

Università degli Studi di Padova  
Dipartimento di Scienze Statistiche  
Corso di Laurea Magistrale in  
Scienze Statistiche



**Analisi della relazione tra consumi energetici e crescita  
economica con riferimento ai Paesi G-7**

Relatore Prof. Silvano Bordignon  
Dipartimento di Scienze Statistiche

Laureando: Michael Saretta  
Matricola N 1036713

Anno Accademico 2012/ 2013



*“La causa principale dei problemi è che al mondo d'oggi gli stupidi sono strasicuri,  
mentre gli intelligenti sono pieni di dubbi.”*

*Bertrand Russell*



# Sommario

1	Introduzione .....	1
2	Rassegna della Letteratura .....	7
3	Dati e ipotesi di base .....	13
4	Imputazione dei valori mancanti.....	19
5	Analisi preliminari sulle serie.....	25
5.1	Analisi esplorative.....	25
5.2	Processi Integrati e Radice Unitaria.....	27
5.2.1	Test Augmented Dickey-Fuller .....	28
5.2.2	Test di Phillips-Perron.....	32
5.2.3	Test di Kwiatkowski–Phillips–Schmidt–Shin .....	37
6	Cointegrazione.....	43
6.1	Modelli VAR.....	44
6.2	Bounds Test per la presenza di una relazione di cointegrazione .....	45
6.3	Stima della relazione di cointegrazione.....	62
7	Diagnostica per i modelli ARDL.....	79
7.1	Breush-Godfrey per la correlazione seriale.....	79
7.2	Breush-Pagan per l'omoschedasticità .....	80
7.3	Jarque-Bera per la Normalità .....	81
7.4	Test RESET di Ramsey per la forma funzionale .....	83
7.5	Test CUSUM per la stabilità dei parametri .....	84
8	Causalità .....	87
8.1	Test di Causalità asimmetrica di Hatemi .....	89
9	Conclusioni .....	95
10	Appendice: La funzione di stima degli ordini .....	99
11	Bibliografia.....	101



# 1 Introduzione

Lo scopo del lavoro è studiare la relazione esistente tra i consumi energetici e la crescita economica nei Paesi appartenenti al G-7, e prende spunto in particolare dall'articolo di Tugcu *et al.* (2012). Il legame esistente fra consumi energetici e sviluppo nei vari contesti nazionali è al centro di numerose ricerche compiute da economisti ed econometrici, principalmente per gli effetti che i risultati dell'analisi possono avere sulle scelte di politica economica. Guardando alle recenti rassegne di Ozturk (2010) e Payne (2010), si può notare come i risultati varino in funzione degli Stati in esame, delle variabili utilizzate, del periodo di riferimento e della strumentazione econometrica utilizzata. Nella quasi totalità delle ricerche le variabili principali utilizzate sono i consumi energetici (nelle varianti consumi totali, *per capita* ed eventualmente disaggregati per settore economico o, negli articoli più recenti, per fonte) e come approssimazione della crescita il PIL in termini reali (con base dunque un particolare anno costante o deflazionato per un particolare indice, ad esempio quello dei prezzi al consumo). Il set informativo di riferimento è spesso esteso, contenendo altre variabili macroeconomiche ritenute fattori utili per la spiegazione del fenomeno oggetto di analisi, in un contesto riassumibile da una funzione di produzione tipo Cobb-Douglas. Variabili aggiuntive "classiche" in letteratura sono gli investimenti e il lavoro, mentre il presente studio conterrà anche variabili appartenenti al settore terziario, la ricerca e sviluppo unitamente al numero di brevetti registrati quali fattori esplicativi del fenomeno. Ispirandosi agli studi più recenti, la ricerca disaggrega i consumi energetici in derivanti da fonti non-rinnovabili (carbone, petrolio e

gas naturali) e da fonti rinnovabili (idroelettrico, geotermico, solare, mareomotrice, eolico e biomasse). Questa distinzione è fondamentale data la sempre maggior importanza che detengono argomenti quali inquinamento e sostenibilità presso l'opinione pubblica mondiale. La scelta riguardante i Paesi sui quali compiere l'analisi è dovuta principalmente al fatto che ai membri del G-7 si possono attribuire all'incirca il 37% dei consumi energetici mondiali e circa il 33,4% delle emissioni di CO<sub>2</sub> (Fonte: *World Development Indicators*, medie di periodo 2000-2009). Ad ogni modo, i risultati di qualsiasi ricerca sulla causalità esistente fra consumi energetici e crescita sono da inquadrare in una teoria che prevede quattro ipotesi di base, qui riassunte:

- in caso di validità dell'ipotesi detta "*crescita*", si asserisce che i consumi di energia giochino un ruolo importante nella crescita economica, in complemento ad altre variabili macroeconomiche. Nel contesto di causalità secondo Granger, vi sono evidenze a favore dell'ipotesi "*crescita*" se un incremento nei consumi causa un incremento nel PIL reale. La conseguenza sulle politiche economiche è che normative orientate alla conservazione energetica (ad esempio politiche di riduzione delle emissioni, attenzioni alle misure di efficienza energetica, e gestione della domanda di energia) potrebbero avere effetti deprimenti sull'economia;
- l'ipotesi "*conservazione*" implica che misure atte a ridurre i consumi (come quelle sopra citate) se messe in atto potrebbero non influire negativamente sulla crescita economica. Evidenze a favore di questa ipotesi vi sono se un incremento del PIL risulta causare un incremento dei consumi di energia;

- sotto l'ipotesi detta "*neutralità*", i consumi energetici sono visti come una piccola componente del PIL, e quindi privi di un impatto significativo sulla crescita economica. In questo caso dunque politiche di riduzione dei consumi energetici non portano necessariamente a una depressione dell'economia. Evidenze di questa ipotesi emergono in assenza di causalità secondo Granger fra consumi di energia e PIL;
- nell'ultimo caso, l'ipotesi detta "*Feedback*" suggerisce che consumi energetici e PIL sono grandezze interdipendenti e una è complemento dell'altra. Risultati indicanti causalità nel senso di Granger da aumenti del PIL verso aumenti nei consumi, e contemporaneamente, causalità da incrementi nei consumi verso aumenti del PIL sono evidenze a favore di questa ipotesi. Anche in questo caso quindi, politiche mirate all'aumento dell'efficienza energetica possono influire negativamente sul PIL.

Per ciò che concerne gli strumenti econometrici, si è utilizzato per indagare la grandezza e la significatività dell'ipotetico legame di lungo periodo tra le variabili la procedura ARDL (*AutoRegressive Distributed Lag*) alla cointegrazione con relativo *bounds test*, proposta e sviluppata in Pesaran, Shin (1998) e in Pesaran *et al.* (2001), mentre per la causalità si è utilizzato un test formulato in Hatemi-J (2012), volto a indagare la causalità di breve periodo tra shock positivi (e/o negativi) delle variabili. La scelta relativa alla strumentazione econometrica da utilizzare è dovuta al fatto che la procedura ARDL risponde alle critiche poste riguardo la bassa potenza su piccoli campioni associate ai convenzionali test per radice unitaria e cointegrazione. Infatti, l'approccio utilizzato in questo studio non richiede che le variabili di riferimento siano sottoposte a pre-test per radice unitaria e cointegrazione (non di meno le serie delle differenze devono essere

stazionarie). La verifica d'ipotesi può dunque essere effettuata nei vari casi in cui le variabili possiedano o no una radice unitaria e siano o meno cointegrate tra loro. Per quanto riguarda la causalità, il test sviluppato da Hatemi-J possiede il lato positivo di poter testare causalità tra shock positivi e/o negativi tra due variabili, nel contesto di un VAR contenente in aggiunta un terzo set di variabili condizionanti. Nel caso specifico, data la formulazione delle ipotesi presentate, si testerà la presenza di causalità tra shock positivi nelle variabili.

Il lavoro è sviluppato secondo la seguente struttura. Nel capitolo 2 viene presentata una breve rassegna della letteratura sul tema riguardante le relazioni tra crescita e consumi di energia, mettendo in evidenza la presenza di eventuali relazioni di cointegrazione tra le variabili in gioco e le corrispondenti direzioni di causalità. Nei tre capitoli successivi il focus sarà posto sui dati a disposizione. In particolare nel capitolo 3 si indicheranno in dettaglio le fonti statistiche utilizzate e le ipotesi di base sottostanti l'argomento di studio, unitamente ad una descrizione delle variabili impiegate. Nel quarto capitolo si porrà rimedio a un problema di valori mancanti sorto al momento del reperimento dei dati. Il capitolo 5 è dedicato ad un brevissimo riepilogo delle analisi esplorative effettuate sulle serie e ad una verifica della sussistenza della proprietà di stazionarietà delle serie nelle differenze, necessaria all'applicazione della procedura ARDL alla cointegrazione. Nella prima parte del capitolo 6 si darà spazio alla teoria del *bounds test*, e alla sua applicazione sui dati a disposizione. Nella seconda parte del sesto capitolo si presenteranno le stime delle relazioni di lungo e di breve periodo ottenute, previa descrizione teorica delle buone proprietà delle stime OLS su modelli ARDL. Il settimo capitolo sarà dedicato alla diagnostica per le stime dei modelli del capitolo 6, al fine di poter garantire

affidabilità ai risultati ottenuti. Nel capitolo 8 si affronterà il problema sotto una diversa prospettiva, cioè quella di causalità, nello specifico in un ottica di breve periodo. Infine il capitolo 9 è dedicato alle osservazioni conclusive.



## 2 Rassegna della Letteratura

La Tabella 1 riporta la breve descrizione degli articoli che trattano del medesimo oggetto di studio di questo elaborato. Si è scelto di riportare solamente gli articoli ritenuti confrontabili con il presente, principalmente in termini di Paesi di riferimento, di variabili utilizzate, e infine di metodologia utilizzata. In ogni caso, i dati utilizzati in ogni articolo sono serie storiche annuali (analogamente all'applicazione che si sta introducendo). La spiegazione delle sigle utilizzate nell'ultima colonna è riportata nella didascalia.

<b>Autori</b>	<b>Paesi (Periodo)</b>	<b>Metodologia</b>	<b>Variabili Principali</b>	<b>Altre variabili</b>	<b>Conclusioni</b>
Erol, Yu (1988)	Giappone (1950-1982) Germania (1950-1982) Italia (1950-1982) Canada (1950-1982) Francia (1950-1982) UK (1950-1982)	causalità secondo Sims e Granger	Consumi Energetici, PIL reale		<b>Giappone</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>Germania</b> , $Y \rightarrow E$ <b>Italia</b> , $Y \rightarrow E$ <b>Canada</b> , $E \rightarrow Y$ <b>Francia</b> , $E \neq Y$ <b>UK</b> , $E \neq Y$
Stern (1993)	USA (1947-1990)	causalità secondo Granger	Indice tipo Divisia energetico, PIL reale	Occupazione, Capitale	<b>USA</b> , $E \rightarrow Y$
Stern (2000)	USA (1948-1994)	Johansen-Juselius	Indice tipo Divisia energetico, PIL	Occupazione, Capitale	<b>USA</b> , $E \rightarrow Y$
Soytas, Sari (2003)	Argentina (1950-1990) Canada (1950-1992) Francia (1950-1992) Germania (1950-1992) Indonesia (1950-1992) Italia (1953-1991) Giappone (1950-1992) Corea (1953-1991) Polonia (1965-1994) Turchia (1950-1992) UK (1950-1992) USA (1950-1992)	Johansen-Juselius, Decomposizione della Varianza dell'errore di Previsione	Consumi Energetici, PIL per capita		<b>Argentina</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>Canada</b> , $E \neq Y$ <b>Francia</b> , $E \rightarrow Y$ <b>Germania</b> , $E \rightarrow Y$ <b>Indonesia</b> , $E \neq Y$ <b>Italia</b> , $Y \rightarrow E$ <b>Giappone</b> , $E \rightarrow Y$ <b>Corea</b> , $Y \rightarrow E$ <b>Polonia</b> , $E \neq Y$ <b>Turchia</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>UK</b> , $E \neq Y$ <b>USA</b> , $E \neq Y$

Soytas, Sari (2006)	Canada (1960-2004) Francia (1970-2002) Germania (1971-2002) Italia (1960-2004) Giappone (1960-2004) UK (1960-2004) USA (1960-2004)	Johansen- Juselius, Decomposizione della Varianza dell'errore di Previsione	Utilizzo di energia, PIL reale per capita	Forza lavoro, investimen ti fissi lordi	<b>Canada</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>Francia</b> , $E \rightarrow Y$ <b>Germania</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>Italia</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>Giappone</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>UK</b> , $E \leftrightarrow Y$ <b>USA</b> , $E \rightarrow Y$
Narayan, Smyth (2008)	Canada (1972-2002) Francia (1972-2002) Germania (1972-2002) Italia (1972-2002) Giappone (1972-2002) UK (1972-2002) USA (1972-2002)	cointegrazione di Pedroni per dati di Panel	consumi energetici per capita, PIL reale per capita	investimen ti fissi lordi	<b>Panel G7</b> , $E \rightarrow Y$
Zachariadi s (2007)	Canada (1965-2004) Francia (1960-2004) Germania (1960-2004) Italia (1960-2004) Giappone (1960-2004) UK (1960-2004) USA (1949-2004)	Johansen- Juselius, ARDL <i>bounds test</i> , Causalità Toda- Yamamoto	consumi primari e finali di energia, consumi energetici dei residenti, dell'industria , dei commerci, e dei trasporti, PIL reale, reddito reale disponibile, spesa reale per i consumi finali delle famiglie, valore aggiunto dell'industria e dei servizi		<b>Canada</b> , JJ CEP $\leftrightarrow Y$ , $Y \rightarrow E$ , CER $\neq$ Y, CEI $\leftrightarrow Y$ , CEC $\leftrightarrow Y$ , CET $\neq Y$ ; ARDL CEP $\leftrightarrow Y$ , $Y \rightarrow E$ , $Y \rightarrow$ CER, $Y \rightarrow$ CEI, $Y \rightarrow$ CEC, $Y \rightarrow$ CET; TY $Y \rightarrow$ CEP, $Y \rightarrow E$ , $Y \rightarrow$ CER, CEI $\rightarrow Y$ , CEC $\rightarrow Y$ , CET $\neq Y$ <b>Francia</b> , JJ CEP $\leftrightarrow Y$ , $E \leftrightarrow Y$ , CER $\leftrightarrow Y$ , CEI $\neq Y$ , CEC $\rightarrow Y$ , CET $\leftrightarrow Y$ ; ARDL CEP $\rightarrow Y$ , $E$ $\rightarrow Y$ , CER $\rightarrow Y$ , CEI $\neq Y$ , CEC $\neq Y$ , $Y \leftrightarrow$ CET; TY $Y \neq$ CEP, $Y$ $\neq E$ , $Y \neq$ CER, CEI $\neq$ $Y$ , CEC $\neq Y$ , CET $\rightarrow$ $Y$ <b>Germania</b> , JJ CEP $\neq Y$ , $Y \leftrightarrow E$ , $Y \rightarrow$ CER, CEI $\leftrightarrow Y$ , CEC $\leftrightarrow Y$ , CET $\neq$ $Y$ ; ARDL $Y \rightarrow$ CEP, $Y \rightarrow E$ , $Y \rightarrow$ CER, $Y \rightarrow$ CEI, CEC $\leftrightarrow$ $Y$ , $Y \rightarrow$ CET; TY $Y \neq$ CEP, $Y \neq E$ , $Y \neq$ CER, $Y \rightarrow$ CEI, $Y \rightarrow$ CEC, CET $\neq Y$ <b>Italia</b> , JJ CEP $\leftrightarrow$ $Y$ , $Y \leftrightarrow E$ , CER $\leftrightarrow$ $Y$ , CEI $\neq Y$ , CEC $\rightarrow$ $Y$ , CET $\leftrightarrow Y$ ; ARDL CEP $\leftrightarrow Y$ , $Y \leftrightarrow E$ , $Y \leftrightarrow$ CER, $Y \neq$ CEI, CEC $\rightarrow Y$ , $Y \leftrightarrow$

					<p>CET; TY Y ≠ CEP, Y ≠ E, Y ≠ CER, CEI ≠ Y, Y → CEC, Y → CET</p> <p><b>Giappone</b>, JJ CEP ↔ Y, Y ↔ E, CER ↔ Y, CEI ↔ Y, CEC ↔ Y, CET ↔ Y; ARDL CEP ↔ Y, Y ↔ E, CER → Y, CEI → Y, CEC → Y, Y ↔ CET; TY Y ↔ CEP, E → Y, CER ≠ Y, CEI → Y, CEC ≠ Y, CET ≠ Y</p> <p><b>UK</b>, JJ Y → CEP, Y → E, CER ≠ Y, CEI ≠ Y, Y → CEC, CET ≠ Y; ARDL Y → CEP, Y → E, CER ≠ Y, Y → CEI, Y → CEC, CET → Y; TY Y → CEP, Y → E, CER ≠ Y, CEI ≠ Y, CEC ≠ Y, CET ≠ Y</p> <p><b>USA</b>, JJ Y ≠ CEP, CER ≠ Y, CEI ≠ Y, CEC → Y, Y → CET; ARDL Y ≠ CEP, Y ≠ E, CER ≠ Y, Y ≠ CEI, CEC → Y, Y → TEC; TY Y ≠ CEP, Y ≠ E, CER ≠ Y, CEI ≠ Y, CEC → Y, Y → CET</p>
Bowden, Payne (2010)	USA (1949-2006)	Causalità Toda-Yamamoto	Consumi energetici da fonti rinnovabili e non-rinnovabili, riferibili ai settori commerciale, industriale e residenti, PIL reale	investimenti fissi lordi, occupazione	<b>USA</b> , CREC ≠ Y, CREI ≠ Y, CRER → Y, CNREC ↔ Y, CNREI → Y, CNRER ↔ Y
Payne (2009)	USA (1949-2006)	Causalità Toda-Yamamoto	Consumi energetici da fonti rinnovabili e non-rinnovabili, PIL reale	investimenti fissi lordi, occupazione	<b>USA</b> , RE ≠ Y, NRE ≠ Y

**Tabella 1. Riassunto della letteratura, per autore. Nell'ultima colonna: E = consumi energetici, Y = PIL, CEP = consumi primari di energia, CER = consumi energetici dei**

residenti, CEI = consumi energetici dell'industria, CEC = consumi energetici dei commerci, CET = consumi energetici dei trasporti, CREC = consumi energetici dei commerci da fonti rinnovabili, CREI = consumi dell'industria da fonti rinnovabili, CRER = consumi energetici dei residenti da fonti rinnovabili, CNREC = consumi energetici dei commerci da fonti non-rinnovabili, CNREI = consumi dell'industria da fonti non-rinnovabili, CNRER = consumi energetici dei residenti da fonti non-rinnovabili JJ = Johansen-Juselius, ARDL = ARDL bounds test, TY = Toda-Yamamoto. Le frecce indicano la direzione di causalità mentre il simbolo  $\neq$  ne indica l'assenza.

Come già affermato in precedenza, le conclusioni cui giunge ciascun articolo sono diverse e a volte anche contraddittorie tra loro. Cercando di focalizzare questo aspetto, la Tabella 2 suddivide gli articoli già citati in funzione di ciascuna delle quattro ipotesi che esso supporta. Di particolare interesse può risultare l'osservazione delle posizioni relative degli articoli Soytaş, Sari (2003) e Soytaş, Sari (2006). Questi articoli infatti, pur utilizzando la stessa metodologia, si differenziano per le variabili utilizzate. In particolare, oltre alle variabili principali (consumi energetici e PIL), il secondo articolo amplia il set conoscitivo inserendovi gli investimenti e la forza lavoro. Si può vedere come questa differenza porti per il Canada e per UK da una teoria "neutralità" a una di "feedback". Per l'Italia, evidenze iniziali a favore di "conservazione" successivamente divengono a favore di una ipotesi di "feedback". Per la Germania e per Giappone il passaggio è da ipotesi "crescita" verso ipotesi "feedback". L'unico Paese per il quale le evidenze rimangono le medesime da un articolo al successivo è la Francia, indicando per questa Nazione concretezza nell'affermazione che i consumi energetici abbiano una forza trainante per l'economia. In letteratura, l'attenzione per quanto riguarda il nesso causale tra consumi energetici e crescita economica su dati USA è stato (ed è tuttora) maggiore rispetto ad altri Paesi. Anche nella tabella precedente si possono vedere quindi quattro studi con singolo interesse alla Nazione americana. Stern conferma in Stern (2010), utilizzando la procedura Johansen-Juselius, le conclusioni a cui era

giunto in Stern (1993), mediante test di causalità di Granger. In entrambi gli articoli, infatti, la conclusione è per un'evidenza dell'ipotesi "crescita" tra consumi energetici e PIL per gli Stati Uniti. Le variabili condizionanti, oltre alle principali, sono in entrambi gli studi l'occupazione e il capitale. La disaggregazione per settore economico e fonte di riferimento dei consumi adottata in Bowden, Payne (2010) propone risultati diversi al variare di queste caratteristiche. Risulta infatti che i consumi energetici da fonti rinnovabili, effettuati dall'industria e dal commercio, non siano in relazione causale con la crescita, al contrario di quelli riferibili ai residenti che sembrano spingere lo sviluppo economico. Per ciò che concerne i consumi energetici da fonti non-rinnovabili, vi sono evidenze di causalità bidirezionale tra quelli riferibili al commercio e ai residenti verso il PIL. Se considerati invece i consumi ascrivibili all'industria la relazione è unidirezionale dai consumi verso il PIL. In questo studio altre variabili considerate erano gli investimenti e l'occupazione. Infine in Payne (2009), che considera la medesima metodologia (procedura Toda-Yamamoto) e periodo di riferimento dell'articolo precedente (1949-2006), le conclusioni sono di una sostanziale estraneità dei consumi energetici, sia da fonti rinnovabili sia non-rinnovabili, rispetto allo sviluppo economico. Come annunciato in precedenza, la tabella alla pagina successiva divide gli studi già citati in funzione dell'ipotesi confermata.

Paese	Ipotesi confermata			
	Crescita	Conservazione	Neutralità	Feedback
Canada	Erol, Yu (1988) Narayan, Smyth (2008)		Soytas, Sari(2003)	Soytas, Sari (2006)
Francia	Soytas, Sari (2003) Soytas, Sari (2006), Narayan, Smyth (2008)		Erol, Yu (1988)	
Italia	Narayan, Smyth (2008)	Erol, Yu (1988) Soytas, Sari (2003)		Soytas, Sari (2006)
USA	Stern (1993) Stern (2000) Soytas, Sari (2006) Narayan, Smyth (2008) Bowden, Payne (2010) (CRER, CNREI)		Soytas, Sari (2003) Bowden, Payne (2010) (CREC, CREI) Payne (2009) (RE e NRE)	Bowden, Payne (2010) (CNREC, CNRER)
Germania	Soytas, Sari (2003) Narayan, Smyth (2008)	Erol, Yu (1988)		Soytas, Sari (2006)
UK	Narayan, Smyth (2008)		Erol, Yu (1988) Soytas, Sari (2003)	Soytas, Sari (2006)
Giappone	Soytas, Sari (2003) Narayan, Smyth (2008)			Erol, Yu (1988) Soytas, Sari (2006)

**Tabella 2. Riassunto della letteratura, per conclusioni riportate. Tra parentesi le sigle (vedi Tabella 1) delle serie per le quali vale l'ipotesi, dove non siano le usuali E e Y.**

### 3 Dati e ipotesi di base

I dati utilizzati, e le relative fonti, sono riassunti in Tabella 3.

Variabile	Serie storica	Unità di misura	Sigla utilizzata	Fonte
Crescita economica	GDP (gross domestic product) in dollari americani, in termini costanti anno di riferimento 2005	milioni di dollari americani	Y	OECD ilibrary ( <a href="http://www.oecd-ilibrary.org/statistics">http://www.oecd-ilibrary.org/statistics</a> )
Investimenti	Investimenti fissi lordi ( <i>Gross Fixed Capital Formation</i> ) in dollari americani, in termini costanti anno di riferimento 2005	milioni di dollari americani	I	OECD ilibrary ( <a href="http://www.oecd-ilibrary.org/statistics">http://www.oecd-ilibrary.org/statistics</a> )
Forza Lavoro	Forza lavoro totale	milioni di persone	L	OECD ilibrary ( <a href="http://www.oecd-ilibrary.org/statistics">http://www.oecd-ilibrary.org/statistics</a> )
Ricerca & sviluppo	Somma delle domande di brevetti sottoposte da residenti e non-residenti	totale brevetti	RD	World Bank Development Indicators ( <a href="http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators">http://data.worldbank.org/data-catalog/world-development-indicators</a> )
Capitale Umano	Numero di iscritti totali all'educazione terziaria	totale iscritti	HC	OECD ilibrary ( <a href="http://www.oecd-ilibrary.org/statistics">http://www.oecd-ilibrary.org/statistics</a> )
Consumi energetici	Consumi energetici da fonti non-rinnovabili quali: petrolio, carbone, gas naturali. Consumi energetici da fonti rinnovabili quali: idroelettrico, geotermico, solare, mareomotrice, eolico e biomasse	milioni di kWh	NRE, RE	International Energy Agency ( <a href="http://www.iea.org/">http://www.iea.org/</a> )

**Tabella 3. Prospetto riassuntivo dei dati utilizzati.**

Tutte le serie indicate hanno frequenza annuale e sono relative al periodo 1980-2010. Come già evidenziato i paesi d'interesse sono i membri G-7: Canada, Francia, Italia, Germania, Stati Uniti d'America (USA), Regno Unito (Uk) e Giappone.

Per evitare fraintendimenti sulla natura delle variabili utilizzate, si riportano le definizioni utilizzate dall'ente fornitore dei dati. Ad esempio, il GDP (traducibile come PIL) è definito dall'OECD come una misura aggregata della produzione pari alla somma dei valori aggiunti lordi di tutte le unità istituzionali residenti impegnate nella produzione (più eventuali tasse, al netto dei sussidi, per i prodotti non inclusi nel valore delle loro uscite). Gli investimenti fissi lordi (*gross fixed capital formation*) sono pari al valore totale delle acquisizioni di un produttore, meno le cessioni, di capitale fisso durante il periodo contabile più incrementi di valore ottenuti da attività non prodotte (come i giacimenti o grandi miglioramenti nella quantità, qualità o produttività dei terreni), realizzati mediante l'attività produttiva dalle unità istituzionali. La forza lavoro totale è pari alla somma degli individui che, in un dato periodo, rientrano nella definizione di occupato o in quella di disoccupato. Per educazione terziaria s'intendono i livelli ISCED (*International Standard Classification of Education*) 5 e 6, comprendenti rispettivamente educazione terziaria a ciclo breve e il livello d'educazione pari alla laurea (*bachelor*) o equivalenti. Infine, i consumi energetici sono i consumi finali totali, pari alla somma dei consumi nei settori a uso finale. L'energia utilizzata per i processi di trasformazione e per l'uso proprio delle industrie produttrici è dunque esclusa.

La qualità dei dati ottenuti è stata ritenuta buona, con l'unica eccezione di alcuni valori mancanti per la serie HC e RE. In particolare:

- Il Canada presentava valori mancanti nella serie HC, posizioni [1980-1984], [1997], [2003], [2005];
- La Francia presentava un valore mancante nella serie HC, in posizione [1984];
- L'Italia presentava un valore mancante nella serie HC, posizione [1982];
- La Germania presentava valori mancanti per la serie HC, posizioni [1980:1984];
- Il Regno Unito presentava valori mancanti per la serie RE, posizioni [1980-1988];
- Giappone presenta valori mancanti per la serie HC, posizioni [1993] e [1997], e un valore mancante nella serie RE, posizione [1980].

Per mantenere costante il periodo di riferimento, al fine di facilitare i confronti fra i vari Paesi, e per non ridurre il già ristretto periodo campionario, si è scelto di imputare i valori mancanti mediante metodi stocastici. In particolare, per i problemi inerenti Francia, Italia, Germania e serie RE del Giappone, si è pensato di effettuare previsioni per serie storiche univariate seguendo la metodologia Box-Jenkins (Box, Jenkins 1970) sulle serie ordinate al contrario. Per quanto riguarda invece i problemi inerenti il Canada e la serie HC del Giappone, poiché i valori mancanti erano non solo all'inizio ma anche a metà della serie d'interesse, si è preferito utilizzare una procedura di interpolazione basata sulla rappresentazione nello spazio degli stati di modelli lineari dinamici. Dato invece l'elevato numero di valori mancanti per la serie RE del Regno Unito,

si è pensato più corretto risolvere il problema in sede di stima dei modelli, mediante l'inserimento di una variabile indicatrice.

S'ipotizza nel seguito che la relazione deterministica di equilibrio, ove presente, segua una funzione di produzione Cobb-Douglas log-lineare del tipo

$$\log Y = a_i \log I + a_l \log L + a_e \log NRE$$

oppure

$$\log Y = a_i \log I + a_l \log L + a_e \log RE$$

per quanto riguarda la prima versione, definita "classica", della funzione di produzione. In questa forma sono dunque presenti tre fattori di produzione (investimenti, lavoro e consumi energetici) e un prodotto (il PIL). Si considera inoltre una seconda forma, detta "estesa", della funzione di produzione in cui, in aggiunta ai fattori usati in precedenza, si aggiungono il capitale umano e la ricerca e sviluppo. Questa seconda funzione deterministica è dunque del tipo

$$\log Y = a_i \log I + a_l \log L + a_{hc} \log HC + a_{rd} \log RD + a_e \log NRE$$

oppure

$$\log Y = a_i \log I + a_l \log L + a_{hc} \log HC + a_{rd} \log RD + a_e \log RE$$

Ovviamente queste relazioni verranno successivamente stimate, con la presenza dunque di termini di disturbo. A differenza dell'articolo dal quale si trae ispirazione, nel quale la relazione di lungo periodo aveva sempre un termine d'intercetta, nel presente studio si è cercato caso per caso il termine deterministico che conducesse a risultati (di *bounds test*, di termine *ecm* e infine di diagnostica) migliori. Si presenteranno dunque relazioni di

lungo periodo privi di costante, con costante, e con costante e trend deterministico lineare.

Si dichiara infine che nel proseguimento dell'elaborato con le sigle maiuscole verranno indicate le serie originali, mentre con sigle minuscole le serie dei logaritmi.



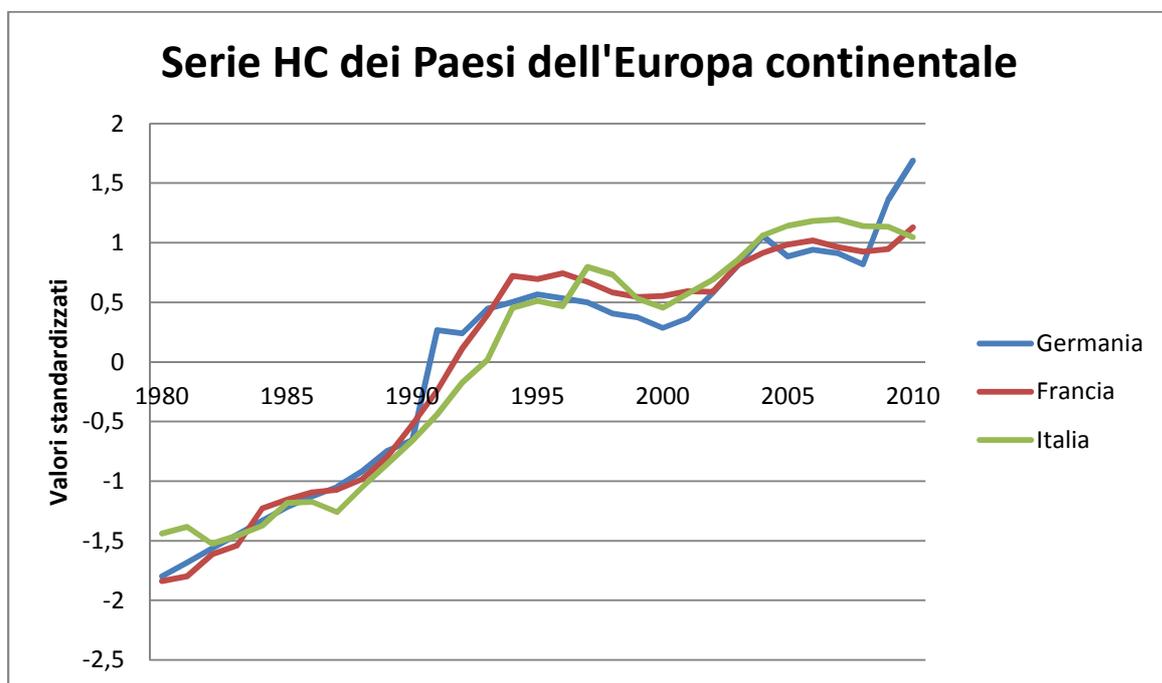
## 4 Imputazione dei valori mancanti

L'approccio di Box-Jenkins per la modellazione ARIMA di serie storiche è illustrato in modo completo ad esempio in Di Fonzo, Lisi (2005). Come annunciato nelle pagine precedenti, sono stati stimati quattro diversi modelli ARIMA su serie ordinate al contrario, al fine di imputare valori mancanti. Le serie in questione sono le HC per Francia, Italia e Germania, e la serie RE per il Giappone. Un prospetto riassuntivo dei modelli utilizzati, degli anni in cui i dati erano inizialmente mancanti e dei valori imputati, è riportato in Tabella 4.

Paese	Serie	Anni con valori mancanti	Modello utilizzato	Valore imputato
Francia	HC	1984	ARIMA(1,1,0) con drift	1303424
Italia	HC	1982	ARIMA(0,1,1) con drift	1066928,5
Germania	HC	1980-1984	ARIMA(0,1,0) con drift	1311748, 1353209, 1394669, 1436129, 1477590
Giappone	RE	1980	ARIMA(0,1,0)	26450,76

**Tabella 4.** Prospetto dei modelli ARIMA utilizzati per l'operazione d'imputazione.

L'usuale diagnostica effettuata su questo tipo di modelli (significatività delle autocorrelazioni ai vari ritardi nei residui, test Portmanteau) comunica che tutti e quattro i modelli stimati possono essere utilizzati. Per quanto riguarda però la Germania, essendo cinque i valori da imputare all'inizio della serie, e per il modello utilizzato (random walk più drift) potrebbero sorgere dubbi sull'effettiva validità delle stime. In particolare, poiché previsioni ottenute mediante questa modellazione seguono un andamento lineare costante, potrebbe essere invece che la serie originale seguisse una spezzata, ad esempio, con due trend differenti contigui a un determinato anno. A scopo di controllo dell'adeguatezza del modello utilizzato, dunque, si è pensato di mettere a confronto le serie HC dei Paesi dell'Europa continentale. Al fine di rendere gli andamenti confrontabili, si sono ottenute le serie standardizzate. Quest'ultime sono contenute nel Grafico 1.



**Grafico 1.**

Si può visivamente confermare quanto ipotizzato, e cioè che vi è similitudine fra gli andamenti delle serie HC fra i Paesi confinanti.

Il Grafico 2 focalizza l'attenzione sui primi dieci anni (in cui si ricorda la Germania aveva i primi 5 mancanti mentre gli altri due Stati uno a testa). Si può notare come l'andamento della serie tedesca per gli anni 1980-1984 (stimati) si adatti ai valori 1985-1990 (originali). I valori stimati per la Germania si localizzano in una posizione pressoché intermedia tra quelli italiani e francesi. Con riferimento a quest'ultima serie, in particolare, i valori stimati per la serie HC tedesca sembrano ben approssimare un sottostante trend, comune a entrambi i Paesi. Concludendo, i metodi d'imputazione utilizzati sembrano essere ragionevolmente utilizzabili.

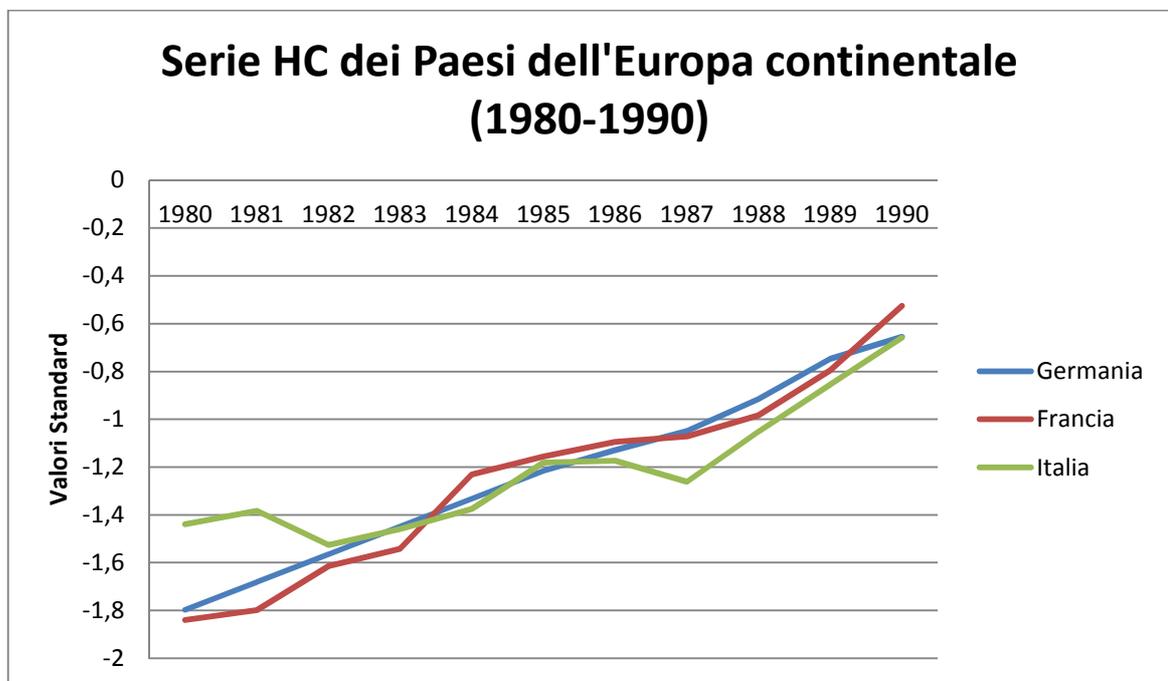


Grafico 2.

Come già annunciato, per le serie che presentavano valori mancanti in posizioni intermedie, si è pensato di cambiare metodologia al fine di imputare dei valori. In particolare, per la naturale predisposizione di utilizzo nel caso di valori mancanti che hanno i modelli lineari dinamici, in rappresentazione nello spazio degli stati, si è utilizzata una procedura d'interpolazione basata su questi modelli. Per una trattazione completa

dell'argomento, teorica sia con implementazioni su software R, si veda ad esempio Petris *et al.* (2010). Il modello lineare dinamico sottostante le serie HC del Canada è stato ipotizzato essere un random walk con termine di drift. È stato teorizzato così in parte per similitudini fra sistema educativo americano e canadese. Questo poiché la quantità d'informazione ottenibile per il Canada era ridotta, e si è cercato dunque un riferimento esogeno. L'analisi della serie HC americana (esente da valori mancanti) portava alla conclusione che un modello random walk con termine di drift potesse essere adeguato per la spiegazione del fenomeno. Per quanto riguarda il Giappone i dati erano sufficienti per una tipica analisi preliminare che potesse indicare la forma del modello sottostante. Il modello dinamico lineare in entrambi i casi è stato dunque del tipo

$$\begin{cases} HC_t = \mathbf{F}_t \boldsymbol{\theta}_t + v_t, & v_t \sim N(0, \sigma_v^2) \\ \boldsymbol{\theta}_t = \mathbf{G}_t \boldsymbol{\theta}_{t-1} + \boldsymbol{\omega}_t, & \boldsymbol{\omega}_t \sim N_2(\mathbf{0}, \mathbf{W}_t) \end{cases}$$

dove  $\mathbf{F}_t = (1 \quad 1)$ ,  $\boldsymbol{\theta}_t = (1 \quad \mu_t)'$ ,  $\mathbf{G}_t = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ . Lo stato al tempo zero è supposto seguire  $\boldsymbol{\theta}_0 \sim N_2(\mathbf{m}_0, \mathbf{C}_0)$  con  $\mathbf{m}_0$  e  $\mathbf{C}_0$  posti rispettivamente uguali a  $\mathbf{m}_0 = (1, \overline{HC}_T)'$  e a  $\mathbf{C}_0 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \hat{\sigma}_{HC}^2 \end{pmatrix}$ , indicando con  $\overline{HC}_T$  e  $\hat{\sigma}_{HC}^2$  media e varianza campionaria. La varianza della componente di stato  $\mathbf{W}_t$  è supposta essere una matrice anch'essa di zeri, con unico elemento non nullo quello di posto (2, 2) pari ad una quantità ignota  $\sigma_w^2$ . La stima di  $\sigma_v^2$  e di  $\sigma_w^2$  è stata in seguito ottenuta mediante massima verosimiglianza. Al fine di utilizzare la maggior quantità possibile d'informazione a disposizione, i valori che si sono interpolati sono quelli ottenuti dalla serie lisciata (*smoothed*). La Tabella 5 a pagina seguente mostra il riassunto del processo d'interpolazione.

<b>Paese</b>	<b>Serie</b>	<b>Anni con valori mancanti</b>	<b>Modello utilizzato</b>	<b>Valore imputato</b>
Canada	HC	1980-1984, 1997, 2003, 2005	random walk con costante in forma DLM	1514420, 1514590, 1514760, 1514930, 1515100, 1471250, 1254833, 1134835
Giappone	HC	1993, 1997	random walk con costante in forma DLM	3707177, 3954305

**Tabella 5. Prospetto dei modelli DLM utilizzati per l'operazione d'imputazione.**

Concludendo, la diagnostica effettuata sui modelli stimati è positiva, assicurando che le stime possono essere utilizzate.



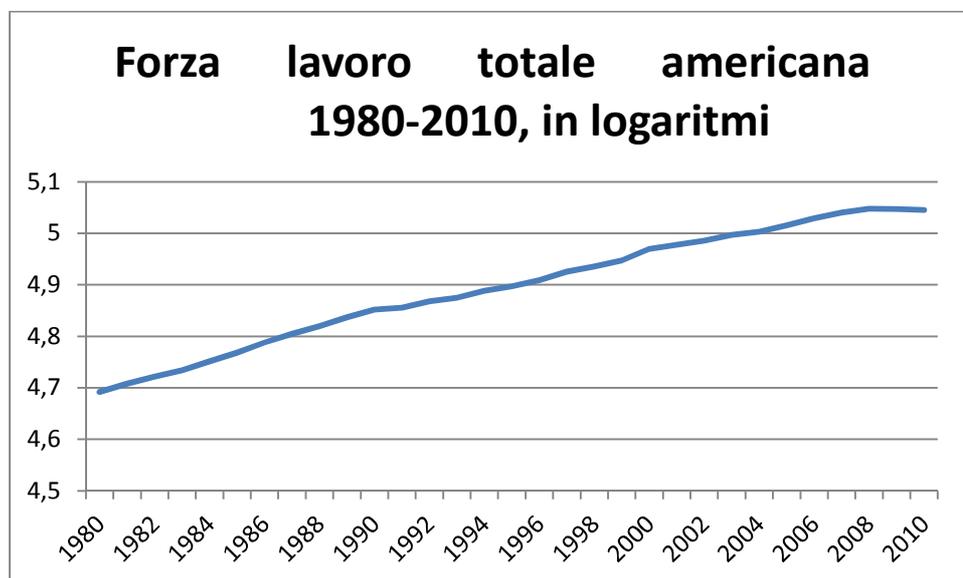
## 5 Analisi preliminari sulle serie

### 5.1 Analisi esplorative

Sono state condotte le necessarie analisi esplorative sui dati a disposizione per indagare la dimensione del problema oggetto d'analisi. Evitando di dilungarsi in una serie di statistiche descrittive, due questioni più importanti emergono e vengono qui riassunte. La presenza di correlazione tra i consumi energetici e la crescita economica è, si potrebbe dire, una condizione necessaria per la presenza di una qualsiasi relazione causale, o di lungo periodo, tra le variabili, non indicandone però la natura. La correlazione istantanea tra le serie dei logaritmi è presente sia nei livelli sia nelle differenze prime. Nel primo caso, essa varia da un massimo di 0,94 tra i consumi di energie non-rinnovabili e PIL del Canada, a un minimo di 0,49 tra consumi rinnovabili e sviluppo economico per le serie francesi. Vi è dunque indicazione in questi casi, che un più elevato sviluppo economico è associato a più elevati livelli di consumi di energia, sia essa da fonti non-rinnovabili o rinnovabili. Vi è indicazione opposta per la Germania, con un coefficiente di correlazione istantanea tra logaritmi dei consumi di energia non-rinnovabile e crescita pari a circa -0,839. Aggiungendo la dimensione temporale, le cross-correlazioni mostrano una certa persistenza della dipendenza. Le serie differenziate presentano valori di cross-correlazione istantanea ridotti rispetto ai livelli, passando da un massimo di 0,709 tra le differenze dei consumi di energia non-rinnovabile e PIL americane, ad un minimo di 0,112 tra le differenze dei consumi rinnovabili e crescita economica per il Giappone. Correlazioni istantanee negative si hanno per le

differenze dei consumi energetici da fonti rinnovabili e PIL, rispettivamente pari a circa  $-0,324$  per la Francia e  $-0,361$  per l'Italia.

In secondo luogo, è bene indicare come parte dei dati disponibili risenta, negli ultimi anni, di andamenti non in linea con i precedenti. Questo a causa della crisi finanziaria, e successivamente economica, del 2008 per la quale la lettura, dei test di radice unitaria prima e dei risultati delle analisi poi, è resa più complicata. A titolo esemplificativo, nel Grafico 3 si riporta la serie dei logaritmi della forza lavoro americana.



**Grafico 3.**

Focalizzando l'attenzione sugli ultimi anni, si può notare come la pendenza dell'evidente trend lineare dei precedenti anni diminuisca consistentemente in corrispondenza degli anni successivi al 2007. Questo comportamento si riscontra in svariate delle serie utilizzate nello studio. L'implicazione principale è sui test di radice unitaria che si presenteranno successivamente, dove il già limitato periodo campionario per le serie delle differenze vedrà gli ultimi 2/3 istanti temporali soffrire di un leggero trend negativo. Come si avrà modo di vedere nel seguito, questo non influirà in

modo massivo sui risultati dei test, consentendo di utilizzare le serie in questione per le elaborazioni successive, una volta tenuto in considerazione tale fenomeno.

## 5.2 Processi Integrati e Radice Unitaria

Un processo univariato AR(1)  $y_t$  con parametro autoregressivo  $\alpha$  pari ad 1 è detto *random walk*. È un processo non-stazionario, nel senso che i suoi momenti variano con l'istante temporale. Si può altresì dire che il processo ha un trend, nello specifico un *trend stocastico* dovuto al cumulo degli errori. Si prenda ora un processo AR(1) con parametro autoregressivo  $\alpha$  posto pari ad 1, e un termine costante (*drift*). Questo processo è indicato come *random walk con drift*, ed è caratterizzato da un *trend deterministico* in aggiunta ad un trend stocastico derivante dal cumulo degli errori. Volendo sintetizzare, l'usuale funzione dei test di radice unitaria che verranno esposti in seguito è quella di verificare l'ipotesi che il processo generatore dei dati sia *trend-stazionario* (processo con trend deterministici) oppure *differenza-stazionario* (processo con soli trend stocastici). Nello specifico di questo lavoro, consentono di eseguire una verifica dell'esistenza delle ipotesi di base (serie integrate di ordine massimo uno) per l'applicazione della procedura ARDL per la cointegrazione. Si ricorda che, in termini formali, un processo  $\mathbf{y}_t$  k-dimensionale è detto *integrato di ordine d*, in simboli  $\mathbf{y}_t \sim I(d)$ , se  $\Delta^d \mathbf{y}_t$  è stazionario e  $\Delta^{d-1} \mathbf{y}_t$  non lo è. Estendendo in modo naturale la terminologia, un processo stazionario è detto  $I(0)$ .

### 5.2.1 Test Augmented Dickey-Fuller

Il test Augmented Dickey-Fuller (ADF) , proposto da Said, Dickey (1984), è un test per la verifica dell'ipotesi nulla di non stazionarietà di una serie. Esso utilizza la seguente regressione test

$$\Delta y_t = \tau' \mathbf{DR}_t + \pi y_{t-1} + \sum_{j=1}^k \Delta y_{t-j} + u_t \quad \text{con } k = p - 1,$$

dove il termine  $\mathbf{DR}_t$  contiene una costante e/o un trend deterministico lineare.  $k$  è stimabile attraverso criteri d'informazione automatici, ed una volta fatto ciò è possibile stimare la regressione test. Sotto l'ipotesi nulla di radice unitaria  $\pi = 0$ . Una strategia di *testing* adeguata è utilizzata (in modo da rendere le ipotesi nulle e alternative omogenee tra loro) al fine di poter scegliere quale fra le ipotesi usuali può essere ritenuta corretta per il processo in questione. Per ottenere questo, si affiancano alle usuali statistiche test tipo  $t$  per la nullità del coefficiente  $\pi$ , statistiche test tipo  $F$  per particolari ipotesi congiunte sulle stime dei parametri  $\pi$  e  $\tau$ .

Le tabelle successive riportano, Paese per Paese e variabile per variabile, i risultati dei test ADF effettuati sulle serie differenziate (indicate dalla sigle già presentate precedute da una "d"). Per questo test e per i successivi, si riportano i soli valori delle statistiche test atte a verificare l'ipotesi che il processo generatore dei dati sia del tipo costante (*drift*) con termine autoregressivo pari ad 1, rispettivamente sotto l'ipotesi nulla (test ADF e PP) e alternativa (test KPSS). Questa ipotesi è difatti in linea con l'ispezione grafica delle serie differenziate e quella di più diretto interesse al fine di verificare l'applicabilità della procedura ARDL. Per il test ADF i ritardi aggiuntivi da includere sono stati scelti mediante criterio di selezione automatica di Schwarz (BIC o SBC), teorizzato in Schwarz (1978). Per ogni

serie si presenta il valore della statistica test e la significatività. Gli asterischi (in questo e nei prossimi paragrafi) hanno l'usuale significato: un asterisco per una significatività compresa tra il 10 e il 5%, due per indicare una significatività tra il 5 e l'1%, e tre per la significatività oltre l'1%.

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-3,882	7,534	-2,315
	***	***	**
di	-4,619	10,672	-3,963
	***	***	***
dl	-3,350	5,862	-1,171
	**	**	
drd	-7,124	25,383	-7,190
	***	***	***
dhc	-5,003	12,516	-5,094
	***	***	***
dnre	-3,633	6,702	-2,104
	***	**	**
dre	-5,071	17,845	-5,807
	***	***	***

**Tabella 6. Canada: risultati test ADF.**

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-3,514	6,177	-1,923
	**	**	*
di	-3,200	5,132	-2,889
	**	**	***
dl	-5,365	14,391	-3,180
	***	***	***
drd	-3,807	7,500	-2,546
	***	***	**
dhc	-2,556	3,266	-1,806
			*
dnre	-4,955	12,420	-5,075
	***	***	***
dre	-5,264	13,901	-4,970
	***	***	***

**Tabella 7. Francia: risultati test ADF.**

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-3,365	5,668	-1,931
	**	**	*
di	-3,594	6,462	-3,485
	***	**	***
dl	-3,629	6,588	-3,536
	***	**	***
drd	-3,993	8,295	-3,070
	***	***	***
dhc	-3,755	7,069	-3,150
	***	***	***
dnre	-2,787	3,909	-2,696
	*		***
dre	-5,467	14,977	-4,350
	***	***	***

**Tabella 8. Italia: risultati test ADF.**

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-3,651	6,663	-1,966
	***	**	**
di	-3,027	4,583	-2,778
	**	*	***
dl	-2,884	4,353	-1,529
	*	*	
drd	-4,046	8,190	-1,030
	***	***	
dhc	-4,211	8,872	-3,604
	***	***	***
dnre	-4,441	9,950	-4,519
	***	***	***
dre	-5,007	12,538	-5,096
	***	***	***

**Tabella 9. USA: risultati test ADF.**

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-4,381	9,647	-2,766
	***	***	***
di	-4,350	9,556	-4,058
	***	***	***
dl	-4,772	11,386	-4,525
	***	***	***
drd	-2,946	4,364	-2,880
	**	*	***
dhc	-5,074	12,873	-3,956
	***	***	***
dnre	-7,421	27,700	-6,927
	***	***	***
dre	-5,285	14,023	-3,709
	***	***	***

**Tabella 10. Germania: risultati test ADF.**

<b>Serie</b>	<b>tau2</b>	<b>phi1</b>	<b>tau1</b>
dy	-3,888	7,558	-1,734
	***	***	*
di	-4,128	8,576	-3,930
	***	***	***
dl	-3,509	6,175	-2,744
	**	**	***
drd	-2,660	3,540	-2,308
	*		**
dhc	-4,031	8,127	-2,549
	***	***	**
dnre	-6,258	19,683	-6,360
	***	***	***
dre	-1,976	1,954	-1,614

**Tabella 11. Uk: risultati test ADF.**

Serie	tau2	phi1	tau1
dy	-1,435	1,139	-1,273
di	-2,606	3,397	-2,532
	*		**
dl	-1,512	1,298	-1,578
drd	-2,893	4,191	-1,713
	*	*	*
dhc	-4,361	9,508	-3,982
	***	***	***
dnre	-3,978	7,973	-3,775
	***	***	***
dre	-5,015	13,480	-3,899
	***	***	***

**Tabella 12. Giappone: risultati test ADF.**

Commenti comprensivi i risultati di tutti i test di radice unitaria proposti saranno riportati al termine dell'esposizione dei risultati del terzo, e ultimo, test.

### 5.2.2 Test di Phillips-Perron

Il test di Phillips-Perron (PP) (confrontare ad esempio con Phillips, Perron 1988), è un test statistico non parametrico per la verifica dell'ipotesi nulla di radice unitaria che esplicitamente permette dipendenza debole ed eteroschedasticità nel processo d'errore. Vengono considerate due regressioni test del tipo

$$y_t = \mu + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

oppure

$$y_t = \mu + \beta \left(t - \frac{1}{2}T\right) + \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t$$

a seconda si ipotizzi presente o meno un trend deterministico nel processo generatore dei dati. Si costruiscono successivamente statistiche test tipo t, denominate “Z”, per la verifica delle ipotesi nulle rispettivamente dei parametri  $\alpha$ ,  $\mu$  e, nel caso sia presente,  $\beta$ . I valori critici di queste statistiche sono identici a quelli del test DF. Il vantaggio di questo test è quello di eliminare i parametri di disturbo presenti nella statistica DF nel caso il processo d’errore non soddisfi le assunzioni di indipendenza e di identica distribuzione. Il test soffre di performance peggiori rispetto ad ADF in piccoli campioni. Per l’ultima affermazione confrontare con Davidson, MacKinnon (2004). Le tabelle successive riportano i risultati dei test PP effettuati sulle serie differenziate. Il numero di ritardi ottimali è scelto in automatico secondo la regola di troncamento  $4\left(\frac{T}{100}\right)^{0.25}$ . I test riportati, come illustrato nel precedente paragrafo, sono eseguiti utilizzando la regressione test con il solo termine d’intercetta.

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-4,012	2,982
	***	**
di	-4,663	2,010
	***	
dl	-3,465	2,811
	**	**
drd	-7,302	0,584
	***	
dhc	-5,005	-0,070
	***	
dnre	-4,507	1,104
	***	
dre	-6,018	1,207
	***	

**Tabella 13. Canada: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-3,618	2,865
	**	**
di	-3,274	1,332
	**	
dl	-5,365	3,740
	***	***
drd	-3,808	2,668
	***	**
dhc	-3,016	1,948
	**	
dnre	-4,970	0,068
	***	
dre	-5,265	1,454
	***	

**Tabella 14. Francia: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-3,600	2,297
	**	*
di	-3,670	0,938
	***	
dl	-3,616	0,877
	**	
drd	-3,980	2,352
	***	*
dhc	-3,766	1,842
	***	
dnre	-4,818	0,792
	***	
dre	-5,467	2,643
	***	**

**Tabella 15. Italia: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-3,734	2,972
	***	**
di	-3,194	1,231
	**	
dl	-2,749	2,306
	*	
drd	-4,744	3,618
	***	***
dhc	-4,216	1,890
	***	
dnre	-4,417	0,350
	***	
dre	-3,991	0,167
	***	

**Tabella 16. USA: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-4,381	3,060
	***	**
di	-4,310	1,419
	***	
dl	-4,773	1,323
	***	
drd	-2,959	0,752
	*	
dhc	-5,072	2,614
	***	**
dnre	-7,401	-1,828
	***	
dre	-5,285	3,148
	***	**

**Tabella 17. Germania: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-3,575	2,934
	**	**
di	-4,238	1,233
	***	
dl	-3,450	1,973
	**	
drd	-2,385	-0,978
dhc	-4,026	2,844
	***	**
dnre	-6,229	-0,381
	***	
dre	-5,080	1,192
	***	

**Tabella 18. Uk: risultati test PP.**

Serie	Z-tau con drift	Z-tau-mu
dy	-3,161	2,024
	**	
di	-2,576	0,394
dl	-1,472	0,391
drd	-3,943	2,528
	***	*
dhc	-4,361	1,542
	***	
dnre	-3,904	1,193
	***	
dre	-5,385	1,027
	***	

**Tabella 19. Giappone: risultati test PP.**

### 5.2.3 Test di Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin

Il test di tipo LM proposto in Kwiatkowski *et al.* (1992) (KPSS) si distingue dai precedenti poiché l'ipotesi nulla testata è che la serie sia trend e/o livello stazionaria. Il test è stato pensato come completamento al test ADF, in un'ottica di test conservativo. Se questo test dunque rifiuta l'ipotesi nulla si può essere abbastanza sicuri della conclusione a cui questo porta. Nel caso invece i precedenti test indichino che il processo possiede una radice unitaria e il test KPSS no, è opportuno optare per questa conclusione. Gli autori considerano il seguente modello

$$\begin{cases} y_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t \\ r_t = r_{t-1} + u_t \end{cases}$$

dove si ipotizza  $u_t \sim \text{i.i.d.}(0, \sigma_u^2)$  e dunque  $r_t$  è un random walk. Sotto l'ipotesi nulla  $\varepsilon_t$  è stazionario e perciò  $y_t$  è trend stazionario oppure, se  $\xi = 0$ , livello stazionario. La statistica LM è definita come

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^T S_t^2}{\hat{\sigma}_\varepsilon^2}$$

dove  $\hat{\sigma}_\varepsilon^2$  è una stima della varianza di lungo periodo e  $S_t$  le somme parziali dei residui. I valori critici di riferimento sono indicati nell'articolo sopra citato. Si riportano i risultati derivati dall'applicazione del test KPSS sulle serie oggetto di studio. Il valore  $l$  di ritardi ottimali è calcolato in automatico utilizzando la quantità  $3 \frac{\sqrt{T}}{13}$ .

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,116
di	0,104
dl	0,119
drd	0,044
dhc	0,097
dnre	0,195
dre	0,047

**Tabella 20. Canada: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,28
di	0,12
dl	0,06
drd	0,45
	*
dhc	0,43
	*
dnre	0,21
dre	0,16

**Tabella 21. Francia: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,422
	*
di	0,173
dl	0,152
drd	1,160
	***
dhc	0,334
dnre	0,294
dre	0,385
	*

**Tabella 22. Italia: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,347
di	0,391
	*
dl	0,378
	*
drd	0,119
dhc	0,230
dnre	0,141
dre	0,154

**Tabella 23. USA: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,218
di	0,135
dl	0,137
drd	0,459
	*
dhc	0,188
dnre	0,043
dre	0,325

**Tabella 24. Germania: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,144
di	0,077
dl	0,267
drd	0,140
dhc	0,444
	*
dnre	0,254
dre	0,161

**Tabella 25. Uk: risultati test KPSS.**

<b>Serie</b>	<b>eta-mu</b>
dy	0,374
	*
di	0,430
	*
dl	0,393
	*
drd	0,274
dhc	0,347
	*
dnre	0,351
	*
dre	0,337

**Tabella 26. Giappone: risultati test KPSS.**

Si premette, al fine di commentare i risultati dei test condotti, che tutti e tre i test soffrono, in misura diversa, di bassa potenza nel caso di ridotte numerosità campionarie. Questo comporta, per i test ADF e PP, un tasso di rifiuto dell'ipotesi di stazionarietà, quando è vera, superiore al nominale. Al contrario per il test KPSS, la bassa potenza si traduce in un tasso di accettazioni dell'ipotesi di stazionarietà, quando è falsa, superiore al nominale. I risultati dei test riportati nei paragrafi precedenti, in particolare la lettura congiunta dei test ADF e KPSS, unitamente alle ispezioni grafiche delle serie, spingono a confermare che le variabili sono tutte utilizzabili per le analisi che si effettueranno nel seguito (in particolare per la cointegrazione) tranne una. Infatti nei casi in cui sembrano esservi dei dubbi riguardo la presenza o meno di radice unitaria, per quanto riguarda in particolare i test ADF o PP, si prende il risultato del test KPSS come risolutivo. Questo avviene ad esempio per la serie dhc francese, dnre italiana, dl americana e altre. Ad ogni modo, la difficoltà nel definire con

esattezza l'ordine d'integrazione delle serie, dovuta principalmente all'esigua numerosità campionaria e alle distorsioni causate nelle serie dalla crisi economica degli ultimi anni, è stata accolta come ulteriore indicazione a favore dell'utilizzo della procedura ARDL alla cointegrazione. L'unico caso in cui non è stato possibile ritenere priva di radice unitaria la serie differenziata è la serie drd italiana. Infatti, la significatività all'1% per il test KPSS con costante per la serie drd porta a concludere che la serie non sia utilizzabile per le successive analisi. L'ipotesi è coadiuvata dall'analisi grafica. Nella pratica, le versioni "estese" della funzione di produzione per l'Italia conterrà quattro variabili esogene, quali investimenti, forza lavoro, capitale umano e consumi energetici.

## 6 Cointegrazione

Si introduce ora, brevemente, il concetto di cointegrazione. Con riferimento a Lütkepohl (2005), si supponga che le variabili d'interesse siano contenute nel vettore  $k$ -dimensionale  $\mathbf{y}_t = (y_{1t}, \dots, y_{kt})'$  e che vi sia tra queste variabili una relazione d'equilibrio di lungo periodo, del tipo cioè  $\boldsymbol{\beta}'\mathbf{y}_t = \beta_1 y_{1t} + \dots + \beta_k y_{kt} = 0$ , dove  $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \dots, \beta_k)'$ . Ovviamente, lungo tutto il periodo di riferimento la relazione d'equilibrio può non essere sempre esattamente pari a zero, ma è verosimile ipotizzare che valga  $\boldsymbol{\beta}'\mathbf{y}_t = \mathbf{z}_t$ , dove  $\mathbf{z}_t$  è un processo stocastico che rappresenta le deviazioni dall'equilibrio. È plausibile dunque che in presenza di una effettiva relazione d'equilibrio le variabili contenute in  $\mathbf{y}_t$  si muovano insieme, e che  $\mathbf{z}_t$  sia un processo stazionario. Non si esclude tuttavia che le variabili  $\mathbf{y}_t$  vaghino ampiamente come un gruppo, e che quindi il presunto vagare incontrollato sia il risultato di un trend stocastico comune. In questo caso non si esclude cioè che le variabili  $\mathbf{y}_t$  siano integrate, e che esista una loro combinazione lineare stazionaria. Variabili integrate che godono di questa proprietà sono dette *cointegrate*. Formalmente, la definizione più in linea con ciò che si andrà a realizzare nel seguito è la seguente: Il processo integrato di ordine  $d$   $\mathbf{y}_t$  è detto cointegrato se esiste una combinazione lineare  $\boldsymbol{\beta}'\mathbf{y}_t$  con  $\boldsymbol{\beta} \neq \mathbf{0}$  che risultata integrata di ordine inferiore a  $d$ . Un concetto strettamente connesso a quello di cointegrazione è quello di modello a correzione dell'errore (*error correction model*) nel quale si mette in evidenza la dinamica di breve periodo esistente tra le variabili, quindi come esse varino in relazione a deviazioni dalla relazione d'equilibrio.

## 6.1 Modelli VAR

Si ricorda, brevemente, il concetto di modello VAR. Questo modello per serie storiche multivariate sarà infatti presente nello sviluppo teorico di entrambe le analisi del presente studio. Per una trattazione esaustiva dell'argomento si veda, ad esempio, Lütkepohl (2005). L'equazione che caratterizza un modello VAR(p) (*Vector AR di ordine p*) è del tipo

$$\mathbf{z}_t = \mathbf{v} + \Phi_1 \mathbf{z}_{t-1} + \dots + \Phi_p \mathbf{z}_{t-p} + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad t = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$$

dove  $\mathbf{z}_t = (z_{1t}, \dots, z_{Kt})'$  è un vettore K-dimensionale, le  $\Phi_i$  sono matrici (K x K) di coefficienti ipotizzati fissi,  $\mathbf{v} = (v_1, \dots, v_K)'$  è un vettore (K x 1) di termini di intercetta e  $\boldsymbol{\varepsilon}_t \sim WN(0, \Sigma_\varepsilon)$ , cioè è un processo rumore bianco (*white noise*). Il processo multivariato  $\mathbf{z}_t$  è ben definito dal modello VAR(p) se quest'ultimo è stazionario, cioè se vale la seguente *condizione di stazionarietà*

$$\left| I_k - \sum_{i=1}^p \Phi_i z^i \right| \neq 0 \quad \text{per } |z| \leq 1$$

Il valore atteso del processo si dimostra essere pari a

$$\boldsymbol{\mu} = \Phi(1)^{-1} \mathbf{v} = (I_k - \Phi_1 - \dots - \Phi_p)^{-1} \mathbf{v}$$

L'ordine p del modello si può stimare mediante information criteria, mentre la stima dei parametri (dopo un'opportuna riformulazione in forma matriciale del modello) è ottenibile mediante OLS (si dimostra identica a quella GLS) e mediante massima verosimiglianza (se si aggiunge l'ipotesi di Gaussianità degli errori). È opportuno che i residui stimati vengano sottoposti a diagnostica che verifichi l'assenza di autocorrelazione e la

Normalità (nel caso sia stata ipotizzata). Lo scopo principale dei modelli VAR è quello di condurre successivamente analisi strutturali quali causalità (nel senso di Granger, istantanea e/o multi-step), analisi di risposta impulsiva e decomposizione della varianza dell'errore di previsione, le quali indagano le relazioni esistenti tra le  $K$  componenti del processo.

## **6.2 Bounds Test per la presenza di una relazione di cointegrazione**

L'approccio alla cointegrazione utilizzato in questo studio si sostanzia di due fasi: la prima di test della presenza di una relazione di lungo periodo mediante *bounds test*, e la seconda di stima dell'eventuale relazione di lungo e di breve periodo. Il nucleo teorico del *bounds test* è esposto in Pesaran *et al.* (2001). In questo studio, gli autori presentano il test per la verifica della presenza di una relazione tra i livelli di due o più variabili, applicabile indifferentemente dal fatto che i regressori siano tutti stazionari, tutti integrati di ordine uno, o mutuamente cointegrati. La statistica test è una classica statistica tipo  $F$  che testa la significatività congiunta dei parametri associati ai livelli delle variabili, in un modello a correzione dell'errore (ECM). Nell'articolo gli autori dimostrano che la distribuzione asintotica della statistica test è non standard sotto l'ipotesi nulla di assenza di relazione tra i livelli delle variabili, e la ricavano in aggiunta alla conferma della consistenza del test. Vengono ricavati due set di valori critici asintotici per i casi estremi in cui tutti i regressori siano rispettivamente  $I(0)$  o  $I(1)$ .

Il *bounds test* proposto dunque prevede di confrontare il valore della statistica F con i due set di valori critici:

- Se il valore della statistica F è minore del valore critico nel caso di regressori tutti I(0), l'ipotesi nulla di assenza di relazione tra i livelli delle variabili non può essere rigettata;
- Se il valore della statistica F è compreso tra i due estremi, non si può trarre un'inferenza conclusiva, ed è preferibile utilizzare altre procedure per il test d'interesse (ad es. Engle-Granger o Johansen);
- Se il valore della statistica F è maggiore del secondo estremo, l'ipotesi nulla di assenza di una relazione tra i livelli delle variabili viene rifiutata ad un dato livello di significatività.

Si riassume ora la base teorica del test sviluppato nell'articolo sopra citato. Si ipotizzi  $\{\mathbf{z}_t\}_{t=1}^{\infty}$  un processo casuale  $(k + 1)$  dimensionale. Il processo generatore dei dati si assume essere il modello VAR di ordine  $p$

$$\Phi(L)(\mathbf{z}_t - \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\gamma}t) = \boldsymbol{\varepsilon}_t, t = 1, 2, \dots$$

dove  $L$  è l'operatore ritardo,  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\gamma}$  i vettori  $(k + 1)$  dimensionali degli ignoti parametri di intercetta e trend,  $\Phi(L) = \mathbf{I}_{k+1} - \sum_{i=1}^p \Phi_i L^i$  la matrice polinomiale autoregressiva, con  $\{\Phi_i\}_{i=1}^p$  matrici quadrate di ordine  $(k + 1)$  di ignoti parametri. Si ipotizzino inoltre disponibili i valori iniziali  $\mathbf{Z}_0 \equiv (\mathbf{z}_{1-p}, \dots, \mathbf{z}_0)$ . Si assumano vere le seguenti assunzioni:

**A1)** Le radici del polinomio caratteristico  $|\mathbf{I}_{k+1} - \sum_{i=1}^p \Phi_i Z^i| = 0$  sono in modulo maggiori o uguali ad uno;

**A2)** Il processo d'errore vettoriale  $\{\boldsymbol{\varepsilon}_t\}_{t=1}^{\infty}$  è  $IN(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Omega})$ , con  $\boldsymbol{\Omega}$  definita positiva.

Riscrivendo la matrice polinomiale in forma VECM tramite la relazione  $\Phi(L) = -\Pi L + \Gamma(L)(1 - L)$ , in cui la matrice dei moltiplicatori di lungo periodo è definita da  $\Pi \equiv -(I_{k+1} - \sum_{i=1}^p \Phi_i)$ , e la matrice polinomiale dei coefficienti short-run  $\Gamma(L) \equiv I_{k+1} - \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i L^i$ , con  $\Gamma_i = -\sum_{j=i+1}^p \Phi_j$ , per  $i = 1, \dots, p-1$ , il modello VAR(p) precedente può essere riscritto in forma VECM come

$$\Delta \mathbf{z}_t = \mathbf{a}_0 + \mathbf{a}_1 t + \Pi \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (1)$$

dove  $\Delta = 1 - L$  è l'operatore differenza, le quantità  $\mathbf{a}_0$  e  $\mathbf{a}_1$  sono definite dalle relazioni

$$\mathbf{a}_0 \equiv -\Pi \boldsymbol{\mu} + (\Gamma + \Pi) \boldsymbol{\gamma}, \quad \mathbf{a}_1 \equiv -\Pi \boldsymbol{\gamma} \quad (2)$$

e la matrice contenente la somma dei coefficienti short-run è

$$\Gamma = I_m - \sum_{i=1}^{p-1} \Gamma_i = -\Pi + \sum_{i=1}^p i \Phi_i.$$

Dato l'interesse particolare nella modellazione della variabile scalare  $y_t$  condizionatamente al vettore  $k$ -dimensionale  $\mathbf{x}_t$  e ai valori passati  $\{\mathbf{z}_{t-i}\}_{i=1}^{t-1}$  e  $\mathbf{z}_0$ , si partiziona conseguentemente il vettore  $\mathbf{z}_t = (y_t, \mathbf{x}_t)'$ . Si partiziona equivalentemente il vettore dell'errore  $\boldsymbol{\varepsilon}_t = (\varepsilon_{yt}, \boldsymbol{\varepsilon}'_{xt})'$  e la sua matrice di covarianza

$$\boldsymbol{\Omega} = \begin{pmatrix} \omega_{yy} & \mathbf{w}_{yx} \\ \mathbf{w}_{xy} & \boldsymbol{\Omega}_{xx} \end{pmatrix}$$

Tramite la quale si può esprimere la componente d'errore relativa ad  $y$  condizionatamente alla componente dovuta ad  $x$  mediante

$$\varepsilon_{yt} = \mathbf{w}_{yx} \boldsymbol{\Omega}_{xx}^{-1} \boldsymbol{\varepsilon}_{xt} + u_t \quad (3)$$

Dove  $u_t \sim IN(0, \omega_{uu})$ ,  $\omega_{uu} \equiv \omega_{yy} - \mathbf{w}_{yx} \mathbf{\Omega}_{xx}^{-1} \mathbf{w}_{xy}$  e  $u_t$  è indipendente da  $\boldsymbol{\varepsilon}_{xt}$ .  
 Partizionando congruamente le altre quantità  $\mathbf{a}_0 = (a_{y0}, \mathbf{a}'_{x0})'$ ,  
 $\mathbf{a}_1 = (a_{y1}, \mathbf{a}'_{x1})'$ ,  $\mathbf{\Pi} = (\boldsymbol{\pi}'_y, \mathbf{\Pi}'_x)'$ ,  $\mathbf{\Gamma} = (\boldsymbol{\gamma}'_y, \mathbf{\Gamma}'_x)'$ ,  
 $\mathbf{\Gamma}_i = (\boldsymbol{\gamma}'_{yi}, \mathbf{\Gamma}'_{xi})'$ , per  $i = 1, \dots, p-1$ , e sostituendo (3) in (1) si giunge al  
 modello ECM condizionale per  $\Delta y_t$  in funzione di  $\mathbf{z}_{t-1}$ ,  $\Delta \mathbf{x}_t$ ,  $\Delta \mathbf{z}_{t-1}$ , ...,  $\Delta \mathbf{z}_{t-p-1}$

$$\Delta y_t = c_0 + c_1 t + \boldsymbol{\pi}_{y.x} \mathbf{z}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad t = 1, 2, \dots \quad (4)$$

Dove  $\mathbf{w} \equiv \mathbf{\Omega}_{xx}^{-1} \mathbf{w}_{xy}$ ,  $c_0 \equiv a_{y0} - \mathbf{w}' \mathbf{a}_{x0}$ ,  $c_1 \equiv a_{y1} - \mathbf{w}' \mathbf{a}_{x1}$ ,  
 $\boldsymbol{\psi}'_i \equiv \boldsymbol{\gamma}'_{yi} - \mathbf{w}' \mathbf{\Gamma}'_{xi}$ ,  $i = 1, \dots, p-1$ , e  $\boldsymbol{\pi}_{y.x} \equiv \boldsymbol{\pi}_y - \mathbf{w}' \mathbf{\Pi}_x$ . Le relazioni  
 inerenti i termini deterministici in (2) vengono modificate nel modo  
 seguente

$$c_0 = -\boldsymbol{\pi}_{y.x} \boldsymbol{\mu} + (\boldsymbol{\gamma}_{y.x} + \boldsymbol{\pi}_{y.x}) \boldsymbol{\gamma}, \quad c_1 = -\boldsymbol{\pi}_{y.x} \boldsymbol{\gamma}$$

dove  $\boldsymbol{\gamma}_{y.x} \equiv \boldsymbol{\gamma}_y - \mathbf{w}' \mathbf{\Gamma}_x$ . Si partiziona conformemente a quanto fatto con  $\mathbf{z}_t$   
 anche la matrice  $\mathbf{\Pi}$  dei moltiplicatori di lungo periodo

$$\mathbf{\Pi} = \begin{pmatrix} \boldsymbol{\pi}_{yy} & \boldsymbol{\pi}_{yx} \\ \boldsymbol{\pi}_{xy} & \mathbf{\Pi}_{xx} \end{pmatrix}$$

Viene a questo punto introdotta una nuova assunzione

**A3)** Il vettore k-dimensionale  $\boldsymbol{\pi}_{xy} = \mathbf{0}$ .

Sotto A3) vale per le differenze del vettore  $\mathbf{x}_t$  la seguente relazione

$$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{a}_{x0} + \mathbf{a}_{x1} t + \mathbf{\Pi}_{xx} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \mathbf{\Gamma}_{xi} \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \boldsymbol{\varepsilon}_{xt} \quad t = 1, 2, \dots \quad (5)$$

Ci si riduce quindi a un modello nel quale il processo multivariato  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$  è  
 un "costrittore" (*forcing*) di lungo periodo per il processo  $\{y_t\}_{t=1}^{\infty}$  e non vi è  
 un feedback dai livelli di  $y_t$  nella relazione (5). L'assunzione A3) dunque  
 limita le considerazioni al caso in cui esista al più una relazione condizionale

tra i livelli di  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$ , indipendentemente dall'ordine di integrazione del processo  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$ . Sotto l'assunzione A3) il modello (4) diventa

$$\Delta y_t = c_0 + c_1 t + \pi_{yy} y_{t-1} + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad \text{per } t = 1, 2, \dots \quad (6)$$

dove

$$c_0 = -(\pi_{yy}, \boldsymbol{\pi}_{yx.x}) \boldsymbol{\mu} + [\boldsymbol{\gamma}_{y.x} + (\pi_{yy}, \boldsymbol{\pi}_{yx.x})] \boldsymbol{\gamma}, \quad c_1 = -(\pi_{yy}, \boldsymbol{\pi}_{yx.x}) \boldsymbol{\gamma}$$

e

$$\boldsymbol{\pi}_{yx.x} \equiv \boldsymbol{\pi}_{yx} - \mathbf{w}' \boldsymbol{\pi}_{xx}.$$

L'assunzione A4), assieme alle successive 5a) e 5b) che vincolano ad un ordine massimo di integrazione del sistema definito da (5) e (6), definiscono le proprietà di cointegrazione del sistema.

**A4)** La matrice  $\boldsymbol{\Pi}_{xx}$  ha rango  $r$ , con  $0 \leq r \leq k$ .

Sotto questa assunzione, con riferimento a (5), si può esprimere  $\boldsymbol{\Pi}_{xx}$  come  $\boldsymbol{\Pi}_{xx} = \boldsymbol{\alpha}_{xx} \boldsymbol{\beta}'_{xx}$ , dove  $\boldsymbol{\alpha}_{xx}$  e  $\boldsymbol{\beta}_{xx}$  sono entrambe matrici ( $k \times r$ ) di pieno rango  $r$ . Se dunque l'ordine massimo di integrazione del sistema definito da (5) e (6) è uno, sotto le assunzioni A1), A3) e A4) si può affermare che il processo  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$  è mutualmente cointegrato di ordine  $r$ , con  $0 \leq r \leq k$ . In secondo luogo si può notare come sotto l'assunzione A4) il massimo rango di cointegrazione della matrice dei moltiplicatori di lungo periodo del sistema  $\boldsymbol{\Pi}$  sia  $r + 1$ , mentre il rango minimo  $r$ . Partendo quindi da questi due casi possibili, si dichiarano le assunzioni sotto le quali rispettivamente se  $\text{rank}(\boldsymbol{\Pi}) = r$  o  $\text{rank}(\boldsymbol{\Pi}) = r + 1$  il massimo ordine di integrazione del sistema viene ridotto a uno. Nel caso dunque  $\text{rank}(\boldsymbol{\Pi}) = r$ , sotto le assunzioni A1), A3) e A4) vale che  $\pi_{yy} = 0$  e  $\boldsymbol{\pi}_{yx} - \boldsymbol{\phi}' \boldsymbol{\Pi}_{xx} = \mathbf{0}'$  per un qualche vettore

$k$ -dimensionale  $\Phi$  (da notare che questa condizione è contenuta in  $\pi_{yx.x} = \mathbf{0}'$ ).

In questo contesto dunque  $\Pi$  ha rango  $r$  ed è pari a

$$\Pi = \begin{pmatrix} 0 & \pi_{yx} \\ \mathbf{0} & \Pi_{xx} \end{pmatrix}$$

Si può esprimere  $\Pi$  come  $\Pi = \alpha\beta'$  dove  $\alpha = (\alpha_{yx}', \alpha_{xx}')$  e  $\beta = (\mathbf{0}, \beta_{xx}')$  sono matrici di dimensioni  $(k+1, r)$  di pieno rango  $r$ . Si considerino ora le matrici di dimensioni  $(k+1, k-r+1)$  quali  $(\alpha_y^\perp, \alpha^\perp)$  e  $(\beta_y^\perp, \beta^\perp)$  dove  $\alpha_y^\perp$  e  $\beta_y^\perp$  sono vettori  $(k+1)$  e  $\alpha^\perp$  e  $\beta^\perp$  matrici  $(k+1, k-r)$ . Questi elementi compongono un complemento ortogonale rispettivamente di  $\alpha$  e  $\beta$ , cioè  $(\alpha_y^\perp, \alpha^\perp)'\alpha = \mathbf{0}$  e  $(\beta_y^\perp, \beta^\perp)'\beta = \mathbf{0}$ .

**A5a)** Se  $\text{rank}(\Pi) = r$ , la matrice  $(\alpha_y^\perp, \alpha^\perp)'\Gamma(\beta_y^\perp, \beta^\perp)$  è di pieno rango  $k-r+1$ , con  $0 \leq r \leq k$ .

Nel secondo caso  $\text{rank}(\Pi) = r+1$ . Con questa ipotesi, in aggiunta alle assunzioni A1), A3) e A4),  $\pi_{yy} \neq 0$  e  $\Pi = \alpha_y\beta_y' + \alpha\beta'$ , dove  $\alpha_y = (\alpha_{yy}, \mathbf{0}')$  e  $\beta_y = (\beta_{yy}, \beta_{yx}')$  sono vettori  $(k+1)$ . In questo caso si considerino  $\alpha^\perp$  e  $\beta^\perp$  complementi ortogonali per rispettivamente  $(\alpha_y, \alpha)$  e  $(\beta_y, \beta)$ . Sono cioè tali che  $\alpha^\perp(\alpha_y, \alpha) = \mathbf{0}$  e  $\beta^\perp(\beta_y, \beta) = \mathbf{0}$ .

**A5b)** Se  $\text{rank}(\Pi) = r+1$ , la matrice  $\alpha^\perp\Gamma\beta'$  è di pieno rango  $k-r$ , con  $0 \leq r \leq k$ .

Le assunzioni A1), A3), A4), A5a) e A5b) permettono i due casi estremi per il processo  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^\infty$ . Nel primo, se il processo è un puro  $I(0)$ , allora  $\Pi_{xx}$ ,  $\alpha_{xx}$  e  $\beta_{xx}$  sono non singolari. Nel secondo caso, se il processo  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^\infty$  è puramente  $I(1)$ , allora le tre matrici  $\Pi_{xx}$ ,  $\alpha_{xx}$  e  $\beta_{xx}$  sono nulle. Si può dimostrare che  $\pi_{yx.x}(\mathbf{z}_t - \boldsymbol{\mu} - \boldsymbol{\gamma}t) = \pi_{y.x}\mathbf{C}^*(L)\boldsymbol{\varepsilon}_t$ , dove  $\{\mathbf{C}^*(L)\boldsymbol{\varepsilon}_t\}$  è un processo stazionario a media nulla. Sotto le assunzioni A1), A3), A4) e A5b), quindi

$\pi_{yy} \neq 0$ , si ricava immediatamente che esiste una relazione condizionale nei livelli tra  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$  del tipo

$$y_t = \theta_0 + \theta_1 t + \boldsymbol{\theta} \mathbf{x}_t + v_t, \quad t = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Con

$$\theta_0 \equiv \boldsymbol{\pi}_{y.x} \boldsymbol{\mu} / \pi_{yy}$$

$$\theta_1 \equiv \boldsymbol{\pi}_{y.x} \boldsymbol{\gamma} / \pi_{yy}$$

$$\boldsymbol{\theta} \equiv -\boldsymbol{\pi}_{yx.x} / \pi_{yy}$$

e

$$v_t = \boldsymbol{\pi}_{y.x} \mathbf{C}^*(L) \boldsymbol{\varepsilon}_t / \pi_{yy}$$

anch'esso processo stazionario a media nulla. Se

$$\boldsymbol{\pi}_{yx.x} = \alpha_{yy} \boldsymbol{\beta}'_{yx} + (\boldsymbol{\alpha}_{yx} - \mathbf{w}' \boldsymbol{\alpha}_{xx}) \boldsymbol{\beta}'_{xx} \neq \mathbf{0}'$$

la relazione tra i livelli di  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$  è detta *non-degenere*. Quindi, con riferimento alla relazione (7),  $y_t \sim I(0)$  se  $\text{rank}(\boldsymbol{\beta}_{yx}, \boldsymbol{\beta}_{xx}) = r$ , altrimenti  $y_t \sim I(1)$  se  $\text{rank}(\boldsymbol{\beta}_{yx}, \boldsymbol{\beta}_{xx}) = r + 1$ . Nel primo caso,  $\boldsymbol{\theta}$  è il vettore dei moltiplicatori condizionali di lungo periodo, e in questo senso (7) è interpretabile come una relazione condizionale di lungo periodo tra i livelli  $y_t$  ed  $\mathbf{x}_t$ . Nel secondo caso (7) rappresenta la relazione condizionale di lungo periodo tra i livelli di  $y_t$  ed  $\mathbf{x}_t$ , poiché in questa situazione i processi  $\{y_t\}_{t=1}^{\infty}$  e  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$  sono cointegrati. Al caso opposto, se entrambe le quantità  $\pi_{yy}$  e  $\boldsymbol{\pi}_{yx.x}$  sono contemporaneamente nulle, non ci sono effetti tra i livelli nel modello ECM condizionale (6), escludendo dunque la possibilità di una qualsiasi relazione tra i livelli di  $y_t$  ed  $\mathbf{x}_t$ . In questo caso accade che  $y_t \sim I(1)$  per qualsiasi valore di  $r$ . Fra questi due casi estremi vi sono due casi in cui la

relazione tra i livelli di  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$  è detta *degenere*. Se  $\pi_{yy} \neq 0$  e  $\boldsymbol{\pi}_{yx.x} = \mathbf{0}'$  risulta che  $y_t \sim I(0)$  oppure trend-stazionario per qualsiasi valore di  $r$ . In questo caso  $\Delta y_t$  non dipende dai valori ritardati di  $\mathbf{x}_t$ . Se  $\pi_{yy} = 0$  e  $\boldsymbol{\pi}_{yx.x} \neq \mathbf{0}'$  risulta che  $y_t \sim I(1)$  per qualsiasi valore di  $r$ , e si può dimostrare che  $\Delta y_t$  dipende dai valori  $\mathbf{x}_{t-1}$  attraverso la combinazione lineare  $(\boldsymbol{\phi} - \mathbf{w})' \boldsymbol{\alpha}_{xx}$  della regressione di cointegrazione  $\boldsymbol{\beta}'_{xx} \mathbf{x}_{t-1}$  del processo  $\{\mathbf{x}_t\}_{t=1}^{\infty}$ . Riassumendo sul modello sottostante il *bounds test* sviluppato in Pesaran *et al.* (2001), quest'ultimo verifica l'assenza di una relazione tra i livelli nel modello ECM (6), al fine di testare la presenza di una relazione tra i livelli delle variabili  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$ , mediante l'ipotesi congiunta  $\pi_{yy} = 0$  e  $\boldsymbol{\pi}_{yx.x} = \mathbf{0}'$  in (6). La parte deterministica del modello (6) viene differenziata in cinque possibili casi di interesse pratico, nel modo seguente:

- **Caso 1** (no intercetta; no trend)  $c_0 = 0$  e  $c_1 = 0$ . Quindi  $\boldsymbol{\mu}$  e  $\boldsymbol{\gamma}$  nulli. Il modello (6) diventa

$$\Delta y_t = \pi_{yy} y_{t-1} + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad (8)$$

- **Caso 2** (intercetta vincolata; no trend)  $c_0 = -(\pi_{yy}, \boldsymbol{\pi}_{yx.x}) \boldsymbol{\mu}$  e  $c_1 = 0$ . Quindi  $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}$ . Il modello (6) diventa

$$\Delta y_t = \pi_{yy} (y_{t-1} - \mu_y) + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} (\mathbf{x}_{t-1} - \boldsymbol{\mu}_x) + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad (9)$$

- **Caso 3** (intercetta non vincolata; no trend)  $c_0 \neq 0$  e  $c_1 = 0$ . Quindi  $\boldsymbol{\gamma} = \mathbf{0}$ . Il modello (6) diventa

$$\Delta y_t = c_0 + \pi_{yy} y_{t-1} + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad (10)$$

- **Caso 4** (intercetta non vincolata; trend vincolato)  $c_0 \neq 0$  e  $c_1 = -(\pi_{yy}, \boldsymbol{\pi}_{yx.x}) \boldsymbol{\gamma}$ . Il modello (6) diventa

$$\Delta y_t = c_0 + \pi_{yy} (y_{t-1} - \gamma_y t) + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} (\mathbf{x}_{t-1} - \boldsymbol{\gamma}_x t) + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta \mathbf{z}_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t \quad (11)$$

- **Caso 5** (intercetta non vincolata; trend non vincolato)  $c_0 \neq 0$  e  $c_1 \neq 0$ . Il modello (6) diventa

$$\Delta y_t = c_0 + c_1 t + \pi_{yy} y_{t-1} + \boldsymbol{\pi}_{yx.x} \mathbf{x}_{t-1} + \sum_{i=1}^{p-1} \boldsymbol{\psi}'_i \Delta z_{t-i} + \mathbf{w}' \Delta \mathbf{x}_t + u_t. \quad (12)$$

Indicando con  $H_0^{\pi_{yy}}: \pi_{yy} = 0$ ,  $H_0^{\boldsymbol{\pi}_{yx.x}}: \boldsymbol{\pi}_{yx.x} = \mathbf{0}'$ ,  $H_1^{\pi_{yy}}: \pi_{yy} \neq 0$  e  $H_1^{\boldsymbol{\pi}_{yx.x}}: \boldsymbol{\pi}_{yx.x} \neq \mathbf{0}'$ , l'ipotesi nulla di interesse nei modelli (8)-(12) risulta

$$H_0 = H_0^{\pi_{yy}} \cap H_0^{\boldsymbol{\pi}_{yx.x}}$$

mentre l'alternativa

$$H_1 = H_1^{\pi_{yy}} \cup H_1^{\boldsymbol{\pi}_{yx.x}}.$$

È dunque da notare come relazioni fra i livelli di  $y_t$  ed  $\mathbf{x}_t$  indicate precedentemente come degeneri, siano ammesse nell'ipotesi alternativa. Indicando con  $W$  la statistica tipo Wald per la verifica dell'ipotesi nulla, il **Teorema 3.1** ne enuncia la distribuzione limite nel caso generale, mentre il **Corollario 3.1** e **Corollario 3.2** rispettivamente nei due casi estremi, cioè per  $\{\mathbf{x}_t\} \sim I(0)$  e  $\{\mathbf{x}_t\} \sim I(1)$ . Le distribuzioni limite in questione fanno ricorso al concetto di Moto Browniano. In particolare si indichi con

$$\mathbf{W}_{k-r+1}(a) \equiv (W_u(a), \mathbf{W}_{k-r}(a))'$$

un moto browniano standard di dimensioni  $(k - r + 1)$  partizionato in uno scalare  $W_u(a)$  e in un vettore  $(k - r)$   $\mathbf{W}_{k-r}(a)$ , entrambi processi moto browniano standard indipendenti. Il valore di  $a$  è tale per cui  $a \in [0,1]$ . Si necessità in aggiunta del processo a media nulla

$$\widetilde{\mathbf{W}}_{k-r+1}(a) \equiv \mathbf{W}_{k-r+1}(a) - \int_0^1 \mathbf{W}_{k-r+1}(a) da$$

e del processo de-trendizzato

$$\widehat{W}_{k-r+1}(a) \equiv \widetilde{W}_{k-r+1}(a) - 12\left(a - \frac{1}{2}\right) \int_0^1 \left(a - \frac{1}{2}\right) \widetilde{W}_{k-r+1}(a) da$$

E le relative versioni partizionate congruamente

$$\widetilde{W}_{k-r+1}(a) \equiv (\widetilde{W}_u(a), \widetilde{W}_{k-r}(a)')'$$

e

$$\widehat{W}_{k-r+1}(a) \equiv (\widehat{W}_u(a), \widehat{W}_{k-r}(a)')',$$

dove  $a \in [0,1]$ .

**Teorema 3.1** Se sono valide le assunzioni A1)-A4) e 5a), allora sotto  $H_0$ , per  $T \rightarrow \infty$ , la distribuzione asintotica della statistica di Wald  $W$  ha rappresentazione

$$W \Rightarrow \mathbf{z}'_r \mathbf{z}_r + \int_0^1 dW_u(a) \mathbf{F}_{k-r+1}(a)' \left( \int_0^1 \mathbf{F}_{k-r+1}(a) \mathbf{F}_{k-r+1}(a)' da \right)^{-1} \int_0^1 \mathbf{F}_{k-r+1}(a) dW_u(a) \quad (13)$$

Dove  $\mathbf{z}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_r)$  è indipendente dal secondo termine di (13) e

$$\mathbf{F}_{k-r+1}(a) = \begin{cases} \mathbf{W}_{k-r+1}(a) & \text{Caso 1} \\ (\mathbf{W}_{k-r+1}(a)', 1)' & \text{Caso 2} \\ \widetilde{\mathbf{W}}_{k-r+1}(a) & \text{Caso 3} \\ \left( \widetilde{\mathbf{W}}_{k-r+1}(a)', a - \frac{1}{2} \right)' & \text{Caso 4} \\ \widehat{\mathbf{W}}_{k-r+1}(a) & \text{Caso 5} \end{cases}$$

$r = 0, \dots, k, a \in [0,1]$  e i casi sono quelli definiti da (8)-(12).

Le due distribuzioni valide nei casi estremi si ottengono sostituendo rispettivamente  $r = k$  (per cui vale  $\mathbf{x}_t \sim I(0)$  e  $\mathbf{\Pi}_{xx}$  di pieno rango) e  $r = 0$  (nel qual caso  $\mathbf{x}_t \sim I(1)$ ). La distribuzione asintotica della statistica test utilizzata,  $F \equiv \frac{W}{k+2}$ , si ricava conseguentemente.

Le tavole dei valori critici per la statistica test F del testo in questione sono ottenute mediante simulazioni stocastiche basate su 1000 osservazioni e 400000 replicazioni. Come esposto in Narayan (2005), sulla base di precedenti studi dello stesso autore, i valori critici ottenuti con queste caratteristiche non sono adatti per esperimenti su campioni ridotti. Per ovviare a questo problema nel presente studio si utilizzeranno i valori critici tabulati nel sopra citato articolo, basate sulla medesima procedura di simulazione ma adatti a campioni variabili tra le 30 e le 80 osservazioni. Il primo passo della presente analisi è dunque quello di effettuare il *bound test* a partire da modelli del tipo

$$\phi(L, p)y_t = \sum_{i=1}^k \beta_i(L, q_i)x_{it} + \mathbf{A}'\mathbf{w}_t + u_t \quad (14)$$

Con  $\phi(L, p) = 1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p$  e  $\beta_i(L, q_i) = \beta_{i0} + \beta_{i1} L + \dots + \beta_{iq_i} L^{q_i}$ ,  $i = 1, \dots, k$ , il vettore  $\mathbf{w}_t = (1, t)'$ ,  $\mathbf{A} = (\alpha_0, \alpha_1)'$  ed il termine d'errore  $u_t \sim IN(0, \sigma^2)$ . Il modello precedente è dunque un ARDL( $p, q_1, \dots, q_k$ ). E' stata realizzata, allo scopo di ottenere le stime degli ordini, rispettivamente  $\hat{p}, \hat{q}_1, \dots, \hat{q}_k$  una procedura in R. Essa stima i modelli ARDL con tutte le possibili combinazioni di ordini, richiedendo in input un dataset, un ordine massimo e la configurazione della parte deterministica e restituisce l'insieme di ordini che minimizzano il criterio di selezione bayesiano di Schwarz (la motivazione per la scelta di questo criterio è esposta nel paragrafo successivo). Quindi, se ad esempio l'ordine massimo

in input è 3, ed il dataset è composto da 6 variabili, la procedura seleziona uno tra i  $4^6 = 4096$  modelli senza costante, uno tra i 4096 modelli con costante e uno tra i 4096 modelli con trend lineare. Il *bounds test* è effettuato su ognuno di questi tre modelli. In aggiunta a questo, per garantire che lo stimatore OLS dei parametri del modello sia consistente i modelli selezionati dalla procedura possiedono p-value dei test Breush-Godfrey per l'incorrelazione seriale, Breush-Pagan per l'omoschedasticità ed Jarque-Bera per la Normalità superiori al 10%. L'ordine di riferimento per il test BG è 3, ritenuto sufficiente per dati annuali. Una volta selezionata la parte deterministica e stimati gli ordini che permettono al modello ARDL di godere delle ricercate proprietà diagnostiche si calcola la statistica tipo F che andrà poi confrontata con i valori critici tabulati. Il modello di riferimento per il calcolo della statistica test è l'ECM relativo al modello precedente, quindi del tipo

$$\Delta y_t = \hat{\mathbf{A}}' \mathbf{w}_t + \sum_{i=1}^{\hat{p}-1} \hat{d}_{1i} \Delta y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{\hat{q}_i-1} \hat{d}_{(i+1)j} \Delta x_{i,t-j} + \hat{\gamma}_1 y_{t-1} + \sum_{i=1}^k \hat{\gamma}_{i+1} x_{i,t-1} + \hat{u}_t$$

stimato mediante OLS. La stima del modello ECM è comunque in relazione con la stima del modello ARDL del tipo

$$y_t = \sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{\phi}_i y_{t-i} + \sum_{i=1}^k \sum_{j=0}^{\hat{q}_i} \hat{\beta}_{ij} x_{i,t-j} + \hat{\mathbf{A}}' \mathbf{w}_t + \hat{u}_t,$$

dove le relazioni che legano le due formulazioni del modello sono

$$\hat{\gamma}_1 = \sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{\phi}_i - 1$$

e

$$\hat{\gamma}_i = \sum_{j=1}^{\hat{q}_i} \hat{\beta}_{ij} \text{ per } i = 2, \dots, k + 1.$$

La statistica F è la statistica per il test di  $H_0: \gamma_1 = \dots = \gamma_{k+1} = 0$  nel modello ECM. La Tabella 27 riporta le specifiche di ordini e parte deterministica dei modelli ARDL che sono risultati più adatti per perseguire l'oggetto di studio, in particolare per ciò che concerne la bontà delle misure di diagnostica (le quali verranno riportate in un capitolo dedicato). È da notare che per tenere conto del *break* dovuto all'unificazione, i quattro modelli per la Germania sono stati stimati con una variabile indicatrice posta pari ad 1 per gli anni [1980-1990]. Si ricorda che è anche presente una variabile indicatrice pari ad 1 per la serie "re" del Regno Unito negli anni [1980-1988]. Le variabili indicatrici non influenzano i risultati dei test. Una volta indicati i modelli utilizzati, nelle Tabelle numerate da 28 a 30 si riportano i risultati dei test tipo F per la verifica della presenza di una relazione di cointegrazione, con i relativi valori critici tabulati in Narayan (2005). In aggiunta a queste due informazioni si riportano anche le stime e le significatività (tra parentesi) del coefficiente associato al termine a correzione dell'errore che è ottenuto nella forma dinamica, di breve periodo, dei modelli ARDL (la spiegazione di come è ottenuto è esposta nel capitolo successivo). Riprova della presenza di cointegrazione è infatti una stima del coefficiente del termine *ecm* negativa e significativa.

Paese	Esogene			
	Classica		Estesa	
	Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Canada	ARDL(1,1,0,0) ncnt	ARDL(2,1,1,1) ct	ARDL(3,0,0,2, 2,0) ct	ARDL(2,2,1,3, 0,0) ct
Francia	ARDL(1,1,0,1) cnt	ARDL(2,1,0,0) ncnt	ARDL(2,1,0,0, 0,0) cnt	ARDL(1,1,0,0, 1,0) ncnt
Italia	ARDL(3,3,2,3) cnt	ARDL(1,1,2,0) cnt	ARDL(1,2,2,0, 0) cnt	ARDL(1,1,1,1, 0) cnt
USA	ARDL(1,2,2,2) ct	ARDL(3,3,0,1) ct	ARDL(2,1,0,2, 1,2) ncnt	ARDL(1,1,3,2, 3,0) ct
Germania	ARDL(1,1,1,1) ct	ARDL(1,1,1,0) ct	ARDL(1,0,1,0, 1,0) cnt	ARDL(1,1,1,0, 0,0) cnt
Uk	ARDL(1,0,0,1) ct	ARDL(1,0,0,0) ct	ARDL(0,0,1,1, 0,1) cnt	ARDL(1,0,0,0, 0,0) cnt
Giappone	ARDL(1,1,0,0) ct	ARDL(1,0,0,2) ct	ARDL(1,0,0,0, 0,0) cnt	ARDL(2,1,0,1, 0,2) cnt

**Tabella 27. I modelli ARDL utilizzati. Le abbreviazioni significano: ncnt = modello senza costante nè trend, cnt = modello con costante, ct = modello con costante e trend lineare.**

Per facilità espositiva, in particolare per riportare i diversi set di valori critici, i risultati sono suddivisi in tre tabelle, ciascuna contenente risultati dei modelli con una particolare configurazione deterministica. Al tempo stesso le celle contenenti i valori delle statistiche test sono colorate: verde per una significatività oltre l'1%, giallo per la significatività compresa tra il 5 e l'1% e arancione per la significatività compresa tra il 10 e il 5%. Caselle delle statistiche test colorate di rosso indicano che l'ipotesi nulla di assenza di cointegrazione non può essere rigettata, mentre in quelle lasciate bianche il test fallisce. Se il termine *ecm* rispecchia le proprietà ricercate, la cella è a sfondo verde, giallo se negativo ma la significatività è di poco sopra al 10% mentre rossa indica una stima del termine *ecm* contraria a quanto atteso. La Tabella 28 riporta i risultati dei *bounds test* sui modelli che non prevedono la presenza di termini deterministici.

Modelli senza costante né trend lineare					
Paese	Statistica	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Canada	F-stat	10,374			
	ECM(-1)	-0,044 (0,433)			
Francia	F-stat		23,857		9,627
	ECM(-1)		-0,143 (0,031)		-0,072 (0,281)
USA	F-stat			22,090	
	ECM(-1)			-0,249 (0,005)	

**Tabella 28. Test-F e stima del termine ecm ritardato nei modelli senza costante.**

I valori delle statistiche test contenute nella prima tabella vanno confrontati con i seguenti set di valori critici:

- per la versione “classica” sono: (2,676 - 3,586) al 10%, (3,272 - 4,306) al 5% e (4,614 - 5,966) al 1%;
- per la versione “estesa” sono: (2,407 - 3,517) al 10%, (2,910 - 4,193) al 5% e (4,134 - 5,761) al 1%.

La Tabella 29 riporta i risultati dei test per modelli ipotizzati avere un termine di intercetta fra le esplicative.

Modelli con costante					
Paese	Statistica	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Francia	F-stat	4,194		7,417	
	ECM(-1)	-0,122 (0,108)		-0,435 (0,002)	
Italia	F-stat	9,532	6,419	4,764	4,680
	ECM(-1)	-0,144 (0,059)	-0,082 (0,054)	-0,314 (0,015)	-0,123 (0,215)
Germania	F-stat			1,304	2,875
	ECM(-1)			-0,496 (0,000)	-0,153 (0,133)
Uk	F-stat				2,818
	ECM(-1)				-0,519 (0,000)
Giappone	F-stat			4,536	5,005
	ECM(-1)			-0,397 (0,000)	-0,164 (0,145)

**Tabella 29. Test-F e stima del termine ecm ritardato nei modelli con costante.**

I valori delle statistiche test contenute nella seconda tabella vanno confrontati con i seguenti set di valori critici:

- per la versione “classica” sono: (3,008 - 4,15) al 10%, (3,710 - 5,018) al 5% e (5,333 - 7,063) al 1%;
- per la versione “estesa” sono: (2,578 - 3,859) al 10%, (3,125 - 4,608) al 5% e (4,537 - 6,37) al 1%;
- i valori critici per l'Italia, versione “classica” con l’aggiunta della serie hc sono: (2,752 - 3,994) al 10%, (3,354 - 4,774) al 5% e (4,768 - 6,670) al 1%;
- I valori critici per la Germania risultano: (3,7010 - 4,9869) al 5% e (3,0247 - 4,1967) al 10%.

In ultima istanza, si sono trovate significative relazioni condizionali di lungo periodo con intercetta e trend deterministico lineare. I risultati dei *bounds test* e dei coefficienti associati ai termini *ecm* per questi modelli sono riportati in Tabella 30.

Modelli con costante e trend lineare					
Paese	Statistica	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Canada	F-stat		4,861	4,617	4,956
	ECM(-1)		-0,313 (0,064)	-0,020 (0,930)	-0,750 (0,000)
USA	F-stat	19,79	5,045		8,048
	ECM(-1)	-0,786 (0,000)	-0,781 (0,002)		-0,420 (0,110)
Germania	F-stat	5,119	3,604		
	ECM(-1)	-0,308 (0,030)	-0,374 (0,016)		
Uk	F-stat	5,507	4,700		
	ECM(-1)	-0,760 (0,000)	-0,612 (0,000)		
Giappone	F-stat	7,032	9,906		
	ECM(-1)	-0,512 (0,001)	-0,694 (0,000)		

**Tabella 30. Test-F e stima del termine *ecm* ritardato nei modelli con trend lineare.**

I valori delle statistiche test contenute nella terza tabella vanno confrontati con i seguenti set di valori critici:

- per la versione “classica” sono: (3,868 - 4,965) al 10%, (4,683 - 5,980) al 5% e (6,643 - 8,313) al 1%;
- per la versione “estesa” sono: (3,157 - 4,412) al 10%, (3,818 - 5,253) al 5% e (5,347 - 7,242) al 1%;
- i valori critici per la Germania risultano: (5,3147 - 6,5267) al 5% e (4,4163 - 5,4469) al 10%;

- i valori critici per UK (rinnovabili) risultano: (5,3730 - 6,5734) al 5% e (4,4522 - 5,4870) al 10%.

Ai fini della stima della relazione di cointegrazione non verranno dunque utilizzati i modelli che:

1. Possiedono un valore della statistica test F non significativo;
2. Possiedono una stima del coefficienti associato al termine *ecm* ritardato non significativa e/o positiva.

Si sceglie di presentare i modelli per i quali il *bounds test* fallisce, ma presentano termini *ecm* negativi e significativi.

### 6.3 Stima della relazione di cointegrazione

Al fine di ottenere una maggior chiarezza espositiva, la numerazione utilizzata per relazioni salienti e per le assunzioni ricomincia in questa sezione. Per ciò che concerne la stima della relazione, proprietà statistiche delle stime OLS su modelli ARDL sono ricavate in Pesaran, Shin (1998) dove, in base ad una serie di assunzioni inerenti le serie tra cui si vuole stimare la relazione e le loro caratteristiche, vari teoremi forniscono garanzie di stime consistenti e asintoticamente normali mediante stimatori OLS. Per una trattazione completa dell'argomento si veda l'articolo sopra citato. Viene qui riportata la parte nella quale vengono studiate le proprietà delle stime OLS nel più generico modello ARDL. Si prenda dunque a riferimento un generico modello ARDL, con trend deterministico e regressori I(1). Utilizzando ordini generici, il modello ARDL(p, q) risulta del tipo

$$\phi(L)y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta'(L)x_t + u_t \quad (1)$$

Dove  $\phi(L) = 1 - \sum_{j=1}^p \phi_j L^j$ , e  $\beta(L) = \sum_{j=0}^q \beta_j L^j$ . Si ipotizzi valga la seguente assunzione

**A1)** Il termine d'errore scalare  $u_t$  in (1) è  $iid(0, \sigma_u^2)$ .

Applicando la seguente decomposizione  $\beta(L) = \beta(1) + (1-L)\beta^*(L)$ , dove  $\beta(1) = \sum_{j=0}^q \beta_j$ ,  $\beta^*(L) = \sum_{j=0}^{q-1} \beta_j^* L^j$  e  $\beta_j^* = -\sum_{i=j+1}^q \beta_i$  la (1) può essere riscritta come

$$\phi(L)y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta' x_t + \sum_{j=0}^{q-1} \beta_j^* \Delta x_{t-j} + u_t \quad (2)$$

Con  $\beta = \beta(1)$ . Applicando la decomposizione  $\phi(L) = \phi(1) + (1-L)\phi^*(L)$  alla relazione (2), dove  $\phi(1) = \sum_{j=0}^p \phi_j$ ,  $\phi^*(L) = \sum_{j=0}^{p-1} \phi_j^* L^j$  e  $\phi_j = \sum_{i=j+1}^p \phi_i$ , si ottiene

$$\phi(1)y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \beta' x_t + \sum_{j=0}^{q-1} \beta_j^* \Delta x_{t-j} - \phi^*(L)\Delta y_t + u_t \quad (3)$$

Dalla relazione (1) si può ottenere  $\Delta y_t = [\phi(L)]^{-1} \{ \alpha_1 + \beta'(L)\Delta x_t + \Delta u_t \}$  la quale, sostituita in (3) restituisce

$$y_t = \mu_0 + \delta t + \theta' x_t + \frac{\{\beta^*(L) - \phi^*(L)[\phi(L)]^{-1}\beta(L)\}'}{\phi(1)} \Delta x_t + \frac{\{1 - (1-L)\phi^*(L)[\phi(L)]^{-1}\}}{\phi(1)} u_t \quad (4)$$

Dove

$$\mu_0 = \frac{\alpha_0 - \phi^*(1)\delta}{\phi(1)}, \delta = \frac{\alpha_1}{\phi(1)}, \theta = \theta(1) = \frac{\beta}{\phi(1)}$$

Si può notare ora che

$$\frac{(1-L)\beta^*(L) - (1-L)\phi^*(L)[\phi(L)]^{-1}\beta(L)}{\phi(1)} = \theta(L) - \theta$$

e

$$\frac{1 - (1 - L)\phi^*(L)[\phi(L)]^{-1}}{\phi(1)} = \frac{1 - \{\phi(L) - \phi(1)\}[\phi(L)]^{-1}}{\phi(1)} = [\phi(L)]^{-1}$$

Dove  $\theta(L) = \beta(L)/\phi(L)$ . Tramite questi risultati, e mediante la decomposizione  $\theta(L) = \theta(1) + (1 - L)\theta^*(L)$ , dove  $\theta^*(L) = \sum_{j=0}^{\infty} \theta_j^* L^j$  e  $\theta_j^* = -\sum_{i=j+1}^{\infty} \theta_i$  sostituite nella (4), si ottiene

$$y_t = \mu_0 + \delta t + \theta' x_t + \theta^{*'}(L)\Delta x_t + [\phi(L)]^{-1}u_t \quad (5)$$

Associando i regressori presenti nel membro di destra della (2) con quelli in (5) si perviene ad una forma finale del tipo

$$y_t = \mu_0 + \delta t + \theta' x_t + \sum_{j=0}^{q-1} \theta_j^{*'} \Delta x_{t-j} + \kappa_{0t} \quad (6)$$

Dove  $\kappa_{0t} = \sum_{j=q}^{\infty} \theta_j^{*'} e_{t-j} + [\phi(L)]^{-1}u_t$ . In modo simile si ottiene

$$y_{t-i} = \mu_i + \delta t + \theta' x_t + \sum_{j=0}^{q-1} g_{ij}' \Delta x_{t-j} + \kappa_{it}, i = 1, \dots, p \quad (7)$$

Dove  $\mu_i = \mu_0 - i\delta, i = 1, \dots, p$ ,

$$\kappa_{it} = \begin{cases} \sum_{j=q-i}^{\infty} \theta_j^{*'} e_{t-i-j} + [\phi(L)]^{-1}u_{t-i} & \text{per } i \leq q \\ -\theta' \sum_{j=0}^{i-q-1} e_{t-q-j} + \theta^{*'} e_{t-i} + [\phi(L)]^{-1}u_t & \text{per } i > q \end{cases} \quad (8)$$

Si può dunque riscrivere il modello ARDL(p, q) (2) in forma matriciale

$$y_T = G_T f + Y_T \phi + u_T = \alpha_0 \tau_T + S_T c + W_T \beta^* + Y_T \phi + u_T \quad (9)$$

dove  $y_T = (y_1, \dots, y_T)'$ ,  $y_{T,-i} = (y_{1-i}, \dots, y_{T-i})'$ , per  $i = 1, \dots, p$ ,  
 $Y_T = (y_{T,-1}, \dots, y_{T,-p})$ ,  $\Delta X_{T,-j} = (\Delta x_{1-j}, \dots, \Delta x_{T-j})$  per  $j = 0, \dots, q - 1$ ,  
 $W_T = (\Delta x_{T,0}, \Delta x_{T,-1}, \dots, \Delta x_{T,-q+1})$ ,  $\tau_T = (1, \dots, 1)'$ ,  $t_T = (1, \dots, T)'$ ,  
 $X_T = (x_1, \dots, x_T)'$ ,  $G_T = (\tau_T, t_T, X_T, W_T) = (\tau_T, S_T, W_T)$ ,  
 $u_T = (u_1, \dots, u_T)'$ ,  $f = (\alpha_0, c', \beta^{*'})'$ ,  $c = (\alpha_1, \beta')'$ ,  $\beta^* = (\beta_0^{*'}, \dots, \beta_{q-1}^{*'})'$  e  
 $\phi_T = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$ . Si noti come  $Y_T$ ,  $G_T$ ,  $\Phi$  e  $f$  siano rispettivamente di

dimensioni (  $T \times p$ ), ( $T \times (k + kq + 2)$ ), ( $p \times 1$ ) e ( $(k + kq + 2) \times 1$ ). Si ipotizzino sussistere le seguenti assunzioni:

**A2)** il vettore  $k$ -dimensionale  $\mathbf{e}_t$  in (8) è un generico processo stazionario multivariato;

**A3)**  $u_t$  ed  $\mathbf{e}_t$  sono incorrelati per ogni ritardo e anticipo, cosicché  $\mathbf{x}_t$  è strettamente esogeno rispetto ad  $u_t$ ;

**A4)** I regressori  $I(1)$   $\mathbf{x}_t$  non sono cointegrati fra di loro;

**A5)** le radici di  $|I_p - \sum_{i=1}^p \Phi_i z^i| = 0$  sono in modulo maggiori di uno, cosicché il modello è stabile, ed esiste una relazione di lungo periodo tra  $y_t$  e  $\mathbf{x}_t$ .

Si può dunque enunciare il **Teorema 3.1**.

**Teorema 3.1.** Sotto le assunzioni A1) – A5), gli stimatori OLS di  $\Phi$  e  $\mathbf{c}$  nel modello ARDL( $p, q$ ) in (9) sono consistenti di ordine  $\sqrt{T}$  e hanno la seguente distribuzione asintotica:

$$\sqrt{T}(\hat{\phi}_T - \phi) \sim N\{\mathbf{0}, \sigma_u^2 \mathbf{Q}_K^{-1}\},$$

dove  $\mathbf{Q}_k$  è la matrice di varianze e covarianze di  $(\kappa_{1t}, \kappa_{2t}, \dots, \kappa_{pt})'$  definito in (8), e

$$\sqrt{T}(\hat{\mathbf{c}}_T - \mathbf{c}) \sim N\{\mathbf{0}, \sigma_u^2 \boldsymbol{\tau}_p' \mathbf{Q}_K^{-1} \boldsymbol{\tau}_p \boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}'\},$$

dove  $\boldsymbol{\lambda} = (\delta, \boldsymbol{\theta}')$ ,  $\boldsymbol{\tau}_p$  è il vettore di dimensione  $p$  contenente valori tutti pari ad 1, e  $\text{rank}(\boldsymbol{\lambda} \boldsymbol{\lambda}') = 1$ . Lo stimatore OLS di  $\alpha_0$  e  $\boldsymbol{\beta}^*$ , indicati con  $\hat{\alpha}_{0T}$  e  $\hat{\boldsymbol{\beta}}_T^*$ , sono anch'essi consistenti di ordine  $\sqrt{T}$ , e la loro distribuzione asintotica è del tipo mistura Normale. La matrice di covarianza per tutti i parametri di breve

periodo,  $\mathbf{h} = (\mathbf{f}', \boldsymbol{\phi})'$ , è asintoticamente singolare con rango pari a  $kq + 2$ , ed è possibile stimarla consistentemente tramite

$$\hat{V}(\hat{\mathbf{h}}_T) = \hat{\sigma}_{uT}^2 (\mathbf{P}'_{G_T} \mathbf{P}_{G_T})^{-1},$$

dove  $\mathbf{P}_{G_T} = (\mathbf{G}_T, \mathbf{Y}_T)$ , e  $\hat{\sigma}_{uT}^2 = T^{-1}(\mathbf{y}_T - \mathbf{P}_{G_T} \hat{\mathbf{h}}_T)'(\mathbf{y}_T - \mathbf{P}_{G_T} \hat{\mathbf{h}}_T)$ .

Utilizzando il teorema 3.1 si dimostra che le quantità  $\sqrt{T}(\hat{\alpha}_{1T} - \alpha_1)$  e  $\sqrt{T}(\hat{\boldsymbol{\beta}}_T - \boldsymbol{\beta})$  sono perfettamente collineari, asintoticamente, con  $\sqrt{T}(\hat{\boldsymbol{\phi}}_T - \boldsymbol{\phi})$ . Si può dunque scrivere

$$\sqrt{T}\{(\hat{\mathbf{c}}_T - \mathbf{c}) + \lambda[\hat{\boldsymbol{\phi}}_T(1) - \boldsymbol{\phi}(1)]\} = o_p(1) \quad (10)$$

Dove  $\hat{\boldsymbol{\phi}}_T(1) = 1 - \sum_{i=0}^p \hat{\boldsymbol{\phi}}_{iT}$  e la scrittura  $o_p(1)$  significa "di ordine inferiore a 1 in probabilità". Si può dimostrare in aggiunta che

$$\hat{\boldsymbol{\lambda}}_T - \boldsymbol{\lambda} = \frac{(\hat{\mathbf{c}}_T - \mathbf{c}) + \lambda[\hat{\boldsymbol{\phi}}_T(1) - \boldsymbol{\phi}(1)]}{\hat{\boldsymbol{\phi}}_T(1)} \quad (11)$$

Utilizzando il Teorema 3.1 e le relazioni (10) - (11), si arriva ad enunciare il Teorema 3.2

**Teorema 3.2.** Sotto le assunzioni A1) - A5), le stime OLS dei parametri di lungo periodo, identificate da  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_T = (\hat{\boldsymbol{\delta}}_T, \hat{\boldsymbol{\theta}}_T')' = \hat{\mathbf{c}}_T / \hat{\boldsymbol{\phi}}_T(1)$  convergono ai loro veri valori ad una velocità maggiore di quella delle stime degli associati parametri di breve periodo, e seguono una distribuzione asintotica Normale mistura del tipo

$$\frac{1}{\sqrt{S_T}} \mathbf{D}_{S_T}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_T - \boldsymbol{\lambda}) \sim N \left\{ 0, \frac{\sigma_u^2}{[\boldsymbol{\phi}(1)]^2} \mathbf{I}_{k+1} \right\}$$

Dove  $\mathbf{D}_{S_T} = \text{Diag}(T^{-\frac{3}{2}}, T^{-1} \mathbf{I}_k)$   $\mathbf{Q}_{S_T} = \mathbf{Q}_{S_T} \mathbf{S}'_T \mathbf{H}_T \mathbf{S}_T \mathbf{D}_{S_T}$  con  $\mathbf{H}_T = \mathbf{I}_T - \boldsymbol{\tau}_T (\boldsymbol{\tau}'_T \boldsymbol{\tau}_T)^{-1} \boldsymbol{\tau}'_T$ .

In ultima analisi, gli autori rilassano la condizione A3), permettendo la presenza di regressori endogeni, limitando all'articolo citato l'attenzione al caso in cui  $\Delta \mathbf{x}_t$  possiede comunque una rappresentazione VAR(s) del tipo

$$\mathbf{P}(L)\Delta \mathbf{x}_t = \boldsymbol{\varepsilon}_t \quad (12)$$

Dove  $\mathbf{P}(L) = \mathbf{I}_k - \sum_{i=1}^s \mathbf{P}_i L^i$ , e  $\mathbf{P}_i$ ,  $i=1, \dots, s$ , sono le matrici quadrate di ordine  $k$  di coefficienti tali per cui il processo autoregressivo  $\Delta \mathbf{x}_t$  è stabile. Il termine  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  è dunque serialmente incorrelato, ma è possibile una correlazione contemporanea con il termine  $u_t$ . In particolare, si assuma che  $\boldsymbol{\zeta}_t = (u_t, \boldsymbol{\varepsilon}_t)'$  segua un processo multivariato *iid* con media nulla e matrice di covarianza posta pari a

$$\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\zeta}} = \begin{bmatrix} \sigma_u^2 & \boldsymbol{\Sigma}_{u\boldsymbol{\varepsilon}} \\ \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}u} & \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}} \end{bmatrix}$$

In ogni caso si continua ad assumere che  $Cov(u_{t-j}, \boldsymbol{\varepsilon}_{t-i}) = 0$  per  $i \neq j$ . Ammettendo la possibilità di regressori endogeni gli stimatori OLS su (1) non sono più consistenti. Per correggere dunque per questa eventualità, si modella la correlazione contemporanea tra  $u_t$  ed  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  con una regressione lineare di  $u_t$  su  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$

$$u_t = \mathbf{d}' \boldsymbol{\varepsilon}_t + \eta_t \quad (13)$$

Dove, utilizzando la forma di  $\boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\zeta}\boldsymbol{\zeta}}$ , poniamo  $\mathbf{d} = \boldsymbol{\Sigma}_{\boldsymbol{\varepsilon}\boldsymbol{\varepsilon}}^{-1} \boldsymbol{\Sigma}'_{u\boldsymbol{\varepsilon}}$ , e  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  è strettamente esogeno rispetto a  $\eta_t$ . Sostituendo (12) in (13) si ottiene

$$u_t = \mathbf{d}' \mathbf{P}(L)\Delta \mathbf{x}_t + \eta_t$$

Dove  $\Delta \mathbf{x}_{t-i}$ , per  $i = 0, \dots, s$ , sono strettamente esogeni rispetto a  $\eta_t$ . La correzione operata tramite regressione è equivalente a estendere il modello ARDL(p, q) in (1) ad un modello ARDL(p, m) più generale del tipo

$$\phi(L)y_t = \alpha_0 + \alpha_1 t + \boldsymbol{\beta}' \mathbf{x}_t + \sum_{j=0}^{m-1} \boldsymbol{\pi}'_j \Delta \mathbf{x}_{t-j} + \eta_t \quad (14)$$

Dove  $m = \max(q, s + 1)$  e  $\boldsymbol{\pi}_i = \boldsymbol{\beta}_i^* - \mathbf{P}'_i \mathbf{d}$ , per  $i = 0, 1, 2, \dots, m - 1$ ,  $\mathbf{P}_0 = \mathbf{I}_k$ ,  $\boldsymbol{\beta}_i^* = \mathbf{0}$  per  $i \geq q$ , e  $\mathbf{P}_i = \mathbf{0}$  per  $i \geq s$ . L'assunzione A3) viene così modificata

**A3)'** Il termine d'errore  $\eta_t$  in (14) è  $iid(0, \sigma_\eta^2)$ , e  $\Delta \mathbf{x}_t$  segue il generico processo stazionario in (12). Oltre a questo,  $\eta_t$  ed  $\boldsymbol{\varepsilon}_t$  sono incorrelati cosicché  $\mathbf{x}_t$  e  $\Delta \mathbf{x}_{t-j}$  per  $j = 0, \dots, m - 1$  sono strettamente esogeni rispetto a  $\eta_t$  nel modello ARDL( $p, m$ ) in (14).

Viene quindi esposto interamente il **Teorema 3.3**, indicante le proprietà degli stimatori OLS sul modello (14).

**Teorema 3.3** Sotto le assunzioni A3)', A4) e A5), gli stimatori OLS dei parametri di breve periodo in (14),  $\alpha_0, \alpha_1, \boldsymbol{\beta}, \phi_1, \dots, \phi_p, \boldsymbol{\pi}_0, \dots, \boldsymbol{\pi}_{m-1}$  sono VT consistenti, e asintoticamente hanno una distribuzione normale mistura. In aggiunta,  $\sqrt{T}(\hat{\mathbf{c}}_T - \mathbf{c})$  è asintoticamente perfettamente collineare con  $\sqrt{T}[\hat{\phi}_T(1) - \phi(1)]$ , dove  $\mathbf{c} = (\alpha_1, \boldsymbol{\beta}')'$  e  $\phi(1) = 1 - \sum_{i=1}^p \phi_i$ , cosicché la matrice di covarianze dello stimatore dei parametri di breve periodo è asintoticamente singolare con rango pari a  $km + 2$ . La distribuzione asintotica degli stimatori OLS dei parametri di lungo periodo,  $\hat{\boldsymbol{\lambda}}_T = (\hat{\delta}_T, \hat{\boldsymbol{\theta}}'_T)' = \hat{\mathbf{c}}_T / \hat{\phi}_T(1)$  in (14), è una normale mistura del tipo

$$Q_{\hat{S}_T}^{-\frac{1}{2}} D_{\hat{S}_T}^{-1} (\hat{\boldsymbol{\lambda}}_T - \boldsymbol{\lambda}) \sim N \left\{ 0, \frac{\sigma_\eta^2}{[\phi(1)]^2} \mathbf{I}_{k+1} \right\}$$

Dove  $\sigma_\eta^2$  è la varianza di  $\eta_t$  in (14) mentre  $Q_{\hat{S}_T}$  e  $D_{\hat{S}_T}$  sono le matrici definite nel **Teorema 3.2**.

Per concludere, l'articolo in riferimento afferma che il contesto dell'inferenza sui parametri di lungo periodo, basata sul modello ARDL, è

abbastanza semplice e prevede la conoscenza a priori o stimata dell'ordine del modello ARDL( $p, m$ ). Modifiche appropriate degli ordini del modello sono sufficienti per correggere simultaneamente la correlazione seriale dei residui e l'endogeneità dei regressori. La varianza delle stime OLS dei coefficienti di lungo periodo può essere stimata consistentemente tramite metodo- $\Delta$  applicato direttamente alle stime dei coefficienti iniziali. L'approccio appena descritto è direttamente confrontabile con quello proposto da Phillips, Hansen (1990), basato su OLS pienamente modificati (*fully modified*). Principali riscontri ottenuti da simulazioni Monte Carlo sono stati:

- l'approccio ARDL utilizzato con criterio AIC (Akaike 1974) e con criterio BIC per la stima degli ordini hanno performance molto simili in piccoli campioni, con la versione BIC lievemente migliore nella maggior parte degli esperimenti;
- le statistiche test ottenute dalle stime ARDL utilizzando il metodo- $\Delta$  per il calcolo degli *standard errors* hanno performance generalmente migliori in piccoli campioni di quelle ottenute mediante distribuzione asintotica;
- la combinazione ARDL con criterio di selezione BIC, con metodo- $\Delta$  per il calcolo degli *standard errors* per i parametri di lungo periodo generalmente dominano gli stimatori ottenuti mediante procedura Phillips-Hansen, in piccoli campioni.

Affidandosi a questi risultati sperimentali, si è utilizzata la medesima combinazione (procedura di stima ARDL con selezione automatica BIC degli ordini, e metodo- $\Delta$  per il calcolo degli *standard errors*) che otteneva performance migliori in piccoli campioni.

Tornando dunque all'applicazione, in caso di evidenza nei *bounds test* del capitolo precedente di una relazione di lungo periodo, i coefficienti long-run (approssimazioni di elasticità di lungo periodo della variabile risposta al variare delle esplicative), e quelli short-run (approssimazioni della dinamica di breve periodo), si possono dunque ottenere dalle stime dei modelli ARDL mediante relazioni di riparametrizzazione, utilizzando adeguatamente i risultati del Teorema 3.3 precedente. In particolare, i coefficienti di lungo periodo si ottengono mediante

$$\hat{\theta}_{i-1} = -\frac{\hat{\gamma}_i}{\hat{\gamma}_1} = \frac{\sum_{j=0}^{\hat{q}_i} \hat{\beta}_{ij}}{1 - \sum_{i=1}^{\hat{p}} \hat{\phi}_i}, i = 2, \dots, k + 1$$

Ricordando il concetto di metodo- $\Delta$ , si indichi con  $\boldsymbol{\tau}$  e con  $\boldsymbol{u}$  due vettori di parametri rispettivamente di dimensioni  $t$  e  $u$ . Si supponga che esista un vettore di funzioni  $\mathbf{T}(\boldsymbol{u})$  indicanti le relazioni che trasformano i parametri contenuti in  $\boldsymbol{u}$  in quelli contenuti in  $\boldsymbol{\tau}$ , e che queste funzioni siano continue e derivabili. Allora, una stima della matrice di varianze e covarianze delle stime di  $\boldsymbol{\tau}$  date le stime di  $\boldsymbol{u}$ , secondo il metodo- $\Delta$ , è data da

$$\underbrace{\hat{\mathbf{V}}(\boldsymbol{\tau})}_{t \times t} = \hat{\sigma}^2 \underbrace{\left[ \frac{\partial \mathbf{T}(\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}} \right]}_{\boldsymbol{u}=\hat{\boldsymbol{u}}} \hat{\mathbf{V}}(\hat{\boldsymbol{u}}) \underbrace{\left[ \frac{\partial \mathbf{T}(\boldsymbol{u})}{\partial \boldsymbol{u}} \right]'}_{\boldsymbol{u}=\hat{\boldsymbol{u}}},$$

dove nel caso specifico  $\hat{\sigma}^2 * \hat{\mathbf{V}}(\hat{\boldsymbol{u}})$  è la stima della matrice di varianze e covarianze (tipo OLS) del modello ARDL stimato. Questo risultato vale sotto l'assunzione che le funzioni che portano  $u$  in  $\tau$  sono continue e derivabili e tiene in aggiunta alla relazione  $\hat{\boldsymbol{\tau}} = \mathbf{T}(\hat{\boldsymbol{u}})$  (*invarianza*). La Tabella 31 a pagina seguente riporta le stime delle relazioni di lungo periodo ottenute, in relazione ai modelli selezionati al paragrafo precedente. Sono evidenziati i

modelli che presentano una stima del coefficiente associato ai consumi energetici significativo (*focus dell'analisi*).

Paese	Parametro	Esogene							
		Classica				Estesa			
		Rinnovabile	P-value	Non-Rinnovabile	P-Value	Rinnovabile	P-value	Non-Rinnovabile	P-value
Canada	c			20,903	0,036			7,527	0,001
	t			0,046	0,072			0,034	0,000
	i			0,334	0,116			0,157	0,075
	l			-1,744	0,338			-1,519	0,049
	rd			none	none			0,207	0,001
	hc			none	none			0,043	0,189
	e			-0,513	0,323			0,356	0,011
Francia	c	7,059	0,001	none	none	7,516	0,000		
	t	none	none	none	none	none	none		
	i	0,166	0,360	0,454	0,015	0,366	0,000		
	l	1,680	0,013	0,437	0,516	0,101	0,786		
	rd	none	none	none	none	0,114	0,000		
	hc	none	none	none	none	0,118	0,001		
	e	-0,025	0,809	0,513	0,000	-0,077	0,032		
Italia	c	10,051	0,000	13,199	0,134	5,785	0,000		
	t	none	none	none	none	none	none		
	i	-0,325	0,517	0,826	0,043	0,391	0,001		
	l	1,516	0,225	-0,234	0,810	0,065	0,814		
	rd	none	none	none	none	none	none		
	hc	none	none	none	none	0,185	0,047		
	e	0,367	0,421	-0,612	0,421	0,066	0,034		
USA	c	2,972	0,002	7,937	0,000	none	none	11,301	0,034
	t	-0,002	0,325	0,009	0,000	none	none	0,028	0,091
	i	0,169	0,000	0,207	0,000	0,140	0,099	0,128	0,079
	l	2,100	0,000	1,097	0,000	3,271	0,000	0,632	0,317
	rd	none	none	none	none	-0,259	0,000	-0,182	0,094
	hc	none	none	none	none	0,014	0,888	0,012	0,845
	e	0,031	0,000	-0,023	0,795	0,077	0,028	0,082	0,531
Germany	c	9,985	0,000					-3,927	0,601
	t	0,016	0,000					none	none
	i	0,653	0,002					1,115	0,034
	l	-0,999	0,109					-2,155	0,271
	rd	none	none					0,255	0,300
	hc	none	none					0,777	0,015
	e	-0,039	0,299					-0,138	0,673
	d	-0,207	0,127					-0,281	0,472

UK	c	11,122	0,000	7,381	0,000			-1,386	0,001
	t	0,019	0,000	0,022	0,000			none	none
	i	0,356	0,000	0,300	0,000			0,312	0,156
	l	-0,444	0,070	-0,553	0,056			0,900	0,440
	rd	none	none	none	none			0,065	0,000
	hc	none	none	none	none			0,391	0,132
	e	-0,015	0,264	0,370	0,001			0,174	0,575
	d	-0,182	0,096	none	none			none	none
Giappone	c	8,898	0,000	9,224	0,000	9,389	0,000	10,445	0,011
	t	0,015	0,000	0,015	0,000	none	none	none	none
	i	0,336	0,000	0,420	0,000	0,455	0,001	0,445	0,356
	l	0,018	0,950	-0,235	0,506	-0,864	0,287	-2,585	0,472
	rd	none	none	none	none	0,177	0,000	0,149	0,012
	hc	none	none	none	none	-0,029	0,854	-0,020	0,966
	e	0,117	0,046	0,053	0,579	0,167	0,086	0,559	0,506

**Tabella 31. Riepilogo della stima della relazione di lungo periodo, per Paese e diverse funzioni di produzione.**

Per ciò che concerne la stima della dinamica di breve periodo, la seguente riparametrizzazione del modello di partenza può essere considerata una valida specificazione

$$\Delta y_t = \hat{\mathbf{A}}' \Delta \mathbf{w}_t + \sum_{i=1}^k \hat{\beta}_{10} \Delta x_{it} - \sum_{i=1}^{\hat{p}-1} \hat{\varphi}_i^* \Delta y_{t-i} - \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^{\hat{q}_i-1} \hat{\beta}_{ij}^* \Delta x_{i,t-j} - \hat{\varphi}(1, \hat{p}) e\hat{c}m_{t-1} + \hat{u}_t$$

la quale è ottenuta dal modello ARDL e considerando che  $y_t = \Delta y_t + y_{t-1}$ ,  $y_{t-s} = y_{t-1} - \sum_{j=1}^{s-1} \Delta y_{t-j}$ , per  $s = 1, \dots, p$  e che  $\mathbf{w}_t = \Delta \mathbf{w}_t + \mathbf{w}_{t-1}$ ,  $x_{it} = \Delta x_{it} + x_{i,t-1}$  e  $x_{i,t-s} = x_{i,t-1} - \sum_{j=1}^{s-1} \Delta x_{i,t-j}$ , per  $s = 1, \dots, q_i$ .

I parametri di nuova definizione seguono invece le relazioni

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{\varphi}_1^* = \hat{\varphi}_p + \hat{\varphi}_{p-1} + \dots + \hat{\varphi}_3 + \hat{\varphi}_2 \\ \hat{\varphi}_2^* = \hat{\varphi}_{\hat{p}} + \hat{\varphi}_{\hat{p}-1} + \dots + \hat{\varphi}_3 \\ \dots \\ \hat{\varphi}_{\hat{p}-1}^* = \hat{\varphi}_{\hat{p}} \end{array} \right. e \left\{ \begin{array}{l} \hat{\beta}_{i1}^* = \hat{\beta}_{i,\hat{p}} + \hat{\beta}_{i,\hat{p}-1} + \dots + \hat{\beta}_{i,3} + \hat{\beta}_{i,2} \\ \hat{\beta}_{i2}^* = \hat{\beta}_{i,\hat{p}} + \hat{\beta}_{i,\hat{p}-1} + \dots + \hat{\beta}_{i,3} \\ \dots \\ \hat{\beta}_{i,\hat{p}-1}^* = \hat{\beta}_{i,\hat{p}} \end{array} \right.$$

e il termine  $e\hat{c}m$  è il termine di correzione dell'errore calcolato come

$$e\hat{c}m_t = y_t - \sum_{i=1}^k \hat{\theta}_i x_{it} - \hat{\mathbf{A}}' \mathbf{w}_t.$$

Il coefficiente a esso associato è denominato fattore di aggiustamento, e misura con che velocità il processo torna in equilibrio dato un discostamento. La Tabella 32 che segue riporta le stime ottenute. I colori delle celle corrispondenti alle stime dei coefficienti dei termini *ecm* ritardati seguono lo schema già utilizzato: arancione significatività tra il 10 e il 5%, giallo significatività tra il 5 e l'1% e verde significatività oltre l'1%.

Paese	Parametro	Esogene							
		Classica				Estesa			
		Rinnovabile	P-value	Non-Rinnovabile	P-Value	Rinnovabile	P-value	Non-Rinnovabile	P-value
Canada	$\Delta t$			0,014	0,001			0,026	0,001
	$L(\Delta y)$			0,269	0,050			0,160	0,312
	$\Delta i$			0,244	0,000			0,215	0,001
	$L(\Delta i)$			none	none			0,123	0,073
	$\Delta l$			0,261	0,619			-0,504	0,315
	$\Delta rd$			none	none			-0,001	0,962
	$L(\Delta rd)$			none	none			-0,118	0,003
	$L(\Delta rd,2)$			none	none			-0,063	0,015
	$\Delta hc$			none	none			0,032	0,219
	$\Delta e$			0,079	0,437			0,267	0,020
	$L(ecm)$			-0,313	0,064			-0,750	0,000
Francia	$L(\Delta y)$	none	none	-0,175	0,068	-0,215	0,019		
	$\Delta i$	0,299	0,000	0,325	0,000	0,295	0,000		
	$\Delta l$	0,205	0,235	0,063	0,584	0,044	0,793		
	$\Delta rd$	none	none	none	none	0,049	0,018		
	$\Delta hc$	none	none	none	none	0,051	0,001		
	$\Delta e$	-0,039	0,028	0,073	0,009	-0,033	0,004		
	$L(ecm)$	-0,122	0,108	-0,143	0,031	-0,435	0,002		
Italia	$L(\Delta y)$	0,089	0,572	none	none	none	none		
	$L(\Delta y,2)$	-0,632	0,002	none	none	none	none		
	$\Delta i$	0,460	0,000	0,474	0,000	0,469	0,000		
	$L(\Delta i)$	0,080	0,352	none	none	0,081	0,261		
	$L(\Delta i,2)$	0,198	0,001	none	none	none	none		
	$\Delta l$	-0,665	0,000	-0,521	0,009	-0,465	0,007		
	$L(\Delta l)$	-0,247	0,176	-0,146	0,212	-0,267	0,139		
	$\Delta hc$	none	none	none	none	0,058	0,181		
	$\Delta e$	-0,007	0,531	none	none	0,021	0,096		
	$L(\Delta e)$	-0,083	0,002	none	none	none	none		
	$L(\Delta e,2)$	-0,027	0,122	-0,050	0,352	none	none		
	$L(ecm)$	-0,144	0,059	-0,082	0,054	-0,314	0,015		

USA	$\Delta t$	-0,002	0,283	0,007	0,004	none	none	0,012	0,000
	$L(\Delta y)$	none	none	0,367	0,017	-0,100	0,144	none	none
	$L(\Delta y,2)$	none	none	0,527	0,006	none	none	none	none
	$\Delta i$	0,285	0,000	0,267	0,000	0,316	0,000	0,243	0,000
	$L(\Delta i)$	0,030	0,144	-0,121	0,015	none	none	none	none
	$L(\Delta i,2)$	none	none	-0,160	0,016	none	none	none	none
	$\Delta l$	0,888	0,002	0,856	0,019	0,814	0,000	1,062	0,005
	$L(\Delta l)$	-0,648	0,015	none	none	none	none	0,403	0,206
	$L(\Delta l,2)$	none	none	none	none	none	none	0,731	0,010
	$\Delta rd$	none	none	none	none	-0,031	0,120	0,009	0,641
	$L(\Delta rd)$	none	none	none	none	0,018	0,311	0,052	0,053
	$\Delta hc$	none	none	none	none	0,041	0,142	0,067	0,032
	$L(\Delta hc)$	none	none	none	none	none	none	0,049	0,058
	$L(\Delta hc,2)$	none	none	none	none	none	none	0,045	0,093
	$\Delta e$	0,012	0,012	0,063	0,266	0,010	0,037	0,034	0,498
	$L(\Delta e)$	-0,015	0,002	none	none	-0,011	0,031	none	none
$L(ecm)$	-0,786	0,000	-0,781	0,002	-0,249	0,005	-0,420	0,110	
Germania	$\Delta t$	0,005	0,050					none	none
	$\Delta i$	0,418	0,000					0,442	0,000
	$\Delta l$	-0,173	0,103					-0,205	0,251
	$\Delta rd$	none	none					0,039	0,130
	$\Delta hc$	none	none					0,119	0,098
	$\Delta e$	0,029	0,091					-0,021	0,676
	$L(ecm)$	-0,308	0,030					-0,153	0,133
	$\Delta dummy$	-0,064	0,031					-0,043	0,336
UK	$\Delta t$	0,015	0,000	0,011	0,000			none	none
	$\Delta i$	0,271	0,000	0,161	0,000			0,162	0,000
	$\Delta l$	-0,337	0,031	-0,152	0,537			0,468	0,263
	$\Delta rd$	none	none	none	none			0,034	0,490
	$\Delta hc$	none	none	none	none			0,203	0,000
	$\Delta e$	-0,020	0,078	0,200	0,009			0,091	0,104
	$L(ecm)$	-0,760	0,000	-0,612	0,000			-0,519	0,000
	$\Delta dummy$	-0,139	0,118	none	none			none	none
Giappone	$\Delta t$	0,008	0,001	0,011	0,000	none	none	none	none
	$L(\Delta y)$	none	none	none	none	none	none	-0,411	0,041
	$\Delta i$	0,472	0,000	0,292	0,000	0,181	0,000	0,350	0,001
	$\Delta l$	0,009	0,950	-0,163	0,476	-0,343	0,219	-0,424	0,307
	$\Delta rd$	none	none	none	none	0,070	0,000	-0,017	0,609
	$\Delta hc$	none	none	none	none	-0,012	0,853	-0,003	0,966
	$\Delta e$	0,060	0,008	0,145	0,082	0,066	0,075	0,052	0,622
	$L(\Delta e)$	none	none	0,298	0,001	none	none	0,194	0,084
	$L(ecm)$	-0,512	0,001	-0,694	0,000	-0,397	0,000	-0,164	0,145

**Tabella 32. Riepilogo della stima della relazione di breve periodo, per Paese e diverse funzioni di produzione.**

Anche in questa seconda forma, gli *standard errors* sono stati ottenuti mediante metodo- $\Delta$ . I risultati ottenuti, considerando unitamente le forme di lungo e di breve periodo, e focalizzando sul nesso tra consumi energetici e crescita economica, si possono riassumere nella Tabella 33. Si ricorda a questo punto che le serie NRE e RE sono misurate in milioni di KWh, e che la serie Y è in milioni di dollari. Le considerazioni successive si riferiscono agli effetti dei consumi energetici rispetto al PIL, in una condizione *ceteris paribus*. Procedendo nello stesso ordine nel quale i risultati sono esposti in tabella, si possono fare i seguenti commenti:

- per il **Canada** sembra esservi una relazione d'equilibrio di lungo periodo tra le serie dei consumi energetici da fonti non-rinnovabili e il PIL reale. A livello numerico, i risultati indicano che ad un aumento dell'1% della serie dei consumi NRE corrisponda un aumento del 0,356% nella serie del PIL, Y. Questo è tra i più alti valori d'elasticità ottenuti, confrontando con gli altri casi. L'aggiustamento successivo ad una deviazione dall'equilibrio risulta veloce, con una percentuale di rientro nell'equilibrio entro l'anno pari a circa il 75%, che va dunque a completarsi in circa un anno e mezzo;
- per quanto riguarda la **Francia**, se utilizzando la versione "classica" della funzione di produzione si ottiene che la relazione significativa è quella tra i consumi di energia non-rinnovabile e il PIL, passando alla versione "estesa" la significatività è per la relazione tra i consumi energetici da fonti rinnovabili e il PIL. La misura di queste relazione è comunque del tutto differente. Se nel primo caso, all'aumento del 1% della serie NRE corrisponde un aumento di circa lo 0,513% del PIL (elasticità dunque positiva e elevata se confrontata con gli altri casi), nel secondo caso la stima ottenuta indica una diminuzione dello

0,077% circa nella serie Y all'aumentare dell'1% della serie RE. Cambia dunque segno ed intensità della relazione. Anche in termini di velocità di correzione la situazione varia, passando dalla prima più lenta (circa 7 anni per il ritorno all'equilibrio) alla seconda di media velocità (circa 2 anni e mezzo);

- per lo **Stato italiano**, vi sono evidenze di una relazione di equilibrio di lungo periodo tra i consumi di energia da fonti rinnovabili e crescita. A un aumento relativo dell'1% di questi consumi, si stima un aumento di circa lo 0,066% nel PIL in termini reali. Allontanamenti dall'equilibrio risultano di lenta correzione, nella misura in cui in un anno il rientro in equilibrio si completa di circa il 31%;
- premettendo che il test F basato su funzione di produzione "classica", con consumi energetici da fonti non-rinnovabili, effettuato sui dati **Uk** falliva, la stima del coefficiente associato al termine *ecm* soddisfa le caratteristiche richieste. Un aumento dell'1% nella serie NRE comporta un aumento statisticamente significativo nella serie Y, stimato all'incirca del 0,37%. Sembra essere una relazione di discreta velocità nel ritorno verso l'equilibrio. Infatti, data una deviazione il tempo stimato perché la relazione torni in equilibrio è di circa un anno e mezzo. Sembra tuttavia appropriato effettuare in futuro uno studio per verificare l'affermazione, utilizzando procedure alternative;
- infine, i risultati per **USA** e Giappone sono simili. La relazione significativa è quella tra consumi energetici da fonti rinnovabili, RE, e PIL reale, la serie Y. Questo sia considerando la funzione di produzione "classica" che quella "estesa", rendendo più importante il risultato stesso. Le differenze tra le due versioni si hanno in termini di

elasticità di lungo periodo di Y rispetto a RE (per entrambi gli Stati queste aumentano nel passaggio da “classica” a “estesa”) e in termini di velocità di correzione da discostamenti (per entrambi i Paesi il tempo impiegato aumenta). Per gli Stati Uniti si passa da un aumento circa dello 0,031% a uno dello 0,077% per Y, relativo a un aumento dell’1% in RE. Il tempo impiegato perché la relazione torni in equilibrio è stimato intorno all’anno e mezzo se si considera la funzione di produzione a tre esogene, e sale a circa quattro anni se le esogene diventano 5;

- per quanto riguarda il **Giappone**, l’elasticità di Y rispetto a RE passa da essere stimata dello 0,117% nella funzione di produzione “classica” a essere dello 0,167% in quella “estesa”. Anche per il Giappone il tempo impiegato per correggere da deviazioni aumenta da una versione all’altra, ma in misura meno marcata rispetto a USA. Infatti si passa da circa due anni a circa due anni e mezzo.

Paese	Misura	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Canada	+1% in NRE o RE --> +x% in Y				0,356%
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%				75,036%
	completo in circa x anni				1,333
Francia	+1% in NRE o RE --> +x% in Y		0,513%	-0,077%	
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%		14,287%	43,467%	
	completo in circa x anni		6,999	2,301	
Italia	+1% in NRE o RE --> +x% in Y			0,066%	
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%			31,413%	
	completo in circa x anni			3,183	
USA	+1% in NRE o RE --> +x% in Y	0,031%		0,077%	
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%	78,644%		24,877%	
	completo in circa x anni	1,272		4,020	
Uk	+1% in NRE o RE --> +x% in Y		0,370%		
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%		61,244%		
	completo in circa x anni		1,633		
Giappone	+1% in NRE o RE --> +x% in Y	0,117%		0,167%	
	in 1 anno ritorno all'equilibrio del x%	51,244%		39,716%	
	completo in circa x anni	1,951		2,518	

**Tabella 33. Riassunto dei risultati ottenuti dall'analisi di cointegrazione.**

## 7 Diagnostica per i modelli ARDL

In questo capitolo si cercherà, attraverso test diagnostici per lo più noti, di capire se i modelli ARDL utilizzati per ottenere le stime dei coefficienti di lungo e breve periodo siano statisticamente utilizzabili. In particolare, come si ha avuto modo di comprendere in precedenza, è necessario che i residui dei modelli rispecchino proprietà di incorrelazione seriale, di omoschedasticità e di Normalità. In aggiunta a queste condizioni necessarie, è auspicabile che i modelli superino test per la stabilità dei parametri e per la correttezza della forma funzionale.

### 7.1 Breush-Godfrey per la correlazione seriale

Il test Breush-Godfrey (BG) è un test statistico di tipo LM per la verifica dell'ipotesi nulla di assenza di correlazione seriale (fino al ritardo  $p$ ) nei residui di una regressione stimata. Il test è sviluppato in Godfrey (1978) e in Breush (1978). Sintetizzando sulla forma classica del test, gli autori dimostrano nei lavori sopra citati che presa la regressione ausiliaria

$$\hat{y}_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_k x_{kt} + \rho_1 \hat{u}_{t-1} + \dots + \rho_p \hat{u}_{t-p} + \varepsilon_t$$

la quantità  $(T - p)R^2 \sim X_p^2$  (dove  $R^2$  è il coefficiente di determinazione della regressione ausiliaria e le quantità  $\hat{u}_t$  i residui OLS della regressione da testare) sotto l'ipotesi nulla  $H_0: \rho_1 = \dots = \rho_p = 0$ .

La tabella 34 riporta i risultati dei test BG effettuati sui modelli ARDL dei paragrafi precedenti. Dall'incrocio delle varianti statisticamente significative riportate nel capitolo precedente con la tabella, si può vedere come gli unici casi che potrebbero suscitare dubbi riguardo la bontà delle stime ottenute

sono Canada, funzione “estesa” e consumi non-rinnovabili, e USA, funzione “estesa” e consumi rinnovabili. La significatività del test BG è in questi casi del 5%. Ad ogni modo, questo test è da considerarsi unitamente a quello interno alla procedura di selezione degli ordini del modello ARDL, che assicura incorrelazione seriale dei residui fino al terzo ritardo.

Test	Paese	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
BG(4) $\sim X_4^2$	Canada		4,870		10,688**
	Francia	5,875	7,793*	7,853*	
	Italia	6,728	5,733	5,885	
	USA	4,607	10,272**	10,695**	14,495***
	Germania	0,037			0,384
	UK	7,085***	1,420		0,005
	Giappone	2,623	2,927	0,028	8,404*

Tabella 34. Test BG: risultati.

## 7.2 Breush-Pagan per l'omoschedasticità

Il test di Breusch-Pagan (BP) è un test statistico di tipo LM sviluppato in Breush, Pagan (1979) per la verifica dell'ipotesi nulla di omoschedasticità dei residui di una regressione. Riassumendo sulla procedura prevista dal test, presa una generica regressione

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \dots + \beta_k x_{kt} + u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

se ne effettua la stima mediante OLS. Successivamente si effettua stima della regressione ausiliaria

$$\hat{u}_t^2 = \lambda_0 + \lambda_1 z_{1t} + \dots + \lambda_s z_{st} + \eta_t$$

Si dimostra che la quantità  $TR^2 \sim X_{S-1}^2$ , dove  $R^2$  è il coefficiente di determinazione ottenuto dalla regressione ausiliaria, sotto l'ipotesi nulla di omoschedasticità. È da notare che le variabili esplicative nella regressione ausiliaria sono scelte in modo arbitrario, dove ad esempio in  $R$  sono poste pari alle esplicative utilizzate nella regressione principale. La Tabella 35 mostra i risultati dei test BP effettuati. In questo caso i gradi libertà della distribuzione nulla asintotica del test variano da modello a modello, essendo pari al numero di esplicative (meno la costante) inserite nella stima del modello ARDL. Si può comunque notare dall'assenza di asterischi che nessun test ha dato esito a favore del rifiuto dell'ipotesi nulla di omoschedasticità dei residui.

Test	Paese	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
BP	Canada		10,970		11,726
	Francia	5,855	1,869	4,516	
	Italia	15,516	5,220	5,084	
	USA	11,816	13,809	13,839	14,995
	Germania	1,139			1,247
	UK	0,923	7,313		0,087
	Giappone	1,792	11,763	0,958	15,420

Tabella 35. Test BP: risultati.

### 7.3 Jarque-Bera per la Normalità

Il test Jarque-Bera è un test statistico che misura la bontà dell'ipotesi di Normalità negli errori di una regressione. Gli autori hanno dedicato tre differenti articoli per lo sviluppo di questo test, l'ultimo dei quali Jarque, Bera (1987). Sinteticamente, prese in considerazione le stime di asimmetria

$$S = \frac{\hat{\mu}_3}{\hat{\sigma}^3} = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (u_t - \bar{u})^3}{\left(\frac{1}{T} \sum_{t=i}^T (u_t - \bar{u})^2\right)^{3/2}}$$

e curtosi

$$K = \frac{\hat{\mu}_4}{\hat{\sigma}^4} = \frac{\frac{1}{T} \sum_{i=1}^T (u_t - \bar{u})^4}{\left(\frac{1}{T} \sum_{t=i}^T (u_t - \bar{u})^2\right)^2}$$

Che vengono combinate nella statistica test  $JB = \frac{T}{6}(S^2 + \frac{1}{4}(K - 3)^2)$ . Si dimostra che sotto l'ipotesi nulla di distribuzione Normale dei residui la statistica test si distribuisce asintoticamente come un  $X^2_2$ . Gli autori dimostrano in aggiunta che il test in piccoli campioni porta a un tasso di errori del primo tipo (rifiuto dell'ipotesi nulla di normalità quando è vera) superiore a quello nominale. La Tabella 36 mostra i risultati dei test diagnostici JB effettuati. Si evidenzia in tutti i casi l'accettazione dell'ipotesi nulla di normalità dei residui.

Test	Paese	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
JB $\sim X^2_2$	Canada		1,032		2,265
	Francia	0,716	1,363	0,209	
	Italia	1,095	1,467	1,733	
	USA	0,776	0,912	0,500	2,192
	Germania	0,434			0,575
	UK	1,015	0,637		2,067
	Giappone	0,400	1,726	2,193	0,064

Tabella 36. Test JB: risultati.

## 7.4 Test RESET di Ramsey per la forma funzionale

Il test RESET di Ramsey, sviluppato in Ramsey (1969), è un test statistico che valuta se l'equazione di regressione è correttamente specificata. Nel caso di rifiuto dell'ipotesi nulla vi è indicazione di un'errata specificazione, ma il test non indica come questa può essere corretta, lasciando il compito al ricercatore. Per riassumere, data la stima OLS di

$$\hat{y}_t = \hat{\beta}x_t + \hat{u}_t, \quad t = 1, \dots, T$$

si può stimare la seguente regressione lineare

$$y_t = \beta'x_t + \gamma_1\hat{y}_t^2 + \dots + \gamma_{k-1}\hat{y}_t^k + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T$$

L'ipotesi nulla di corretta specificazione risulta essere  $H_0: \gamma_1 = \dots = \gamma_{k-1} = 0$ . Essa viene testata mediante usuale statistica tipo F. La Tabella 37 mostra i risultati dei test RESET effettuati. Si è utilizzata la forma di default della funzione di R, per la quale si prendono le potenze seconde dei valori predetti nel calcolo della regressione ausiliaria. I gradi di libertà della distribuzione F al numeratore saranno dunque fissi a 1, mentre varieranno quelli al denominatore in funzione del modello originario adottato (poiché la numerosità campionaria varia in base all'ordine massimo nella specificazione del modello ARDL, e anche i parametri da stimare variano ovviamente con gli ordini). Si può notare come nei modelli risultati significativi il test RESET porti all'accettazione dell'ipotesi nulla di corretta specificazione della forma funzionale.

Test	Paese	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
RESET	Canada		1,429		0,435
	Francia	1,692	1,363	0,851	
	Italia	1,925	0,000	0,256	
	USA	0,064	0,012	0,006	0,007
	Germania	4,529**			4,586**
	UK	0,806	0,029		9,081***
	Giappone	0,408	1,599	1,115	1,238

Tabella 37. Test RESET: risultati.

## 7.5 Test CUSUM per la stabilità dei parametri

Il test CUSUM sviluppato in Brown *et al.* (1975), è un test statistico per la verifica della stabilità dei parametri nel tempo. Volendo sintetizzare, il test si basa sul seguente modello di regressione

$$y_t = x_t' \beta_t + u_t, \quad t = 1, \dots, T$$

con termine d'errore ai vari ritardi  $u_t$  indipendenti e normalmente distribuiti con varianza  $\sigma_t^2$ . L'ipotesi di stabilità è esprimibile mediante la seguente ipotesi nulla

$$H_0: \begin{cases} \beta_1 = \dots = \beta_T = \beta \\ \sigma_1^2 = \dots = \sigma_T^2 = \sigma^2 \end{cases}$$

Concentrando l'attenzione ai coefficienti  $\beta$ , nel caso l'ipotesi nulla sia vera la statistica

$$W_r = \frac{1}{\hat{\sigma}} \sum_{j=k+1}^r w_j, \quad r = k + 1, \dots, T$$

deve avere un andamento intorno allo zero e non uscire da opportune bande di confidenza. I termini  $w_t$  sono i residui ricorsivi, cioè i residui ottenuti dopo la stima della relazione basata sulle prime  $r$  osservazioni. In questo contesto,  $K$  indica il numero dei regressori nell'equazione di regressione. Un complemento al primo test è il test CUSUM dei quadrati, in modo particolare quando l'allontanamento dalla stabilità può non essere sistematico ma accidentale. Questo secondo test si basa sulla statistica

$$s_r = \left( \sum_{j=k+1}^r w_j^2 \right) / \left( \sum_{j=k+1}^T w_j^2 \right), \quad r = k + 1, \dots, T$$

I risultati dei test Rec-CUSUM effettuati sono riportati in Tabella 38, mentre non sono riportati i grafici diagnostici con le bande di confidenza. In ogni caso, i risultati sono identici ai test Rec-CUSUM, indicando in tutti i casi assenza di *break* nelle stime dei parametri.

Test	Paese	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Rec-CUSUM	Canada				0,5322
	Francia		0,6253	0,3322	
	Italia			0,5672	
	USA	0,3261		0,4202	
	UK		0,338		
	Giappone	0,4033		0,3878	

Tabella 38. Test Rec-CUSUM: risultati.

Concludendo, non sembrano esservi ragioni per non ritenere utilizzabili i modelli ARDL presentati. In questo caso, le stime e l'inferenza sui parametri di lungo e di breve periodo possono ritenersi affidabili. Terminata dunque l'analisi di cointegrazione, nel prossimo capitolo il fenomeno sarà indagato in un'ottica di causalità, in un orizzonte temporale di breve periodo.



## 8 Causalità

Individuare il nesso causale tra due oggetti, in generale significa individuare quale dei due sia la “causa” e quale sia “effetto”. Nel contesto di variabili economiche, è molto importante riuscire ad individuare quale sia la causa e quale l’effetto, poiché ciò aiuta a formulare politiche e scelte focalizzate e corrette rispetto agli obiettivi che si vogliono perseguire. Nel caso oggetto di studio, politiche di controllo del dispendio energetico, possono influire negativamente sulla crescita economica? Questo è vero se risultati empirici mostrano, come esposto nell’introduzione, validità dell’ipotesi “crescita” tra le misure dei consumi e quella del PIL. Nel capitolo precedente si è ottenuta l’approssimazione della relazione di lungo periodo esistente tra le variabili, ma questa, anche per le ipotesi formulate a livello teorico (vedi la supposta nullità della partizione della matrice  $\Pi$  contenente i moltiplicatori di feedback, da  $x_t$  verso  $y_t$ ) non risponde al quesito in esame. Rimane comunque importante per definire come, nel lungo periodo, una variabile vari al variare di determinati fattori. Per rispondere invece all’esistenza o meno di una relazione causale, si deve tradurre il concetto logico di causalità in un contesto econometrico, tra serie storiche. In Granger (1969) l’autore compie questa “traduzione” introducendo l’idea che, se una variabile  $x$  causa una variabile  $z$ , la prima dovrebbe aiutare a migliorare la previsione della seconda. Formalmente, il processo  $x_t$  si dice *causa*  $z_t$  nel senso di Granger se

$$\Sigma_z(h|\Omega_t) < \Sigma_z(h|\Omega_t \setminus \{x_s | s \leq t\}) \quad \text{per almeno un } h = 1, 2, \dots$$

Dove il primo membro della disequazione rappresenta l’errore medio di previsione ottenuto prevedendo  $z_{t+h}$  utilizzando tutta l’informazione a

disposizione fino al tempo  $t$ . Il secondo membro rappresenta invece l'errore medio di previsione ottenuto prevedendo  $z_{t+h}$  escludendo l'informazione presente e passata del processo  $x_t$ . Con riferimento a Lütkepohl (2005), si consideri ora il problema della verifica della causalità in un sistema contenente, oltre alle variabili di diretto interesse, un terzo gruppo di variabili. Per essere più chiari, ipotizziamo che le serie storiche vettoriali  $z_t$ ,  $y_t$  e  $x_t$  rispettivamente composte da  $K_z$ ,  $K_y$  e  $K_x$  componenti siano congiuntamente generate da un VAR( $p$ ). Si può dunque scrivere

$$\begin{bmatrix} z_t \\ y_t \\ x_t \end{bmatrix} = \sum_{i=1}^p A_i \begin{bmatrix} z_{t-1} \\ y_{t-1} \\ x_{t-1} \end{bmatrix} + u_t$$

Dove

$$A_i = \begin{bmatrix} A_{zz,i} & A_{zy,i} & A_{zx,i} \\ A_{yz,i} & A_{yy,i} & A_{yx,i} \\ A_{xz,i} & A_{xy,i} & A_{xx,i} \end{bmatrix}, \quad i = 1, \dots, p$$

con  $A_{kl,i}$  di dimensione  $(K_k \times K_l)$  e  $u_t$  white noise a media nulla. Se fosse  $A_{zy,i} = \mathbf{0}$  per  $i=1, \dots, p$ , è facile dimostrare che l'informazione in  $y_t$  non può essere sfruttata per migliorare la previsione ad un passo di  $z_t$ . Essa può però venir usata per migliorare la previsione  $h$  passi in avanti per  $h=2, \dots$ . In altre parole, se  $y_t$  non è causale ad un passo per  $z_t$ , può ancora essere causale a  $h$  passi in avanti, con  $h > 1$ . Perciò, ha senso parlare di un concetto di causalità riferibile a un determinato orizzonte temporale. In questo senso  $y_t$  si può dire non causale ad  $h$  passi in avanti (*h-step noncausal*) per  $z_t$  (in simboli  $y_t \not\rightarrow_{(h)} z_t$ ) per  $h = 1, \dots$ , se la previsione  $j$  passi in avanti di  $z_t$  non può essere migliorata per  $j \leq h$  prendendo l'informazione contenuta nel passato e nel presente di  $y_t$ . Il concetto originale di causalità nel senso di Granger corrisponde dunque a una causalità a infiniti passi in avanti. Il problema

della causalità multi-passo, e delle relative restrizioni sui coefficienti di un modello VAR(p), e affrontato diffusamente in Dufour, Renault (1998). Formalmente, sia  $\mathbf{A}$  la matrice autoregressiva di un modello VAR(p) scritto in forma compagna,  $\mathbf{J} = [\mathbf{I}_k: \mathbf{0}: \dots: \mathbf{0}]$  una matrice ( $K \times Kp$ ) e si definisca  $\mathbf{A}^{(j)} = \mathbf{J}\mathbf{A}^j$  e  $\boldsymbol{\alpha}^{(j)} = \text{vec}(\mathbf{A}^{(j)})$ . Gli autori dimostrano che nel processo indicato alla pagina precedente,

$$\mathbf{y}_t \rightarrow_{(h)} \mathbf{z}_t \text{ se e solo se } \mathbf{R}\boldsymbol{\alpha}^{(j)} = \mathbf{0} \text{ per } j = 1, \dots, h$$

e

$$\mathbf{y}_t \rightarrow_{(\infty)} \mathbf{z}_t \text{ se e solo se } \mathbf{R}\boldsymbol{\alpha}^{(j)} = \mathbf{0} \text{ per } j = 1, \dots, pK_x + 1$$

La matrice  $\mathbf{R}$  è tale per cui  $\mathbf{R}\text{vec}[\mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_p] = \text{vec}[\mathbf{A}_{zy,1}, \dots, \mathbf{A}_{zy,p}]$ , cioè raccoglie gli elementi del secondo blocco nella prima riga delle matrici di coefficienti.

## 8.1 Test di Causalità asimmetrica di Hatemi

Con riferimento a Hatemi-J (2012), si assuma di essere interessati nell'indagare la relazione causale tra due variabili integrate  $y_{1t}$  e  $y_{2t}$  definite dai processi *random walk*

$$y_{1t} = y_{1,t-1} + \varepsilon_{1t} = y_{1,0} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{1i}$$

e

$$y_{2t} = y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} = y_{2,0} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{2i}$$

dove  $t = 1, 2, \dots, T$ , le costanti  $y_{1,0}$  e  $y_{2,0}$  sono i valori iniziali e le variabili  $\varepsilon_{1i}$  e  $\varepsilon_{2i}$  sono termini d'errore appartenenti ad un processo *white noise*. Si definiscono rispettivamente gli shock positivi e negativi per ogni variabili, nel modo seguente:  $\varepsilon_{1t}^+ = \max(\varepsilon_{1i}, 0)$  ,  $\varepsilon_{2t}^+ = \max(\varepsilon_{2i}, 0)$  ,  $\varepsilon_{1t}^- = \min(\varepsilon_{1i}, 0)$ ,  $\varepsilon_{2t}^- = \min(\varepsilon_{2i}, 0)$ . Dato che si può scrivere  $\varepsilon_{1i} = \varepsilon_{1i}^+ + \varepsilon_{1i}^-$  e  $\varepsilon_{2i} = \varepsilon_{2i}^+ + \varepsilon_{2i}^-$  segue che

$$y_{1t} = y_{1,t-1} + \varepsilon_{1t} = y_{1,0} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{1i}^+ + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{1i}^-$$

e

$$y_{2t} = y_{2,t-1} + \varepsilon_{2t} = y_{2,0} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{2i}^+ + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{2i}^-$$

Infine si possono definire gli shock positivi e negativi di ciascuna variabile in forma cumulata come  $y_{1t}^+ = \sum_{i=1}^t \varepsilon_{1i}^+$  ,  $y_{1t}^- = \sum_{i=1}^t \varepsilon_{1i}^-$  ,  $y_{2t}^+ = \sum_{i=1}^t \varepsilon_{2i}^+$  ,  $y_{2t}^- = \sum_{i=1}^t \varepsilon_{2i}^-$ . Il passo successivo è dunque quello di testare la relazione di causalità tra queste componenti. Il focus è sulla causalità tra le componenti positive. Assumendo che  $\mathbf{y}_t^+ = (y_{1t}^+, y_{2t}^+)$  il test può essere implementato passando per la forma VAR(p) del tipo

$$\mathbf{y}_t^+ = \mathbf{v} + \mathbf{A}_1 \mathbf{y}_{t-1}^+ + \dots + \mathbf{A}_p \mathbf{y}_{t-p}^+ + \mathbf{u}_t^+$$

dove  $\mathbf{y}_t^+$  è un vettore (2 x 1) di variabili,  $\mathbf{v}$  è il vettore (2 x 1) di termini di intercetta e  $\mathbf{u}_t^+$  è un vettore (2 x 1) di termini di errore. Ciascuna matrice  $\mathbf{A}_r$  è una matrice (2 x 2) di parametri per ogni ritardo  $r = 1, \dots, p$ . Una volta selezionato il ritardo ottimale  $p$  (via information criteria), si testa l'ipotesi nulla che il k-esimo elemento di  $\mathbf{y}_t^+$  non causi al primo passo in avanti l'elemento  $\omega$ -esimo. Utilizzando la simbologia presentata nel paragrafo

precedente, si testa l'ipotesi nulla che  $y_{k,t}^+ \rightarrow_{(1)} y_{\omega,t}^+$ . L'ipotesi nulla è dunque del tipo

$$H_0: \text{l'elemento } A_r(\omega, k) = 0 \text{ per } r = 1, \dots, p$$

Per definire in modo compatto la statistica test tipo Wald, si considerino le seguenti definizioni  $\mathbf{Y} := (\mathbf{y}_1^+, \dots, \mathbf{y}_T^+)$  matrice ( $n \times T$ ),  $\mathbf{D} := (\mathbf{v}, \mathbf{A}_1, \dots, \mathbf{A}_p)$

matrice ( $n \times (1 + np)$ ),  $\mathbf{Z}_t := \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{y}_t^+ \\ \mathbf{y}_{t-1}^+ \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{t-p+1}^+ \end{bmatrix}$ , per  $t = 1, \dots, T$ , matrice

$((1 + np) \times 1)$ ,  $\mathbf{Z} := (\mathbf{Z}_0, \dots, \mathbf{Z}_{T-1})$  matrice  $((1 + np) \times T)$  e  $\boldsymbol{\delta} := (\mathbf{u}_1^+, \dots, \mathbf{u}_T^+)$  matrice ( $n \times T$ ). Il modello VAR( $p$ ) iniziale si può riscrivere quindi come

$$\mathbf{Y} = \mathbf{DZ} + \boldsymbol{\delta}$$

La statistica test per la verifica dell'ipotesi nulla sopra esposta è pari a

$$W = (\mathbf{C}\boldsymbol{\beta})' [\mathbf{C}((\mathbf{Z}'\mathbf{Z})^{-1} \otimes S_U) \mathbf{C}']^{-1} (\mathbf{C}\boldsymbol{\beta})$$

dove  $\boldsymbol{\beta} = \text{vec}(\mathbf{D})$  e  $\mathbf{C}$  è una matrice di selezione ( $p \times n(1 + np)$ ) con valore 1 per i parametri da annullare e 0 per gli altri. Nelle relazioni precedenti  $n$  indica il numero di componenti di  $\mathbf{y}_t$ . La quantità  $S_U$  indica la stima della matrice di covarianza del termine d'errore nel modello VAR non vincolato, pari a  $S_U = \frac{\hat{\boldsymbol{\delta}}_U' \hat{\boldsymbol{\delta}}_U}{T-q}$  dove  $q$  è il numero di parametri in ogni equazione del modello VAR. Nel caso l'ipotesi di Normalità degli errori sia soddisfatta, sotto l'ipotesi nulla si ha  $W \sim X_p^2$ . L'autore ha reso disponibile<sup>1</sup> una funzione scritta in GAUSS che permette di condurre il test esposto. Questa funzione restituisce le stime del VAR senza e con le restrizioni, la statistica

<sup>1</sup> Il codice è protetto da copyright. È altresì liberamente scaricabile dalla rete e ne è autorizzata l'applicazione se debitamente riferito l'autore. Gli scopi d'utilizzo non devono comunque essere commerciali.

Wald e valori critici ricavati dalla distribuzione empirica della statistica test calcolata mediante tecnica bootstrap. L'utilizzo di questa tecnica rende i risultati finali migliori sotto il profilo di potenza e di dimensione del campione ottimale, soprattutto nei casi in cui le assunzioni alla base del modello siano violate. L'applicazione condotta sui dati oggetto di studio, si è servita del criterio BIC per la selezione dell'ordine p del modello VAR sottostante. Questo rende l'analisi di causalità in linea con quella della relazione di cointegrazione riportata nei capitoli precedenti. Altro punto che accumuna le due analisi è che si sono considerate le serie dei logaritmi. Si riportano ora due tabelle riepilogative dei risultati ottenuti, differenti per la versione di funzione di produzione utilizzata. Nella Tabella 39 si riportano i risultati riferibili alla funzione di produzione "classica".

Funzione Produzione Classica, Energie Non-Rinnovabili										
	y → e					e → y				
Paese	stat W	10%	5%	1%	Causalità	stat W	10%	5%	1%	Causalità
Canada	0,737	4,173	5,372	11,622	No	2,660	6,679	8,254	13,032	No
Francia	1,211	3,266	4,866	8,294	No	8,769	3,452	4,980	7,945	Si
Italia	5,319	2,910	3,899	8,417	Si	7,541	4,508	6,298	10,846	Si
Usa	0,809	5,577	7,807	12,710	No	8,883	4,956	6,603	9,239	Si
Germania	0,000	4,387	6,579	10,394	No	1,055	3,723	5,543	10,243	No
Uk	9,157	3,037	4,618	8,117	Si	0,023	3,903	5,398	8,646	No
Giappone	2,182	3,772	5,238	10,077	No	0,211	2,871	4,273	7,809	No
Funzione Produzione Classica, Energie Rinnovabili										
	y → e					e → y				
Paese	stat W	10%	5%	1%	Causalità	stat W	10%	5%	1%	Causalità
Canada	1,240	2,993	4,490	8,617	No	4,411	4,168	5,720	9,122	Si
Francia	0,000	4,062	5,790	9,562	No	1,774	3,532	5,260	9,145	No
Italia	0,250	5,252	7,498	12,803	No	1,466	4,206	6,791	10,594	No
Usa	1,374	5,603	7,182	12,236	No	0,203	5,370	7,135	11,075	No
Germania	0,638	3,883	5,527	9,329	No	0,572	3,833	5,643	10,139	No
Uk	0,120	3,428	4,848	10,278	No	7,588	4,823	6,863	11,919	Si
Giappone	2,550	5,241	7,354	12,170	No	5,739	3,541	4,897	8,276	Si

**Tabella 39. Test di Hatemi: risultati utilizzando la specificazione "classica" della funzione di produzione.**

Si può notare che, considerando i consumi di energie non-rinnovabili:

- al livello 1% evidenza dell'ipotesi "crescita" per la Francia;
- al 1% evidenza dell'ipotesi "conservazione" per Uk;
- al 5% evidenza dell'ipotesi di "feedback" per Italia;
- e al 5% evidenza dell'ipotesi "crescita" per USA.

Se si considerano invece i consumi di energia da fonti rinnovabili:

- al 5% evidenza dell'ipotesi "crescita" per Uk;
- al 10% evidenza dell'ipotesi "crescita" per Canada;
- e al 5% evidenza dell'ipotesi "crescita" per Giappone.

Nella Tabella 40 sono riportati i risultati del test di causalità utilizzando la versione "estesa" della funzione di produzione.

Funzione Produzione Estesa, Energie Non Rinnovabili										
Paese	y → e					e → y				
	stat W	10%	5%	1%	Causalità	stat W	10%	5%	1%	Causalità
Canada	2,698	10,342	14,776	34,665	No	1,080	8,338	12,308	24,594	No
Francia	1,360	8,672	11,479	19,553	No	3,241	8,617	11,758	21,481	No
Italia	4,820	2,973	4,268	8,604	Si	3,099	3,924	5,521	10,249	No
Usa	1,474	5,930	8,476	14,423	No	6,874	5,263	7,351	11,361	Si
Germania	1,975	9,770	13,567	27,330	No	8,217	9,199	12,831	23,202	No
Uk	4,230	10,244	14,017	27,862	No	0,192	8,990	12,391	23,289	No
Giappone	2,704	9,596	13,187	22,938	No	8,112	8,725	12,345	25,764	No
Funzione Produzione Estesa, Energie Rinnovabili										
Paese	y → e					e → y				
	stat W	10%	5%	1%	Causalità	stat W	10%	5%	1%	Causalità
Canada	0,550	8,702	11,648	21,594	No	15,303	9,161	13,320	24,266	Si
Francia	3,070	9,276	13,725	26,448	No	21,897	8,992	13,181	25,546	Si
Italia	0,863	5,883	7,991	14,116	No	0,862	3,521	4,860	10,440	No
Usa	4,099	8,628	12,811	22,982	No	1,719	9,399	12,605	21,667	No
Germania	3,244	10,640	14,482	24,764	No	7,873	10,605	15,561	25,317	No
Uk	6,284	3,712	5,475	9,252	Si	0,288	3,815	5,328	9,422	No
Giappone	4,386	8,706	11,978	24,278	No	3,090	10,139	13,014	25,615	No

**Tabella 40. Test di Hatemi: risultati utilizzando la specificazione "estesa" della funzione di produzione.**

Le due tabelle sono confrontabili, nel senso che nella seconda il set informativo è allargato, nel modo in cui il modello statistico sottostante prevede il condizionamento, oltre a investimenti e lavoro, anche rispetto a variabili quali la ricerca e sviluppo e il capitale umano. Si ricorda che per l'Italia è stato possibile solo inserire nell'analisi il capitale umano. Dal confronto delle due tabelle emerge quindi che, considerando le energie non-rinnovabili:

- le evidenze di ipotesi di causalità tra crescita e consumi energetici da fonti non-rinnovabili per Uk e Francia vengono annullate;
- al 5% l'evidenza dell'ipotesi di "Feedback" per Italia muta in ipotesi "conservazione";
- l'evidenza dell'ipotesi "crescita" per USA cala in termini di significatività dal 5% al 10%.

Considerando invece le energie rinnovabili:

- appaiono evidenze dell'ipotesi "crescita" al 5% per Francia;
- e al 5% dell'ipotesi "conservazione" per Uk;
- l'evidenza dell'ipotesi "crescita" per Canada si rafforza passando dal 10% al 5%;
- l'evidenza dell'ipotesi "crescita" per Giappone viene a mancare.

## 9 Conclusioni

Si parta dal presupposto che i due tipi di analisi effettuati (relazione di lungo periodo e causalità) per la tipologia di strumentazione utilizzata non riguardano lo stesso orizzonte temporale. Questo è al tempo stesso, forza e debolezza dell'analisi condotta. Forza poiché dà contemporaneamente l'idea di come le variabili interagiscano fra loro nel lungo periodo, e di quale sia "causa" e quale "effetto" nel breve periodo. Permette così di poter prendere decisioni il cui impatto nell'immediato è prevedibile, e al tempo stesso si abbia un'indicazione di come si possa evolvere nel futuro. Debolezza poiché sarebbe auspicabile estendere lo studio di causalità secondo il senso classico, cioè causalità ad infiniti passi avanti. Le considerazioni seguenti sono comunque da riferirsi ad una condizione di *ceteris paribus*. Scendendo nello specifico, i risultati si possono commentare come segue:

- la relazione di lungo periodo è significativa per il **Canada** tra energie non-rinnovabili e crescita. Nel breve periodo è risultato però che vi sia evidenza di ipotesi "crescita" tra consumi rinnovabili e PIL, indicando per questo Paese la necessità di oculare bene le politiche energetiche, in entrambe le varietà;
- per la **Francia**, le conclusioni cambiano in funzione del tipo di funzioni di produzione utilizzata. Utilizzando quella a meno variabili la relazione è significativa tra le serie NRE ed Y (direttamente proporzionale), mentre nella versione più ampia tra RE ed Y (inversamente proporzionale). Nel breve periodo comunque l'evidenza è di validità dell'ipotesi "crescita", indicando comunque il

bisogno di attenzione nel formulare politiche di gestione dei consumi;

- per l'**Italia**, la relazione di lungo periodo è significativa se considerati i consumi di energie rinnovabili. Nell'analisi di causalità è però emerso come nel breve periodo con molta probabilità i consumi che hanno un'interazione con la crescita economica siano quelli da fonti non-rinnovabili. La situazione non è però di facile lettura poiché nel passaggio da versione "classica" a versione "estesa", l'ipotesi confermata permette o non permette che politiche di riduzione dei consumi energetici deprimano la crescita economica. Il passaggio è infatti da ipotesi "feedback", in cui vi è interazione bi-direzionale, ad una ipotesi "conservazione";
- di più facile lettura i risultati per **USA**, dove se la relazione di lungo periodo è significativa tra RE ed Y, vi è nel breve causalità tra NRE ed Y, nello specifico a supporto dell'ipotesi "crescita". Nel lungo periodo si può ipotizzare una crescita economica spinta da fonti rinnovabili, ma nel presente, nel breve periodo, effetti positivi sullo sviluppo economico sono spinti dai consumi di energie non-rinnovabili;
- per il **Regno Unito** i risultati sono ambigui. Questa affermazione è dovuta al fatto che, prescindendo dall'analisi di lungo periodo, la causalità nel breve per quanto riguarda le energie rinnovabili, è a supporto dell'ipotesi "crescita" nel modello "classico". Al contrario nella funzione "estesa" è a supporto dell'ipotesi "conservazione". Per i consumi di energie non-rinnovabili il passaggio da una funzione all'altra "annulla" la causalità, inizialmente a favore di una ipotesi "conservazione". Questo conferma ciò che è stato affermato in

precedenza, e cioè che è opportuno per Uk un nuovo studio focalizzato, se si è interessati all'argomento di analisi;

- il **Giappone** risulta “innovatore”, in un certo senso, poiché data la relazione significativa nel lungo periodo tra crescita e consumi di energie rinnovabili, la causalità di breve periodo è a supporto di una ipotesi “crescita” sempre tra le stesse variabili, utilizzando la versione classica della funzione di produzione.

La Tabella 41 mostra un riepilogo delle considerazioni finali e dei risultati ottenuti nel corso del lavoro di studio. Non vi è la Germania poiché su questo Paese nessuna analisi ha dato risultati significativi.

Paese	Misura	Esogene			
		Classica		Estesa	
		Rinnovabili	Non-Rinnovabili	Rinnovabili	Non-Rinnovabili
Canada	Segno del coefficiente di lungo periodo				+
	Causalità ad un passo	$e \rightarrow y$		$e \rightarrow y$	
Francia	Segno del coefficiente di lungo periodo		+	-	
	Causalità ad un passo		$e \rightarrow y$	$e \rightarrow y$	
Italia	Segno del coefficiente di lungo periodo			+	
	Causalità ad un passo		$e \leftrightarrow y$		$y \rightarrow e$
USA	Segno del coefficiente di lungo periodo	+		+	
	Causalità ad un passo		$e \rightarrow y$		$e \rightarrow y$
Uk	Segno del coefficiente di lungo periodo		+		
	Causalità ad un passo	$e \rightarrow y$	$y \rightarrow e$	$y \rightarrow e$	
Giappone	Segno del coefficiente di lungo periodo	+		+	
	Causalità ad un passo	$e \rightarrow y$			

**Tabella 41. Tabella riassuntiva delle analisi effettuate.**

A nota conclusiva, lo studio compiuto può essere esteso verificando l'esistenza di due distinti regimi di cointegrazione. Questo appare possibile alla luce delle analisi esplorative compiute. Gli effetti della crisi recessiva mondiale infatti, pur non minando le ipotesi di base degli strumenti econometrici utilizzati nel presente studio, instillano almeno il dubbio che la relazione di lungo periodo possa subire modifiche dagli anni 2007 in poi. Anche se, come affermato nel corso dell'elaborato, la diagnostica per *break* strutturali sulle stime dei modelli ARDL ha dato esiti negativi in tutti i casi, strumenti robusti alla presenza di *break* strutturali consentirebbero di verificare, in modo particolareggiato, se la crisi ha prodotto un *break* sottovalutato. Si potrebbe dunque proporre una prima e naturale estensione della procedura Engle e Granger per la cointegrazione, e cioè la procedura Gregory-Hansen (si veda Gregory, Hansen 1992).

## 10 Appendice: La funzione di stima degli ordini

```
cercaOrdini<-function(dati,ordineMax,trend,noCost){
  SC<-99999
  a<-ordineMax+1
  b<-ncol(dati)
  k<-a^b
  B<-rep(1,b)
  A<-c(0:ordineMax)
  dati<-zoo(dati)
  ordini<-rep(0,b)
  ordiniFinale=ordini
  aggiornaOrdini(A,B,ordini,b)
  modello<-stimaARDL(dati,ordini,b,trend,noCost)
  diagnostica<-checkDiagnostica(modello)
  if(BIC(modello)<SC & diagnostica==1){
    SC=BIC(modello)
    ordiniFinale=ordini
  }
  for( j in 1:(k-1)){
    B<-findNext(B,a,b)
    ordini<-aggiornaOrdini(A,B,ordini,b)
    modello<-stimaARDL(dati,ordini,b,trend,noCost)
    diagnostica<-checkDiagnostica(modello)
    if(BIC(modello)<SC & diagnostica==1 ){
      SC=BIC(modello)
      ordiniFinale=ordini
    }
  }
  print(ordiniFinale)
}#cercaOrdini
```

```
aggiornaOrdini<-function(A,B,ordini,b){
  for(q in 1:b){
    ordini[q]<-A[B[q]]
  }
  return(ordini)
}#aggiornaOrdini
```

```
findNext<-function(B,a,b){
  m<-b
  exit<-FALSE
  while(exit==FALSE){
    if(B[m]==a){
      B[m]<-1
      m<-(m-1)
    }
    else{
      B[m]<-(B[m]+1)
      exit<-TRUE
    }
  }
}
```

```

    }
    return(B)
}#findNext

stimaARDL<-function(dati,ordini,b,trend,noCost){
  regressori<-c(1:b)
  for(u in 1:b){
    if(u==1){
      if(ordini[1]>0){
        regressori[u]<-paste("lag(dati[,1],-1:-",ordini[1],)")")
      }
      else{
        regressori[u]<-""
      }
    }
    else{
      regressori[u]<-paste("lag(dati[,",u,"],0:-",ordini[u],)")")
    }
  }
  fmla<-as.formula(paste("dati[,1]~",paste(regressori,collapse="+")))
  if(trend==TRUE){
    T<-nrow(dati)
    t<-seq(1:T)
    t<-ts(t,start=start(dati),freq=1)
    t<-zoo(t)
    fmla<-update.formula(fmla,~.+t)
  }
  if(noCost==TRUE){
    fmla<-update.formula(fmla,~.-1)
  }
  modello<-dyn$lm(fmla,data=dati)

}#stimaARDL

checkDiagnostica<-function(modello){
  valido=0
  res<-modello$residuals
  bg_pvalue<-bgtest(modello,order=3)$p.value
  bp_pvalue<-bptest(modello)$p.value
  jb_pvalue<-jarque.bera.test(res)$p.value
  if(bg_pvalue>.1 & bp_pvalue>.1 & jb_pvalue>.1 ){
    valido=1
  }
  return(valido)
}#checkDiagnostica

```

# 11 Bibliografia

Akaike H. (1974), A new look at the statistical model identification, **I.E.E.E Transactions on Automatic Control**, 19, 716-723.

Bowden N., Payne J.E. (2010), Sector analysis of the causal relationship between renewable and non-renewable energy consumption and real output in the US, **Energy Sources, Part B: Economics, Planning, and Policy**, 5, 400-408.

Box G.E.P., Jenkins G.M. (1970), **Time series analysis forecasting and control**, Holden-Day, San Francisco.

Breusch T.S., Pagan A.R. (1979), Simple test for heteroscedasticity and random coefficient variation, **Econometrica**, 47, 1287-1294.

Breusch T.S. (1978), Testing for autocorrelation in dynamic linear models, **Australian Economic Papers**, 17, 334-355.

Brown R.L., Durbin J., Evans J.M. (1975), Techniques for testing constancy of regression relationship over time, **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, 37, 149-192.

Di Fonzo T., Lisi F. (2005), **Serie storiche economiche: analisi statistiche e applicazioni**, Carocci Editore, Firenze.

Davidson R., MacKinnon J. (2004), **Econometric theory and methods**, Oxford University Press, New York.

Dufour J.M., Renault E. (1998), Short run and long run causality in time series: Theory, **Econometrica**, 66, 1099-1125.

Erol U., Yu E.S.H. (1988), On the causal relationship between energy and income for industrialized countries, **The Journal of Energy and Development**, 13, 113-122.

Godfrey L.G. (1978), Testing against general autoregressive and moving average error models when the regressors include lagged dependent variables, **Econometrica**, 46, 1293-1301.

Granger C.W.J. (1969), Investigating causal relations by econometric models and cross-spectral methods, **Econometrica**, 37, 424-438.

Gregory A.w., Hansen B.E. (1992), **Residual-based tests for cointegration in models with regime shifts**, Working Paper n. 862, Queen's University, Department of Economics, Kingston.

Hatemi-J A. (2012), Asymmetric causality tests with an application, **Empirical Economics**, 43, 447-456.

Jarque C.M., Bera A.K. (1987), A test for normality of observation and regression residuals, **International Statistical Review**, 55, 163-172.

Kwiatkowski D., Phillips P.C.B., Schmidt P., Shin Y. (1992), Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root: how sure are we that economic time series have a unit root?, **Journal of Econometrics**, 54, 159-178.

Lütkepohl H. (2005), **New introduction to multiple time series analysis**, Springer, Heidelberg.

Mackinnon J. (1990), **Critical values for cointegration tests**, Working Papers n. 1227, Queen's University, Department of Economics, Kingston.

Narayan P.K. (2005), The saving and the investment nexus for China: evidence from cointegration tests, **Applied Economics**, 37, 1979-1990.

Narayan P.N., Smyth R. (2008), Energy consumption and real GDP in G7 countries: new evidence from panel cointegration with structural breaks, **Energy Economics**, 30, 2331-2341.

Ozturk I. (2010), A literature survey on energy-growth nexus, **Energy Policy**, 38, 340-349.

Payne J.E. (2009), On the dynamics of energy consumption and output in the US, **Applied Energy**, 86, 575-577.

Payne J.E. (2010), Survey of the international evidence on the causal relationship between energy consumption and growth, **Journal of Economic Studies**, 37, 53-95.

Pesaran M.H., Shin Y. (1998), An autoregressive distributed lag modelling approach to cointegration analysis, in Strøm S. (Ed.), **Econometrics and Economic Theory in the 20<sup>th</sup> Century. The Ragnar Frish Centennial Symposium**, 371-413, Cambridge University Press, Cambridge.

Pesaran M.H., Shin Y., Smith R.J. (2001), Bounds testing approaches to the analysis of level relationship, **Journal of applied econometrics**, 16, 289-326.

Petris G., Petrone S., Campagnoli P. (2010), **Dynamic linear models with R**, Springer, Heidelberg.

Pfaff B. (2008), **Analysis of integrated and cointegrated time series with R**, Springer, Heidelberg.

Phillips P.C.B., Perron P. (1988), Testing for a unit root in time series regression, **Biometrika**, 75, 335-346.

Phillips P.C.B., Hansen B. (1990), Statistical inference in instrumental variables regression with I(1) processes, **Review of Economic Studies**, 57, 99-125.

Ramsey J.B. (1969), Tests for specification errors in classical linear least-squares regression analysis, **Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological)**, 31, 350-371.

Said S.E., Dickey D.A (1984), Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order, **Biometrika**, 71, 599-607.

Schwarz G. (1978), Estimating the dimension of a model, **The Annals of Statistics**, 6, 461-464.

Soytas U., Sari R. (2003), Energy consumption and GDP: causality relationship in G-7 and emerging markets, **Energy Economics**, 25, 33-37.

Soytas U., Sari R. (2006), Energy consumption and income in G7 countries, **Journal of Policy Modeling**, 28, 739-750.

Stern D.I. (2000), A multivariate cointegration analysis of the role of energy in the US macroeconomy, **Energy Economics**, 22, 267-283.

Stern D.I. (1993), Energy and economic growth in the USA: a multivariate approach, **Energy Economics**, 15, 137-150.

Tugcu C.T., Ozturk I., Aslan A. (2012), Renewable and non-renewable energy consumption and economic growth relationship revisited: evidence from G7 countries, **Energy Economics**, 34, 1942-1950.

Zachariadis T. (2007), Exploring the relationship between energy use and economic growth with bivariate models: new evidence from G-7 countries, **Energy Economics**, 29, 1233-1253.

## **Ringraziamenti**

*Al Professor Silvano Bordignon per l'aiuto prestatomi nella stesura di questa tesi.*

*Alla mia famiglia, alti e bassi non possono cambiare l'affetto che provo per voi.*

*A Marilena, che mi sprona a pretendere il massimo da me stesso.*