



UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

FACOLTA' DI SCIENZE STATISTICHE

**CORSO DI LAUREA
IN STATISTICA ECONOMIA E FINANZA**

RELAZIONE FINALE

**DISTRIBUZIONE DEI VALORI ESTREMI
PER L'ANALISI DEI RENDIMENTI**

RELATORE: Ch.mo prof. CAPPUCCIO NUNZIO

LAUREANDO: ROBERTO MAIA

ANNO ACCADEMICO 2004-2005

Alla mia famiglia

INDICE

Introduzione

Capitolo 1

- 1.1 Modello Classico dei Valori Estremi.....1
- 1.2 Generalized extreme value distribution.....2
- 1.3 Distribuzione GEV.....3
- 1.4 Valore di Ritorno.....5
- 1.5 Inferenza sulla GEV.....6
- 1.6 Stima di massima verosimiglianza.....7
- 1.7 Model Checking.....9

Capitolo 2

- 2.1 Applicazione ai dati.....12
- 2.2 Modello Garch(m,s).....13
- 2.3 Modello Garch(1,1).....14
- 2.4 Modello Garch(1,1) con $\varepsilon \square t(0,1,\nu)$15
- 2.5 Inferenza.....16
 - 2.5.1 Stime.....17
 - 2.5.2 Intervalli di confidenza.....18
 - 2.5.3 Log-verosimiglianze profilo.....21
- 2.6 Output Grafici.....23
 - 2.6.1 Output GEV.....24
 - 2.6.2 Confronto tra QQPLOT.....25

Conclusioni.....27

Appendice

- A.1 Grafici delle serie dei rendimenti.....29
- A.2 Correlogrammi delle serie dei rendimenti.....30
- A.3 Output del modello Garch(1,1) stimato sui rendimenti(s.e. robusti)
 $\varepsilon \square N(0,1)$34
- A.4 Output del modello Garch(1,1) stimato con $\varepsilon \square t(0,1,\nu)$39
- A.5 Test per la normalità di Jarque Bera per la normalità dei residui.....45

- A.6 Correlogrammi dei residui al quadrato del modello Garch(1,1) con $\varepsilon \sim N(0,1)$ 45
- A.7 Grafici.....50
 - Log-verosimiglianze
 - Output Gev
 - QQPLOT a confronto

Ringraziamenti

Bibliografia

INTRODUZIONE

Lo scopo della presente tesina è verificare che il modello a eteroschedasticità condizionata (GARCH) con errori normali possa essere reso più efficiente se viene ipotizzato che gli errori si distribuiscano secondo la distribuzione dei valori estremi piuttosto che secondo la distribuzione normale. Vogliamo controllare se l'assunzione di normalità risulta adeguata nella modellazione dei rendimenti finanziari.

Per verificarlo verranno analizzate una decina di serie finanziarie, scelte casualmente, di società quotate nell'indice Mibtel per un periodo campionario che va dal 2 gennaio 2002 al 19 maggio 2005 per un totale approssimativo di 850 osservazioni giornaliere.

I rendimenti delle serie verranno trattati con un modello GARCH(1,1) i cui residui standardizzati saranno poi utilizzati per verificare se la loro distribuzione può essere approssimata con una distribuzione di valori estremi. Si cercherà di capire allora se le stime ottenute siano buone al punto da poter modificare le ipotesi a priori di normalità degli errori.

Per l'analisi e le stime dei dati verranno utilizzati i software statistici "Eviews" e "R", per "R" in particolar modo sarà utilizzata una specifica libreria creata dal prof. Stuart Coles chiamata "Ismev".

La tesina s'articolerà nel seguente modo: nel primo capitolo verrà trattata in maniera approfondita (per quanto concerne il nostro lavoro) la teoria dei valori estremi, nel secondo invece ci saranno le applicazioni con gli output relativi solo alla teoria dei valori estremi. Nel terzo e ultimo verranno tratte le conclusioni del lavoro.

Alla fine vi sarà una piccola appendice che raccoglierà invece le statistiche per le serie dei rendimenti, i correlogrammi, le stime del modello GARCH e le serie dei residui standardizzati.

Capitolo 1

1.1 MODELLO CLASSICO DEI VALORI ESTREMI

Date X_1, \dots, X_n variabili aleatorie I.I.D. da una distribuzione sconosciuta F , il punto di partenza per l'analisi dei valori estremi è lo studio di

$$M_n = \max(X_1, \dots, X_n)$$

dove M_n rappresenta il massimo di un processo composto da n v.a..

La funzione di distribuzione è pari a

$$\begin{aligned} \Pr\{M_n \leq z\} &= \Pr\{X_1 \leq z, \dots, X_n \leq z\} \\ &= \Pr\{X_1 \leq z\} \dots \Pr\{X_n \leq z\} \quad (1.1) \\ &= F(z)^n. \end{aligned}$$

Non conoscendo F tale probabilità risulta difficile da stimare.

Una possibilità è quella che prevede l'uso di tecniche statistiche standard per la stima di F partendo da dati osservati e poi sostituire le stime all'interno della (1.1).

Sfortunatamente piccole discrepanze nella stima di F porterebbero a dei grandi errori nella stima di F^n .

L'alternativa è quella di adottare un approccio asintotico, ovvero studiare il comportamento di M_n quando n tende ad infinito e usare questa famiglia come un'approssimazione di M_n con n finito.

Sappiamo che con $p = 1$, la distribuzione di M_n con $n \rightarrow \infty$ converge con l'estremo superiore di F .

Lo stesso problema lo si aveva con il Teorema del limite Centrale perché con $p = 1$ la media di X_n convergeva alla media della popolazione μ , di conseguenza normalizzando i dati risultava che

$$\left(\frac{X_n - \mu}{\sigma \sqrt{\mu}} \right) \square N(0,1)$$

Nel caso di M_n invece usiamo come fattori normalizzanti a_n e b_n e vedremo che la quantità $(M_n - b_n)/a_n$ si distribuisce come una $GEV(\mu, \sigma, \xi)$.

$$\frac{(M_n - b_n)}{a_n} \square GEV(\mu, \sigma, \xi)$$

1.2 GERALIZED EXTREME VALUE DISTRIBUTION

L'insieme delle possibili soluzioni per $M_n^* = (M_n - b_n)/a_n$ è dato dal seguente teorema:

Teorema 1.1

Se esistono sequenze di costanti $a_n > 0$ e b_n , con $n \rightarrow \infty$ tali che, la probabilità

$$\Pr \left\{ \frac{M_n - b_n}{a_n} \leq z \right\} \rightarrow G(z)$$

Dove G è una distribuzione non degenera, allora G ha legge descritta da un a delle seguenti funzioni di ripartizione:

$$a : G(z) = \exp\{-\exp(-z)\} \quad -\infty < z < +\infty$$

$$b : G(z) = \begin{cases} 0 & z < 0 \\ \exp(-z^{-\alpha}) & z > 0, \alpha > 0 \end{cases}$$

$$c : G(z) = \begin{cases} \exp\{-(-z)^\alpha\} & z < 0, \alpha > 0 \\ 1 & z \geq 0 \end{cases}$$

La prima distribuzione è meglio conosciuta come distribuzione di Gumbel, mentre la seconda e la terza come distribuzioni di Frechet e Weibull.

1.3 DISTRIBUZIONE GEV

Per fini puramente statistici spesso non è opportuno lavorare con tre distribuzioni diverse, viene quindi usata una quarta distribuzione che le racchiude come casi particolari tutte e tre.

Questa distribuzione è la Distribuzione Generalizzata dei Valori estremi $GEV(\mu, \sigma, \xi)$, la cui funzione di ripartizione è pari a :

$$G(z) = \exp\left\{-\left[1 + \xi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right)^{-1/\xi}\right]\right\} \quad (1.2)$$

definita per $1 + \xi\left(\frac{z - \mu}{\sigma}\right) > 0$.

La funzione ha tre parametri:

μ è il parametro di posizione, al suo variare si sposta la distribuzione. Se μ aumenta la distribuzione si sposta a destra, se diminuisce si sposta a sinistra.

σ è il parametro di scala, se aumenta la distribuzione si allarga altrimenti diminuisce.

ξ è il parametro di forma (shape parameter).

- Quando $\xi < 0$ i quantili della distribuzione sono limitati, esiste quindi e si può calcolare il punto massimo della distribuzione dei massimi.

Analiticamente: la $G(z)$ è valida per $1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) > 0$. Dividiamo per

ξ e abbiamo $z > \mu - \sigma / \xi$, allora

$$\tau = \mu - \sigma / \xi$$

è il limite superiore della distribuzione e dipende da tutti i parametri di G .

- Quando $\xi > 0$ la distribuzione non è limitata superiormente e tende a infinito.
- Quando $\xi = 0$ la distribuzione è illimitata da entrambe le parti.

Se $\xi \rightarrow 0$ si ottiene la famiglia di distribuzioni descritta in (a) nel teorema(1.1). La seconda e la terza classe corrispondono ai casi in cui $\xi > 0$ e $\xi < 0$. Non serve quindi fare supposizioni a priori per scegliere qual è la classe adottare, ma basta fare inferenza sul parametro ξ per scoprire qual è la distribuzione migliore. In conclusione sono quindi i dati stessi che determinano il tipo di comportamento delle code più appropriato. L'unica cosa che ancora non sappiamo calcolare sono le due costanti a_n e b_n

Sappiamo che

$$\Pr[(M_n - b_n) / a_n \leq z] \rightarrow G((z - b_n) / a_n)$$

per valori grandi di n . Analogamente ,

$$\begin{aligned} \Pr(M_n \leq z) &\approx G(z) \\ &= G^*(z) \end{aligned}$$

Dove $G^*(z)$ è un altro membro della *GEV* e, poiché in ogni caso i parametri vengono stimati volta per volta non è importante che i parametri di G siano differenti da quelli di G^* .

1.4 VALORE DI RITORNO

Dalla formula (1.3) otteniamo l'espressione dei quantili della distribuzione dei massimi campionari:

$$z_p = \begin{cases} \left[\frac{\mu - \sigma}{\mu} \left[1 - \{-\log(1-p)\}^{-\xi} \right] \right] & \text{se } \xi \neq 0 \\ \mu - \sigma \log\{-\log(1-p)\} & \text{se } \xi = 0 \end{cases} \quad (1.3)$$

dove $G(z_p) = 1 - p$.

z_p indica il quantile che ha probabilità p di essere superato nel corso degli anni. E' quindi quel valore che ci si aspetta venga superato in media una volta ogni $1/p$ anni. Usando una terminologia più adatta z_p è il valore di

ritorno associato al periodo di ritorno $1/p$. Il “return level plot” è il grafico che mette in evidenza questa relazione, nel nostro caso però verrà omesso in quanto, ai fini del nostro lavoro, non risulta essere informativo.

1.5 INFERENZA SULLA GEV

Dato che si assume che la numerosità campionaria sia sufficientemente elevata si pone il problema del fare inferenza sui tre parametri della *GEV*, ovvero μ , σ e ξ . La procedura comune si basa sull’uso della Massima Verosimiglianza.

Vi sono però delle potenziali difficoltà nell’utilizzo di questo metodo. Infatti in alcuni casi non sono soddisfatte le ipotesi necessarie a causa delle proprietà asintotiche alle quali questo metodo deve sottostare. Tali condizioni non sono soddisfatte dalla *GEV* poiché i punti finali della distribuzione sono funzione del valore dei parametri: $\mu - \sigma/\xi$ è l’estremo superiore quando $\xi < 0$, mentre è l’estremo inferiore quando $\xi > 0$.

Questa violazione delle normali condizioni implica che i risultati derivanti dalla Verosimiglianza non sono direttamente applicabili. Smith (1985) studiò questo problema e ottenendo i seguenti risultati:

- Quando $\xi > -0.5$, gli stimatori di massima verosimiglianza sono regolari e godono delle usuali proprietà.
- Quando $-1 < \xi < -0.5$, gli stimatori di massima verosimiglianza esistono ma non sono regolari.
- Quando $\xi < -1$, gli stimatori non esistono.

Il caso in cui si ha che $\xi \leq 0.5$ corrisponde a una distribuzione con una coda superiore piccola e limitata. Questa situazione si riscontra raramente

nelle applicazioni pratiche e quindi le limitazioni teoriche dell'approccio della massima verosimiglianza non trovano ostacoli nella pratica.

1.6 STIMA DI MASSIMA VEROSIMIGLIANZA

Calcoliamo ora la log-verosimiglianza, $l(\mu, \sigma, \xi) = \log \prod g(z)$, dove $g(z)$ è la densità di distribuzione della *GEV*,

$$g(z) = \frac{dG(z)}{dz} = \frac{1}{\sigma} \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi} - 1} \exp \left[1 + \xi \left(\frac{z - \mu}{\sigma} \right) \right]^{-\frac{1}{\xi}}$$

La log-verosimiglianza

$$l(\mu, \sigma, \xi) = -n \log \sigma - (1 + 1/\xi) \sum_{i=1}^n \log \left[1 + \xi \left(\frac{z_i - \mu}{\sigma} \right) \right] - \sum_{i=1}^n \left[1 + \xi \left(\frac{z_i - \mu}{\sigma} \right) \right]$$

con $1 + \xi \left(\frac{z_i - \mu}{\sigma} \right) > 0$, per $i = 1, \dots, n$.

La massimizzazione di questa funzione porta alle stime di massima verosimiglianza.

Il caso in cui $\xi = 0$ richiede una trattazione separata in questo caso usando il limite di Gumbel per la *GEV*. Questo porta alla seguente funzione di verosimiglianza:

$$l(\mu, \sigma) = -m \log - \sum_{i=1}^n \left(\frac{z_i - \mu}{\sigma} \right) - \sum_{i=1}^n \exp \left\{ - \left(\frac{z_i - \mu}{\sigma} \right) \right\} .$$

La distribuzione approssimata del vettore $(\hat{\mu}, \hat{\sigma}, \hat{\xi})$ è una normale multivariata con media pari a (μ, σ, ξ) e matrice di varianza-covarianza pari all'inversa della matrice dell'informazione osservata calcolata con il metodo della Massima Verosimiglianza. Gli intervalli di confidenza sono immediati da calcolare, ad esempio per ξ è: $\hat{\xi} \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\text{var}_{\xi}}$.

Un intervallo di confidenza più preciso si può ottenere utilizzando la verosimiglianza profilo, ovvero fissando il valore di un parametro e massimizziamo rispetto agli altri due. Se si vuole, ad esempio, ottenere il profilo di ξ si fissa $\xi = \xi_0$ e si massimizza la log-verosimiglianza $l = l(\mu, \sigma, \xi_0)$ rispetto a μ e σ . Questo procedimento viene ripetuto per un intervallo di valori ξ_0 , l'insieme di massimi di log-verosimiglianza costituirà così il profilo.

Se si vuole invece ottenere un intervallo di confidenza per i valori di ritorno z_p bisogna riparametrizzare il modello GEV in modo che z_p compaia come un parametro $GEV(z_p, \sigma, \xi)$ e poi massimizzare rispetto ai parametri restanti.

La stima di massima verosimiglianza di z_p , con $0 < p < 1$ e livello di ritorno $1/p$ si ottiene come

$$\hat{z}_p = \begin{cases} \mu - \frac{\sigma}{\hat{\xi}} \left[1 - y_p^{-\hat{\xi}} \right] & \text{se } \hat{\xi} \neq 0 \\ \mu - \sigma \log y_p & \text{se } \hat{\xi} = 0 \end{cases} \quad (1.4)$$

dove $y_p = -\log(1-p)$.

1.7 MODEL CHECKING

Per controllare la bontà del nostro modello una volta stabilita la distribuzione e aver calcolato le stime dei parametri si studiano i seguenti grafici:

- **Probability plot** : confronta la distribuzione empirica con quella stimata dei dati. Partendo dalla serie dei dati $x_1 < x_2 < \dots < x_n$ ordinati in modo crescente,

la funzione di distribuzione empirica valutata in $z_{(i)}$ è data da

$$\hat{G}(z) = \frac{i}{n+1}$$

Sostituendo i valori stimati dei parametri nell'eq. (1.2), la funzione stimata a partire dai dati è

$$\hat{G}(z_{(i)}) = \exp \left\{ - \left[1 + \frac{\hat{\xi}}{\sigma} (z_{(i)} - \mu) \right]^{-1/\hat{\xi}} \right\}.$$

Se il modello risulta appropriato si dovrebbe avere che

$$\hat{G}(z_{(i)}) \approx G(z_{(i)}).$$

Il probability plot è quindi dato dalle coppie di valori

$$\left\{ (\hat{G}(z_{(i)}), \hat{G}(z_{(i)})), i = 1, \dots, n \right\}. \quad (3.8)$$

Sostanziali scostamenti dalla diagonale sono indicativi di un non opportuno comportamento modello adottato per la stima dei dati.

- **Quantile plot** : mette a confronto i quantili empirici con quelli stimati dai dati $Z_{(i)}$.

Quantili empirici:

$$\hat{G}^{-1}\left(\frac{i}{n+1}\right) = \hat{\mu} - \frac{\hat{\sigma}}{\hat{\xi}} \left[1 - \left\{ -\log\left(\frac{i}{n+1}\right) \right\}^{-\hat{\xi}} \right]$$

L'insieme dei punti del grafico è dato dalle coppie di valori

$$\left\{ (\hat{G}^{-1}(i/n+1), z_{(i)}), i = 1, \dots, n \right\}.$$

Come nel probability plot, anche nel quantile plot un significativo scostamento

dalla linearità porta a dubitare dell'affidabilità del modello.

- **Istogramma** : confronta la funzione di densità dei valori massimi con l'istogramma dei dati. E' un grafico meno informativo rispetto agli altri, poiché l'istogramma può variare a seconda dell'ampiezza degli intervalli scelti.

Capitolo 2

2.1 APPLICAZIONI AI DATI

Le serie finanziarie prese in considerazione per lo sviluppo della tesina fanno riferimento al periodo che va dal 2/01/02 al 19/05/05 per un totale approssimativo di 850 osservazioni per titolo. I dieci titoli considerati sono stati scelti casualmente all'interno dell'indice Mibtel e sono:

- Autogrill
- Alleanza Assicurazioni
- Autostrade Torino-Milano
- Benetton
- De Longhi
- Luxottica
- San Paolo Imi
- Stefanel
- Tim
- Banca Intesa

Per il calcolo dei rendimenti è stato utilizzato il prezzo di chiusura aggiustato. Questi sono stati calcolati come :

$$R_t = \left(\frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} \right). \quad (2.1)$$

Come riportato precedentemente vogliamo verificare se l'assunzione di normalità degli errori di un modello GARCH possa essere eventualmente sostituita con una *GEV* di parametri μ, σ, ξ che abbiamo detto essere rispettivamente i parametri di posizione, di scala e di forma.

In questo capitolo verranno riportati solo gli output che riguardano direttamente la teoria dei valori estremi, tutti gli altri riguardanti le statistiche dei rendimenti e i modelli GARCH verranno inseriti in un'appendice finale.

2.2 MODELLO GARCH (m,s)

L'idea che sta alla base dei modelli ARCH/GARCH è che il rendimento di una serie finanziaria siano incorrelati ma non indipendenti, e che la loro dipendenza possa essere descritta da una funzione quadratica dei suoi valori ritardati.

A differenza del modello ARCH, il modello GARCH è molto più parsimonioso in termini di parametri, tant'è che difficilmente si utilizza un GARCH superiore al GARCH(1,1).

Un modello GARCH(m,s) è così specificato:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t,$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^m \alpha_i \sigma_{t-1}^2 + \sum_{i=1}^s \beta_i \sigma_{t-i}^2, \quad (2.2)$$

dove a_t sono i rendimenti finanziari e gli $\{\varepsilon_t\}$ sono di solito una sequenza di $N(0,1)$ i.i.d..

2.3 MODELLO GARCH(1,1)

Il modello GARCH(1,1) è invece così specificato:

$$a_t = \sigma_t \varepsilon_t,$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 a_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2, \quad (2.3)$$

con $\alpha_0 > 0, \alpha_1 \geq 0, \beta_1 \geq 0, \alpha_1 + \beta_1 < 1$. Quest'ultima condizione serve per la stazionarietà del modello e la positività della varianza condizionata.

Se si pone $\eta_t = a_t^2 - \sigma_t^2$, e quindi $\sigma_t^2 = a_t^2 - \eta_t^2$ e si va a sostituire nella (2.3) si ottiene

$$a_t^2 = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) a_{t-1}^2 + \eta_t - \beta_1 \eta_{t-1} \quad (2.4)$$

ovvero un modello ARMA(1,1) nei quadrati dei rendimenti.

Utilizzando l'espressione di calcolo per la media di un modello ARMA(1,1), si ottiene la varianza non condizionata dei rendimenti

$$E(a_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \beta_1)}. \quad (2.5)$$

In particolare se $1 - 2\alpha_1^2 - (\alpha_1 + \beta_1)^2 > 0$, allora

$$\frac{E(a_t^4)}{[E(a_t^2)]^2} > 3,$$

e quindi la distribuzione di a_t è leptocurtica.

2.4 MODELLO GARCH(1,1) con $\varepsilon \sim t(0,1,\nu)$

Spesso l'assunzione di normalità risulta restrittiva. E' stato proposto in Bollerslev (1987) l'uso di un modello GARCH con errori t di Student con ν gradi di libertà, al fine di descrivere in maniera più convincente le code delle distribuzioni dei rendimenti. La forma del modello non viene modificata, ciò che invece cambia è la log-verosimiglianza per le "t" osservazioni che prendo in considerazione.

La nuova log-verosimiglianza è pari a:

$$l_t = -\frac{1}{2} \log \left(\frac{\pi(\nu-2)\Gamma(\nu-2)^2}{\Gamma((\nu+1)/2)^2} \right) - \frac{1}{2} \log \sigma_t^2 - \frac{(\nu+1)}{2} \log \left(1 + \frac{a_t}{\sigma_t^2(\nu-2)} \right)$$

Questa variante è stata analizzata perché a fine capitolo verrà presentato un confronto tra i qqplot dei residui standardizzati "normali", quelli che si distribuiscono secondo una t con ν gradi di libertà e quelli stimati attraverso la GEV allo scopo di verificare quale delle tre distribuzioni è la migliore per approssimare i residui di un modello GARCH.

2.4 INFERENZA

2.4.1 STIME

Per applicare il modello ai dati utilizziamo il programma “R” e in particolare la libreria creata dal prof. Stuart Coles “Ismev”.

Applicando la funzione *gev.fit* otteniamo le seguenti stime per i parametri

μ, σ, ξ :

	$\hat{\mu}$	$\hat{\sigma}$	$\hat{\xi}$
Autogrill	-0.3815756	0.9889296	-0.2086355
Al	-0.4133742	0.9870076	-0.1893405
Autost.To-Mi	-0.2912703	1.0128312	-0.2170185
Benetton	-0.4220749	1.0513337	-0.1340696
De Longhi	-0.3982483	1.0285518	-0.1920966
Luxottica	-0.4079545	1.0705737	-0.2555005
San Paolo Imi	-0.3465473	1.0145679	-0.2634139
Stefanel	-0.3735557	0.9718463	-0.1313912
Tim	-0.393287	1.016843	-0.2095485
Banca Intesa	-0.3533509	0.9987598	-0.2266895

Le matrici di varianza-covarianza per i titoli sono:

Autogrill:

$$\begin{pmatrix} 1.312641e-03 & 3.785602e-05 & -0.0001295855 \\ 3.785602e-05 & 5.894136e-04 & -0.0001514281 \\ -1.295855e-04 & -1.514281e-04 & 0.0001490021 \end{pmatrix}$$

Al:

$$\begin{pmatrix} 1.305026e-03 & 6.025441e-05 & -0.0001160580 \\ 6.025441e-05 & 5.819581e-04 & -0.0001351992 \\ -0.0001160580 & -0.0001351992 & 0.0001288164 \end{pmatrix}$$

Benetton:

$$\begin{pmatrix} 0.0014566408 & 1.110352e-04 & -5.136080e-05 \\ 1.110352e-04 & 5.547462e-04 & -7.016649e-05 \\ -5.136080e-05 & -7.016649e-05 & 2.859412e-05 \end{pmatrix}$$

De Longhi:

$$\begin{pmatrix} 0.0014104997 & 0.0000235580 & -8.618069e-05 \\ 0.0000235580 & 0.0005537981 & -1.022586e-04 \\ -8.618069e-05 & -1.022586e-04 & 7.269211e-05 \end{pmatrix}$$

Luxottica:

$$\begin{pmatrix} 1.539844e-03 & -1.113974e-04 & -8.829754e-05 \\ -1.113974e-04 & 0.0005962640 & -0.0001355249 \\ -8.829754e-05 & -0.0001355249 & 6.803310e-05 \end{pmatrix}$$

San Paolo Imi:

$$\begin{pmatrix} 1.404845e-03 & -2.122385e-05 & -0.0001933258 \\ -2.122385e-05 & 6.372017e-04 & -0.0002097205 \\ -1.933258e-04 & -2.097205e-04 & 0.0002458238 \end{pmatrix}$$

Stefanel:

$$\begin{pmatrix} 1.246808e-03 & 8.677292e-05 & -6.758544e-05 \\ 8.677292e-05 & 4.850481e-04 & -5.941215e-05 \\ -6.758544e-05 & -5.941215e-05 & 6.827067e-05 \end{pmatrix}$$

Tim:

$$\begin{pmatrix} 1.448987e-03 & 1.490184e-05 & -0.0001109999 \\ 1.490184e-05 & 6.017299e-04 & -1.313961e-04 \\ -0.0001109999 & -1.313961e-04 & 0.0001071721 \end{pmatrix}$$

Banca Intesa:

$$\begin{pmatrix} 1.335899e-03 & 1.360205e-05 & -0.0001363594 \\ 1.360205e-05 & 5.996463e-04 & -0.0001620019 \\ -0.0001363594 & -0.0001620019 & 0.0001564972 \end{pmatrix}$$

2.4.2 INTERVALLI DI CONFIDENZA

Sappiamo che il vettore dei parametri (μ, σ, ξ) si distribuisce come una normale multivariata, possiamo quindi calcolare gli intervalli di confidenza al 95%, con $z_{\alpha/2} = 1.96$. Più in generale, l'intervallo di confidenza per un ipotetico parametro ψ sarà: $\hat{\psi} \pm z_{\alpha/2} * s.e.\psi$.

Autogrill:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03623	-0.4525	-0.3104
σ	0.02427	0.9413508	1.036489
ξ	0.01220	-0.2324238	-0.1845762

Alleanza Assicurazioni:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03612	-0.48386	-0.34274
σ	0.02412	0.9405248	1.03507
ξ	0.01134	-0.2115664	-0.1671136

Benetton:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03816	-0.4968636	-0.3472764
σ	0.02355	1.005172	1.097488
ξ	0.00534	-0.1444664	-0.1235336

Autostr. Torino-Milano:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03683	-0.3634568	-0.2190832
σ	0.02389	0.9659756	1.059624
ξ	0.00928	-0.2351988	-0.1988212

De Longhi:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03755	-0.4718592	-0.3246374
σ	0.023539	0.9824136	1.074686
ξ	0.00852	-0.2087988	-0.1754004

Luxottica:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.0392408	-0.484866	-0.331042
σ	0.024418	1.022714	1.118433
ξ	0.008248218	-0.2087988	-0.1754004

San Paolo Imi:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.0374812	-0.4200032	-0.2730768
σ	0.0252428	0.9650919	1.064044
ξ	0.015678	-0.2941428	-0.232685

Stefanel:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.0353101	-0.4447648	-0.3063492
σ	0.022023	0.9286812	1.015011
ξ	0.008262	-0.1475845	-0.1151975

Tim:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03806	-0.4678846	-0.3186894
σ	0.024550	0.9687642	1.064923
ξ	0.010352	-0.2298392	-0.1892578

Banca Intesa:

	Standard error	Estremo inf.	Estremo Sup.
μ	0.03654995	-0.4249888	-0.281713
σ	0.02448768	0.950764	1.046756
ξ	0.01250988	-0.2512089	-0.2021701

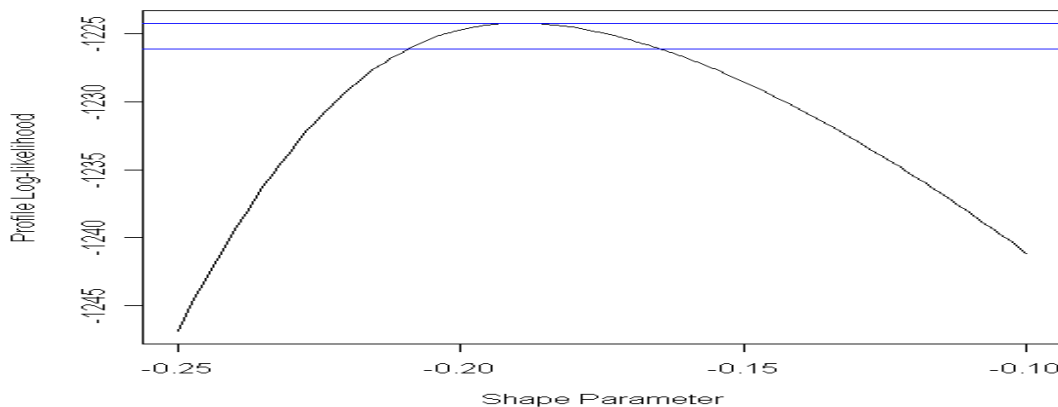
L'intervallo di confidenza che maggiormente ci interessava calcolare era quello del parametro di forma ξ , poiché il metodo della massima verosimiglianza è valido solo quando $\xi > -0.5$.

Nel nostro caso non solo i parametri sono sempre maggiori di -0.5 e quindi le stime sono corrette, ma sono anche minori di 0 il che ci garantisce che le distribuzioni siano limitate superiormente.

2.4.3 LOG-VEROSIMIGLIANZE PROFILO

L'accuratezza dell'intervallo di confidenza può essere testata utilizzando le log-verosimiglianze profilo. Per ragioni d'ordine verrà presentato solo un grafico, mentre i restanti nove saranno riportati in appendice.

- Alleanza assicurazioni



L'intervallo di confidenza è dato dall'intersezione della verosimiglianza profilo con la retta che è pari al valore massimo della verosimiglianza meno il valore del percentile 0.95 di un χ_1^2 diviso 2. In altre parole è pari a

$$h = \max - 0.5 * \chi_1^2$$

Le log-verosimiglianze sembrano confermare appieno quanto ricavato dal calcolo degli intervalli di confidenza.

Certi della negatività di ξ e certi anche che le distribuzioni siano limitate superiormente possiamo allora calcolare il punto superiore delle distribuzioni che corrisponde al quantile x_p calcolato ponendo $p = 0$.

$$x_0 = \hat{\mu} - \hat{\sigma} / \hat{\xi} \quad (2.6)$$

	x_0
Autogrill	4.359172
Alleanza assicurazioni	4.799497
Autostrade Torino-Milano	4.375756
Benetton	7.419628
De Longhi	4.956099
Luxottica	3.782151
San Paolo Imi	3.505064
Stefanel	7.02303
Tim	4.459255
Banca Intesa	4.052499

2.5 OUTPUT GRAFICI

Per maggior chiarezza nei seguenti due paragrafi relativi alla verifica del modello attraverso delle rappresentazioni grafiche verrà mostrato l'output per una sola azione, i restanti nove grafici saranno riportati nella sezione "grafici" dell'appendice. I grafici usati nella prima sezione sono il probability plot, il qqplot e l'istogramma.

Un sostanziale scostamento dei punti dalla bisettrice del probability plot e del qqplot indica un mal-adattamento del modello ai nostri dati.

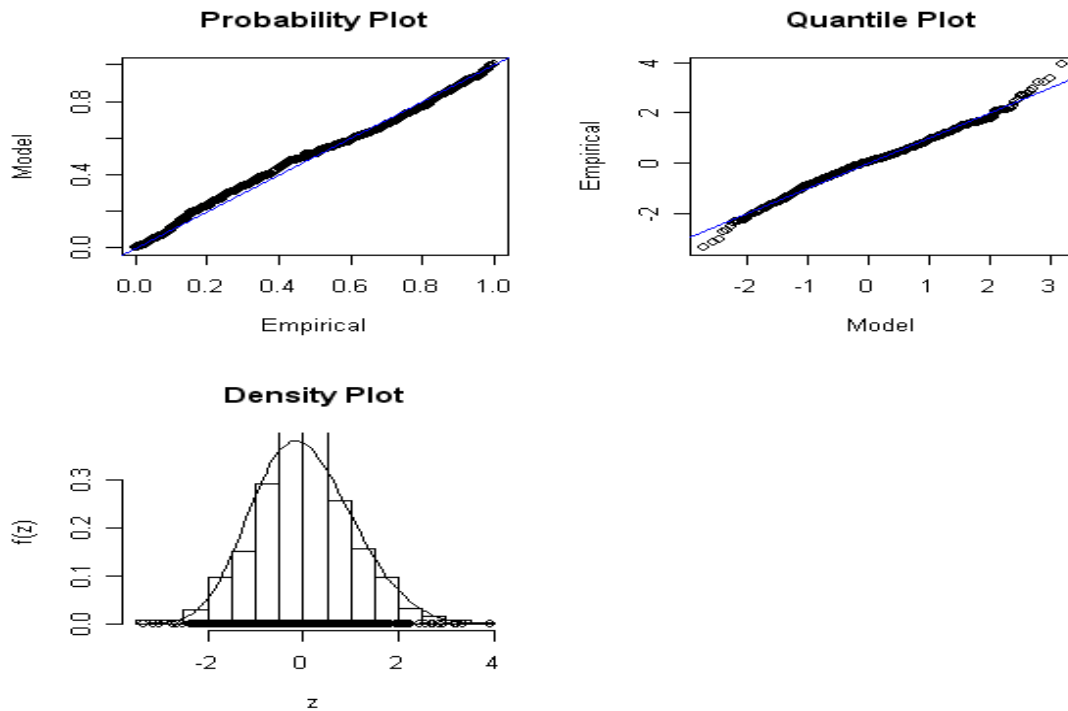
L'istogramma è tra i tre quello meno informativo in quanto può essere semplicemente modificato cambiando il range dell'ampiezza degli intervalli. Resta comunque utile per capire se i dati seguono la distribuzione dei valori estremi.

Nel secondo paragrafo, invece, quello relativo al confronto tra qqplot, il qqplot della t di Student è stato ricavato attraverso una simulazione con il programma statistico R. In base ai gradi di libertà che venivano forniti dall'output del modello GARCH(1,1) con $\varepsilon \sim t(0,1,\nu)$ stimato con Eviews 5 sulle serie dei rendimenti, sono state simulate delle distribuzioni aventi ν gradi di libertà e numero d'osservazioni pari al numero dei residui standardizzati presenti nella serie.

Per l'azione Tim, ad esempio, è stata quindi creata una t con 5 gradi di libertà e 809 osservazioni.

2.5.1 OUTPUT GEV

- Autogrill:

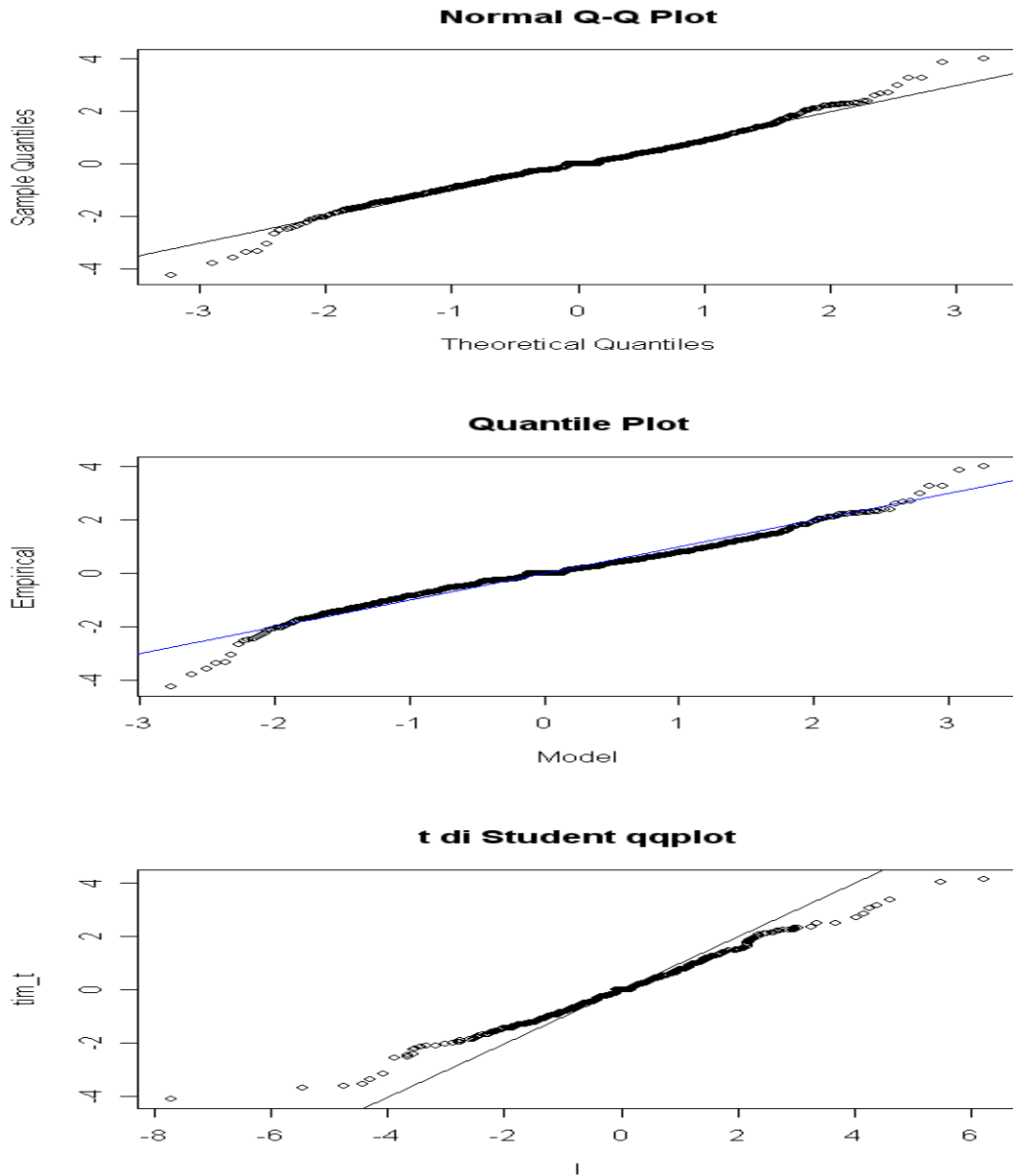


Dal grafico si nota che ,nonostante l'istogramma segua abbastanza bene la curva dei valori estremi e il probability plot stia sulla diagonale, il modello adottato non riesce a stimare alla perfezione le due code in quanto sembra esserci un sostanziale scostamento del qqplot dalla bisettrice proprio per quei valori che sono definiti outlier.

Questo tipo di comportamento è stato riscontrato in maniera sistematica anche nelle restanti nove serie di residui utilizzate (vedi Appendice).

2.5.2 CONFRONTO TRA QQPLOT

- Tim



Dal grafico si ricava che il qqplot ottenuto con i valori della GEV sembra essere leggermente migliore di quello ottenuto con la

distribuzione normale in quanto, nonostante entrambi non riescano a cogliere in modo adatto il comportamento delle code, si scosta in misura minore dalla bisettrice del quadrante.

Sembra invece da scartare l'ipotesi di approssimazione degli errori con una t di Student dato che il qqplot non resta praticamente mai sulla bisettrice.

CONCLUSIONI

Lo scopo della tesi era quello di verificare se l'assunzione di normalità per gli errori di un modello a varianza condizionata GARCH(1,1) poteva essere modificata utilizzando come ipotesi quella di distribuzione a valori estremi.

Per verificarlo, abbiamo prima dovuto fare inferenza sul parametro di forma ξ controllando che il suo valore per tutte le dieci serie fosse compreso in un intervallo che andava da -0.5 a 0.

L'importanza di questo esame deriva dal fatto che per $\xi > -0.5$ gli stimatori di massima verosimiglianza sono corretti e consistenti, mentre per $\xi < 0$ la distribuzione è limitata superiormente e quindi si può calcolare il suo valore massimo.

Una volta accertato che anche i rispettivi intervalli di confidenza stanno all'interno dell'intervallo siamo passati all'analisi grafica del modello.

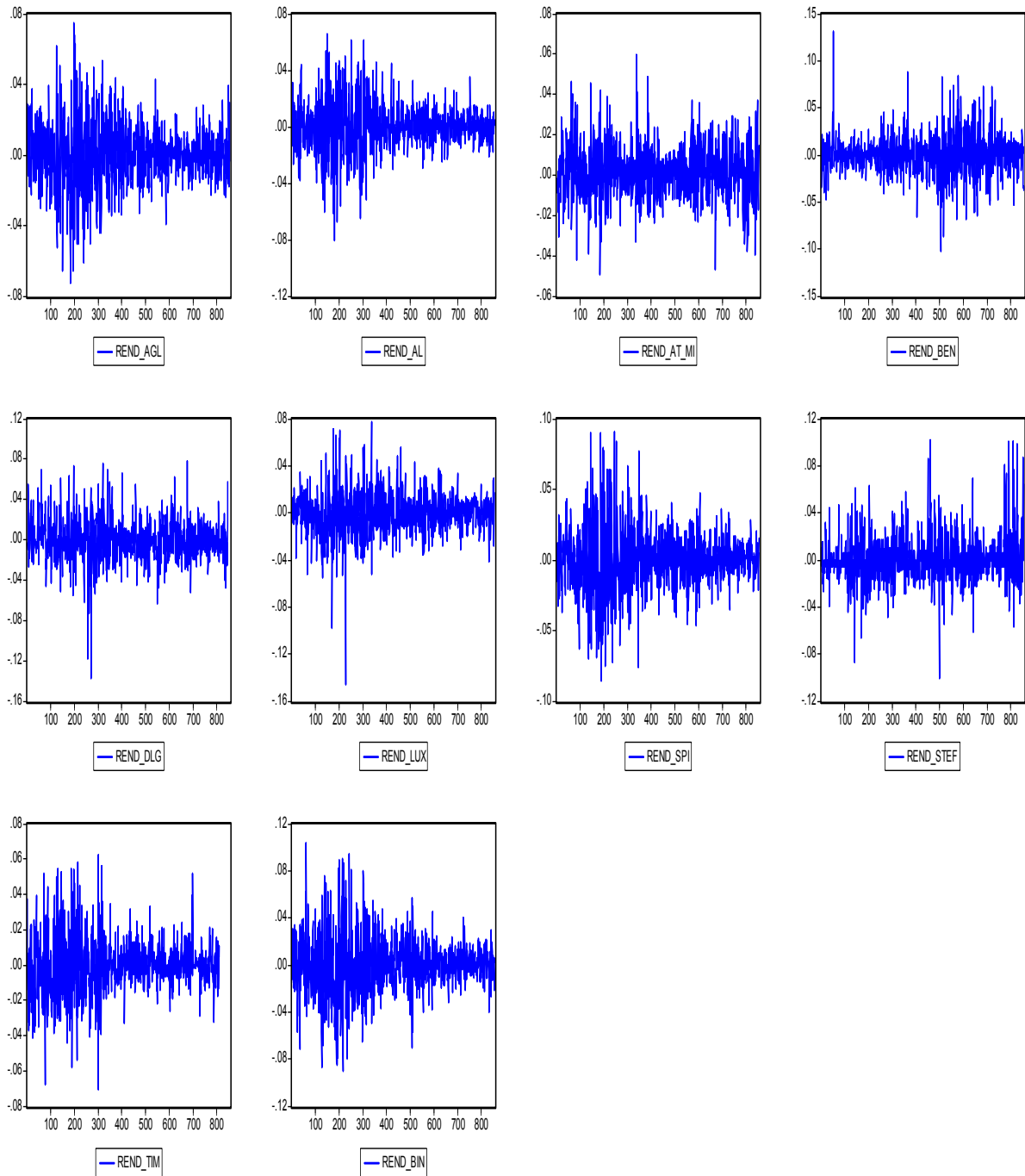
In generale si è notato che per tutte e dieci le serie, i qqplot della GEV non sono in grado di cogliere alla perfezione l'andamento delle code a causa di sistematici allontanamenti dalla bisettrice dei quadranti.

Oltre a questa prima analisi ne è stata fatta un'altra condotta attraverso un confronto tra i qqplot della *GEV*, quelli dei residui standardizzati del modello GARCH(1,1) con errori normali e quello con errori che si approssimano secondo una *t* di Student. In generale si osserva che il qqplot ottenuto con i residui che si distribuiscono secondo una *t* è quello peggiore tra i tre per via di allontanamenti sostanziali dei dati dalla diagonale, mentre si nota che il qqplot della *GEV*, nonostante le difficoltà messe in luce con la prima analisi, riesce a cogliere in maniera migliore i valori estremi (outlayer) rispetto al qqplot ottenuto con gli errori normali.

In conclusione, nonostante le poche serie prese in considerazione e le osservazioni non molto numerose, sembra poter esser sensato, considerando l'analisi effettuata per controllare i modelli, pensare a un' ipotesi di distribuzione a valori estremi per gli errori di un modello GARCH(1,1).

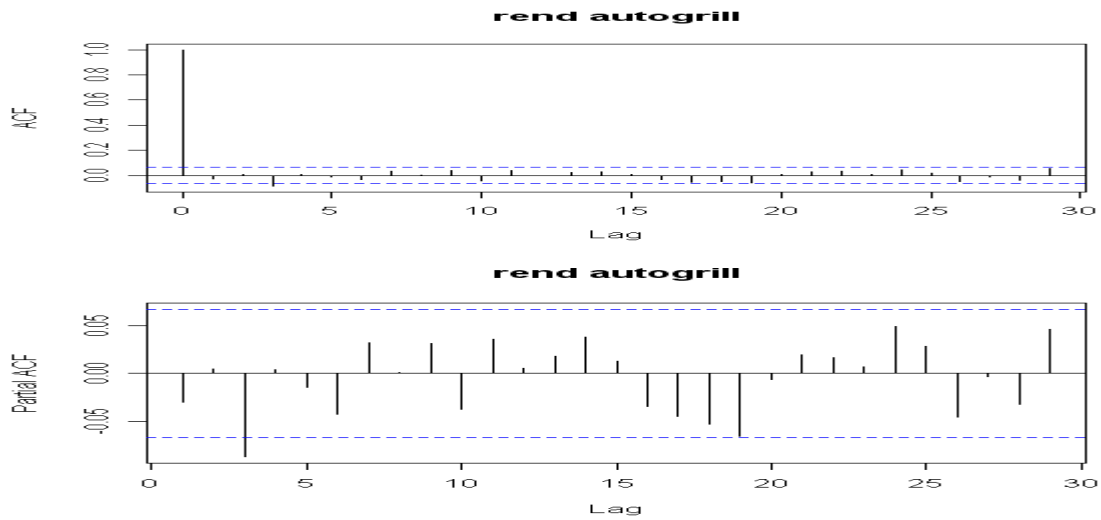
Appendice

A.1 Grafici delle serie dei rendimenti

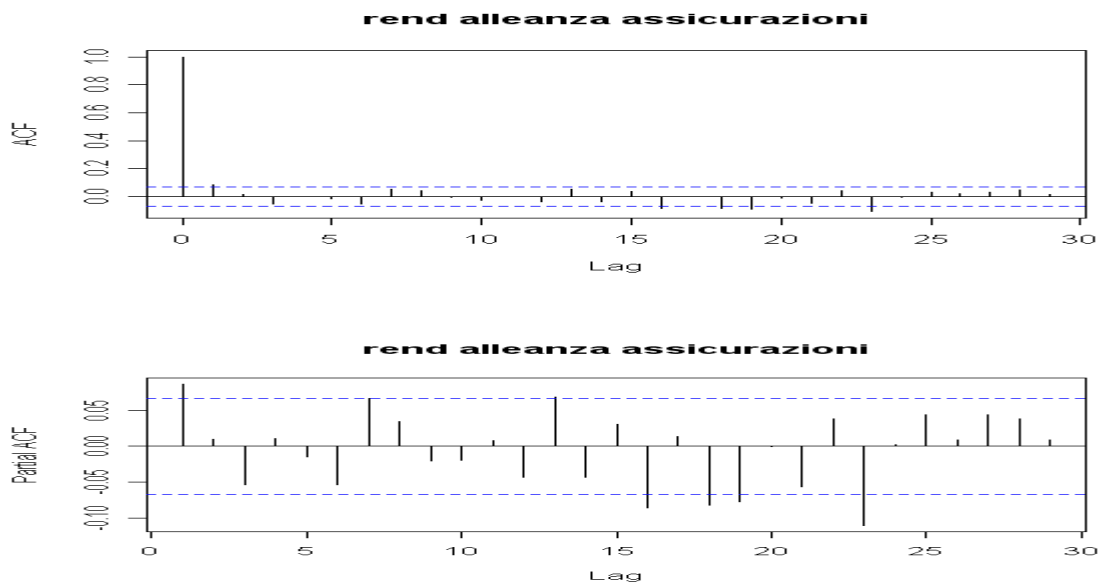


A.2 Correlogrammi delle serie dei rendimenti

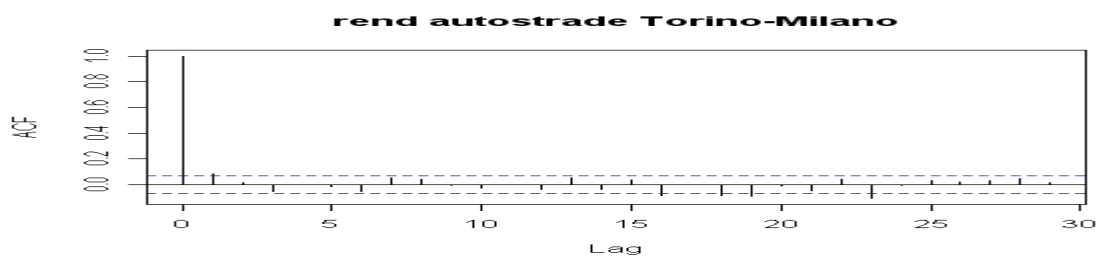
- Autogrill

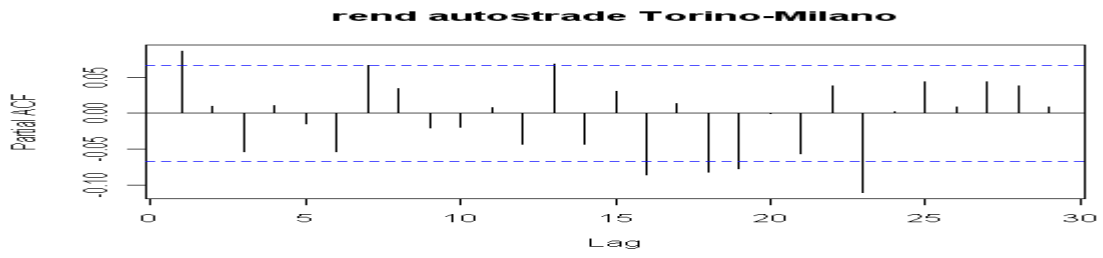


- Alleanza Assicurazioni

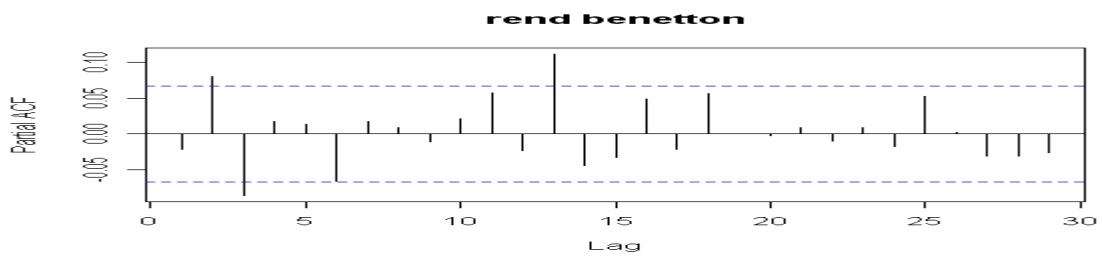
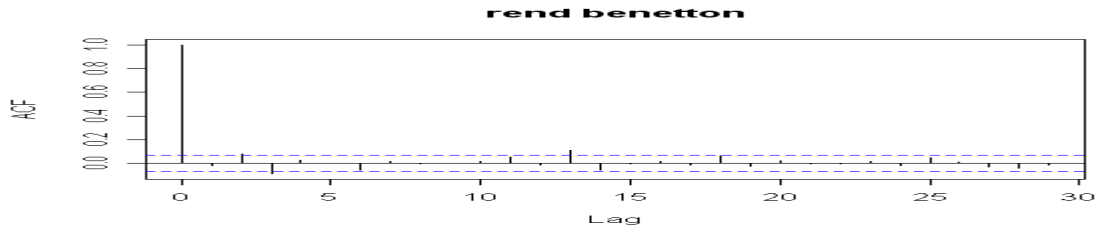


- Autostrade Torino-Milano

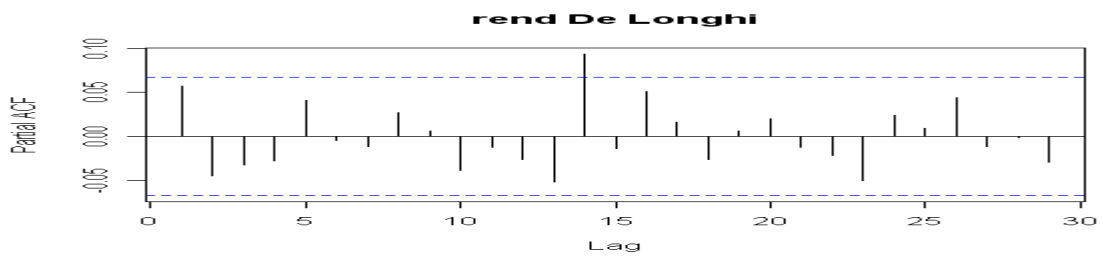
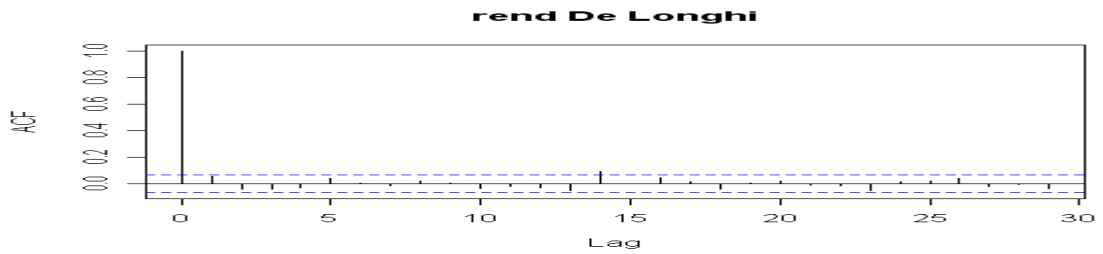




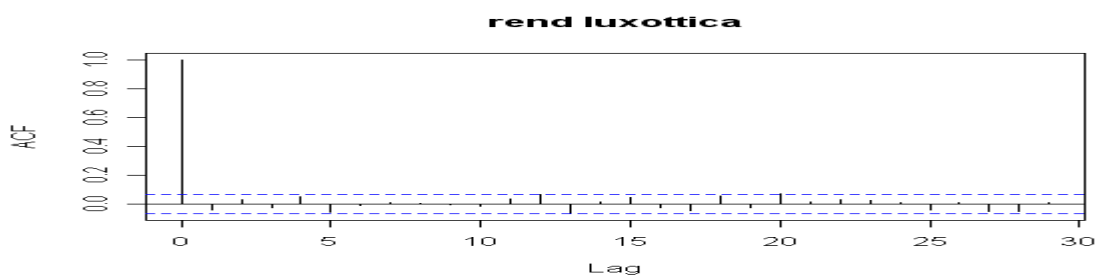
- Benetton

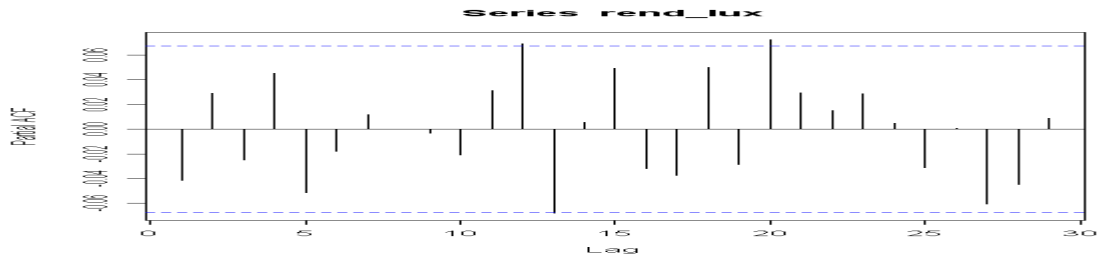


- De Longhi

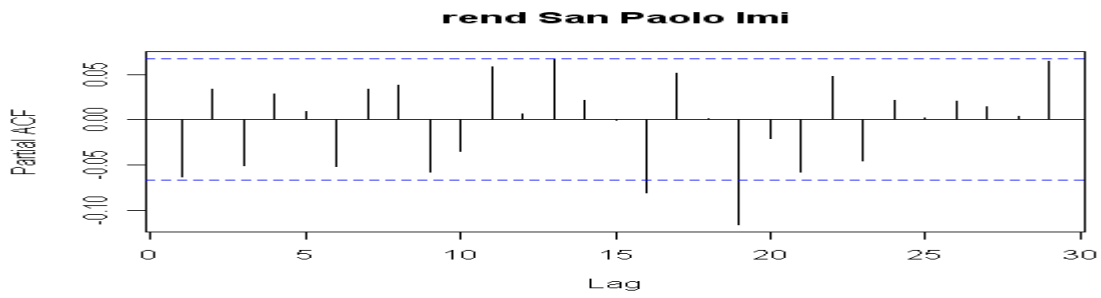
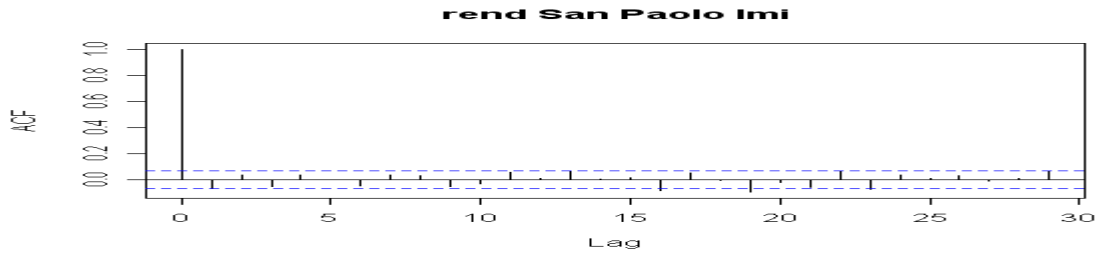


- Luxottica

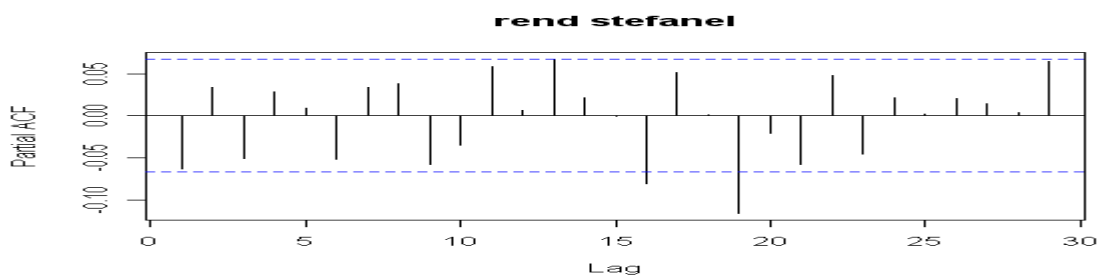
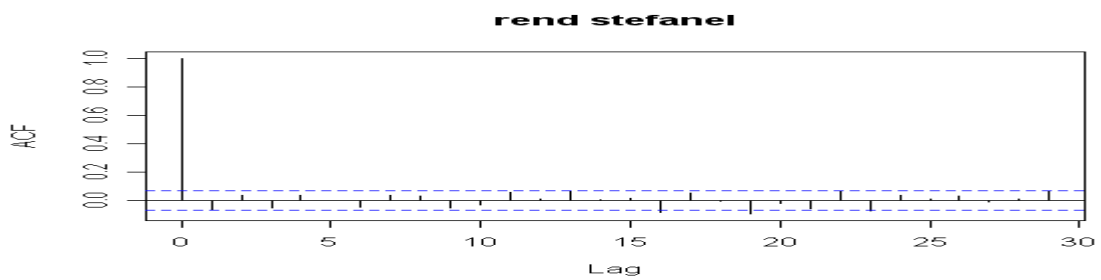




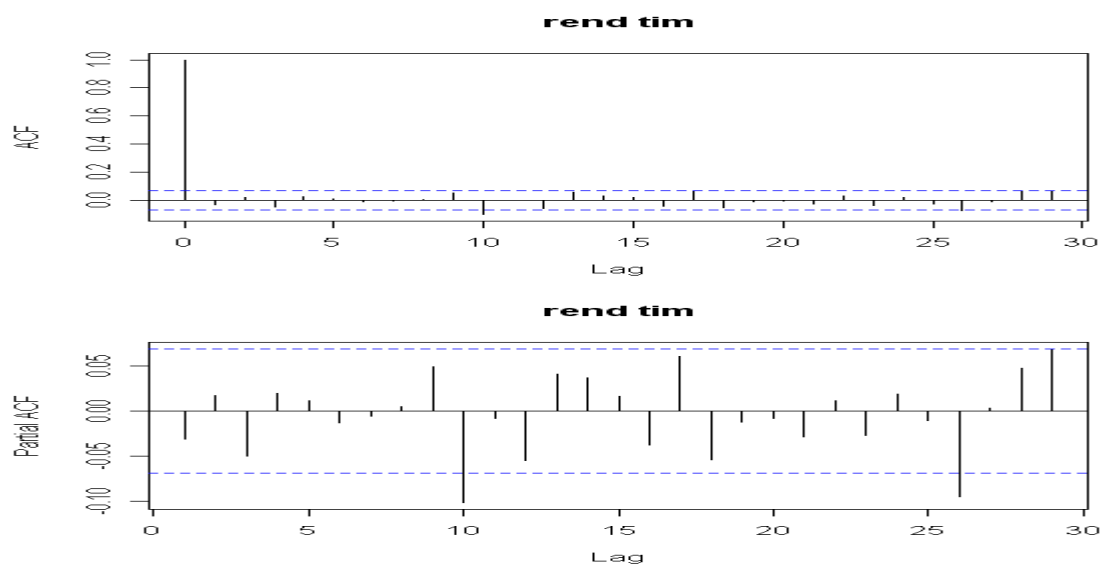
- San Paolo Imi



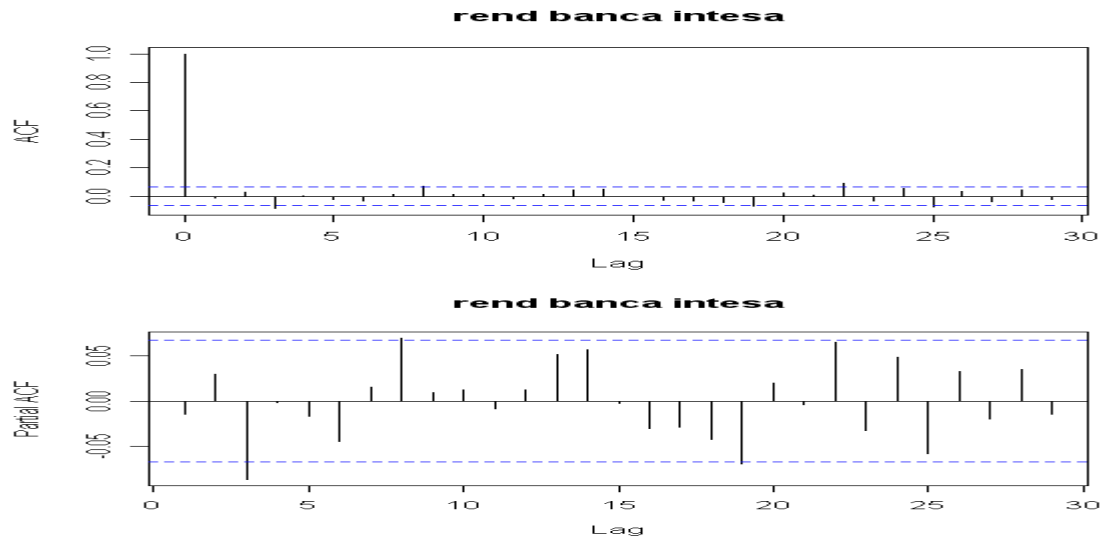
- Stefanel



• Tim



• Banca Intesa



A.3 Output del modello GARCH(1,1) stimato sulle serie dei rendimenti (s.e. robusti) $\varepsilon \sim N(0,1)$

- Autogrill

Dependent Variable: REND_AGL
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 17:01
 Sample(adjusted): 2 855
 Included observations: 854 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 12 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.21E-06	8.32E-07	1.449183	0.1473
ARCH(1)	0.045903	0.015009	3.058397	0.0022
GARCH(1)	0.949564	0.014516	65.41328	0.0000
R-squared	-0.000014	Mean dependent var		6.65E-05
Adjusted R-squared	-0.002364	S.D. dependent var		0.018037
S.E. of regression	0.018058	Akaike info criterion		-5.484247
Sum squared resid	0.277499	Schwarz criterion		-5.467561
Log likelihood	2344.773	Durbin-Watson stat		2.054754

- Alleanza Assicurazioni

Dependent Variable: REND_AL
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 17:04
 Sample(adjusted): 2 855
 Included observations: 854 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 12 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.38E-06	1.03E-06	1.330790	0.1833
ARCH(1)	0.056151	0.016167	3.473089	0.0005
GARCH(1)	0.937090	0.017433	53.75368	0.0000
R-squared	-0.000270	Mean dependent var		-0.000282
Adjusted R-squared	-0.002621	S.D. dependent var		0.017190
S.E. of regression	0.017212	Akaike info criterion		-5.652776
Sum squared resid	0.252112	Schwarz criterion		-5.636090
Log likelihood	2416.735	Durbin-Watson stat		1.825322

- Autostrade Torino-Milano

Dependent Variable: REND_AT_MI

Method: ML - ARCH (Marquardt)

Date: 06/14/05 Time: 21:41

Sample(adjusted): 2 854

Included observations: 853 after adjusting endpoints

Convergence achieved after 17 iterations

Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance

Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.10E-05	8.49E-06	2.470134	0.0135
ARCH(1)	0.123866	0.041282	3.000518	0.0027
GARCH(1)	0.766121	0.071034	10.78533	0.0000
R-squared	-0.008632	Mean dependent var		0.001249
Adjusted R-squared	-0.011006	S.D. dependent var		0.013454
S.E. of regression	0.013528	Akaike info criterion		-5.816490
Sum squared resid	0.155545	Schwarz criterion		-5.799789
Log likelihood	2483.733	Durbin-Watson stat		1.902880

- Benetton

Dependent Variable: REND_BEN

Method: ML - ARCH (Marquardt)

Date: 06/14/05 Time: 21:43

Sample(adjusted): 2 855

Included observations: 854 after adjusting endpoints

Convergence achieved after 13 iterations

Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance

Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	3.83E-06	2.18E-06	1.758102	0.0787
ARCH(1)	0.079622	0.025139	3.167343	0.0015
GARCH(1)	0.917792	0.021611	42.46852	0.0000
R-squared	-0.000418	Mean dependent var		0.000438
Adjusted R-squared	-0.002769	S.D. dependent var		0.021431
S.E. of regression	0.021461	Akaike info criterion		-5.005585
Sum squared resid	0.391952	Schwarz criterion		-4.988899
Log likelihood	2140.385	Durbin-Watson stat		2.038483

- De Longhi

Dependent Variable: REND_DLG
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:45
 Sample(adjusted): 2 846
 Included observations: 845 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 14 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.55E-05	1.55E-05	1.645545	0.0999
ARCH(1)	0.084009	0.030111	2.789936	0.0053
GARCH(1)	0.859985	0.053359	16.11689	0.0000
R-squared	-0.000038	Mean dependent var		-0.000128
Adjusted R-squared	-0.002414	S.D. dependent var		0.020737
S.E. of regression	0.020762	Akaike info criterion		-4.971036
Sum squared resid	0.362961	Schwarz criterion		-4.954210
Log likelihood	2103.263	Durbin-Watson stat		1.875821

- Luxottica

Dependent Variable: REND_LUX
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:46
 Sample(adjusted): 2 854
 Included observations: 853 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 18 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.66E-06	1.63E-06	1.018364	0.3085
ARCH(1)	0.032611	0.010693	3.049667	0.0023
GARCH(1)	0.963446	0.013553	71.08921	0.0000
R-squared	-0.000036	Mean dependent var		-0.000110
Adjusted R-squared	-0.002389	S.D. dependent var		0.018373
S.E. of regression	0.018395	Akaike info criterion		-5.319675
Sum squared resid	0.287615	Schwarz criterion		-5.302974
Log likelihood	2271.841	Durbin-Watson stat		2.081775

- San Paolo Imi

Dependent Variable: REND_SPI
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:47
 Sample(adjusted): 2 854
 Included observations: 853 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 14 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.70E-06	1.53E-06	1.108521	0.2676
ARCH(1)	0.061180	0.016424	3.725083	0.0002
GARCH(1)	0.935831	0.017846	52.43827	0.0000
R-squared	-0.000027	Mean dependent var		0.000115
Adjusted R-squared	-0.002380	S.D. dependent var		0.022299
S.E. of regression	0.022326	Akaike info criterion		-5.089256
Sum squared resid	0.423669	Schwarz criterion		-5.072554
Log likelihood	2173.568	Durbin-Watson stat		2.125911

- Stefanel

Dependent Variable: REND_STEF
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:48
 Sample(adjusted): 2 854
 Included observations: 853 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 13 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	9.49E-06	6.87E-06	1.380578	0.1674
ARCH(1)	0.062216	0.019616	3.171746	0.0015
GARCH(1)	0.920526	0.029440	31.26743	0.0000
R-squared	-0.001489	Mean dependent var		0.000816
Adjusted R-squared	-0.003846	S.D. dependent var		0.021148
S.E. of regression	0.021188	Akaike info criterion		-4.999364
Sum squared resid	0.381604	Schwarz criterion		-4.982663
Log likelihood	2135.229	Durbin-Watson stat		1.964265

- Tim

Dependent Variable: REND_TIM
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:49
 Sample(adjusted): 2 810
 Included observations: 809 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 16 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.99E-06	1.17E-06	1.701370	0.0889
ARCH(1)	0.054226	0.018591	2.916778	0.0035
GARCH(1)	0.934986	0.018575	50.33553	0.0000
R-squared	-0.000009	Mean dependent var		-4.81E-05
Adjusted R-squared	-0.002490	S.D. dependent var		0.016162
S.E. of regression	0.016182	Akaike info criterion		-5.695707
Sum squared resid	0.211054	Schwarz criterion		-5.678294
Log likelihood	2306.914	Durbin-Watson stat		2.056107

- Banca Intesa

Dependent Variable: REND_BIN
 Method: ML - ARCH (Marquardt)
 Date: 06/14/05 Time: 21:50
 Sample(adjusted): 2 856
 Included observations: 855 after adjusting endpoints
 Convergence achieved after 12 iterations
 Bollerslev-Wooldrige robust standard errors & covariance
 Variance backcast: ON

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	3.59E-06	1.96E-06	1.825039	0.0680
ARCH(1)	0.089498	0.019595	4.567413	0.0000
GARCH(1)	0.905955	0.017622	51.41076	0.0000
R-squared	-0.000273	Mean dependent var		0.000406
Adjusted R-squared	-0.002621	S.D. dependent var		0.024565
S.E. of regression	0.024597	Akaike info criterion		-4.935857
Sum squared resid	0.515476	Schwarz criterion		-4.919187
Log likelihood	2113.079	Durbin-Watson stat		2.028273

A.4 Modello GARCH(1,1) stimato con $\varepsilon \sim t(0,1,\nu)$

- Autogrill

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 08:56

Sample (adjusted): 2 855

Included observations: 854 after adjustments

Convergence not achieved after 500 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	6.96E-07	7.25E-07	0.960647	0.3367
RESID(-1)^2	0.049165	0.013238	3.713900	0.0002
GARCH(-1)	0.949389	0.013005	73.00431	0.0000
T-DIST. DOF	10.67933	4.134678	2.582869	0.0098
R-squared	-0.000014	Mean dependent var		6.65E-05
Adjusted R-squared	-0.003543	S.D. dependent var		0.018037
S.E. of regression	0.018068	Akaike info criterion		-5.493310
Sum squared resid	0.277499	Schwarz criterion		-5.471062
Log likelihood	2349.644	Durbin-Watson stat		2.054754

- Alleanza assicurazioni

Dependent Variable: REND_AL

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 08:57

Sample (adjusted): 2 855

Included observations: 854 after adjustments

Convergence not achieved after 500 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.10E-06	8.69E-07	1.265859	0.2056
RESID(-1)^2	0.062041	0.015752	3.938549	0.0001
GARCH(-1)	0.933521	0.015485	60.28365	0.0000

T-DIST. DOF	10.83617	3.925991	2.760110	0.0058
R-squared	-0.000270	Mean dependent var		-0.000282
Adjusted R-squared	-0.003801	S.D. dependent var		0.017190
S.E. of regression	0.017222	Akaike info criterion		-5.664201
Sum squared resid	0.252112	Schwarz criterion		-5.641953
Log likelihood	2422.614	Durbin-Watson stat		1.825322

- Autostrade Torino-Milano

Dependent Variable: REND_AT_MI

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 08:58

Sample (adjusted): 2 854

Included observations: 853 after adjustments

Convergence achieved after 37 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.43E-05	6.48E-06	2.209141	0.0272
RESID(-1)^2	0.115855	0.032165	3.601910	0.0003
GARCH(-1)	0.812208	0.053650	15.13899	0.0000
T-DIST. DOF	8.554110	2.289909	3.735569	0.0002
R-squared	-0.008632	Mean dependent var		0.001249
Adjusted R-squared	-0.012196	S.D. dependent var		0.013454
S.E. of regression	0.013535	Akaike info criterion		-5.839553
Sum squared resid	0.155545	Schwarz criterion		-5.817284
Log likelihood	2494.569	Durbin-Watson stat		1.902880

- Benetton

Dependent Variable: REND_BEN

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 09:03

Sample (adjusted): 2 855

Included observations: 854 after adjustments

Convergence achieved after 21 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	3.77E-06	2.33E-06	1.616291	0.1060
RESID(-1)^2	0.062205	0.016752	3.713387	0.0002
GARCH(-1)	0.933929	0.016525	56.51633	0.0000
T-DIST. DOF	4.742170	0.841415	5.635945	0.0000
R-squared	-0.000418	Mean dependent var		0.000438
Adjusted R-squared	-0.003949	S.D. dependent var		0.021431
S.E. of regression	0.021474	Akaike info criterion		-5.085782
Sum squared resid	0.391952	Schwarz criterion		-5.063534
Log likelihood	2175.629	Durbin-Watson stat		2.038483

- De Longhi

Dependent Variable: REND_DLG

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 09:07

Sample (adjusted): 2 846

Included observations: 845 after adjustments

Convergence achieved after 18 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.20E-05	1.21E-05	1.816685	0.0693
RESID(-1)^2	0.066279	0.026227	2.527100	0.0115
GARCH(-1)	0.890536	0.042403	21.00160	0.0000
T-DIST. DOF	4.084415	0.698190	5.850007	0.0000
R-squared	-0.000038	Mean dependent var		-0.000128
Adjusted R-squared	-0.003605	S.D. dependent var		0.020737
S.E. of regression	0.020775	Akaike info criterion		-5.067417
Sum squared resid	0.362961	Schwarz criterion		-5.044982
Log likelihood	2144.984	Durbin-Watson stat		1.875821

- Luxottica

Dependent Variable: REND_LUX
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution
 Date: 06/21/05 Time: 09:08
 Sample (adjusted): 2 854
 Included observations: 853 after adjustments
 Convergence achieved after 15 iterations
 Variance backcast: ON
 GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.15E-06	1.30E-06	1.657863	0.0973
RESID(-1)^2	0.033854	0.011434	2.960882	0.0031
GARCH(-1)	0.960411	0.012405	77.41980	0.0000
T-DIST. DOF	5.483537	1.030464	5.321424	0.0000
R-squared	-0.000036	Mean dependent var		-0.000110
Adjusted R-squared	-0.003569	S.D. dependent var		0.018373
S.E. of regression	0.018406	Akaike info criterion		-5.388845
Sum squared resid	0.287615	Schwarz criterion		-5.366576
Log likelihood	2302.342	Durbin-Watson stat		2.081775

- San Paolo Imi

Dependent Variable: REND_SPI
 Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution
 Date: 06/21/05 Time: 09:09
 Sample (adjusted): 2 854
 Included observations: 853 after adjustments
 Convergence not achieved after 500 iterations
 Variance backcast: ON
 GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	2.02E-06	1.61E-06	1.253078	0.2102
RESID(-1)^2	0.066949	0.016433	4.073987	0.0000
GARCH(-1)	0.929625	0.015760	58.98711	0.0000
T-DIST. DOF	14.28710	7.232768	1.975330	0.0482

R-squared	-0.000027	Mean dependent var	0.000115
Adjusted R-squared	-0.003560	S.D. dependent var	0.022299
S.E. of regression	0.022339	Akaike info criterion	-5.093972
Sum squared resid	0.423669	Schwarz criterion	-5.071703
Log likelihood	2176.579	Durbin-Watson stat	2.125911

- Stefanel

Dependent Variable: REND_STEF
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution
Date: 06/21/05 Time: 09:10
Sample (adjusted): 2 854
Included observations: 853 after adjustments
Convergence achieved after 16 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				
C	1.23E-05	5.43E-06	2.267841	0.0233
RESID(-1)^2	0.134319	0.037537	3.578308	0.0003
GARCH(-1)	0.861733	0.029342	29.36848	0.0000
T-DIST. DOF	3.871689	0.540281	7.166071	0.0000

R-squared	-0.001489	Mean dependent var	0.000816
Adjusted R-squared	-0.005028	S.D. dependent var	0.021148
S.E. of regression	0.021201	Akaike info criterion	-5.146116
Sum squared resid	0.381604	Schwarz criterion	-5.123847
Log likelihood	2198.818	Durbin-Watson stat	1.964265

- Tim

Dependent Variable: REND_TIM
Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution
Date: 06/21/05 Time: 09:12
Sample (adjusted): 2 810
Included observations: 809 after adjustments
Convergence not achieved after 500 iterations
Variance backcast: ON
GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
Variance Equation				

C	8.38E-07	7.59E-07	1.104045	0.2696
RESID(-1)^2	0.050030	0.013930	3.591479	0.0003
GARCH(-1)	0.946758	0.013083	72.36603	0.0000
<hr/>				
T-DIST. DOF	5.438775	1.172916	4.636968	0.0000
<hr/>				
R-squared	-0.000009	Mean dependent var	-4.81E-05	
Adjusted R-squared	-0.003736	S.D. dependent var	0.016162	
S.E. of regression	0.016192	Akaike info criterion	-5.745135	
Sum squared resid	0.211054	Schwarz criterion	-5.721917	
Log likelihood	2327.907	Durbin-Watson stat	2.056107	

- Banca Intesa

Dependent Variable: REND_BIN

Method: ML - ARCH (Marquardt) - Student's t distribution

Date: 06/21/05 Time: 09:03

Sample (adjusted): 2 856

Included observations: 855 after adjustments

Convergence not achieved after 500 iterations

Variance backcast: ON

GARCH = C(1) + C(2)*RESID(-1)^2 + C(3)*GARCH(-1)

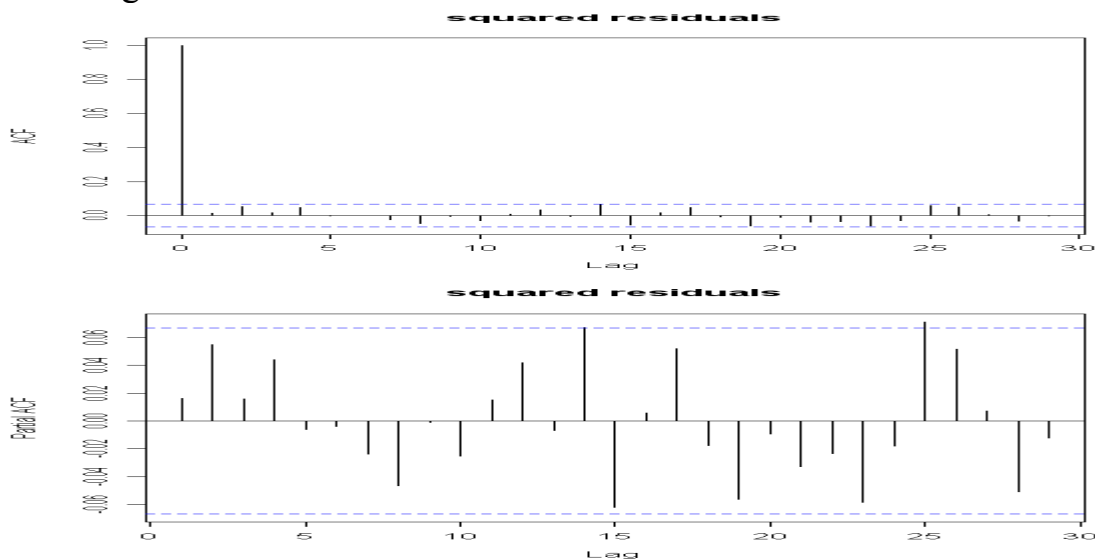
	Coefficient	Std. Error	z-Statistic	Prob.
<hr/>				
Variance Equation				
<hr/>				
C	3.09E-06	2.03E-06	1.516572	0.1294
RESID(-1)^2	0.090934	0.020392	4.459304	0.0000
GARCH(-1)	0.906353	0.019847	45.66734	0.0000
<hr/>				
T-DIST. DOF	14.03932	6.700995	2.095111	0.0362
<hr/>				
R-squared	-0.000273	Mean dependent var	0.000406	
Adjusted R-squared	-0.003799	S.D. dependent var	0.024565	
S.E. of regression	0.024612	Akaike info criterion	-4.941200	
Sum squared resid	0.515476	Schwarz criterion	-4.918973	
Log likelihood	2116.363	Durbin-Watson stat	2.028273	

A.5 Test per la normalità di Jarque-Bera per i residui

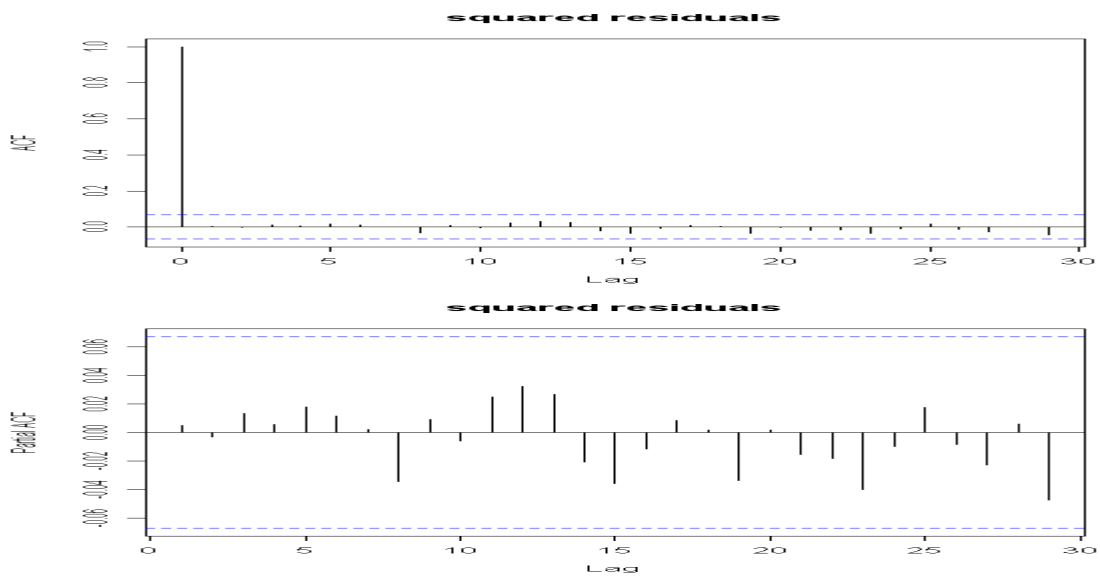
	Valore del test	P-value
Autogrill	9.060309	0.010779
Alleanza Assicurazioni	20.76570	0.000031
Autostrade Torino-Milano	49.48384	0.000000
Benetton	508.6153	0.000000
De Longhi	233.2527	0.000000
Luxottica	251.1147	0.000000
San Paolo Imi	7.191213	0.000000
Stefanel	726.5128	0.000000
Tim	80.87929	0.000000
Banca Intesa	6.179540	0.045512

A.6 Correlogrammi dei residui al quadrato del modello GARCH(1,1) con $\varepsilon \sim N(0,1)$

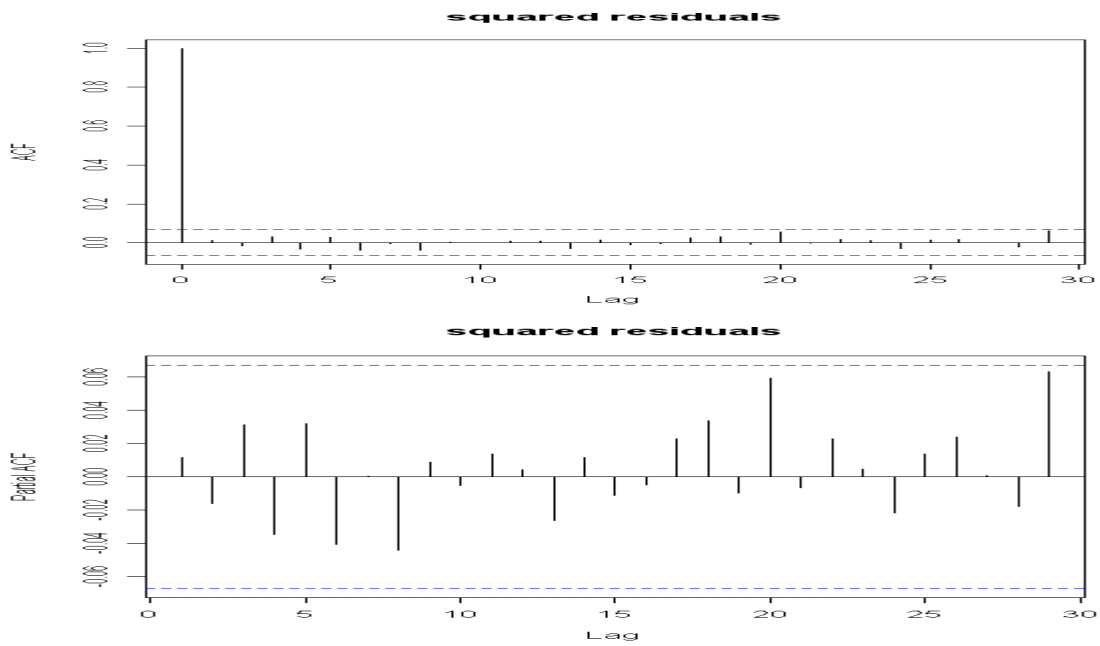
- Autogrill



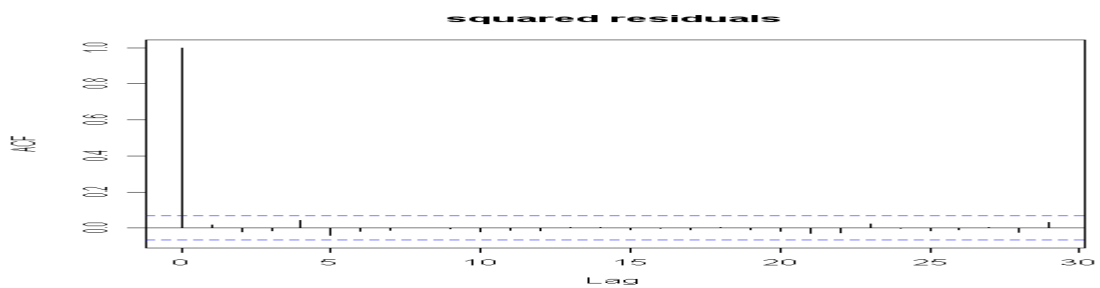
- Alleanza assicurazioni

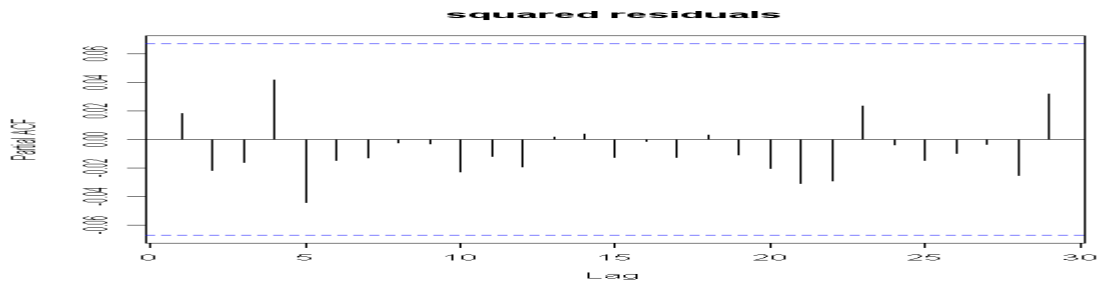


- Autostrade Torino-Milano

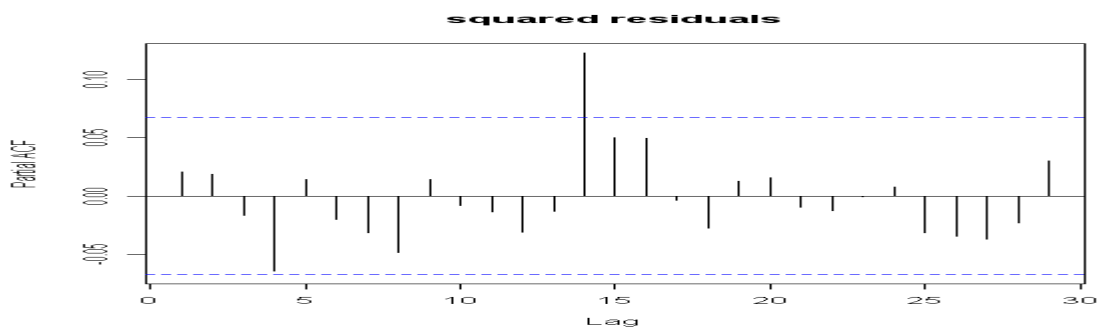
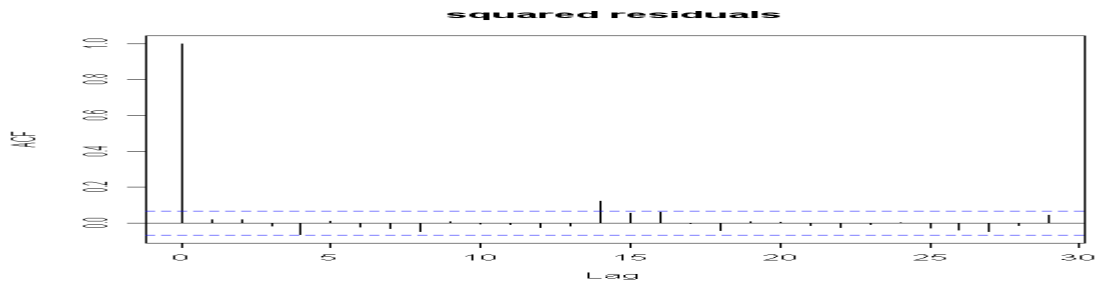


- Benetton

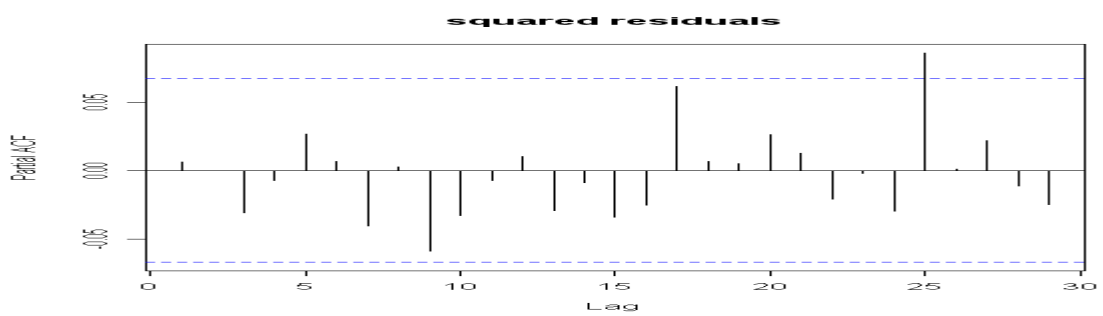
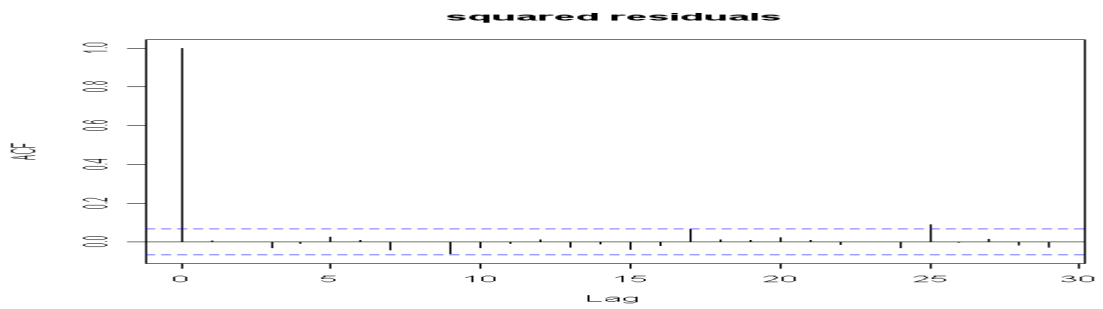




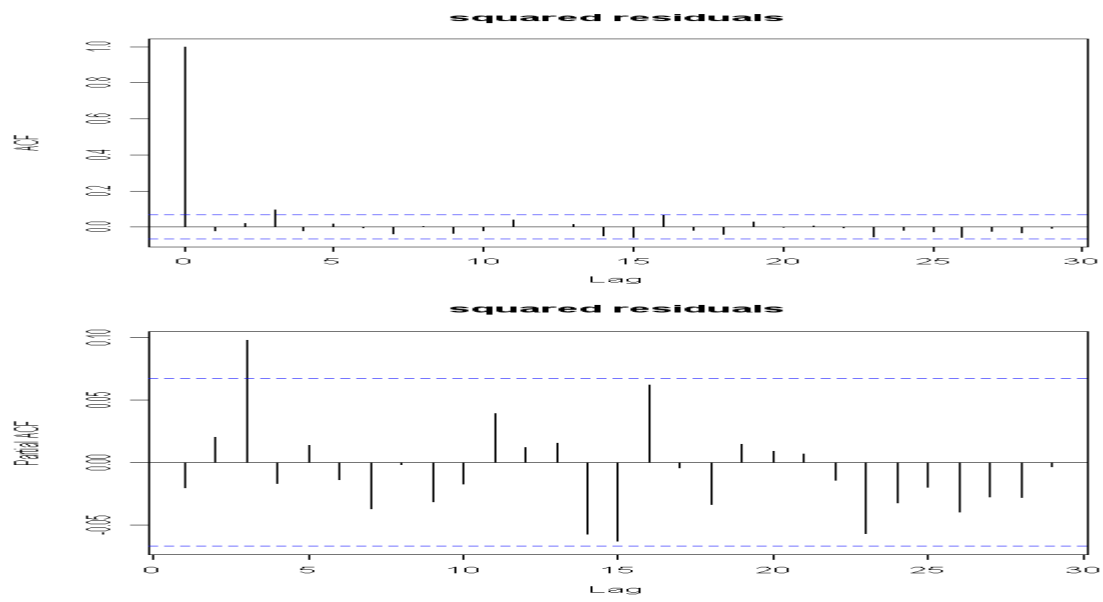
- De Longhi



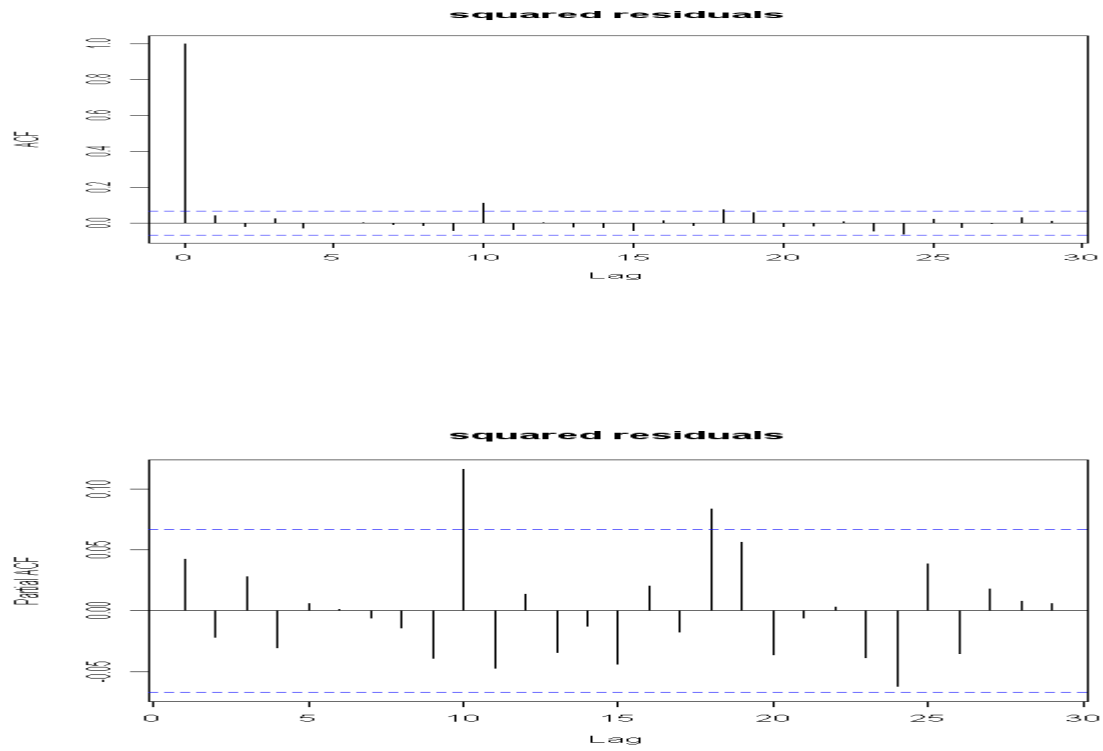
- Luxottica



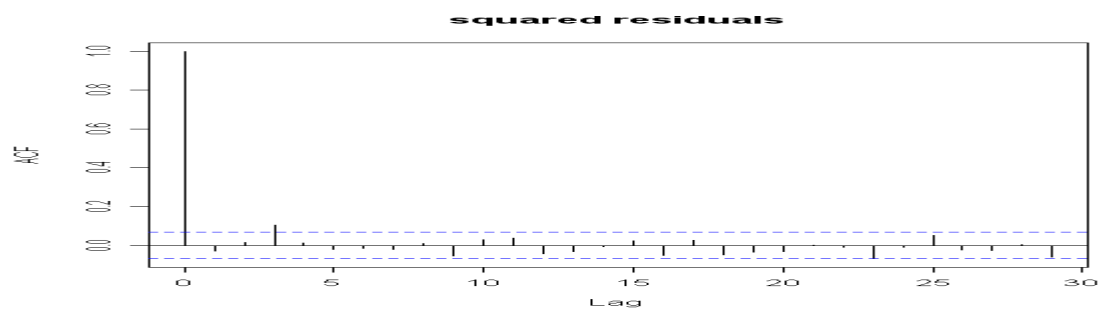
- San Paolo Imi

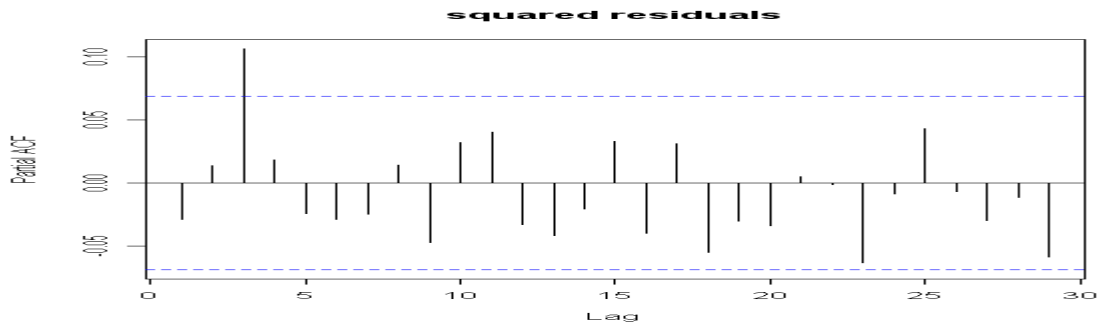


- Stefanel

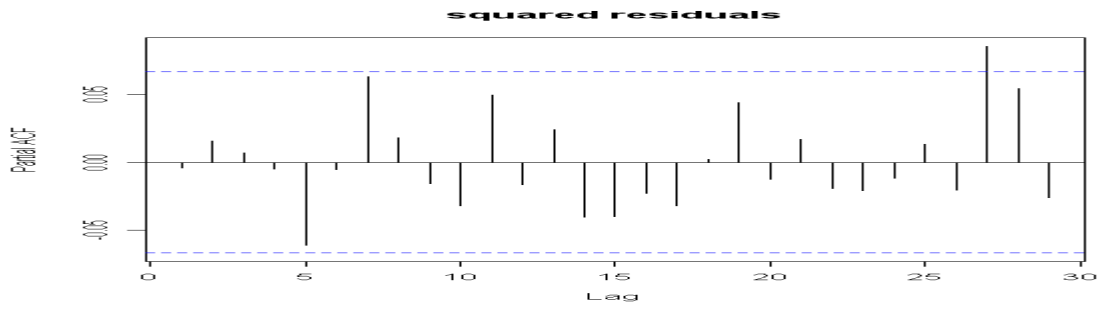
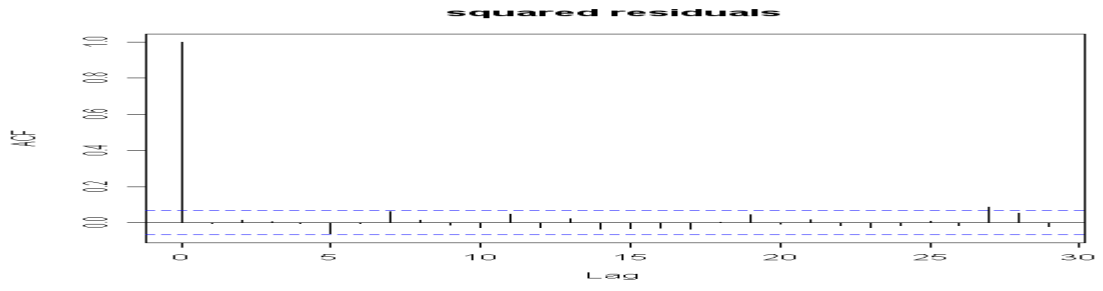


- Tim





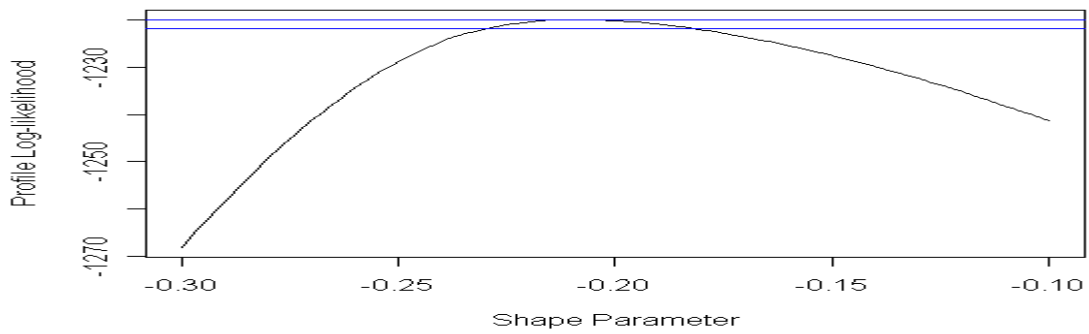
- Banca Intesa



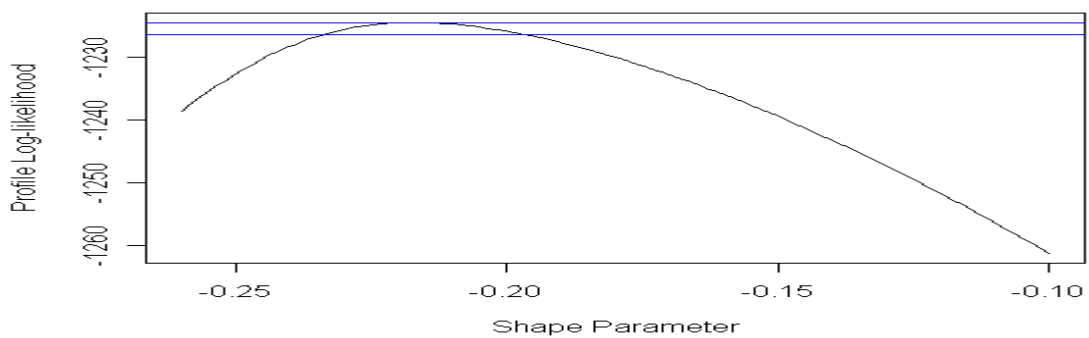
A.7 Grafici

-Log-verosimiglianze

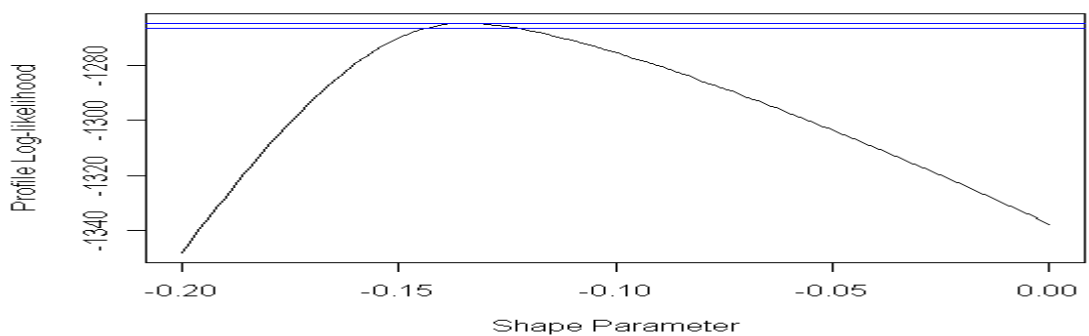
- Autogrill



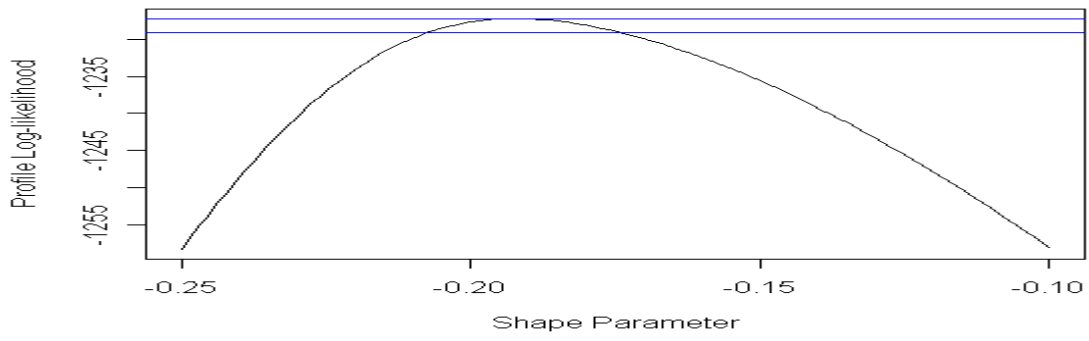
- Autostrade Torino-Milano



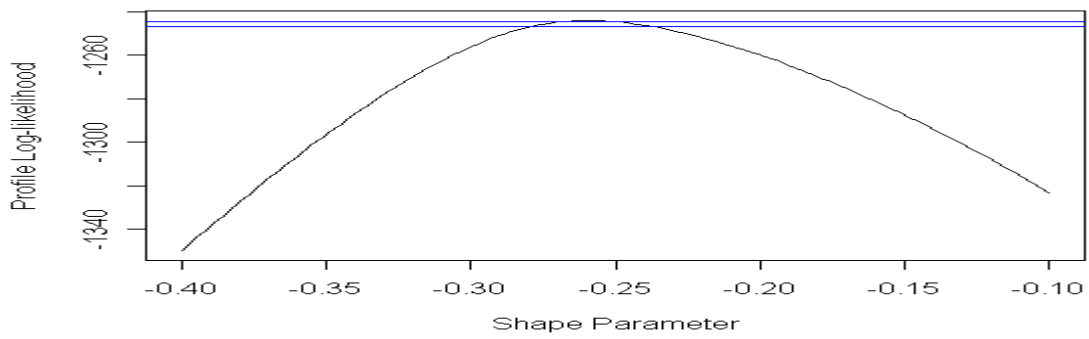
- Benetton



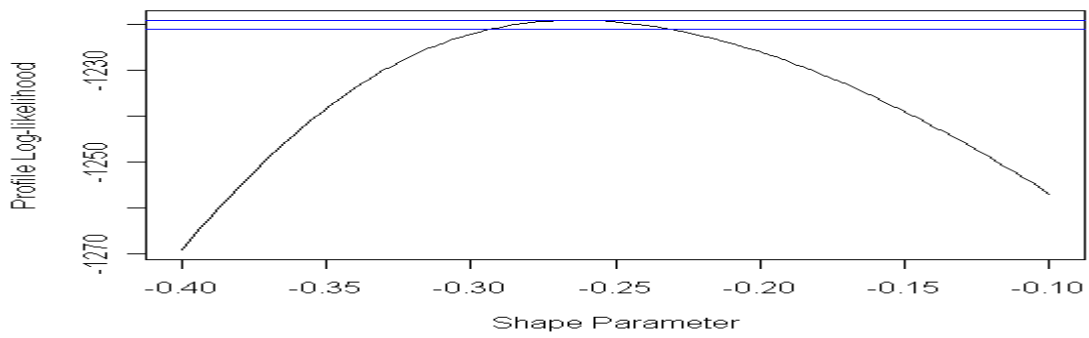
- De Longhi



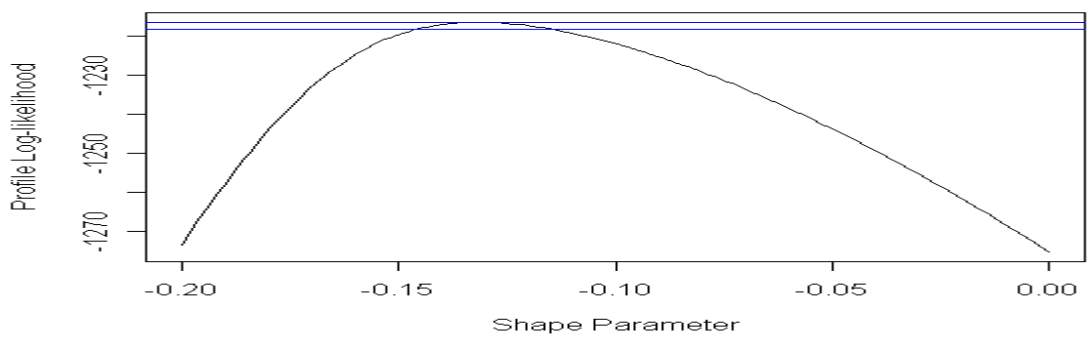
- Luxottica



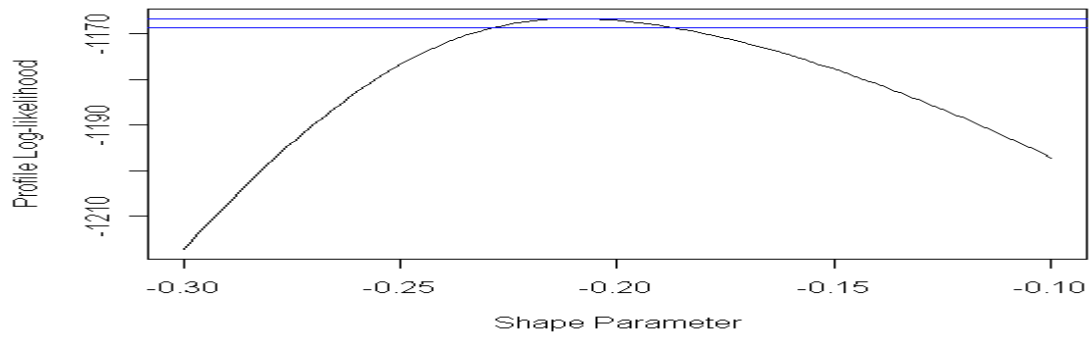
- San Paolo Imi



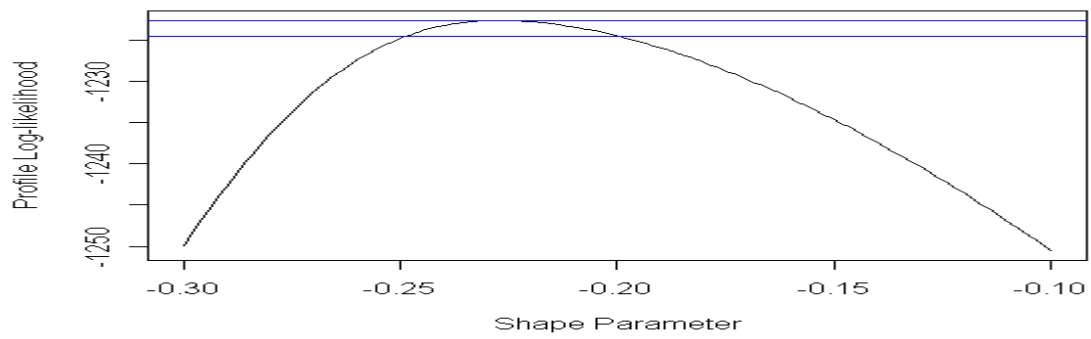
- Stefanel



- Tim

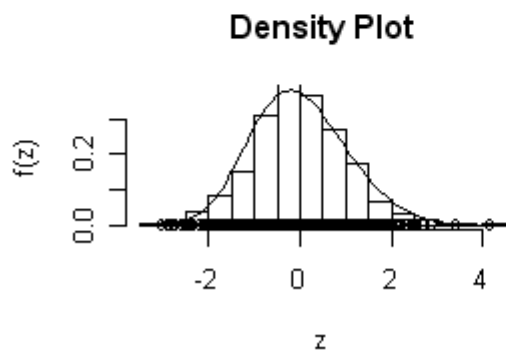
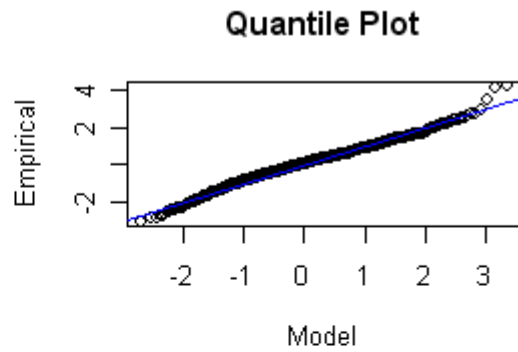
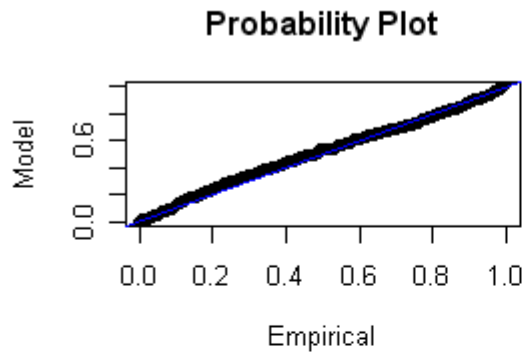


- Banca Intesa

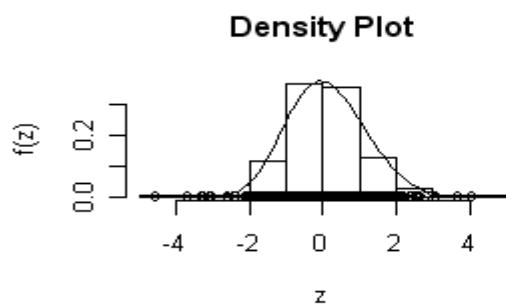
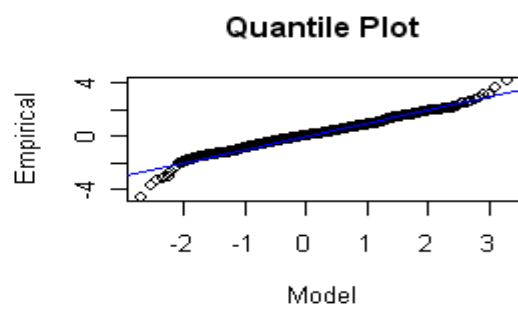
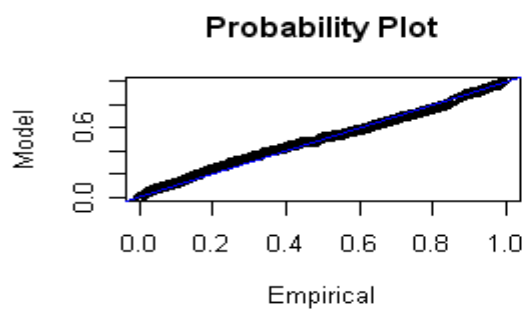


- Output GEV

- Alleanza Assicurazioni

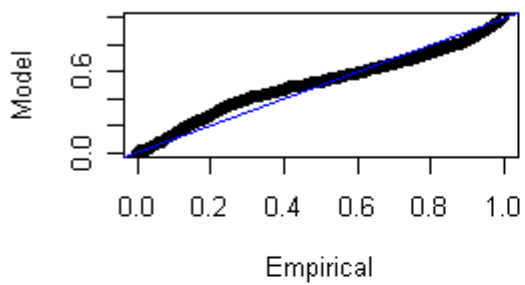


- Autostrade Torino-Milano

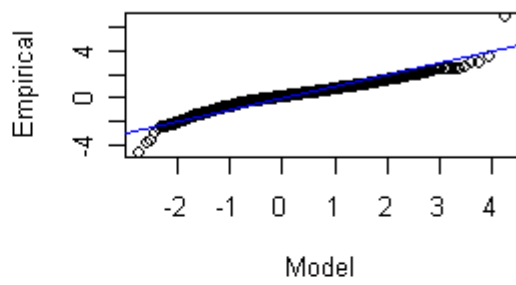


- Benetton

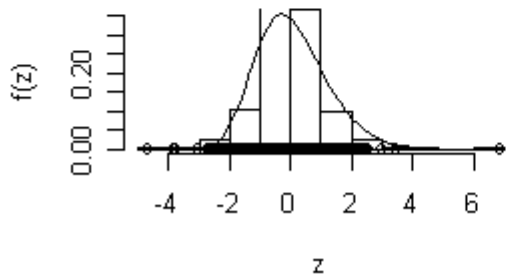
Probability Plot



Quantile Plot

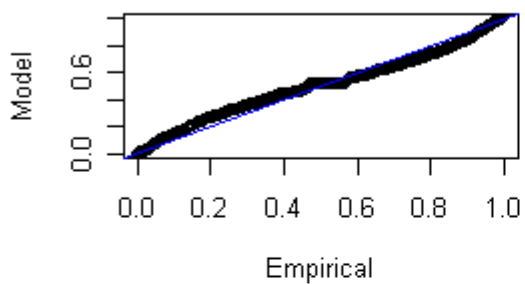


Density Plot

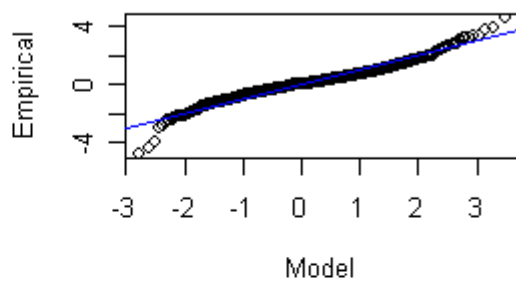


- De Longhi

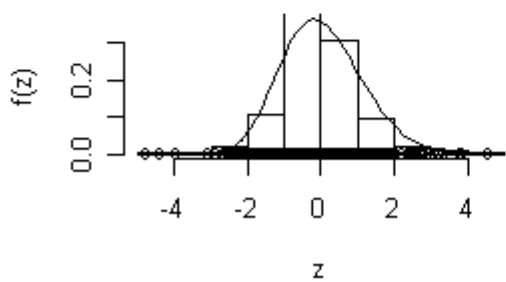
Probability Plot



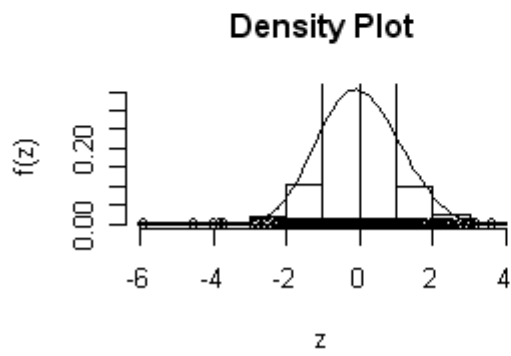
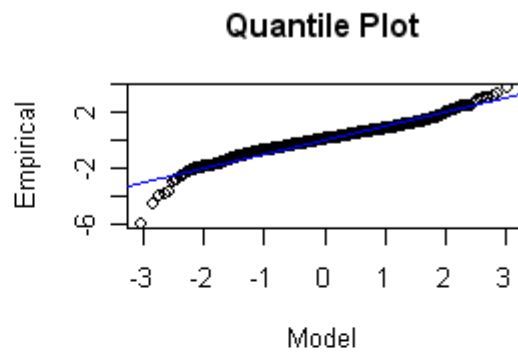
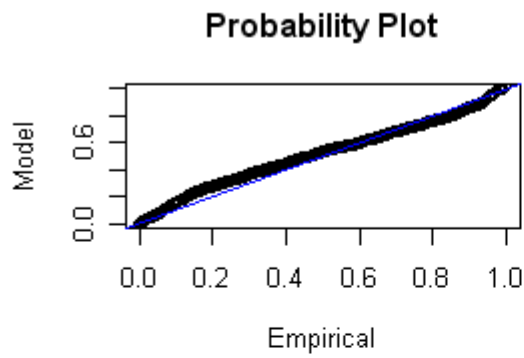
Quantile Plot



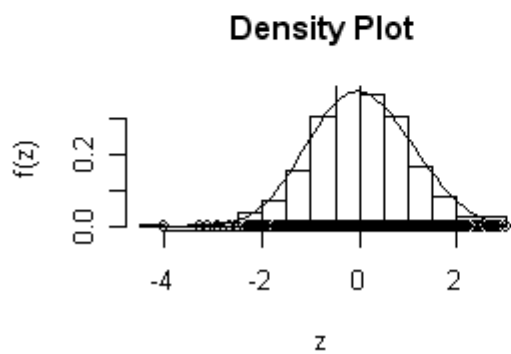
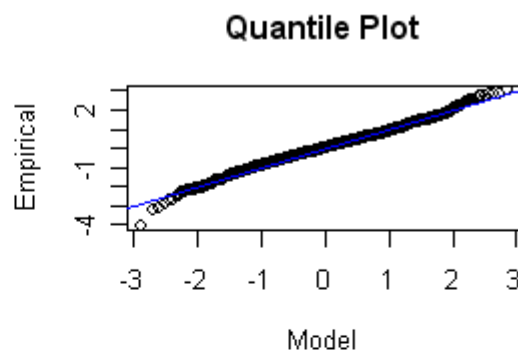
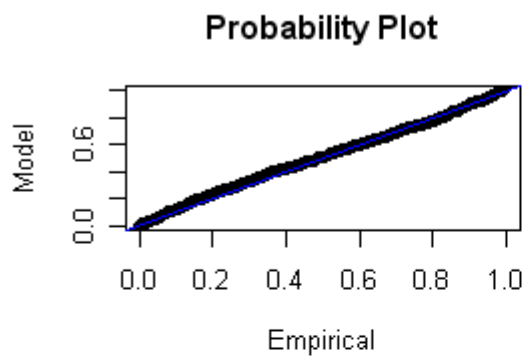
Density Plot



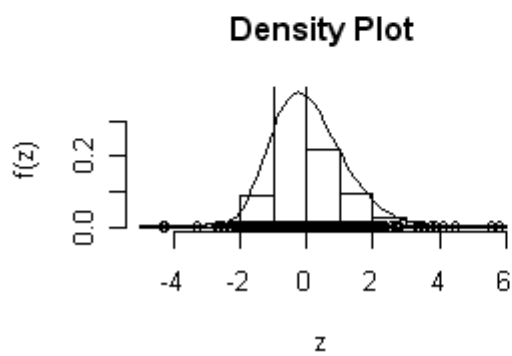
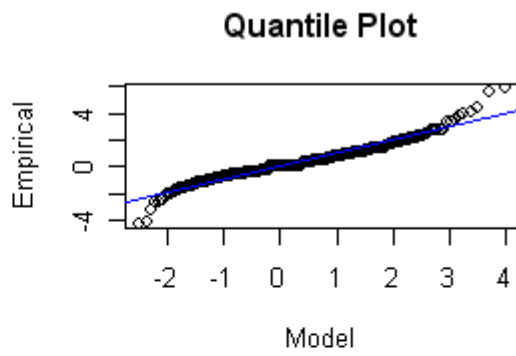
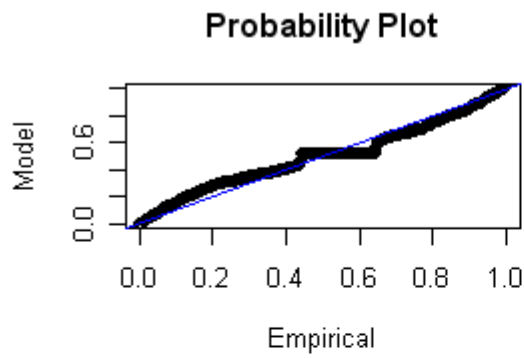
- Luxottica



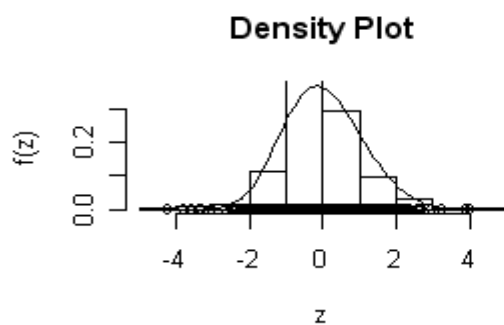
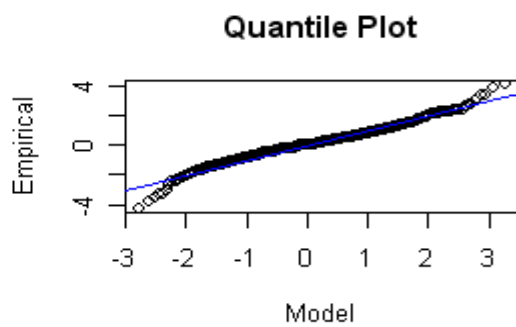
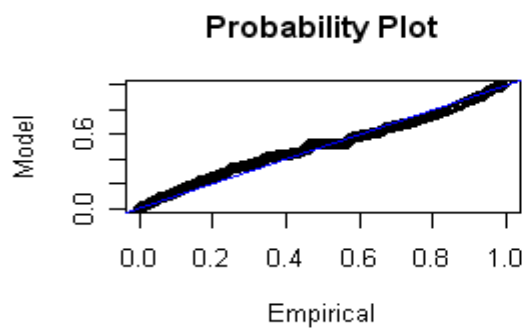
- San Paolo Imi



- Stefanel

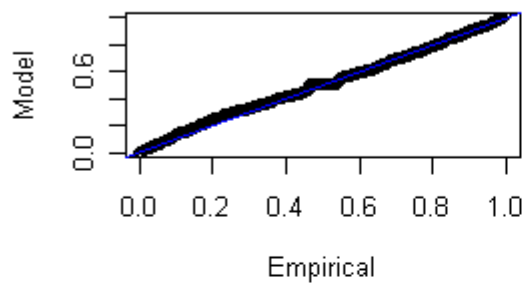


- Tim

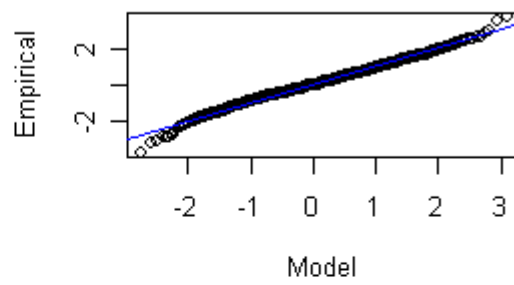


- Banca Intesa

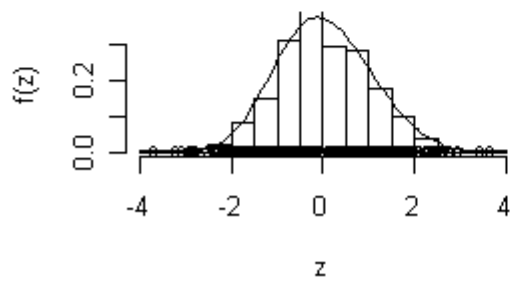
Probability Plot



Quantile Plot

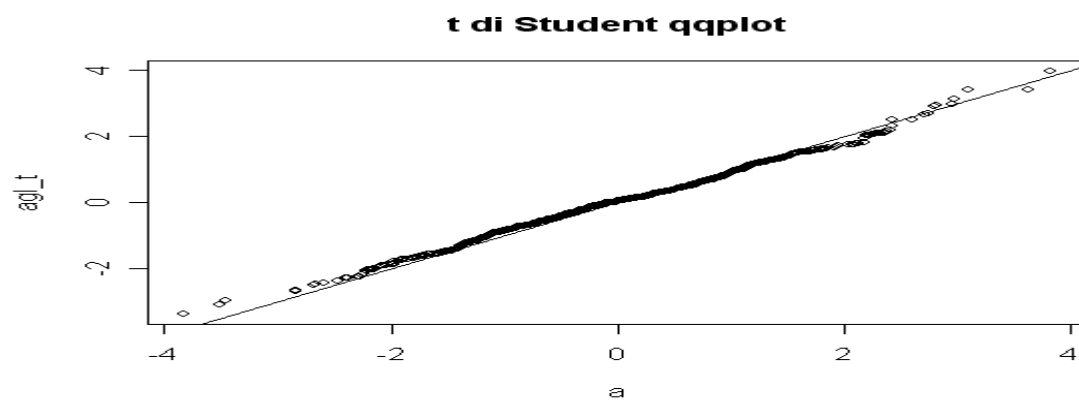
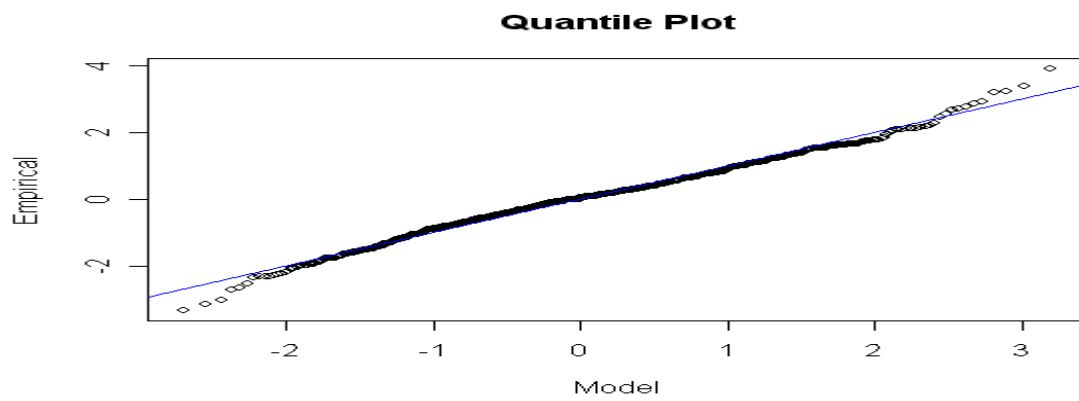
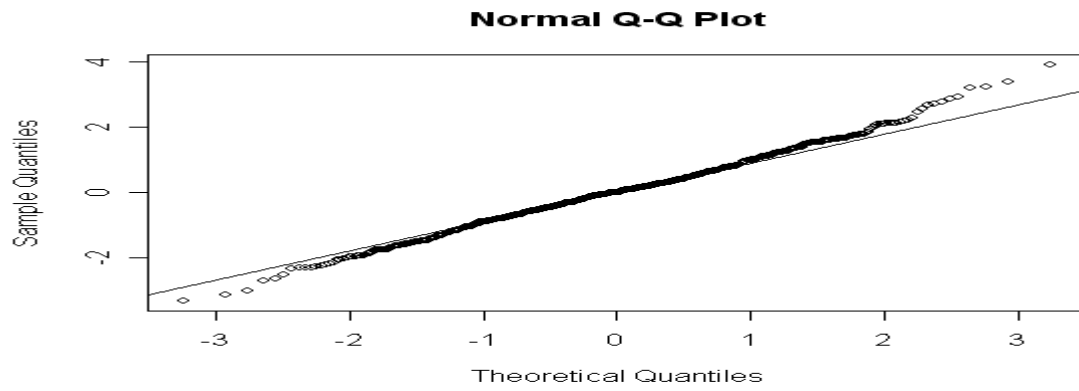


Density Plot

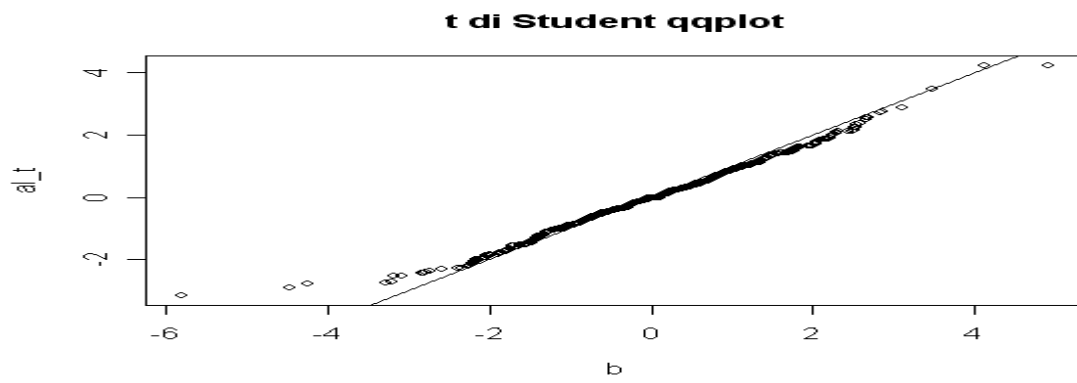
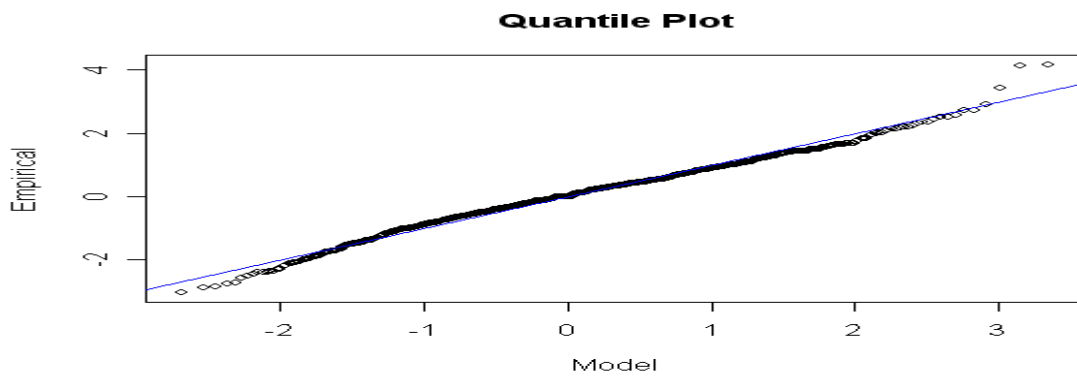
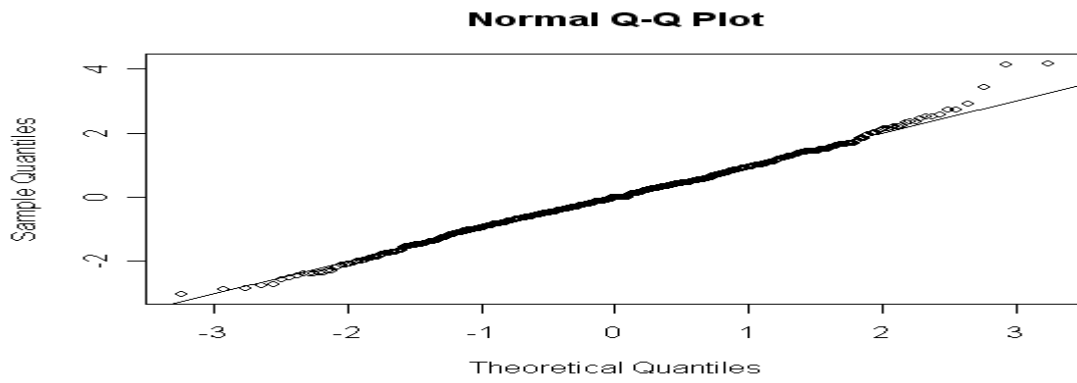


- QQPLOT a confronto

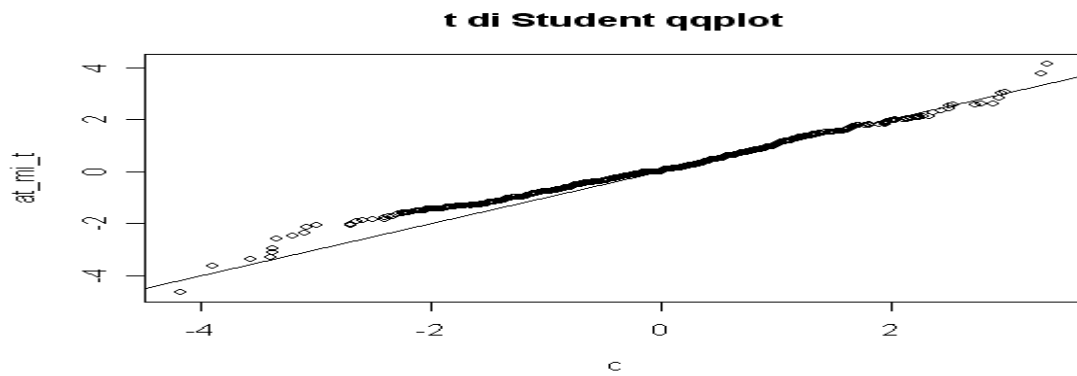
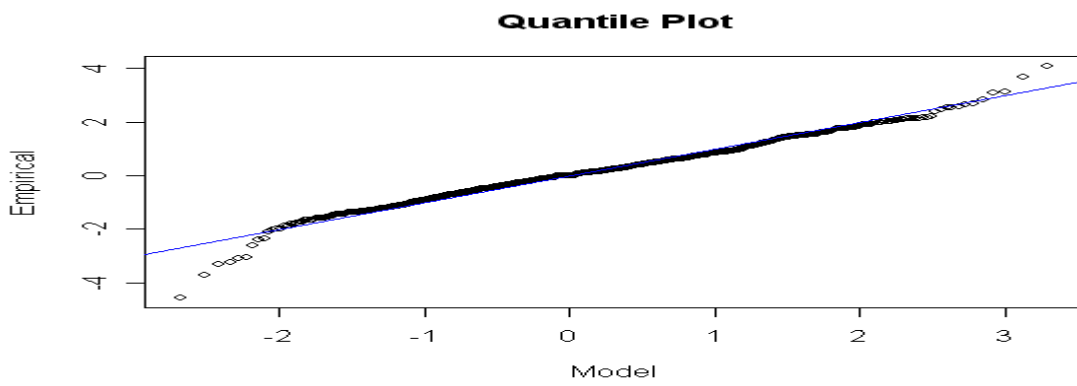
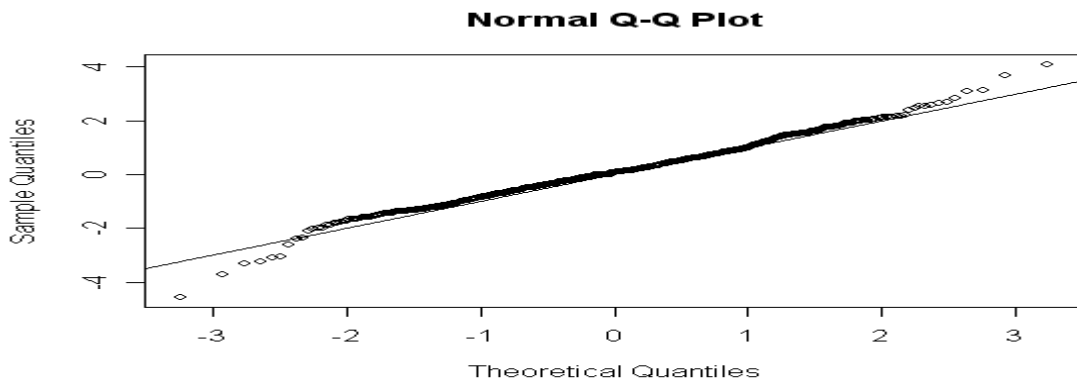
- Autogrill



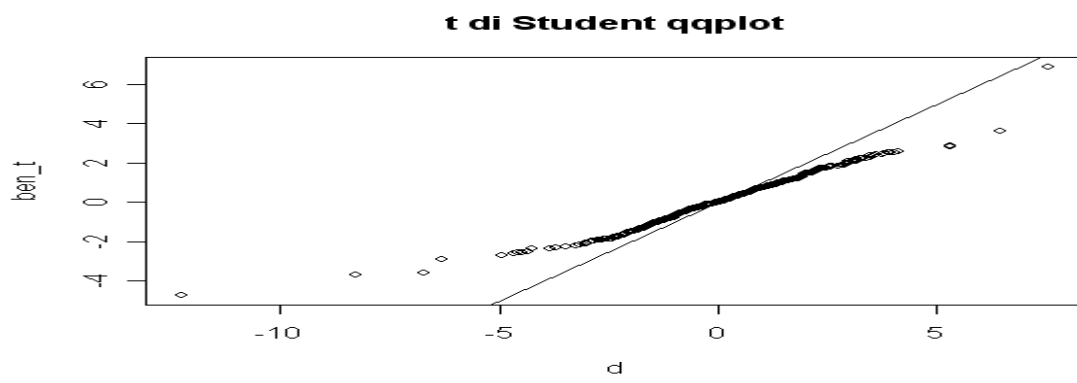
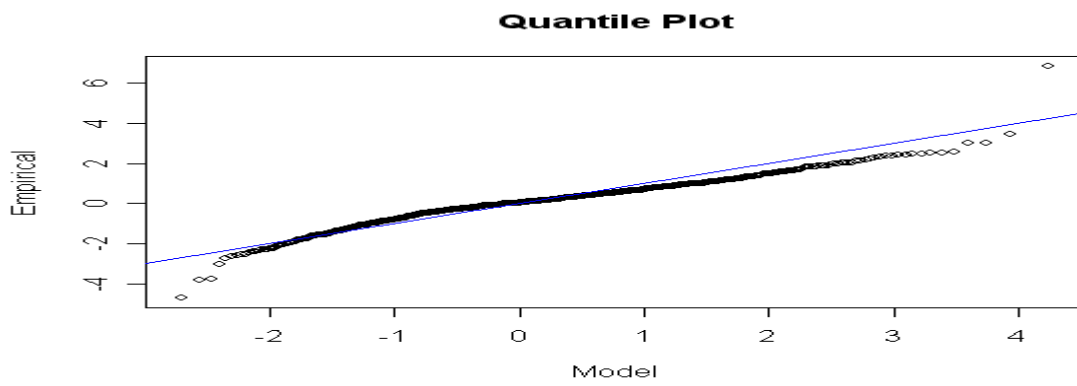
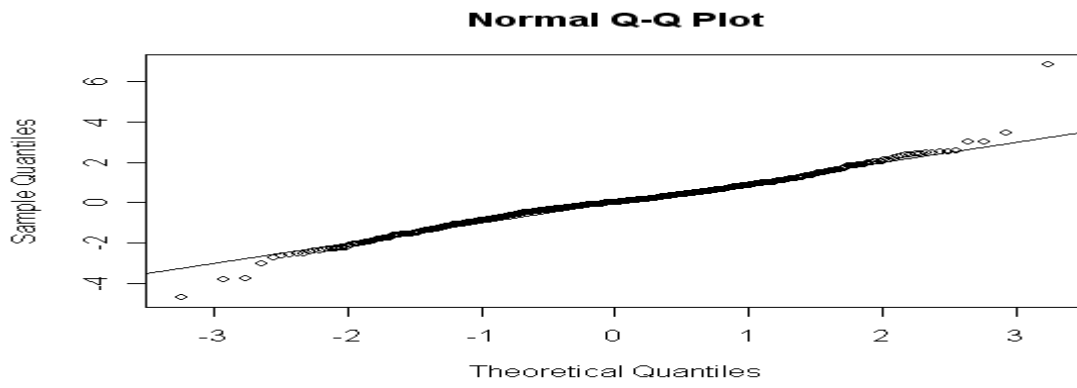
- Alleanza Assicurazioni



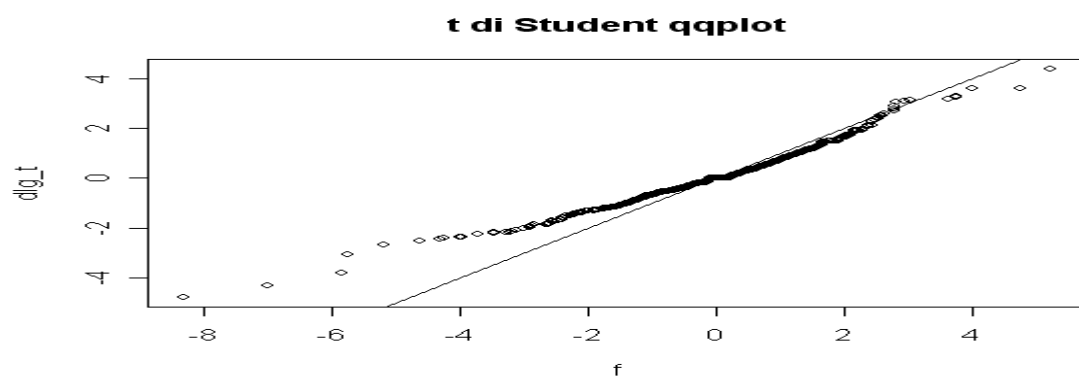
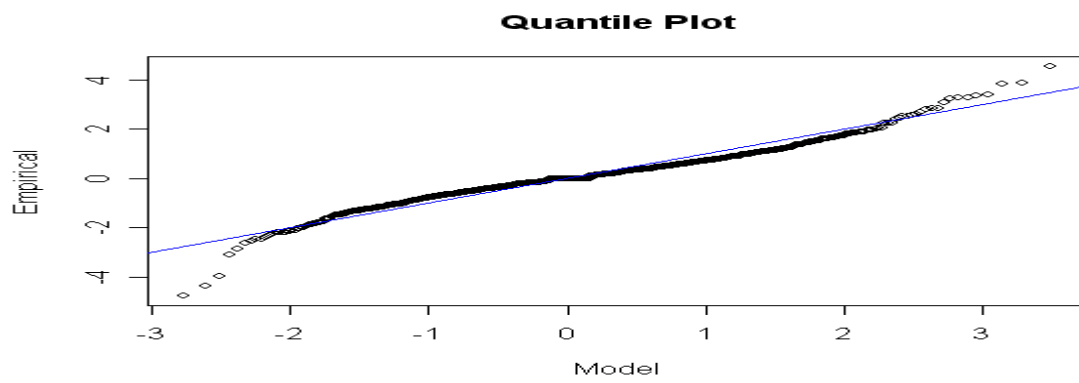
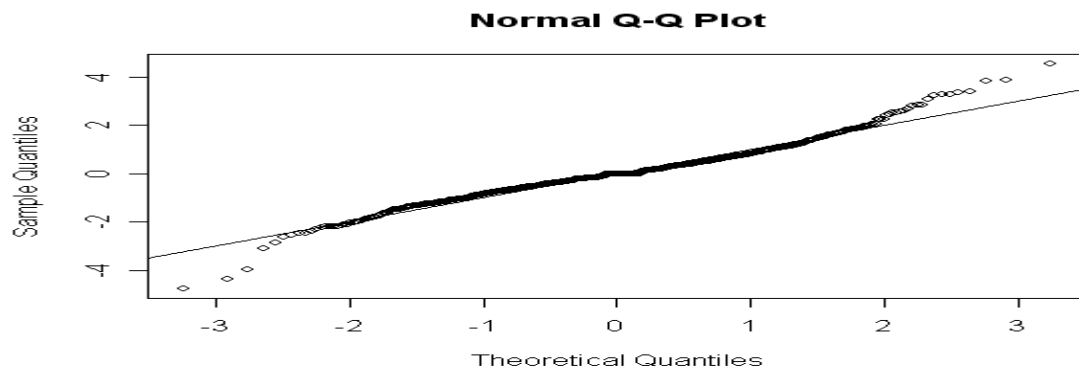
- Autostrade Torino-Milano



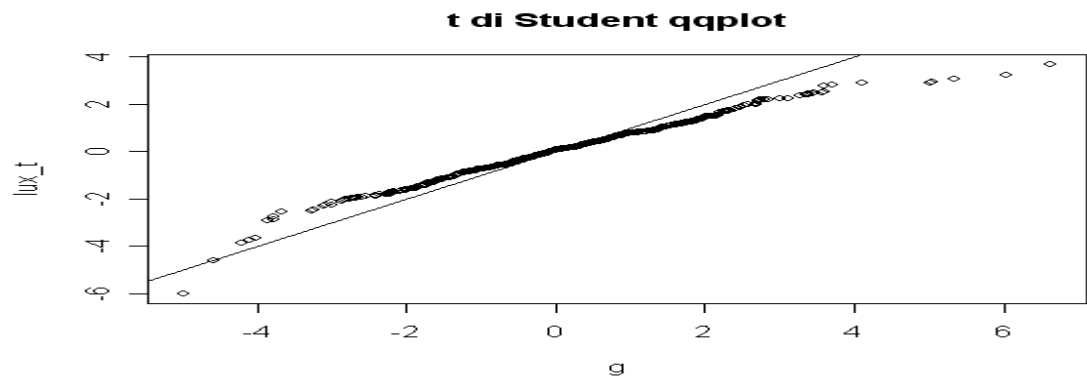
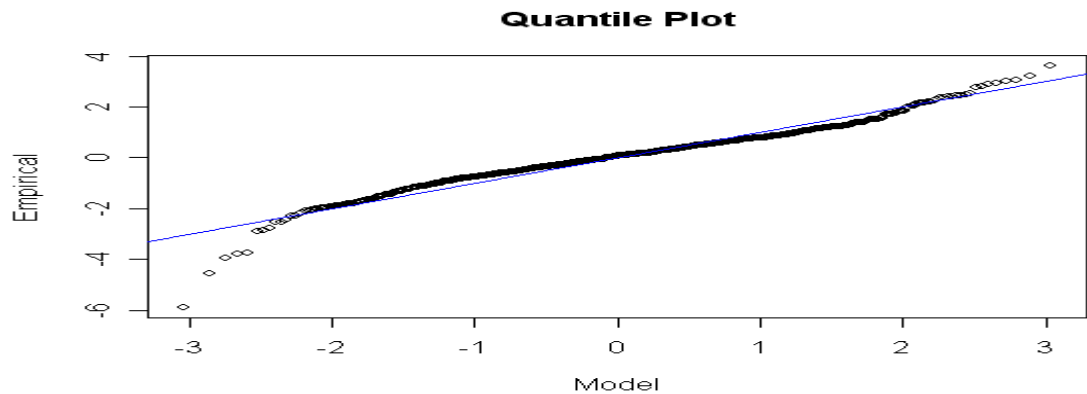
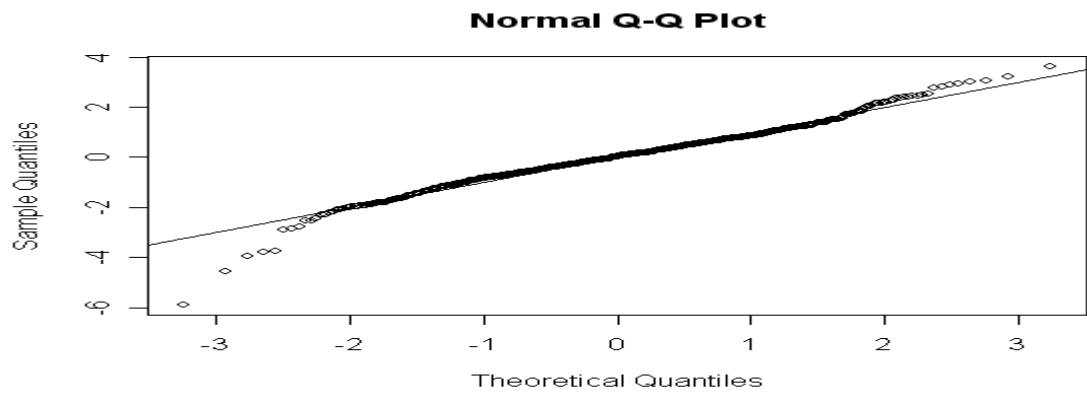
- Benetton



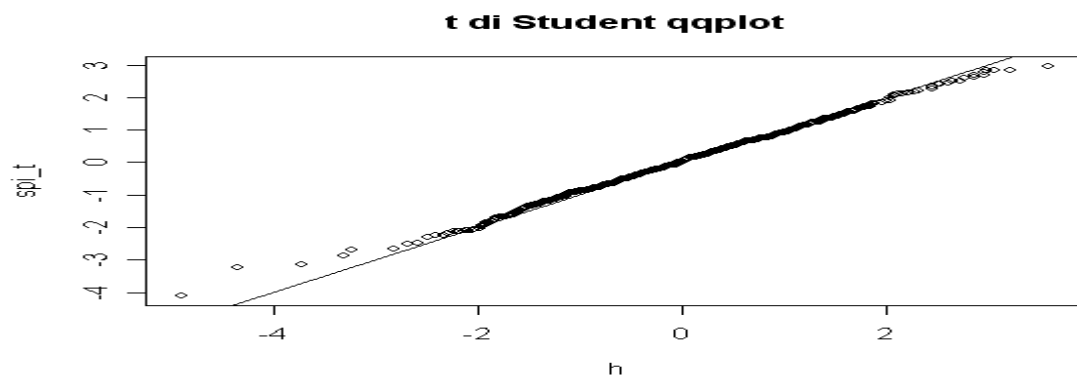
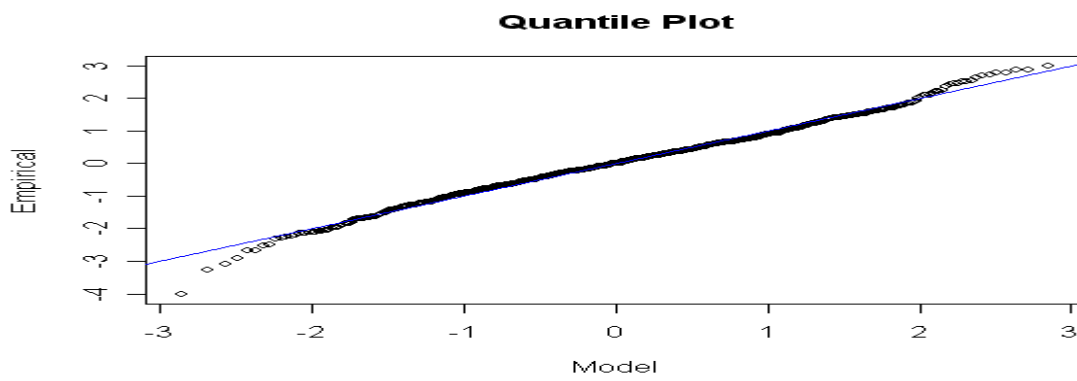
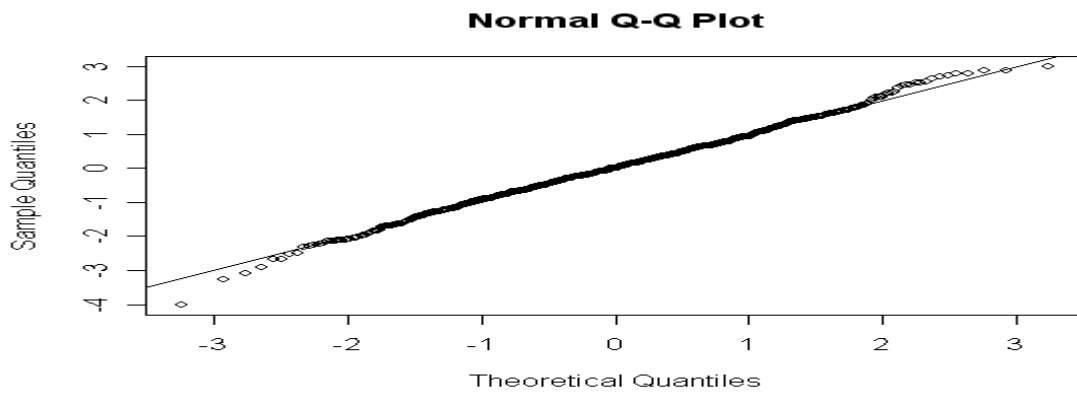
- De Longhi



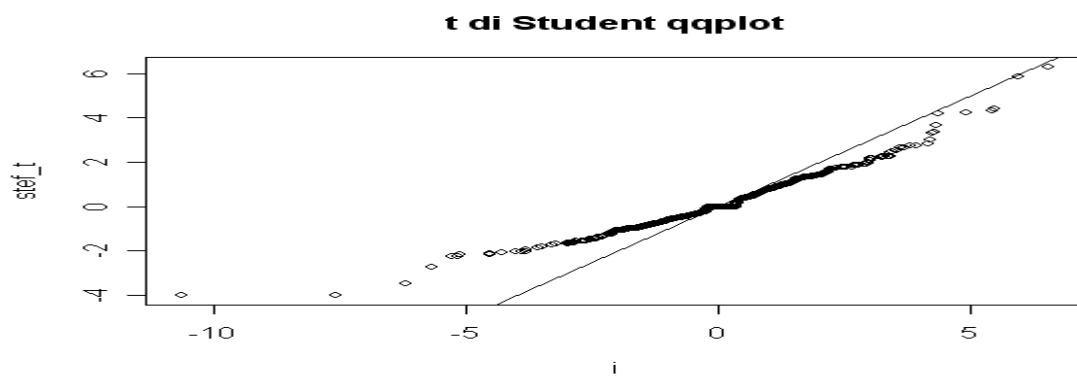
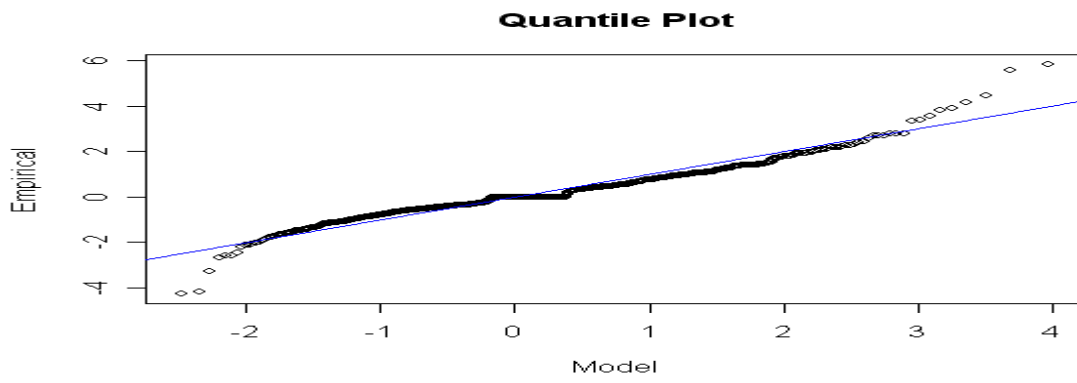
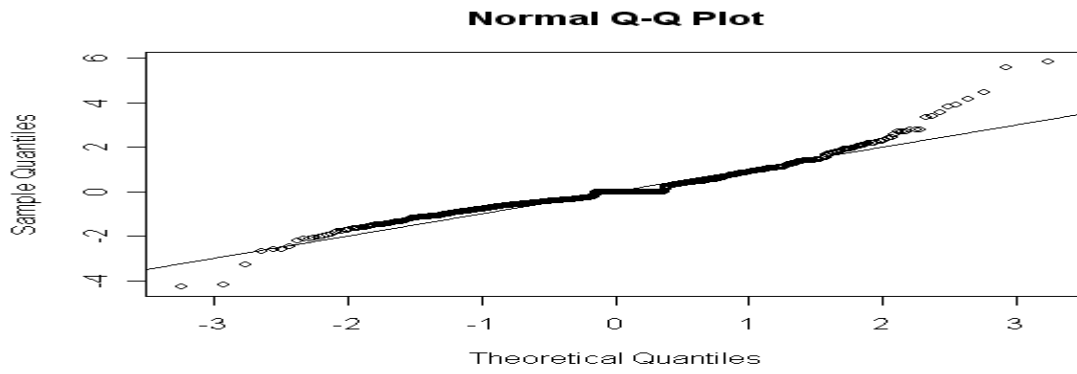
- Luxottica



- San Paolo Imi



- Stefanel



- Banca Intesa

