

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA**  
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE, EDILE E AMBIENTALE  
CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA CIVILE



**Tesi di Laurea Magistrale in Ingegneria Civile**

(Laurea magistrale DM 270/04)

**ANALISI STRUTTURALE DI EDIFICI  
MONUMENTALI: L'ANTICO PALAZZO REALE  
DI PRAGA**

Relatore Prof. Ing. Claudio Modena

Correlatori Prof. Ing. Jiří Mača

Ing. Petr Fajman

Ing. Michele Frizzarin

Ing. Paolo Franchetti

Laureando: Andrea Spessotto

Anno Accademico 2012/2013

# Indice

## Introduzione

<b>1</b>	<b>CASO DI STUDIO: L'ANTICO PALAZZO REALE DEL CASTELLO DI PRAGA .....</b>	<b>1</b>
1.1	Inquadramento territoriale.....	2
1.2	Indagine storica.....	3
1.3	Rilievo geometrico e materico .....	9
1.3.1	La Sala di Vladislav.....	13
<b>2</b>	<b>MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA .....</b>	<b>19</b>
2.1	Codice di calcolo.....	19
2.2	Modello della struttura .....	20
2.3	Caratterizzazione meccanica dei materiali .....	29
<b>3</b>	<b>ANALISI DEI CARICHI .....</b>	<b>37</b>
3.1	Pesi permanenti degli elementi strutturali .....	37
3.1.1	Pesi specifici dei materiali .....	37
3.1.2	Pesi propri e carichi permanenti impalcati .....	37
3.1.3	Peso proprio volte .....	38
3.1.4	Peso proprio e carichi permanenti copertura .....	38
3.2	Carichi variabili.....	40
3.2.1	Carico accidentale .....	40
3.2.2	Carico neve.....	40
3.2.3	Carico da vento .....	40
3.3	Combinazione dei carichi .....	42
<b>4</b>	<b>ANALISI SVOLTE.....</b>	<b>46</b>
4.1	Analisi statica in combinazione SLU fondamentale .....	48

4.2	Analisi modale con spettro di risposta .....	48
4.2.1	Spettro di progetto.....	49
4.2.2	Risultati dell'analisi dinamica modale con spettro di risposta.....	57
4.3	Analisi statica non-lineare .....	63
<b>5</b>	<b>VERIFICHE DEGLI ELEMENTI MURARI .....</b>	<b>65</b>
5.1	Verifiche per sforzo assiale prevalente .....	69
5.1.1	Risultati delle verifiche per sforzo assiale prevalente.....	71
5.2	Verifiche a taglio.....	76
5.2.1	Risultati delle verifiche .....	77
<b>6</b>	<b>ANALISI DEI MECCANISMI LOCALI.....</b>	<b>90</b>
6.1	Analisi cinematica.....	91
6.1.1	Analisi cinematica lineare.....	91
6.1.2	Analisi cinematica non lineare.....	93
6.2	Meccanismo di ribaltamento semplice: parete Nord .....	95
6.3	Meccanismo di ribaltamento semplice: parete Sud.....	100
6.4	Meccanismo di flessione orizzontale per schiacciamento dell'arco .....	102
6.5	Meccanismo di piano: ribaltamento di pannelli murari con lesione diagonale.....	105
<b>7</b>	<b>STUDIO DELLA VOLTA.....</b>	<b>112</b>
7.1	Approccio alla stabilità di una struttura voltata.....	115
7.2	Modellazione della volta .....	119
7.3	Analisi del cinematismo.....	125
	<b>Conclusioni .....</b>	<b>130</b>
	<b>BIBLIOGRAFIA .....</b>	<b>132</b>





## **Introduzione**

Il presente lavoro tratta l'analisi strutturale di un edificio che riveste un ruolo di importanza nazionale, per il suo valore storico, in quanto memoria di eventi che hanno segnato l'evoluzione di una comunità diventata poi nazione, quella Ceca, ma anche per il suo valore artistico. In esso si trovano infatti alcuni esempi unici di alcune tipologie architettoniche, basti pensare alla grande volta della salone principale o ai finestroni della medesima sala, prototipi di architettura rinascimentale dell'Europa centrale. Inoltre, il Palazzo ricopre ancora oggi, seppur saltuariamente, una funzione istituzionale in quanto sede della nomina del Presidente della Repubblica. Si capisce, quindi, quanto sia importante proteggere questo bene che, pur non trovandosi in stato di degrado o di dissesto, merita una valutazione accurata della sua sicurezza.

Si propone quindi uno studio di alcune delle possibili vulnerabilità dell'edificio attraverso una serie di analisi rivolte, soprattutto, alla parte probabilmente più importante del Palazzo: la *Sala di Vladislav*.

Il lavoro è stato permesso dalla collaborazione tra l'Università degli studi di Padova e il ČVUT (*České Vysoké Učení Technické v Praze, ovvero Czech Technical University*).



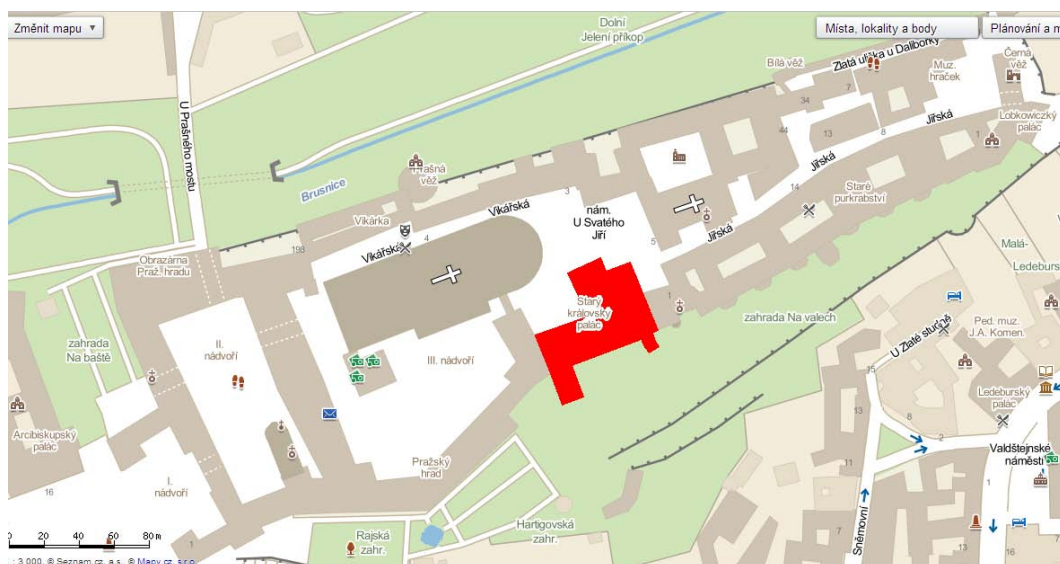
# 1 CASO DI STUDIO: L'ANTICO PALAZZO REALE DEL CASTELLO DI PRAGA DI PRAGA

**OGGETTO** ANTICO PALAZZO REALE DEL CASTELLO DI PRAGA

**Località** Hrad III nádvoří, 110 00 Praha-1 (CZ)

Lat.: 50°5'26" Long.: 14°24'6"

**Altitudine** 241-256 m s.l.m.



**Destinazione** Ambiente ad uso turistico, museale, espositivo

**Tipologia strutturale** Edificio in muratura storica in aggregato

**Normativa di riferimento** Eurocodici: EN 1990, EN 1991, EN 1996, EN 1998



## 1.1 Inquadramento territoriale

Su un promontorio della riva sinistra del fiume Moldava una volta chiamato Žiži, sorge il complesso edilizio del Castello di Praga, noto come quartiere di Hradčany. Dal periodo neolitico, passando per quello medievale fino ai giorni nostri, l'area è stato fulcro della popolazione di Praga che ne ha fatto, nel corso dei secoli, il castello più grande del mondo, coprendo un'area di 570 m di lunghezza e 130 m di larghezza media. Il complesso non va, però, pensato come un unico organismo edilizio: è in realtà il frutto di un'evoluzione storica che affonda le radici nel IX secolo d.C. e che ha portato all'insieme di palazzi monumentali, chiese, piazze, vicoli, mura ed edifici minori che si intersecano e si compenetrano in un'area ben circoscritta.

L'unico edificio isolato, infatti, è l'imponente cattedrale di S. Vito, la cui costruzione è iniziata nel 1344 e si è protratta per diversi secoli, con distruzioni e ricostruzioni, ampliamenti e modifiche. Tutti gli altri edifici possono considerarsi facenti parte di un aggregato che poggia le proprie mura perimetrali su quelle antiche della cinta muraria medievale.

Oggi sede istituzionale della Repubblica e patrimonio dell'UNESCO, con oltre 1'000'000 di visitatori all'anno il complesso del Castello costituisce la più gettonata area turistica della capitale e dell'intera Rep. Ceca.

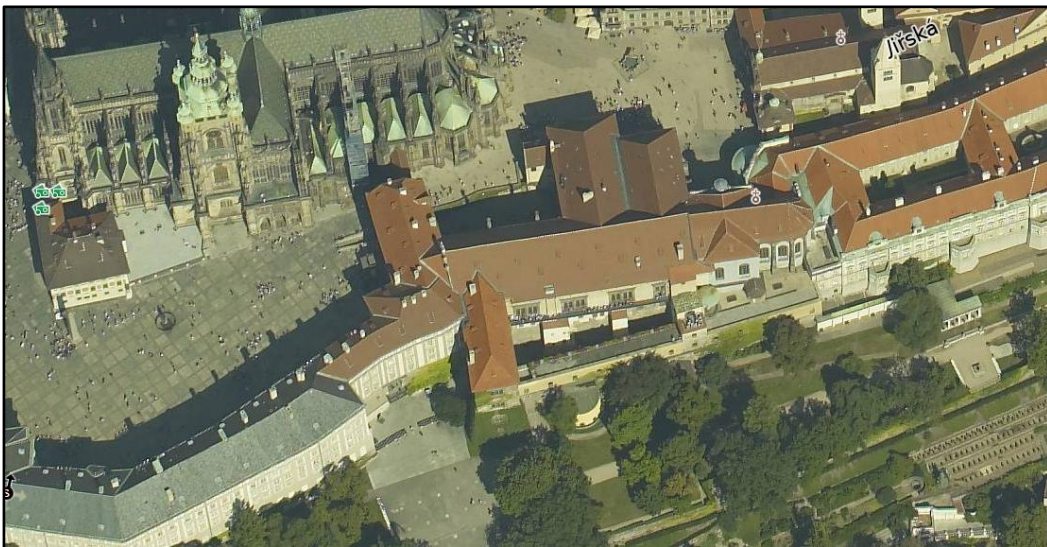


Fig. 1: fotografia aerea dell'aggregato urbano in cui è inserito l'Antico Palazzo Reale (al centro)

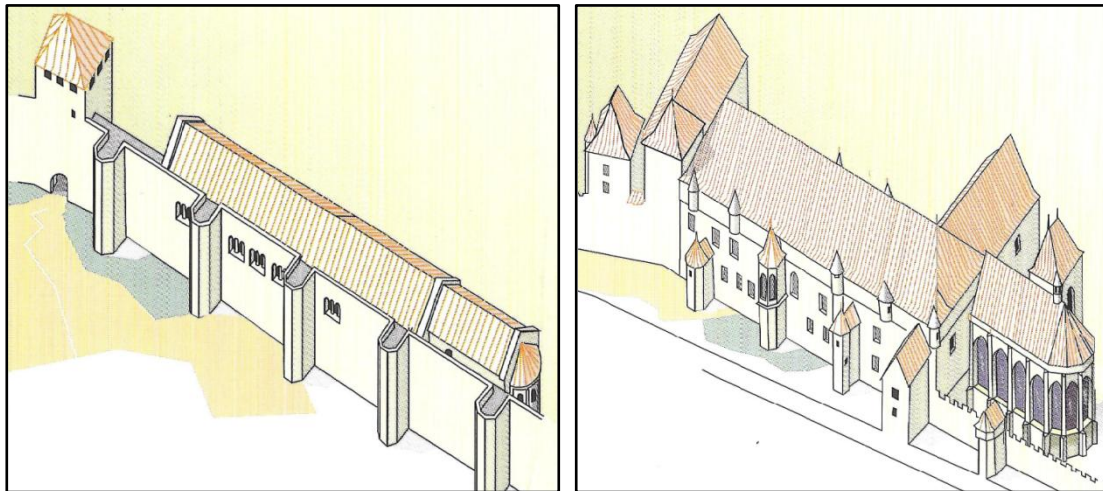
E' in questo contesto che è inserito l'Antico Palazzo Reale, il quale ha seguito lo sviluppo del castello per quasi tutta la sua storia. Esso poggia le sue fondamenta sulla roccia del pendio meridionale del promontorio, a partire da una quota massima del piano campagna di circa 256 m s.l.m.m. a cui corrisponde l'ingresso dal III Cortile del Castello, scendendo fino ai 241 m di quota della base del lato Sud, che dà sui Giardini Meridionali realizzati durante il grande restauro novecentesco del castello ad opera dell'architetto Josip Plečnik. E' delimitato ad Ovest dal Nuovo Palazzo Reale, sede del Presidente e ad Est dalla Cappella di Ognissanti; l'accesso avviene dai cortili II e III del Castello, entrambi situati a Nord.

## 1.2 Indagine storica

L'evoluzione edilizia dell'Antico Palazzo Reale è contrassegnata storicamente da numerose tappe: l'originario palazzo romanico fu fatto costruire dal principe Sobeslav I dopo il 1135 su una lunga e stretta pianta rettangolare, il cui lato meridionale che dava sul pendio veniva utilizzato come cinta muraria e fu perciò rafforzato da torri pentagonali, di cui rimangono due tracce alla base della facciata. Ciò giustifica la presenza di mura spesse anche oltre 2,5 metri alla base di questa facciata. All'epoca l'accesso dal lato Sud del castello avveniva attraverso una porta situata proprio all'estremità occidentale di questo palazzo.

Sul lato orientale venne poi aggiunta la cappella di Ognissanti, consacrata nel 1185, presente ancora oggi nonostante le successive modifiche. Il palazzo venne poi ampliato con un'ala trasversale ad Ovest e ricostruito da Ottacaro II a partire dal 1253, ricostruzione di cui non rimane quasi nulla.

Una ricostruzione molto più sostanziale e duratura venne ordinata poi dal principe ereditario e successivo imperatore del Sacro Romano Impero, Carlo IV. Questi si insediò dopo il 1333 e fece ampliare il palazzo a Nord con delle arcate a sesto acuto (visibili dal cortile settentrionale) in modo da avere un piano superiore più spazioso e adatto a funzioni di rappresentanza, conferendo all'edificio la larghezza odierna. Su questo piano realizzato, il cosiddetto piano Gotico, quasi completamente fuori terra anche sul lato Nord, si trovano oggi la Sala di Carlo IV coperta da volte a crociera, adibita a mostra permanente. L'edificio sottostava a una copertura piana interamente lignea. La quota di imposta di questa copertura si troverebbe oggi a circa 5 metri di altezza rispetto al piano del salone principale.



*Fig. 2a-2b: il Palazzo Reale romanico (sinistra) e nel periodo gotico dopo le ricostruzioni di Carlo IV e Venceslao IV (destra)*

Il successore e figlio di Carlo IV, ossia Venceslao IV, decise di dare al palazzo anche una funzione abitativa e perciò lo fece ampliare con due ali trasversali all'estremità orientale ed in alcuni spazi esistenti i tetti piani vennero sostituiti con volte a botte che richiesero un abbassamento dei solai inferiori a scapito delle stanze posanti sulla volta romanica. Oltre a ciò, parte delle arcate settentrionali erette da Carlo IV vennero murate. Dal lato occidentale, invece, re Venceslao intervenne creando la Sala delle Colonne, sopra alla vecchia porta romanica meridionale.

Dopo la morte di Venceslao avvenuta nel 1419, il palazzo rimase disabitato a lungo fino a che re Ladislao Jagellone nel 1492 iniziò una serie di ricostruzioni e ampliamenti che portarono sostanzialmente alla forma odierna del palazzo. Venne realizzato un nuovo piano superiore a quello di Carlo IV, su tutta la lunghezza che va dalla cappella di Ognissanti all'ala occidentale: su questo piano l'architetto incaricato, Benedikt Ried realizzò un'unica enorme sala di 62 metri di lunghezza e 12 di larghezza, coperta da un'elaborata volta in stile tardo gotico con costoloni formanti una geometria a fiore, alta 13 metri e sorretta su pilastri in pietra inclusi nella muratura. Questo enorme spazio, noto come Sala di Ladislao, costituiva l'esempio di più grande sala voltata del suo tempo.

La volta venne realizzata creando prima il telaio di costoloni in pietra su cui poi venne posata la muratura di mattoni che termina sulla sezione allargata delle colonne, ma senza un vero e

proprio rinfiacco. Lo spessore è estremamente variabile e in parte ignoto, ma indagini condotte stimano uno spessore medio di 25 cm. Come si può vedere dall'estradosso, nell'ampio spazio tra la volta e la copertura, questa non si compenetra nella muratura, ma è scollegata, così come è disunita dalla copertura che scarica completamente sui muri in mattone.

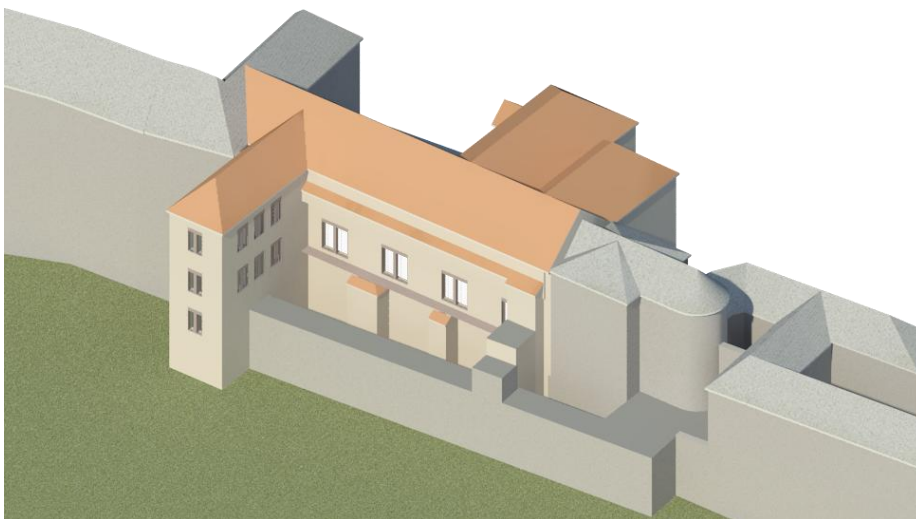
Le colonne in pietra arenaria che reggono a volta poggiano al lato sud sulla muratura spessa del piano romanico, un livello più sotto, mentre dal lato Nord si prolungano fino al livello di fondazione del piano Gotico, adiacenti alle arcate rette da Carlo IV. In altezza esse si estendono oltre la quota di imposta variando la loro sezione e prolungando la forma della volta.

Le grandi pareti esterne dell'ampliamento di Carlo IV vennero alzate con una muratura in mattone per raggiungere la quota necessaria per realizzare questa grande volta ( il livello precedente arrivava fino alle porte di accesso alle torrette di vedetta) e sostenere la copertura. Questa fu realizzata con tetti a due falde su più campate, orditi trasversalmente rispetto alla lunghezza principale dell'edificio, andati poi distrutti. Tutte le finestre tranne una vennero murate: al loro posto Ried realizzò delle grandi finestre regolari larghe circa 6 metri sostenute da archi ribassati in muratura, che rappresentarono il primo esempio nell'Europa centrale di stile rinascimentale. Le pareti vennero collegate tra di loro tramite delle catene in ferro su due livelli, di cui quello inferiore, visibile anche dall'intradosso, passa attraverso la volta in corrispondenza di ogni colonna. Due di queste catene sono presenti ancora oggi, le altre furono sostituite da successivi interventi.

Fu lo stesso architetto a ideare anche la sala della Dieta, che prese posto nell'ala a Nord dell'epoca di Venceslao IV e le vie di accesso dall'esterno alla sala: la principale avviene attraverso la Scala dei Cavalieri, che porta nel cortile dietro la cattedrale del castello. Questa scalinata di lieve pendenza e anch'essa voltata con costoloni in pietra intrecciati serviva per permettere l'ingresso dei cavalli per i tornei e le esibizioni che avvenivano all'interno. L'altro accesso avveniva dalla scala a chiocciola sul lato Sud-Ovest. Il pavimento in legno della sala che vediamo oggi invece è di più recente realizzazione, probabilmente risalente al 1791, anno dell'incoronazione dell'imperatore del Sacro Romano Impero Leopoldo II.

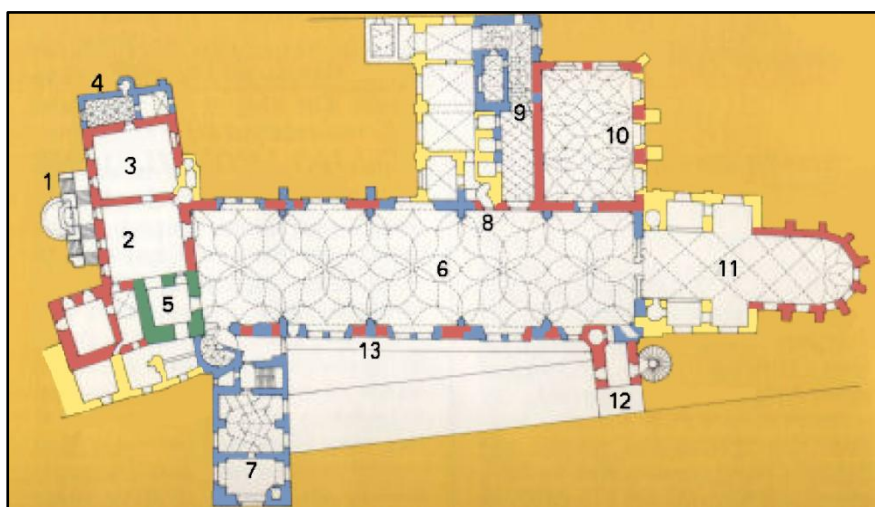
Il palazzo subì un ulteriore ampliamento quando, tra il 1503 e il 1510, il figlio di Ladislao, Ludwig, fece costruire sempre a Ried un'altra ala trasversale all'estremità occidentale, sul lato sud. L'ala presenta la stessa altezza del corpo principale del palazzo, ma un livello di piano in più, poiché all'alto soffitto della sala di Ladislao corrispondono qui due livelli diversi. Questa inglobò la scala a chiocciola che portava alla sala, che divenne quindi accesso per sale della Cancelleria ceca, il massimo organo amministrativo del regno quando il re era assente e fu teatro della famosa terza defenestrazione di Praga che diede origine alla guerra dei 30 anni. Anche in queste stanze i soffitti sono voltati, ma qui le nervature in pietra hanno uno scopo esclusivamente decorativo.

Per i due secoli successivi gli interventi furono prevalentemente di riparazione: nel 1541 infatti avvenne un devastante incendio che coinvolse non solo il Palazzo Reale ma anche tutto il castello e il sottostante quartiere di Mala Strana. Dovettero essere in parte ricostruite la sala della Dieta, il nuovo Catasto dei Registri Fondiari e la cappella di Ognissanti. La copertura a più campate della sala di Ladislao crollò sulla volta, la quale però fu in grado di sostenerne il peso e rimase intatta; fu ricostruita, quindi, nel 1583 una copertura a due falde in stile barocco ordita nella direzione principale, le cui capriate sono resiste fino ai giorni nostri.



*Fig. 3: il Palazzo Reale nella sua configurazione odierna all'interno dell'aggregato*

Un ultimo ampliamento fu quello effettuato dall'imperatrice asburgica Maria Teresa d'Asburgo, che durante il restauro in seguito ai danneggiamenti provocati dall'artiglieria prussiana durante la battaglia del 1757, che coinvolsero diverse parti del palazzo, fece costruire una stretta ala distaccata dal corpo principale che collegava l'ala di Ludwig a un altro palazzo ad Est, oltre la cappella di Ognissanti. L'ala posta parallelamente al corpo principale, a Sud, era pensata per dare continuità alla facciata, infatti presentava un'altezza maggiore di quella odierna; l'ultimo piano venne però soppresso durante i restauri degli anni 30 del XX secolo.



- PIANO  
RINASCIMENTALE**
1. Entrata dal III cortile
  2. Anticamera
  3. Stanza Verde
  4. Camera di Ladislao
  5. Porta meridionale
  6. Sala di Ladislao
  7. Sala della Cancelleria Ceca
  8. Accesso scala Nuovo Catasto dei Registri Fondiari
  9. Scalinata dei Cavalieri
  10. Sala della Dieta
  11. Cappella Ognissanti
  12. Torre d'osservazione
  13. Ballatoio

Fig. 4: sequenza storica della costruzione al livello rinascimentale

Verde = romanico, Rosso = gotico, Blu = tardo gotico, Giallo = rinascimentale

Successivamente il palazzo perse le sue funzioni amministrative e fu utilizzato solo occasionalmente per le cerimonie e le feste di incoronazione.

Il '900 vide un progressivo cambiamento del significato che il Castello aveva per la neonata nazione indipendente cecoslovacca, il quale portò a sentire la necessità di preservare e rivalutare il patrimonio artistico e edilizio che la storia aveva consegnato alla popolazione ceca. Come espressione di questa rivalutazione, negli anni '20 si attuò un massiccio restauro che coinvolse tutto il complesso, ad opera dell'architetto Josip Plečnik ed interessò anche l'Antico Palazzo Reale. Al fianco di Plečnik, l'Ufficio del Presidente della Repubblica reclutò anche l'architetto Karel Fiala, il quale, durante gli interventi degli anni 1926-1929, spinse



probabilmente per una filosofia del restauro piuttosto conservativa, per cui le modifiche non furono di grande impatto visivo, ma volte probabilmente più al rinforzo strutturale: a quest'epoca risalgono ad esempio gli archi di rinforzo all'estradosso della volta della Sala di Ladislao (Fig.5).



*Fig. 5: particolare degli archi di rinforzo locale a cui è appesa la volta tramite tirantini metallici*

L'aspetto definitivo del Palazzo che possiamo osservare al giorno d'oggi è quello originato dagli ultimi restauri degli anni 2000, che hanno interessato, tra gli altri, la sala espositiva di Carlo IV al piano gotico dell'edificio, che ospita oggi la mostra permanente della storia del Castello di Praga.

### 1.3 Rilievo geometrico e materico

La complessità dell'edificio dovuta alle dimensioni, alla storia evolutiva e , insieme, l'impossibilità di avere accesso ad alcune sale non aperte al pubblico, hanno richiesto il ricorso alla consultazione dell'Archivio Storico del Castello di Praga (*Archiv Pražského Hradu* ). Il rilievo geometrico dell' edificio è stato condotto facendo riferimento a rilievi risalenti agli anni '60 e '70, in cui l'edificio si trovava sostanzialmente allo stato attuale.

Tramite la collaborazione di alcuni docenti del ČVUT (*České Vysoké Učení Technické v Praze*, ovvero *Czech Technical University*) , si è potuto accedere a una vasta documentazione comprendente:

- piante in scala 1:200 dell'intero Antico Palazzo Reale (1964)
- piante in scala 1:50 del livello romanico e gotico, quotate (1971)
- sezioni trasversali e longitudinali in scala 1:200 dell'intero Antico Palazzo Reale (1964)
- sezioni 1:50 del corpo principale (1979)
- prospetti scala 1:200 Nord e Sud del corpo principale (1964)
- rilievo materico delle pareti interne del primo e del secondo livello seminterrati (1971)
- elaborati digitalizzati ottenuti da rilievo fotogrammetrico della struttura voltata della Sala di Vladislav



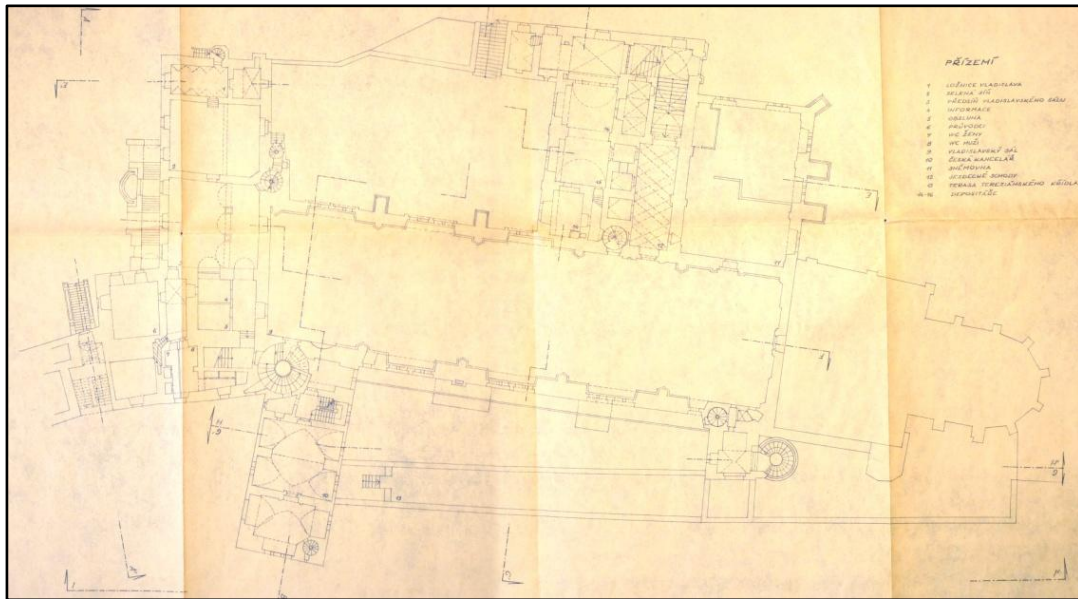


Fig. 6: pianta del livello tardo gotico, scala 1:200 (da Archivio Storico, 1964)

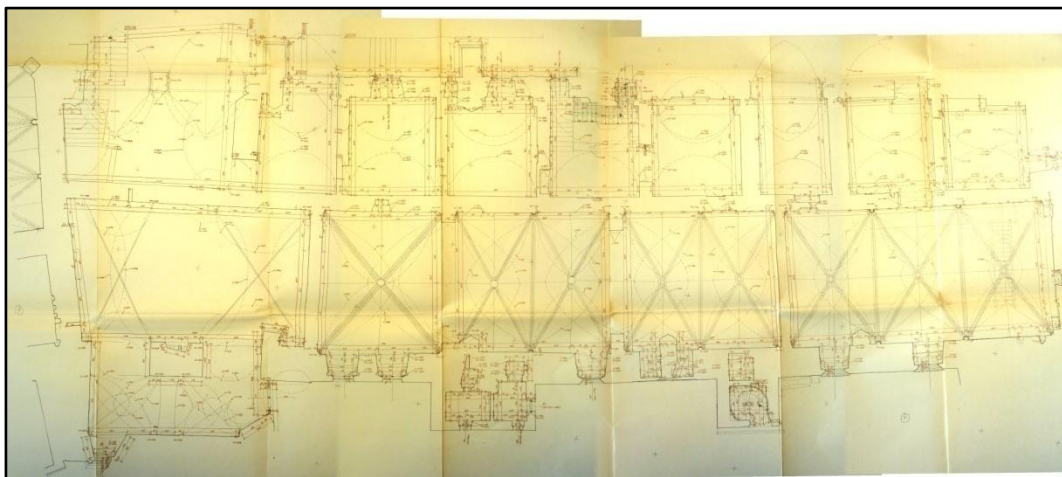


Fig. 7: pianta quotata dei controsoffitti del livello gotico, scala 1:50 (da Archivio Storico, 1971)

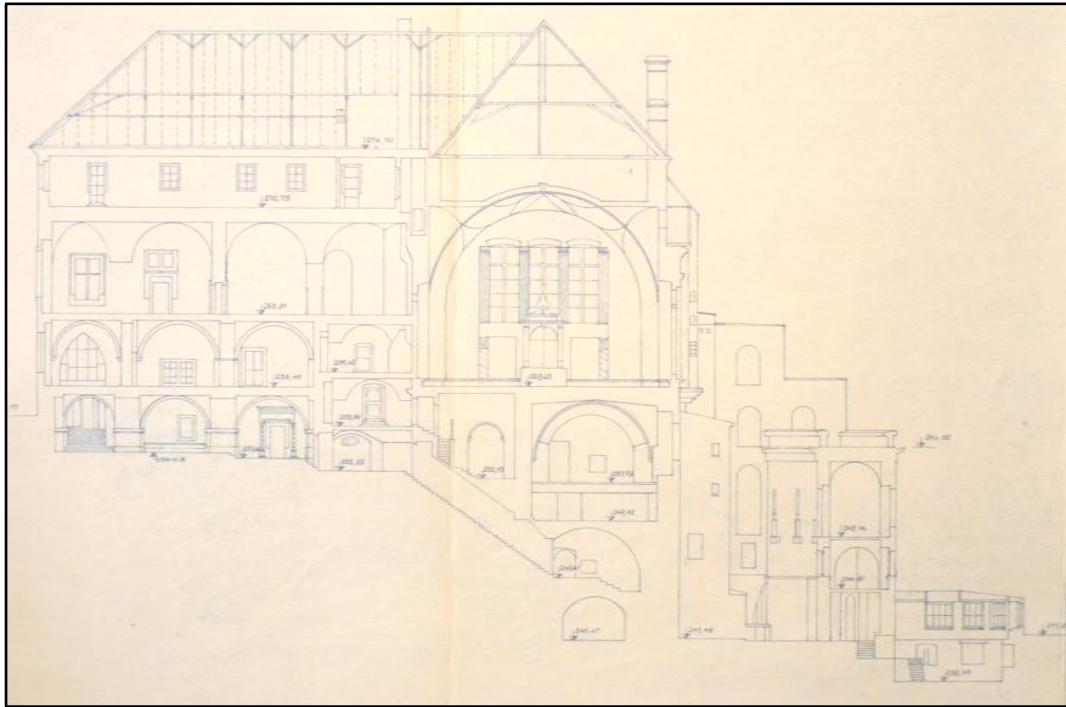


Fig. 8: sezione C-C corpo centrale, Ala Nord e Ala Teresiana, scala 1:200 (da Archivio Storico, 1964)

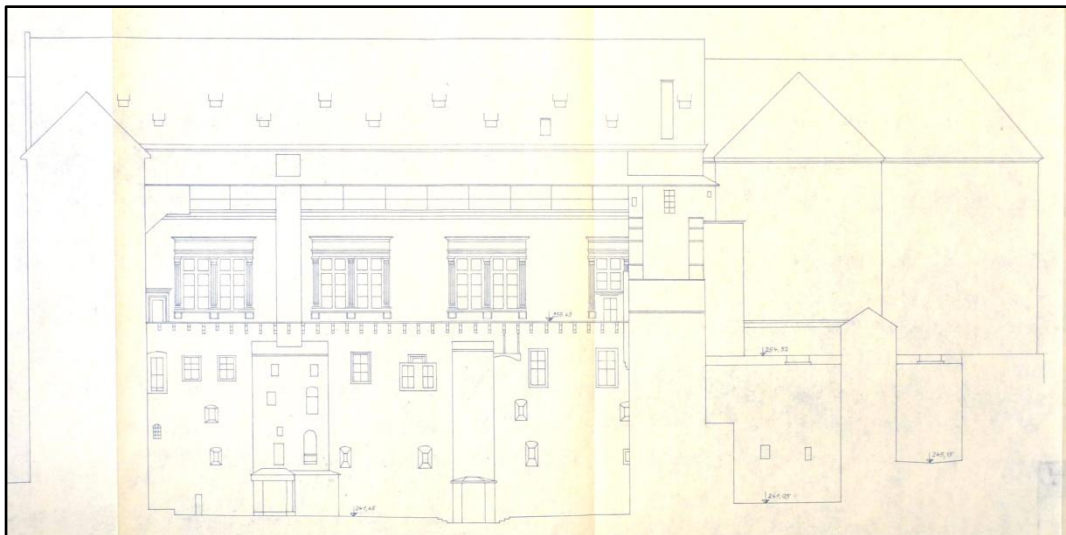


Fig. 9: prospetto Sud del corpo centrale, scala 1:200 (da Archivio Storico, 1964)

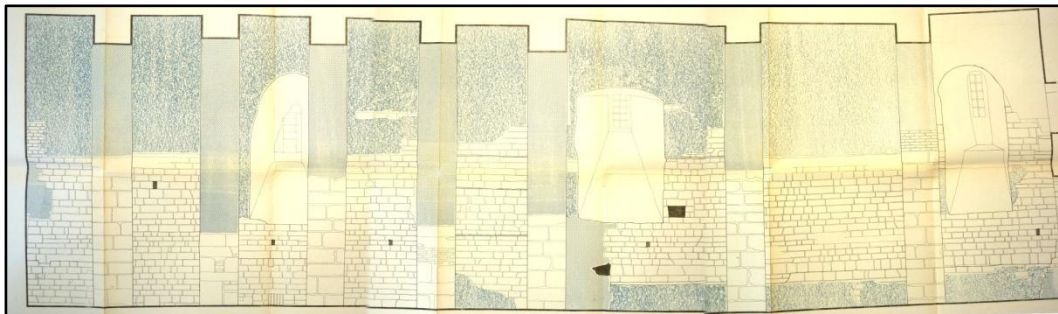


Fig. 10: rilievo materico del livello seminterrato romanico, con dettaglio della tipologia muraria di pareti e archi, scala 1:50 (da Archivio Stoico, 1971)

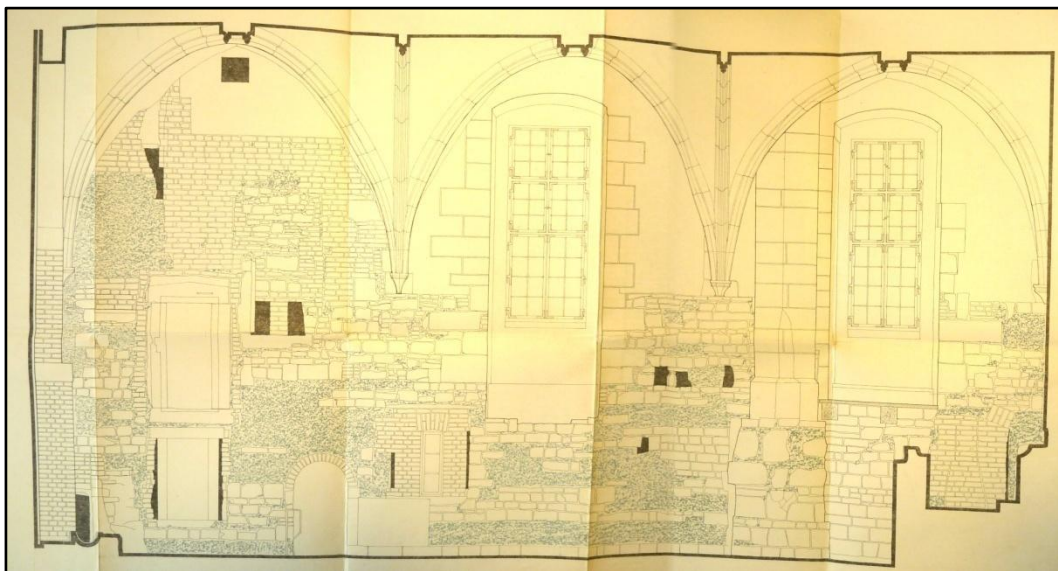


Fig. 11: rilievo materico del livello gotico, con dettaglio della tipologia muraria e della volta a crociera, scala 1:50 (da Archivio Storico, 1971)

Assieme a questa documentazione, per quanto riguarda il dettaglio della volta della Sala di Ladislao, si è potuto disporre di un rappresentazione CAD ottenuta tramite Laser Scanner.

Il rilievo del **quadro fessurativo** è stato influenzato dal fatto che il recente restauro avvenuto negli ultimi decenni ha reso impossibile la visualizzazione di fessure antecedenti l'intervento, presumibilmente ricoperte dagli strati di rivestimento applicati. Inoltre, così come per il rilievo

geometrico, l'inaccessibilità di alcuni spazi chiusi ha reso impossibile la valutazione dello stato al loro interno.

Non si riscontrano, in ogni caso, fessurazioni di origine successiva a tale intervento, se non quelle originate dalle variazioni termiche dovute al riscaldamento e oggetto di studi successivi.

Il rilievo materico è stato condotto visivamente per le facciate esterne e le pareti dei locali accessibili, ossia per le facciate esterne che danno sul cortile settentrionale e meridionale e per le pareti e la volta della Sala di Ladislao. Per i livelli inferiori seminterrati, di origine gotica e romanica, si è utilizzato il rilievo materico del 1971 di cui sopra.

Il rilievo ha confermato come la successione delle modifiche, degli ampliamenti e delle ricostruzioni abbia originato un'unità strutturale estremamente eterogenea e discontinua, in cui i materiali e gli elementi strutturali si susseguono e spesso si compenetrano, mostrando chiaramente gli effetti della sua storia millenaria.

### **1.3.1 La Sala di Vladislav**

Un'attenzione particolare è stata riservata allo studio della Sala di Ladislao (o *Vladislav Hall*), la quale costituisce uno dei patrimoni artistico-architettonici più rilevanti dell'intero complesso del Castello di Praga. La volta a cupole su 5 campate, con i suoi costoloni ricurvi a trama floreale, poggiata sulle colonne a sezione divergente che ne proseguono la forma portando i suoi motivi fino a terra, rappresenta un esemplare unico al mondo nella sua tipologia architettonica. Le grandi finestre alte più di 5 metri costituiscono il primo esempio della storia di architettura rinascimentale nell'Europa centrale. Il pavimento originale in legno del '700 contribuisce ad aumentare ulteriormente il valore storico-artistico di un ambiente che in origine è stato la più grande sala coperta del mondo conosciuto.

Visto, quindi, il valore dell'opera è stato ritenuto opportuno concentrare particolarmente l'attenzione nei suoi elementi architettonici e strutturali al fine di sviluppare un'indagine più approfondita.





*Fig. 12: veduta della Vladislav Hall con le caratteristiche volte a costoloni ramificati*

Partendo dall'osservazione dei muri perimetrali del corpo principale, si può notare come il materiale prevalentemente utilizzato sia la pietra, la quale è interrotta, però, in numerose zone, da inserti in mattoni dovuti agli interventi di riparazione e miglioramento e ai tamponamenti di aperture.

La tessitura non rispetta propriamente la regola dell'arte: si trovano elementi di dimensioni estremamente variabili, di forma a tratti squadrate, a tratti ciottolosa. Lo sfalsamento dei giunti non è sostanzialmente garantito, così come la presenza di filari. La resistenza e la qualità della malta sembrerebbero essere buone, o quantomeno la parte esterna è stata sicuramente scarnificata e ripristinata durante gli ultimi interventi di restauro, i quali però non permettono di vedere quale sia la tessitura muraria, se non all'interno del sottotetto. Non si hanno invece informazioni relative alla distribuzione degli elementi all'interno della sezione, ma trattandosi di setti anche molto spessi, sicuramente ci si trova di fronte a murature a più paramenti con scarsi elementi diatonali, o probabilmente anche a sacco.



*Fig. 13a-13b: dettaglio della muratura irregolare in pietra sbozzata con inclusioni in mattone e dell'arco a sesto acuto disconnesso dalla volta, sottotetto della Sala di Ladislao*

Lo spessore di questi setti è molto variabile in altezza e va dai 3 metri circa del livello romanico sul lato Sud, dove si stanziavano le mura del castello, a presumibilmente 50-60 cm di minimo, appena al di sotto del punto in cui la volta si appoggia al muro. Questa, infatti, non va ad ammorsarsi all'interno della muratura perimetrale, tanto che durante gli ultimi sostanziali interventi di riparazione, operati da Karel Fiala nel 1929, in alcune zone si è dovuto riempire un vuoto tra essa e la volta che raggiungeva in certi punti anche i 20 centimetri. E' presumibile che per effetto delle spinte orizzontali delle colonne, o in conseguenza a qualche danneggiamento, quale potrebbe essere l'incendio del 1541 o i bombardamenti avvenuti durante diverse guerre, il muro meridionale abbia spanciato verso l'esterno. Allo stesso modo è visibile a occhio nudo sul lato settentrionale, uno spanciamento della parte di muro con la massima luce libera di inflessione orizzontale.

Verticalmente la muratura è interrotta in corrispondenza della volta da archi a sesto acuto che ne sostengono e separano la parte superiore, la quale è estremamente eccentrica rispetto a quella inferiore, verso l'interno. Tramite questi archi, il peso della parte superiore alla volta della muratura e quindi anche della copertura che su di essa appoggia, non va a caricare la volta, ma grava in parte direttamente sulle colonne e in parte sulla muratura. La sconnessione

tra quest'arco di muratura in pietra, le cui grosse pietre si estendono fino alla superficie esterna, e la volta è ancora presente e visibile a tutt'oggi.



*Fig. 14: estradosso della volta rivestito in malta di calce e arco di supporto della muratura superiore disconnesso dalla volta, impostato sulle colonne in pietra*



*Fig. 15: appoggio delle unghie della volta sulle colonne in pietra; gli archi estradosso di rinforzo scaricano la spinta sui bassi frenelli in muratura di mattoni (altezza 60 cm circa)*



La struttura della volta è disomogenea lungo tutta la lunghezza: lo spessore della sezione, costituita da muratura in mattoni e malta di calce, varia da uno spessore di circa 38 cm alla quota d'imposta fino a un minimo di circa 18 cm in chiave, ma con scarti molti ampi da campata a campata. Degli archi in muratura di mattoni disposti a crociera sono stati realizzati per sostenere la volta da sopra, la quale è ancorata di tanto in tanto con tirantini metallici, di cui in alcune zone è visibile la piastra di ancoraggio. Sopra alla muratura è stato steso uno strato di malta di calce, relativo al restauro successivo all'incendio del 1541 che ne aveva distrutto i primi 5 cm.

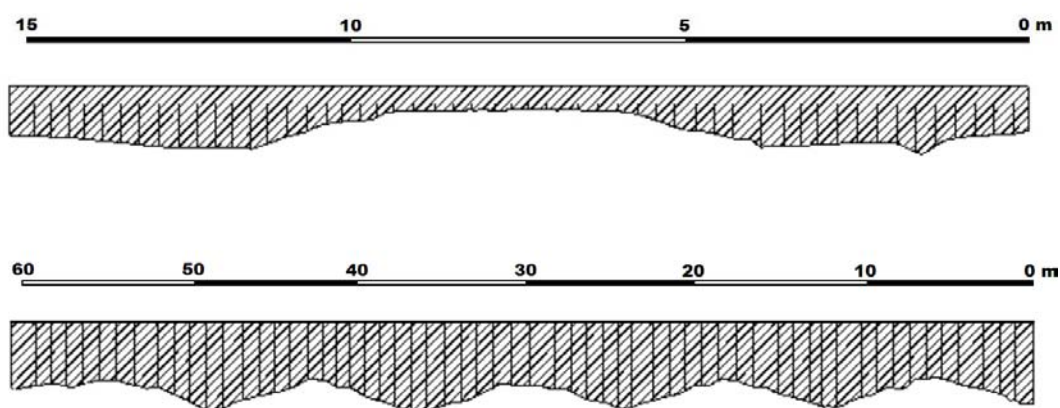


Fig. 16: variabilità dello spessore della volta - sezione trasversale (sopra) e longitudinale (sotto)

In corrispondenza della campata centrale sul lato Sud, la stessa che presentava un distacco di 20 cm dalla muratura perimetrale, fu realizzato, durante il restauro del 1929, un rinforzo con archi in mattoni paralleli ai muri longitudinali ai quali la volta è ancorata con tiranti metallici.

In contrasto alle spinte della volta sono stati installate delle catene metalliche, che vanno ad ancorarsi all'esterno della muratura, 2-3 metri sopra al punto di appoggio della volta sulle colonne. Esternamente, la ripartizione del carico avviene tramite dei paletti metallici disposti a croce.





*Fig. 17a-17b: dettaglio degli ancoraggi con paletti metallici delle catene dei muri perimetrali della Sala di Ladislao all'interno del ballatoio a Sud e superiormente a quello a Nord*

## 2 MODELLAZIONE DELLA STRUTTURA

### 2.1 Codice di calcolo

Le analisi sono state svolte con l'ausilio di un codice di calcolo.

Il software utilizzato è stato il seguente:

*Tabella 1: codice di calcolo utilizzato*

Codice di calcolo	
<b>NOME</b>	STRAUS7 ®
<b>Versione</b>	2.3.3
<b>Produttore</b>	G+D Computing
<b>Distributore</b>	HSH s.r.l.

Si ritiene che il codice di calcolo sia affidabile ed esaustivo e il suo utilizzo è stato accompagnato da un'attenta valutazione dei risultati con i metodi tradizionali della scienza delle costruzioni.

E' stato utilizzato per l'analisi in condizioni statiche con il metodo degli spostamenti per la valutazione dello stato tensionale-deformativo indotto da carichi statici.

Per la valutazione della risposta sismica è stata condotta un'analisi **dinamica lineare** con il metodo dell'analisi modale con spettro di risposta in termini di accelerazione, come previsto dall' EN 1998.

Infine è stata predisposta un'analisi **statica non lineare** attraverso l'input delle proprietà dei materiali in campo plastico e una sovrapposizione degli effetti dei progressivi step di carico.

Il programma prevede una serie di controlli automatici che consentono l'individuazione di errori di modellazione: al termine dell'analisi un controllo automatico identifica la presenza di spostamenti o rotazioni abnormi. Inoltre, l'ordine di grandezza dei risultati è stato comparato

con un'analisi manuale per verificare l'attendibilità dei risultati. Tale valutazione ha compreso il confronto con i risultati di semplici calcoli, eseguiti con metodi tradizionali. Sulla base di considerazioni riguardanti gli stati tensionali e deformativi determinati, si è valutata la validità dei risultati in sede di schematizzazione e di modellazione della struttura e delle azioni.

Lo scopo dell'analisi computerizzata è stato quello di determinare le sollecitazioni e gli spostamenti degli elementi componenti la struttura; **ogni verifica è stata poi effettuata con i metodi tradizionali della scienza della costruzioni attraverso fogli di calcolo.**

Si può pertanto asserire che l'elaborazione sia corretta e completa, in rapporto al livello di conoscenza acquisito.

## **2.2 Modello della struttura**

Il modello della struttura sviluppato è una schematizzazione computerizzata a Elementi Finiti 1D, 2D e 3D spaziale.

Il sistema di riferimento utilizzato è costituito da una terna cartesiana destrorsa XYZ. Si assumono l'asse Z verticale ed orientato verso l'alto, l'asse X come quello della direzione dei setti perimetrali del corpo principale orientati approssimativamente Est-Ovest con verso positivo ad Est e l'asse Y il suo ortogonale in pianta orientato verso Nord.

Gli elementi utilizzati per la modellazione dello schema statico della struttura sono di tipo *beam 2D*, *Plate Tri-3 e Quad-4* e *brick Tetra-4, Pyra-5, Wedge-6 e Hexa-8* (*brick* per la sola modellazione delle colonne) ai quali vengono assegnati materiali e sezioni derivanti da indagine e rilievo geometrico.

Tabella 2: caratteristiche del modello

Elementi	
<b>Nodi</b>	12995
<b>Elementi <i>Beam</i></b>	2048
<b>Elementi <i>Plate</i></b>	13853
<b>Elementi <i>Brick</i></b>	486
Dimensioni	
<b>X<sub>min</sub> ; X<sub>max</sub></b>	0 ÷ 61,98 m
<b>Y<sub>min</sub> ; Y<sub>max</sub></b>	-24,76 m ÷ 44,5 m
<b>Z<sub>min</sub> ; Z<sub>max</sub></b>	241,4 ÷ 283,78 m
Orizzontamenti	
Considerati di rigidezza finita ipotizzata, sono stati rappresentati come diaframmi composti da <i>plate</i> in modo da simulare solai flessibili.	
Masse	
<p>Le masse di piano utilizzate per l'analisi includono i pesi non strutturali e i pesi strutturali di solaio come da combinazione appropriata. Esse sono state applicate sulla muratura in corrispondenza degli appoggi di solaio.</p> <p>I pesi strutturali della muratura, componenti la struttura portante sono stati affidati alla computazione del codice di calcolo.</p>	
Vincoli	
I vincoli alla fondazione sono stati considerati come incastri perfettamente rigidi.	

Il modello è stato elaborato sulla base della documentazione geometrica a disposizione e sulla base delle indagini visive svolte.

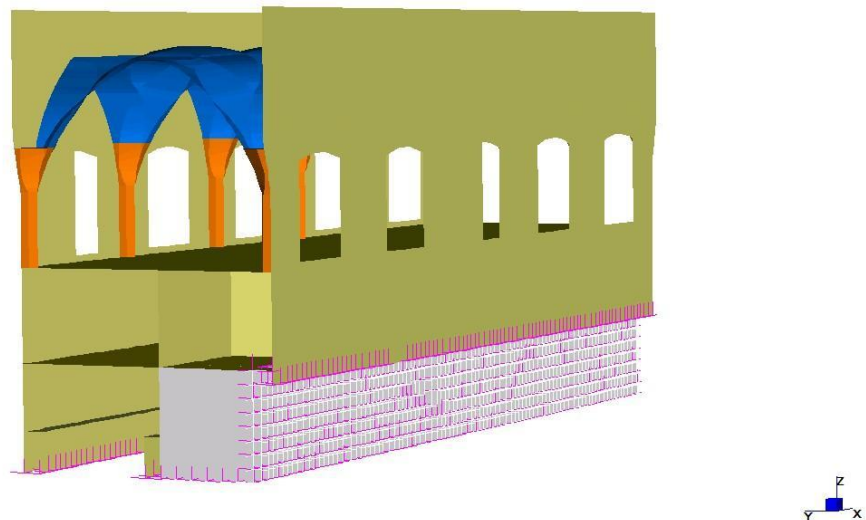
Lo spessore dei setti è stato ricavato principalmente per misura diretta degli elaborati grafici manuali ottenuti dall'archivio storico, spesso non quotati. Il margine di errore nella valutazione di tali grandezze è, quindi, relazionato alle molteplici incertezze dovute all'accuratezza della rappresentazione e a quella della misurazione. I materiali che li compongono sono stati per lo più osservati direttamente, quando possibile, attraverso l'indagine visiva della qualità muraria e i parametri meccanici sono stati successivamente ottenuti da tabelle di comprovata validità (cfr. § 3.1).

I valori dei parametri meccanici immessi nel codice di calcolo sono stati, in prima fase di analisi, generalizzati: i moduli di Young  $E$  impostati per le diverse tipologie murarie sono stati ricondotti a quello minimo tra tutte le tipologie murarie riscontrate, a favore di sicurezza, mentre sono stati considerati quelli specifici di ogni tipologia di muratura in fase di verifica.

L'allineamento degli elementi *Plate* nel modello comporta che vengano trascurate le eccentricità tra gli assi verticali dei setti, così come quelle provenienti dagli orizzontamenti quali solai e volte, peraltro ignote.

Gli orizzontamenti sono stati modellati come diaframmi orizzontali flessibili composte di elementi *Plate Quad* a 4 nodi di spessore arbitrario 0,5 m e materiale con proprietà meccaniche corrispondente a un legno tipico, ritenuti rappresentativi di una rigidità media del sistema volta in muratura-solaio ligneo, largamente diffuso in gran parte degli edifici. Questa approssimazione è stata ritenuta sufficiente, in quanto l'analisi e la verifica degli orizzontamenti e degli impalcati, ad esclusione della volta della *Vladislav Hall* oggetto di uno studio più approfondito (si veda il Cap. 6), esulano dai propositi del presente studio.

I vincoli alla base sono stati impostati come infinitamente rigidi per semplicità: una modellazione del terreno alla base della struttura che rappresentasse un vincolo elastico, specialmente per i setti alla base che sono realizzati contro terra, è stata considerata e poi scartata, in quanto contribuiva a rendere poco chiara la definizione dei principali modi di vibrare, aggiungendo una quantità di massa estremamente vincolata (Fig.18).



*Fig. 18: ipotesi di modellazione del terreno a monte del livello seminterrato (poi scartata)*

Si ricorda, inoltre, che il codice di calcolo assume il materiali omogeneo e isotropo, condizione lontana dalla realtà del comportamento effettivo del materiale muratura, la quale, tipicamente, ha resistenza a trazione trascurabile e comportamento diverso parallelamente od ortogonalmente rispetto alle giaciture.

La modellazione ha dovuto tenere conto della collocazione della struttura all'interno di un aggregato edilizio più esteso, la cui evoluzione storica è, tipicamente, il risultato di una genesi articolata e non unitaria. Ciò è dovuto a molteplici fattori, come la sequenza costruttiva, i cambiamenti nella destinazione d'uso, l'avvicinarsi dei proprietari e ad eventi straordinari come ad esempio gli incendi e le guerre che, come è sorto dall'indagine storica, hanno intaccato proprio l'edificio in questione.

Nell'analisi di un edificio in aggregato, perciò, non si possono trascurare le interazioni derivanti dalla contiguità con quelli ad esso adiacenti, che potrebbero essere strutturalmente connessi, oppure semplicemente accostati. In questi casi risulta più complessa la determinazione di un comportamento globale, il quale, idealmente, vedrebbe coinvolto tutto l'aggregato nel suo insieme. Non essendo possibile nella maggior parte dei casi - e talvolta nemmeno corretto - modellare con i metodi tradizionali un organismo così complesso, è necessario ridurlo in alcune parti che possano essere considerate strutturalmente

indipendenti dalle altre. A questo scopo deve essere individuata l'unità strutturale (US) oggetto di studio - sia pure composta da più unità immobiliari - la quale per definizione deve avere un comportamento strutturale unitario nei confronti sia di azioni statiche che dinamiche. Essa potrà essere separata dalle US adiacenti laddove ci sia un giunto strutturale o una discontinuità dovuta ad una tipologia strutturale diversa, a un materiale diverso o ad una diversa epoca di costruzione.

Ciò non significa che ogni US sia isolata da quelle adiacenti, anzi è opportuno considerare le interazioni che avvengono comunque con esse, quali ad esempio:

- carichi provenienti da solai o da pareti dell'altra US
- spinte di archi e volte appartenenti a US contigue
- spinte provenienti da archi di contrasto o da tiranti ancorati su altri edifici
- spinte non contrastate causate da orizzontamenti sfalsati di quota sulle pareti in comune
- effetti locali causati da prospetti non allineati, o da differenze di altezza o di rigidità tra US adiacenti, azioni di ribaltamento e di traslazione che interessano le pareti nelle US di testata di tipologie seriali (schiere)
- possibile martellamento nei giunti.

Nel caso in esame, l'edificio oggetto di studio, quello in cui è inserita la Sala di Ladislao, è incluso in un sistema di edifici risalenti ad epoche diverse e che hanno essi stessi parti realizzati in momenti diversi secondo un'intricata sequenza edilizia. Addirittura il corpo principale stesso, come si è detto, è frutto di almeno tre grandi fasi costruttive. Nella scelta dell'US si è dovuto quindi prestare attenzione nel valutare quelle che possono essere le interazioni tra gli edifici, con particolare attenzione al comportamento per azioni dinamiche.

Sono stati considerati i blocchi che incidono ortogonalmente all'edificio su entrambi i lati, Nord e Sud, in virtù del importante contributo in rigidità rispetto ad azioni orizzontali in direzione N-S, che viceversa agirebbero sui pannelli murari portanti sollecitandoli fuori dal piano senza alcun contrasto. Al corpo centrale sono stati quindi annessi i seguenti edifici i tutto il loro sviluppo verticale e orizzontale:

- l'ala a Nord detta del Catasto dei Nuovi Registri Fondiari

- l'ala sullo stesso lato ad essa adiacente e avente una parete in comune, in cui è inclusa la Sala della Dieta
- l'ala a Sud risalente all'ampliamento di Ludwig
- l'ala meridionale minore che collega alla cosiddetta Ala Teresiana.

Quest'ultima, che si sviluppa in direzione pressoché parallela al corpo principale, è stata trascurata nel modello in quanto, con la sua altezza ridotta, contribuisce soprattutto ad irrigidire ulteriormente la parte inferiore dell'Ala di Ludwig, già estremamente rigida in virtù dell'imponente spessore dei muri un tempo appartenuti alla fortificazione (che superano i 200 cm).

Nella direzione longitudinale dell'edificio principale, invece, il modello globale è stato interrotto in quanto il sopralluogo all'interno del sottotetto ha permesso di individuare le sconessioni dei muri perimetrali, sostenenti il peso della copertura, dai muri degli edifici adiacenti ad Ovest e ad Est. Queste sconessioni, localmente anche profonde, hanno rivelato che i setti contigui sono in realtà semplicemente accostati. Dal lato occidentale, infatti, le fasi costruttive sono estremamente lontane nel tempo e chi è venuto per secondo non ha predisposto una vera e propria integrazione della muratura nuova in quella vecchia: il muro risalente al periodo gotico-rinascimentale (esso stesso è stato originato infatti in diversi momenti storici) che delimita la Sala di Ladislao si appoggia su quello della torre della fortificazione romanica del XII secolo (Fig.19).





*Fig. 19a-19b: sconnessione tra i muri ortogonali nell'angolo Sud-occidentale (muro del corpo centrale si accosta a quello dell'antica torre di fortificazione del '200)*

Dal lato orientale la sconnessione è stata operata tra gli stessi muri perimetrali e quelli invece eretti per la Cappella di Ognissanti.

Bisogna sottolineare, comunque, che in presenza di edifici in aggregato, siano essi in semplice contatto o interconnessi con quelli adiacenti, i metodi di analisi e verifica tradizionali per gli edifici isolati possono non essere adeguati e fornire risultati anche molto lontani dalla realtà. Ecco perché l'analisi globale di una singola US in aggregato assume spesso un significato convenzionale o al più qualitativo, perciò vengono ammessi altri approcci, più semplificati, ma che si concentrano sui meccanismi locali significativi.

Pertanto, anche in questa sede, verranno sviluppate le analisi di meccanismi di danno locale, utilizzando l'analisi globale non lineare come guida per l'individuazione di quelli più fragili, ossia corrispondenti alle azioni più basse.

Si riportano di seguito i prospetti del modello adottato.

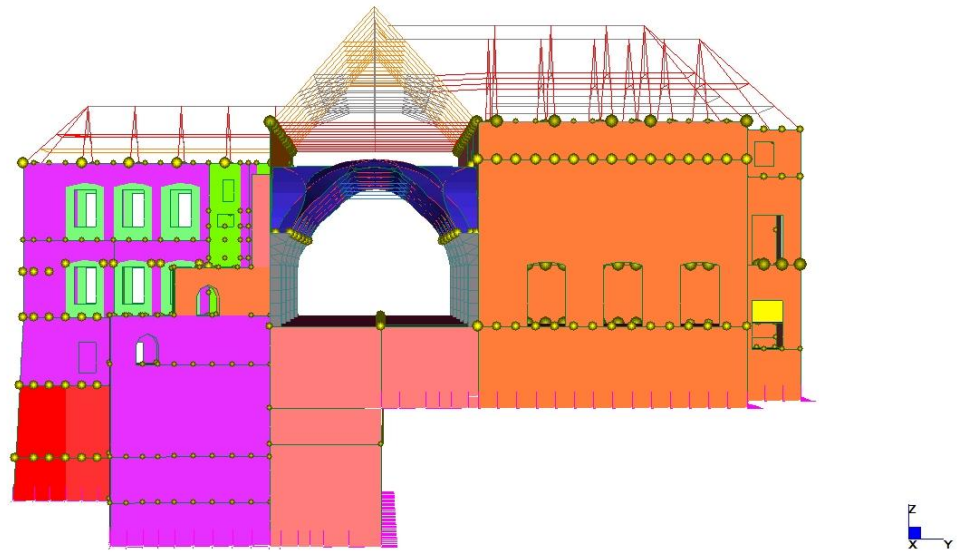


Fig. 20: prospetto Est del modello

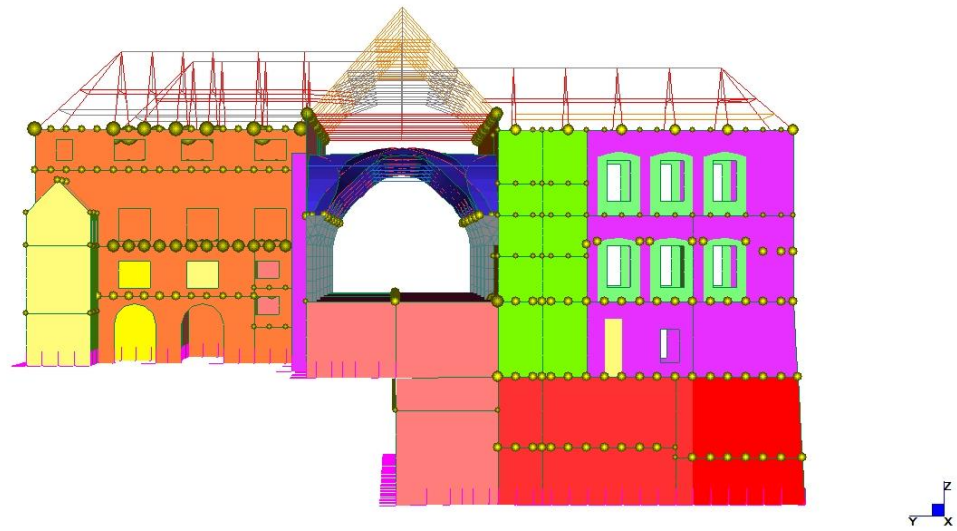


Fig. 21: prospetto Ovest del modello



Fig. 22:prospetto Nord del modello

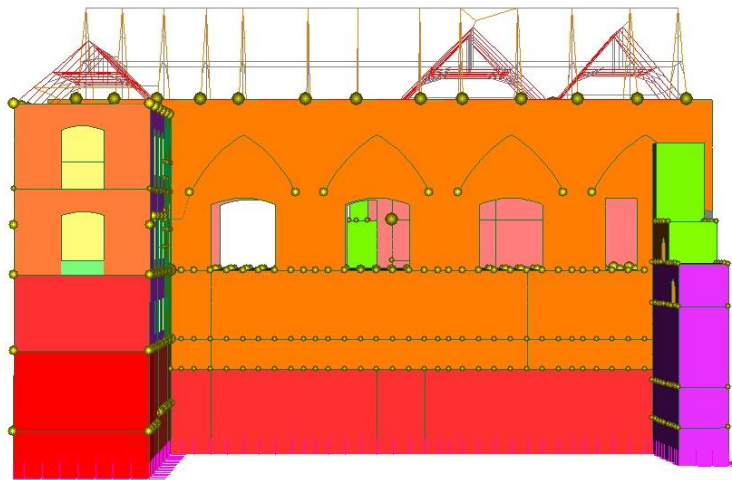


Fig. 23: prospetto Sud del modello

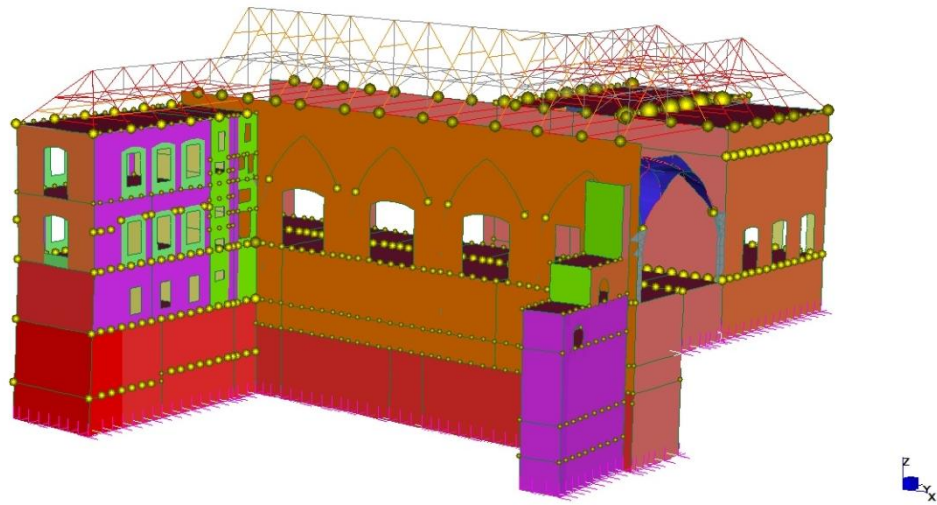


Fig. 24: vista 3D da S-E del modello

### 2.3 Caratterizzazione meccanica dei materiali

L'analisi della risposta delle strutture murarie si scontra con il problema della definizione dei parametri meccanici da associare ad un materiale che, notoriamente, non è omogeneo né isotropo e ha direzioni di scorrimento preferenziali. Questo vale a maggior ragione per le murature esistenti, delle quali non si conosce neanche le caratteristiche dei singoli materiali che le compongono e le cui prestazioni possono essere note solo attraverso prove dirette, raramente disponibili per motivi di invasività e costo. Inoltre, gran parte del patrimonio edilizio in muratura, così come accade per l'oggetto di studio, risale a periodi storici in cui il processo edilizio non era controllato e standardizzato secondo alcuni parametri e le usanze costruttive del luogo aggiungono ulteriori incertezze difficilmente quantificabili sui materiali utilizzati.

Oltre alla disomogeneità e all'anisotropia, contribuiscono a rendere difficile la definizione di una legge costitutiva per la muratura i seguenti fattori:

- la resistenza diversa in base al verso dell'azione normale, molto più bassa in trazione rispetto alla compressione;
- un comportamento non lineare successivamente alla formazione delle prime lesioni;

- un comportamento globale che dipende molto da quello dei singoli componenti;
- l'eterogeneità, non solo insita al materiale stesso, ma anche tra le varie zone del manufatto.

Intuitivamente, il materiale muratura deve la sua resistenza agli elementi o blocchi e la sua deformabilità ai giunti di malta: ne deriva che il comportamento meccanico di questo sistema sia sostanzialmente un compromesso tra quelli dei singoli componenti (Fig.25).

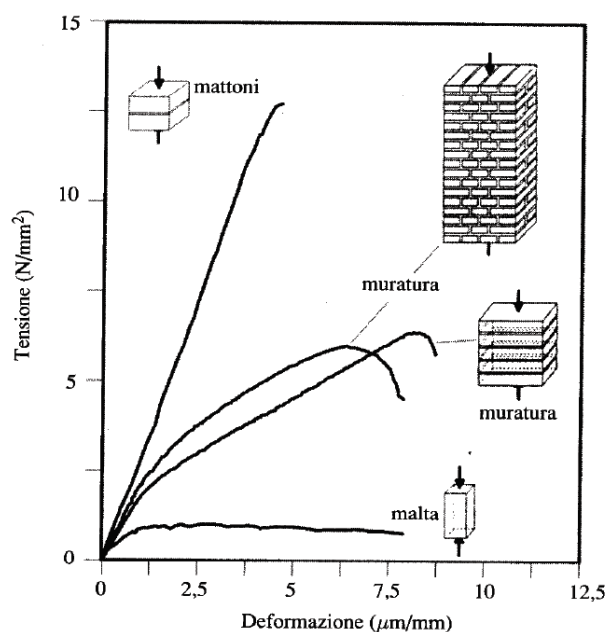


Fig. 25: diagramma tensione-deformazione tipico di una muratura e dei suoi singoli componenti

Si intuisce, di conseguenza, quanto sia importante per le strutture storiche una definizione il più possibile accurata della qualità muraria. A questo scopo, le vie percorribili possono seguire diversi metodi di indagine che possono essere strumentali o visive, molto invasive o meno invasive e fornire informazioni qualitative o quantitative sulla struttura. All'interno delle stesse prove sperimentali, si possono distinguere indagini distruttive, moderatamente distruttive o non distruttive, a seconda dell'invasività che è permessa e ritenuta necessaria. Alcune di queste possono fornire dei parametri meccanici della muratura da misure dirette, ma sono, però, generalmente prove distruttive, come la prova di compressione tramite martinetti piatti doppi o quella di resistenza a taglio diretto tipo *Sheppard*; oppure dati relativi ad altre grandezze che sono confrontabili empiricamente con essi, come ad es. nel caso di

indagini soniche o ultrasoniche, sclerometrie, *drill energy test*, *shove test*. Altre possono rivelare la tipologia del materiale per osservazione e senza alcuna misura attraverso carotaggi, endoscopie, termografie e strisciate radar.

Quando, invece, non si può disporre di nessuna di queste indagini, per motivi di tempi, costi o in quanto non sono giustificabili per lo scopo dello studio, la qualità muraria può essere valutata solo tramite indagine visiva. Metodologie in proposito sono state proposte attraverso diverse forme, la maggior parte delle quali tenta di ricondurre il giudizio a un parametro quantitativo. Riferendosi ad un progetto di ricerca condotto da RELUIS (*Rete dei Laboratori Universitari di Ingegneria Sismica*) nato specificatamente con lo scopo di valutare la sicurezza nei confronti di azioni sismiche, si presentano alcuni diversi approcci al problema, comunque validi per la qualità muraria in generale.

Un primo metodo (proposto da *UniVE*) sottolinea due aspetti principali che rendono una muratura più o meno vulnerabile a tali azioni. Un primo fattore è quello delle caratteristiche adesivo-coesive della muratura dipendenti sostanzialmente dal legante, la malta, che determina la tipologia del danno: una muratura con legami efficaci tra gli elementi tende a discretizzarsi in grandi blocchi in virtù della sua buona resistenza e monoliticità ed è soggetta ai meccanismi di danno dovuti alla geometria della struttura; viceversa, in mancanza di una buona coesione il danneggiamento avviene per disgregazione della muratura che porta al collasso ancora prima che possano verificarsi tali meccanismi. Il secondo fattore è quello del degrado e del dissesto, ossia dell'allontanamento dalle condizioni iniziali che influisce direttamente anche sul primo fattore.

Un modo di quantificare la qualità muraria da questo punto di vista è stato individuato nella misura delle *Linee di Minimo Tracciato (LMT)*, ossia in quei percorsi che seguono verticalmente l'andamento dei giunti di malta e che dovrebbero descrivere in un certo modo l'ingranamento interno alla tessitura muraria, per una porzione di 1 m<sup>2</sup> di muratura. Alle distanze da 100 a 161 cm, corrispondono livelli di vulnerabilità da 1 (più alta) a 5 (più bassa).

Un altro metodo si propone invece di pervenire ad un indice numerico che rappresenti la capacità della muratura di resistere a diversi tipi di sollecitazione. Tale indice, detto di Qualità Muraria (IQM), viene determinato in base all'osservazione del rispetto dei parametri della

“regola dell’arte”, sui quali vengono espressi dei punteggi la cui somma determina il giudizio complessivo. I parametri presi in considerazione da questo approccio sono:

- la qualità della malta, la quale conferisce coesione alla muratura e impedisce la concentrazione di sforzi conseguenti al contatto diretto tra gli elementi (rigidi);
- la presenza di diatoni, ossia di elementi orizzontali che assicurino l’ingranamento tra i paramenti e distribuiscano il carico tra di essi;
- la forma degli elementi che, se presentano facce orizzontali piane, contribuiscono a un buon ingranamento e permettono la mobilitazione delle forze d’attrito che conferiscono resistenza di piano alla muratura;
- la dimensione degli elementi, i quali più sono grandi più danno monoliticità alla muratura e evitano il disgregamento;
- lo sfalsamento dei giunti verticali, indispensabile per una ripartizione uniforme del carico verticale e per evitare la separazione di porzioni murarie a causa di lesioni verticali indotte dal taglio;
- l’orizzontalità dei filari che consente anch’essa una buona distribuzione del carico e la sollecitazione a scorrimento dei letti di malta solo per azioni orizzontali;
- la resistenza degli elementi, infine, è requisito fondamentale per la resistenza dell’insieme.

Per ognuno di questi parametri si rileva se è rispettato completamente, parzialmente o se proprio il requisito non è soddisfatto e ad ogni giudizio corrisponde il relativo punteggio, per azioni verticali, orizzontali nel piano od orizzontali fuori piano. L’IMQ risultante è il prodotto del punteggio per il parametro della resistenza della muratura, per la somma degli altri e va da 0 (pessima) a 10 (ottima).

Sotto la guida di questi criteri è stata valutata visivamente la qualità muraria dei paramenti osservabili nella struttura oggetto di studio e il giudizio qualitativo così ottenuto è stato utilizzato poi per inputare nel calcolo i valori quantitativi.

I parametri meccanici, non essendoci alcuna indicazione negli Eurocodici, sono stati quindi tratti dalla normativa italiana, la Circ. 02/02/09 n°617 applicativa delle NTC 2008, in base alle tipologie di murature proposte nella tabella C8A.2.1, riportata di seguito. Si ricorda, comunque, che tali valori proposti sono considerati tipici del patrimonio edilizio locale e che in

condizioni ideali sarebbe auspicabile ricercare informazioni specifiche delle murature tipiche del luogo di studio.

Tabella 3: valori di riferimento dei parametri meccanici da Tab. C8A.2.1 della Circ. 02/02/09 n°617 applicativa delle NTC 2008

TIPOLOGIA MURARIA	$f_m$ (N/cm <sup>2</sup> ) min-max	$\tau_0$ (N/cm <sup>2</sup> ) min-max	E (N/mm <sup>2</sup> ) min-max	G (N/mm <sup>2</sup> ) min-max	W (kN/m <sup>3</sup> )
Muratura in pietrame disordinata (ciottoli, pietre erratiche e irregolari)	100 180	2,0 3,2	690 1050	230 350	19
Muratura a conci sbozzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno	200 300	3,5 5,1	1020 1440	340 480	20
Muratura in pietre a spacco con buona tessitura	260 380	5,6 7,4	1500 1980	500 660	21
Muratura a conci di pietra tenera (tufo, calcarenite, ecc)	140 240	2,8 4,2	900 1260	300 420	16
Muratura a blocchi lapidei squadriati	600 800	9,0 12,0	2400 3200	780 940	22
Muratura in mattoni pieni e malta di calce	240 400	6,0 9,2	1200 1800	400 600	18
Muratura in mattoni semipieni con malta cementizia (foratura <40%)	500 800	24,0 32,0	3500 5600	875 1400	15
Muratura con blocchi laterizi semipieni (foratura <45%)	400 600	30,0 40,0	3600 5400	1080 1620	12
Muratura in blocchi laterizi semipieni con giunti verticali a secco (foratura <45%)	300 400	10,0 13,0	2700 3600	810 1080	11
Muratura con blocchi di calcestruzzo o argilla espansa (foratura 45÷65%)	150 200	9,5 12,5	1200 1600	300 400	12
Muratura in blocchi di calcestruzzo semipieni (foratura <45%)	300 440	18,0 24,0	2400 3520	600 880	14
$f_m$ = resistenza media a compressione della muratura $\tau_0$ = resistenza media a taglio della muratura E = valore medio del modulo di Young G = valore medio del modulo di elasticità tangenziale W = peso specifico medio della muratura					

Per i valori di progetto si è fatto riferimento, per coerenza, alla stessa normativa, la quale prevede una resistenza a compressione di calcolo pari a:

$$f_d = \frac{f_m}{\gamma_m \cdot FC}$$

dove



$\gamma_m$  è il coeff. di sicurezza parziale del materiale (pari a 2 in generale, mentre vale 1 per analisi non lineari),

FC è il fattore di confidenza, così come espresso anche nell' EN 1998-3, il quale vale 1,35 a causa del Livello di Conoscenza basso relativo alla struttura.

Per quanto riguarda invece la resistenza a taglio di progetto  $f_{vd}$ , trattandosi di muratura esistente non è possibile riferirsi alle formule che definiscono la resistenza in funzione dei valori caratteristici come avviene secondo i criteri di resistenza convenzionalmente assunti per la muratura nuova, perciò, la resistenza di progetto considerata è quella proposta dalla stessa normativa (al § C8.7.1.5), tale che :

$$f_{vd} = 1,5 \frac{\tau_{0d}}{b} \cdot \sqrt{1 + \frac{\sigma_0}{1,5\tau_{0d}}}$$

in cui

$\tau_{0d}$  è la resistenza media a taglio della muratura, stimata secondo i valori di riferimento dei parametri meccanici di tale normativa;

$\sigma_0=N/A$  è la tensione normale media riferita all'area totale della sezione

$b$  è un coeff. correttivo legato alla distribuzione di sforzi sulla sezione, dipendente dalla snellezza della parete  $h/l$  , ma comunque compreso tra 1÷1,5.

Le tipologie murarie da normativa che sono state adottate nel calcolo sono le seguenti:

- muratura a conci sbozzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno
- muratura in pietre a spacco con buona tessitura
- muratura in blocchi lapidei squadrati
- muratura in mattoni pieni e malta di calce

per le quali sono stati assunti i valori minimi dei parametri di resistenza e i valori medi del modulo elastico, come previsto per un livello di conoscenza basso (LC 1).

Dove è stato possibile, in quanto la muratura non era ricoperta da strati di rivestimento, sono state rilevate infatti diverse tipologie. In alcune delle parti di maggior rilievo architettonico si sono evidenziate murature di fattura particolarmente pregiata, con blocchi di pietra squadrati e talvolta sagomati, che afferiscono alle funzioni strutturale e architettonica insieme; è il caso

delle colonne supportanti la grande volta della *Vladislav Hall*, dei muri componenti l'alzato dell'Ala di Ludwig, di quelli dell'Ala della Dieta, delle arcate del livello Gotico del corpo centrale. In altre zone si trovano invece murature più scadenti, con paramenti in mattone e nucleo interno a sacco, come si è osservato nella Sala della Nuova Cancelleria Ceca, oppure composte da pietre appena sbazzate di forme estremamente irregolari, a volte anche arrotondate e senza una disposizione ordinata in filari, come ad esempio si è osservato nel sottotetto del corpo centrale.



*Fig. 26a-26b: muratura disomogenea in pietre irregolari e mattoni nel sottotetto del corpo centrale (sopra) e in blocchi di pietra squadrata per l'Ala di Ludwig (sotto)*

Nell'impostazione soluzione del modello numerico con codice di calcolo sono stati immessi in via approssimativa i parametri di una sola tipologia di materiale, quella di "muratura a conci sbazzati con paramento di limitato spessore e nucleo interno", in quanto comportava una deformabilità più alta e quindi meglio rappresentativa del materiale nel momento cui si formano le prime fessurazioni (ricordiamo che da modello il materiale ha le stesse

caratteristiche in compressione e trazione) utile soprattutto per la valutazione degli spostamenti in campo non lineare.

Nelle verifiche nei confronti delle azioni di progetto previste da Eurocodice e in quelle dei meccanismi locali di danno sono stati invece considerati i parametri specifici della muratura oggetto della verifica.

La modellazione per l'analisi non lineare del materiale è stata affrontata considerando uno schema elastico-perfettamente plastico senza ramo di *softening*.

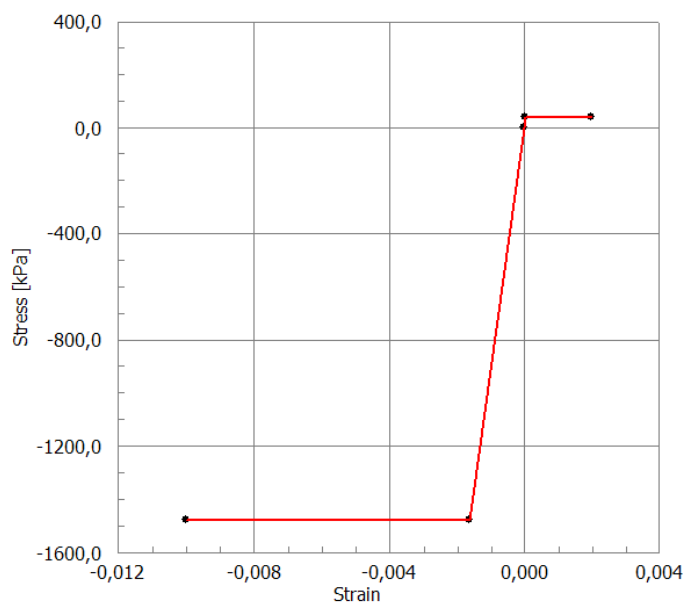


Fig. 27: diagramma bilineare con diversa resistenza in trazione e compressione per muratura in "pietra sbazzata" ( $E = 911$  MPa)

Un discorso a parte verrà affrontato per l'analisi relativa alla volta a costoloni della Sala di Ladislao, dove il materiale è stato modellato più in dettaglio, considerando le caratteristiche (più probabili) proprie dell'oggetto specifico.

### 3 ANALISI DEI CARICHI

Nell'analisi sono state considerate le azioni derivanti dai pesi propri degli elementi strutturali (strutture murarie, solai e volte, archi, travi di copertura), dai carichi permanenti portati (pavimentazioni, riempimenti e rinfianchi di volte, elementi architettonici di copertura), dai carichi variabili di solaio (affollamento per musei e sale espositive, accessibilità per manutenzione) e dai carichi dovuti alle azioni naturali quali sisma, neve e vento.

#### 3.1 Pesi permanenti degli elementi strutturali

##### 3.1.1 Pesi specifici dei materiali

- Peso proprio murature in pietra (muri, colonne, volte)	22 KN/m <sup>3</sup>
- Peso proprio murature in laterizio (muri, archi, volta principale)	19 KN/m <sup>3</sup>
- Travature lignee (coperture)	11 KN/m <sup>3</sup>

##### 3.1.2 Pesi propri e carichi permanenti impalcati

- Peso proprio solaio tipico	
- Travi (2 da 20x18)	0,8 KN/m <sup>2</sup>
- Tavolato (3cm)	0,3 KN/m <sup>2</sup>
- Riempimento (sabbia 7 cm)	1,1 KN/m <sup>2</sup>

- Pavimentazione in legno	0,5 KN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>2,7 KN/m<sup>2</sup></b>

- Pavimentazione in pietra	1,3 KN/m <sup>2</sup>
<b>Totale</b>	<b>3,5 KN/m<sup>2</sup></b>

### 3.1.3 Peso proprio volte

Per la volta della sala principale è stata calcolata la superficie totale dalla *mesh* derivata dal rilievo al *laser scanner* di cui si è potuto disporre, considerando come stimato da studi precedenti uno spessore medio di 25 cm.

Spessore volta in muratura di mattone pieno	0,25 m
Superficie (per campata)	245 m
<b>Peso totale (per campata)</b>	<b>1164 KN</b>

Per i locali in cui si ha sia una volta con un orizzontamento al livello superiore, si è ipotizzato che questi siano realizzati in maniera indipendente, cosicché la volta porti solo il peso proprio; una volta realizzata con riempimento delle dimensioni che si hanno in questo edificio, infatti, sarebbe eccessivamente massiva (oltre le 25-30 t/mL).

Per determinarne il peso, quindi, non conoscendone l'esatta geometria della sezione, è stata considerata la superficie di una volta a crociera tipo presente al livello del "piano gotico", ipotizzandone anche per essa uno spessore medio di 25 cm, da cui il conseguente carico superficiale:

Luce	8 m
Campata	5,8 m
Superficie complessiva	60,3 m <sup>2</sup>
Spessore	0,25 m
Materiale (mattoni con inserti in pietra)	20 KN/m <sup>3</sup>
<b>Peso di superficie</b>	<b>6,5 KN/m<sup>2</sup></b>

### 3.1.4 Peso proprio e carichi permanenti copertura

Per la copertura del corpo principale, sopra la volta della Sala di Vladislav, sono stati considerati i seguenti carichi:

N° capriate	13
Interasse medio	4,77 m
Luce	16,2 m
Altezza	9,2 m
Pendenza	49°
<b>Peso capriata (corpo principale)</b>	<b>23,3 KN</b>
Lunghezza	62 m
Superficie di copertura	1513 m <sup>2</sup>
Superficie in pianta	1008 m <sup>2</sup>
<b>Rivestimento in coppi</b>	<b>0,8 KN/m<sup>2</sup></b>
<b>Travature secondarie</b>	<b>26,8 KN/mL</b>

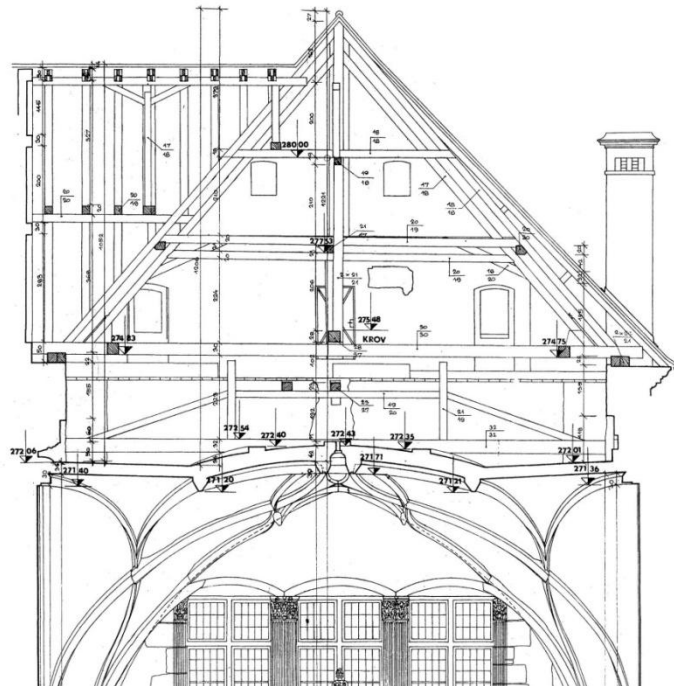


Fig. 28: sezione quotata della copertura barocca con capriate lignee

Le sezioni delle travi delle coperture delle altre ali del palazzo componenti l'aggregato in oggetto non sono note con precisione, ma, essendo queste realizzate con configurazione e materiali simili, si è effettuata una stima proporzionale alla copertura del corpo principale.

## 3.2 Carichi variabili

### 3.2.1 Carico accidentale

Per i locali destinati a museo o a sala espositiva è stato considerato il relativo carico di progetto:

**Ambiente suscettibile di affollamento (cat. C3)                      5,0 KN/m<sup>2</sup>**

### 3.2.2 Carico neve

Il carico da neve di progetto così come suggerito da Eurocodice è risultato essere il seguente:

Carico di neve al suolo	0,75 KN/m <sup>2</sup>
Coeff. di forma (falda a 49°)	0,29
Coeff. di esposizione	1
Coeff. termico	1
<b>Carico di neve di progetto</b>	<b>0,22 KN/m<sup>2</sup></b>

### 3.2.3 Carico da vento

La pressione da vento di progetto prevista dall' EN 1991-1-4 è quella corrispondente alla velocità di riferimento  $v_b$ , ossia una velocità che si ha a 10 m da terra in un luogo di categoria di esposizione II (si veda la tab.), mediata su 10 minuti e riferita a un periodo di ritorno di 50 anni:

$$v_b = v_{b,0} c_{dir} c_{season}$$

dove

$v_{b,0}$  è la velocità fondamentale, che da mappa europea vale 26 m/s

$c_{dir}$  è il fattore direzione (generalmente 1,0)

$c_{season}$  è il fattore stagione (generalmente 1,0)

Le categorie di esposizione da 0 a IV determinano la scelta del coeff. di esposizione e dipendono da quanto il vento sia ostacolato da edifici, piante ed altri impedimenti che si

trovano in prossimità dell'oggetto di studio. Queste sono definite nella tabella 4.1 della norma come segue:

Tabella 4: categorie di esposizione all'azione del vento da Tab. 4.1 della EN 1991-1

Terrain category		$z_0$ m	$z_{min}$ m
0	Sea or coastal area exposed to the open sea	0,003	1
I	Lakes or flat and horizontal area with negligible vegetation and without obstacles	0,01	1
II	Area with low vegetation such as grass and isolated obstacles (trees, buildings) with separations of at least 20 obstacle heights	0,05	2
III	Area with regular cover of vegetation or buildings or with isolated obstacles with separations of maximum 20 obstacle heights (such as villages, suburban terrain, permanent forest)	0,3	5
IV	Area in which at least 15 % of the surface is covered with buildings and their average height exceeds 15 m	1,0	10
The terrain categories are illustrated in Annex A.1.			

La pressione cinetica di riferimento è :

$$q_b = \frac{1}{2} \rho v_b^2$$

e si usa per determinare la pressione cinetica di picco, funzione del coeff. di esposizione  $c_e(z)$  che assume i seguenti valori in base alla categoria e al variare della quota, come esposto nel seg. grafico:

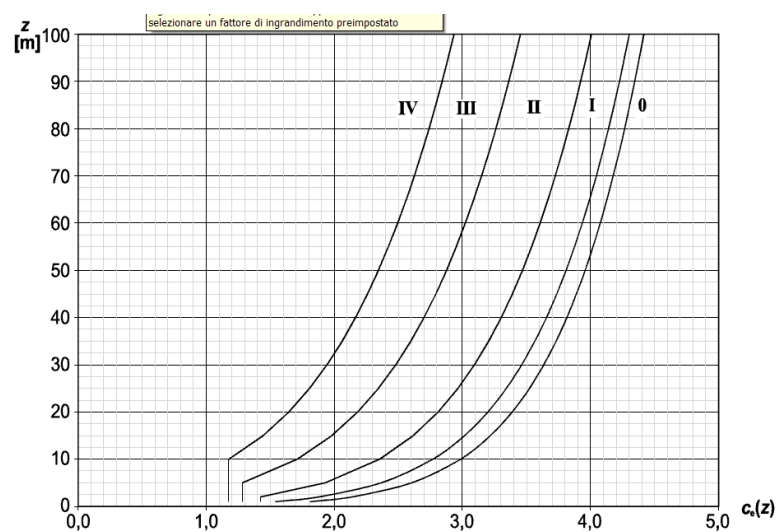


Fig. 29: abaco per la determinazione del coeff. di esposizione  $c_e$ , per le diverse categorie di esposizione



La pressione sulle superfici interne ed esterne è determinata, infine, in maniera distinta secondo quanto prescritto nelle sezioni 5 e 7 della norma.

Per l'edificio in esame risultano i seguenti parametri:

- classe di esposizione:	II
- velocità di riferimento:	$v_b = 26 \text{ m/s}$
- pressione cinetica di riferimento:	$q_b = 0,42 \text{ KN/m}^2$
- coeff. di esposizione (per $z = 33 \text{ m}$ ):	$c_e = 3,2$
- pressione cinetica di picco:	$q_p = 1,34 \text{ KN/m}^2$
- coeff. aerodinamico esterno sopravento (per $h < b$ ):	$c_{pe} = c_{pe,10} = +0,8$
- coeff. aerodinamico esterno sottovento (per $h < b$ ):	$c_{pe} = c_{pe,10} = -0,54$
- coeff. aerodinamico interno:	$c_{pi} = -0,25$

L'azione del vento a favore di sicurezza che scarica la copertura viene annullata dal coeff. parziali per azioni variabili favorevoli

$$\gamma_{Q,i} = 0.$$

### 3.3 Combinazione dei carichi

Le verifiche vengono condotte per tutti gli elementi secondo il metodo degli Stati Limite, considerando le seguenti combinazioni di carico previste dall' EN 1990 §6.4.3:

- Combinazione SLU fondamentale:

$$\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (6.10)$$

o in alternativa per STR e GEO la più sfavorevole tra

$$\sum \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} \psi_{0,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad e \quad (6.10a)$$

$$\sum \xi_j \gamma_{G,j} G_{k,j} + \gamma_P P + \gamma_{Q,1} Q_{k,1} + \sum \gamma_{Q,i} \psi_{0,i} Q_{k,i} \quad (6.10b)$$

dove per le azioni permanenti:

$G_{k,j}$  valore caratteristico della  $j$  – esima azione permanente

$\gamma_{G,j} = 1,35$  se l'azione permanente è sfavorevole

$\gamma_{G,j} = 1,00$  se l'azione permanente è favorevole

e per le azioni variabili:

$Q_{k,i}$  valore caratteristico della  $i$  – esima azione variabile.

$Q_{k,1}$  valore caratteristico dell'azione variabile fondamentale

$\gamma_{Q,i} = 1,35$  se l'azione variabile è dovuta al traffico pedonale ed è sfavorevole

$\gamma_{Q,i} = 1,50$  se l'azione variabile è dovuta a neve, vento, ecc. (eccetto il traffico) ed è sfavorevole

$\gamma_{Q,i} = 0$  se l'azione variabile è favorevole

$\psi_{0,i}$  fattore di combinazione che tiene conto della non contemporaneità statistica dei carichi agenti su una struttura.

- Combinazione sismica:

$$\Sigma G_{k,j} + P + A_{Ed} + \Sigma \psi_{2,i} Q_{k,i} \quad (6.12b)$$

dove

$A_{Ed}$  valore di progetto dell'azione sismica

- Combinazione SLE caratteristica: (6.14b)

- Combinazione SLE frequente: (6.15b)

- Combinazione SLE quasi-permanente: (6.16b)

I valori dei coeff. di combinazione sono espressi nella tabella seguente:

Tabella 5: coefficienti di combinazione da EN 1991-1

Action	$\psi_0$	$\psi_1$	$\psi_2$
Imposed loads in buildings, category (see EN 1991-1-1)			
Category A : domestic, residential areas	0,7	0,5	0,3
Category B : office areas	0,7	0,5	0,3
Category C : congregation areas	0,7	0,7	0,6
Category D : shopping areas	0,7	0,7	0,6
Category E : storage areas	1,0	0,9	0,8
Category F : traffic area, vehicle weight $\leq 30\text{kN}$	0,7	0,7	0,6
Category G : traffic area, $30\text{kN} < \text{vehicle weight} \leq 160\text{kN}$	0,7	0,5	0,3
Category H : roofs	0	0	0
Snow loads on buildings (see EN 1991-1-3)*			
Finland, Iceland, Norway, Sweden	0,70	0,50	0,20
Remainder of CEN Member States, for sites located at altitude $H > 1000$ m a.s.l.	0,70	0,50	0,20
Remainder of CEN Member States, for sites located at altitude $H \leq 1000$ m a.s.l.	0,50	0,20	0
Wind loads on buildings (see EN 1991-1-4)	0,6	0,2	0
Temperature (non-fire) in buildings (see EN 1991-1-5)	0,6	0,5	0
NOTE The $\psi$ values may be set by the National annex. * For countries not mentioned below, see relevant local conditions.			

Qui di seguito si riportano le combinazioni di carico per l'analisi allo SLU statica e per quella in combinazione sismica adottate nel caso in esame:

Tabella 6: coefficienti per ogni combinazione di carico per azioni statiche

Azioni	Coefficienti *		
	SLU 1	SLU 2	SLU 3
Permanenti	1,35	1,35	1,35
Accidentali	1,5	1,05	1,05
Neve	0,75	1,5	0,75
Vento	0,9	0,9	1,5
* includendo il contributo dei coeff. parziali sulle azioni $\gamma_e$ e di combinazione $\psi$			

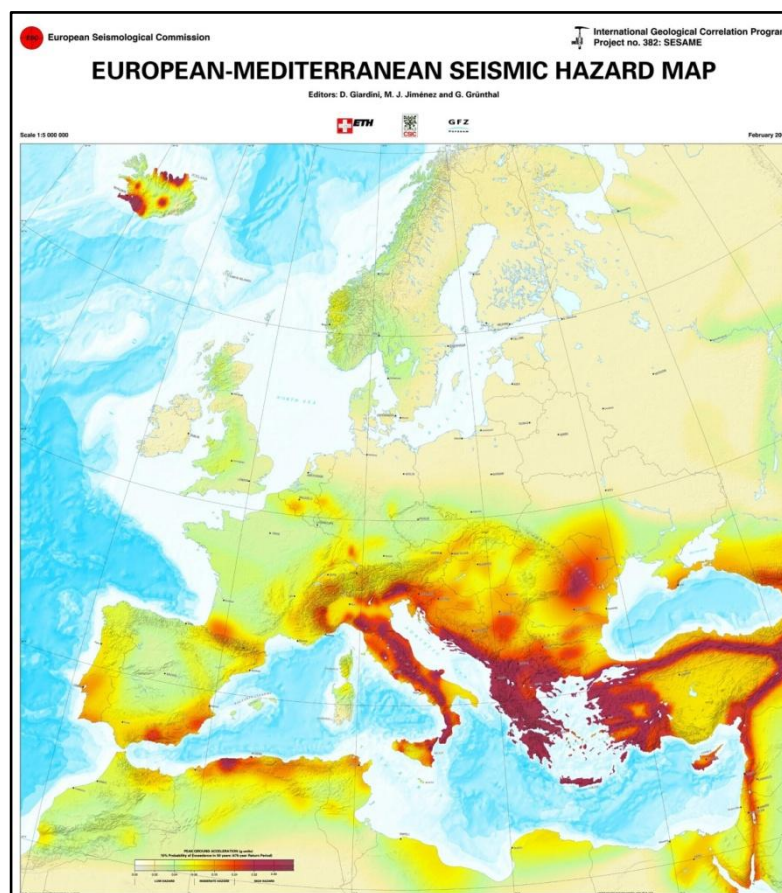
Azioni	Coefficienti *							
	Sismica X++	Sismica X+-	Sismica X-+	Sismica X--	Sismica Y++	Sismica Y-+	Sismica Y+-	Sismica Y--
Permanenti	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0
Accidentali	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7	0,7
Neve	0	0	0	0	0	0	0	0
Vento	0	0	0	0	0	0	0	0
Sisma X	1,0	1,0	-1,0	-1,0	0,3	-0,3	0,3	-0,3
Sisma Y	0,3	-0,3	0,3	-0,3	1,0	1,0	-1,0	-1,0
* includendo il contributo dei coeff. parziali sulle azioni $\gamma$ e di combinazione $\psi$								

## 4 ANALISI SVOLTE

Sono state svolte le seguenti tipologie di analisi:

- **analisi statica** in combinazione SLU fondamentale
- **analisi** per azioni sismiche **lineare dinamica modale con spettro di risposta**
- **analisi** per azioni sismiche **non lineare** di tipo *push-over*
- **analisi cinematiche** dei meccanismi di danno locali

Per quanto riguarda le analisi per azioni sismiche, vuole evidenziare come la zona in esame sia situata in un'area caratterizzata da rari e prevalentemente deboli eventi sismici, per cui le accelerazioni al suolo di progetto sono molto basse. Consultando la mappa di rischio sismico dell'area euro-mediterranea si osserva come la Repubblica Ceca sia una delle nazioni dal più basso rischio sismico dell'Europa continentale, fatta eccezione per i territori marginali situati sulla parte terminale dei Carpazi, i Monti Sudeti, e i Monti Metalliferi, aree di medio-bassa sismicità.



*Fig. 30: mappa Euro-mediterranea del rischio sismico indicante le accelerazioni al suolo di picco (PGA) caratteristiche*

L'accelerazione al suolo di picco  $a_g$  è considerata di  $0,04\text{ g}$ . Se si considera che l'EC definisce zone a "sismicità molto bassa" le aree in cui il valore di  $a_g$  è inferiore a  $0,04\text{ g}$  ( o  $a_g S < 0,05\text{ g}$  ), tale per cui non è necessario progettare secondo le disposizioni dell'EC8, si osserva come in quest'area ci si trovi esattamente sul limite. Questa definizione è accompagnata anche da un'altra, più qualitativa, secondo la quale l'analisi rispetto al rischio sismico non è richiesta qualora gli effetti delle azioni sismiche non superino quelli dei carichi statici. Proprio per questo risulta importante una valutazione degli effetti in combinazione sismica in rapporto a quelli da Stato Limite Ultimo fondamentale.

#### **4.1 Analisi statica in combinazione SLU fondamentale**

L'analisi per azioni statiche è stata condotta imponendo la combinazione di carico da Stato Limite Ultimo più gravosa, che è risultata essere la combinazione SLU- 1 (si veda tab. 6), ossia quella per carico accidentale di piano prevalente.

#### **4.2 Analisi modale con spettro di risposta**

L'analisi modale del modello ha portato alla luce le complessità tipiche della modellazione sismica degli edifici storici: l'irregolarità in pianta e in altezza, le disomogeneità dei materiali, le discontinuità dovute all'evoluzione dell'organismo edilizio, l'effettiva efficacia degli ammortamenti e dei collegamenti tra gli elementi strutturali rappresentano i principali problemi di modellazione che possono allontanare anche di molto il modello dal comportamento dinamico reale.

A questo si aggiungono le problematiche relative allo studio del comportamento globale degli aggregati di edifici storici, di cui spesso non si conoscono le reali connessioni o sconnessioni, il che rende complessa la valutazione dell'interazione fra di essi.

Se a questo si aggiunge un basso livello di conoscenza della struttura, dovuto all'inaccessibilità di alcune aree, all'impossibilità di disporre di indagini sui materiali e alle altre ragioni descritte, si deduce come sia complesso determinare quale sia un reale comportamento d'insieme.

Nello specifico del caso in esame, vanno considerati anche i seguenti fattori:

- l'elevato numero di nodi (oltre 12000) e elementi *PLATE* (oltre 13000), comporta che le masse siano molto distribuite sul modello e che si abbiano un alto numero di modi di vibrare con una massa partecipante relativa piccola;
- il grado di vincolo delle diverse parti è molto diverso: si hanno livelli seminterrati molto vincolati, i quali sono peraltro quelli con setti più spessi e tozzi, quindi estremamente rigidi, mentre nella parte superiore si hanno muri più sottili con luci più ampie, non direttamente vincolati al terreno; ciò comporta che la massa partecipante inferiore abbia una dinamica disaccoppiata e, probabilmente, indipendente da quella superiore, causando una distribuzione delle rigidezze molto diversa su tutto il complesso, che avrà una parte di massa che partecipa in

maniera molto più significativa al moto sismico e una che, invece, parteciperà in maniera trascurabile;

- la rigidità degli orizzontamenti, prevalentemente lignei, delle volte spesso con funzione prevalentemente architettonica e dal grado di vincolo alla muratura debole o ignoto, non permette di poter inputare dei diaframmi di piano rigidi, che possano quindi distribuire l'azione sismica su tutto il sistema coinvolgendo tutti i setti nello stesso moto.

Tutti questi fattori comportano che i modi di vibrare globali, che coinvolgono quindi una consistente quantità di massa, siano di difficile individuazione e si osservino soprattutto modi irrilevanti o prettamente locali.

In particolare, per ovviare al secondo problema, sono state trascurate le masse dei setti del livello seminterrato, quello risalente al periodo romanico che presenta muri spessi anche oltre i 2 metri e che aveva quindi una grande quantità di massa molto vincolata, che non avrebbe dato un contributo significativo al moto e avrebbe quindi abbattuto i valori di massa partecipante del sistema.

#### 4.2.1 Spettro di progetto

Per la definizione dello spettro di elastico di risposta alle azioni orizzontali ci si è affidati a all'EC 8 cap. 1, nel quale a differenza della normativa italiana, non considerano i parametri relativi alla micro-zonazione di scala nazionale, quali  $F_o$  e  $T_c^*$ , né il coeff. topografico  $S_t$ ; la normativa europea, infatti, rimanda una definizione più specifica degli spettri alle appendici nazionali.

Lo spettro viene definito secondo i seguenti parametri:

Vita nominale:	50 anni
Classe d'uso:	II
Coeff. d'uso:	1,0
Periodo di riferimento:	50 anni
Categoria di suolo:	A



L'EN 1998-1 distingue, però, **2 tipi di spettro** (par. 3.2.2.2) :

- Tipo 1: spettro raccomandato per eventi sismici previsti con onde superficiali di magnitudo  $M_s$  superiore a 5,5
- Tipo 2: spettro raccomandato nel caso in cui "il terremoto che contribuisce maggiormente al rischio sismico definito per quel sito, allo scopo della valutazione probabilistica del rischio, abbia onde di superficie di magnitudine inferiore a 5,5" (par. 3.2.2.2, nota 1)

In questo punto l'Eurocodice sembra fare riferimento alla definizione di aree a "sismicità molto bassa" fornita al punto 3.2.1, in cui si ritengono tali quelle zone dall'accelerazione al suolo di picco (PGA)  $a_g < 0,04$  g (o  $a_g S < 0,05$  g). La differenza tra i due tipi di spettro forniti, però, consiste sì in uno schiacciamento dello spettro "normale" Tipo 1 verso valori di periodo più bassi, attraverso l'input di parametri  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$  ridotti, ma anche in un'amplificazione verso l'alto applicando valori di  $S$  molto maggiori, tranne per categorie di suolo A. Ne risultano spettri di tipo 2 relativi alle categorie di suolo B, C, D ed E con range di periodi corrispondenti al valore massimo di amplificazione molto ristretti e vicino all'asse  $T = 0$ , ma molto più alti e distanziati che nello spettro di tipo 1.

L'Eurocodice sembra dare, quindi, in questo punto, più importanza agli effetti di sito nel caso si abbiano zone a sismicità abbastanza bassa.

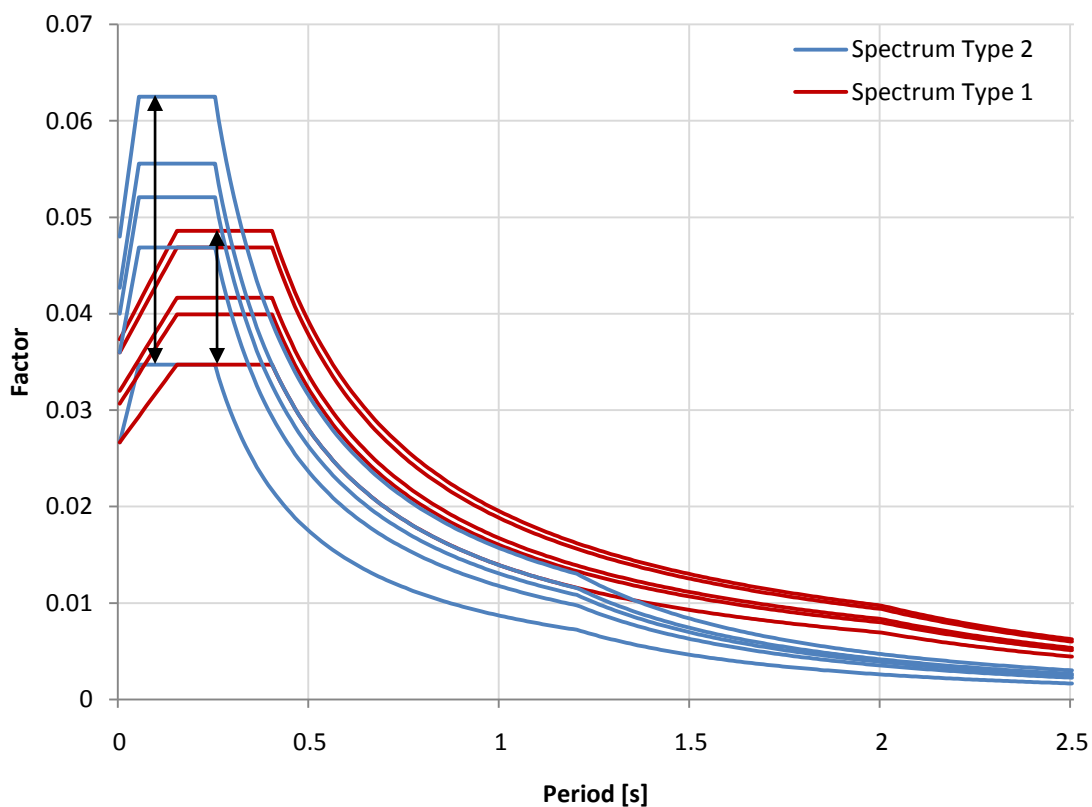


Fig. 31: confronto tra spettri da Eurocodice di Tipo 1 e Tipo 2 per le varie categorie di suolo

Nel caso in esame, però, di un edificio che poggia le sue fondazione su roccia, ci si trova in categoria di suolo A, per la quale il fattore  $S$  è unitario per entrambi gli spettri. In questo caso particolare quindi lo spettro di tipo 2 risulta solamente schiacciato verso l'asse delle ordinate, senza alcuna amplificazione rispetto a quello di tipo 1; i valori di accelerazione all'esterno del plateau, che diventa più stretto, vengono quindi tutti ridotti anche del 30÷40%, specie attorno al limite superiore del plateau stesso (0,4÷0,6 s), dove si trovano spesso i periodi principali di vibrazione. Ciò equivale a ridurre ulteriormente le sollecitazioni di progetto in quelle aree in cui il rischio sismico è già basso, facendole ricadere molto probabilmente nella categoria di zone considerate a "sismicità molto bassa", per le quali la progettazione secondo i requisiti prestazionali del capitolo 8 dell'EC non è richiesta. Uno spettro così ribassato, infatti, comporterà quasi certamente effetti delle azioni sismiche inferiori a quelli dei carichi allo SLU in combinazione non sismica.

Essendo lo studio volto a determinare il comportamento prettamente dinamico, si è ritenuto di considerare comunque lo spettro "normale" di Tipo 1, che in questo caso particolare di categoria di suolo A risulta più sfavorevole. Gli effetti di entrambi gli spettri di progetto verranno comunque riportati.

La forma dello spettro elastico da Eurocodice è la seguente:

$$\begin{aligned}
 S_e(T) &= a_g S \left( 1 + \frac{T}{T_B} (2,5\eta - 1) \right) & 0 \leq T \leq T_B \\
 S_e(T) &= a_g S \eta^{2,5} & T_B \leq T \leq T_c \\
 S_e(T) &= a_g S \eta^{2,5} \left( \frac{T_c}{T} \right) & T_c \leq T \leq T_D \\
 S_e(T) &= a_g S \eta^{2,5} \left( \frac{T_c T_D}{T^2} \right) & T_D \leq T \leq 4 \text{ s}
 \end{aligned}$$

che corrisponde a quella della normativa italiana se si pone il fattore di amplificazione spettrale  $F_0$  uguale a 2,5 ovunque (mentre nel territorio italiano è definito dalle mappe di micro-zonazione sismica).

Lo spettro di progetto valutato con fattore di struttura  $q$  diventa:

$$\begin{aligned}
 S_e(T) &= a_g S \left( \frac{2}{3} + \frac{T}{T_B} \left( \frac{2,5}{q} - \frac{2}{3} \right) \right) & 0 \leq T \leq T_B \\
 S_e(T) &= a_g S \frac{2,5}{q} & T_B \leq T \leq T_c \\
 S_e(T) &= a_g S \frac{2,5}{q} \left( \frac{T_c}{T} \right) \geq \beta a_g & T_c \leq T \leq T_D \\
 S_e(T) &= a_g S \frac{2,5}{q} \left( \frac{T_c T_D}{T^2} \right) \geq \beta a_g & T_D \leq T \leq 4 \text{ s}
 \end{aligned}$$

in cui :  $\beta = 0,2$  generalmente, ma rimandato alle appendici nazionali

Viene, quindi, modificato lo spettro nel suo primo intervallo di periodi sostituendo 1 con 2/3 e andando così a ridurre i valori di accelerazione per frequenze di vibrazione molto alte, a differenza di quello che accade nella normativa italiana che mantiene i valori 1 anche per lo spettro di progetto.

I parametri  $T_B$ ,  $T_C$ ,  $T_D$ , che determinano i *range* dello spettro vengono forniti separatamente per i due tipi di spettro:

Tabella 7: fattori di amplificazione  $S$  per le diverse categorie di suolo per spettri di Tipo 1 e Tipo 2

Categoria suolo	<b>S</b>		<b>T<sub>B</sub> (s)</b>		<b>T<sub>C</sub> (s)</b>		<b>T<sub>D</sub> (s)</b>	
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 1	Tipo 2
A	1,0	1,0	0,15	0,05	0,4	0,25	2,0	1,2
B	1,2	1,35	0,15	0,05	0,5	0,25	2,0	1,2
C	1,15	1,5	0,20	0,10	0,6	0,25	2,0	1,2
D	1,35	1,8	0,20	0,10	0,8	0,30	2,0	1,2
E	1,4	1,6	0,15	0,05	0,5	0,25	2,0	1,2

Per la determinazione del fattore di struttura  $q$ , l' EN 1998-3:2005, riguardante gli edifici esistenti , al § 4.2 rimanda al § 9.3 dell' EN 1998-1:2005, in cui si forniscono i limiti di tale fattore per le seguenti categorie:

- Muratura non armata in conformità alla sola EN 1996 (raccomandata solo per casi di bassa sismicità) 1,5
- Muratura non armata conforme alla EN 1998 1,5 ÷ 2,5
- Muratura confinata 2,0 ÷ 3,0
- Muratura armata 2,5 ÷ 3,0

Non si trova alcun riferimento nella norma riguardo ai valori che si dovrebbero prendere per la valutazione di edifici esistenti che non seguono le prescrizioni di alcuna norma.

La normativa italiana, ovvero la Circ. 02/02/2009 n°617 , nel § C8.7.1.2 riguardo alla progettazione sismica di edifici esistenti prescrive i seguenti valori di  $q$ :

- per edifici regolari in altezza  $2,0 \alpha_u/\alpha_1$
- in tutti gli altri casi  $1,5 \alpha_u/\alpha_1$

in cui il primo coeff. è rappresentativo di una certa sovra resistenza;  $\alpha_u/\alpha_1$  invece è il rapporto tra il valore dell'azione sismica che causa un numero di cerniere plastiche tale da rendere

labile la struttura e quello che porta il primo elemento a plasticizzare; tale valore dipende dalla tipologia di struttura e va mediato con 1 se la struttura è irregolare in pianta.

Seguendo questa normativa :

$$\frac{\alpha_u}{\alpha_1} = \frac{1 + 1,8}{2} = 1,4$$

per muratura ordinaria a più piani con irregolarità in pianta, quindi il fattore di struttura sarebbe

$$q = 1,5 \frac{\alpha_u}{\alpha_1} = 2,1 .$$

Considerando che si ha a che fare con una muratura storica situata in zona a bassa sismicità, non rinforzata e in cui materiale ha resistenza a trazione trascurabile e comportamento fragile, è opportuno mantenere l'analisi in campo elastico attraverso l'utilizzo di un fattore di struttura basso. Per questi motivi, si sceglie quindi di inputare soprattutto il contributo di sovrarresistenza, trascurando quello di duttilità, comunque bassa, attribuendo un fattore di struttura:

$$q = 1,5$$

trovandosi in accordo anche con l'Eurocodice rispetto alla valutazione di edifici non progettati per la resistenza alle azioni sismiche e non regolari in altezza.

Lo spettro di progetto che è stato immesso nel codice di calcolo nelle sue due forme suggerite dall'Eurocodice è quindi il seguente:

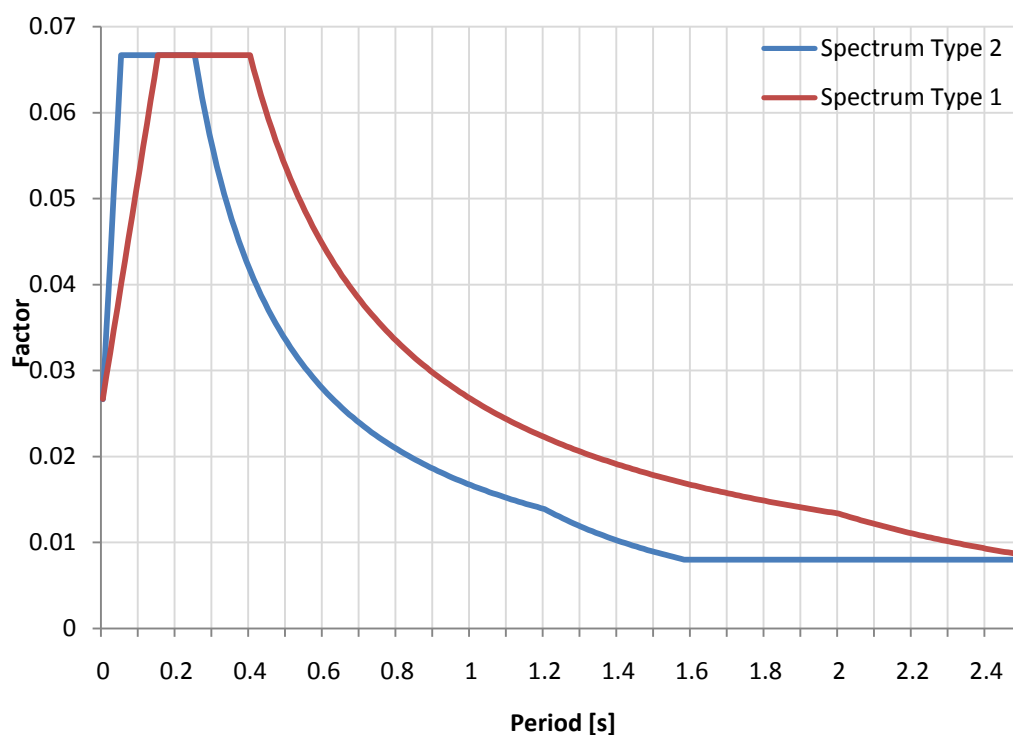


Fig. 32: spettri di progetto di Tipo 1 e Tipo 2 per la struttura in esame

Riguardo al numero di **modi di vibrare da considerare**, la norma EN 1998-1 prescrive, in via generale, di considerare tutti i modi che contribuiscono in modo significativo alla risposta globale. Ciò viene precisato in termini quantitativi specificando che la sovrapposizione modale avvenga in modo tale da conseguire i seguenti requisiti per ogni direzione principale:

- la somma delle masse partecipanti dei modi considerati rappresenti almeno il 90% del totale;
- tutti i modi con massa partecipante superiore al 5% del totale vengano considerati.

La norma, però, considera anche i casi in cui questi requisiti possano non essere soddisfatti, come ad esempio per edifici con modi prevalentemente torsionali, oppure che presentano tanti modi con piccola massa partecipante; in questi casi si raccomanda che il numero minimo  $k$  di modi da prendere in considerazione in un'analisi spaziale soddisfi entrambe le seguenti condizioni:

$$k \geq 3 \cdot \sqrt{n}$$

$$T_k \leq 0,20 s$$

dove

k è il numero di modi considerati,

n è il numero di piani sopra la fondazione o un basamento rigido,

$T_k$  è il periodo di vibrazione del k-esimo modo.

Una volta determinato quanti e quali modi considerare significativi, gli effetti di questi vanno combinati per ottenere una **sovrapposizione modale**. Ogni qualvolta tutte le risposte modali possono essere considerate indipendenti, i loro effetti possono essere combinati attraverso la radice quadrata della somma dei quadrati:

$$E_E = \sqrt{\sum E_{Ei}^2}$$

dove

$E_{Ei}$  è l'effetto dell'azione sismica dovuto al singolo i-esimo modo

$E_E$  è l'effetto dell'azione sismica

Le risposte di due modi i e j possono essere considerate indipendenti se i loro periodi  $T_i$  e  $T_j$  tali che  $T_j < T_i$  soddisfano la seguente condizione:

$$T_j \leq 0,9 T_i$$

Qualora, però, i modi non possano essere ritenuti indipendenti, è necessario applicare una sovrapposizione più accurata, come ad esempio la combinazione quadratica completa (CQC) :

$$E_E = \sqrt{\sum \sum \rho_{ij} E_i E_j}$$

con  $\rho_{ij}$  coefficiente di correlazione tra i modi i e j definito dalla seguente relazione

$$\rho_{ij} = \frac{(8 \cdot \xi^2 \cdot (1 + \beta_{ij}) \cdot \beta_{ij}^{1,5})}{((1 - \beta_{ij}^2)^2 + 4 \cdot \xi^2 \cdot \beta_{ij} \cdot (1 + \beta_{ij})^2)}$$

in cui

$\beta_{ij} = \omega_i / \omega_j$  è il rapporto tra le pulsazioni

$\omega_i = 2\pi / T_i$  è la pulsazione.

L' EN 1998-1 prescrive lo studio degli effetti della **componente verticale** del sisma solo qualora questa abbia un valore superiore a 0,25g; pertanto in questa sede è stata trascurata.

#### 4.2.2 Risultati dell'analisi dinamica modale con spettro di risposta

I risultati dell'analisi modale hanno confermato le già menzionate problematiche di modellazione globale di un edificio storico in aggregato; in virtù delle scelte di cui al § 3.3, si è riusciti però a portare alla luce alcuni modi principali che coinvolgano una quantità di massa partecipante rilevante e descrivessero un comportamento d'insieme che potesse essere ritenuto sufficientemente rappresentativo.

Nello specifico, la risoluzione dei primi 40 modi propri, in combinazione sismica dei carichi verticali, ha rivelato la presenza di 6-7 modi prevalenti, nelle due direzioni orizzontali principali, oltre a 3 modi in direzione verticale. Le frequenze proprie del sistema risultate dal codice di calcolo sono riportate in *Tabella 8*. La somma delle frazioni di massa partecipante ad ogni modo, chiaramente non raggiunge l'unità per via dei gradi di vincolo della struttura, per i quali gran parte della massa alla base, essendo estremamente vincolata, non contribuisce in maniera significativa ad alcun modo.

Le quantità di massa partecipante totale così considerate sono state, quindi, inferiori ai requisiti ritenuti generalmente validi dalla normativa EN 1998-1 al §4.3.3.3.1(3), per la quale è previsto il raggiungimento del 90% della massa totale; tuttavia, per quanto esposto al punto 4.3.3.3.1(5) della stessa, nei casi in cui questo non fosse possibile, si può considerare un numero di modi  $k$  tale che :

$$k \geq 3 \cdot \sqrt{n} = 3 \cdot \sqrt{5} =$$

$$T_k \leq 0,20 \text{ s}$$

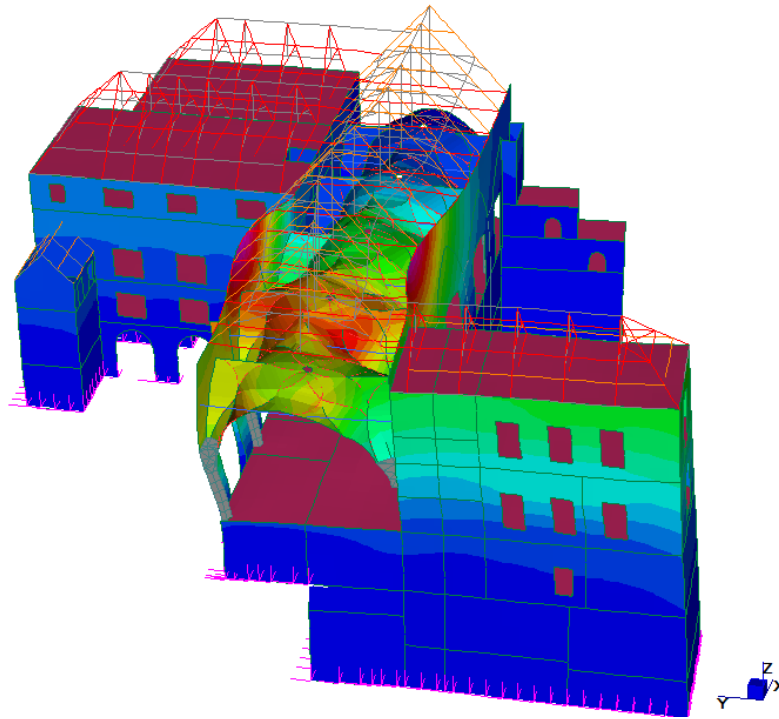
per cui i modi che vanno considerati da norma sono 15.



ANALISI STRUTTURALE DI EDIFICI MONUMENTALI: L'ANTICO PALAZZO REALE DI PRAGA

MODO	PERIODO	PF-X	PF-Y	PF-Z
	[s]			
1	0,511	0,059	<b>27,317</b>	0,003
2	0,443	<b>17,593</b>	0,013	0,000
3	0,398	1,921	<b>7,615</b>	0,000
4	0,369	<b>14,349</b>	3,718	0,001
5	0,343	<b>19,871</b>	<b>8,934</b>	0,009
6	0,309	0,019	1,089	0,003
7	0,300	<b>7,074</b>	0,866	0,005
8	0,273	0,243	0,414	0,002
9	0,263	0,000	0,435	0,000
10	0,258	0,009	1,375	0,002
11	0,247	0,067	0,341	0,041
12	0,235	0,648	0,447	0,006
13	0,224	0,432	0,002	0,001
14	0,216	0,073	2,603	0,010
15	0,197	0,007	1,808	0,028
16	0,195	0,150	0,073	0,010
17	0,194	0,422	0,000	0,020
18	0,189	0,019	0,160	0,710
19	0,185	0,949	0,114	3,386
20	0,183	4,837	0,078	0,131
21	0,178	0,449	0,419	0,001
22	0,177	0,341	0,359	<b>21,701</b>
23	0,173	0,000	0,775	0,002
24	0,168	0,250	4,937	0,022
25	0,166	0,176	0,238	1,004
26	0,164	0,057	2,142	3,667
27	0,158	2,887	0,013	0,072
28	0,156	0,001	0,179	1,526
29	0,155	1,200	0,004	2,728
30	0,150	0,086	0,015	<b>15,361</b>
31	0,149	0,105	1,372	0,136
32	0,147	0,059	0,580	<b>10,489</b>
33	0,145	0,134	0,879	0,973
34	0,144	0,048	1,736	1,227
35	0,141	0,136	1,447	1,292
36	0,139	0,094	1,344	0,000
37	0,138	0,052	0,966	0,664
38	0,136	0,299	0,073	0,335
39	0,135	0,003	1,251	0,399
40	0,133	0,184	1,168	0,122
TOT.		75,303	77,299	66,089

Si riportano di seguito le forme dei principali modi di vibrare per le direzioni orizzontali che sono risultate dall'analisi, i cui le gradazioni di colore rappresentano l'entità degli spostamenti nodali assoluti  $D(XYZ)$  :



*Fig. 33: Modo di vibrare 1 traslazionale in dir. Y dei muri perimetrali della sala voltata*

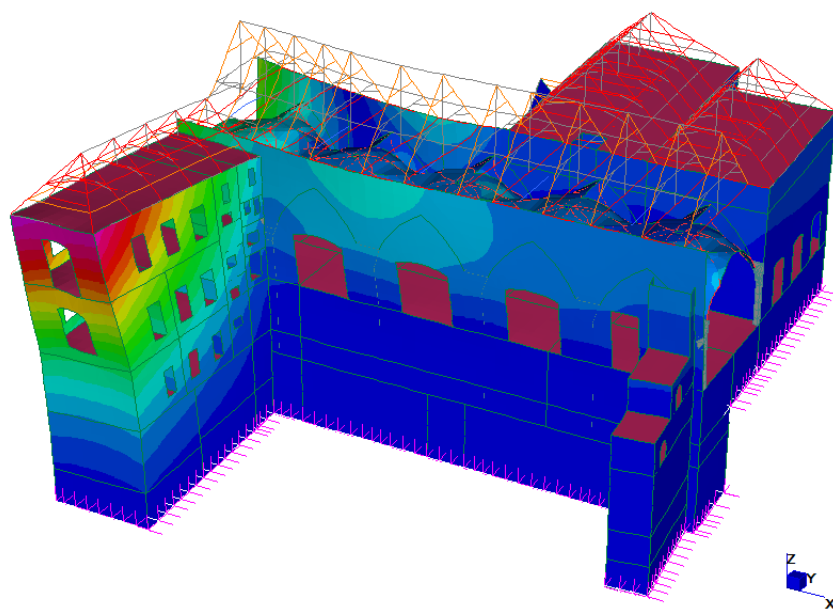


Fig. 34: Modo di Vibrare 2, rotazionale dell'Ala di Ludwig, per traslazione in dir. X delle masse più eccentriche

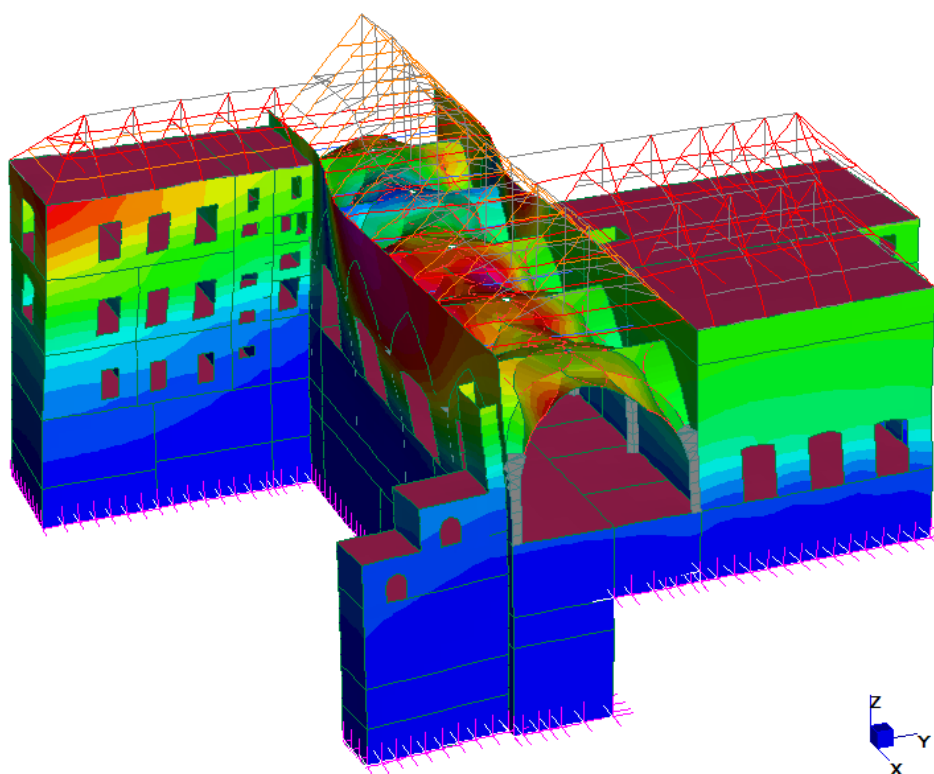


Fig. 35: Modo di vibrare 3, traslazionale in dir. Y i versi opposti per l'Ala di Ludwig e i muri del corpo principale (assieme alla volta)

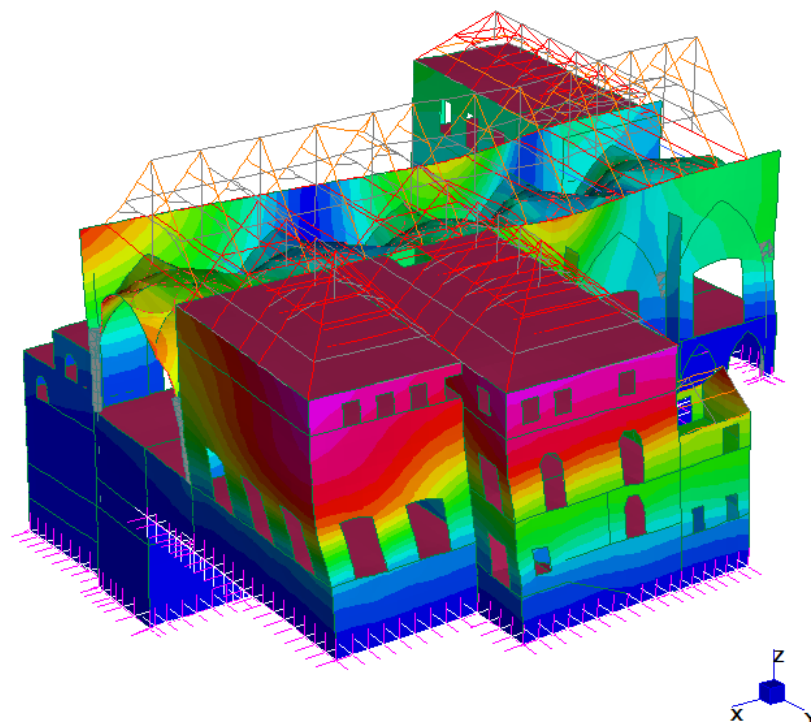


Fig. 36: Modo di vibrare 4, traslazionale in dir. X delle ali del lato Nord

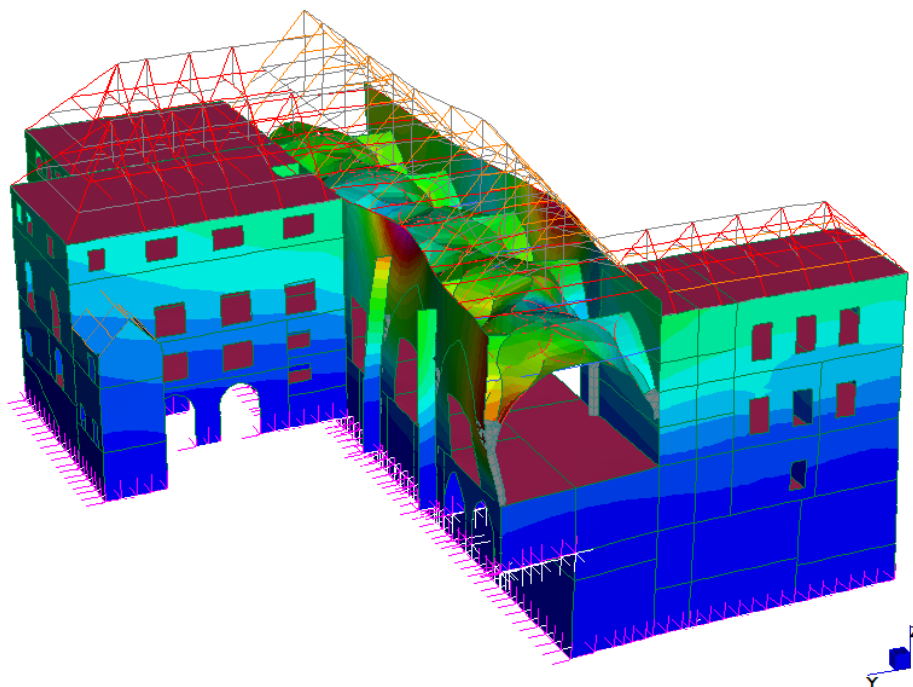


Fig. 37: Modo di vibrare 5, con traslazione diagonale delle ali del palazzo e conseguente torsione della volta

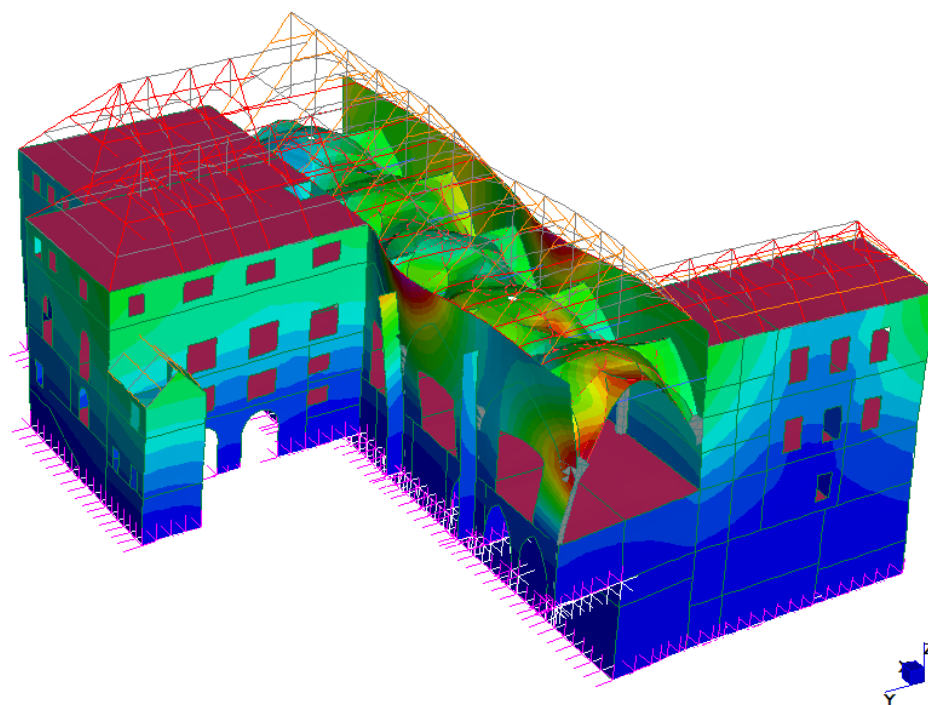


Fig. 38: Modo di vibrare 7, traslazionale della 2 campata (l'unica non irrigidita da setti in dir. Y)

### 4.3 Analisi statica non-lineare

Come previsto dall' EN 1996-1 nell'appendice C.3, qualora non si raggiungano i requisiti necessari per poter applicare un'analisi lineare, bisogna procedere con quella non-lineare.

Nel caso in esame, come nella maggior parte delle costruzioni storiche, ci si trova di fronte a un edificio che non ha le caratteristiche necessarie perché un'analisi elastica sia sufficiente, in quanto:

- gli orizzontamenti non sono sufficientemente rigidi nel proprio piano per essere considerati come diaframmi in grado di ripartire le azioni orizzontali tra gli elementi ad esse resistenti
- i solai e le volte che poggiano su muri in comune non si trovano sempre alla stessa altezza, bensì sono spesso sfalsati
- il rapporto fra le rigidezze del muro più rigido e di quello meno rigido tra i principali setti sismo-resistenti è superiore al valore di 2,5 prescritto come limite massimo.

Per questi motivi va condotta un'analisi che tiene conto del comportamento non-lineare della struttura, oltre che del materiale.

Questa viene eseguita secondo le prescrizioni dell' EN 1998 ottenendo una verifica globale in termini di capacità di spostamento, che consiste nel costruire una curva di capacità in cui lo spostamento di un punto di controllo è relazionato al taglio alla base ad esso corrispondente. Questa curva, rappresentante la duttilità della struttura, (è possibile infatti utilizzare tale analisi per determinare il rapporto  $\alpha_u/\alpha_1$  tra il valore dell'azione sismica che causa un numero di cerniere plastiche tale da rendere labile la struttura e quello che porta il primo elemento a plasticizzare, da utilizzare nell'analisi modale con fattore di struttura  $q$ ) è l'involuppo dei punti ai quali corrispondono le successive formazioni delle cerniere plastiche, fino a quella che comporta la labilità del sistema. La capacità del sistema viene confrontata con la domanda è, invece, la richiesta sismica derivata dallo spettro di risposta elastico in termini di spostamento dello stesso punto di controllo in un sistema a un grado di libertà equivalente (*Single Degree Of Freedom*).

A questo sistema *SDOF* vengono associati una forza  $F^*$  e uno spostamento  $d^*$  equivalenti, legati alle rispettive grandezze  $F_b$  e  $d_c$  nel sistema a molti gradi di libertà, dalle relazioni:

$$F^* = F_b / \Gamma$$

$$d^* = d_c / \Gamma$$

dove  $\Gamma$  è il fattore di partecipazione modale definito dall'equazione:

$$\Gamma = \frac{\Phi^T M \tau}{\Phi^T M \Phi}$$

in cui:

il vettore  $\tau$  è il vettore di trascinamento corrispondente alla direzione del sisma considerata;

il vettore  $\phi$  è il modo di vibrare principale del sistema reale con spostamento del punto di controllo  $d_c$  unitario;

$M$  è la matrice delle masse del sistema reale.

Per gli edifici esistenti è prescritto come punto di controllo lo spostamento di un punto a livello del tetto.

La normativa europea raccomanda di applicare almeno due distribuzioni in senso verticale delle azioni orizzontali:

- una distribuzione "uniforme" basata su forze laterali proporzionali solamente alla massa
- una distribuzione "modale", ossia che rappresenti il modo principale di vibrazione, con forze proporzionali al prodotto delle masse per le deformazioni di tale modo

Per entrambe le configurazioni i carichi devono essere comunque applicati alle masse del modello.

## 5 VERIFICHE DEGLI ELEMENTI MURARI

Le verifiche rispetto ai carichi statici sono state condotte facendo riferimento alla normativa EN 1996 (nota come “Eurocodice 6”), concernente la progettazione delle strutture in muratura, la quale prevede il confronto fra le sollecitazioni e le resistenze di progetto in termini di forze attraverso il metodo semi-probabilistico.

Lo Stato Limite considerato è quello Ultimo, per il quale è prevista la combinazione di carico fondamentale in condizioni statiche e quella sismica in condizioni dinamiche, di cui al § 3.3.

Lo Stato Limite di Esercizio non è stato valutato in quanto esula dallo scopo dello studio su un edificio esistente, in cui, in quanto tale, le deformazioni sono già avvenute nel tempo e per il quale si vuole valutare la sicurezza.

Non trattandosi di un complesso modulare, come tipicamente accade per gli edifici storici, è stato necessario verificare la buona parte dei setti murari, non potendone scegliere un elemento rappresentativo per un certo numero di essi. Tuttavia l’analisi con il codice di calcolo ha permesso l’individuazione delle sezioni più sollecitate e di quelle, invece, meno vulnerabili, ferme restando tutte le dovute considerazioni sulle approssimazioni del modello fatte in precedenza.

Per la muratura non rinforzata, ossia ordinaria, la EN 1996-1 prescrive la verifica dei segg. Stati Limite Ultimi:

- rottura per pressoflessione da carichi verticali prevalenti
- rottura per carichi orizzontali
- rottura per carichi verticali e orizzontali combinati
- rottura per taglio
- rottura per carichi concentrati

Di fatto, nella quasi totalità degli elementi, ci si trova nel caso di sollecitazioni combinate verticali e orizzontali, in base alla combinazione di carico considerata, sia essa statica o



sismica. Per la verifica di questo SL, la norma prevede al § 6.4 l'utilizzo di uno dei tre metodi proposti. In questa sede viene adottato il metodo con fattore di riduzione della resistenza  $\Phi$ .

La normativa prevede, inoltre, che le dimensioni di calcolo dei muri portanti siano le cosiddette dimensioni "effettive", ossia che tengono conto delle discontinuità nella muratura (come ad es. le aperture) e dei gradi di vincolo ai bordi esercitati da muri e solai che incidono su di essi.

L'altezza effettiva  $h_{ef}$  di un setto dev'essere valutata tenendo conto della rigidità degli elementi della struttura ad esso connessi e dell'efficacia di queste connessioni. I bordi di un setto possono essere considerati vincolati da un irrigidimento che può essere esercitato da solai, tetti, muri ortogonali purché la connessione sia in grado di trasmettere gli sforzi.

Ai bordi superiore e inferiore il muro è generalmente vincolato dai solai, o dalla fondazione o dai tetti.

Lungo i bordi verticali, invece, un muro può essere considerato irrigidito da un altro setto, solo se si ritiene che non si abbiano fessurazioni tra esso e quello irrigidente, ovvero se entrambi sono realizzati con materiali con proprietà meccaniche del tutto simili, sono approssimativamente caricati uniformemente e sono stati realizzati in contemporanea, cosicché si presuma non siano possibili spostamenti differenziali. Nel caso i due elementi siano realizzati con ancoraggi o tiranti, questi devono poter resistere agli sforzi di trazione e compressione all'interfaccia, in maniera da renderli del tutto solidali.

Nello specifico i muri di irrigidimento, per essere considerati tali, devono avere:

- altezza almeno pari a  $1/5$  dell'altezza libera;
- spessore almeno pari a  $1/3$  di quella effettivo del muro irrigidito.

Se il setto di irrigidimento è interrotto da aperture su uno o entrambi i lati, allora la lunghezza minima compresa tra di esse dev'essere come mostrato in figura:

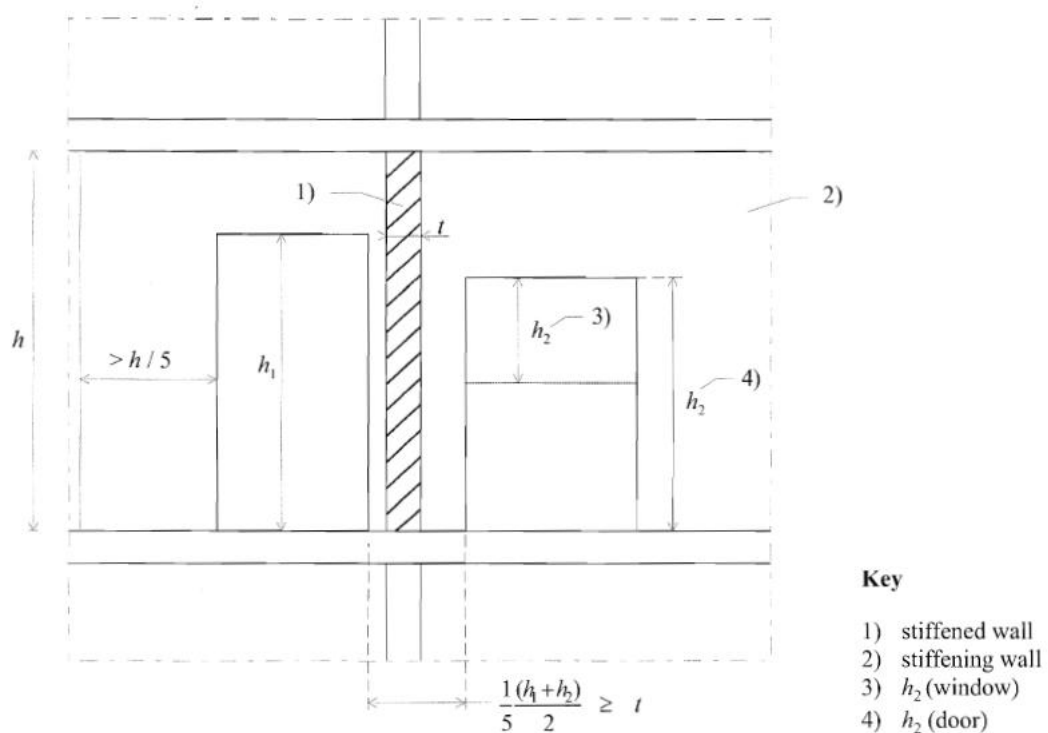


Fig. 39: requisiti da norma EN 1996 per i muri di irrigidimento

e il muro deve prolungarsi di almeno 1/5 dell'altezza oltre le aperture.

Si tiene conto anche della snellezza in senso orizzontale del muro di cui si vuole effettuare la verifica, considerando come svincolati ai bordi verticali anche i muri che presentano irrigidimenti alle due estremità o ad una sola, ma che hanno lunghezza rispettivamente pari a  $l \geq 30 t$  e  $l \geq 15 t$ .

Sempre per la determinazione dell'altezza effettiva, un setto delimitato lateralmente da aperture va considerato avente due bordi verticali svincolati, qualora queste abbiano un'altezza libera superiore a 1/4 dell'altezza libera o una lunghezza superiore a 1/4 della lunghezza libera del muro, oppure un'area superiore a 1/10 di quella del muro.

Una volta determinati, quindi, quali sono i bordi efficacemente vincolati del muro, l'altezza effettiva viene calcolata come

$$h_{ef} = \rho_n h$$

dove

$n = 2; 3; 4$  bordi vincolati

in cui il valore del fattore riduttivo dell'altezza effettiva  $\rho_n$  è calcolato come segue:

- per muri vincolati sui due bordi superiore e inferiore da solai o tetti in c.a. su entrambi i lati, o da un solaio in c.a. appoggiato su un lato solo per almeno  $2/3$  dello spessore del muro (a meno che l'eccentricità non sia superiore a  $0,25 t$ )

$$\rho_2 = 0,75$$

in tutti gli altri casi di vincolo superiore e inferiore

$$\rho_2 = 1$$

- per muri vincolati su tre bordi, ossia superiore, inferiore e uno verticale, con  $h \leq 3,5 l$ :

$$\rho_3 = \frac{1}{1 + \frac{\rho_2 h}{3l}} \rho_2$$

con  $h > 3,5 l$ :

$$\rho_2 = 1,5 \frac{l}{h} \geq 0,3$$

- per muri vincolati su tutti e 4 i bordi, verticali e orizzontali, con  $h \leq 1,15 l$ :

$$\rho_4 = \frac{1}{1 + \left(\frac{\rho_2 h}{l}\right)^2} \rho_2$$

con  $h > 1,15 l$

$$\rho_4 = 0,5 \frac{l}{h}$$

Per quanto riguarda, invece, lo spessore effettivo  $t_{ef}$ , esso viene considerato generalmente pari allo spessore reale del muro, a meno che non si abbiano dei pilastri o degli ispessimenti che si compenetrano con esso rafforzandolo e aumentando l'area della sua sezione; lo spessore effettivo verrà, allora, calcolato come

$$t_{ef} = \rho_t t$$

dove il fattore  $\rho_t \geq 1$  viene ottenuto interpolando i valori della seguente tabella, in funzione dell'interasse fra i pilastri e del rapporto tra la loro profondità e lo spessore reale del muro:

Ratio of pier spacing (centre to centre) to pier width	Ratio of $\frac{AC_1}{AC_2}$ pier depth $\frac{AC_1}{AC_2}$ to actual thickness of wall to which it is bonded		
	1	2	3
6	1,0	1,4	2,0
10	1,0	1,2	1,4
20	1,0	1,0	1,0

NOTE Linear interpolation between the values given in table 5.1 is permissible.

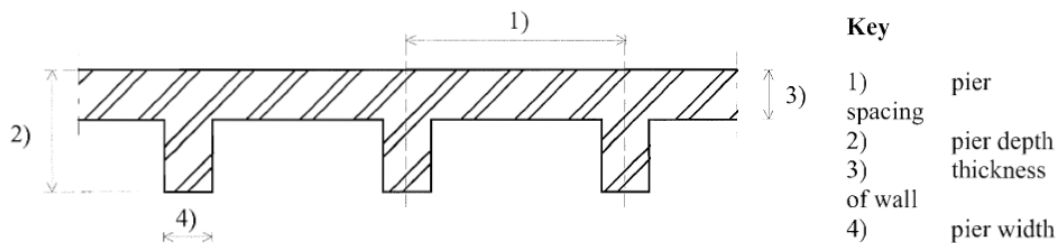


Fig. 40: valori di  $\rho_t$  per muri con ispessimenti o contrafforti

### 5.1 Verifiche per sforzo assiale prevalente

Nell'analisi rispetto ai carichi verticali di una muratura ordinaria bisogna assumere le seguenti ipotesi:

- conservazione delle sezioni piane
- resistenza a trazione perpendicolare ai letti di malta nulla.

Sotto queste ipotesi è necessario verificare che la sollecitazione verticale sul setto considerato  $N_{Ed}$ , sia inferiore alla resistenza  $N_{Rd}$  calcolate per unità di lunghezza:

$$N_{Ed} \leq N_{Rd}$$

in cui

$$N_{Rd} = \Phi t f_d$$

dove

$\Phi$  è il fattore di riduzione della capacità

$t$  è lo spessore del setto

$f_d$  è la resistenza di calcolo della muratura.

La verifica va effettuata sulle sezioni superiore, inferiore e di mezzeria del setto utilizzando il corrispondente fattore  $\Phi$ ; per le sezioni superiore e inferiore il valore è determinato dall'equazione:

$$\Phi_i = 1 - 2 \frac{e_i}{t}$$

dove l'eccentricità  $e_i$  vale:

$$e_i = \frac{M_{id}}{N_{id}} + e_{he} + e_{init} \geq 0,05 t$$

in cui

$M_{id}$  è il valore di calcolo del momento flettente in sommità o in fondo al muro risultante dall'eccentricità del carico di solaio;

$N_{id}$  è il valore di calcolo del carico verticale in sommità o in fondo al muro;

$e_{he}$  è l'eccentricità in sommità o in fondo al muro dovuta alle azioni orizzontali;

$e_{init}$  è l'eccentricità iniziale (accidentale).

Per la sezione di mezzeria, invece, si considera un fattore

$$\Phi_m = 1 - 2 \frac{e_{mk}}{t}$$

in cui l'eccentricità  $e_{mk}$  è la somma di:

$e_m$ , che è l'eccentricità dovuta ai carichi, come nelle altre sezioni del muro:

$$e_m = \frac{M_{md}}{N_{md}} + e_{hm} + e_{init} \geq 0,05 t$$

ed  $e_k$ , che è un valore che tiene conto dei fenomeni di creep, ovvero delle deformazioni secondarie che avvengono nel lungo periodo a tensione costante, il quale vale

$$e_k = 0,002\varphi_\infty \frac{h_{ef}}{t_{ef}} \sqrt{t} e_m$$

con:

- $\varphi_\infty$  coefficiente di *creep* , generalmente compreso fra 0,5÷1,5 per murature in mattone e prossimo allo zero per quelle in pietra,
- $h_{ef}$  altezza efficace tenendo conto del grado di vincolo ai bordi del setto,
- $t_{ef}$  spessore efficace del setto;

$e_k$  può essere considerato nullo per setti con snellezza  $\lambda$  inferiore a 15.

Il fattore  $\Phi_m$  può essere anche determinato attraverso un grafico fornito nell'appendice G alla EN 1996-1.

Le sollecitazioni di calcolo  $N_{Ed}$  e  $M_{Ed}$  introdotte nelle verifiche sono state ricavate dal modello numerico secondo la combinazione di carico più gravosa

### 5.1.1 Risultati delle verifiche per sforzo assiale prevalente

Si riportano in seguito i risultati delle verifiche lineari a pressoflessione per gli elementi che subiscono uno sforzo più significativo:

Setto: VL-XS1					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,9				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	5736	7976	8862
	6,2	$M$ [KNm]	2	18	35
	L	$\Phi$	0,979	0,983	0,985
6,5	$N_{Rd}$ [KN]	<b>9010</b>	<b>8985</b>	<b>8970</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: VL-XN3					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,2				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	3736	4812	5272
	6,2	$M$ [KNm]	26	27	29
	L	$\Phi$	0,979	0,977	0,973
6,5	$N_{Rd}$ [KN]	<b>5651</b>	<b>5637</b>	<b>5620</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: NW-YWI1					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,5				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	3545	3975	4406
	6,4	$M$ [KNm]	14	12	11
	L	$\Phi$	0,976	0,977	0,978
2,5	$N_{Rd}$ [KN]	<b>8260</b>	<b>8271</b>	<b>8277</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: DW-YEI2					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,5				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	3320	3534	3750
	4,8	$M$ [KNm]	6,7	0,5	-5,7
	L	$\Phi$	0,983	0,986	0,988
3	$N_{Rd}$ [KN]	<b>9915</b>	<b>9926</b>	<b>9932</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: DW-YE13					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,5				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	3429	3645	3860
	4,8	$M$ [KNm]	8,5	1,1	-6,3
	L	$\Phi$	0,983	0,985	0,989
3	$N_{Rd}$ [KN]	<b>9938</b>	<b>9967</b>	<b>9993</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: DW-YE14					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,5				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	1776	2028	2280
	4,8	$M$ [KNm]	6,3	6,5	6,7
	L	$\Phi$	0,992	0,993	0,993
2,2	$N_{Rd}$ [KN]	<b>7278</b>	<b>7281</b>	<b>7283</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: DW-XN11					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	0,9				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	1115	1375	1636
	4,8	$M$ [KNm]	8,6	7,5	6,5
	L	$\Phi$	0,959	0,964	0,967
2,2	$N_{Rd}$ [KN]	<b>4303</b>	<b>4328</b>	<b>4344</b>	
VERIFICA			√	√	√



Setto: DW-XNI2					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	0,9				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	1527	1878	2230
	4,8	$M$ [KNm]	0,7	-0,3	-1,4
	L	$\Phi$	0,975	0,977	0,978
3	$N_{Rd}$ [KN]	<b>5969</b>	<b>5977</b>	<b>5984</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: DW-XNI3					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	0,9				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	1113	1511	1910
	4,8	$M$ [KNm]	9	5,7	2,4
	L	$\Phi$	0,958	0,968	0,974
2,43	$N_{Rd}$ [KN]	<b>4753</b>	<b>4799</b>	<b>4848</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: NW-YEI1					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,5				
	h	$N_{Ed}$ [KN]	1439	1596	1754
	6,9	$M$ [KNm]	7	14	18
	L	$\Phi$	0,973	0,968	0,966
1,5	$N_{Rd}$ [KN]	<b>4949</b>	<b>4923</b>	<b>4913</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: NW-XNII1					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,2				
	h	<b>N<sub>Ed</sub></b> [KN]	1266	1446	1626
	6,7	<b>M</b> [KNm]	17	8	-0,7
	L	<b>Φ</b>	0,979	0,983	0,985
3	<b>N<sub>Rd</sub></b> [KN]	<b>3367</b>	<b>3413</b>	<b>3447</b>	
VERIFICA			√	√	√

Setto: GT-XN1					
Combinazione: SLU - fondamentale					
GEOMETRIA [m]	t		top	mid	bottom
	1,2				
	h	<b>N<sub>Ed</sub></b> [KN]	846	1238	1630
	6,4	<b>M</b> [KNm]	23,7	11,4	8,2
	L	<b>Φ</b>	0,979	0,983	0,985
1,2	<b>N<sub>Rd</sub></b> [KN]	<b>3042</b>	<b>3139</b>	<b>3160</b>	
VERIFICA			√	√	√

## 5.2 Verifiche a taglio

Nel rispetto della norma EN 1996-1 al §6.2, allo stato limite ultimo il valore di progetto del taglio sollecitante  $V_{Ed}$ , dev'essere inferiore quello resistente, ossia :

$$V_{Ed} \leq V_{Rd}$$

Il valore di progetto del taglio resistente viene calcolato come:

$$V_{Rd} = f_{vd} t l_c$$

in cui

$f_{vd}$  è la resistenza a taglio della muratura basata sullo stato tensionale verticale;

$t$  è lo spessore del muro;

$l_c$  è lunghezza compressa del muro, ovvero la lunghezza sulla quale si hanno le tensioni di compressione trascurando quelle di trazione che avvengono per effetto dell'eccentricità del carico, nel caso in cui la risultante esca dal nocciolo d'inerzia della sezione.

Nello specifico la lunghezza compressa  $l_c$  viene determinata assumendo una distribuzione di tensione lineare, tenendo conto di eventuali aperture o nicchie che non devono essere computate nella lunghezza resistente.

Per quanto riguarda invece la resistenza a taglio di progetto  $f_{vd}$ , si fa riferimento a quanto detto al paragrafo 3.1.

Le sollecitazioni di calcolo  $N_{Ed}$  e  $V_{Ed}$  introdotte nelle verifiche sono state ricavate dal modello numerico secondo la combinazione di carico più gravosa, mentre il valore del momento di calcolo  $M_{Ed}$  è stato derivato come effetto del taglio secondo l'appropriato schema statico.

### 5.2.1 Risultati delle verifiche

Si riportano qui di seguito le verifiche dei setti rispetto al taglio più significative.

Setto: VL-XS2					
Combinazione: Sismica X++					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,9		539	6500	1671
	h	Eccentricità	e =	26	cm
	6,2	Lungh. Compressa	Lc =	6,5	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,526	MPa
6,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,103	MPa	
			$V_{Rd}$ [KN]	1272 >	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: VL-XN3					
Combinazione: Sismica X--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,2		239	3789	741
	h	Eccentricità	e =	19	cm
	6,2	Lungh. Compressa	Lc =	6,5	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,486	MPa
6,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,099	MPa	
			$V_{Rd}$ [KN]	774 >	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: NW-YWI1					
Combinazione: Sismica Y+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [kN]	$N_{Ed}$ [kN]	$M_{Ed}$ [kNm]
	1,5		65	2865	120
	h	Eccentricità	e =	4	cm
	3,7	Lungh. Compresa	Lc =	2,5	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,76	MPa
2,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,135	MPa	
$V_{Rd}$ [kN]			508	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: NW-XNII1					
Combinazione: Sismica X+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [kN]	$N_{Ed}$ [kN]	$M_{Ed}$ [kNm]
	1,2		291	1070	727
	h	Eccentricità	e =	68	cm
	5	Lungh. Compresa	Lc =	2,46	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,36	MPa
3	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,074	MPa	
$V_{Rd}$ [kN]			219	<	$V_{Ed}$ NON VERIFICATO

Setto: NW-XNIII1					
Combinazione: Sismica X+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [kN]	$N_{Ed}$ [kN]	$M_{Ed}$ [kNm]
	1,2		90	220	90
	h	Eccentricità	e =	41	cm
	2	Lungh. Compresa	Lc =	1,02	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,179	MPa
1,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,061	MPa	
$V_{Rd}$ [kN]			75	<	$V_{Ed}$ NON VERIFICATO

Setto: NW-XNIII2					
Combinazione: Sismica X--					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [kNm]
	1,2		98	153	98
	h	Eccentricità	e =	64	cm
	2	Lungh. Compressa	Lc =	0,33	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,388	MPa
1,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,086	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub></b> [kN]			34	<	V <sub>Ed</sub>
<b>NON VERIFICATO</b>					

Setto: NW-XNIII3					
Combinazione: Sismica X++					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [kNm]
	1,2		149	350	149
	h	Eccentricità	e =	42	cm
	2	Lungh. Compressa	Lc =	4,5	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,064	MPa
4,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,065	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub></b> [kN]			297	>	V <sub>Ed</sub>
<b>VERIFICATO</b>					

Setto: NW-XNIII4					
Combinazione: Sismica X-+					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [kN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [kNm]
	1,2		208	397	208
	h	Eccentricità	e =	52	cm
	2	Lungh. Compressa	Lc =	4,11	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,08	MPa
4,11	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,059	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub></b> [kN]			293	>	V <sub>Ed</sub>
<b>VERIFICATO</b>					

Setto: NW-YEII1					
Combinazione: Sismica Y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		134	638	278
	h	Eccentricità	e =	43 cm	
	4,15	Lungh. Compresa	Lc =	0,94 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,45 MPa	
1,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,082 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			116 <	$V_{Ed}$	NON VERIFICATO

Setto: NW-YEIII1					
Combinazione: Sismica Y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		151	242	151
	h	Eccentricità	e =	62 cm	
	2	Lungh. Compresa	Lc =	1,503 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,107 MPa	
2,25	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,066 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			149 <	$V_{Ed}$	NON VERIFICATO

Setto: NW-YWIV1					
Combinazione: Sismica Y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		55	270	55
	h	Eccentricità	e =	23 cm	
	2	Lungh. Compresa	Lc =	2 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,09 MPa	
2	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,046 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			139 >	$V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: NW-YWIV2					
Combinazione: Sismica Y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		357	644	357
	h	Eccentricità	e =	55 cm	
	2	Lungh. Compressa	Lc =	4 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,107 MPa	
4	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,66 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			397	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: NW-YWIV3					
Combinazione: Sismica y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		166	590	166
	h	Eccentricità	e =	23 cm	
	2	Lungh. Compressa	Lc =	3,5 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,112 MPa	
3,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,067 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			353	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: DW-YE13					
Combinazione: Sismica Y-+					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		220	3004	528
	h	Eccentricità	e =	17 cm	
	4,8	Lungh. Compressa	Lc =	3 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,667 MPa	
3	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,125 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			565	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO



Setto: DW-XNI2						
Combinazione: Sismica X+						
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]	
	0,9		135	1841	324	
	h	Eccentricità	e =	17	cm	
	4,8	Lungh. Compressa	Lc =	3	m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,681	MPa	
3	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,126	MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			342	>	$V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: DW-XNII1						
Combinazione: Sismica X+-						
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]	
	0,9		100	1320	100	
	h	Eccentricità	e =	7	cm	
	2	Lungh. Compressa	Lc =	3	m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,489	MPa	
3	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,128	MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			345	>	$V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: DW-XNII2						
Combinazione: Sismica X+-						
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]	
	0,9		34	100	34	
	h	Eccentricità	e =	34	cm	
	2	Lungh. Compressa	Lc =	1,23	m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,09	MPa	
1,5	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,046	MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			51	>	$V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: DW-XNII3					
Combinazione: Sismica X-+					
<b>GEOMETRIA [m]</b>	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>N<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>M<sub>Ed</sub> [KNm]</b>
	0,9		37	92	37
	h	Eccentricità	e =	40	cm
	2	Lungh. Compressa	Lc =	1,04	m
	L	Compr. Media	σ <sub>0</sub> =	0,098	MPa
1,5	Res. a taglio	f <sub>vd</sub> =	0,048	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub> [KN]</b>			45	>	V <sub>Ed</sub> VERIFICATO

Setto: DW-XNII4					
Combinazione: Sismica X-+					
<b>GEOMETRIA [m]</b>	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>N<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>M<sub>Ed</sub> [KNm]</b>
	0,9		70	155	70
	h	Eccentricità	e =	45	cm
	2	Lungh. Compressa	Lc =	1,09	m
	L	Compr. Media	σ <sub>0</sub> =	0,158	MPa
1,63	Res. a taglio	f <sub>vd</sub> =	0,063	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub> [KN]</b>			62	<	V <sub>Ed</sub> NON VERIFICATO

Setto: LW-XSIV1					
Combinazione: Sismica X-+					
<b>GEOMETRIA [m]</b>	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>N<sub>Ed</sub> [KN]</b>	<b>M<sub>Ed</sub> [KNm]</b>
	1,5		524	2424	1310
	h	Eccentricità	e =	54	cm
	5	Lungh. Compressa	Lc =	3,96	m
	L	Compr. Media	σ <sub>0</sub> =	0,408	MPa
3,96	Res. a taglio	f <sub>vd</sub> =	0,119	MPa	
<b>V<sub>Rd</sub> [KN]</b>			708	>	V <sub>Ed</sub> VERIFICATO

Setto: LW-XSIV2					
Combinazione: Sismica X+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		453	2454	1132
	h	Eccentricità	e =	46 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	3,9 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,419 MPa	
3,9	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,12 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			695	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-XSV1					
Combinazione: Sismica X+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		240	1020	600
	h	Eccentricità	e =	58 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	3,96 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,171 MPa	
3,96	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,083 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			493	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-XSV2					
Combinazione: Sismica X+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,5		220	1047	550
	h	Eccentricità	e =	52 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	3,9 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,179 MPa	
3,9	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,083 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			485	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-YEIV1					
Combinazione: Sismica Y+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		555	2434	1387
	h	Eccentricità	e =	57	cm
	5	Lungh. Compressa	Lc =	4	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,358	MPa
4	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,114	MPa	
$V_{Rd}$ [KN]			773	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-YEIV2					
Combinazione: Sismica Y--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		66	605	137
	h	Eccentricità	e =	23	cm
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,81	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,435	MPa
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,112	MPa	
$V_{Rd}$ [KN]			130	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-YEIV3					
Combinazione: Sismica Y+-					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		78	814	195
	h	Eccentricità	e =	24	cm
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,78	m
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,613	MPa
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,121	MPa	
$V_{Rd}$ [KN]			160	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO

Setto: LW-YEV1					
Combinazione: Sismica Y+-					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [KNm]
	1,7		335	1180	837
	h	Eccentricità	e =	71 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	3,87 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,179 MPa	
4	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,085 MPa		
<b>V<sub>Rd</sub></b> [KN]			560	>	V <sub>Ed</sub> VERIFICATO

Setto: LW-YWIV1					
Combinazione: Sismica X--					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [KNm]
	1,7		541	2241	1352
	h	Eccentricità	e =	60 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	4 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,329 MPa	
4	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,109 MPa		
<b>V<sub>Rd</sub></b> [KN]			745	>	V <sub>Ed</sub> VERIFICATO

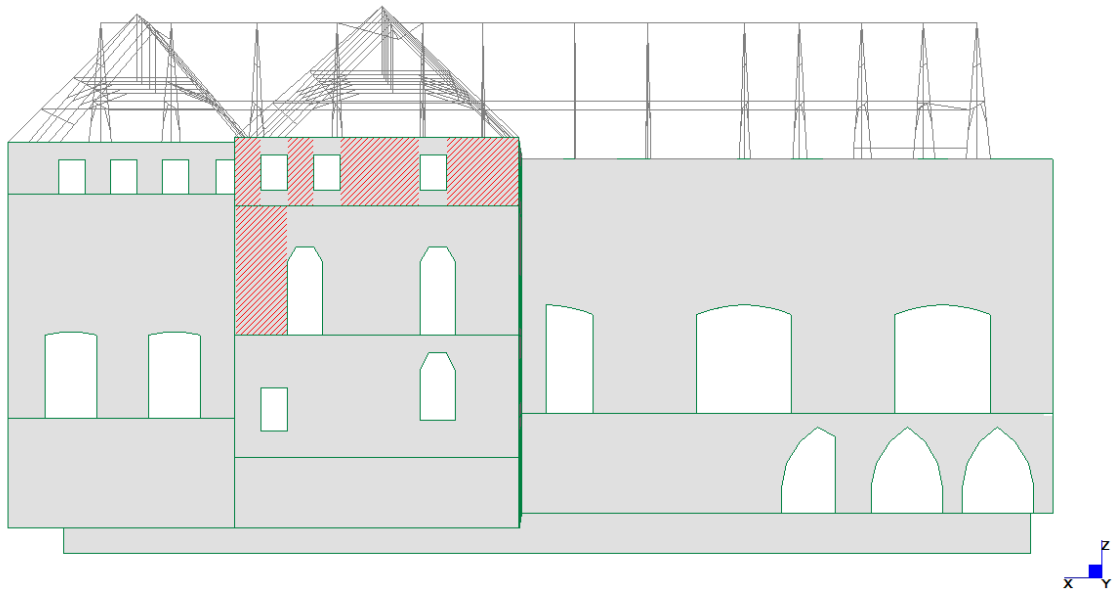
Setto: LW-YWIV2					
Combinazione: Sismica Y--					
<b>GEOMETRIA</b> [m]	t	Azioni	<b>V<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>N<sub>Ed</sub></b> [KN]	<b>M<sub>Ed</sub></b> [KNm]
	1,7		72	619	180
	h	Eccentricità	e =	29 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,63 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,58 MPa	
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,118 MPa		
<b>V<sub>Rd</sub></b> [KN]			126	>	V <sub>Ed</sub> VERIFICATO

Setto: LW-YWIV3					
Combinazione: Sismica Y--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		79	820	197
	h	Eccentricità	e =	24 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,78 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,62 MPa	
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,121 MPa		
			$V_{Rd}$ [KN]	160 > $V_{Ed}$	VERIFICATO

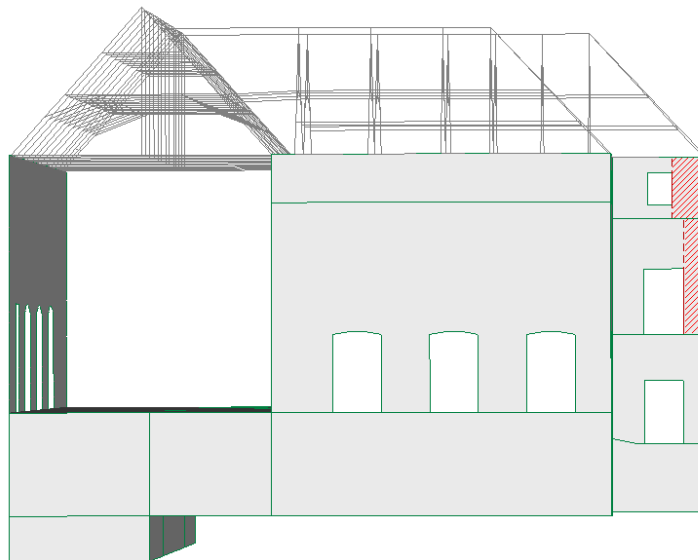
Setto: LW-YWV1					
Combinazione: Sismica X--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		312	1186	780
	h	Eccentricità	e =	66 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	4 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,174 MPa	
4	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,084 MPa		
			$V_{Rd}$ [KN]	573 > $V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: LW-YWV2					
Combinazione: Sismica Y--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		63	444	157
	h	Eccentricità	e =	35 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,43 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,599 MPa	
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,119 MPa		
			$V_{Rd}$ [KN]	88 > $V_{Ed}$	VERIFICATO

Setto: LW-YWV3					
Combinazione: Sismica Y--					
GEOMETRIA [m]	t	Azioni	$V_{Ed}$ [KN]	$N_{Ed}$ [KN]	$M_{Ed}$ [KNm]
	1,7		56	363	140
	h	Eccentricità	e =	38 cm	
	5	Lungh. Compressa	Lc =	0,34 m	
	L	Compr. Media	$\sigma_0$ =	0,622 MPa	
1	Res. a taglio	$f_{vd}$ =	0,121 MPa		
$V_{Rd}$ [KN]			71	>	$V_{Ed}$ VERIFICATO



*Fig. 41: prospetto Nord: setti in cui la verifica a taglio non è soddisfatta*



*Fig. 42: prospetto Est: setti in cui la verifica a taglio non è soddisfatta*



## 6 ANALISI DEI MECCANISMI LOCALI

Pur trattandosi di un caso di studio in zona caratterizzata da bassa sismicità, si vogliono valutare i meccanismi di collasso parziali di porzioni dell'oggetto di studio, per stabilire se ci possa essere una vulnerabilità localizzata. E' noto, infatti, come in edifici esistenti in muratura facenti parte di un aggregato e che hanno avuto una storia evolutiva complessa segnata dalla successione di interventi e modifiche, possano verificarsi rotture di parti del fabbricato per azioni anche notevolmente inferiori a quelle che sarebbero necessarie per comportare un collasso globale.

La porzione interessata da uno di questi meccanismi è caratterizzata da una sua monoliticità che permette ad essa di comportarsi autonomamente rispetto all'azione orizzontale, manifestando tipicamente fessurazioni all'interfaccia con gli altri elementi che possono degenerare in collassi: queste porzioni, che assumono il nome di macroelementi, sono l'oggetto di studio di ogni singolo meccanismo.

L'esperienza accumulata nella storia dei sismi passati ha portato all'individuazione di macroelementi tipici delle costruzioni storiche in muratura, ai quali corrispondono dei probabili meccanismi locali di rottura: tra i più vulnerabili di questi si individuano spesso i meccanismi di ribaltamento attorno a una cerniera orizzontale o verticale, che si forma laddove si hanno delle discontinuità e interruzioni del materiale o collegamenti mancanti o inefficaci.

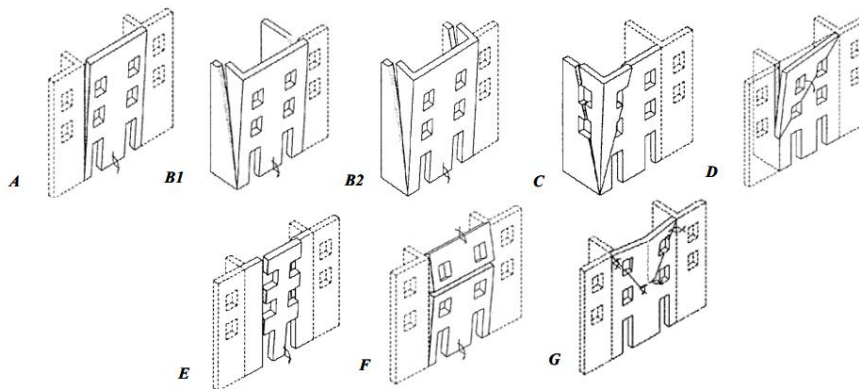


Fig. 43: meccanismi di danno locale secondo D'Ayala-Speranza (2003)

Le verifiche dei meccanismi locali di danno e collasso possono essere svolte attraverso il metodo dell'analisi limite secondo l'approccio cinematico, con il quale si determina l'azione orizzontale che attiva tale meccanismo. La capacità della struttura rispetto al meccanismo di studio può essere valutata in termini di resistenza, con analisi cinematica lineare, o di spostamento, attraverso l'analisi non lineare. Con la prima si determina la forza orizzontale corrispondente all'attivazione del meccanismo, da confrontare con quella di progetto; con la seconda, invece, l'analisi viene spinta oltre il punto di attivazione andando a richiamare la capacità resistente della struttura anche oltre tale punto seguendo l'evoluzione della forza sollecitante in funzione dello spostamento, fino al punto in cui la struttura non può più offrire opposizione al cinematismo.

Con questi metodi il problema viene ricondotto sostanzialmente a uno studio dell'equilibrio.

Non essendo, però, l'analisi cinematica un metodo descritto nella normativa europea si ricorre alla normativa italiana per l'applicazione dell'analisi cinematica, utilizzando come azioni di progetto quelle descritte nel cap. 3.

## 6.1 Analisi cinematica

### 6.1.1 Analisi cinematica lineare

Nell'ipotesi di:

- resistenza a trazione nulla della muratura
- resistenza a compressione infinita (o finita, per considerare un arretramento della cerniera)
- assenza di scorrimento tra i blocchi

si studia, quindi, l'equilibrio della porzione della struttura soggetta alle seguenti forze:

- $P_i$  = peso proprio dei blocchi applicato ai baricentri e carichi verticali incidenti sul setto (solai, coperture, volte, ecc.);
- $P_j$  = forze peso non direttamente applicate ai blocchi, ma le cui masse, per effetto dell'azione sismica, generano una forza orizzontale sugli elementi della catena cinematica in quanto non efficacemente ancorati ad altre parti dell'edificio;

- un sistema di forze orizzontali proporzionali ai carichi verticali secondo un moltiplicatore dei carichi  $\alpha$ ;
- eventuali forze esterne  $F_h$ .

Assegnata a questo sistema una rotazione virtuale  $\theta_k$ , è possibile individuare gli spostamenti virtuali dei punti di applicazione delle forze e applicare quindi il PLV, ottenendo l'equazione:

$$\alpha_0 \left( \sum P_i \delta_{x,i} + \sum P_j \delta_{x,j} \right) - \sum P_i \delta_{y,i} - \sum F_h \delta_h = L_I$$

in cui

$\delta_{x,i}$  = spostamenti virtuali orizzontali dei p.ti di applicazione delle forze  $P_i$ , con verso positivo quello dell'azione sismica;

$\delta_{x,j}$  = spostamenti virtuali orizzontali dei p.ti di applicazione delle forze  $P_j$ , con verso positivo quello dell'azione sismica;

$\delta_{y,i}$  = spostamenti virtuali verticali dei p.ti di applicazione delle forze  $P_i$ ;

$\delta_h$  = spostamenti virtuali dei p.ti di applicazione delle forze esterne.

Imponendo l'equilibrio di tale equazione si ottiene il valore del moltiplicatore  $\alpha_0$  corrispondente all'attivazione del meccanismo, tramite il quale si possono calcolare i parametri di un sistema equivalente a un GDL :

- massa partecipante al cinematismo  $M^*$ :

$$M^* = \frac{(\sum P_i \delta_{x,i})^2}{g \cdot \sum P_i \delta_{x,i}^2}$$

- frazione di massa partecipante  $e^*$ :

$$e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum P_i}$$

- accelerazione sismica spettrale  $a_0^*$ :

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC}$$

L'accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo viene quindi confrontata con l'accelerazione di progetto: qualora la prima sia superiore a quest'ultima la verifica può considerarsi soddisfatta. Si distinguono due differenti accelerazioni di progetto per l'analisi cinematica lineare con fattore di struttura:

- nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica è soddisfatta se

$$a_0^* \geq \frac{a_g \cdot S}{q}$$

- nel caso in cui, invece, si tratti di una porzione della costruzione posta a quota superiore, si tiene conto dell'effetto di amplificazione considerando la verifica della seg. equazione

$$a_0^* \geq \frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q}$$

dove

$a_g$  = accelerazione di picco

$S$  = fattore di suolo

$q$  = fattore di struttura

$S_e(T_1)$  = accelerazione da spettro elastico di risposta nel periodo di riferimento calcolato per il periodo del modo principale di vibrazione della struttura

$\psi(Z)$  = rappresenta la forma del primo modo e può essere assunto pari a  $z/H$ , dove  $z$  è la quota considerata e  $H$  l'altezza totale della struttura

$\gamma$  = è il corrispondente coeff. di partecipazione modale, che può essere assunto pari a  $3N/(2N+1)$ .

### 6.1.2 Analisi cinematica non lineare

In alternativa all'analisi lineare si può effettuare una verifica in termini di capacità di spostamento. E' necessario quindi determinare, come anticipato, l'evoluzione del cinematismo dal punto di attivazione fino a quello in cui la struttura non è più in grado di opporre forze stabilizzanti rispetto all'equilibrio considerato, ossia: considerato un p.to di controllo  $k$ , la curva di capacità è il luogo dei p.ti di equilibrio di tale p.to, tra la configurazione di attivazione del meccanismo a cui corrisponde  $\alpha_0$  e quella per cui il moltiplicatore dei carichi orizzontali  $\alpha$  si annulla. Lo spostamento corrispondente a tale annullamento è  $d_{k,0}$ .

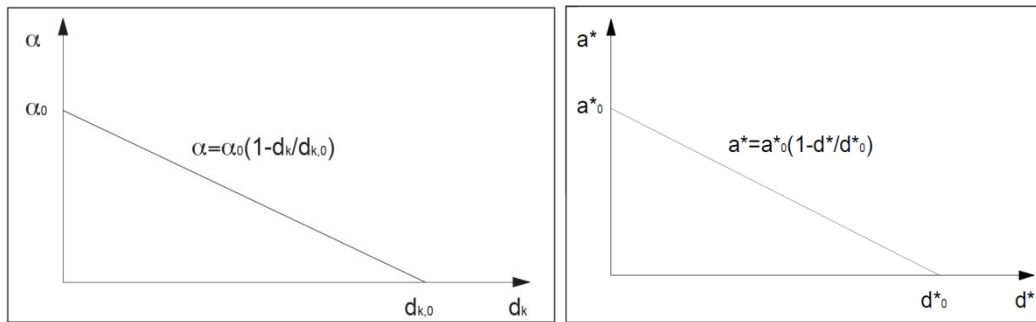


Fig. 44: Curva di capacità e curva di capacità dell'oscillatore equivalente

Il sistema così ottenuto può essere ridotto a un sistema a un GDL attraverso le equazioni espresse al punto precedente, ottenendo l'accelerazione spettrale di attivazione del cinematismo  $a_0^*$  e lo spostamento spettrale equivalente  $d_0^*$ .

Lo spostamento ultimo, però, viene considerato come il minimo tra quello che può indurre situazioni localmente incompatibili con la stabilità degli elementi da costruzione (come ad es. lo sfilamento di travi di solaio) e:

$$d_u^* = 0,4 d_0^*$$

La domanda di spostamento, invece, viene ottenuta dallo spettro in spostamento in corrispondenza del periodo secante  $T_s$ , così definito:

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{d_s^*}{a_s^*}}$$

in cui:

$$d_s^* = 0,4 d_u^*$$

$$a_s^* = a_0^*(1 - d_s^*/d_0^*)$$

perciò il valore di spostamento ultimo dovrà essere superiore a quello di progetto secondo le seguenti relazioni:

- nel caso in cui la verifica riguardi un elemento isolato o una porzione della costruzione sostanzialmente appoggiata a terra, la verifica è soddisfatta se:

$$d_u^* \geq S_{De}(T_s)$$

- nel caso in cui, invece, si tratti di una porzione della costruzione posta a quota superiore, si tiene conto dell'effetto di amplificazione considerando la verifica della seg. equazione

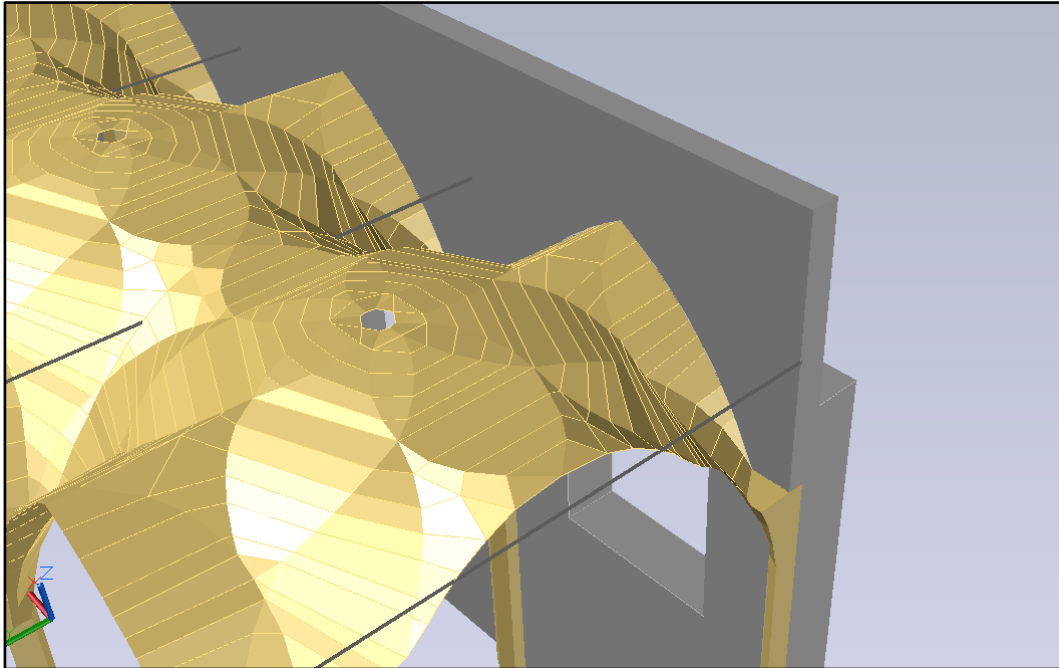
$$d_u^* \geq S_{De}(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma \cdot \frac{\left(\frac{T_s}{T_1}\right)^2}{\sqrt{\left(\left(1 - \frac{T_s}{T_1}\right)^2 + 0,02 \frac{T_s}{T_1}\right)}}$$

## 6.2 Meccanismo di ribaltamento semplice: parete Nord

Generalmente, i macroelementi vengono individuati in quanto corrispondono a veri e propri elementi architettonici, o in quanto si osservano fessurazioni al contorno. Nel caso di studio, i problemi nell'acquisizione di un buon livello di conoscenza e il fatto di non disporre di quadro fessurativo osservabile in conseguenza ai restauri avvenuti recentemente non hanno permesso questo tipo di approccio. Per questi motivi sono stati scelti i meccanismi ritenuti più vulnerabili sulla base degli abachi dei meccanismi locali tipici e dell'osservazione dei risultati dell'analisi non lineare.

In virtù di questa, è stato scelto di analizzare il meccanismo di ribaltamento di una parete della sala principale sul lato Nord. Si tratta di un setto di grosse dimensioni, spessore 120 cm circa e altezza 16 m circa, sul quale grava il peso della copertura, quello della grande volta a costoloni della Vladislav Hall - con la relativa spinta orizzontale - oltre che tutti i pesi propri delle varie parti del muro. Questo infatti è composto da una compenetrazione di diversi elementi in muratura: un setto principale che parte dalla quota di solaio e si estende fino a circa 10 m di quota, dove si restringe verso l'interno (tant'è che sulla sua sommità si ha il camminamento del ballatoio esterno) cambiando spessore e forma: tra la quota di imposta della volta, laddove terminano le colonne a sezione variabile che ne seguono la forma e la chiave di volta, si forma l'incavo che ospita la sagoma della volta. Sopra a quest'incavo, parte un altro setto, esposto verso l'interno ed esteso fino in sommità, che scarica il peso tramite un arco in

muratura scollegato dalla volta direttamente sulle colonne, le quali però si compenetrano con il setto principale.



*Fig. 45: dettaglio della parte di muratura soprastante alla volta (gli elementi sono in realtà scollegati)*

A stabilizzare il sistema concorre un contrafforte esterno di grosso spessore e profondità alla base di circa 170 cm con il pinnacolo gotico in sommità, che ha la funzione di assorbire le spinte orizzontali della volta. Allo stesso scopo un antico tirante metallico in ferro (uno degli ultimi rimasti tra quelli originali) in corrispondenza della colonna, dovrebbe rendere solidale il setto con quello del lato opposto.

Questa forma molto complessa viene assunta come macroelemento rigido nell'analisi dell'equilibrio, trascurando in via approssimativa il tirante in ferro, di cui bisognerebbe verificare l'effettiva efficacia.

Si procede, dunque, in prima fase, ad applicare l'analisi cinematica lineare al sistema così definito.

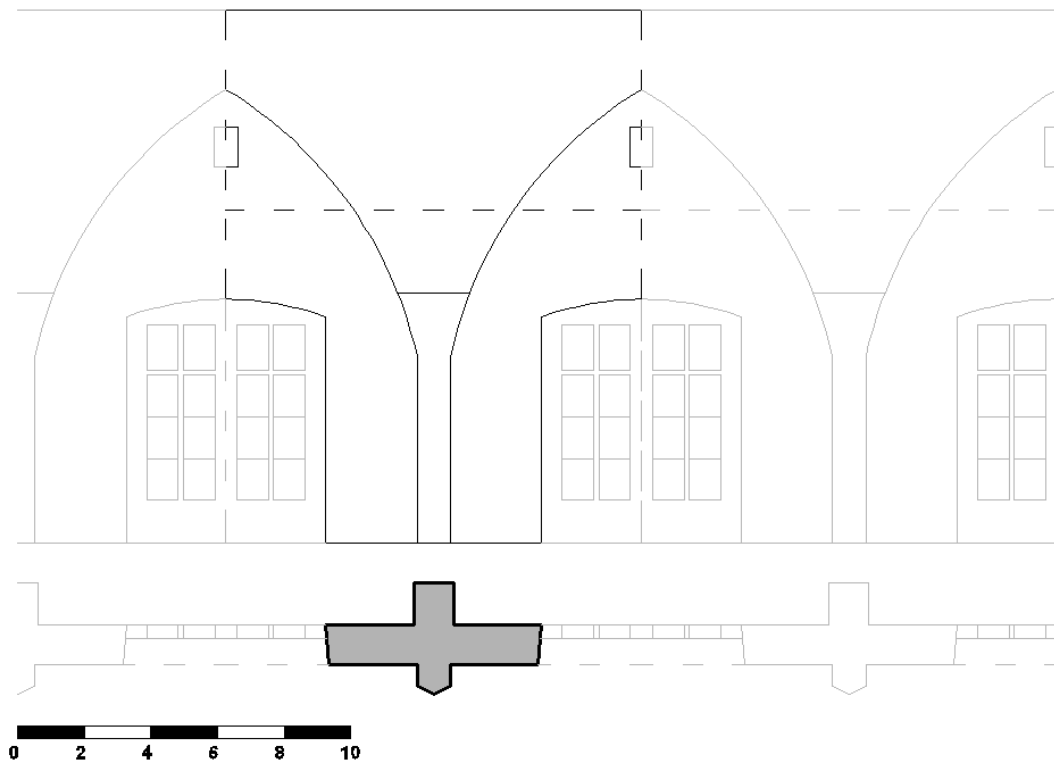


Fig. 46: schema in prospettiva e sezione dei setti murari che compongono i muri perimetrali della sala)

Si considera resistenza a compressione della muratura finita per rappresentare l'arretramento della cerniera attorno al quale avviene la rotazione: così facendo i bracci delle forze stabilizzanti si riducono e la verifica si avvicina di più a un comportamento reale. Considerando una distribuzione di tensioni di tipo *stress-block* su una sezione rettangolare, tale arretramento  $t$  vale:

$$t = \frac{1}{2} \frac{\sum P_i}{f_{md} l}$$

In questo caso specifico, data la bassa resistenza di progetto e il carico dovuto a una struttura così massiccia, l'area plasticizzata ha interessato tutta la sezione del contrafforte più parte del setto murario principale e la risultante delle reazioni è stata individuata per una sezione a T a circa 30 cm dal filo esterno del muro, all'interno del contrafforte.



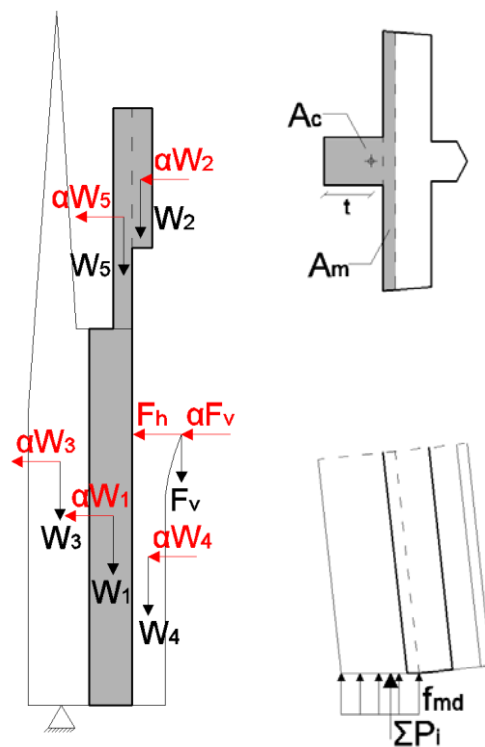


Fig. 47: sezione del pannello murario compreso tra le colonne e il contrafforte e schema dell'area compressa considerato l'arretramento della cerniera

La seg. tabella riassume i valori delle forze in gioco, delle quote dei punti di applicazione, dei relativi bracci rispetto al punto di rotazione e degli spostamenti virtuali normalizzati rispetto alla quota del tetto che sono stati inseriti nel calcolo dell'equilibrio:

Tabella 8: riepilogo delle forze e relativi punti di applicazione e spostamenti virtuali

Forze [kN]		Quote [m]	Bracci [m]	$\delta_{x,i}$
Pesi propri delle parti di muro	$W_1 = 2107$	$h_1 = 5,8$	$b_1 = 0,90$	$\delta_{x,1} = 0,36$
	$W_2 = 771$	$h_2 = 12,63$	$b_2 = 1,75$	$\delta_{x,2} = 0,79$
	$W_3 = 653$	$h_3 = 8$	$b_3 = -0,55$	$\delta_{x,3} = 0,50$
	$W_4 = 143$	$h_4 = 4,2$	$b_4 = 1,95$	$\delta_{x,4} = 0,26$
	$W_5 = 300$	$h_5 = 13$	$b_5 = 1,30$	$\delta_{x,5} = 0,81$
Peso della volta	$F_v = 582$	$h_v = 7,25$	$b_v = 2,18$	$\delta_{x,v} = 0,45$
Peso del tetto	$P_T = 318$	$h_T = 16$	$b_T = 1,55$	$\delta_{x,T} = 1$
Spinta orizzontale della volta	$F_h = 398$	$h_h = 7,25$	$b_h = -$	$\delta_{x,h} = 0,45$

E' stato risolto, quindi, l'equilibrio attraverso l'equazione del PLV, esplicitando il valore del moltiplicatore dei carichi corrispondente all'attivazione del cinematismo:

$$\alpha_0(W_1h_1 + W_2h_2 + W_3h_3 + W_4h_4 + W_5h_5 + F_vh_v + P_T h_T) + W_3b_3 + F_h h_h - W_1b_1 - W_2b_2 - W_4b_4 - W_5b_5 - F_v b_v - P_T b_T = 0$$

da cui si è ottenuto un moltiplicatore pari a:

$$\alpha_0 = 0,060$$

Il sistema è stato poi convertito in un oscillatore equivalente a un GDL, secondo quanto descritto al paragrafo precedente, ottenendo i seguenti parametri:

- massa partecipante al cinematismo:  $M^* = \frac{(\sum P_i \delta_{x,i})^2}{g \cdot P_i \delta_{x,i}^2} = 426 \cdot 10^3 \text{ Kg}$
- frazione di massa partecipante:  $e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum P_i} = 0,86$
- accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo:  

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} = 0,507 \frac{m}{s^2}$$

L'accelerazione spettrale di attivazione viene confrontata con quella di progetto. utilizzando la formula per elementi che non poggiano direttamente a terra, che è funzione di :

- $S_e(T_1)$  : lo spettro elastico di progetto viene considerato per il periodo principale, che in questo caso cade oltre il *plateau* dello spettro e perciò vale

$$S_e(T_1) = a_g S \cdot 2,5 \frac{T_c}{T_1}$$

con

$$a_g = 0,04 \text{ g}$$

$$T_1 = 0,511 \text{ s}$$

$$T_c = 0,4 \text{ s}$$

- $\psi(Z) = \frac{z}{H_{TOT}} = 0,286$

con

$$z = 6,4 \text{ m}$$

$$H_{TOT} = 22,4 \text{ m}$$

- $\gamma = \frac{3N}{2N+1} = 1,2$

con  $N = 2$ , numero di piani

- $q = 1,5$  (cfr. § 4.2.1)

Allora l'accelerazione di progetto vale:

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = 0,176 \frac{m}{s^2} < 0,507 \frac{m}{s^2}$$

quindi la verifica lineare è soddisfatta e non è necessario eseguire un'analisi non lineare per questo meccanismo.

OSSERVAZIONI: si nota come la verifica sia soddisfatta con ampio margine, nonostante:

- il contributo del tirante in ferro sia stato trascurato in prima approssimazione;
- la resistenza di progetto della muratura sia molto bassa (0,74 MPa) in conseguenza all'applicazione dei coefficienti di sicurezza parziale ( $\gamma_m = 2$ ) e del fattore di confidenza massimo (FC = 1,35), dato il basso livello di conoscenza; ciò ha comportato un arretramento della cerniera molto ingente, tanto da rendere il contributo del peso del contrafforte instabilizzante (risultato molto a favore di sicurezza);
- la formulazione della norma stessa, per la quale il fattore di confidenza FC viene applicato dapprima nel calcolo della resistenza del materiale  $f_{md}$  e successivamente anche nella determinazione dell'accelerazione  $a_0^*$  (a sua volta funzione di  $f_{md}$ ), comporta la divisione per lo stesso fattore di sicurezza due volte e risulta, quindi, già molto cautelativa per sua natura.

E' ragionevole assumere, quindi, per le azioni di progetto caratteristiche del luogo, che la struttura sia estremamente poco vulnerabile rispetto a questo meccanismo di ribaltamento.

### 6.3 Meccanismo di ribaltamento semplice: parete Sud

Similmente si esegue un'altra verifica di ribaltamento semplice per la parete opposta della sala, che si trova rivolta a Sud e, trovandosi l'edificio su un pendio, è posta a 17 m dal piano campagna quindi a quota maggiore rispetto alla precedente, per cui è probabilmente più esposta a questo meccanismo, per gli effetti di amplificazione.

Lo spessore è maggiore, con i suoi 190 cm alla base e compensa l'assenza dei contrafforti in corrispondenza delle colonne.

Allo stesso modo del caso precedente, la sezione verticale presenta una parte superiore esposta verso l'interno e sorretta da archi per scollegarsi dall'estradosso della volta e scaricare direttamente il peso sul setto inferiore e sulle colonne.

L'arretramento della cerniera può essere calcolato, quindi, per una sezione rettangolare semplice, e vale in questo caso:

$$t = \frac{1}{2} \frac{\sum P_i}{f_{md} l} = 0,57 \text{ m}$$

I dati del problema di equilibrio vengono riepilogati nella seg. tabella:

Tabella 9: riepilogo delle forze e relativi punti di applicazione e spostamenti virtuali

Forze [KN]		Quote [m]	Bracci [m]	$\delta_{x,i}$
Pesi propri delle parti di muro	$W_1 = 3336$	$h_1 = 5,8$	$b_1 = 0,38$	$\delta_{x,1} = 0,36$
	$W_2 = 771$	$h_2 = 12,63$	$b_2 = 1,58$	$\delta_{x,2} = 0,79$
	$W_4 = 143$	$h_4 = 4,2$	$b_4 = 1,78$	$\delta_{x,4} = 0,26$
	$W_5 = 300$	$h_5 = 13$	$b_5 = 1,13$	$\delta_{x,5} = 0,81$
Peso della volta	$F_v = 582$	$h_v = 7,25$	$b_v = 2,01$	$\delta_{x,v} = 0,45$
Peso del tetto	$P_T = 318$	$h_T = 16$	$b_T = 1,38$	$\delta_{x,T} = 1$
Spinta orizzontale della volta	$F_h = 398$	$h_h = 7,25$	$b_h = -$	$\delta_{x,h} = 0,45$

L'equazione del PLV per il caso in esame diventa:

$$\alpha_0(W_1 h_1 + W_2 h_2 + W_4 h_4 + W_5 h_5 + F_v h_v + P_T h_T) + F_h h_h - W_1 b_1 - W_2 b_2 - W_4 b_4 - W_5 b_5 - F_v b_v - P_T b_T = 0$$

da cui si è ottenuto un moltiplicatore pari a:

$$\alpha_0 = 0,042$$

I parametri dell'oscillatore equivalente sono i seguenti:

- massa partecipante al cinematismo:  $M^* = \frac{(\sum P_i \delta_{x,i})^2}{g \cdot \sum P_i \delta_{x,i}^2} = 467 \cdot 10^3 \text{ Kg}$
- frazione di massa partecipante:  $e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum P_i} = 0,84$
- accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo:  

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} = 0,363 \frac{m}{s^2}$$

mentre la domanda di progetto in termini di accelerazione vale:

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = 0,339 \frac{m}{s^2} < 0,363 \frac{m}{s^2}$$

con

- $S_e(T_1) = 0,768 \frac{m}{s^2}$
- $\psi(Z) = \frac{z}{H_{TOT}} = 0,518$
- $\gamma = \frac{3N}{2N+1} = 1,28$   
per numero di piani  $N = 3$ .

#### 6.4 Meccanismo di flessione orizzontale per schiacciamento dell'arco

Sulla sommità delle pareti laterali della volta principale precedentemente analizzate, si stanziava una porzione di muratura rientrante verso l'interno dell'edificio sostenuta da arcate a sesto acuto che ne scaricano il peso sulle colonne e sulla muratura sottostante, in maniera da non gravare sull'estradosso della volta che è lasciata libera di sostenere il solo peso proprio. In corrispondenza di ogni appoggio della volta si trova un tirante che ha il compito di assorbirne le spinte orizzontali e trattiene la striscia orizzontale di muratura. Questa è indebolita per parte della sua altezza, dalla nicchia che ospita gli archi laterali della volta ad essa sottostanti e da una piccola apertura posta in mezzeria, offrendo, così, una sezione debole in mezzeria di ogni campata.

Viene valutato, per questo, il meccanismo di flessione orizzontale di questa porzione di muratura: ciò può verificarsi qualora l'arco di muratura orizzontale all'interno della sezione per effetto delle spinte orizzontali di origine sismica raggiunga la rottura per compressione, formando una cerniera cilindrica nella sezione più debole.

Le condizioni assunte perché ciò si possa verificare sono:

- buon grado di vincolo alle estremità: nel caso in esame esercitato dai tiranti;
- collegamento in sommità inefficace: la copertura superiore semplicemente appoggiata è ritenuta insufficiente per garantire tale connessione, vista anche la possibilità di espulsione degli appoggi data da una muratura irregolare in pietre sommariamente sbazzate;
- presenza di aperture o nicchie ricavate nello spessore murario: nello specifico, come detto, si ha nella sezione di mezzeria un restringimento e un'apertura;
- presenza di un contenimento laterale in grado di sopperire alla spinta orizzontale generata dall'arco: in questo caso la reazione è esercitata dal prolungamento del muro nella direzione orizzontale.

Si vuole studiare il coefficiente di attivazione del meccanismo.

L'arco resistente che si forma nella muratura viene considerato di spessore pari a 0,2 volte quello del setto e avente quindi una freccia  $f$  pari a 0,8  $t$ .

Il carico  $q$  uniformemente distribuito indotto dall'azione sismica, crea una reazione agli "appoggi" con componenti lungo due direzioni ortogonali: una componente  $T$  perpendicolare al piano della parete, che viene assorbita per equilibrio alla traslazione della reazione dei tiranti; una componente  $H$ , invece, parallela al piano generata dalla spinta dell'arco inversamente proporzionale alla freccia, che vale :

$$H = \frac{q l^2}{8 f}$$

Essendo il carico sismico proporzionale alla massa, tale che :

$$q = \frac{\alpha W}{l}$$

dove

$W$  è il peso della parete,

$l$  la sua lunghezza e

$\alpha$  il moltiplicatore del carico

e la freccia  $f$  pari a  $0,8 t$ , allora la spinta  $H$  si può riscrivere come:

$$H = \frac{ql^2}{8(0,8 t)} = \frac{\alpha W l}{6,4 t}$$

Per un'azione sismica diretta verso l'esterno della parete, l'arco delle pressioni va a interessare la parte più debole della muratura in cui si trova la nicchia che ospita la volta, per cui l'area della sezione reagente viene ridotta e trova il suo punto di minimo in mezzeria. Le tensioni di compressione si distribuiscono, quindi, su una sezione di altezza netta  $h_f$  pari a circa  $3,5 m$ , invece che  $6 m$ .

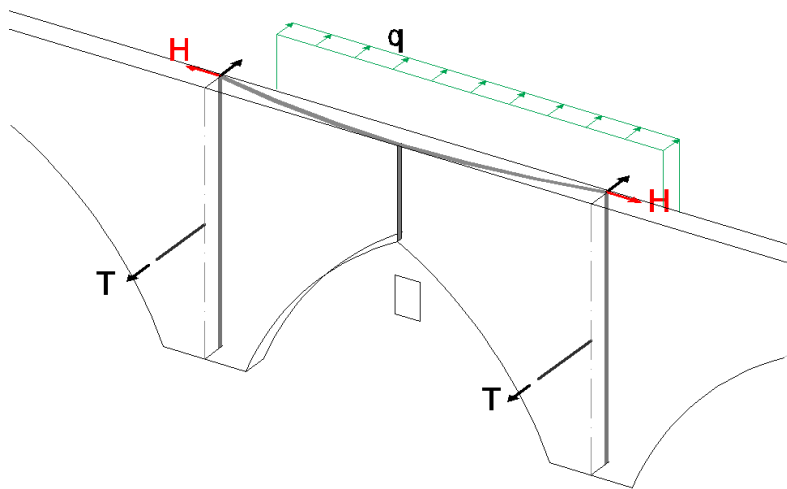


Fig. 48: flessione dell'arco orizzontale interno alla muratura con spessore pari al 20% del totale

Scrivendo l'equazione di Navier per questa sezione si ottiene:

$$\sigma_c = \frac{H}{A} = \frac{\alpha W l}{6,4 t} \cdot \frac{1}{h_f 0,2 t} = \frac{\alpha W l}{1,28 t^2 h_f}$$

ed esplicitando il moltiplicatore  $\alpha$  per una tensione di compressione pari a quella resistente della muratura  $f_{md}$  risulta:

$$\alpha = \frac{f_{md} 1,28 t^2 h_f}{W l} = 0,171$$

e l'accelerazione corrispondente all'attivazione del cinematismo vale:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 g}{FC} = 1,24 \frac{m}{s^2}$$

L'oggetto si trova a una quota superiore a quella del pian terreno quindi subisce gli effetti di amplificazione dovuti all'altezza da terra, dei quali si tiene conto assumendo come accelerazione di progetto :

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = 0,480 \frac{m}{s^2} < 1,24 \frac{m}{s^2}$$

che risulta inferiore a quella di attivazione del cinematismo, quindi la verifica è soddisfatta.

## 6.5 Meccanismo di piano: ribaltamento di pannelli murari con lesione diagonale

Dall'analisi modale con spettro di risposta e da quella non lineare statica si è potuto osservare a livello dell'ultimo piano dell'Ala Sud, nota come annessione di Ludwig, le azioni orizzontali provochino una deformazione dei setti di forma tipica delle sollecitazioni a taglio. Ciò è confermato anche dalla distribuzione delle tensioni ottenute dal modello, che raggiungono, nei punti di maggiore concentrazione degli sforzi, anche livelli prossimi alla resistenza di progetto.



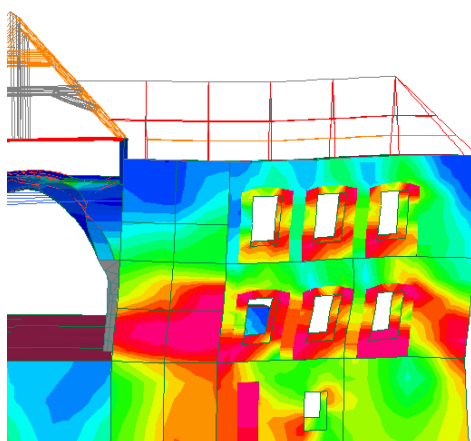


Fig. 49: risultati dell'analisi non-lineare per l'Ala di Ludwig: si osservano possibili lesioni a taglio dei setti

Questa condizione potrebbe creare i presupposti per un meccanismo cinematico di piano, qualora si formassero delle lesioni diagonali. Si è ritenuto opportuno, quindi, verificare anche un meccanismo locale di “secondo modo”, ossia per azioni che sollecitano la muratura in direzione parallela a quella del proprio piano. Questi meccanismi vengono così denominati per il fatto che si verificano generalmente per moltiplicatori di collasso delle azioni orizzontali maggiori, ossia in quanto sono necessarie forze più grandi perché avvenga la rottura.

Nello specifico, il meccanismo considerato è il ribaltamento di cunei di muratura, nel verso dell'azione di spinta di un solaio o di un elemento rigido, in seguito alla formazione di lesioni diagonali dovute al taglio, con rotazione attorno a un punto alla base del cuneo. La necessità di valutare la resistenza al taglio è un problema che incombe di frequente nell'analisi delle murature esistenti: nell'indagine ingegneristica ciò viene affrontato solitamente con la misurazione delle tensioni tangenziali medie nei pannelli alla base del muro, trascurando altri fattori dimensionali che possono giocare un ruolo importante. L'alternativa dell'analisi a elementi finiti può essere valida e consente il controllo di tutta la geometria, ma richiede una precisa definizione del legame costitutivo del materiale considerando la resistenza a trazione nulla, l'effetto dell'attrito e ingranamento tra le pietre o, ancora, l'anisotropia prodotta dalle giaciture preferenziali; tutte proprietà complesse da modellare e che richiedono spesso un grosso onere computazionale.

L'analisi proposta, invece, prescinde dall'incertezza presente nella resistenza al taglio, ipotizzando che:

- la parete sia soggetta a un'azione orizzontale proporzionale al proprio peso e di direzione ad essa complanare
- la resistenza a trazione sia nulla e comporti una fessurazione diagonale che parte dal piede del muro dal lato opposto a quello da cui l'azione proviene
- il cuneo così formato ribalti come un corpo rigido
- lo spostamento orizzontale sia uguale in tutti i pannelli.

La rottura del pannello può avvenire secondo tre modalità:

- con distacco di porzione di muratura tramite lesione sub-verticale che interessi il bordo superiore del pannello: ciò è possibile solo se uno spostamento differenziale tra i due spigoli di questo bordo è permesso, se, invece, è presente un tirante o comunque un elemento che blocchi le due estremità vincolandole rigidamente tra loro; questo vincolo è esercitato nel caso in esame dalle catene della copertura che legano le capriate tra di loro rendendo gli spostamenti solidali, perciò tale rottura è da escludere
- con distacco di metà pannello con lesione diagonale: la rottura del pannello va a interessare la lunghezza massima possibile dividendolo in due porzioni uguali da spigolo a spigolo opposto
- con distacco con lesione a 45° che termina sul bordo verticale, facendo ribaltare una parte più massiccia del pannello secondo una forma trapezoidale.

Escluso, come spiegato, il primo di questi meccanismi si considera quello che comporta moltiplicatori di collasso inferiori, ossia il secondo: questo è facilmente intuibile, in quanto la forza stabilizzante dovuta al peso proprio della porzione ribaltante è superiore nel terzo caso.



*Fig. 50: setti in pietra squadrata all'ultimo piano dell'Ala Sud di Ludwig*

Il muro analizzato è composto da più pannelli in muratura di pietra ben squadrata in grandi blocchi e disposta con tessitura regolare: ciò ha permesso di considerare, in questa parte, una resistenza maggiore. I pannelli sono intervallati da aperture, attorno alle quali si trova una sezione più ristretta del muro che va a tamponare lo spazio presente tra le grandi finestre e le arcate superiori. Questi pannelli sono, però, costituiti dello stesso materiale e ben ingranati a quelli portanti il peso superiore, quindi vengono considerati efficaci nel calcolo.

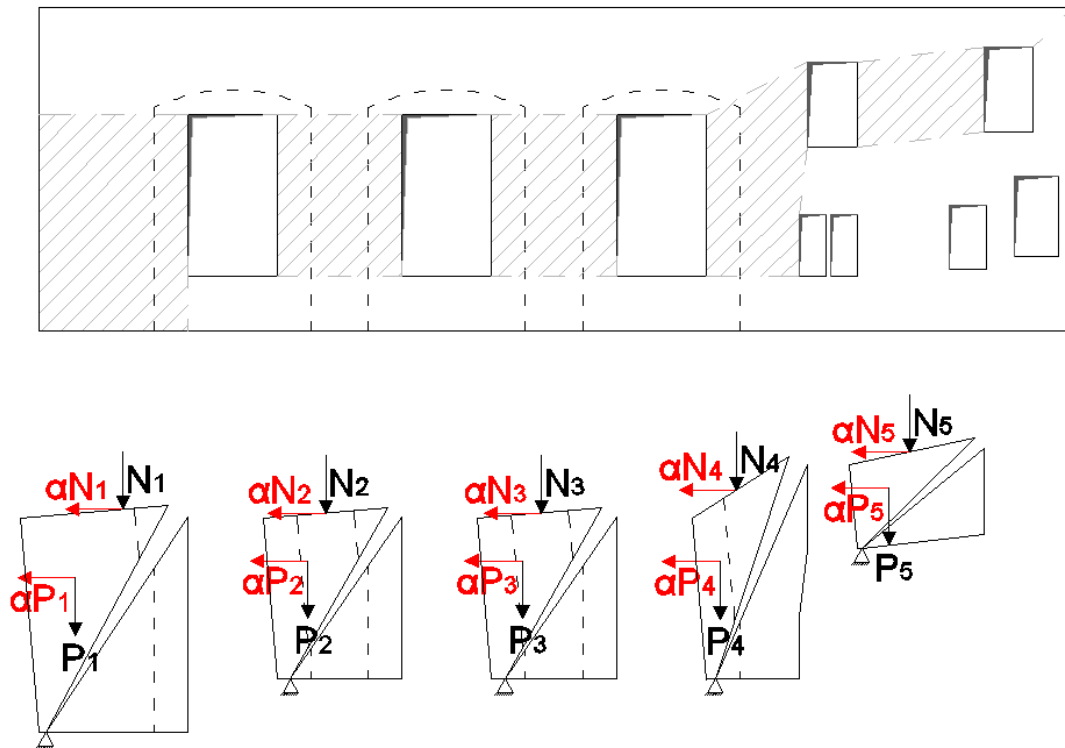


Fig. 51: schema dei cunei di muratura che si formano in conseguenza alle fessurazioni diagonali e delle relative forze agenti

Come per i meccanismi precedenti, si considera un arretramento delle cerniere di rotazione dovuto alla resistenza finita del materiale, con modello *stress-block*: come suggerito, ancora una volta dalla normativa italiana, la resistenza per muratura in blocchi lapidei squadrati è di 6 MPa da cui si ottiene quella di progetto

$$f_{md} = \frac{f_m}{\gamma_m FC} = 2,22 \text{ MPa}$$

Nella tabella seguente vengono riassunti i dati relativi ai pannelli di muratura coinvolti nel cinematismo:

Tabella 10: riepilogo delle forze e relativi punti di applicazione e spostamenti virtuali

Forze [KN]		Altezze [m]	Bracci [m]	$\delta x_i$	$\delta y_i$
Pesi propri delle parti di muro	$P_1 = 272$	$h_1 = 3,20$	$b_1 = 1,20$	0,667	0,250
	$P_2 = 108$	$h_2 = 2,40$	$b_2 = 0,92$	0,667	0,258
	$P_3 = 108$	$h_3 = 2,40$	$b_3 = 0,96$	0,667	0,269
	$P_4 = 72$	$h_4 = 3,17$	$b_4 = 0,72$	0,667	0,151
	$P_5 = 21$	$h_5 = 1,27$	$b_5 = 0,81$	0,667	0,429
Carichi verticali sui pannelli	$N_1 = 667$	$h_{N1} = 4,80$	$a_1 = 2,37$	1	0,493
	$N_2 = 388$	$h_{N2} = 3,60$	$a_2 = 1,07$	1	0,300
	$N_3 = 314$	$h_{N3} = 3,60$	$a_3 = 1,11$	1	0,311
	$N_4 = 320$	$h_{N4} = 4,75$	$a_4 = 1,05$	1	0,220
	$N_5 = 185$	$h_{N5} = 1,90$	$a_5 = 1,14$	1	0,604

I valori degli spostamenti virtuali sono stati riferiti ad uno spostamento orizzontale del solaio rigido unitario, ossia:

$$\delta_{Ni,x} \approx \varphi_{Ni} h_{Ni} = 1$$

pertanto le rotazioni di ogni pannello sono state ricavate come:

$$\varphi_i = \frac{\delta_{Ni,x}}{h_i} = \frac{1}{h_i}$$

L'equazione del Principio dei Lavori Virtuali, quindi, può essere scritta come:

$$\alpha_0 \left( \sum N_i \delta_{Ni,x} + \sum P_i \delta_{Pi,x} \right) - \sum N_i \delta_{Ni,y} - \sum P_i \delta_{Pi,y} = 0$$

e si ottiene il valore del moltiplicatore delle azioni orizzontali di attivazione del meccanismo:

$$\alpha_0 = \frac{\sum N_i \delta_{Ni,y} + \sum P_i \delta_{Pi,y}}{\sum N_i \delta_{Ni,x} + \sum P_i \delta_{Pi,x}} = 0,387$$

Il calcolo dei parametri dell'oscillatore a un GDL equivalente avvengono come per le analisi dei meccanismi precedenti:

$$- \text{ massa partecipante al cinematismo: } M^* = \frac{(\sum P_i \delta_{x,i})^2}{g \cdot \sum P_i \delta_{x,i}^2} = 24,1 \cdot 10^3 \text{ Kg}$$

- frazione di massa partecipante:  $e^* = \frac{g \cdot M^*}{\Sigma P_i} = 0,978$

- accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} = 2,87 \frac{m}{s^2}$$

mentre la domanda di progetto in termini di accelerazione vale:

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = 0,817 \frac{m}{s^2} < 2,87 \frac{m}{s^2}$$

con

-  $S_e(T_1) = 0,768 \frac{m}{s^2}$

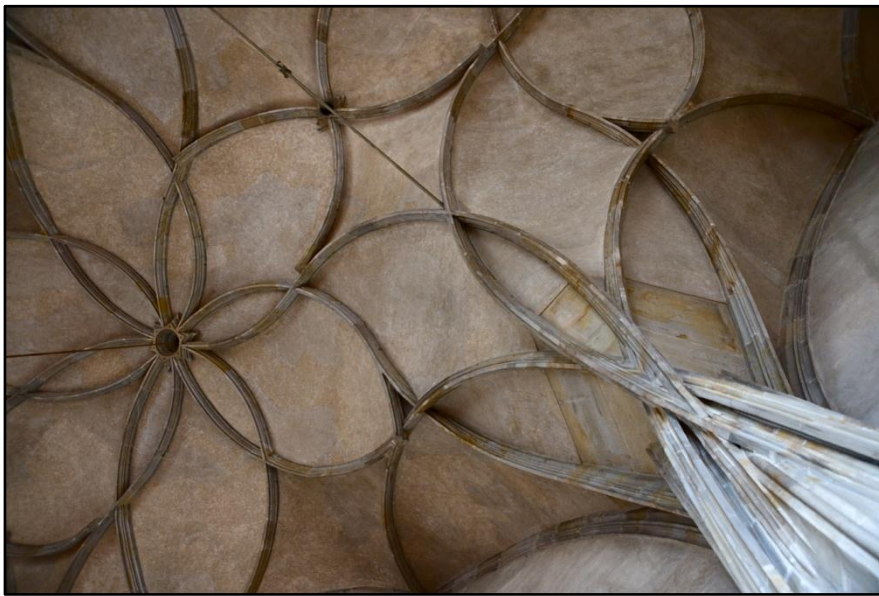
-  $\psi(Z) = \frac{z}{H_{TOT}} = 0,782$

-  $\gamma = \frac{3N}{2N+1} = 1,36$

per numero di piani che in quest'ala del palazzo vale  $N = 5$ .

## 7 STUDIO DELLA VOLTA

In questa sezione si propone un approfondimento riguardo a un meccanismo di danno locale di una struttura particolarmente interessante inserita nel Palazzo: la volta della Sala di Vladislav. La volta costituisce uno dei patrimoni artistico-architettonici più pregiati dell'intero complesso del Castello e conta ogni anno centinaia di migliaia di visitatori, attirati dalla maestosità e dall'unicità della sua tipologia.



*Fig. 52: la volta vista dalla base di una colonna: le nervature definiscono le superfici diversamente orientate di posa della muratura*

Si tratta di una volta tardo-gotica realizzata negli anni 1490-1500 ad opera dell'architetto Benedikt Ried su commissione del re boemo Vladislav II (per la storia si veda § 1.2). La geometria disegnata da Ried la rende un esemplare pressoché unico nella sua tipologia: riprende, infatti, le caratteristiche di due stili molto diffusi nel tardo gotico, ossia la volta a crociera e la volta a ventaglio, pur non rispettando i canoni geometrici di nessuna delle due.

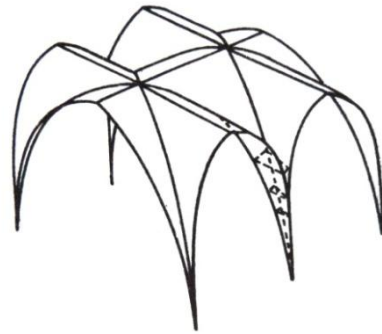


Fig. 53a-51b: volta a crociera tipo (sinistra); esempio della chiesa di S.Maria Novella a Firenze (destra)

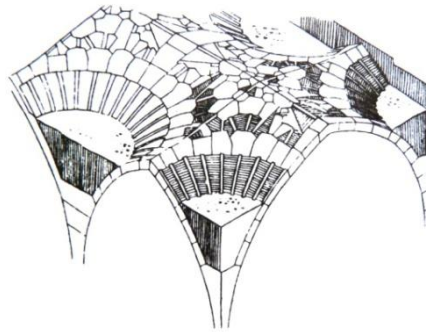


Fig. 54a-52b: volta a ventaglio tipo (sinistra); esempio della King's College Chapel in Cambridge (destra)

Vista dall'intradosso, infatti, il profilo della sezione della volta in corrispondenza dei piedritti assomiglierebbe quasi più ad una tipologia a ventaglio, in quanto la sezione si allarga verso la sommità in maniera del tutto simile ad una superficie di rivoluzione (si ricorda che le volte a ventaglio sono così chiamate per via della assialsimmetria che forma quei costoloni a raggiera caratteristici). La somiglianza è data dall'orientamento dei piani di posa della tessitura attorno alla colonna, che fa sì che non si osservino le tipiche cuspidi che si hanno solitamente lungo gli archi diagonali di una volta a crociera e che si abbia una transizione graduale tra le "unghie" (ossia quelle parti di volta che derivano dall'intersezione delle due volte a botte generanti la crociera).



Tale transizione fa pensare ad un'altra tipologia, molto meno diffusa, che viene solitamente indicata come volta "a stella": essa presenta sì queste unghie parallele agli archi trasversali e perimetrali, ma tra di esse è inserita una calotta (generalmente sferica) che forma quindi dei cunei con orientamento mediano tra le due.

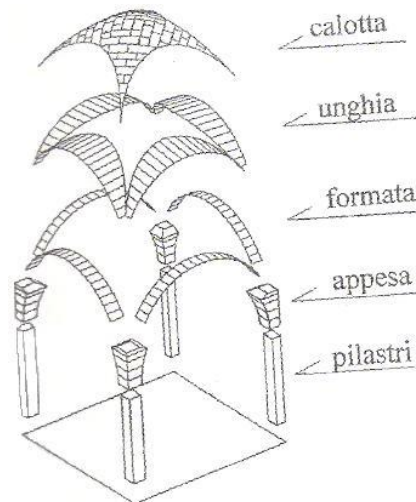


Fig. 55: elementi di una volta "a stella": tra le unghie si inserisce la calotta formando dei cunei con orientamento intermedio

D'altra parte, però, le nervature sono completamente diverse da quelle tipo a ventaglio: esse formano un reticolo ramificato curvo, a formare una figura a petali che si dispongono attorno al concio di chiave, mentre nell'altro tipo convogliano tutte a raggiera verso l'asse della colonna.

Vista dall'estradosso la volta presenta, invece, gli archi diagonali e trasversali disposti tipicamente a crociera: questi costoloni in muratura di mattone, rivestiti come il resto della volta dallo strato in malta di calce, potrebbero essere stati realizzati successivamente alla prima costruzione, come rinforzi.



*Fig. 56: estradosso della volta con gli archi diagonali*

Si sono osservati, infatti, in alcuni punti dei tirantini metallici tramite il quale si è cercato di appendere la volta agli archi. Può darsi quindi che inizialmente la geometria non sia comunque stata pensata per comportarsi come una volta a crociera, in cui le “unghie” si dipartono dagli archi diagonali che scaricano a loro volta il peso sulle colonne, ma abbia cambiato il suo comportamento nel tempo.

### **7.1 Approccio alla stabilità di una struttura voltata**

Le osservazioni fatte finora sulla geometria sono motivate dal fatto che in base alla forma cambia il modo in cui i carichi vengono trasferiti ai sistemi di sostegno: a diverse tipologie corrisponderanno diversi percorsi di tensione e cambieranno quindi anche le modalità in cui si arriva al danneggiamento e al collasso.

Generalizzando, una stessa porzione di muratura può subire danneggiamenti di tipo diverso in base al **tipo di sollecitazione**: se, ad esempio, un pannello murario venisse sollecitato solo verticalmente lungo il suo asse, servirebbe un carico enorme per portarlo a rottura, la quale si manifesterebbe con lesioni più o meno verticali (in base ai rapporti dimensionali) nella stessa direzione del carico. Un’azione orizzontale agente in contemporanea nella direzione della sua lunghezza comporterebbe, invece, la formazione di lesioni diagonali da taglio e, se sufficiente, la rottura. Se lo stesso pannello, infine, venisse spinto orizzontalmente fuori dal piano, si osserverebbero prima delle fessurazioni orizzontali (su una sola delle due facce) che al

crescere della forza diventerebbero veri e propri distacchi degli elementi resistenti fino a quando lo porterebbe al ribaltamento rigido senza neppure che il materiale arrivi alle tensioni di rottura.

Si intuisce quindi che i fattori di cui tenere conto sono diversi: da una parte gli stati tensionali-deformativi, mentre dall'altra l'equilibrio delle forze fa sì che il danneggiamento avvenga a prescindere da questi. Tra i due casi sarà necessario quindi effettuare tipi di analisi diverse, ognuna delle quali richiederà diverse informazioni sulla struttura per poter essere effettuata.

L'idealizzazione del comportamento del materiale dev'essere, quindi, finalizzata a descrivere sinteticamente gli aspetti fondamentali della sua risposta meccanica. Nel momento in cui si trattano strutture **esistenti**, però, l'accuratezza della descrizione di questo materiale è funzione del tipo e della qualità delle informazioni che si possiedono e di quelle che si ricercano. La modellazione delle strutture in muratura è contraddistinta da due diversi approcci al problema: la descrizione del materiale costitutivo e la descrizione attraverso macroelementi.

Il primo approccio consiste nell'analisi del comportamento del materiale di cui la struttura è composta, attraverso l'individuazione di leggi costitutive che permettano di legare tensioni e deformazioni in ogni singolo punto. Per materiali composti, come la muratura, ciò può essere fatto attraverso modelli continui, che rappresentano il materiale come omogeneo, o discreti, che richiedono una scala di modellazione più dettagliata e la descrizione della geometria e delle proprietà meccaniche dei singoli componenti del materiale (elementi resistenti e legante). Questo metodo richiede una conoscenza approfondita del materiale, che nell'analisi dell'esistente si può acquisire solo tramite prove sperimentali. Tale approccio non verrà affrontato in questa sede perché esula dagli obiettivi dello studio, rivolto all'analisi dei cinematicismi tipici per la tipologia di struttura.

Il secondo approccio, invece, più sintetico e finalizzato alla modellazione di intere costruzioni, consiste nell'applicazione di diversi elementi strutturali (aste, travi, membrane...) per la modellazione delle varie parti della struttura (colonne, pareti, solai, archi...). In questo modo non si rappresenta direttamente il comportamento del materiale, ma si descrive la risposta dell'organismo strutturale a certe condizioni di carico attraverso uno schema meccanico globale. La semplicità del modello geometrico permette crescenti livelli di complessità nei

carichi applicati e nella descrizione e rende, perciò, il metodo particolarmente adatto per lo studio della risposta dinamica, quindi anche sismica.

Questo approccio permette di prescindere dalla conoscenza dei parametri meccanici della muratura e quindi anche dalla resistenza: ricordando l'esempio di un pannello murario portato al ribaltamento da una forza orizzontale si intuisce come questi parametri non siano assolutamente necessari nella determinazione dei meccanismi di danno. A proposito di questo, si riporta una frase di Heyman espressa in *Arches Vaults and Buttresses*: “Le lesioni [presenti in una volta], non indicano, di per sé, che la volta si trovi in stato di pericolo; esse sono, piuttosto, correlate e derivanti da semplici sequenze di spostamenti che sono avvenute in passato e non stanno necessariamente continuando”. Infatti, sostiene sempre Heyman, le tensioni che insorgono nella muratura sono solitamente così basse rispetto alla resistenza del materiale da non poter provocarne la rottura, così basse da poter assumere che esso sia infinitamente resistente a confronto. D'altra parte, la resistenza a trazione è invece estremamente bassa, tanto che è solo lievemente a favore di sicurezza assumere che sia nulla.

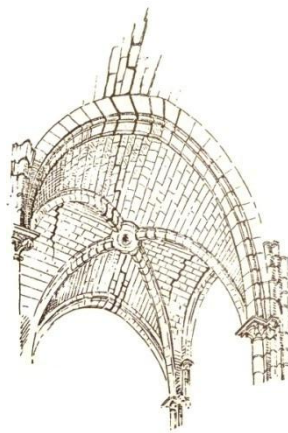


Fig. 57: tipiche lesioni in una volta a crociera (P.Abraham, 1934)

In un modello che prescinde dai parametri meccanici, quindi, queste ultime due affermazioni possono essere viste come due ipotesi fondamentali, per le quali si assume:

- **resistenza ha compressione infinita**
- **resistenza a trazione nulla.**

Per una corretta formulazione di una teoria sulla muratura, bisogna considerare anche un altro fattore: questo tipo di strutture sono estremamente iperstatiche, nel senso che possono esistere un gran numero (in realtà infinito) di soluzioni per l'equilibrio. La scienza delle costruzioni insegna che il percorso reale delle tensioni interne alla struttura dipenderà dalle sue condizioni al contorno, le quali a loro volta derivano modo in cui la struttura fu costruita, da come questa è vincolata esternamente, ecc. Per cui per calcolare questo reale stato tensionale, saranno necessarie un gran numero di informazioni che, tipicamente, sulle costruzioni esistenti sono difficili o talvolta impossibili da ottenere. Il risultato sarà quindi estremamente dipendente dalle ipotesi assunte dall'ingegnere (ad esempio di vincoli perfettamente rigidi, di stato di tensione iniziale nullo, ecc...); inoltre anche il solo passare del tempo può cambiare le condizioni al contorno: basta un cedimento infinitesimale perché le tensioni in una struttura iperstatica si ridistribuiscono in maniera completamente diversa, senza che necessariamente si arrivi, però, al collasso. L'unica cosa che si può sostenere riguardo a questa soluzione elastica quindi, è che essa descrive uno dei possibili stati di equilibrio della struttura, ma non necessariamente quello reale. In quest'ottica diventa perciò inutile il tentativo di descrivere il reale stato tensionale.

L'approccio al collasso delle volte muratura, quindi, può essere effettuato meglio attraverso **l'analisi limite**, riconducendo il problema a quello della stabilità: "se si può trovare", afferma Heyman, "un modo in cui la struttura possa equilibrare i carichi esterni, allora si può star certi che essa troverà questo modo [...]. Quello che serve è semplicemente la costruzione di una distribuzione delle forze interne in equilibrio con i carichi esterni". Tale affermazione corrisponde al "Teorema della sicurezza" o "Teorema Statico" o "del limite inferiore".

In una struttura ad arco o voltata, ciò equivale a dire che se si può trovare una curva delle pressioni in grado di equilibrare le forze esterne allora essa è in equilibrio.

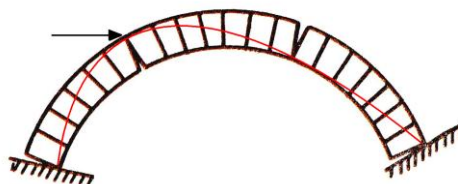


Fig. 58: curva delle pressioni per un arco sollecitato orizzontalmente

L'approccio alla stabilità può essere fatto, però, anche partendo dal collasso, ossia dal considerare la struttura labile in quanto alcune zone hanno raggiunto la plasticizzazione: essa prende il nome quindi di meccanismo cinematicamente ammissibile, ossia in cui si sono formate un numero di articolazioni plastiche tale da renderla labile e nelle quali si ha equilibrio tra forze interne ed esterne. Questa condizione non esprime nulla sulle altre zone della struttura, ossia queste potrebbero essere in parte anch'esse elasticizzate: ne consegue che il carico sarà sicuramente maggiore o al più uguale a quello che la rende labile. Questa affermazione corrisponde al "Teorema Cinematico" e, ricordando il teorema dell'unicità per il quale il carico critico che corrisponde alla labilità in un sistema staticamente ammissibile e in uno cinematicamente ammissibile coincidono, allora questo approccio può essere utilizzato per valutare la stabilità della struttura.

Presupposto di tale approccio è, come detto, l'assunzione a priori delle zone di plasticizzazione: per andare più vicino possibile al valore del carico critico bisognerà che tali zone siano adeguatamente valutate. Nel caso, ad esempio di strutture intelaiate non eccessivamente iperstatiche, sono generalmente abbastanza facili da trovare. Quando ciò non è ugualmente semplice, come in caso di strutture in muratura che sono estremamente iperstatiche, un metodo rigoroso, ma anche oneroso, prevederebbe di arrivarci per iterazione, ricercando il valore minimo del moltiplicatore dei carichi.

In questa sede si propone di utilizzare una modellazione a Elementi Finiti, non per determinare il carico di collasso (per quanto detto in precedenza sull'applicabilità dell'analisi elastica), ma per individuare in maniera alternativa le probabili zone di plasticizzazione, altrimenti difficili da determinare.

Si procede quindi alla modellazione numerica della volta in muratura, per poi applicare l'analisi cinematica.

## **7.2 Modellazione della volta**

Il modello della volta è stato sviluppato rielaborando la geometria ottenuta in formato digitale da un rilievo fotogrammetrico con Laser Scanner (§1.3).

E' stata considerata una delle campate centrali vincolata esternamente per simmetria e quindi bloccata nello spostamento da e verso quelle adiacenti.

Gli elementi utilizzati per la modellazione sono di tipo *beam 2D* per le nervature e gli archi estradossali e *brick Tetra-4, Pyra-5, Wedge-6 e Hexa-8* per la rappresentazione della superficie in muratura di mattoni della volta. A questi elementi sono state assegnate proprietà meccaniche stimate dalla normativa italiana (di cui al §2.3).

Elementi	
<b>Nodi</b>	5298
<b>Elementi <i>Beam</i></b>	726
<b>Elementi <i>Brick</i></b>	2734
Dimensioni	
<b>X<sub>min</sub> ; X<sub>max</sub></b>	0 ÷ 12,5 m
<b>Y<sub>min</sub> ; Y<sub>max</sub></b>	-1,65 m ÷ 14,6 m
<b>Z<sub>min</sub> ; Z<sub>max</sub></b>	0 ÷ 6,04 m
Vincoli	
	Vincoli alla traslazione X,Y,Z sui supporti (rotazione libera per meglio simulare la scarsa res. a trazione nei giunti).
	Vincoli alla traslazione in Y lungo gli archi trasversali per simmetria con le campate adiacenti

La quota di appoggio della volta è stata impostata non nel punto in cui termina la curvatura, ma a livello della sommità delle colonne in pietra che ne proseguono la forma: questo in quanto queste colonne in pietra piena costituiscono un elemento di rigidità assai maggiore e quindi sicuramente non solidale al comportamento della volta.

Lo spessore della muratura che dalle indagini è risultato essere compreso fra i 18 e 38 cm è stato assunto mediamente di 25 cm.

I materiali assunti, come detto, da valori di riferimento ottenuti dalla normativa italiana sono stati i seguenti:

Tabella 11: proprietà meccaniche dei materiali nel modello numerico

PROPRIETA'	Modulo E	Res. a compr.	Res. a trazione	Densità $\gamma$
<i>bricks</i> (SUPERFICIE VOLTATA) <b>MURATURA IN MATTONE E MALTA DI CALCE</b> <i>beams</i> (ARCHI ESTRADOSSALI)	1500 MPa	2,4 MPa	0,090 MPa	1800 kg/m <sup>3</sup>
<i>beams</i> (NERVATURE) <b>MURATURA IN PIETRA A SPACCO CON BUONA TESSITURA</b>	1740 MPa	2,6 MPa	0,084 MPa	2100 kg/m <sup>3</sup>

Ancora una volta il diagramma sforzo-deformazione assunto per il materiale è quello elasto-perfettamente plastico con resistenza diversa in trazione e compressione (di cui al §2.3).

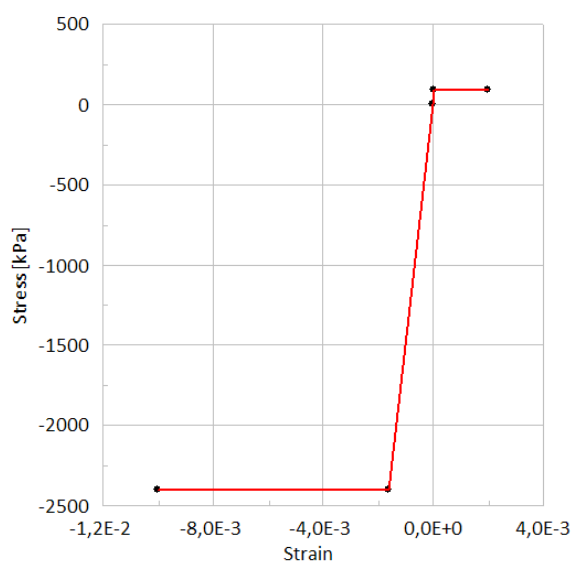


Fig. 59: diagramma sforzo-deformazione per la muratura in mattone utilizzato per la volta

Il modello che è risultato è stato quindi quello rappresentato nelle figg. 60-61.



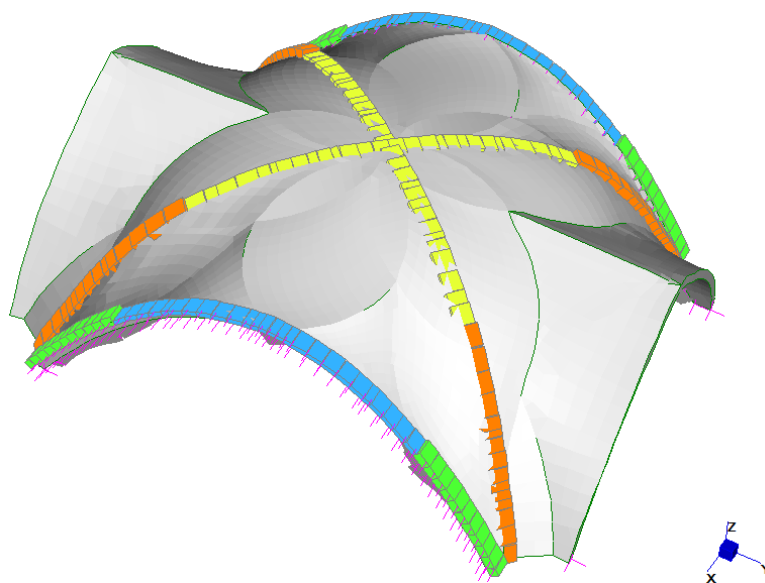


Fig. 60: modello a Elementi Finiti della volta, estradosso

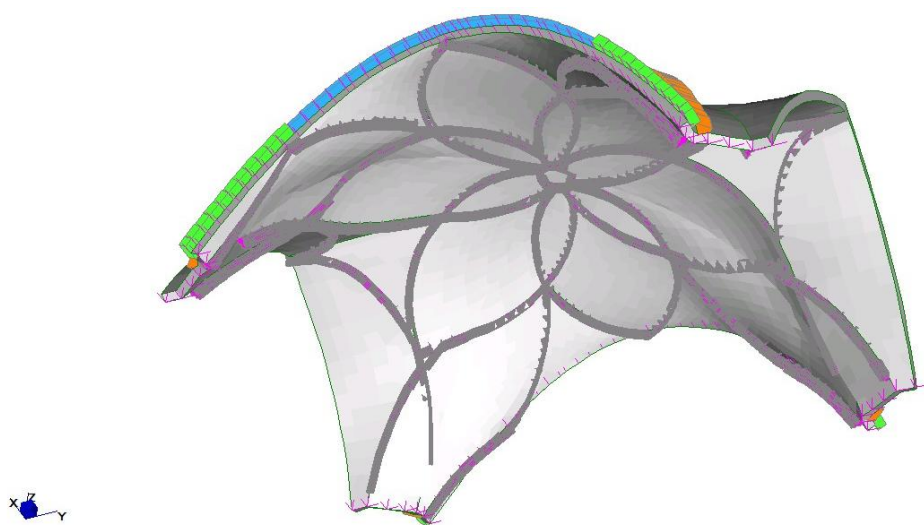


Fig. 61: modello a Elementi Finiti della volta, intradosso

Essendo obiettivo dell'analisi lo studio della risposta ad azioni orizzontali sono state impresse accelerazioni alla base nella direzione Y, ossia trasversale, essendo la struttura estremamente più rigida nell'altra direzione principale.

E' stata quindi eseguita un'analisi **non-lineare** per *step di carico* con accelerazione da 0,1g a 0,4g , di cui si riportano i risultati.

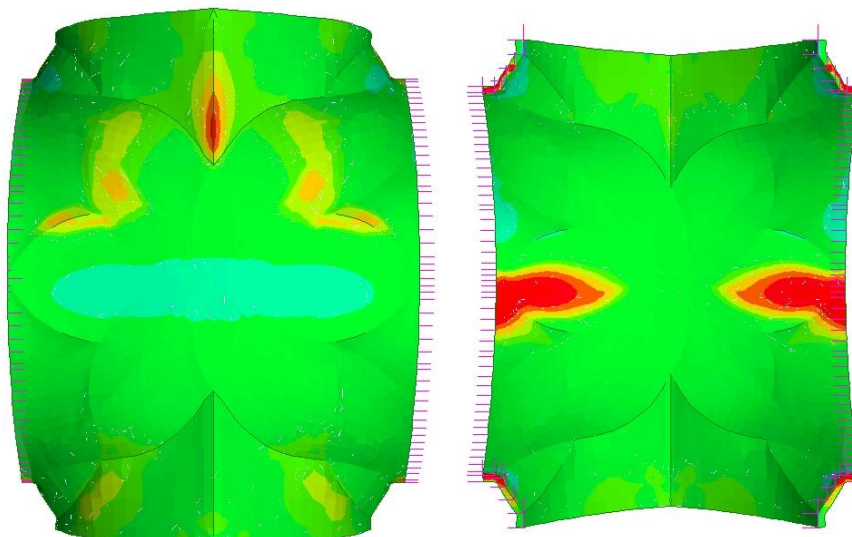


Fig. 62: stato tensionale in dir.y per accelerazione di 0,1g (estradosso e intradosso); in rosso = trazione max

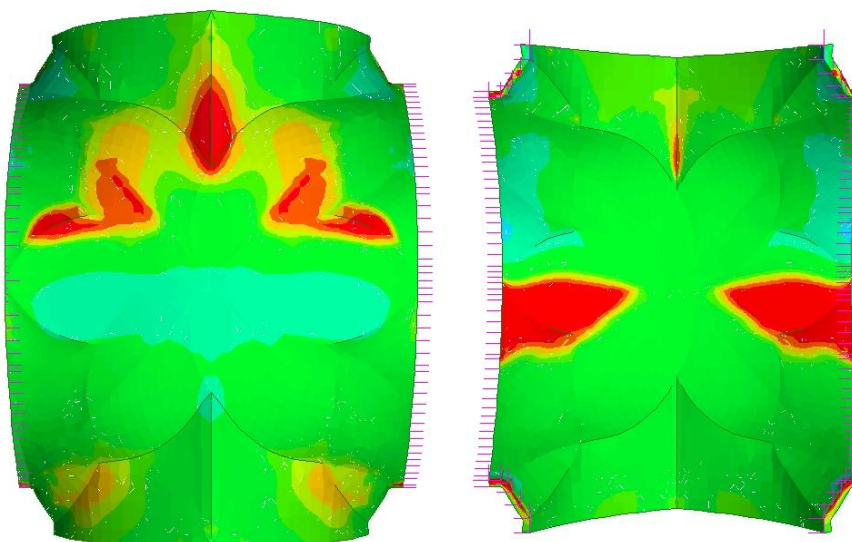


Fig. 63: stato tensionale in dir.y per accelerazione di 0,2g (estradosso e intradosso); in rosso = trazione max

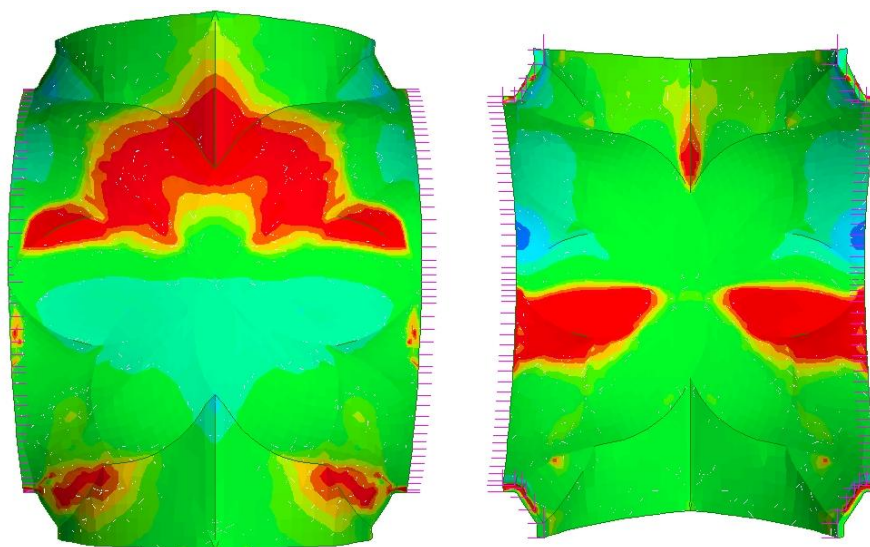


Fig. 64: stato tensionale in dir.y per accelerazione di 0,3g (estradosso e intradosso); in rosso = trazione max

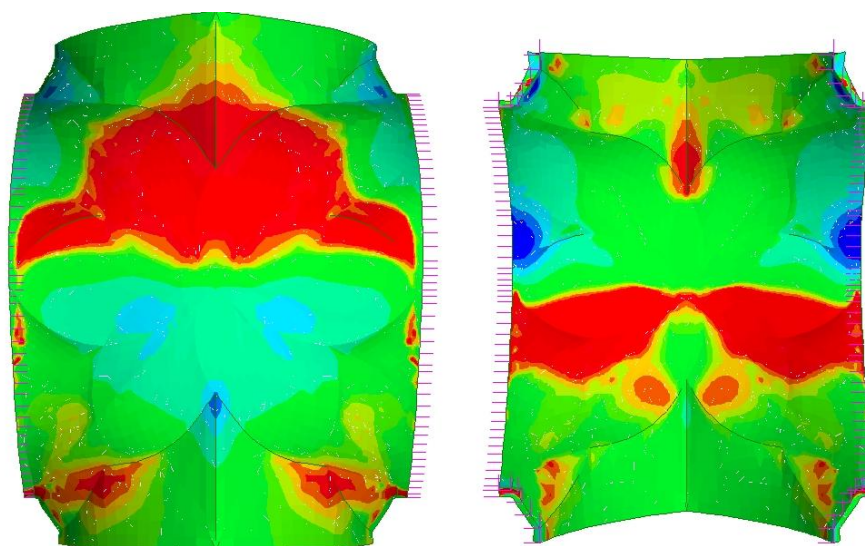


Fig. 65: stato tensionale in dir.y per accelerazione di 0,4g (estradosso e intradosso); in rosso = trazione max

### 7.3 Analisi del cinematismo

L'approccio cinematico alla stabilità della volta, richiede la definizione di uno schema statico che possa essere reso labile dall'inserimento delle articolazioni nelle zone elasticizzate. E' chiaro quindi che la configurazione reale va scomposta in porzioni di cui sia possibile studiare il cinematismo. A proposito di questo, ci si rifà ad un metodo proposto da *Heyman* applicato ad una volta a crociera che, come visto nell'introduzione a questo capitolo, non è distante come geometria a quella della volta in esame. Egli suddivide la volta in una serie di archi paralleli che si dipartono dalle diagonali, lungo le quali l'intero peso viene scaricato.

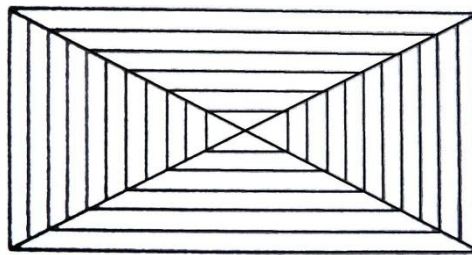


Fig. 66: scomposizione di una volta a crociera in archi paralleli (Heyman, 1983)

Questo varrebbe anche se si volesse considerare la volta come una tipologia "a stella", più simile a quella in oggetto per via dei "cunei" presenti tra le unghie della struttura voltata (si veda *fig.55*): in questo caso proprio i cunei assumono la funzione di scaricare i pesi provenienti dagli archi componenti le unghie verso le colonne.

Considerato quindi un arco della struttura del modello ad elementi finiti, è stata individuata la posizione della cerniera, da inserire nello schema del cinematismo (*Fig. 67*).

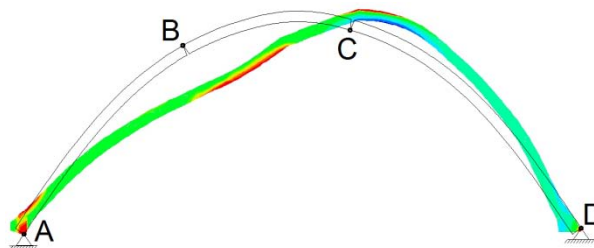


Fig. 67: zone plasticizzate per trazione (in rosso) in corrispondenza delle quali sono state assunte le cerniere plastiche

Il cinematismo è stato così calcolato attraverso un foglio di calcolo, per archi paralleli simili di larghezza 0,5m al variare della freccia (dall'arco trasversale, più lungo, verso la chiave di volta). Il foglio di calcolo prevede l'inserimento della geometria della struttura, che viene suddivisa in conci di dimensione finita e alla quale viene assegnata una rotazione virtuale e un punto di controllo  $k$  posizionato in chiave all'arco.

Essendo alla base dell'analisi cinematica l'ipotesi di piccoli spostamenti, qui sicuramente violata per portarsi in condizioni di collasso, la rotazione  $\theta$  del punto di controllo viene discretizzata e ottenuta per iterazione attraverso alcuni step.

Per ragioni di semplificazione l'arco, in realtà leggermente parabolico, è stato approssimato con un arco circolare.

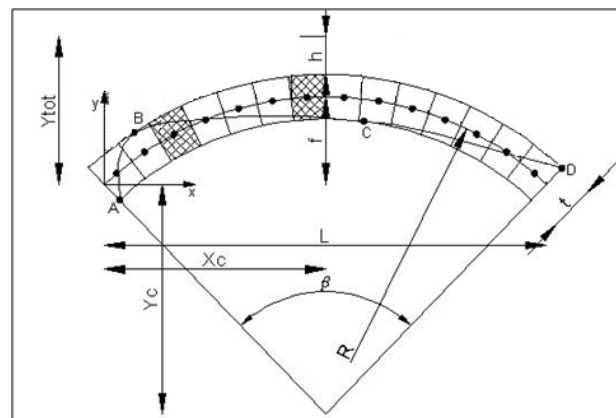


Fig. 68: suddivisione dell'arco in conci e posizione delle cerniere

Le cerniere posizionate all'estradosso e all'intradosso, sono state quindi inserite nel calcolo secondo i risultati del modello non-lineare a Elementi Finiti. Gli archi di freccia variabile hanno quindi raggiunto la condizione di collasso, determinata dall'allineamento di 3 cerniere plastiche, per i seguenti moltiplicatori di carico  $\lambda$ :

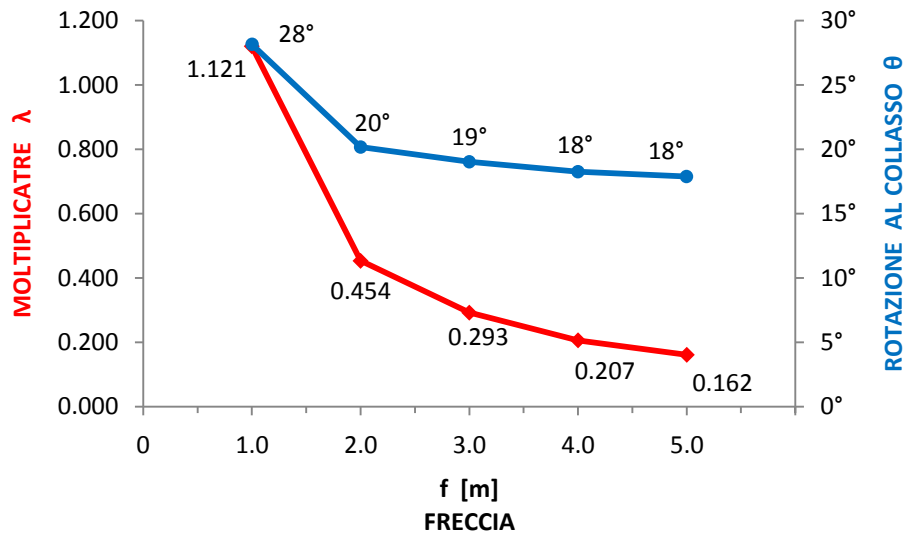


Fig. 69: moltiplicatori di carico e rotazione del p.to di controllo al collasso per i diversi archi paralleli al variare della freccia

Come era ragionevole aspettarsi il valore minore è stato ottenuto per l'arco di freccia, e quindi anche luce, più lunga, che corrisponde all'arco trasversale in asse con le colonne. Per il teorema cinematico o "del limite superiore", il moltiplicatore dei carichi di collasso è il minimo fra i moltiplicatori di un sistema cinematicamente ammissibile; perciò viene considerato come coefficiente di attivazione del meccanismo per l'intera volta il moltiplicatore minore ossia quello corrispondente all'arco più lungo, che vale:

$$\alpha_0 = 0,162$$

Come effettuato in precedenza per gli altri cinematismi, si calcolano i parametri dell'oscillatore equivalente, che risultano essere in questo caso i seguenti

- massa partecipante al cinematismo:  $M^* = \frac{(\sum P_i \delta_{x,i})^2}{g \cdot \sum P_i \delta_{x,i}^2} = 3,56 \cdot 10^3 \text{ Kg}$

- frazione di massa partecipante:  $e^* = \frac{g \cdot M^*}{\sum P_i} = 0,83$

- accelerazione spettrale di attivazione del meccanismo:

$$a_0^* = \frac{\alpha_0 \cdot g}{e^* \cdot FC} = 1,420 \frac{m}{s^2}$$

mentre la domanda di progetto in termini di accelerazione vale:

$$\frac{S_e(T_1) \cdot \psi(Z) \cdot \gamma}{q} = 0,470 \frac{m}{s^2} < 1,420 \frac{m}{s^2}$$

con

- $S_e(T_1) = 0,768 \frac{m}{s^2}$
- $\psi(Z) = \frac{z}{H_{TOT}} = 0,71$
- $\gamma = \frac{3N}{2N+1} = 1,29$

per numero di piani  $N = 3$ .

La verifica cinematica lineare risulta anche in questo caso soddisfatta e pertanto la volta può essere considerata non vulnerabile a questo tipo di meccanismo.





## Conclusioni

L'obiettivo prefissato è stato quello di valutare la sicurezza di un edificio monumentale di grande importanza per la comunità della Repubblica Ceca sia per il suo valore storico che per quello artistico. Particolare interesse è stato rivolto all'opera forse più prestigiosa, la maestosa volta della Sala di Vladislav.

La trattazione di edifici esistenti richiede generalmente maggiori informazioni sull'oggetto rispetto a quelle che in questo caso si avevano a disposizione, quali ad esempio risultati di prove sperimentali che fornissero indicazioni quantitative sulle proprietà dei materiali. Anche gli stessi rilievi geometrici che si hanno a tutt'oggi dell'edificio non sono esaustivi in quanto piuttosto datati. Il basso livello di conoscenza ha comportato quindi l'assunzione di ipotesi cautelative nell'analisi: per prima cosa nella scelta dei parametri mancanti ottenuti da valori di riferimento della normativa italiana, che in quanto tali sono indicativi di una tipologia, ma risentono pesantemente del tempo e del *genius loci* (una stessa tipologia di muratura realizzata in Italia in una certa epoca avrà caratteristiche probabilmente diverse da quella prodotta in Repubblica Ceca a secoli di distanza). Dopodiché anche attraverso i coefficienti di sicurezza previsti da normativa.

Nonostante ciò, gli esiti delle verifiche sono risultati positivi per la quasi totalità. Solo le analisi globali per le quali sono state effettuate le verifiche standard previste da norma per la muratura in generale, quindi anche quella nuova, hanno riportato alcune verifiche non soddisfatte: ciò è avvenuto per pochi setti che presentano possibile rottura a taglio per azioni sismiche, determinate con analisi modale. Si sottolinea, però, che in questa parte dell'edificio non si è potuto effettuare un sopralluogo per cui le ipotesi assunte sono particolarmente cautelative. In tutti gli altri casi la sicurezza è verificata. Soprattutto, l'oggetto di maggior pregio, la volta della Sala di Vladislav, di cui il tempo ha dato prova di resistere bene alle azioni statiche, pare non mostrare vulnerabilità nemmeno ad azioni sismiche o, se non altro, a quelle previste in un ragionevole tempo di ritorno per il sito. Si può, dunque, considerare l'esito delle analisi complessivamente positivo.



## BIBLIOGRAFIA

Basso M. "Valutazione sismica di ponti ad arco in muratura tramite analisi cinematica" , Tesi di Laurea Magistrale, UniPD, 2011-12

L. Binda, A.Borri, G.Cardani, F.Doglioni "Schede qualità muraria: relazione finale e linee guida per la compilazione della scheda di valutazione della qualità muraria", RELUIS, 2009

Calderini C. "Un modello costitutivo per la muratura: formulazione ed implementazione per l'analisi di strutture complesse", Tesi Politecnico di Torino, 2004

Corallo C. "Thermoelastic analysis of Vladislav Hall Vault in Prague Castle", 2008

D'Ayala D. and Speranza E. "Definition of collapse mechanisms and seismic vulnerability of historic masonry buildings." Earthquake Spectra, Vol. 19(3, pp. 479-509. Aug.), 2003

Heyman J. , "The stone skeleton", 1966

Heyman J. , "Arches, vaults ad buttresses", 1997

Iacobelli F. "Calcolo degli edifici in muratura in zona sismica", EPC Libri, 2008

Milano, Mannella, Morisi, Martinelli "Schede illustrative dei principali meccanismi di collasso locali negli edifici esistenti in muratura e dei relativi modelli cinematici di analisi"

Penazzi D., M.R. Valluzzi, G. Cardani, L. Binda, G. Baronio, C. Modena, "Behaviour of historic masonry buildings in seismic areas: lessons learned from the Umbria-Marche earthquake", 2001

Tomasoni E., "Le volte in muratura negli edifici storici: tecniche costruttive e comportamento strutturale", tesi di dottorato, 2008