazioni in funzione di α_i^e .

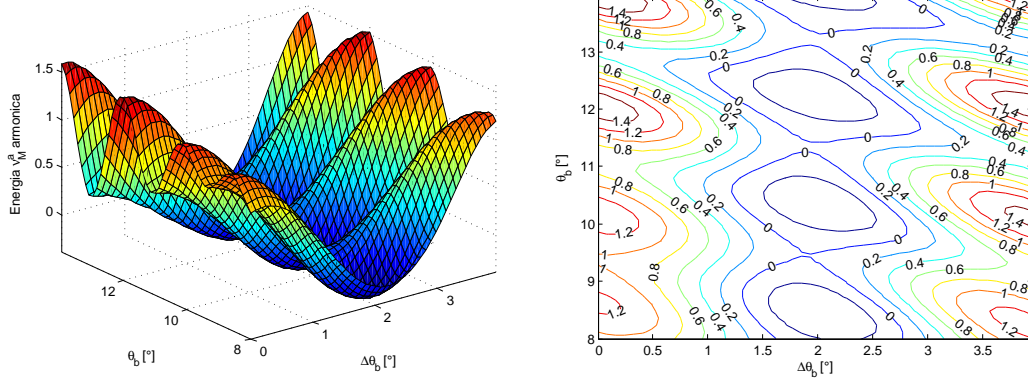
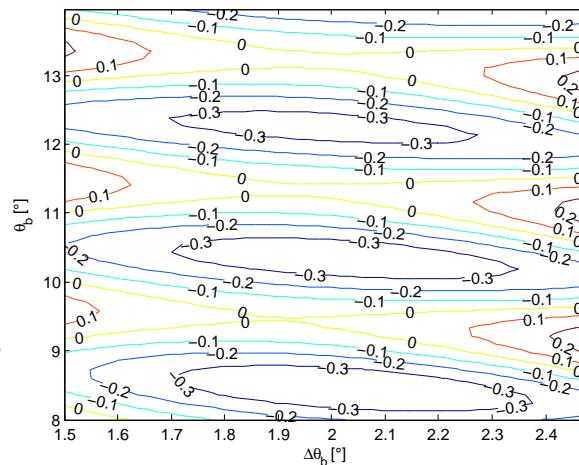


Figura 6.23: Configurazione 9-10: andamento analitico dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Figura 6.24: Configurazione 9-10: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.



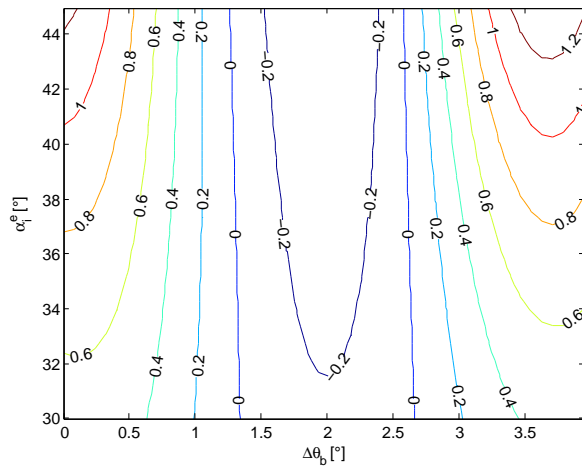


Figura 6.25: Configurazione 9-10: andamento dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 10.4^\circ$.

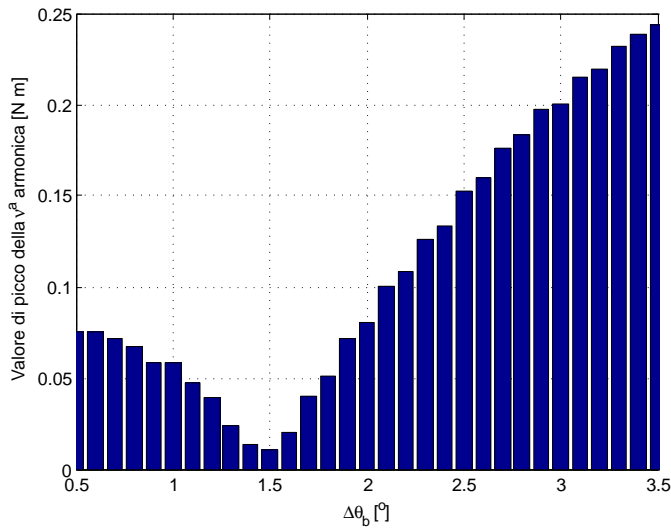


Figura 6.26: Configurazione 9-10: andamento della 30^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$.

6.4.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati mediante il modello FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 10.5^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Si imposta $\vartheta_b = 10.5^\circ$ e si valuta l'andamento del ripple di coppia nell'intorno di $\Delta\vartheta_b = 2^\circ$. Nelle figure 6.26, 6.27, 6.28 e 6.29 si riportano i risultati ottenuti.

Figura 6.27: Configurazione 9-10: andamento della 60^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$.

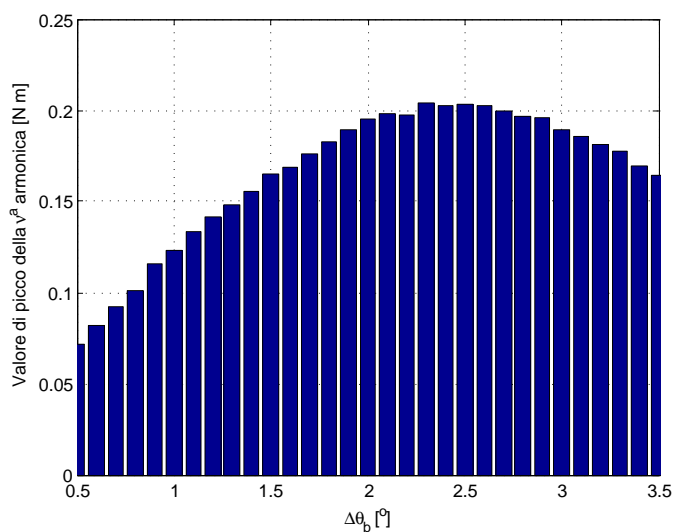


Figura 6.28: Configurazione 9-10: andamento della 90^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$.

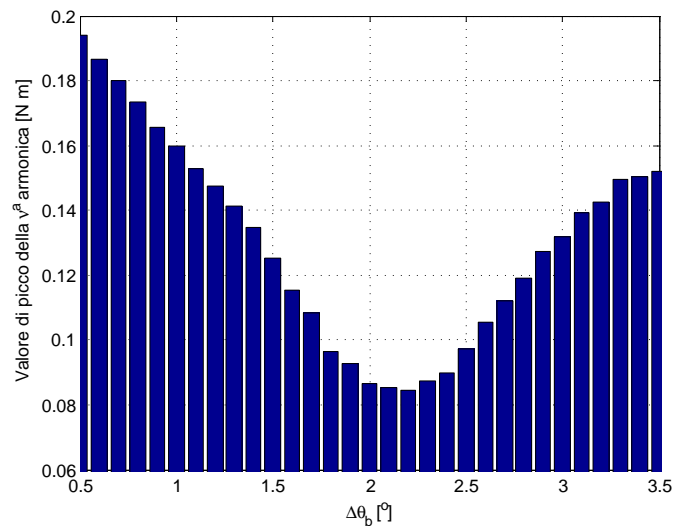
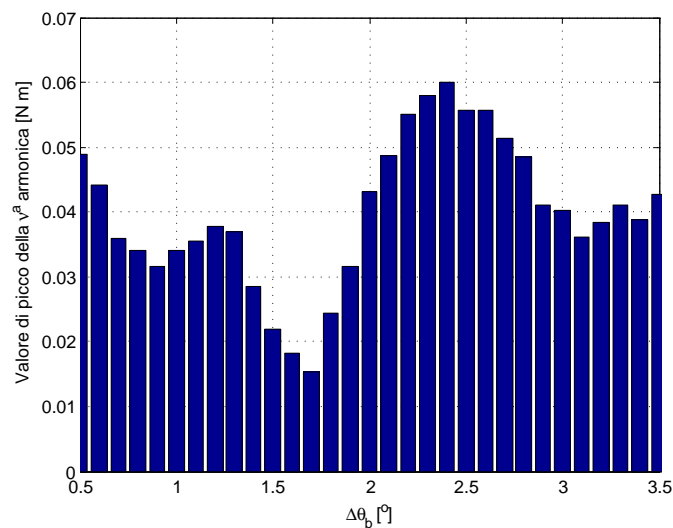


Figura 6.29: Configurazione 9-10: andamento della 180^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$.



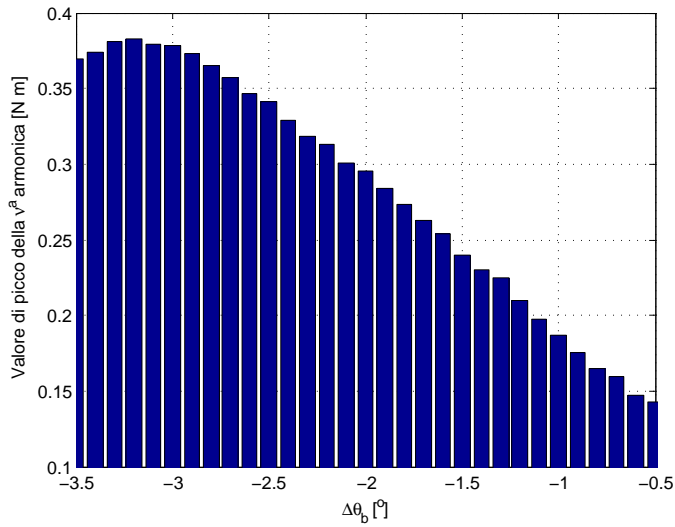


Figura 6.30: Configurazione 9-10: andamento della 30^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$.

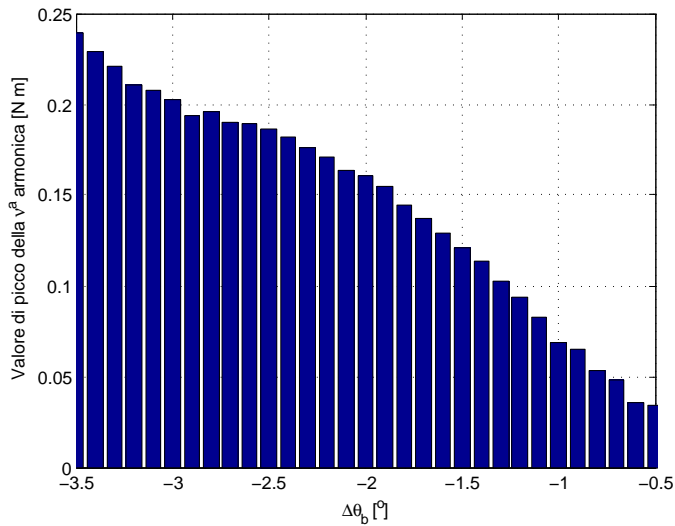


Figura 6.31: Configurazione 9-10: andamento della 60^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 13^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Si pone $\vartheta_b = 13^\circ$ e si valuta l'andamento del ripple di coppia nell'intorno di $\Delta\vartheta_b = -2^\circ$.

Nelle figure 6.30, 6.31, 6.32 e 6.33 si riportano i risultati ottenuti.

Figura 6.32: Configurazione 9-10: andamento della 90^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$.

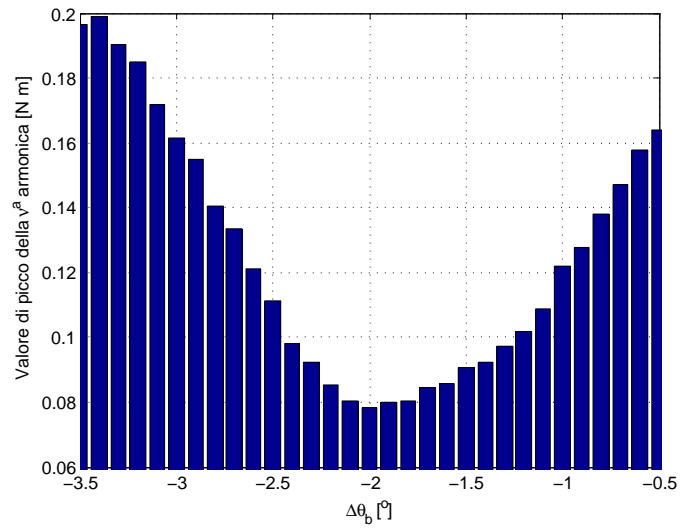
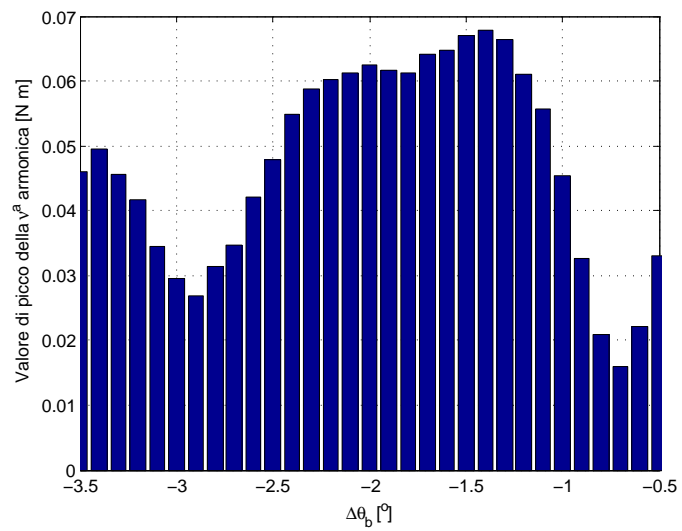


Figura 6.33: Configurazione 9-10: andamento della 180^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 13^\circ$.



6.4.3 Confronto risultati

Dai dati ottenuti risulta chiaro che neppure la configurazione *machaon* porta ad un miglioramento in termini di oscillazione di coppia.

A prescindere da questo aspetto negativo la figura 6.34 mostra che è corretta la teoria proposta per l'individuazione di $\Delta\vartheta_b$ tale da minimizzare la ν_M^a armonica.

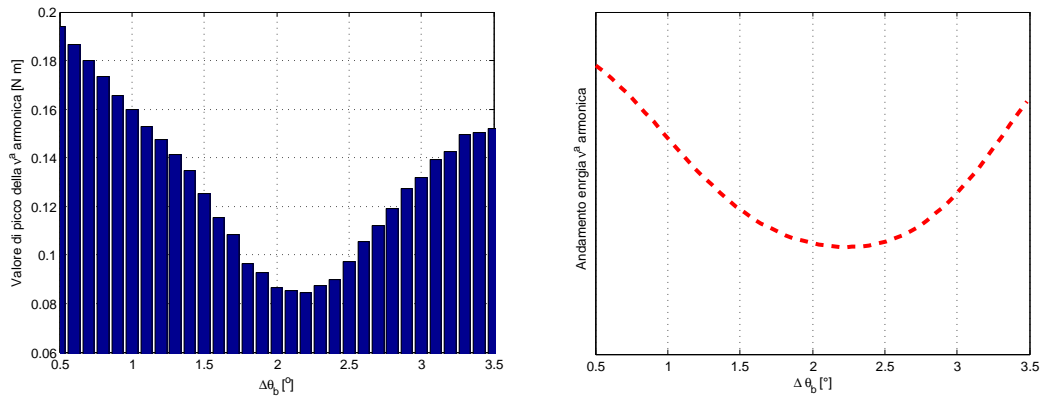


Figura 6.34: Configurazione 9-10: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 90^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 10.5^\circ$.

Verifica criteri: configurazione 9-8

Attraverso il confronto con i risultati ottenuti dalle analisi FEM si valuta la correttezza sia dei modelli teorizzati sia dei criteri proposti per ridurre l'oscillazione di coppia nel caso in cui $Q_s = 9$ e $2p = 8$.

7.1 Scelta di Q_s

In base ai criteri esposti nel paragrafo 4.1.1 la configurazione 9-8 dovrebbe garantire un'oscillazione di coppia bassa.

In figura 7.1¹ si riporta lo schema di collegamento delle fasi nelle cave di statore.

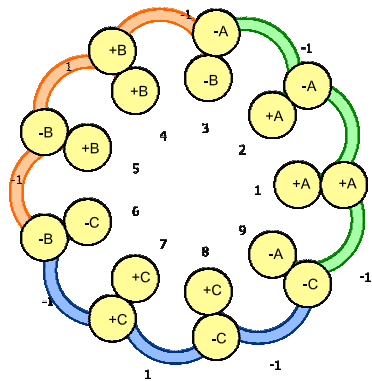


Figura 7.1: Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 9-8.

¹Immagine ottenuta mediante il software koil 1.1.

7.2 Dimensionamento di ϑ_b

Si procede alla ricerca di ϑ_b tale da limitare l'oscillazione di coppia.

7.2.1 Applicazione della teoria proposta

L'obiettivo è limitare l'armonica fondamentale dell'oscillazione ν_M , calcolata come:

$$\nu_M = m.c.m. (Q_s, 2p) = 72^a \quad (7.1)$$

Tenendo presente quanto detto nel paragrafo 4.2.1 riguardo la coppia media e i vincoli meccanici, il dominio di ϑ_b vale circa:

$$9^\circ < \vartheta_b < 19^\circ$$

Definiti i parametri necessari, si applica il modello descritto nel paragrafo 4.2.2: in figura 7.2 e più in dettaglio in figura 7.3 vengono mostrati i risultati ottenuti. Dai grafici esposti si vede che il valore ottimo si ottiene per $\vartheta_b = 18.75^\circ$.

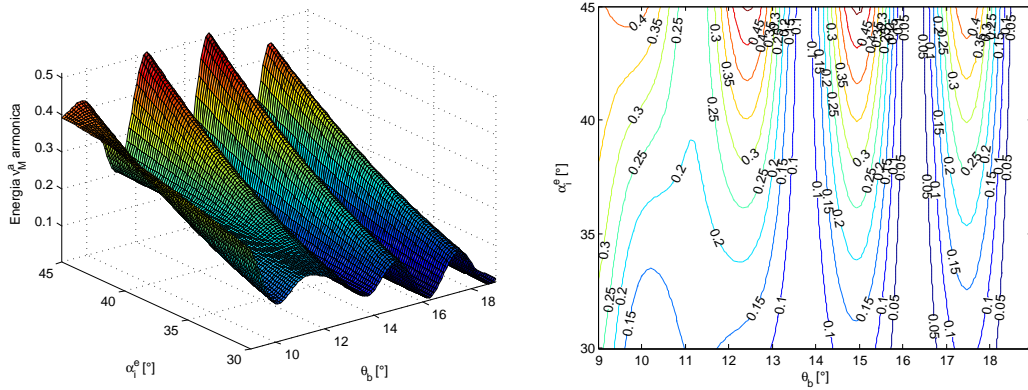


Figura 7.2: Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

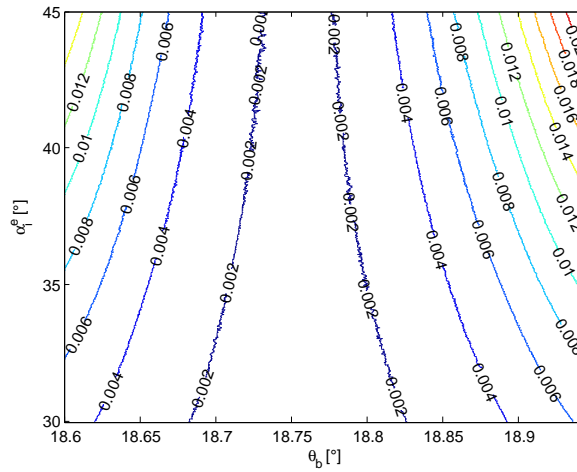


Figura 7.3: Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

7.2.2 Risultati FEM

Le simulazioni vengono eseguite con $\alpha_i^e = 45^\circ$. Di seguito si espongono i risultati che rispettivamente mettono in evidenza:

- i diversi sviluppi della coppia al variare di ϑ_b , in figura 7.4;
- i valori di picco delle componenti armoniche più rilevanti, nelle figure 7.5, 7.6 e 7.7;
- la coppia media in funzione di ϑ_b , in figura 7.8;
- il valore percentuale dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b , in figura 7.9.

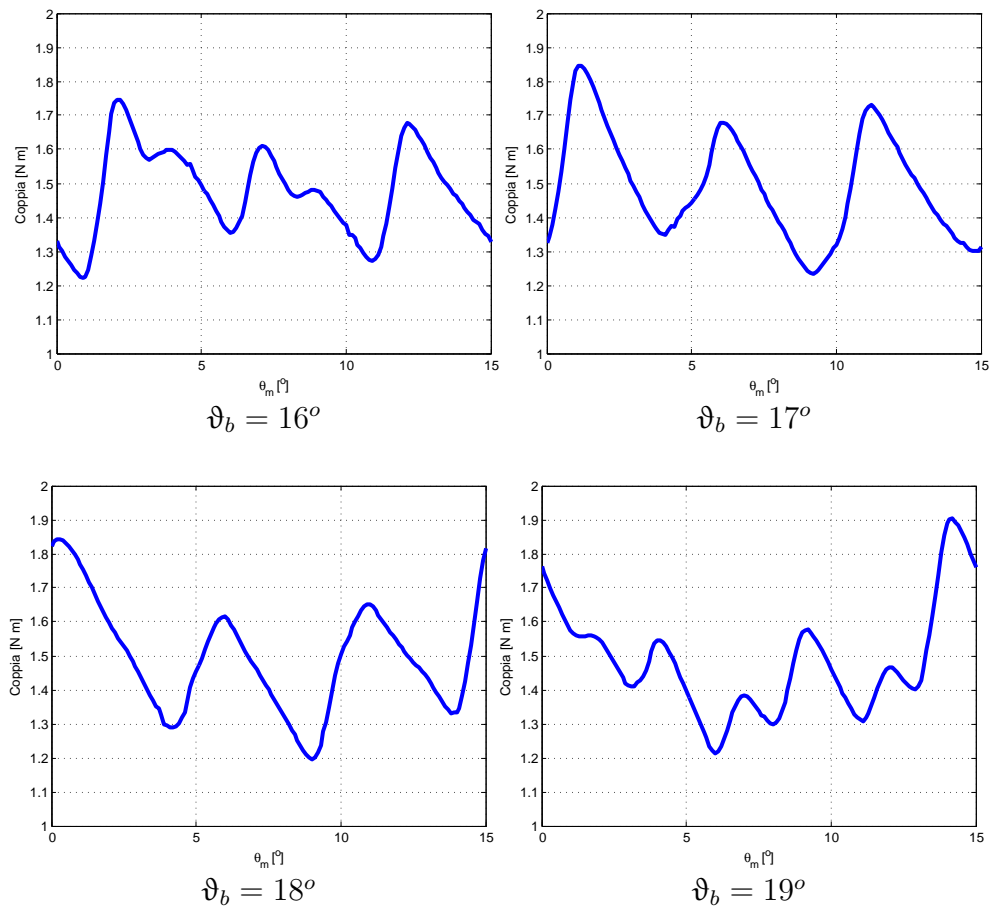


Figura 7.4: Configurazione 9-8: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

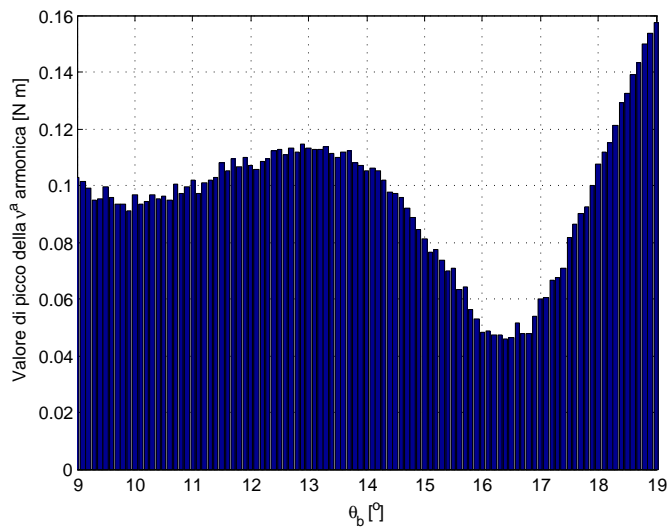


Figura 7.5: Configurazione 9-8: andamento della 24^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

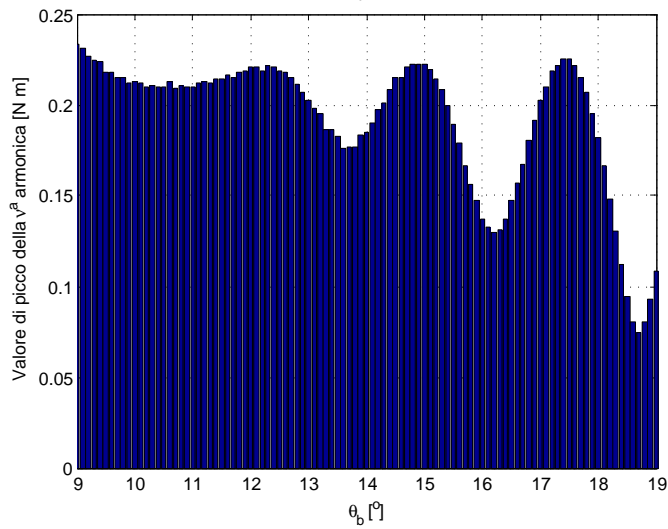


Figura 7.6: Configurazione 9-8: andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

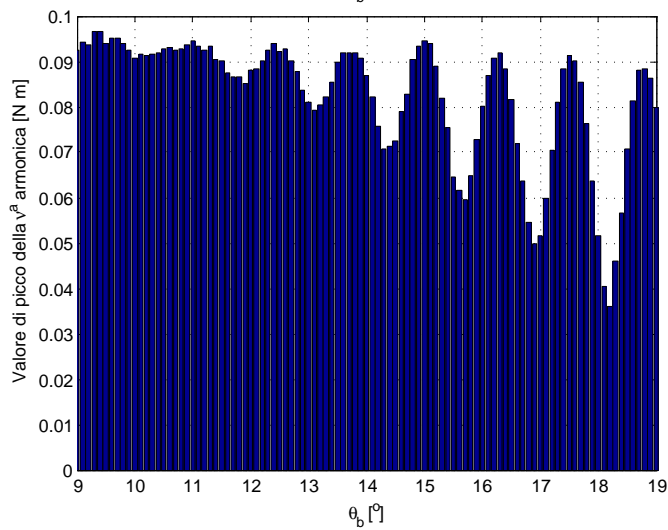


Figura 7.7: Configurazione 9-8: andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

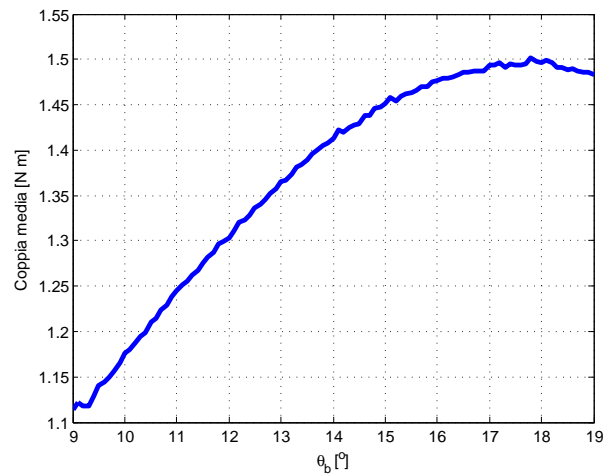


Figura 7.8: Configurazione 9-8: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

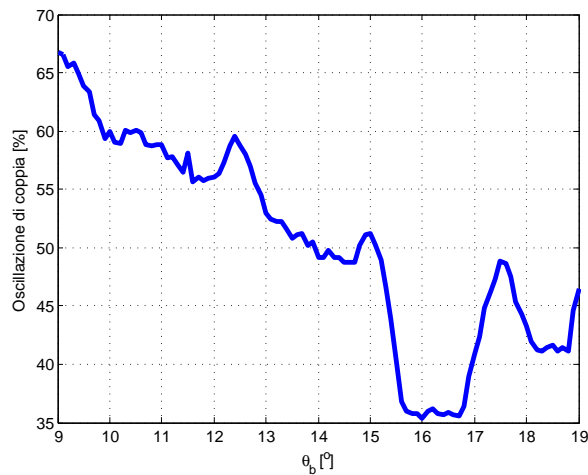


Figura 7.9: Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

7.2.3 Confronto risultati

Nelle figure 7.10 e 7.11 si riportano i confronti tra l'andamento dei valori di picco FEM e l'energia ad essi associata calcolata analiticamente: entrambi convergono su risultati analoghi.

Una nota importante riguarda quanto messo in evidenza dal grafico di figura 7.9: in questo caso il valore minore di oscillazione percentuale si ottiene per ϑ_b che va da circa 15.5° a 16.7° . Il motivo risulta chiaro esaminando le

figure 7.5 e 7.6: per $\vartheta_b \simeq 16^\circ$ si ha un minimo globale per la subarmonica, la 24^a , mentre per la fondamentale si ha un minimo locale.

Grazie a quanto osservato è possibile affinare la strategia di ottimizzazione. In tal senso le soluzioni ottimali da sviluppare mediante simulazioni FEM non devono essere cercate solamente per il valore di ϑ_b corrispondente al minimo globale della ν_M^a armonica. Si deve anche investigare i valori di ϑ_b che danno luogo a minimi locali ma che non penalizzano in modo significativo la coppia media.

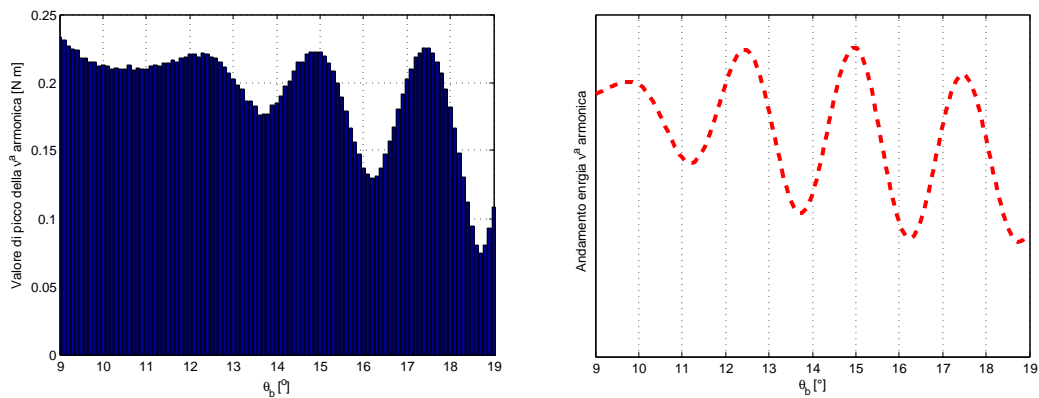


Figura 7.10: Configurazione 9-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

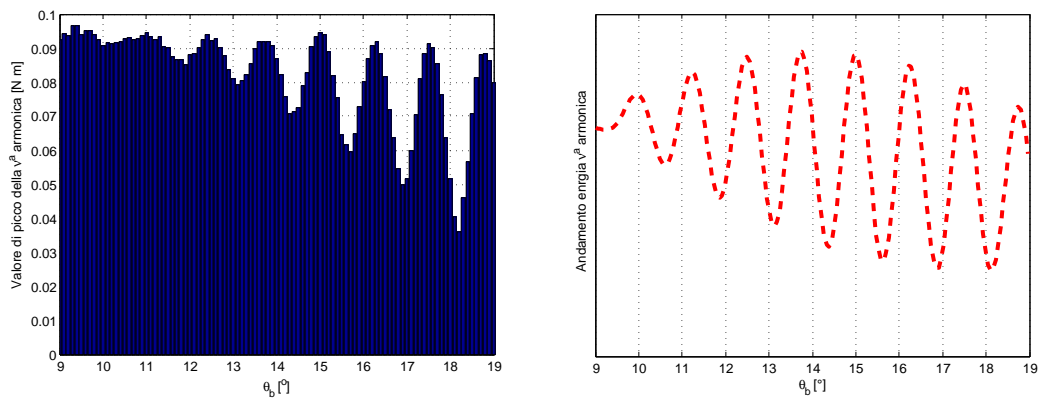


Figura 7.11: Configurazione 9-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

7.3 Studio soluzione *shifting*

Attraverso l'introduzione dell'angolo di slittamento ϑ_{sh} si cerca di minimizzare l'oscillazione di coppia.

7.3.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto esposto nel paragrafo 4.4 si applica il modello analitico al caso 9-8.

Attraverso i grafici delle figure 7.12 e 7.13 si individuano i valori di ϑ_{sh} tali da limitare la 72^a armonica.

Nelle figure 7.14 e 7.15 invece si indaga se queste soluzioni sono sensibili al variare di α_i^e .

In base ai dati mostrati, le soluzioni che il modello analitico propone sono:

- a) $\vartheta_b = 16.2^\circ$ e $\vartheta_{sh} = 2.4^\circ$;
- b) $\vartheta_b = 18.75^\circ$ e $\vartheta_{sh} = 2.5^\circ$.

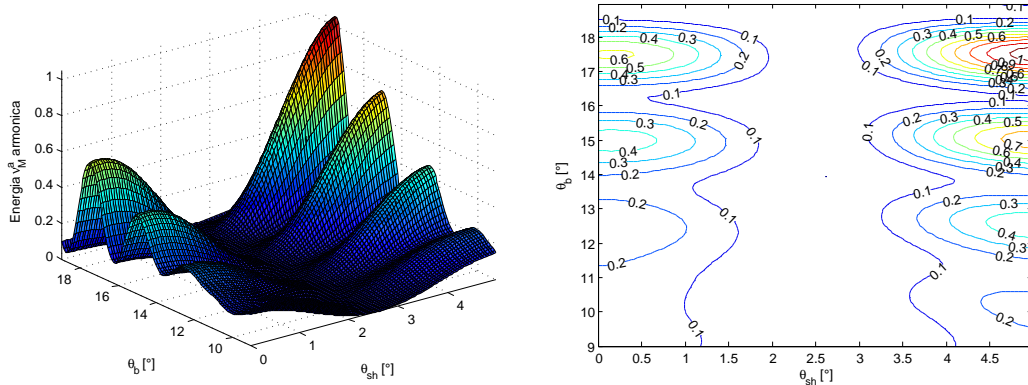


Figura 7.12: Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

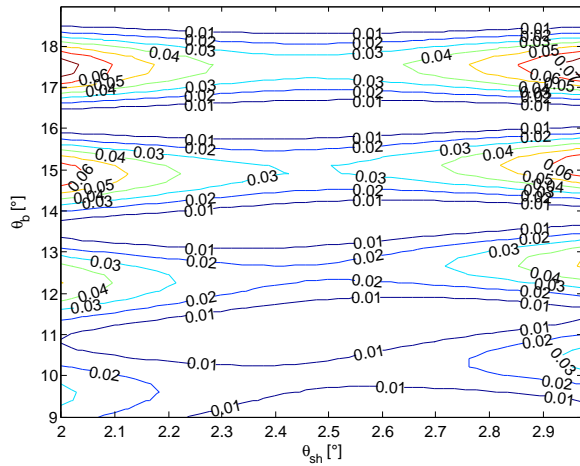


Figura 7.13: Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

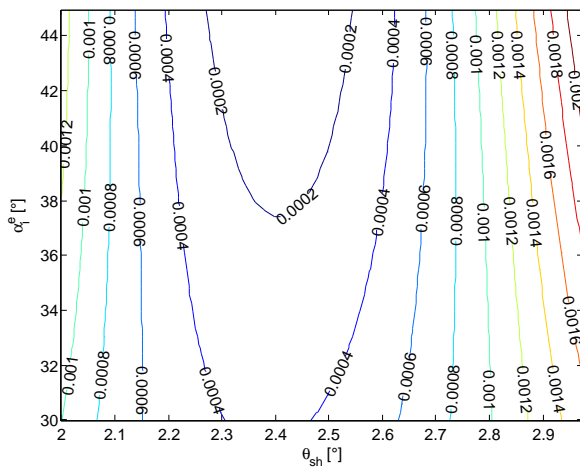


Figura 7.14: Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

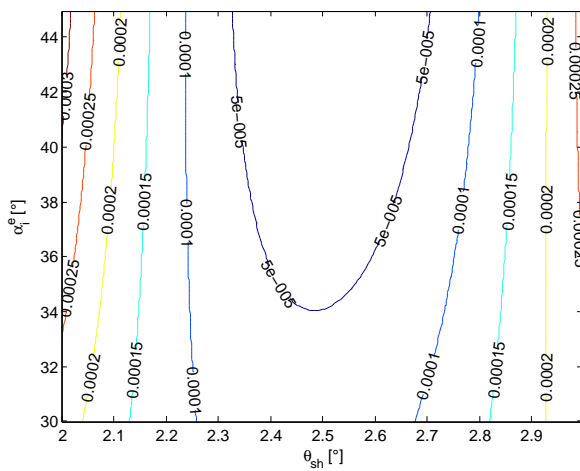


Figura 7.15: Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di α_i^e e ϑ_{sh} con $\vartheta_b = 18.75^\circ$.

7.3.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati attraverso le simulazioni FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 16.2^\circ$ e ϑ_{sh} variabile

In questo caso l'introduzione dello slittamento comporta un aumento considerevole di alcune armoniche che in precedenza davano un contributo marginale: in particolare si tratta della 48^a , 96^a e 120^a , i cui andamenti sono riportati rispettivamente nelle figure 7.18, 7.20 e 7.21.

Come mostrato in figura 7.16, applicare la soluzione *shifting* risulta qui controproducente.

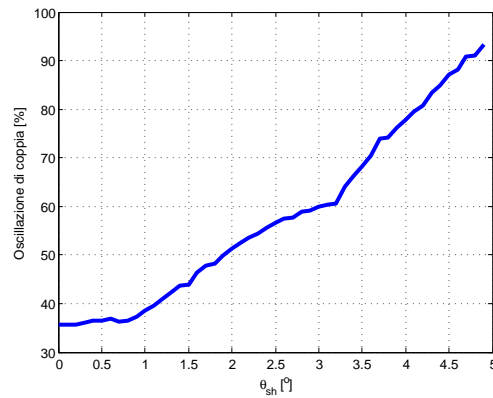


Figura 7.16: Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

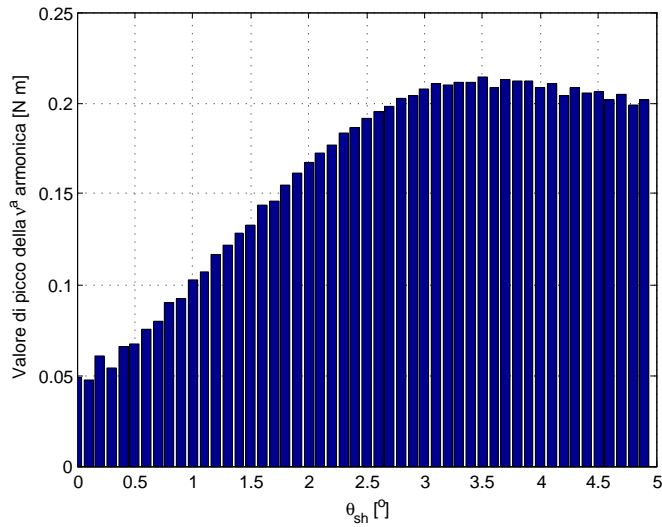


Figura 7.17: Configurazione 9-8: andamento della 24^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

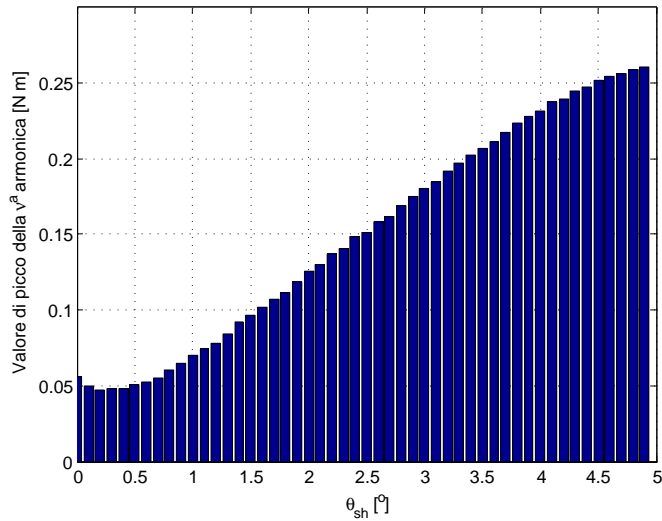


Figura 7.18: Configurazione 9-8: andamento della 48^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

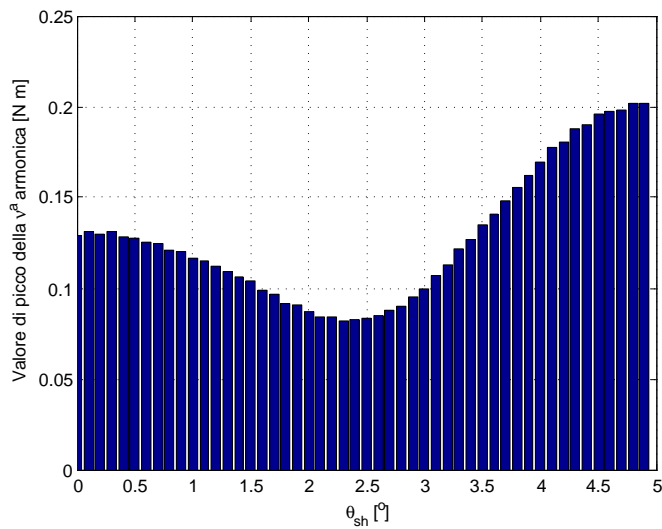


Figura 7.19: Configurazione 9-8: andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

Figura 7.20: Configurazione 9-8: andamento della 96^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

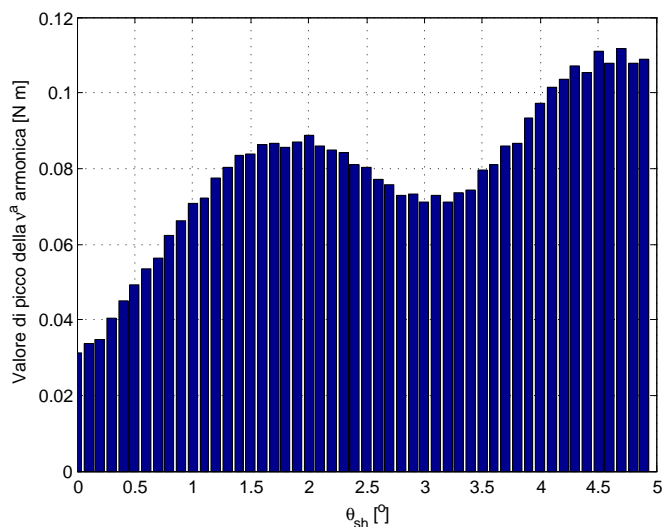


Figura 7.21: Configurazione 9-8: andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

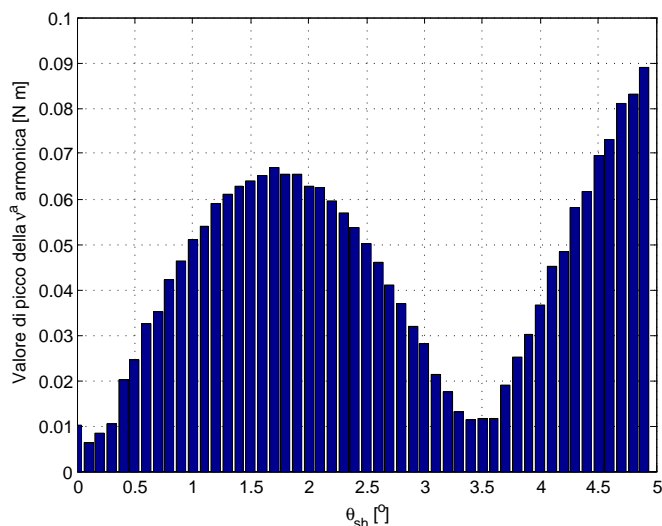
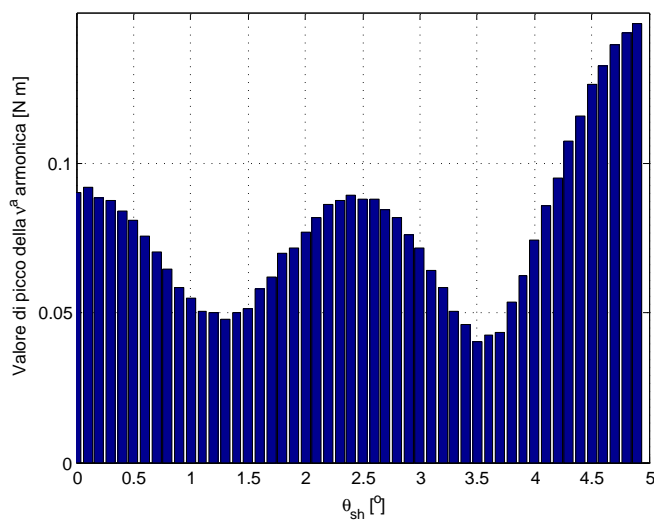


Figura 7.22: Configurazione 9-8: andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.



Caso 2: $\vartheta_b = 17^\circ$ e ϑ_{sh} variabile

Anche in questo caso l'utilizzo dello shifting non risulta vantaggioso: in particolare si nota l'aumento del contributo relativo alla 48^a e 120^a armonica, mostrato rispettivamente nelle figure 7.25 e 7.28.

In figura 7.23, invece, si mostra l'andamento percentuale dell'oscillazione di coppia.

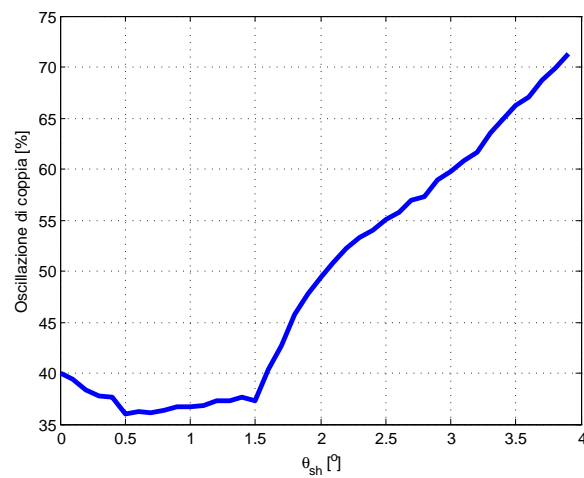


Figura 7.23: Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

Figura 7.24: Configurazione 9-8: andamento della 24^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

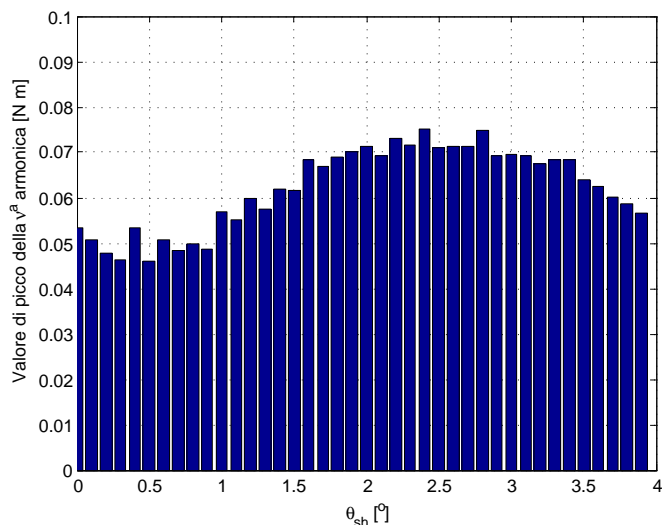


Figura 7.25: Configurazione 9-8: andamento della 48^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

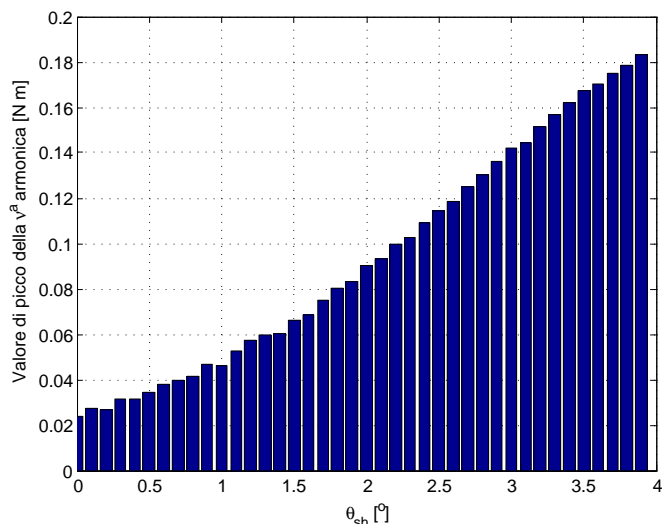
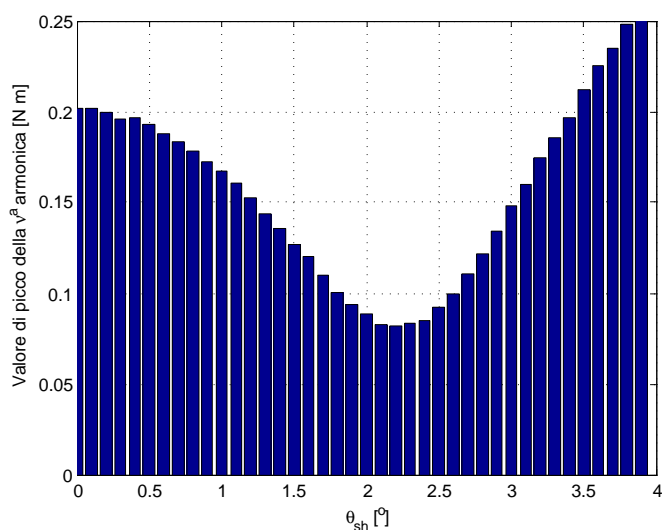


Figura 7.26: Configurazione 9-8: andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.



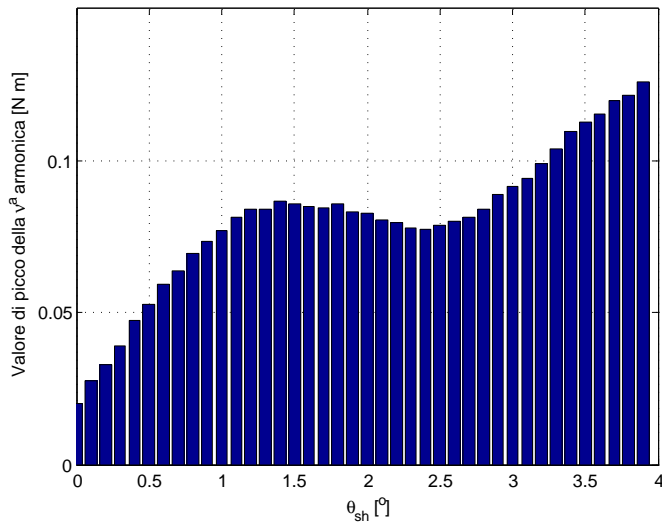


Figura 7.27: Configurazione 9-8: andamento della 96^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

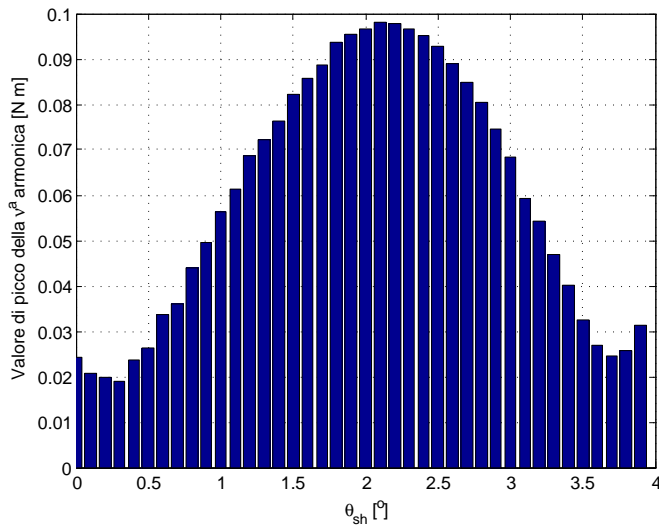


Figura 7.28: Configurazione 9-8: andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

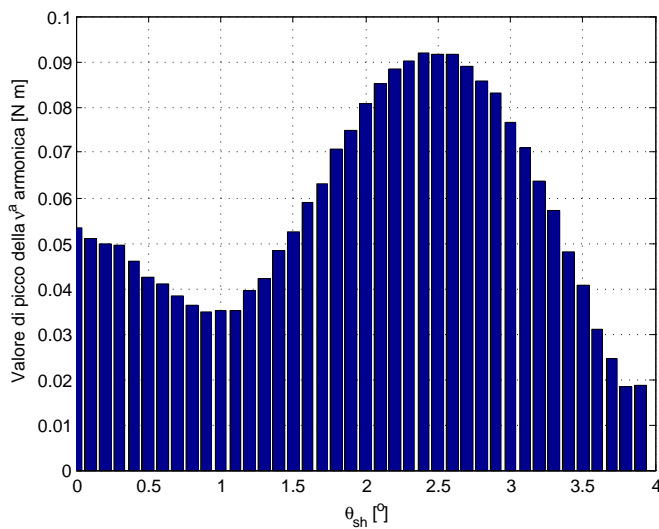


Figura 7.29: Configurazione 9-8: andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

Caso 3: $\vartheta_b = 16.2^\circ$ e doppio *shifting*: $\vartheta'_{sh} = 2.4^\circ$ e $\vartheta''_{sh} = 1.25^\circ$

In questo caso si utilizzano due angoli di slittamento dimensionati rispettivamente per ridurre il contributo della 72^a e 144^a armonica.

Come si può osservare in figura 7.30, il contributo della 72^a e 144^a decrescono mentre l'oscillazione di coppia globale aumenta portando il $\Delta\tau$ dal 36% al 53.9%.

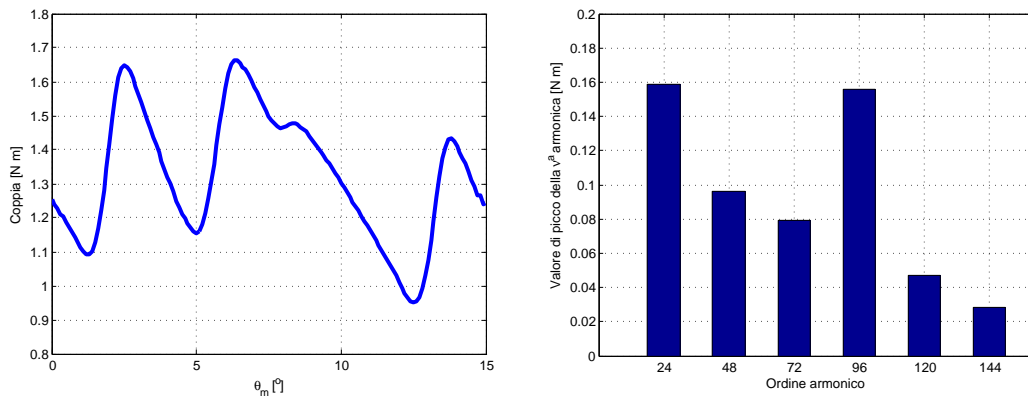


Figura 7.30: Configurazione 9-8: andamento della coppia e scomposizione in armoniche con $\vartheta_b = 16.2^\circ$, $\vartheta'_{sh} = 2.4^\circ$, $\vartheta''_{sh} = 1.25^\circ$ e $\alpha_i^e = 45^\circ$.

7.3.3 Confronto risultati

Nelle figure 7.32 e 7.33 si riportano gli andamenti FEM e analitici: i due modelli convergono a risultati analoghi.

Come riassunto in figura 7.31 la configurazione 9-8 non si presta al processo di ottimizzazione attraverso lo shifting della barriera di flusso: a fronte di una riduzione della ν_M^a armonica si hanno notevoli incrementi di altre componenti.

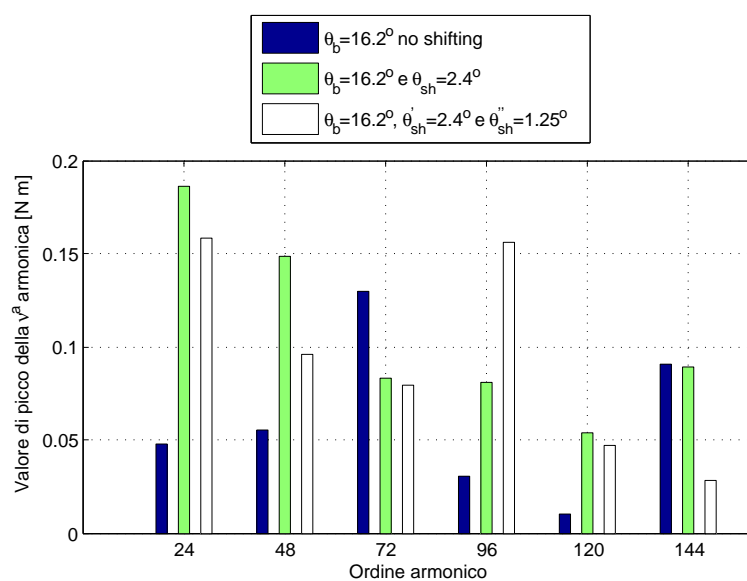


Figura 7.31: Configurazione 9-8: confronto dei valori di picco delle principali armoniche per diverse soluzioni.

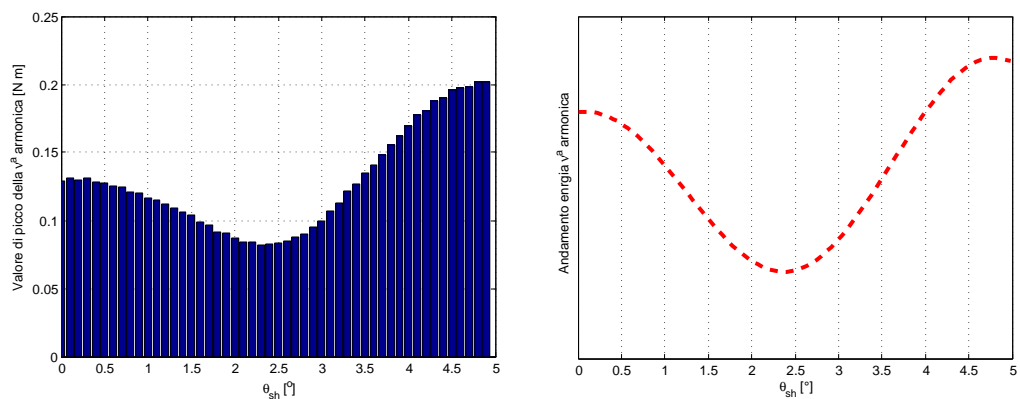


Figura 7.32: Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

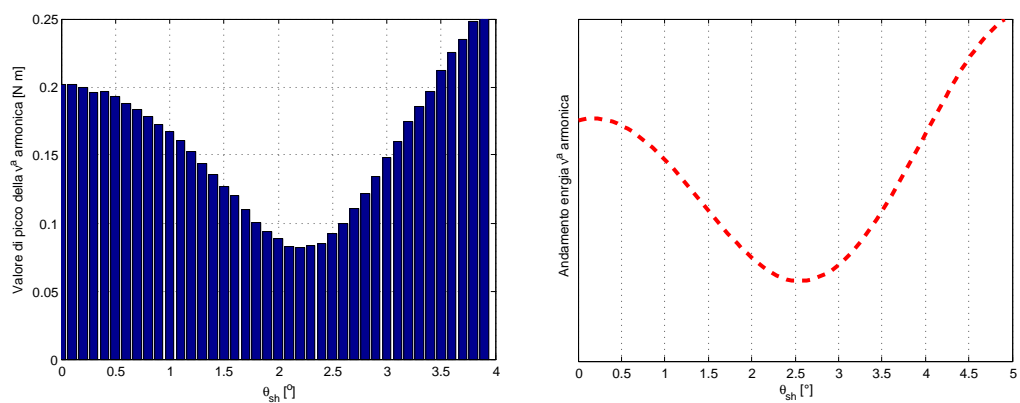


Figura 7.33: Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

7.4 Studio soluzione *machaon*

Al fine di ridurre l'oscillazione di coppia si procede con il dimensionamento di $\Delta\vartheta_b$.

7.4.1 Applicazione della teoria proposta

In base a quanto esposto nel paragrafo 4.3 si procede applicando il modello analitico al caso 9-8.

Nelle figure 7.34 e 7.35 si mostrano i risultati ottenuti: dai grafici si vede che per $\Delta\vartheta_b = 2.4^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$ si ottengono i punti di minimo.

In figura 7.36 si mette in evidenza che l'insieme di soluzioni ottime, ricavate con $\vartheta_b = 15.2^\circ$ non subisce variazioni in funzione di α_i^e .

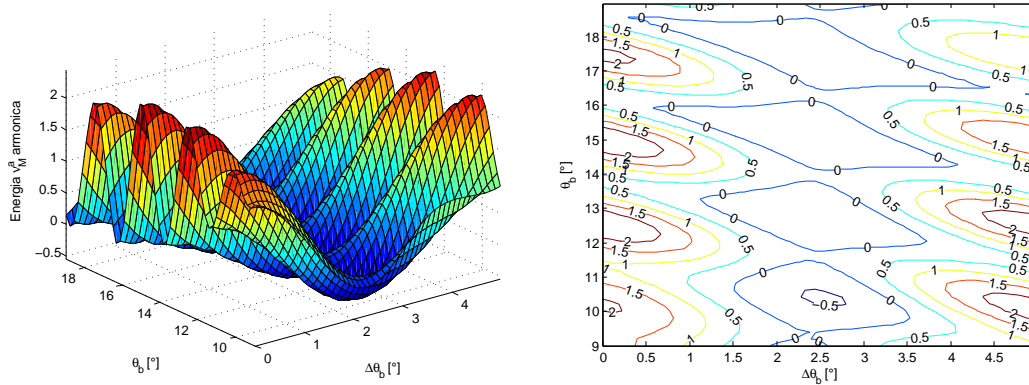


Figura 7.34: Configurazione 9-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Figura 7.35: Configurazione 9-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

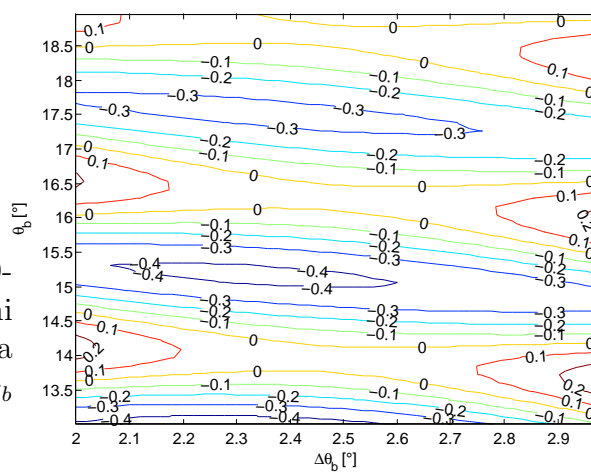
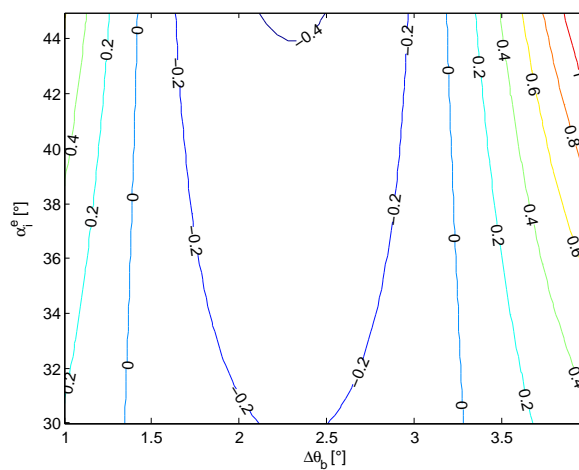


Figura 7.36: Configurazione 9-8: andamento dell'energia legata alla 90^a armonica in funzione di α_i^e e $\Delta\vartheta_b$ con $\vartheta_b = 15.2^\circ$.



7.4.2 Risultati FEM

Di seguito si riportano i casi analizzati mediante simulazioni FEM.

Caso 1: $\vartheta_b = 15.2^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Dai risultati mostrati in figura 7.37 si vede che anche per la soluzione *machaon* i dati non sono positivi. Infatti l'oscillazione totale aumenta pur diminuendo il contributo della 72^a armonica.

Di seguito sono mostrati gli andamenti delle singole componenti armoniche.

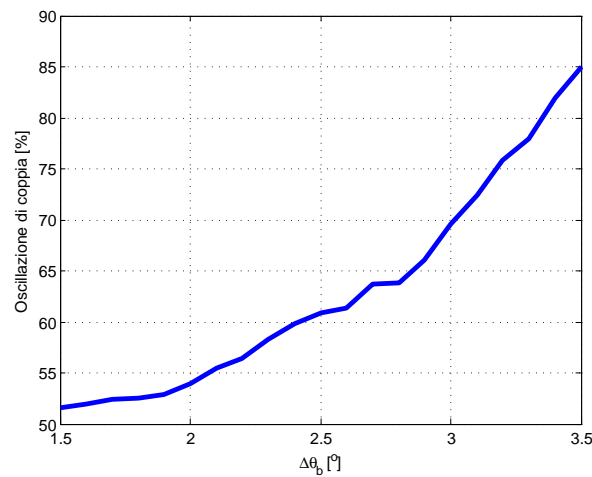


Figura 7.37: Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

Figura 7.38: Configurazione 9-8: andamento della 24^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

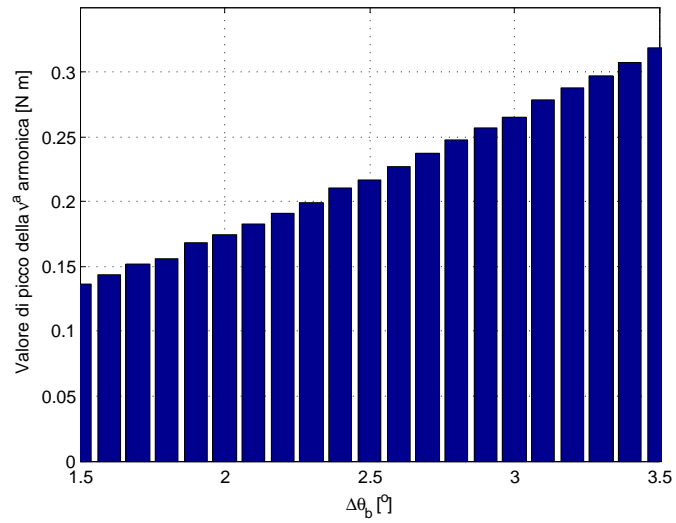


Figura 7.39: Configurazione 9-8: andamento della 48^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

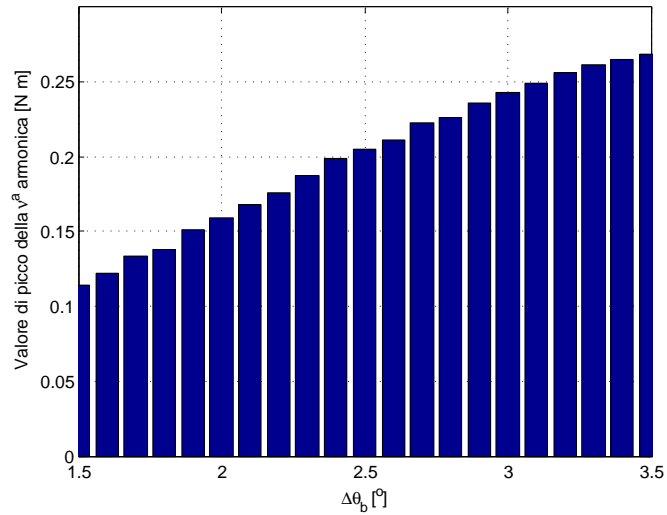
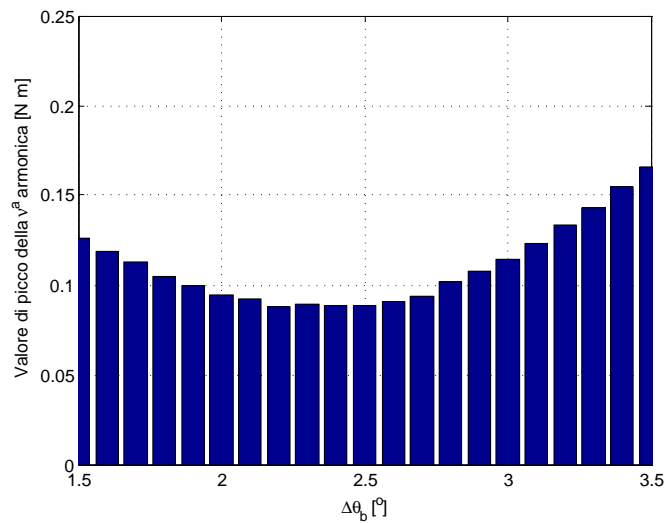


Figura 7.40: Configurazione 9-8: andamento della 72^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.



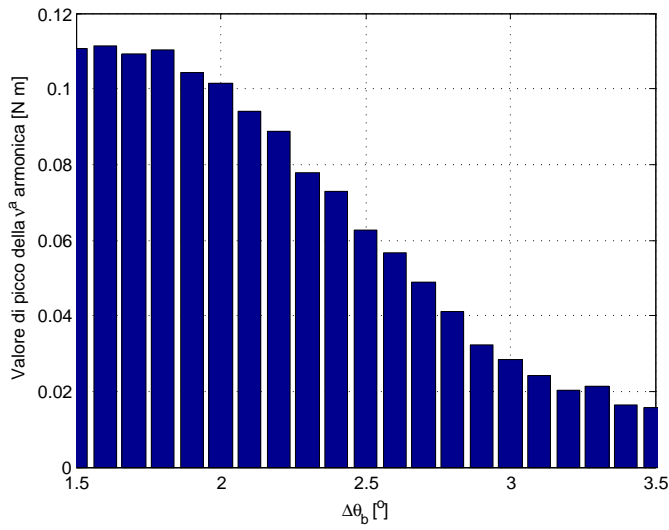


Figura 7.41: Configurazione 9-8: andamento della 96^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

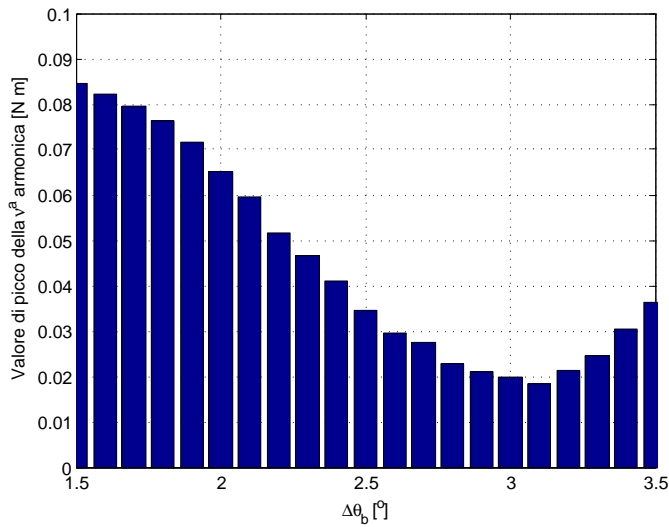


Figura 7.42: Configurazione 9-8: andamento della 120^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

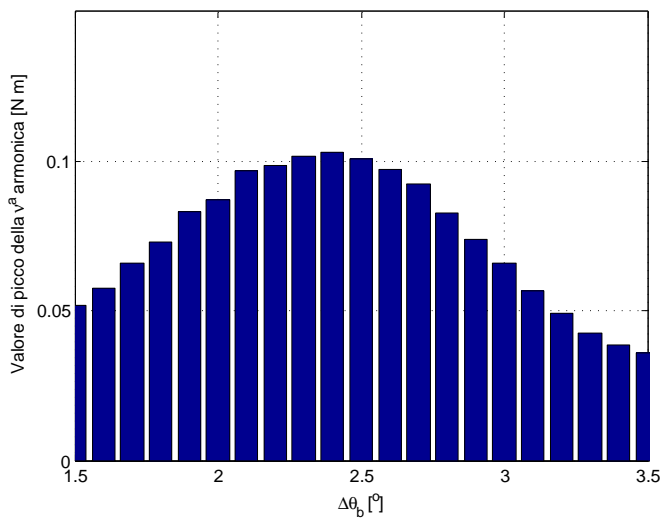


Figura 7.43: Configurazione 9-8: andamento della 144^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 15.2^\circ$.

Caso 2: $\vartheta_b = 16.2^\circ$, $\alpha_i^e = 45^\circ$

Come mostrato in figura 7.44, anche per questa configurazione la soluzione *machaon* risulta controproducente, in quanto a fronte di una lieve riduzione del contributo della 72^a armonica si ha un incremento globale di diversi ordini armonici.

Di seguito sono mostrati gli andamenti delle singole componenti armoniche.

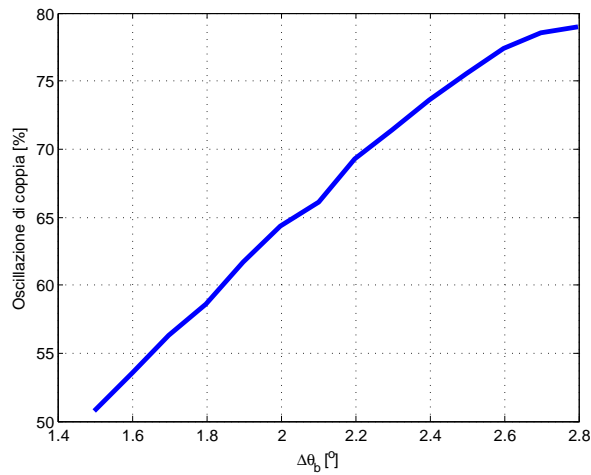


Figura 7.44: Configurazione 9-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

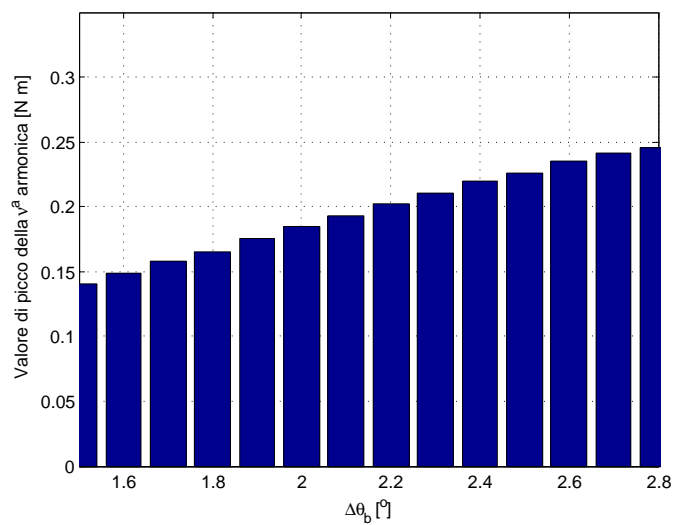


Figura 7.45: Configurazione 9-8: andamento della 24^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

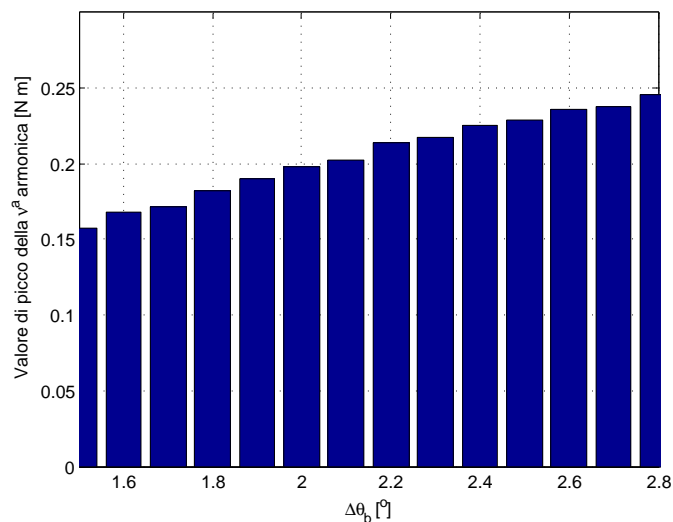


Figura 7.46: Configurazione 9-8: andamento della 48^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

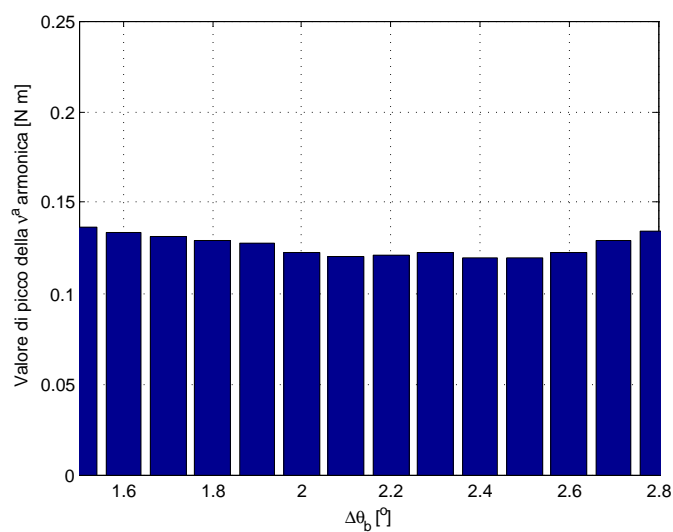


Figura 7.47: Configurazione 9-8: andamento della 72^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

Figura 7.48: Configurazione 9-8: andamento della 96^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

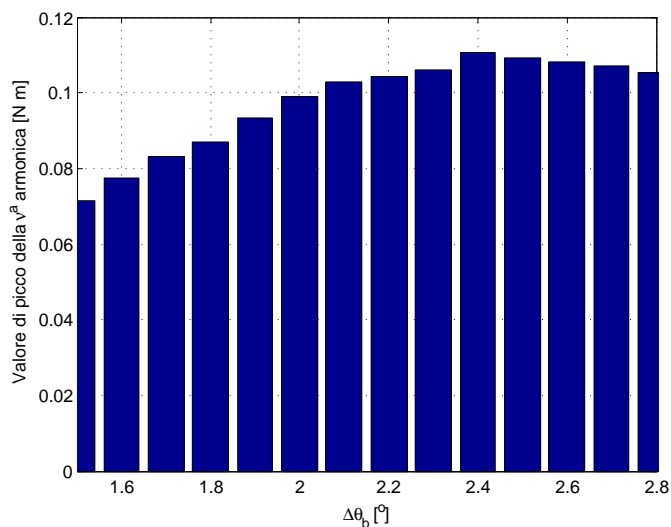


Figura 7.49: Configurazione 9-8: andamento della 120^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.

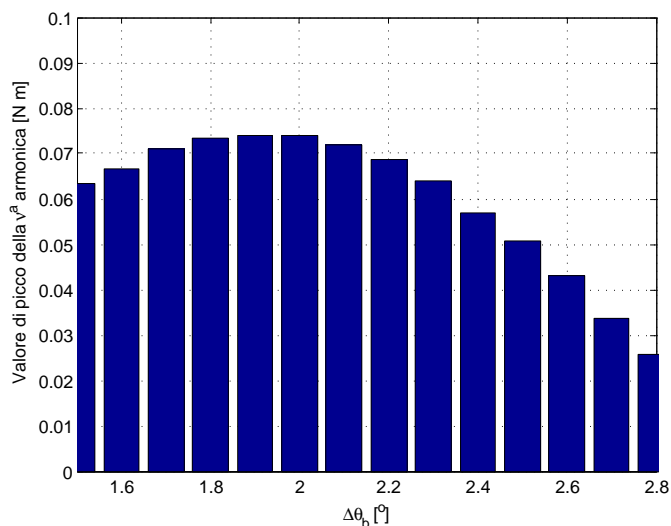
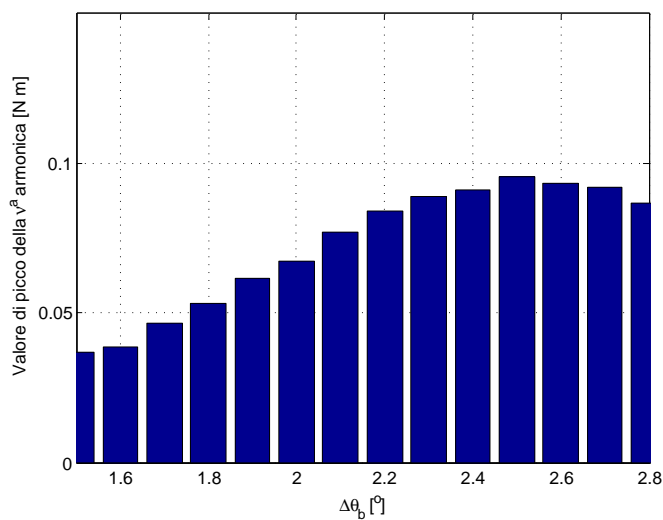


Figura 7.50: Configurazione 9-8: andamento della 144^a armonica in funzione di $\Delta\vartheta_b$ con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 16.2^\circ$.



7.4.3 Confronto risultati

Come messo in evidenza dalle simulazioni FEM la soluzione *machaon* non risulta vantaggiosa per la configurazione 9-8.

Come si mostra in figura 7.51, a prescindere dai risultati globali, il modello analitico descrive comunque correttamente l'andamento della ν_M^a armonica.

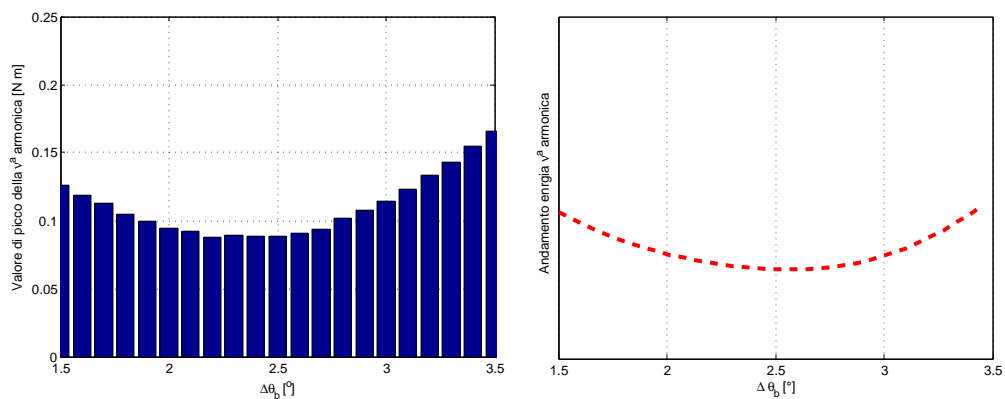


Figura 7.51: Configurazione 9-8: confronto risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_{sh} con $\alpha_i^e = 45^\circ$ e $\vartheta_b = 17^\circ$.

Verifica criteri: configurazione 12-8

Attraverso il confronto con i risultati ottenuti dalle analisi FEM si valuta la correttezza sia dei modelli teorizzati sia dei criteri proposti per ridurre l'oscillazione di coppia nel caso in cui $Q_s = 12$ e $2p = 8$.

8.1 Scelta di Q_s

Riferendoci ai criteri esposti nel paragrafo 4.1.1 la configurazione 12-8 dovrebbe presentare un'oscillazione di coppia superiore rispetto al caso in cui $Q_s = 9$.

In figura 8.1¹ si riporta lo schema di collegamento delle fasi nelle cave di statore.

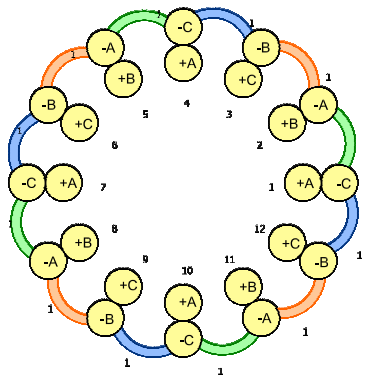


Figura 8.1: Schema del collegamento dei conduttori nelle cave di statore in configurazione 12-8.

¹Immagine ottenuta mediante il software koil 1.1.

8.2 Dimensionamento di ϑ_b

Di seguito si procede alla ricerca dell'angolo di barriera tale da limitare l'oscillazione di coppia.

8.2.1 Applicazione della teoria proposta

L'obiettivo dell'ottimizzazione è limitare l'armonica fondamentale dell'oscillazione ν_M , calcolata come:

$$\nu_M = m.c.m. (Q_s, 2p) = 24^a \quad (8.1)$$

Tenendo presente quanto detto nel paragrafo 4.2.1 riguardo la coppia media e i vincoli meccanici, il dominio di ϑ_b vale circa:

$$9^\circ < \vartheta_b < 19^\circ$$

Definiti i parametri necessari si applica il modello descritto nel paragrafo 4.2.2: in figura 8.2 e più in dettaglio in figura 8.3 vengono mostrati i risultati ottenuti. Dai grafici esposti si vede che il valore ottimo si ha per $\vartheta_b = 18.7^\circ$.

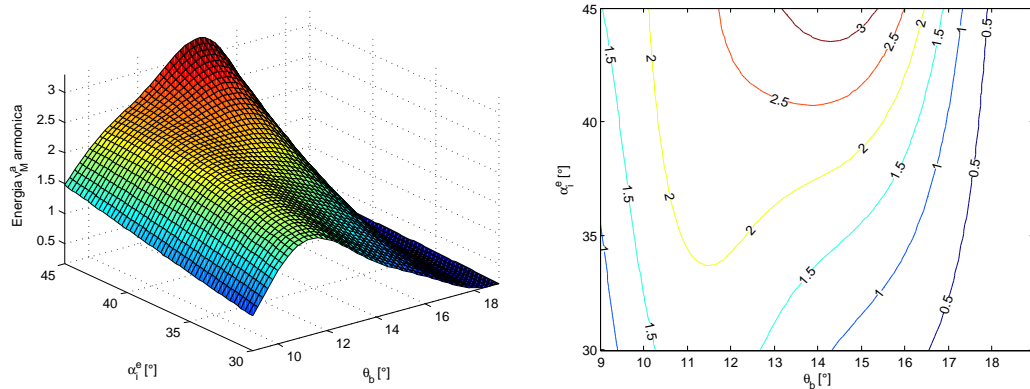


Figura 8.2: Configurazione 12-8: andamento analitico dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

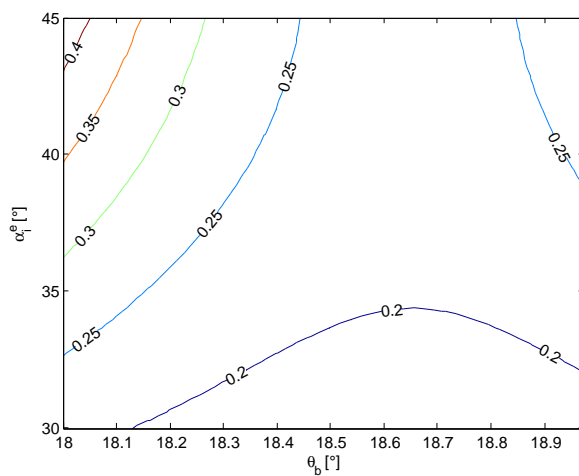


Figura 8.3: Configurazione 12-8: zoom dell'insieme dei minimi analitici dell'energia legata alla 72^a armonica in funzione di ϑ_b e α_i^e .

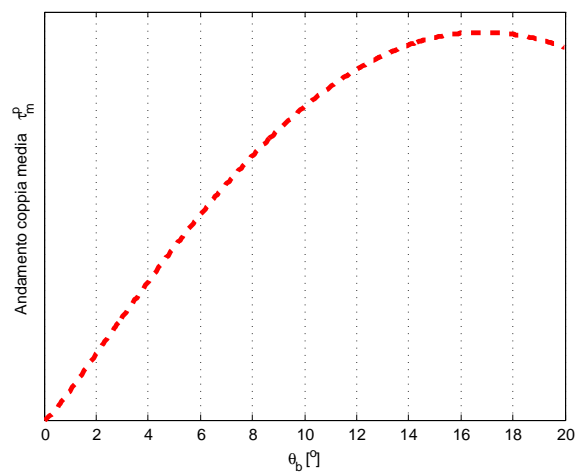


Figura 8.4: Configurazione 12-8: andamento della coppia media analitica in funzione di ϑ_b .

8.2.2 Risultati FEM

Le simulazioni vengono eseguite con $\alpha_i^e = 45^\circ$. Di seguito si espongono i risultati che rispettivamente mettono in evidenza:

- i diversi sviluppi della coppia al variare di ϑ_b , in figura 8.5;
- i valori di picco delle componenti armoniche più rilevanti, nelle figure 8.6, 8.7, 8.8, 8.9, 8.10 e 8.11;
- la coppia media in funzione di ϑ_b , in figura 8.12;
- il valore percentuale dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b , in figura 8.13.

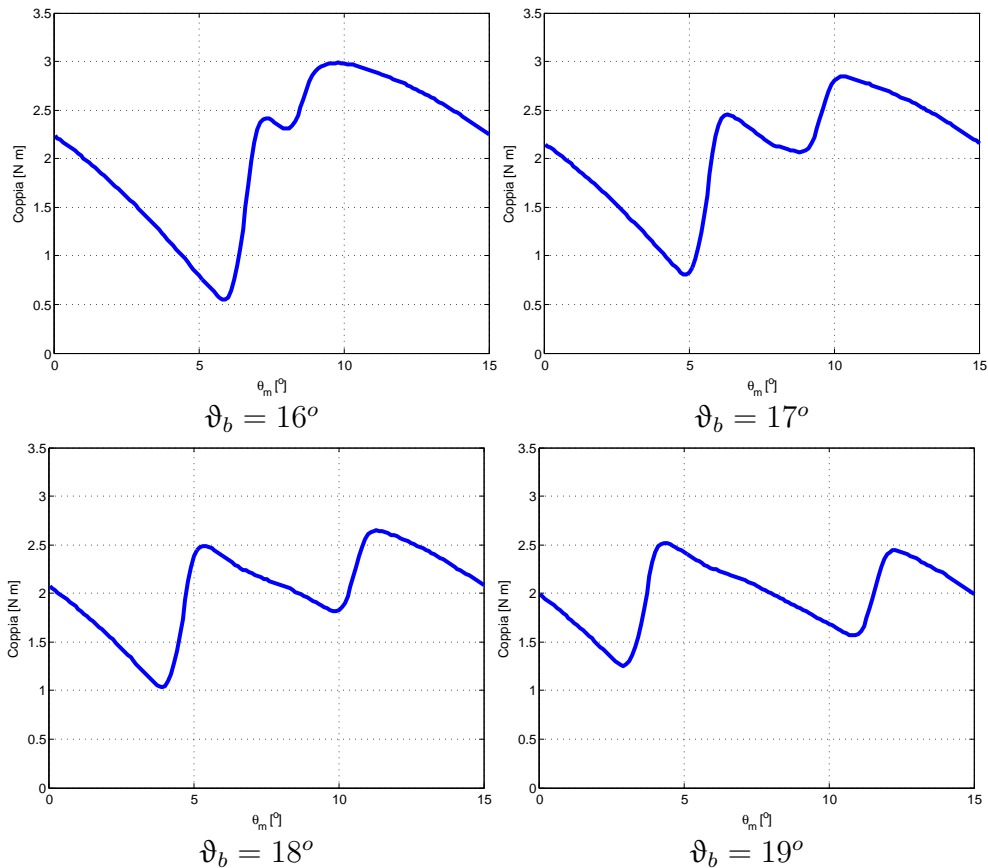


Figura 8.5: Configurazione 12-8: alcuni esempi di ripple di coppia calcolati con FEMM per diversi valori di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

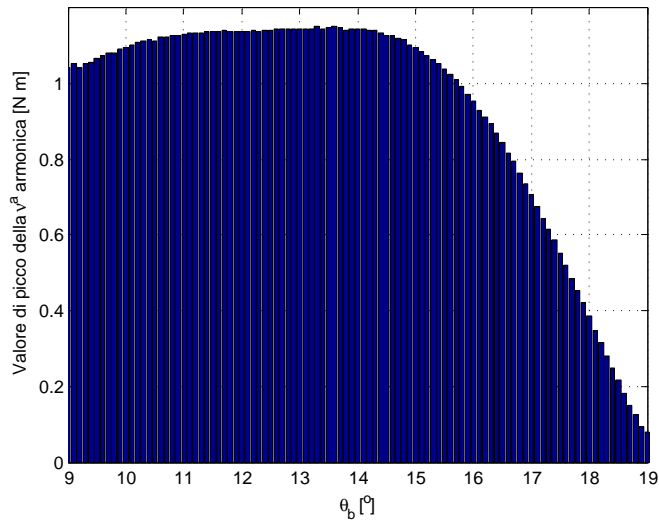


Figura 8.6: Configurazione 12-8: andamento della 24^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

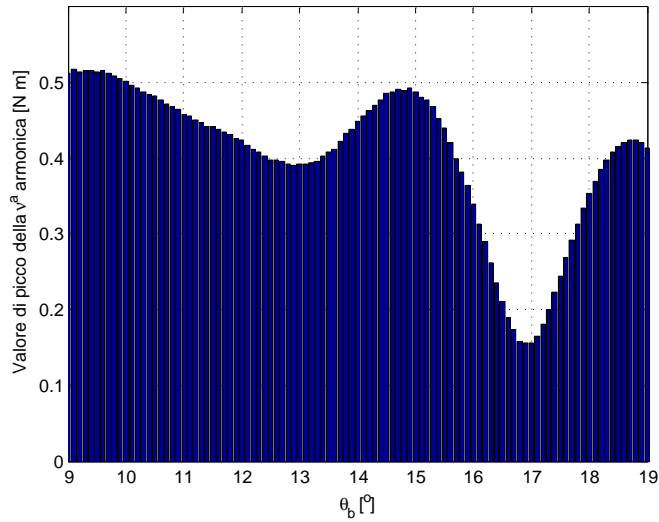


Figura 8.7: Configurazione 12-8: andamento della 48^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

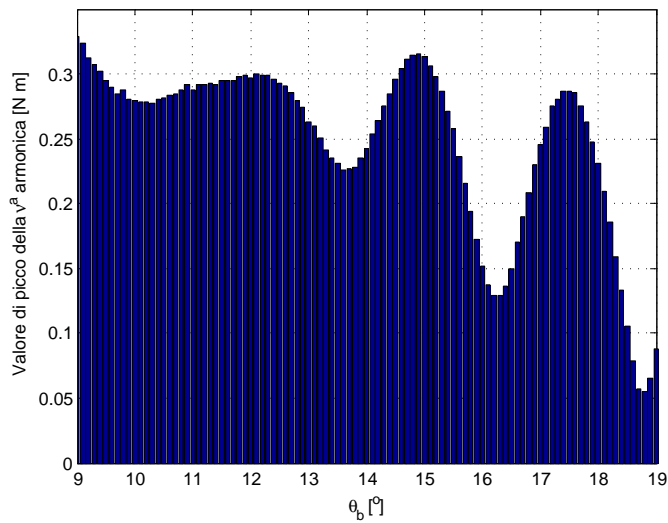


Figura 8.8: Configurazione 12-8: andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

Figura 8.9: Configurazione 12-8: andamento della 96^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

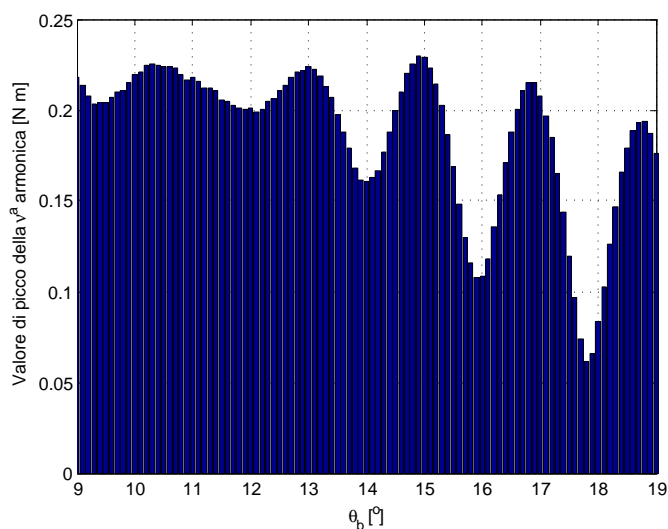


Figura 8.10: Configurazione 12-8: andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

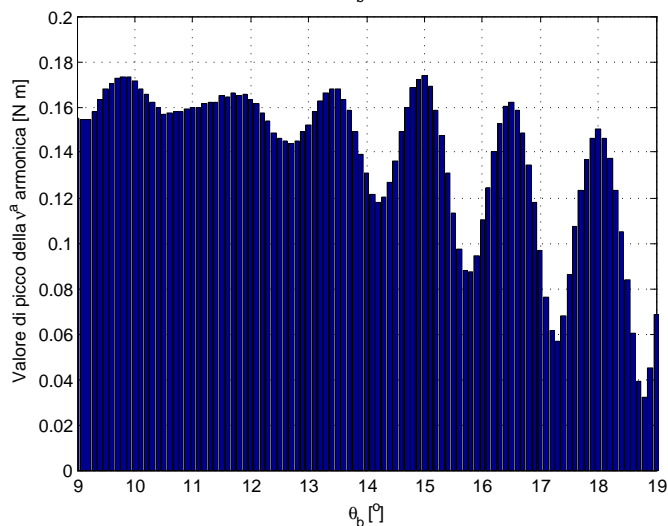
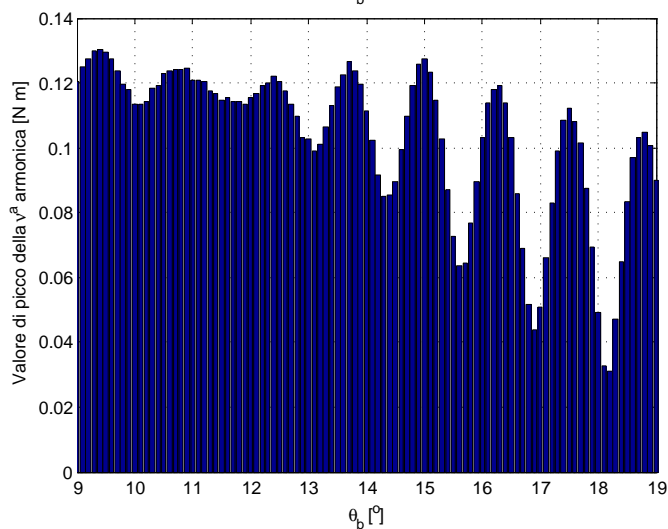


Figura 8.11: Configurazione 12-8: andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.



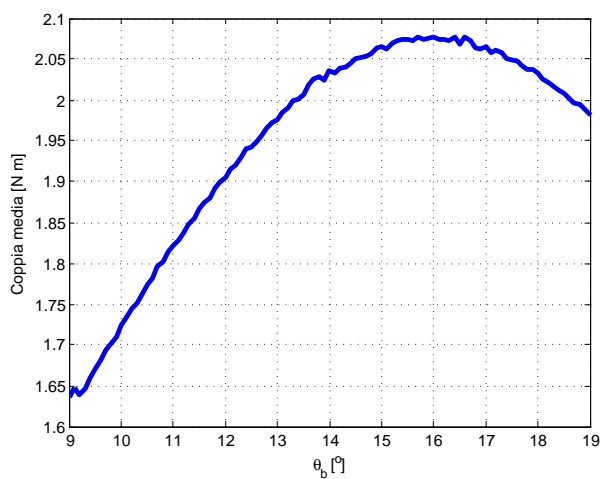


Figura 8.12: Configurazione 12-8: andamento della coppia media FEM in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

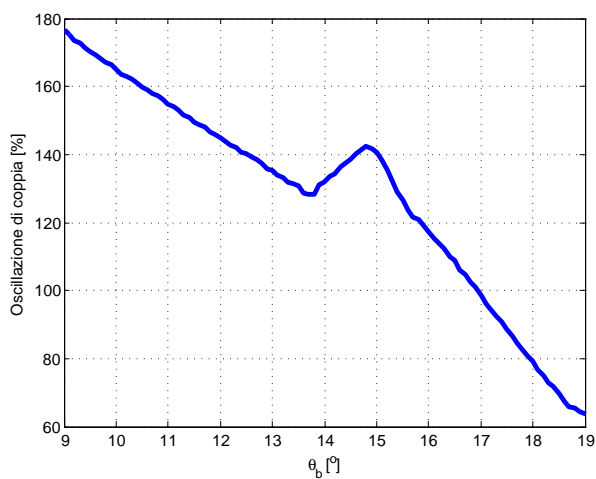


Figura 8.13: Configurazione 12-8: andamento % dell'oscillazione di coppia in funzione di ϑ_b con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

8.2.3 Confronto risultati

Nella configurazione 12-8 tutti i contributi armonici che compongono l'oscillazione più rilevanti sono multipli della fondamentale. Per questo motivo di seguito vengono riportati i grafici che mettono al confronto le seguenti armoniche: 24^a , 48^a , 72^a , 96^a , 120^a , e 144^a . Anche in questo caso si osserva una buona corrispondenza tra quanto previsto analiticamente e i risultati FEM.

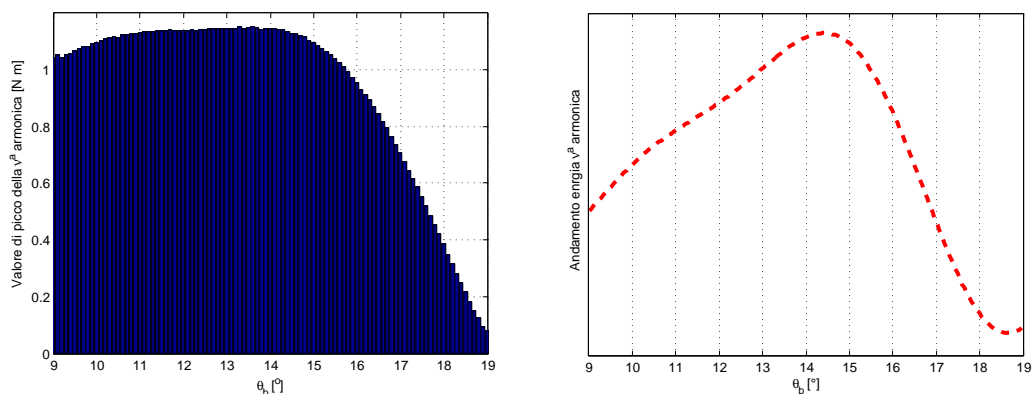


Figura 8.14: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 24^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

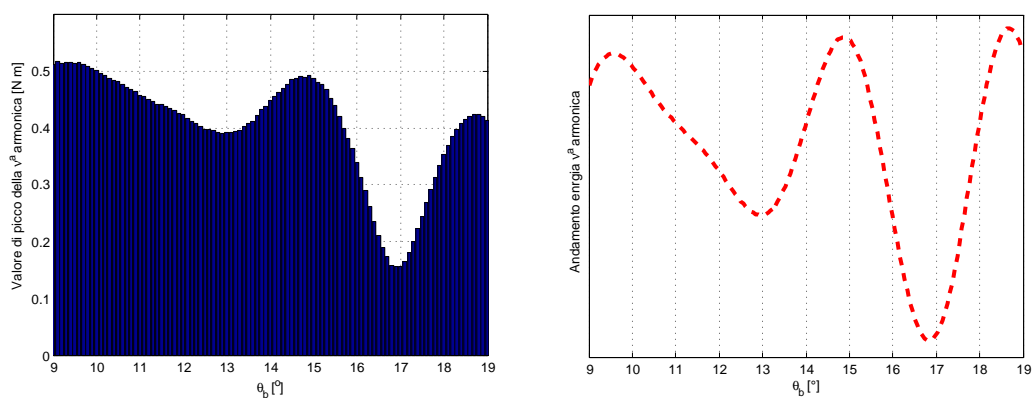


Figura 8.15: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 48^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

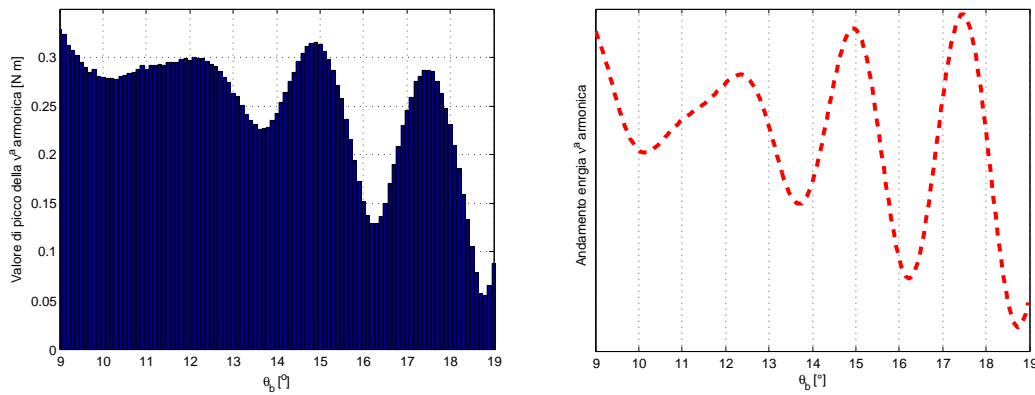


Figura 8.16: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 72^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

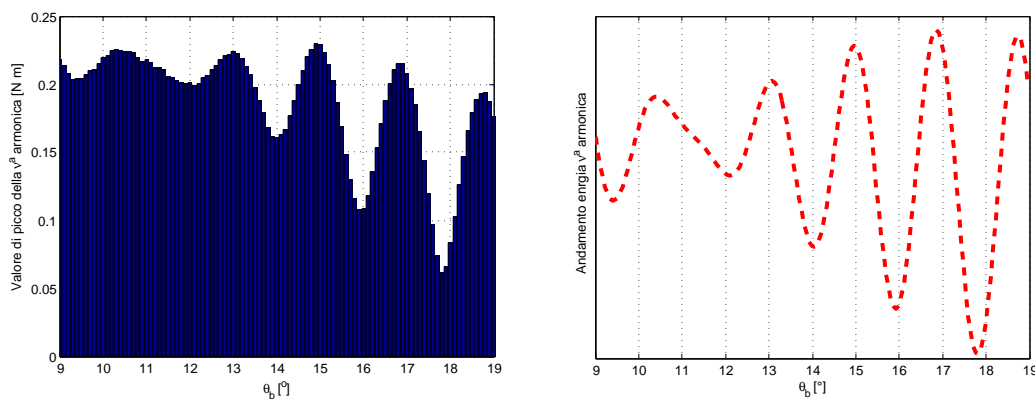


Figura 8.17: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 96^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

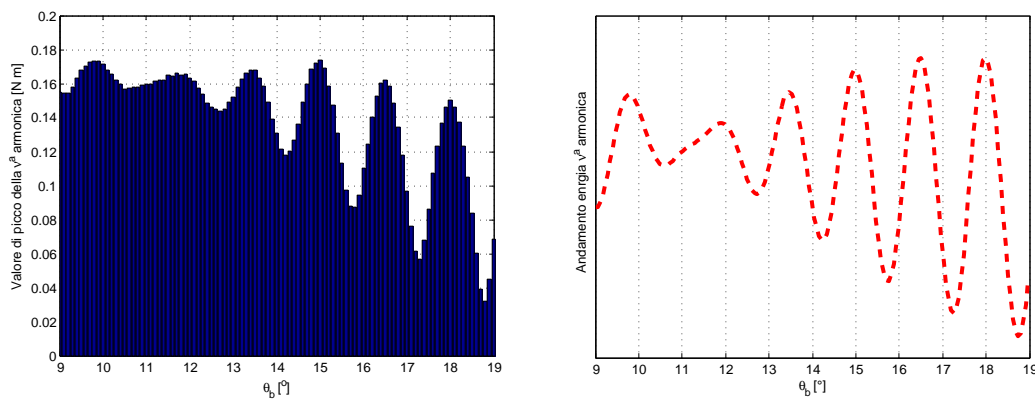


Figura 8.18: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 120^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

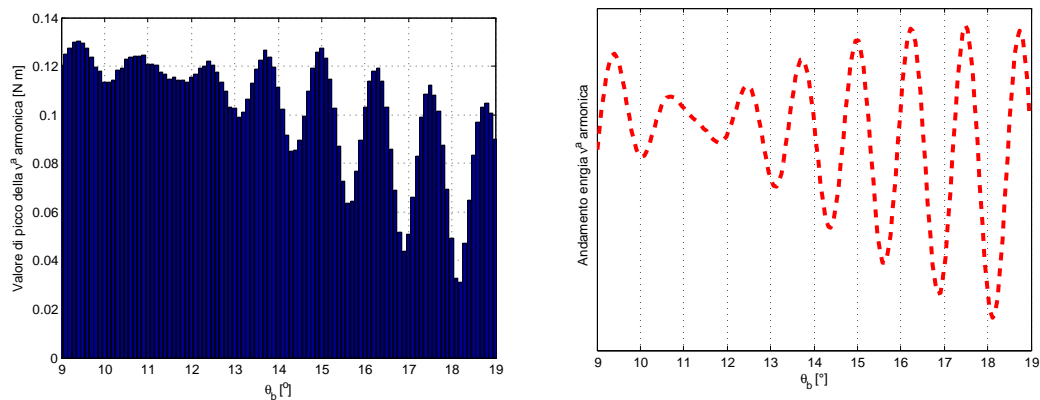


Figura 8.19: Configurazione 12-8: confronto tra risultati FEM e analitici riguardo l'andamento della 144^a armonica in funzione di ϑ_b e con $\alpha_i^e = 45^\circ$.

8.3 Considerazioni

In accordo con i criteri definiti nel paragrafo 4.1.1, la configurazione 12-8 si dimostra molto svantaggiosa rispetto alla 9-8 in termini di oscillazione di coppia.

Come mettono già in evidenza i grafici del capitolo 8.2.2, il ripple è talmente elevato che risulta inutile procedere con il tentativo di ottimizzazione.

Inoltre l'utilizzo sia della soluzione *shifting* sia *machaon* per limitare la ν_M^a armonica comporterebbe rispettivamente $\vartheta_{sh} \simeq 7.5^\circ$ o $\Delta\vartheta_b \simeq 7.5^\circ$ soluzioni che non sono accettabili né in termini geometrici né di prestazioni.

Per queste ragioni non si prosegue con la fase di ottimizzazione ma si conferma quando detto nel paragrafo 4.1.1.

Conclusioni

I risultati presentati mettono in evidenza diversi aspetti che necessitano di essere approfonditi distintamente. Di seguito si espongono le considerazioni finali.

Modelli analitici

Le prime osservazioni che si propongono riguardano le peculiarità dei modelli analitici definiti per discretizzare il comportamento della macchina.

Ipotesi formulate per la stesura del modello

In generale le teorie proposte si basano su due ipotesi iniziali:

- a) il maggiore contributo all'oscillazione di coppia viene dato dalla ν_M^a armonica, chiamata anche componente fondamentale, calcolata come:

$$\nu_M = m.c.m. (Q_s, 2p) \quad (8.2)$$

- b) la ν_M^a armonica a sua volta viene indotta da componenti armoniche del carico elettrico di statore di diverso ordine. Tra queste si afferma che le due principali responsabili sono ν_1 e ν_2 calcolate rispettivamente come:

$$\nu_1 = p - \nu_M \quad (8.3)$$

$$\nu_2 = p + \nu_M \quad (8.4)$$

Analizzando i risultati provenienti da simulazioni FEM, tali ipotesi si sono dimostrate veritiere in tutti i casi studiati.

Modelli proposti

Confrontando i dati analitici con quelli FEM si riscontra che risultano corretti i modelli definiti per discretizzare il comportamento della ν_M^a armonica in funzione dei gradi di libertà del processo di ottimizzazione².

Le mappe che si ottengono, infatti, riescono a riprodurre con notevole precisione l'andamento della ν_M^a armonica e dei suoi multipli ottenuti mediante l'analisi FEM.

Criteri per l'ottimizzazione

Grazie al notevole numero di simulazioni FEM si sono messi alla prova i criteri scelti per ridurre l'oscillazione di coppia. Di seguito si commentano i risultati ottenuti per ciascuna soluzione.

Scelta di Q_s

I criteri indicati per la scelta di Q_s si sono dimostrati efficaci: a parità di $2p$ la bassa periodicità tra $2p$ e Q_s comporta una riduzione dell'oscillazione globale.

Dimensionamento di ϑ_b

L'analisi FEM ha messo in evidenza come il variare dell'angolo di barriera ϑ_b modifichi i singoli contributi armonici che compongono l'oscillazione.

Come conseguenza alla correttezza delle ipotesi a) e b) anche il criterio di ottimizzazione basato sulla scelta di ϑ_b tale da minimizzare ν_M porta a ridurre l'oscillazione di coppia globale in tutti i casi studiati.

Soluzione *shifting*: dimensionamento ϑ_{sh}

In questo caso i risultati ottenuti mediante l'analisi FEM mettono in evidenza un problema: l'introduzione di asimmetrie tra i poli può causare l'incremento del contributo all'oscillazione di coppia di ordini armonici e subarmonici che in condizioni di simmetria risultano trascurabili.

Per questo motivo l'utilizzo della soluzione *shifting* secondo i criteri definiti³ può risultare controproducente: a fronte di una diminuzione della ν_M^a armonica si ottiene un incremento di altre componenti che fanno peggiorare in

²Rispettivamente ϑ_b , ϑ_{sh} e $\Delta\vartheta_b$.

³L'obiettivo proposto è quello di minimizzare la ν_M^a armonica.

termini globali l'andamento della coppia. Questo inconveniente è più marcato quando l'ordine armonico di ν_M è maggiore e quindi si verifica nel caso in cui tra $2p$ e Q_s c'è bassa periodicità.

Soluzione *machaon*: dimensionamento $\Delta\vartheta_b$

Come per la soluzione *shifting* l'introduzione di asimmetrie tra le due barriere di flusso può causare un inconveniente analogo a quello esposto nel paragrafo precedente.

Considerazioni generali

In base ai risultati ottenuti dall'analisi del motore a riluttanza nel campo della linearità, si possono riassumere le seguenti conclusioni:

- a) a prescindere dall'andamento globale dell'oscillazione di coppia, i modelli definiti risultano rappresentativi della ν_M^a armonica e dei suoi multipli;
- b) in tutti i casi analizzati il criterio basato sulla scelta di ϑ_b permette di ottenere una notevole riduzione dell'oscillazione di coppia oltre che in termini locali, ν_M^a armonica, anche globali;
- c) il criterio esposto nel paragrafo 4.1.1 comporta una riduzione dell'oscillazione di coppia ma nel contempo esclude l'utilizzo delle soluzioni tipo *shifting* o *machaon*.

Lo studio che si è proposto nella tesi permette di definire una possibile strategia di ottimizzazione delle macchine sincrone a riluttanza con singola barriera di flusso. Tale processo è caratterizzato da due fasi, rispettivamente:

- 1) **Analisi preliminare:** in base al numero di poli, considerato una specifica di progetto, si procede al dimensionamento dei quattro gradi di libertà considerati: Q_s , ϑ_b , ϑ_{sh} e $\Delta\vartheta_b$. La scelta di questi valori viene fatta in base ai criteri e ai modelli definiti nel capitolo 4. Ultimata l'analisi preliminare si ottengono diverse possibili configurazioni della macchina.
- 2) **Analisi FEM:** in questa fase si procede alla verifica mediante analisi FEM delle diverse configurazioni isolate nell'analisi preliminare.

La strategia così definita permette di ridurre notevolmente l'onere computazionale, in quanto l'analisi FEM viene eseguita solo su geometrie potenzialmente già ottimizzate e viene impiegata come verifica.

Possibili sviluppi

Lo studio dei criteri di riduzione dell'oscillazione di coppia nelle macchine a riluttanza risulta essere un argomento molto articolato. Per questo motivo nell'elaborato si è proposta un'analisi semplificata che non considera in particolare la saturazione e che definisce la geometria di rotore a singola barriera di flusso.

Possibili sviluppi di questa tesi possono essere l'espansione dei modelli analitici per rotorì a più barriere di flusso e lo studio di tali modelli considerando gli effetti della saturazione del circuito magnetico.

Elenco dei simboli

Lettere greche

α_i^e	angolo di fase elettrica nel sistema di riferimento $d-q$
$\Delta\vartheta_b$	differenza di ampiezza tra due barriere di flusso adiacenti
ζ	rapporto di salienza
ϑ_b	angolo meccanico della barriera di flusso
ϑ_{sh}	angolo meccanico di slittamento, <i>shifting</i> , della barriera di flusso
ϑ_s	coordinate in gradi meccanici nel sistema di riferimento statorico
ϑ_r	coordinate in gradi meccanici nel sistema di riferimento rotorico
ϑ_m	posizione del rotore espressa in gradi meccanici
Λ	flusso concatenato
μ_0	permeabilità magnetica del vuoto
μ_r	permeabilità magnetica relativa
ν	ordine armonico
ν_M	armonica fondamentale dell'oscillazione di coppia
ϕ_b	flusso che attraversa la barriera di flusso
ϕ_{rem}	parte del flusso indotta dal magnete permanente
ξ	ordine armonico
τ_m	coppia elettromotrice calcolata analiticamente
τ_m^ν	coppia elettromotrice di ν^a armonica calcolata analiticamente

Lettere romane

B_g	induzione magnetica al traferro
d,q	assi del sistema di riferimento rotante
D	diametro misurato al traferro della macchina
E	forza elettromotrice indotta
g	spessore del traferro
h_m	lunghezza del magnete permanente
H_c	campo coercitivo del magnete permanente
I	valore efficace della corrente
J	densità di corrente di cava
k_{pm}	contributo del magnete permanente al potenziale magnetico di rotore
k_τ	costante di coppia
k_{fill}	coefficiente di riempimento di cava
K_s	carico elettrico di statore
K_s^r	carico elettrico di statore con contenuto armonico ridotto
\hat{K}_ν	valore di picco del carico elettrico di statore per l'armonica ν^a
l_b	lunghezza della barriera di flusso
L_{stk}	lunghezza del pacco di lamierini
m	numero di fasi della macchina
p	numero di coppie polari
q	numero di cave per polo e per fase
Q	fattore di merito del magnete permanente
Q_s	numero delle cave di statore
R_b	riluttanza della barriera di flusso
S_{slot}	superficie della cava si statore
t_b	altezza del magnete permanente
T	coppia calcolata dal prodotto incrociato tra flussi concatenati e correnti
U_s	potenziale magnetico di statore
U_r	potenziale magnetico di rotore

Acronimi

FEM	finite element method
FEMM	Finite Element Method Magnetics, software
<i>m.c.m.</i>	minimo comune multiplo
<i>M.C.D.</i>	massimo comune divisore
PM	magnete permanente
REL	motore sincrono a riluttanza