UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI SCIENZE ECONOMICHE ED AZIENDALI "M.FANNO"

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA "T. LEVI-CIVITA"

CORSO DI LAUREA IN ECONOMIA

PROVA FINALE

"VACCINI: INFORMAZIONE, SCELTE RAZIONALI E STRATEGICHE, *HERD IMMUNITY*"

RELATORE:

CH.MO PROF. BRUNO VISCOLANI

LAUREANDO/A: DA RE FILIPPO

MATRICOLA: 1138141

ANNO ACCADEMICO 2018/2019

Vaccini: informazione, scelte razionali e strategiche, *herd immunity*

Il candidato, sottoponendo il presente lavoro, dichiara, sotto la propria personale responsabilità, che il lavoro è originale e che non stato già sottoposto, in tutto in parte, dal candidato o da altri soggetti, in altre Università italiane o straniere ai fini del conseguimento di un titolo accademico. Il candidato dichiara altresì che tutti i materiali utilizzati ai fini della predisposizione dell'elaborato sono stati opportunamente citati nel testo e riportati nella sezione finale "Riferimenti bibliografici" e che le eventuali citazioni testuali sono individuabili attraverso l'esplicito richiamo al documento originale.

"I nemici delle vaccinazioni, anche questa è una professione, hanno detto che a Vienna non è scoppiato il vaiolo, ma un'epidemia da vaccino. Ora, anche loro sanno valutare il valore della profilassi, ma la loro prudenza è un po' esagerata: si prendono il vaiolo per proteggersi dal vaccino."

Karl Kraus, 16 ottobre 1907.

Indice

Capitolo 1

Introduzione

La vaccinazione è una tematica fondamentale nel dibattito pubblico contemporaneo, poiché essa racchiude in sé considerazioni non solo mediche ma anche sociali, economiche, psicologiche e ideologiche. Con riferimento al caso italiano si è assistito ad una riforma che, tra le diverse disposizioni in materia di prevenzione vaccinale, promulga criteri di obbligatorietà della vaccinazione stessa [1]. Questo poiché attualmente ci si vaccina meno, di quanto si sia fatto negli anni precedenti. Per analizzare questa dinamica, in letteratura scientifica, vi sono diversi articoli che pongono in relazione le scelte di vaccinazione con la teoria dei giochi, ovvero la teoria che studia i comportamenti di interazione tra gli individui. La vaccinazione è una scelta di carattere individuale, ma che ha anche alcuni effetti sulla collettività: *herd immunity*, eliminazione della patologia, migliori livelli di salute.

Il problema di vaccinazione sembra infatti assimilabile ad un "dilemma del prigioniero" [2], dove due soggetti che possiedono due strategie dominanti (in questo caso "non vaccinarsi") se le attuano entrambi si trovano nel peggior equilibrio possibile (nessuno si vaccina), per la collettività in termini di *herd immunity*. Tuttavia il "dilemma del prigioniero" è un modello suggestivo, ma non esaustivo per spiegare le decisioni in merito alla vaccinazione. La logica che riassume il sopracitato paradosso potrebbe essere così riassunta: se tutti si vaccinano, non serve che io mi vaccini [3]. Ecco dunque come questa affermazione, esemplificativa delle scelte in materia di vaccinazione, racchiuda in sé i concetti di strategia, informazione e *herd immunity*.

L'elaborato si articola nella seguente struttura.

Nel capitolo 2 verrà delineato il contesto epidemiologico, con la definizione di alcuni termini e dinamiche biologiche inerenti la vaccinazione, dunque vi sarà una presentazione di alcuni concetti ricorrenti in chiave economica.

Nel capitolo 3 riprendendo l'articolo "*Vaccination and the theory of games*" di Bauch ed Earn [4], verrà proposto il modello matematico-biologico SIR comprensivo della vaccinazione, al quale farà riferimento la patologia che verrà considerata nel capitolo successivo.

Nel capitolo 4 si analizzeranno le scelte individuali e possibili equilibri collettivi tratti dall'articolo "*Optimal vaccination choice, vaccination games, and rational exemption: an appraisal*" di Manfredi et al. [5].

Nel capitolo 5 si proporrà uno sguardo critico alle tematiche poste nel capitolo III, e provando ad adottare un approccio positivo verrà presentata una campagna informativa basata sull'articolo "*Optimal control of an epidemic through educational campaign*s" di Castilho [6].

Capitolo 2

Contesto epidemiologico ed esenzione razionale

2.1 *Concetti chiave*

2.1.1 *Vaccini*

Una delle più importanti frontiere della medicina moderna è sicuramente rappresentata dalla vaccinazione, che nel corso del XX secolo, congiuntamente ad altre introduzioni nel campo medico, come l'assunzione di antibiotici (penicillina) e l'uso di pesticidi, ha qualificato quella che oggi si definisce transizione epidemiologica. Tale definizione pone attenzione sullo spostamento delle cause di morte di una popolazione, durante il corso del tempo. Le cause dei decessi, prima imputabili in larga parte alla componente ambientale della patologia (quindi condizioni ecologiche e igienico-sanitarie), che sovente si traduce in proliferazione di malattie infettive. Successivamente, invece, i decessi dipendono maggiormente dalla componente genetica della patologia (la predisposizione del singolo soggetto) rappresentata per l'appunto da malattie genetiche o croniche [7]. La vaccinazione può essere definita come la somministrazione di un preparato di microrganismi vivi o uccisi, o di sostanze prodotte dai microrganismi stessi, impiegato per indurre una resistenza specifica nei confronti di una malattia infettiva [8]. Da tale descrizione si evince il carattere di profilassi della vaccinazione: essa mira a prevenire l'insorgenza di una patologia e la sua diffusione attraverso lo sviluppo di immunocompetenza da parte del soggetto vaccinato. Si definisce tale, la capacità dell'individuo di manifestare una risposta immune, quale, ad esempio, la produzione di anticorpi, quando le cellule del sistema immunitario sono esposte ad antigeni. La profilassi della vaccinazione è di tipo immediato, poiché punta alla distruzione degli agenti di infezione; mentre la profilassi di tipo mediato riflette comportamenti tesi a sanare il contesto ambientale. Tuttavia è bene sottolineare la differenza con la vaccinoterapia, ovvero la vaccinazione che si pratica in soggetti affetti da malattie infettive per facilitarne la guarigione [9]. Nel corso della trattazione il termine vaccinazione si riferirà esclusivamente alla vaccinoprofilassi.

2.1.2 *Scelte razionali e strategiche*

Nella trattazione il tema di interesse è l'esenzione razionale, ovvero la scelta di non vaccinare i propri figli, operata da genitori in condizioni di totale libertà e volontarietà. Ogni famiglia dispone di una dotazione di informazioni di vario genere - sanitarie, storiche, sociali - e le combina per adottare il comportamento più consono in relazione alle scelte delle altre famiglie della comunità. Vi sono diverse motivazioni che possono portare alla scelta di non vaccinare i propri figli: etiche, religiose, psicologiche, ideologiche, politiche. Recentemente in molti paesi occidentali, anche in Italia, si sono verificati dei casi di riduzione della copertura delle vaccinazioni- incrementando la diffusione di alcune patologie - fenomeno che negli anni precedenti era fortemente diminuito. Ad esempio la copertura contro rosolia e morbillo è scesa dal 90,4 per cento del 2013 all'85,3 per cento del 2015 [10]. L'attenzione mediatica si è concentrata specialmente sul morbillo, probabilmente poiché l'Italia è attualmente uno degli stati meno virtuosi d'Europa e forse anche perché è una malattia di tipo epifanico: si manifesta prima della comparsa di altre malattie. Per cui la riduzione del tasso di vaccinazioni e la conseguente ricomparsa di una malattia ormai eliminata sono visibili in un arco temporale relativamente breve. La tematica dell'esenzione razionale permetterà di cogliere la strategia nell'interazione tra i membri di una popolazione, tuttavia essa implica un'assunzione metodologica molto forte. Nel mondo reale, infatti, alcune famiglie si trovano, in merito alla decisione di vaccinazione, di fronte ad una scelta obbligata *de facto*. Si può pensare ai soggetti immunodeficitari (spesso bambini), nei quali la compromissione del sistema immunitario non permette loro la vaccinazione tramite vaccini attenuati, mentre è possibile quella di vaccini inattivati. I primi replicano lentamente in vivo, riproducono l'infezione naturale e stimolano una risposta immunitaria. che potrebbe portare tuttavia a una possibilità di reversione della virulenza: ossia l'insorgenza della malattia causata dal virus dopo la somministrazione del vaccino. Nei secondi, invece, gli agenti patogeni sono stati uccisi chimicamente o fisicamente, pertanto non vi è rischio di reversione; nel caso di individui immunocompromessi, però, potrebbero non svolgere la loro funzione. I vaccini relativi a tubercolosi, morbillo, polio, parotite, rosolia sono tutti di tipo attenuato.

2.1.3 *Informazione*

Questo lavoro non aspira (certo) a sviluppare punti di vista di carattere epidemiologico, biologico o bioetico, sebbene siano tutti ambiti in qualche misura implicati, piuttosto il focus sarà rappresentato dalle possibili implicazioni di carattere economico e sociale. In accordo con la teoria economica, in particolare con l'assunto della non confrontabilità delle utilità individuali, (assunto fondamentale del criterio paretiano) non si adotteranno discriminazioni né si entrerà nel merito dei vari motivi di differente carattere (ideologico, religioso, etico, filosofico) i quali conducano alla scelta di non vaccinare i propri figli. Le famiglie operano le loro scelte considerando i potenziali rischi e benefici. Nell'implementazione delle scelte pare evidente come l'informazione delle famiglie giochi un ruolo di primo piano. Tale tema è di complessa trattazione in ambito sanitario, poiché il patrimonio informativo disponibile per le famiglie dipende dal rapporto medico-paziente, inoltre altre fonti informative non solo non possono essere competenti su di un piano particolare (ad esempio per la mancanza di conoscenza dell'anamnesi personale dei singoli pazienti), ma spesso non lo sono neanche su un piano generale (discrepanze con le direttive dell'OMS, comunità scientifica, ordine dei medici). Vi devono effettivamente essere stati dei fenomeni rilevanti di carattere informativo, che hanno causato avversione e diffidenza verso la vaccinazione, per permettere un calo del 5 per cento nella copertura vaccinale di morbillo e rosolia in soli due anni, seppur riferito al contesto italiano.

Le domande di salute e sanità sono concetti diversi tra loro. La prima esprime un livello richiesto dal consumatore in base alle sue scelte individuali (per partecipare al mercato del lavoro, per esempio). La seconda, invece, è uno dei fattori di salute, che serve insieme ad altri a raggiungere lo stato di salute desiderato. La domanda di servizi sanitari è dunque derivata dalla domanda fondamentale di salute [11]. Questa rimane una prerogativa del singolo, mentre la domanda derivata di assistenza sanitaria richiede la mediazione del fornitore di servizi sanitari, ad esempio il medico di medicina generale [12]. Al medico spetta infatti il compito di diagnosticare i sintomi del paziente e prescrivere i trattamenti necessari. La difficoltà dello specialista risiede dunque nel decifrare lo stato di salute del paziente, individuando il passaggio dal bisogno oggettivo (asintomatico) al bisogno soggettivo (avvertito) [11]. Il rapporto medico-paziente si configura come un rapporto di agenzia [13], dove il paziente è il principale, mentre il medico l'agente. Tale rapporto è caratterizzato da due tipologie di asimmetria informativa: selezione avversa (*ex ante*) e azzardo morale (*ex post*). La selezione avversa (tipica degli *experience goods* come la salute) è la capacità di scegliere lo specialista e le prestazioni adatte. L'azzardo morale (dovuto ad esempio a comportamenti di *defensive medicine*; quindi prescrizioni di prestazioni sanitarie sproporzionate per evitare di soffrire possibili ritorsioni retributive e legali), è la capacità di valutare l'esito della consulenza e delle prestazioni. Per porre rimedio a questo gap informativo sono state percorse varie strade. Si possono citare il "*fee for service*", la teoria dei "*devoted workers*" [14], il "*pay for perfomanc*e" (quest'ultimo adottato in Gran Bretagna proprio per favorire la diffusione vaccinale) che consiste in un sistema di retribuzioni dei medici correlate al benessere di salute dei pazienti. Con il progredire delle scoperte scientifiche e congiuntamente con lo sviluppo di nuovi canali di informazione, si è assistito all'*empowerment* del paziente nei confronti degli specialisti. I pazienti infatti attualmente hanno accesso a più informazioni, conoscono più casi, sanno diagnosticare talune semplici e comuni patologie e valutare le prestazioni del loro medico, o almeno lo credono. Tale fenomeno prende il nome di non-acquiescenza (*noncompliance*) [15], ovvero il rifiuto di fidarsi completamente e dunque di demandare la gestione della propria situazione sanitaria esclusivamente agli specialisti. Come fenomeni culturali che tendono a screditare la vaccinazione si possono citare la *vaccine hesitancy* e la *vaccine overload*.

Per *vaccine hesitancy* si intende la titubanza dei genitori a vaccinare i propri figli. Essa ha un fondamento soprattutto psicologico: un genitore si sente maggiormente colpevole nel caso in cui il figlio contragga gli effetti collaterali negativi del vaccino, di quando venga infettato dalla patologia che il vaccino dovrebbe combattere [16]. Per quanto infatti una malattia sia una fattispecie dalle connotazioni negative per la vita umana, essa è comunque percepita come esogena, fuori dal controllo umano; mentre la vaccinoprofilassi è pratica endogena e dunque i possibili effetti negativi sono attribuibili ad una scelta cosciente e razionale degli individui. Sicuramente al tema della *vaccine hesitancy* sono legate anche considerazioni, possibilmente implicite, di carattere statistico. Sia nel caso di contrarre la malattia senza essere vaccinati che nel caso di contrarre gli effetti negativi del vaccino, si è posti di fronte ad una perdita, ovvero ad un peggioramento delle condizioni di un individuo (secondo la terminologia economica “perdita” si riferisce a differenti motivi non solo economici). Quando i *pay-off* sono negativi, i soggetti considerano la situazione finale del loro benessere, non solamente l’azione che ha determinato il singolo *pay-off* negativo; in questo caso non vaccinarsi o vaccinarsi [17]. Dunque a parità di condizione iniziale (stato di salute) e finale (stato di salute compromesso), l’azione (vaccinarsi) pesa di più per aver alterato uno stato positivo iniziale che, potenzialmente, poteva anche non condurre ad uno stato negativo finale. In aggiunta contrarre effetti collaterali negativi dei vaccini è statisticamente meno probabile di contrarre una malattia per la quale non si è vaccinati, quindi la realizzazione di un evento negativo meno probabile accentua il valore della perdita patita. Con *vaccine overload*, invece, si identificano quelle considerazioni che interpretano i possibili effetti collaterali negativi dei vaccini come estremamente più dolorosi della possibilità di infezione, e pertanto fanno giudicare non conveniente la vaccinazione [18]. L’esempio più eclatante in tal senso riguarda la presunta connessione tra vaccino MPR (morbillo, parotite, rosolia) e lo sviluppo di forme di autismo. Tale tesi è stata proposta da Andrew Wakefield, un medico inglese che aveva alterato i dati di alcune ricerche e che in seguito venne espulso dall’ordine dei medici. Il suo studio, che stabiliva un nesso tra vaccino MPR e autismo, fu prima smentito scientificamente e poi rigettato per l’incompletezza di metodi e contenuti di ricerca [19].

2.1.4 *Herd immunity*

Definito il concetto di immunocompetenza di un individuo; si distinguono due tipi di immunizzazione, passiva e attiva, che può essere indotta artificialmente. La prima avviene attraverso la somministrazione di sieri e immunoglobuline specifiche ed è molto intensa; pertanto la si preferisce in casi di infezioni dovute a tossine, tuttavia essa non produce memoria immunologica, dunque non protegge da eventuali successivi contagi con il medesimo microrganismo. Un esempio di immunizzazione acquisita naturale passiva è la presenza di anticorpi nel neonato per via materna. L'immunizzazione attiva avviene mediante la somministrazione di vaccini, i quali invece sviluppano memoria immunologica, ossia la capacità dell'organismo di ricordare una risposta immunitaria rispetto ad un antigene e dunque di riproporla nel caso di un eventuale successivo contatto [20]. L'immunizzazione permette di poter introdurre un concetto fondamentale nella trattazione dell'argomento: *herd immunity* (lett.: immunità di gregge). Esso indica la dinamica per la quale i membri di una popolazione, che non hanno sviluppato immunità, godono di una protezione indiretta, grazie all'elevato livello di immunizzazione presente nella popolazione stessa. Le persone suscettibili di essere infettate hanno una minor probabilità di contrarre la patologia, poiché essa è meno diffusa nella popolazione. Il fenomeno di *herd immunity* dipende da varie caratteristiche della patologia in esame, come il suo carattere endemico o pandemico, oppure dalle modalità di contagio. Saranno trattati in maniera più analitica questi temi in sede di introduzione del modello matematico SIR. Per ora si pone attenzione sul carattere di esternalità positiva della vaccinazione, che ben si spiega con la *herd immunity*. Le esternalità positive si possono definire come effetti vantaggiosi, favorevoli prodotti dall'attività di un soggetto sull'attività di altri soggetti che non si riflettono nei prezzi pagati o ricevuti. Il termine 'prezzi' si riferisce ad un'accezione in senso lato della dinamica economica considerando vari tipi di costo [21]. È chiaro dunque come, nella situazione descritta precedentemente, vi siano dei soggetti che, pur non sopportando alcun costo dell'immunizzazione (esempio, non si vaccinano), godono dell'esternalità positiva (*herd immunity*, appunto) prodotta dai comportamenti di altri individui. Tale fenomeno prende il nome di *free riding*, ovvero lo sfruttamento da parte di un individuo di risorse, beni, servizi per lui favorevoli senza sopportare costi, i quali gravano esclusivamente sulla collettività. Poiché i soggetti che sopportano tali costi non sono in grado di appropriarsi interamente dei benefici (o, semplicemente i costi individuali da sopportare aumentano a causa dell'incremento della porzione di soggetti *free riders*), sovente le esternalità positive si mantengono ad un livello inferiore del livello paretiano socialmente efficiente [21].

In seguito verranno analizzate le variazioni in termini di distribuzione della popolazione, tra vaccinatori e non vaccinatori, che si riflettono in condizioni di non efficienza per l'intera comunità.

Capitolo 3

Modello SIR

3.1 *Terminologia ricorrente*

Prima di impostare in maniera analitica la trattazione degli argomenti si possono definire alcuni concetti e termini che ricorreranno frequentemente. La malattia di riferimento, contro la quale deve agire il vaccino, risponde alle caratteristiche del modello SIR e verrà indicata con il termine generico di patologia. Le famiglie verranno identificate come intenzionate a vaccinare i propri figli o non intenzionate a vaccinarli, abbreviate per semplicità in pro-vaccino e contro-vaccino. Seguono ora tre concetti che ritorneranno frequentemente nelle discussioni delle varie scelte di comportamento e interazioni strategiche.

1. Copertura: si riferisce alla porzione di popolazione vaccinata che, pertanto, non può essere infettata poiché immunizzata.

2. Livello critico di copertura: indica il livello di diffusione del vaccino nella popolazione che permette di eliminare la patologia.

3. Eliminazione: situazione in cui la patologia non circola infettando nuovi individui in una specifica regione geografica. Essa differisce dall'eradicazione dell'agente eziologico, e dunque dalla debellazione della patologia.

3.2 *Modello SIR con vaccinazione*

Il modello epidemiologico di riferimento è il modello compartimentale SIR, sviluppato da Kermak e McKendrik [22]. Esso è definito da tre possibili stati in cui si possono trovare i membri di una popolazione:

1. S (*susceptibles*), coloro che possono essere infettati.

2. I (*infectious*), coloro che sono stati infettati, e dunque ne sono portatori.

3. R (*recovered*), individui che non possono trasmettere la patologia né essere infettati. Essi possono dunque possedere un'immunità naturale, essere stati immunizzati artificialmente, oppure possono essere deceduti o isolati.

Il modello è caratterizzato da equazioni differenziali, in funzione del tempo t. Esso descrive il percorso epidemico di una malattia infettiva, e lo spostamento degli individui attraverso le tre classi: $S \rightarrow I \rightarrow R$ [22]. Rispetto alla formulazione classica, la seguente proposta da Bauch ed Earn incorpora anche la dinamica della vaccinazione ed è formalizzata come segue [4]:

$$\frac{dS}{dt} = \mu(1-p) - \beta SI - \mu S \tag{3.1}$$

$$\frac{dI}{dt} = \beta SI - \gamma I - \mu I \tag{3.2}$$

$$\frac{dR}{dt} = \mu p + \gamma I - \mu R \tag{3.3}$$

dove $\mu, \beta, \gamma > 0$ rappresentano i tassi di trasferimento da un compartimento all'altro, specificatamente:

- μ il tasso medio di natalità e mortalità.
- β Il tasso medio di trasmissione, quando gli individui contraggono l'infezione e si trasferiscono dal compartimento S al compartimento I.
- γ il tasso di immunizzazione. Il suo reciproco $\frac{1}{\gamma}$ è la durata media di un'infezione.

mentre $p \in [0,1]$ è il livello di assunzione del vaccino. Per semplicità si assume che gli individui non possono essere infettati prima di venire vaccinati [5]. In caso contrario infatti, si ammetterebbe una strategia di recupero, che invertirebbe la *ratio* cronologica della vaccinazione [23].

Essendo i tre possibili stati variabili nel tempo, ma mutuamente esclusivi , si ottiene $S + I + R = 1$, dunque si può riscrivere:

$$\frac{dS}{d\tau} = f(1-p) - R_0(1+f)SI - fS \tag{3.4}$$

$$\frac{dI}{d\tau} = R_0(1+f)SI - (1+f)I \tag{3.5}$$

Per passare dal modello di equazioni (1), (2), (3) alle equazioni (4), (5) è stato posto $\tau = \frac{t}{\gamma}$, il tempo misurato in unità di periodo di infezione medio, $f = \frac{\mu}{\gamma}$, è il periodo di infezione misurato in relazione alla durata media della vita, e $R_0 = \frac{\beta}{(\gamma+\mu)}$. Nella trattazione è di particolare rilevanza R_0, il tasso netto di riproduzione di un'infezione; esso descrive il valore atteso di nuovi casi di infezione generati da un singolo "tipico" individuo infetto, nella popolazione, durante il periodo di infettività di tale individuo [24]. Il valore del tasso netto di riproduzione dipende dalla contagiosità e dunque dalla velocità di diffusione della patologia nella popolazione. A titolo di esempio si possono citare AIDS e morbillo le cui contagiosità sono estremamente diverse. Specificatamente per la prima la trasmissione avviene attraverso rapporti sessuali o per via ematica, mentre il morbillo si diffonde per via aerea. Si può intuire dunque la diversa dinamica di generazione di nuovi casi e, quindi, la velocità di diffusione. Introducendo ora il livello critico di copertura nella popolazione p_c, necessario per immunizzare la popolazione, si può notare come esso sia una funzione di R_0, definita come:

$$p_c = \begin{cases} 0 & R_0 \leq 1, \\ 1 - \frac{1}{R_0} & R_0 > 1 \end{cases}$$

La patologia è dunque caratterizzata da un $R_0 > 1$, infatti $R_0 \leq 1$ implica l'assenza di nuovi casi di infezione, rendendo dunque non necessaria la somministrazione del vaccino. In particolare $\frac{dp_c}{dR_0} = \frac{1}{R_0^2}$, dunque il livello critico è crescente rispetto al tasso netto di riproduzione. Ciò è coerente con l'assunzione di una politica più impegnata per i vaccini, riguardo a malattie altamente trasmissibili.

Se $p \geq p_c$, dunque se la porzione di individui che si vaccina è superiore al livello critico richiesto per l'eliminazione, il modello converge ad un equilibrio caratterizzato dall'assenza della malattia: *disease-free state*. Formalmente: $(\widehat{S}, \widehat{I}) = (1-p, 0)$. Ciò significa che gli infettati sono una porzione esigua considerando l'alto valore di p, mentre i *susceptibles* tendono a 0, grazie alla dinamica della diffusa vaccinazione (*herd immunity*). Altrimenti se $p < p_c$, il modello converge ad un equilibrio endemico (*endemic state*) così definito:

$$\widehat{S} = 1 - p_c \tag{3.6}$$

$$\widehat{I} = \frac{f}{1+f}(p_c - p) \tag{3.7}$$

L'equazione (6) esprime la porzione di *susceptibles* come il complemento a uno della popolazione vaccinata, come nel caso precedente. La (7) invece, descrive gli *infectious* evidenziando il differenziale di vaccinazione (quanti individui mancano per raggiungere il livello critico). Sia π la probabilità che un individuo non vaccinato possa essere infettato, dato il livello di copertura p nella popolazione. In *endemic state* S e I sono costanti, perciò utilizzando le equazioni (4), (5), (6), (7), si può esprimere la proporzione di individui *susceptibles* che divengono *infectious* rispetto gli individui che possono decedere in ogni unità di tempo [4].

$$\pi_p = \frac{R_0(1+f)\widehat{S}\widehat{I}}{R_0(1+f)\widehat{S}\widehat{I} + f\widehat{S}} \tag{3.8}$$

Dalla (7) si ottiene: $f = \frac{\widehat{I}(1+f)}{(p_c - p)}$, dalla relazione sul tasso netto di riproduzione segue: $p_c = 1 - \frac{1}{R_0}$. Per cui la (8) diventa: $\pi_p = \frac{R_0(1-p)-1}{R_0(1-p)}$, da cui segue: $\pi_p = 1 - \frac{1}{R_0(1-p)}$. Si può evincere che il parametro f non compare nell'espressione finale, ciò indica che la percentuale di *susceptibles* non dipende dal tasso di natalità né dal periodo di infezione. Chiamando r il rischio percepito relativo della vaccinazione, ovvero il rapporto tra il rischio percepito della vaccinazione e il rischio percepito di infezione, $r = \frac{r_v}{r_i}$, si ottiene che per $r < \pi_p$ qualcuno si vaccinerà con una probabilità $P^* \in (0,1)$, poiché il rischio relativo è minore rispetto alla probabilità che un individuo non vaccinato venga infettato. Quest'ultima relazione si può riscrivere come $R_0(1-r) > 1$, risolvendo l'equazione $r = \pi_p$ per P^* risulta: $P^* = 1 - \frac{1}{R_0(1-p)}$. Queste equazioni descrivono l'unico equilibrio di Nash stabile. Ciò significa che per ogni rischio percepito $r > 0$, con $P^* < p_c$, è impossibile eliminare la patologia attraverso la vaccinazione volontaria, se gli individui agiscono considerando solo il loro interesse (dunque non cooperativamente).

Capitolo 4

Comportamenti familiari razionali

Dopo aver esplicitato il modello SIR, si può passare alla discussione della scelta in merito alle decisioni di vaccinazione. Verranno distinte due situazioni. Nella prima si studierà la scelta operata da una famiglia sulla base delle informazioni ad essa disponibili, senza considerare i comportamenti delle altre famiglie. Nella seconda situazione, invece, si considereranno le interazioni tra le famiglie, definendo così un gioco di scelte razionali e strategiche. Per chiarezza argomentativa e metodologica può essere importante soffermarsi sui concetti, ricorrenti nella trattazione di informazione, razionalità e strategia.

4.1 *Ipotesi generali*

4.1.1 *Informazione*

Come detto nel primo capitolo, gli individui possiedono informazioni di vario genere che sono in grado di formulare e combinare tra loro, rispetto alle variabili di interesse (in questo caso infezione ed effetti collaterali del vaccino). L'insieme delle informazioni permette quindi di costruire la funzione di utilità degli individui, ovvero la funzione matematica che esprime il livello di benessere di un individuo rispetto alle variabili di interesse. Inoltre l'individuo esplicita delle preferenze, ovvero egli assegna valori (tramite parametri) diversi alle diverse variabili, indicando così la proporzione di combinazioni per lui migliore tra tali variabili. Nei casi in esame, tuttavia, ciò che interessa è una funzione di costo, in senso lato, ossia di costi che a vario titolo devono essere sopportati dall'individuo. Non vi sarà dunque una funzione di utilità, bensì una funzione di perdita, che andrà minimizzata per ottenere livelli più alti di soddisfazione, ovvero sopportare costi meno ingenti.

Benché tradotti in una dinamica quantitativa, i costi sopportati dagli individui non sono solo economici. Ad una scelta di comportamento, per esempio, possono essere associati costi psicologici e di rischio. I primi si connaturano come costi sostenuti per compiere delle scelte che non convincono appieno il soggetto, dunque non pienamente condivise (nel tema di vaccini si può citare la classificazione delle famiglie: *immunization advocates, go along to get alongs, health advocates*, *fencesitters, worrieds* [25]). Anche assumere un rischio è un costo; infatti esso può portare a situazioni caratterizzate da perdite, o comunque da sostanziali cambiamenti nelle preferenze dell'individuo.

4.1.2 *Razionalità*

Con il concetto di razionalità si intende la capacità degli individui di agire coerentemente rispetto alle proprie preferenze. Essi conoscono, ovviamente, le proprie preferenze, i possibili scenari delle loro azioni in relazione alle perturbazioni ambientali, e operano delle scelte per raggiungere un equilibrio per loro soddisfacente. L'informazione e la razionalità sono tra loro complementari, poiché per giungere alle decisioni riguardo i propri comportamenti, gli individui raccolgono le informazioni necessarie per valutare le possibili alternative e modalità d'azione. Nella trattazione non si assume il punto di vista classico della razionalità assoluta tipica dell'*homo eoconomicus*, il quale si presume possieda tutte le informazioni rilevanti e conosca tutte le alternative d'azione. La razionalità consiste piuttosto nell'attuazione di un modo di comportamento adatto al raggiungimento di determinati obiettivi, ad un insieme di procedure per realizzare delle scelte [26], [27].

4.1.3 *Strategia*

Per spiegare la strategia si fa riferimento alla teoria economica per cui un gioco è l'interazione strategica tra più soggetti, nella quale il comportamento strategico è rilevante nel processo decisionale [28]. Le diverse scelte che un giocatore compie configurano la sua strategia, ovvero i comportamenti, in relazione a quelli di altri giocatori, volti a ottenere delle vincite (*pay-off*) o, come in questo caso, a minimizzare dei costi e quindi delle perdite. Da un punto di vista formale il giocatore considera la propria strategia come funzione delle scelte proprie e degli altri. Si configura dunque, un'informazione completa, ovvero il giocatore sa quali sono le scelte per lui migliori, date le scelte e le azioni degli altri *players*. L'obiettivo rimane quello di massimizzare la propria utilità (o minimizzare i propri costi); in tale contesto la razionalità si qualifica come coerenza delle scelte e dunque della strategia, rispetto all'obiettivo del giocatore.

4.2 *Ottimizzazione individuale*

Sono necessarie alcune premesse per analizzare il modello per l'ottimizzazione del comportamento familiare senza interazioni strategiche [5].

1. Il modello epidemiologico è il modello SIR, la patologia è caratterizzata da un tasso netto di riproduzione $R_0 > 1$, mentre il valore critico che permette l'eliminazione della

patologia è $p_c = 1 - \frac{1}{R_0}$.

2. Il vaccino è perfetto, ovvero, esso viene somministrato alla nascita e assicura una copertura totale per tutta la vita di chi vi si sottopone. Non vi è possibilità di una strategia di recupero, ovvero vaccinarsi successivamente al momento della nascita.

3. Non vi è interazione strategica tra le famiglie, ed esse hanno preferenze omogenee; ciò permette di considerare una famiglia rappresentativa.

La famiglia può decidere tra due stati del mondo esclusivi: vaccinare i figli, oppure, non vaccinarli. Essa fronteggia quindi una funzione di perdita definita come:

$$L = \rho_I^2(p) + \beta\rho_V^2(p) \tag{4.1}$$

La funzione è di tipo quadratico, tuttavia in questo caso (rispetto all'uso comune nei problemi economici) tale forma non sottolinea un'uguale perdita provocata da variazioni siano esse inferiori o superiori rispetto al valore critico della variabile. Infatti ogni trattazione considererà separatamente i due possibili casi rispetto al valore critico, essendo di estrema importanza concettuale. Gli elementi di tale funzione sono:

- $\rho_I(p)$ e $\rho_V(p)$ rispettivamente il rischio percepito di infezione e il rischio percepito di effetti collaterali del vaccino.

- β è il costo relativo del vaccino definito come il rapporto tra il costo per effetti collaterali alla vaccinazione (VSE *vaccine side effect*) e il costo dell'infezione: $\frac{c.VSE}{c.INF}$. Entrambi i costi racchiudono diverse tipologie di costo: economico, sociale, sanitario, costo-opportunità, etico.

Il livello ottimale di tale funzione si ha quando $\rho_I = \rho_V = 0$, ovvero quando la patologia è stata eliminata. Esso implica non solo rischio di infezione nullo (poiché la patologia non si riproduce) ma soprattutto anche necessità di vaccinazione nulla: dato che la patologia non può riprodursi, non serve immunizzarsi. Ogni deviazione da tale situazione rappresenta una perdita di benessere.

In particolare le derivate parziali sono $\frac{dL}{d\rho_I} = 2\rho_I > 0$ e $\frac{dL}{d\rho_V} = 2\beta\rho_V > 0$ nell'ipotesi di $\beta > 0$. La funzione è dunque crescente in entrambi i rischi percepiti: un aumento di uno di tali rischi, *coeteris paribus*, peggiora la funzione di perdita sociale, riducendo il benessere della popolazione. Per ora si può non considerare il caso limite in cui $\beta = 0$, corrispondente al caso in cui la famiglia non assegni costi al VSE: $c.VSE = 0, \Rightarrow \frac{c.VSE}{c.INF} = 0, \Rightarrow \beta = 0$.

In tale caso la funzione di perdita sociale coincide con il quadrato del rischio percepito di infezione: $\beta = 0 \Rightarrow L = \rho_I^2$.

4.2.1 *Informazioni possedute dalle famiglie*

Si suppone che le famiglie abbiano delle conoscenze condivise riguardo alla vaccinazioni, precisamente [5]:

1. Sanno che maggiore è il livello di infettività della patologia e più stringenti saranno le politiche di vaccinazione.
2. Sono consapevoli che la diffusione del vaccino a livello collettivo riduce il rischio di infezione individuale.
3. Sono a conoscenza che una copertura totale di immunizzazione della popolazione (100% di vaccinati) sicuramente eliminerà la patologia.

Si distinguono due casi: famiglie pienamente informate e famiglie non pienamente informate. Le prime conoscono esattamente il valore critico p_c necessario per l'eliminazione della patologia. Le seconde non conoscono tale valore, pertanto esse credono che l'unica strategia percorribile per l'eliminazione sia l'immunizzazione totale (100% di vaccinati).

4.2.2 *Famiglie pienamente informate*

Il rischio percepito di infezione è definito come:

$$\rho_I(p) = \begin{cases} H(p_c - p) & p < p_c \\ 0 & p_c \leq p \leq 1 \end{cases} \tag{4.2}$$

dove $H > 0$ è una costante. I due casi limite di tale funzione sono:

- $p = 0 \Rightarrow \rho_I(0) = Hp_c$, il rischio percepito di infezione nel caso di completa assenza di immunizzazione nella popolazione.
- $p = p_c \Rightarrow \rho_I(p_c) = 0$, il rischio percepito di infezione nel caso di immunizzazione nella popolazione uguale al livello critico richiesto. Esso è nullo poiché l'eliminazione, per ipotesi, è stata raggiunta.

Il rischio percepito di effetti collaterali alla vaccinazione è definito come:

$$\rho_V(p) = \alpha p \tag{4.3}$$

dove $\alpha > 0$ è la probabilità condizionata di subire effetti collaterali data la vaccinazione. Inserendo la (10) e la (11) nella (9) otteniamo la funzione di perdita sociale in funzione del livello di adesione alla vaccinazione (12).

$$L(p) = \begin{cases} H^2(p_c - p)^2 + \beta\alpha^2 p^2 & p < p_c \\ \beta\alpha^2 p^2 & p \geq p_c \end{cases} \tag{4.4}$$

Il parametro $\alpha > 0$ (esogeno) rappresenta la probabilità di subire effetti negativi dalla vaccinazione. La funzione $L(p)$ è continua su $[0, 1]$ e differenziabile almeno su $[0, p_c)$ U $(p_c, 1]$, essendo la derivata

$$L'(p) = \begin{cases} -2H^2(p_c - p) + 2\beta\alpha^2 p & p < p_c \\ 2\beta\alpha^2 p & p > p_c \end{cases}$$

Osservato che $L'(p_c^-) = L'(p_c^+) = 2\beta\alpha^2 p_c$ si conclude che $L(p)$ è differenziabile anche in $p = p_c$. Inoltre, $L'(p)$ è una funzione crescente, quindi $L(p)$ è convessa e ha un minimo in $p^* \in (0, 1)$ se e solo se $L'(p^*) = 0$. Per trovare il livello ottimale di p, che minimizza la funzione di perdita, ponendo la derivata prima della funzione uguale a zero; $\frac{dL(p)}{dp} = 0$ si ottiene: $\frac{dL(p)}{dp} = -2H^2 p_c + 2pH^2 + 2\beta\alpha^2 p = 0$,

$$p^* = \frac{H^2}{H^2 + \beta\alpha^2} p_c \tag{4.5}$$

Imponendo ora $\frac{H^2}{H^2+\beta\alpha^2} = \varepsilon$ dunque segue che $p^* = \varepsilon p_c$. Dove $0 < \varepsilon < 1$. L'espressione indica la propensione ottima alla vaccinazione. Si può notare come essa sia sempre inferiore del livello ottimo di copertura p_c essendo $\varepsilon < 1$.

4.2.3 *Famiglie non pienamente informate*

Il rischio percepito di infezione è definito come:

$$\rho_I(p) = K(1 - p) \tag{4.6}$$

dove $K > 0$ è una costante. I due casi limite di tale funzione sono:

- $p = 0 \Rightarrow \rho_I = K$. Se nessun individuo della popolazione si vaccina, il rischio percepito di infezione è massimo e pari a K.

- $p = 1 \Rightarrow \rho_I = 0$. Se tutti gli individui della popolazione si vaccinano il rischio percepito di infezione è nullo.

Data la (14) si nota che: $\frac{d\rho_I}{dp} = -K$, ciò dimostra che il rischio percepito di infezione è una funzione decrescente del livello di copertura vaccinale, coerente con la seconda assunzione riguardo alle conoscenze delle famiglie. Come assunto in precedenza, le famiglie non pienamente informate non conoscono il livello critico (p_c) di diffusione del vaccino, esse dunque perseguono la strategia dell'immunizzazione totale: credono, che sia necessaria una diffusione del 100% del vaccino nella popolazione per eliminare la patologia.

Inserendo la (14) e la (11) nella (9) si ottiene:

$$L(p) = K^2(1-p)^2 + \beta\alpha^2 p^2 \tag{4.7}$$

definita per $0 \leq p \leq 1$. Tale funzione è differenziabile e convessa. Per minimizzare tale funzione di perdita considerando la derivata prima della funzione e ponendo: $\frac{dL}{dp} = 0 \Rightarrow \frac{dL}{dp} = -2K^2 + 2pK^2 + 2\beta\alpha^2 p = 0$, da cui si ottiene:

$$p_{opt} = \frac{K^2}{K^2 + \beta\alpha^2} \tag{4.8}$$

Si può notare come nella (14) e nella (15) a differenza rispettivamente della (10) e della (11) il rischio percepito di infezione ρ_I e la funzione di perdita L, non dipendono dal livello critico p_c, ciò è dovuto alla mancanza informativa relativa al livello critico e dunque alla non necessità di trattare le variazioni di questo, come invece avviene nel caso di famiglie pienamente informate.

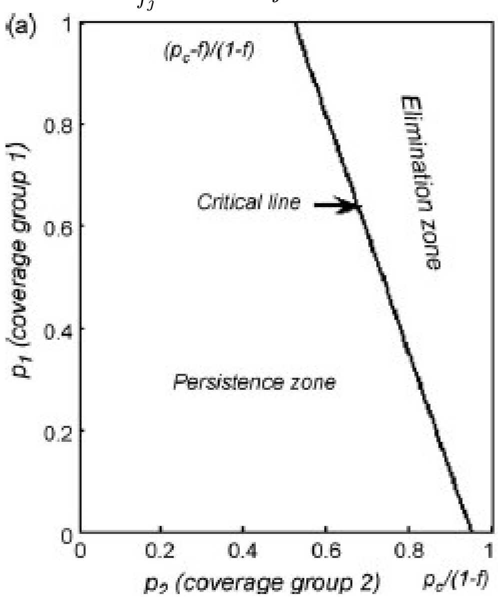
Paragonando i due casi si evince dai due punti di ottimo, equazioni (13) e (16), che: Se $K = H \Rightarrow p_{opt} = \varepsilon$, essendo $p_c < 1 \Longleftrightarrow p_{opt} > p^*$. In questa situazione dunque si raggiunge una copertura superiore rispetto al caso delle famiglie non pienamente informate.

4.3 *Ipotesi che solo una frazione di popolazione possa vaccinare*

Per rendere più realistica (e interessante) la trattazione delle scelte di vaccinazione, si può considerare la situazione in cui solo una porzione della popolazione decida di vaccinarsi, ad esempio perché l'altra porzione della popolazione esercita l'esenzione razionale e volontaria.

In tal caso il livello di diffusione del vaccino è definito come $p_1 = pf_1$ dove f_1 rappresenta la frazione della popolazione che può vaccinarsi. Considerando una patologia coerente con il modello SIR, una popolazione divisa in due gruppi $f_{1,}f_2$, con livelli di copertura eterogenei p_1, p_2, se la popolazione è distribuita omogeneamente il livello di copertura collettivo è una funzione lineare dei livelli di copertura nei due gruppi: $p = p_1f_1 + p_2f_2$. Posta la regola di eliminazione $p \geq p_c$ segue la regola di eliminazione nel caso in esame: $p_1f_1 + p_2f_2 \geq p_c$ [5]. Ciò che è fondamentale notare è che il livello critico di copertura non dipende più solo dall'immunizzazione nella popolazione, ma anche dall'entità dei due gruppi. Si può riscrivere la regola di eliminazione come: $p_1 = p^*_{1,c} - p_2\frac{f_2}{f_1}$ dove $p^*_{1,c} = \frac{p_c}{f_1}$. Questa regola può essere interpretata graficamente come la linea critica di vaccinazione CL, definita come la linea che, all'interno del quadrato delle vaccinazioni, definisca le politiche di eliminazione della malattia. Il quadrato delle vaccinazioni ha come lati i livelli di copertura nei due gruppi, pertanto le dimensioni sono $[0,1]\times[0,1]$, data la retta CL, il coefficiente angolare è $m = -\frac{f_2}{f1}$, si nota che la pendenza è negativa, ciò implica che un aumento nel livello di copertura del vaccino in un gruppo permette una diminuzione di copertura del vaccino nell'altro gruppo, senza compromettere l'eliminazione. Le due intercette $p^*_{1,c} = \frac{p_c}{f_1}$, e $p^*_{2,c} = \frac{p_c}{f_2}$ rappresentano lo sforzo che un gruppo deve sopportare, in termini di livello di immunizzazione all'interno del medesimo, se l'altro gruppo non si vaccina. Se entrambe le intercette eccedono l'unità, $p^*_{1,c}, p^*_{2,c} > 1$, l'eliminazione è irraggiungibile senza cooperazione tra i gruppi.

Infatti sia $p^*_{j,c} > 1$ e si voglia $p_if_i + p_jf_j \geq p_c$ segue che: $p_if_i + p_jf_j \geq p_c \Rightarrow p_i\frac{f_i}{f_j} + p_j \geq p^*_{j,c} > 1 \Rightarrow p_i\frac{f_i}{f_j} > 1 - p_j > 0 \Rightarrow p_i > 0$.



Quadrato delle vaccinazioni, linea critica e zona di eliminazione.

dati della patologia: $R_0 = 5$,$p_c = 0.8$, $f_2 = 0.9$ [5]

4.4 *Gioco di vaccinazioni*

Vi sono diversi possibili modelli di teoria dei giochi con i quali analizzare le decisioni in merito alle vaccinazioni.

L'equilibrio di Nash è definito dalle strategie dominanti di entrambi i giocatori, dunque in tale equilibrio la strategia del primo gruppo è risposta ottima alla strategia del secondo gruppo, e viceversa [28].

L'equilibrio di Stackelberg impone, a differenza di Nash che è simultaneo, una gerarchia nelle decisioni e dunque implica una sequenzialità. Si assume che il gruppo contro-vaccino abbia un vantaggio informativo: esso sa che i pro-vaccino si vaccineranno. Questo vantaggio informativo permette loro di decidere conoscendo già la strategia dell'altro gruppo [29].

Infine, si ipotizza un equilibrio caratterizzato da un pianificatore sociale, il quale può imporre coattivamente la vaccinazione. Il pianificatore opera per minimizzare la funzione di perdita sociale, imponendo il livello critico di vaccinazione necessario per l'eliminazione della patologia.

4.4.1 *Impostazione del modello*

Rispetto alle assunzioni della sezione precedente, ora si considerano delle interazioni strategiche tra i due gruppi, che caratterizzano per l'appunto la fattispecie della teoria dei giochi. Ipotizzando dunque che ciascun gruppo (famiglia) consideri, nel prendere le proprie decisioni, anche le scelte operate dall'altro gruppo (famiglie). I gruppi sono cosi definiti [5]:

- Le famiglie sono divise in due gruppi f_1, f_2, non è ammessa migrazione tra i gruppi.
- Le famiglie hanno preferenze eterogenee tra i due gruppi ma omogenee all'interno del medesimo gruppo.
- I contro-vaccino (gruppo 1) hanno un maggiore costo associato agli effetti collaterali della vaccinazione (VSE), che si riflette in: $\beta_1 > \beta_2 \geq 0$, e sono meno numerosi nella popolazione $f_1 < \frac{1}{2}$.

Focalizzandosi sulle famiglie pienamente informate il problema di perdita è:

$$\min_{p_j} L_j = [\rho_I(p)]^2 + \beta_j \alpha^2 p_j^2, \tag{4.9}$$

dove $j = 1, 2$ e $0 \leq p_1, p_2 \leq 1$.

Il rischio percepito di infezione è definito dalla (10) ed è lo stesso per entrambi i gruppi. Mentre il rischio percepito di VSE è diverso nei due gruppi. Inoltre il livello di copertura è dato da $p_1 f_1 + p_2 f_2$. Ovvero, ciascuna famiglia sa che il livello di copertura collettivo dipende sia dalle scelte del proprio gruppo, quanto dalle scelte dell'altro gruppo.

4.4.2 *Equilibrio di Nash*

L'equilibrio di Nash è rappresentato graficamente come l'intersezione tra le funzioni di reazione dei due diversi gruppi. Affinché sia ottenibile tale equilibrio, e in tale equilibrio si realizzi l'eliminazione, sono necessarie due condizioni. Prima condizione: le famiglie pro-vaccinazione non devono sopportare costi dalla vaccinazione, ovvero $\beta_2 = 0$. Seconda condizione: il gruppo di famiglie pro-vaccinazione deve essere sufficientemente ampio.

$$p_1^{Nash} = \frac{H^2 f_1 \beta_2}{H^2(f_1^2\beta_2 + f_2^2\beta_1) + \alpha^2\beta_1\beta_2} p_c \tag{4.10}$$

$$p_2^{Nash} = \frac{H^2 f_2 \beta_1}{H^2(f_1^2\beta_2 + f_2^2\beta_1) + \alpha^2\beta_1\beta_2} p_c \tag{4.11}$$

Combinando la (9) e la (10), con i pesi f_1 e f_2, si ottiene la copertura totale:

$$p^{Nash} = p_1^{Nash} f_1 + p_2^{Nash} f_2 = p_1^{Nash} = \frac{H^2(f_1^2\beta_2 + f_2^2\beta_1)}{H^2(f_1^2\beta_2 + f_2^2\beta_1) + \alpha^2\beta_1\beta_2} p_c \tag{4.12}$$

Si può notare che il termine $\frac{H^2(f_1^2\beta_2+f_2^2\beta_1)}{H^2(f_1^2\beta_2+f_2^2\beta_1)+\alpha^2\beta_1\beta_2}$ è sicuramente minore o uguale all'unità, perciò, dalla (20) segue: $\frac{H^2(f_1^2\beta_2+f_2^2\beta_1)}{H^2(f_1^2\beta_2+f_2^2\beta_1)+\alpha^2\beta_1\beta_2} \leq 1 \Rightarrow p^{Nash} \leq p_c$. Nel caso di famiglie informate, dunque, l'equilibrio di Nash non è in grado di promuovere una copertura superiore a quella del livello critico.

4.4.3 *Equilibrio di Stackelberg*

Anche questo equilibrio richiede $\beta_2 = 0$, tuttavia esso è caratterizzato dalla sequenzialità delle decisioni. Il gruppo 1, anti-vaccino, agisce come *leader*, ovvero implementerà la propria strategia già conoscendo la strategia del *follower*. Il gruppo 2, pro-vaccino, gioca come *follower,* senza conoscere le azioni del *leader.* In questo caso sembra coerente assegnare il vantaggio informativo delineato dalla sequenzialità del gioco al gruppo contro-vaccino, infatti, esso sa che il gruppo pro-vaccino si vaccinerà, pertanto conosce già le azioni del gruppo 2:

$$p_1^{Stack} = \frac{f_1^2 H^2 (1-\varepsilon_2)^2}{f_1^2 H^2 (1-\varepsilon_2)^2 + \alpha^2\beta_1} p_c \tag{4.13}$$

dove $\varepsilon_2 = \frac{f_2^2 H^2}{\alpha^2 \beta_2 + f_2^2 H^2}$. Il gruppo 1 conosce la funzione di reazione del gruppo 2, $M_2(p_1)$; per conoscere dunque p_2^{Stack} è sufficiente considerare $M_2(p_1^{Stack})$. In questo caso, rispetto al precedente, il contributo all'immunizzazione della collettività da parte del gruppo 1 sarà certamente inferiore, infatti, conoscendo già che alcune famiglie si vaccineranno, vi è un incentivo di *free riding* per i contro-vaccino, che possono così sfruttare l'esternalità positiva della vaccinazione altrui sostenendo costi minori sia in termini di VSE, che di infezione. Se si pensa per assurdo al caso in cui $p_1 f_1 \to 0$, (nessuno nel gruppo 1 si vaccina), l'onere dell'immunizzazione ricade totalmente sul gruppo 2, compreso il costo di VSE il quale, al contrario, nel gruppo 1 è nullo poiché non vi sono vaccinazioni $\beta_1 = 0$.

4.4.4 *Pianificatore sociale*

Per evitare la trappola dell'eliminazione impossibile, ovvero l'impossibilità di raggiungere il livello critico e dunque realizzare l'eliminazione, presente nei casi precedenti, si può prendere in esame la possibilità di affidare le politiche di vaccinazione ad un pianificatore sociale che minimizza la funzione di perdita sociale $L = L(p_1, p_2)$, definita come il valore medio delle funzioni dei due gruppi ponderate per la loro entità nella comunità. Dunque il pianificatore risolve tale problema:

$$\min_{p_1, p_2} xL_1 + (1 - x)L_{2,} \tag{4.14}$$

dove $0 \leq x \leq 1$. Nella (22) x rappresenta il valore che il pianificatore attribuisce alla perdita del gruppo 1. L'equilibrio di Nash nel caso del pianificatore sociale è definito come:

$$p^{Soc} = (p_1^{Soc}, p_2^{Soc}) \tag{4.15}$$

Ovvero la coppia di valori nei due gruppi:

$$p_1^{Soc} = \begin{cases} \widehat{p}_1, & \widehat{p}_1 < 1 \\ 1, & altrimenti \end{cases}$$

$$p_2^{Soc} = \begin{cases} \widehat{p}_2, & \widehat{p}_1 < 1 \\ \frac{H^2 f_2^2 (p_{2,c}^* - \frac{f_1}{f_2})}{H^2 f_2^2 + (1-x)\beta_2 \alpha^2} & altrimenti \end{cases}$$

dove:

$$\widehat{p}_1 = \frac{(1-x) f_1 H^2 \beta_2}{H^2 \left[(1-x) f_1^2 \beta_2 + x \beta_1 f_2^2\right] + x(1-x)\alpha^2 \beta_1 \beta_2} p_c$$

$$\widehat{p}_2 = \frac{x f_2 H^2 \beta_1}{H^2 \left[(1-x) f_1^2 \beta_2 + x \beta_1 f_2^2\right] + x(1-x)\alpha^2 \beta_1 \beta_2} p_c$$

Se $x \in (0, 1)$ si può evincere che $p^{Soc} = p_1^{Soc} f_1 + p_2^{Soc} f_2 < p_c$. Ciò implica che quando le preferenze di entrambi i gruppi sono considerate nella funzione di perdita sociale, e con costi VSE positivi ($\beta > 0$), l'eliminazione, in presenza di famiglie pienamente informate, è impossibile anche nel caso del pianificatore sociale. Si possono allora considerare i due casi limite [5] rispettivamente per $x = 0$ e per $x = 1$.

Caso 1.

$x = 0 \Rightarrow \widehat{p}_2 = 0$, inoltre $x = 0 \Rightarrow \widehat{p}_1 > 1$. Dalla (23) segue che il punto di minimo globale della funzione di perdita sociale è descritto nelle situazioni caratterizzate da "*altrimenti*", ciò significa rispettivamente: $p_1^{Soc} = 1$ e $p_2^{Soc} = \frac{f_2^2 H^2}{f_2 H^2 + \beta_2 \alpha^2} \left(p_{2,c}^* - \frac{f_1}{f_2} \right)$.

Caso 2.

$x = 1 \Rightarrow \widehat{p}_1 = 0$, inoltre $x = 1 \Rightarrow \widehat{p}_1 < 1$. Dalla (23) segue che il punto di minimo globale è: $p_1^{Soc} = \widehat{p}_1 = 0$ e $p_2^{Soc} = p_{2,c}^*$. Per p_2^{Soc} imponendo, come da ipotesi $x = 1$, segue infatti: $\widehat{p}_2 = \frac{f_2 H^2 \beta_1}{H^2 \beta_1 f_2^2} p_c = \frac{p_c}{f_2} = p_{2,c}^*$.

Questi due casi esplicano le situazioni limite in cui rispettivamente non vengono considerate le preferenze delle famiglie contro-vaccino (caso 1), e (caso 2) vengono considerate esclusivamente le preferenze delle famiglie contro-vaccino. Ci si può soffermare su due considerazioni circa questi due casi limite. Nel caso 2, la regola di eliminazione non richiede $\beta_2 = 0$ a differenza degli equilibri precedenti, poiché, semplicemente le preferenze (e dunque anche i costi sopportati dal gruppo 2 non sono presi in considerazione). Ciò significa che il gruppo 1 otterrà il suo ottimo non vaccinandosi completamente, mentre il solo gruppo 2 parteciperà alla minimizzazione della funzione di perdita sociale. Appare evidente in questo caso il *free-riding* del gruppo 1 rispetto allo sforzo unilaterale dei pro-vaccino. Il caso 1, invece, restituisce il peggior risultato in termini di immunizzazione nella popolazione, anche e soprattutto rispetto agli altri equilibri.

Considerando la relazione $p^{Soc} = p_1^{Soc} f_1 + p_2^{Soc} f_2$, e sostituendo con i risultati ottenuti, ricordando che $p_{j,c}^* = \frac{p_c}{f_j}$ nei due casi si ottiene:

Se $x \to 0 \Rightarrow p^{Soc} = f_1 + \frac{f_2^2 H^2}{f_2 H^2 + \beta_2 \alpha^2} (p_c - f_1) < p_c$.

Se $x \to 1 \Rightarrow p^{Soc} = p_{2,c}^* f_2 = p_c$.

Per $x = 0$ non è possibile l'eliminazione mentre per $x = 1$ essa è possibile ma solo se il gruppo 2 è sufficientemente ampio[1].

[1] 6845

Capitolo 5

Un'analisi critica

Per qualificare le strategie delle famiglie e delineare così i vari equilibri, sono state imposte diverse assunzioni, necessarie per la costituzione del modello. Tuttavia vi è il rischio che alcune assunzioni restituiscano una situazione poco esemplificativa della realtà a causa dell'inevitabile astrattezza e rigidità che contraddistingue ogni modello. Da un punto di vista economico si è interessati ai comportamenti degli individui, in modo tale da poter definire delle politiche socialmente efficienti per la comunità nella sua interezza, per tale ragione può essere utile individuare alcuni punti critici nell'impostazione del modello. Le conoscenze possedute dalle famiglie rappresentano assunzioni meno vincolanti e più coerenti. La seconda assunzione (diffusione collettiva e rischio individuale) è un'informazione facilmente disponibile: se molte persone si vaccinano, la malattia circola più difficilmente e il rischio di infezione individuale diminuisce. Da questa si può dedurre la terza assunzione, ovvero che una copertura del 100%, corrispondente alla totale immunizzazione, certamente eliminerà la patologia. Sembra anche di facile conoscenza per le famiglie la prima assunzione, ossia sapere che malattie più infettive e contagiose necessitino di politiche più impegnate e attente. La conoscenza del livello critico, che rappresenta la discriminante tra famiglie pienamente informate e non, è invece più complessa come questione. Il livello obiettivo a cui si fa riferimento solitamente in termini di politiche pubbliche, è quello indicato dall'OMS e corrisponde circa al 95% [10]. Tale livello è sicuramente sufficiente ad eliminare la patologia, ma il livello critico è differente e dipende da varie caratteristiche: tasso netto di riproduzione, contagiosità, condizioni ambientali. È difficile che le famiglie conoscano precisamente tale valore. Tuttavia pensando ai casi più esemplificativi per l'approccio economico (profilo dei costi ed efficienza allocativa) si potrebbero considerare valori diversi di p_c in relazione a diverse malattie, per notare la variazione di politica rispetto alla specifica patologia.

5.1 *Equilibri a confronto*

La seguente tabella riassume i casi precedentemente analizzati.

equilibrio	presupposti	regola eliminazione	condizioni eliminazione
Nash	$\beta_2 = 0$	$p^{Nash} \leq p_c$	f_2 grande
Stackelberg	$\beta_2 = 0$	$p_1^{Stack} < p_c$	f_2 grande
Pianificatore sociale (caso 1)	$x = 0$	$p^{Soc} < p_c$	impossibile
Pianificatore sociale (caso 2)	$x = 1,$	$p^{Soc} = p_{2,c}^{*} f_2 = p_c$	f_2 grande

I presupposti dei casi sembrano molto stringenti. Nei casi di Nash e Stackelberg è molto difficile postulare l'ipotesi di omogeneità all'interno del gruppo, infatti per quanto le diverse famiglie siano poste di fronte ad una scelta chiara e netta (vaccinare, o non vaccinare) tale decisione sarà il frutto di riflessioni specifiche ad ogni contesto familiare e il livello di adesione alla vaccinazione, seppur praticata, può avere entità e costi percepiti differenti che si tradurrebbero in β diversi per le famiglie all'interno di un medesimo gruppo. Spesso in economia si applicano modelli di tipo deterministico i quali studiano un caso (un soggetto, una famiglia, un'impresa) e si immagina che tale caso venga replicato svariate volte, quindi rappresentativo di aggregazioni più ampie. Ciò è necessario per evitare la costruzione di modelli troppo complessi e poco utili nella disamina di situazioni reali. Tuttavia in questo caso i rischi percepiti sono probabilità soggettive strettamente connesse con le peculiarità di ogni famiglia; considerare un unico ed eguale valore, che potrebbe essere il valore atteso della funzione di probabilità rappresentativa della popolazione, potrebbe non tener in considerazione le istanze di diversi soggetti. Dato che l'economia del benessere si ripropone di bilanciare l'interesse individuale e quello collettivo, tale ipotesi potrebbe non delineare un quadro esaustivo delle scelte delle popolazione. Inoltre, guardando ai due casi sopra citati, pare molto forte imporre un $\beta_2 = 0$, il che significa che le famiglie del secondo gruppo non percepiscano costi dalla vaccinazione. Tra la decisione di vaccinare o non vaccinare i propri figli, ciascuna famiglia compara il rischio di infezione, con gli effetti ad essa connessi, e il rischio di effetti collaterali della vaccinazione. Se ne deduce che se alcuni opteranno per la vaccinazione, sarà poiché essa avrà una probabilità di effetti negativi collaterali minori (VSE) che si traducono in una preferenza percepita per la vaccinazione, ma non per forza in un costo relativo del vaccino nullo (appunto $\beta = 0$) [24]. Sicuramente nell'equilibrio di Stackelberg il contributo del gruppo 1 sarà inferiore rispetto al caso di Nash, a causa del vantaggio informativo. Sembra dunque coerente affermare che il caso Nash restituisca un output migliore in termini di efficienza collettiva. Sicuramente la sequenzialità (e dunque il vantaggio) del caso Stackelberg risultano essere giustificati, poiché restituiscono una dinamica che effettivamente è presente (sapere che altri si vaccinano). Tuttavia è pur vero che il *free riding* del gruppo 1 è vantaggioso, finché il livello di *herd immunity* è favorevole: se gradualmente diminuisce la copertura vaccinale nell'intera popolazione, il vantaggio dato dalla sequenzialità diventa marginale, se non inutile. Nei casi limite del pianificatore sociale pare politicamente e socialmente inaccettabile considerare le preferenze solo di un gruppo piuttosto che di un altro, e in aggiunta neanche utile per l'efficienza. Si può notare che il caso 1 è l'unico (tra i quattro) a restituire sempre un'eliminazione impossibile, qualunque siano le proporzioni dei gruppi. È interessante sottolineare che il peggior risultato è associato al caso in cui non vengono considerate le preferenze proprio dei contro-vaccino. Quindi le politiche impegnate nella diffusione della vaccinazione devono concentrarsi su chi è avverso alla vaccinazione e ne è sprovvisto.

5.2 *Ampiezza del gruppo pro-vaccinazione*

Escludendo l'unico caso di eliminazione impossibile certa (caso 1, pianificatore sociale), si può notare come ogni equilibrio sia subordinato alla condizione di ampiezza del gruppo 2. Ciò è coerente con il concetto di *herd immunity*: essa opera solo se i casi di non immunizzazione sono talmente esigui da non generare nuovi casi di infezione. La protezione indiretta di cui gode il gruppo 1, sarà tale finché il gruppo 2 sarà molto ampio, diversamente il livello critico non sarà raggiunto, e la patologia non verrà eliminata. L'assunzione fatta in sede di impostazione del modello di $f_2 > \frac{1}{2}$ è necessaria per assicurare un gruppo 2 superiore numericamente al gruppo 1, ma non è assolutamente sufficiente per garantire non solo l'eliminazione, ma neppure un buon livello di *herd immunity*. Vista la centralità della dinamica della vaccinazione in una popolazione (attualmente in calo nel nostro paese), è possibile pensare al ruolo che può esercitare l'informazione nel determinare le proporzioni dei due gruppi di contro-vaccino e pro-vaccino.

5.3 *Una campagna informativa*

Le ipotesi più stringenti riguardano la perfezione del vaccino e la non migrazione tra i gruppi. La prima impedisce la strategia di recupero, ossia vaccinare i figli dopo la nascita; la seconda vieta cambiamenti di posizionamento nei due gruppi. Tali ipotesi sono tra loro coerenti e interdipendenti: non vaccinerò mio figlio in altri momenti perché non cambierò idea, non cambierò idea perché non potrò vaccinare mio figlio in altri momenti. Esse servono, da un punto di vista metodologico, a evitare un dinamismo che sarebbe impossibile da trattare con gli strumenti matematici della minimizzazione dei costi. Tuttavia visti la centralità dell'informazione e l'interesse da parte dell'economia di sfruttare le campagne informative per perseguire obiettivi ottimali per la società (ad esempio *nudging* in contesto sanitario [30]), queste assunzioni sembrano limitare l'intervento delle politiche per promuovere la vaccinazione. In effetti una società vorrebbe incentivare la migrazione dal gruppo contro-vaccino al gruppo pro-vaccino, e anche la strategia di recupero per ridurre il bacino di soggetti che potrebbero contrarre la patologia. Nella recente riduzione dell'adesione alla vaccinazione hanno giocato un ruolo fondamentale le nuove piattaforme di comunicazione dei *social networks* [15], a causa della divulgazione di argomentazioni non suffragate dal metodo scientifico. Si propone allora una campagna informativa sviluppata da Castilho [6], coerente con il modello assunto nel corso della trattazione.

Supponendo che la patologia sia descritta dal modello SIR, e che l'arco temporale totale della campagna sia limitato rispetto a un budget, si immagina una campagna orientata alla riduzione del tasso di infezione e all'aumento del tasso di rimozione. Gli obiettivi sono rispettivamente: promuovere i *susceptibles* ad avere comportamenti protettivi e incentivare gli *infectious* ad uscire dalla loro classe. Tra questi comportamenti protettivi può anche essere considerata la vaccinazione, immaginando infatti che durante un periodo di nuova circolazione della malattia (ad esempio attualmente in Italia per quanto riguarda il morbillo) più famiglie, che non avevano vaccinato i propri figli alla nascita, decidano di vaccinarli. D'altro canto gli *infectious* se escono dalla loro situazione impediscono alla patologia di circolare, riducendo il rischio di infezione per i *susceptibles*. Da un punto di vista pratico l'effetto della campagna dovrebbe essere quello di ridurre la probabilità che un *susceptible* contragga la patologia.

Rispetto al modello SIR del capitolo 2, i tre compartimenti sono considerati dinamicamente nel tempo, soggetti all'azione di due controlli. Dunque $S(t), I(t), R(t)$ sono rispettivamente *susceptibles*, *infectious* e *recovered,* in una popolazione chiusa di N individui al tempo t. Le equazioni del moto sono [6]:

$$\frac{dS}{dt} = -u_1 SI$$

$$\frac{dI}{dt} = u_1 SI - u_2 I$$

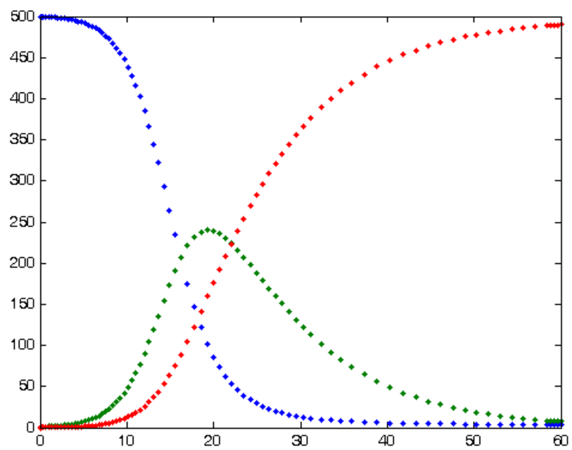
$$\frac{dR}{dt} = u_2 I$$

Rispetto alle equazioni (1), (2), (3) non sono considerate le dinamiche della vaccinazione e di natalità e mortalità. La vaccinazione non è considerata per mettere in risalto i comportamenti protettivi che vogliono essere incentivati dalla campagna informativa, e dunque si assume non ve ne siano di pregressi. Il tasso medio di natalità e mortalità μ non è considerato per evitare controlli dinamici più complicati da gestire, e per concentrarsi sulla campagna informativa migliore data la popolazione di N individui, evitando variazioni di tale valore. Ricordando i parametri del capitolo 2 $\beta, \gamma > 0$, essi sono rispettivamente il tasso di trasmissione e di immunizzazione in assenza della campagna informativa. I controlli sono $u_1(t), u_2(t)$ con $u_1(t) \in [\beta_m, \beta]$ e $u_2(t) \in [\gamma, \gamma_M]$ e $\beta_m > 0$. Il controllo u_1 rappresenta i comportamenti protettivi, pertanto influisce negativamente sulla classe S poiché toglie individui da essa. Il controllo u_2 si riferisce al tasso di rimozione, influenza positivamente la classe dei *recovered*, poiché sposta individui dalla classe I alla R. Nel capitolo 2 si è detto come l'unico modo per entrare nella classe *recovered* sia attraverso la classe *infectious*, quindi il numero totale di infetti è dato da:

$$\lim_{t\to\infty} R(t) = \int_0^\infty \gamma I(t)dt$$

il primo termine è giustificato dall'ipotesi del modello SIR, ovvero che si possa entrare nella classe R solamente dalla classe I. Nel secondo termine γI, dove γ è il tasso di immunizzazione, rappresenta il trasferimento degli individui dalla classe I alla R.

Ci si aspetta che il numero di *susceptibles* diminuisca, mentre il numero degli *infectious* aumenti. Infatti una riduzione nelle vaccinazioni suppone un ampliamento degli individui potenzialmente infettabili, che diventano poi infettati se contraggono la malattia. Si può dunque ragionevolmente pensare che la correlazione tra il tempo e gli individui *susceptibles* sia negativa, mentre quella tra il tempo e gli *infectious* sia positiva. In altre parole, la contrazione della malattia conduce individui dalla classe S alla classe I. La figura sottostante mostra questa relazione, dove la linea blu sono i *susceptibles*, mentre la linea verde sono gli *infectious*.



Dinamica di una patologia
susceptibles: blu, infectious: verde, recovered: rosso
asse orizzontale: tempo, misurato in giorni, asse verticale: numero di individui [31]

La conclusione che si può trarre è che in una campagna volta alla riduzione del tasso di infezione, con i costi proporzionali al numero di infettati, il massimo sforzo della campagna dovrebbe essere fatto all'inizio della nuova circolazione, per evitare la crescita repentina del numero di infezioni. Sfruttando così la dinamica dell'immunizzazione (*recovered* linea rossa).

Capitolo 6

Conclusione

La tematica della vaccinazione rimane di complessa trattazione a causa della commistione di diversi ambiti (economico, politico, sociale, etico, medico) che a seconda dei punti di vista sembrano prevalere. L'elaborato ha tentato di dare credito alle diverse opinioni, cercando di mantenere imparzialità nell'esporle. I modelli matematici, anche se non perfettamente aderenti alla realtà, hanno spiegato le dinamiche di scelta e interazione tra le famiglie di una popolazione. Più volte si è fatto riferimento al ruolo che potrebbe avere il *policy maker* nel tentativo di trovare il giusto bilanciamento tra gli interessi del singolo individuo e della comunità nella sua interezza, obiettivo dell'economia del benessere, con particolare riguardo al contesto sanitario [32].

Assumendo uno sguardo critico si è ragionato sull'ampiezza del gruppo pro-vaccinazione, sull'omogeneità delle famiglie, e sul ruolo delle campagne informative. Rispetto alla domanda iniziale posta dal dilemma del prigioniero [2], si è cercato di analizzare se sia possibile perseguire obiettivi efficienti per la collettività senza cooperazione tra i diversi gruppi di cui la collettività stessa si compone. Per tali obiettivi si è cercato di individuare presupposti, condizioni e strategie per l'eliminazione della patologia.

Per affrontare il problema della vaccinazione in studi futuri si potrebbe perseguire la strada di un controllo dinamico della popolazione, analizzando come la variazione in termini di individui vaccinati cambi le politiche sociali ed informative.

Bibliografia

[1] Dl. 7 giugno 2017, n.73

[2] Bauch CT, Galvani AP, Earn DJD. Group interest versus self-interest in smallpox vaccination policy. PNAS 2003; 100: 10564-67

[3] Anderson RM, May RM. Infectious diseases of humans: dynamics and control. Oxford Univeristy Press; 1991: 4

[4] Bauch CT, Earn DJD. Vaccination and the theory of games. Proceedings of the Royal Society of London Series B 2005; 27: 1669-75

[5] Manfredi P, Della Posta P, d'Onofrio A, Salinelli E, Centrone F, Meo C, Poletti P. Optimal vaccination choice, vaccination games, and rational exemption: an appraisal. Vaccine 2010; 28: 98-109

[6] Castilho C. Optimal control of an epidemic through educational campaigns. Electronic Journal of Differential Equation 2006; 125: 1-11

[7] Gerard R. Development Economics. Oxford: Routledge 2014: 16

[8] Enciclopedia Garzanti, Scienze. Corriere della sera 2006; 10: 1539

[9] Enciclopedia Garzanti, Scienze. Corriere della sera 2006; 10: 1188

[10] Cost. 21 novembre 2017, n.5, in Giur. Comm., 2018, p.11

[11] Rebba V. Lezioni di Economia Sanitaria, a.a. 2017-2018

[12] Arrow KJ. Uncertainty and the Welfare Economics of Medical Care. American Economic Review 1963 5; 941-973

[13] Jensen M, Meckling WH. Theory of the Firm: Managerial Behavior, Agency Costs and Ownership Structure. Journal of Financial Economics 1976; 3: 305-360

[14] Mooney G, Ryan M. Agency in health care: Getting beyond first principles. Journal of Health Economics, 1993: 12; 125-35

[15] Comitato Nazionale per la Bioetica, L'importanza delle vaccinazioni. 24 aprile 2015, p.3

[16] Healy CM, Pickering LK. How to Communicate With Vaccine-Hesitant Parents. Pediatrics originally published online April 18, 2011; 127: 127-133

[17] Kahneman D, Tversky A. Prospect Theory: An Analysis of Decision Under Risk. Econometrica 1979: 47(2); 263-291

[18] Hilton S, Petticrew M, Hunt K. Combined vaccines are like a sudden onslaught to the body's immune system: parental concerns about vaccine "overload" and "immune-vulnerability". Vaccine 2006; 24(20): 4321-7

[19] Deer B. Truth of the MMR vaccine scandal, January 24, 2010, The Sunday Times

[20] Enciclopedia Garzanti, Scienze. Corriere della sera 2006; 9: 761

[21] Dosi C. Lezioni di Scienze delle Finanze, a.a. 2017-2018

[22] Keeling MJ, Rohani P. Modeling infectious diseases in humans and animals. Princeton University Press; 2011; 2: 15-52

[23] Keeling MJ, Rohani P. Modeling infectious diseases in humans and animals. Princeton University Press; 2011; 8: 291-95

[24] Castillo-Chavez C, Zhilang Feng. Global stability of an age-structure model for TB and its application to optimal vaccinationa strategies. Mathematical Biosciences 1998; 151: 135-154

[25] Gust D, Brown C, Sheedy K, Hibbs B, Waever D, Nowak G. Immunization attidues and beliefs among parents: beyond a dichotomus perspective. Am J Health Behav. 2005; 29(1): 81-92

[26] March JG, Simon HA. Organizations. Oxford, Wiley and Sons 1958

[27] March JG, Simon HA. Organizations Revisited. Industrial and Corporate Change 1993; 2: 299–316

[28] Katz ML, Rosen HS, Bollino CA, Morgan WYN. Microeconomics, second european edition. McGraw-Hill Education 2011; 13: 384-97

[29] Katz ML, Rosen HS, Bollino CA, Morgan WYN. Microeconomics, second european edition. McGraw-Hill Education 2011; 14: 413-27

[30] Thaler RH, Sunstein CR. Nudge: Improving Decisions about Health, Wealth, and Happiness. Yale University Press 2008

[31] Immagine, Wikipedia. Compartmental models in epidemiology

[32] Costituzione italiana. Parte I, titolo II, articolo 32[1]

[1] Il numero delle parole di questo lavoro di tesi non supera le 10.000 parole (8.910)