



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Modelli di formazione ed evoluzione planetaria

Relatore

Prof. Francesco Marzari

Laureando

Chiara De Piccoli

Anno Accademico 2019/2020

Indice

Introduzione	iii
1 La formazione di un sistema planetario	1
1.1 Struttura ed evoluzione del disco protoplanetario	1
1.2 Dinamica dei planetesimi e accrescimento del nucleo del protopianeta	5
1.3 Formazione dell'involucro di gas attorno al protopianeta	8
1.3.1 Attached Phase	10
1.3.2 Detached Phase	11
1.3.3 Evolutionary Phase	12
2 L'evoluzione di un sistema planetario.	13
2.1 Interazione disco-pianeta	13
2.1.1 Migrazione di tipo I	13
2.1.2 Migrazione di tipo II	14
2.2 Interazione tra pianeti	16
Conclusioni	17

Introduzione

L'esistenza di infiniti pianeti è un concetto presente già dai tempi dell'antica Grecia, che coinvolse menti brillanti come quelle di Epicuro, Aristotele e Cartesio. Quest'ultimo fu uno dei primi a cercare di formulare delle teorie che spiegassero l'esistenza di questi mondi lontani, che ora chiamiamo esopianeti, ipotizzando che le stelle si comportassero come il nostro Sole, rappresentando quindi il possibile centro di un sistema planetario. Un grandissimo ostacolo nella ricerca di prove a conferma della veridicità di questa teoria fu la mancanza di strumenti e tecniche adatte all'osservazione diretta dei pianeti extrasolari fino alla fine del XX secolo. Si sfruttarono perciò alcuni metodi indiretti riguardanti lo studio degli effetti provocati dalla possibile presenza di un pianeta in orbita attorno alla propria stella, come ad esempio il metodo astronomico, dell'occultazione e della misura della velocità radiale. Quest'ultimo si basa sulla misurazione delle variazioni periodiche della velocità della stella, dotata di una compagna orbitante, rispetto al centro di gravità del sistema, sfruttando l'effetto Doppler. Questa tecnica permise, nel 1995, la scoperta del primo pianeta extrasolare da parte degli astronomi svizzeri M. Mayor e D. Queloz (Nobel per la Fisica - 2019). Gli anni successivi, anche grazie allo sviluppo tecnologico realizzatosi, furono caratterizzati da numerosissime rivelazioni, fino ad arrivare a contare, al giorno d'oggi, più di 4000 esopianeti.

Questa tesi ha lo scopo di analizzare in maniera teorica la formazione e l'evoluzione dei sistemi planetari. In particolare, viene studiata nel dettaglio la teoria nota con il nome di Planet Population Synthesis, secondo il modello formulato da Y. Alibert, C. Mordasini e W. Benz (AMB), per definire le caratteristiche dei pianeti che si formano all'interno di popolazioni planetarie, partendo da determinate condizioni iniziali (Benz et al., 2014), e alcuni dei fenomeni che ne determinano l'evoluzione, come l'interazione mutua e la migrazione planetaria. In particolare, si osserva l'importanza di alcuni processi necessari allo sviluppo di questi sistemi, a partire dall'evoluzione di un disco protoplanetario che circonda una stella nelle prime fasi della sua evoluzione, fino alla formazione di veri e propri nuclei rocciosi in grado di accumulare il gas che li circonda, grazie alla loro gravità. Questa analisi è stata possibile solo grazie all'aumento degli esopianeti scoperti negli ultimi anni. Un campione sempre più numeroso, infatti, aumenta la significatività dei risultati di un'indagine statistica. Per questo è importante continuare ad investire sulla ricerca e sullo studio dei pianeti extrasolari, con missioni spaziali come TESS e CHEOPS, inviate nello spazio negli scorsi anni, o PLATO, in programma per il 2026, con lo scopo di osservare nuovi angoli dell'universo e ottenere informazioni sempre più dettagliate e accurate degli esopianeti che popolano la nostra galassia.

Capitolo 1

La formazione di un sistema planetario

L'origine di un sistema planetario è strettamente legata all'evoluzione di un disco protoplanetario, che circonda una stella nelle prime fasi della sua esistenza. I pianeti, infatti, si formano a seguito di lunghi processi che coinvolgono le polveri e i gas che costituiscono il disco e, pertanto, capirne la struttura e l'evoluzione è indispensabile. In questo capitolo si analizza la fisica coinvolta nella formazione di un sistema di pianeti secondo il modello teorico di Y. Alibert, C. Mordasini e W. Benz (AMB), partendo dallo studio dell'evoluzione di un disco protoplanetario, analizzando il passaggio da planetesimi a oggetti sempre più massivi fino alla formazione dell'involucro planetario, dovuto all'accrescimento del gas attorno al pianeta.

1.1 Struttura ed evoluzione del disco protoplanetario

Come accennato in precedenza, capire la struttura e l'evoluzione di un disco protoplanetario è di fondamentale importanza per poter studiare la nascita e lo sviluppo dei sistemi planetari, in quanto le polveri e i gas che lo costituiscono rappresentano il "serbatoio di alimentazione" dei pianeti.

Sono molte le evidenze sperimentali che raffigurano una stella, nelle prime fasi della sua evoluzione, in compagnia di un disco di accrescimento che la circonda. Ciò che si osserva più facilmente di questa struttura è la polvere, che emette nell'infrarosso e può essere osservata da strumenti come ALMA, ma il gas costituisce la componente predominante. Essendo quest'ultimo un fluido, è possibile studiare la struttura e l'evoluzione di un disco protoplanetario partendo dalle equazioni della fluidodinamica di Navier Stokes, che descrivono il comportamento dei fluidi e rappresentano rispettivamente le leggi di conservazione di massa, momento angolare ed energia:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot \rho \vec{u} = 0 \quad (1.1)$$

$$\rho \frac{D\vec{u}}{Dt} = -\nabla P + \rho \vec{f} \quad (1.2)$$

$$\rho \frac{De}{Dt} = \epsilon \rho - \nabla \vec{F} + \rho \vec{f} \cdot \vec{u} - \nabla \cdot (\rho \vec{u}) \quad (1.3)$$

In queste equazioni ρ indica la densità, \vec{u} il vettore velocità del fluido, \vec{f} rappresenta le forze esterne, P la pressione, ϵ indica la presenza di una sorgente di calore, \vec{F} il flusso di radiazione ed $e = \frac{1}{2} \vec{u}^2 + U$ descrive l'energia meccanica del sistema. Queste formule permettono di descrivere la struttura verticale e quella radiale del disco attraverso le coordinate cilindriche (r, ϕ, z) , tenendo conto della presenza di una sorgente termica, come la stella, e di una componente viscosa.

Prima di delineare le equazioni che ne descrivono la struttura, è necessario specificare alcune approssimazioni assunte nello studio dei dischi di accrescimento e, in particolare, nel modello teorico AMB,

secondo cui l'evoluzione del disco dipende dalla viscosità, definita dalla parametrizzazione di Shakura-Sunayev come $\nu = \alpha \frac{c_s^2}{\Omega}$, dove α è un parametro non costante che risiede in un range pari a $[0.1; 0.00001]$ e c_s indica la velocità del suono. In questo tipo di modello, noto col nome di "modello viscoso", il disco viene considerato sottile e asimmetrico, per cui vale l'approssimazione $z \ll r$ e la componente verticale della velocità del fluido è nulla, così come ogni variazione rispetto alla componente angolare ϕ . Il moto del fluido viene considerato di tipo kepleriano, perciò la sua frequenza di rotazione è pari a $\Omega_k = \sqrt{\frac{GM}{r^3}}$. Infine si pone il disco in approssimazione localmente isotermica, secondo cui, a livello locale la temperatura T non varia significativamente, e in approssimazione barotropica, dove la pressione dipende solo dalla densità, secondo la relazione $P = \frac{\rho RT}{\mu}$ che determina $\frac{dP}{d\rho} = \frac{RT}{\mu} = c_s^2$, dove μ indica il peso molecolare medio su unità di massa.

La struttura verticale del disco è governata da tre equazioni differenziali che descrivono rispettivamente l'equilibrio idrostatico del sistema, la variazione verticale del flusso di radiazione e la relazione tra F e il gradiente di temperatura in un disco otticamente spesso:

$$\frac{dP}{dz} = -\Omega^2 z \quad (1.4)$$

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \frac{9}{4} \rho \nu \Omega^2 \quad (1.5)$$

$$\frac{dT}{dz} = -\frac{3k\rho}{16\sigma T^3} F \quad (1.6)$$

dove k indica l'opacità e σ la costante di Stefan-Boltzmann. Queste equazioni vengono risolte con l'utilizzo di tre condizioni al contorno, che definiscono i valori della pressione, del flusso e della temperatura sulla superficie del disco, indicati da P_s , F_s e T_s .

L'equazione di equilibrio idrostatico prevede il bilanciamento, lungo la componente verticale, delle forze di pressione e di gravità che caratterizzano il disco. Avendo assunto $u_z = 0$, infatti, deve verificarsi che:

$$\frac{\partial P}{\partial z} = \rho \frac{\partial \psi}{\partial z} \quad (1.7)$$

dove ψ è il potenziale gravitazionale, che dipende sia dalla gravità della stella che da quella propria del disco, seppur in una componente trascurabile, essendo la massa di quest'ultimo inferiore rispetto a quella della stella. In particolare questa approssimazione si assume per $M_{\text{disk}} \leq 0.1 M_{\odot}$, mentre per masse superiori, il contributo gravitazionale dovuto al disco non è più irrilevante. Il potenziale è, quindi, definito come $\psi = \psi_* = \frac{GM_*}{\sqrt{r^2 + z^2}}$ e la (1.7) diventa:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = -\Omega_k^2 z \quad \rightarrow \quad c_s^2 \frac{d\rho}{dz} \frac{1}{\rho} = -\Omega_k^2 z$$

dove la validità dell'ultimo passaggio la si giustifica ponendosi in approssimazione localmente isoterma e barotropica. Risolvendo quest'equazione differenziale a variabili separabili si ottiene il profilo di densità verticale del disco:

$$\rho(z) = \rho_0 e^{-\frac{z^2}{2H^2}} \quad (1.8)$$

dove $\rho_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \frac{\Sigma}{H}$ e $H = \frac{c_s}{\Omega_k}$, chiamata altezza di scala, rappresenta lo spessore del disco.

Nella condizione di equilibrio termico e considerando il disco sottile, l'equazione di Navier-Stokes (1.3) fornisce una relazione di bilanciamento tra l'energia dovuta alla radiazione della stella e quella dissipata dalla viscosità:

$$\nabla \vec{F} = \rho \vec{f} \cdot \vec{u}$$

Sapendo che la forza viscosa f agisce solamente lungo la componente angolare, si ottiene che gli unici termini che sopravvivono sono:

$$\frac{\partial F}{\partial z} = \rho f_{\phi} u_{\phi} = -\frac{3}{2} \rho \nu r \Omega^2$$

dove $f_\phi = \left(\frac{\partial u_\phi}{\partial t} + u \frac{\partial u_\phi}{\partial r} - \frac{u_\phi u}{r} \right)$, ottenuta dalla componente ϕ di (1.2), e $u_\phi = r\Omega$. Assumendo la velocità radiale del disco pari a $u = -\frac{3}{2}\frac{\nu}{r}$, si ricava (1.5).

La terza equazione necessaria per descrivere la struttura verticale di un disco prevede che questo sia otticamente spesso. Lo spessore ottico è dovuto alla polvere, che costituisce la sorgente principale di opacità k , ed è definito come $\tau(z) = \int_0^z \rho k dz$. L'equazione, quindi, tenendo conto dell'opacità del disco, è descritta dalla relazione tra il gradiente di temperatura e il flusso di radiazione ed è data dalla (1.6).

Le condizioni al contorno che mi permettono di risolvere le tre equazioni differenziali appena descritte, definiscono i valori di pressione, flusso di radiazione e temperatura sulla superficie del disco ($z = H$). La prima viene ricavata dall'equazione (1.7), eseguendo una integrazione rispetto alla profondità ottica $\tau(z)$, tra i suoi valori sulla superficie del disco e ad infinito, ossia $\tau(H)$ e $\tau(\infty)$:

$$P = \int_{\tau(H)}^{\tau(\infty)} \frac{\Omega^2 z}{k} d\tau = \frac{\Omega^2 z}{k} \int_{\tau(H)}^{\tau(\infty)} d\tau = \frac{\Omega^2 z}{k} \tau_{ab}$$

dove τ_{ab} indica la profondità ottica sopra il disco. Poichè la pressione che specifica la condizione al contorno è quella relativa alla superficie del disco allora:

$$P_s = \frac{\Omega^2 H}{k} \tau_{ab}$$

Il flusso di radiazione F_s è ottenuto integrando in z l'equazione (1.5), tra $z = 0$ e $z = H$, verificando che:

$$F = \frac{9}{4} \nu \Omega^2 \int_0^H \rho dz = \frac{9}{8} \nu \Omega^2 \Sigma$$

dove $\Sigma = \int_{-H}^H \rho dz$ è la densità superficiale del disco. L'evoluzione di un disco dipende in particolare dalla quantità di massa destinata all'accrescimento della stella trasportata verso di essa a causa della viscosità. Questa grandezza viene definita Mass Accretion Rate ed è descritta dalla seguente relazione: $\dot{M} = 3\pi\nu\Sigma$. Poichè in un disco viscoso, la maggior parte della massa è concentrata sul piano mediano del disco, allora è possibile riscrivere il flusso di radiazione in funzione di \dot{M} , ottenendo:

$$F_s = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \Omega^2$$

L'ultima condizione al contorno riguarda la temperatura T_s . Il profilo termico di un disco è determinato dal bilanciamento tra il calore ceduto per irradiazione della stella centrale e quello prodotto per dissipazione di energia, dovuto alla viscosità. In termini di flusso di radiazione, si può osservare che il valore F_s sulla superficie è costituito dal contributo della radiazione stellare e quello della viscosità. Il primo è pari a $F_- = -\sigma T_b^4$ e rappresenta la radiazione di corpo nero. Il secondo invece può essere ottenuto in due modi: dalla sottrazione tra F_s e F_- , oppure in funzione della densità di energia E , ottenuta dalla (1.3), considerando un disco sottile. Si ottiene perciò:

$$F_+ = F_s - F_- = \frac{3}{8\pi} \dot{M} \Omega^2 + \sigma T_b^4$$

$$\begin{cases} E = \frac{2}{c} (F_+ - F_-) \\ \frac{\partial F}{\partial z} = \rho k c (aT^4 - E) \end{cases} \Rightarrow F_+ = 2\sigma T_s^4 - \sigma T_b^4 - \frac{9\alpha c_s^2 \Omega}{8k_s}$$

dove $a = \frac{4\sigma}{c}$ è la costante di radiazione. Eguagliando le due relazioni per il flusso F_+ si ottiene la condizione al contorno associata alla temperatura:

$$2\sigma (T_s^4 - T_b^4) - \frac{9\alpha c_s^2 \Omega}{8k_s} - \frac{3}{8\pi} \dot{M} \Omega^2 = 0$$

Nelle prime fasi di evoluzione del disco, il calore fornito dalla radiazione di corpo nero può essere trascurato, essendo predominante il contributo dovuto alla viscosità del disco. Con questa approssimazione quindi è possibile riscrivere T_s come:

$$T_s = T_{s,\text{visc}} = \left(\frac{F_s}{2\sigma} \right)^{\frac{1}{4}}$$

Per quanto riguarda la struttura radiale del disco, la densità superficiale Σ può essere calcolata esplicitamente considerando il profilo di densità verticale $\rho(z)$, descritto dalla equazione (1.8). In questo modo si ottiene:

$$\Sigma = \int_{-H}^H \rho(z) dz = \rho_0 H \sqrt{2\pi}$$

L'evoluzione radiale, invece, viene influenzata dalla viscosità ed è descritta dalla seguente equazione

$$\frac{d\Sigma}{dt} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\sqrt{r} \frac{\partial}{\partial r} \nu \Sigma \sqrt{r} \right] + \dot{\Sigma}_w(r) + \dot{Q}_{planet}(r) \quad (1.9)$$

dove il primo termine si ricava dall'equazione di continuità e dalla conservazione del momento angolare lungo la componente ϕ , a cui è associato un termine di forza viscosa f_ϕ . Invece, $\dot{\Sigma}_w(r)$ rappresenta il contributo dato dal processo di fotoevaporazione e $\dot{Q}_{planet}(r)$ descrive la componente di gas del sistema che viene accumulata dai pianeti in formazione all'interno del disco.

Si derivano singolarmente i vari contributi di (1.9), partendo da quello dovuto alla viscosità del disco. Si considera un anello di fluido di raggio r e spessore dr , in cui le regioni interna ed esterna si muovono in direzione opposta sotto l'azione della forza del gas, generando frizione e, quindi, dissipando energia. Queste due forze determinano un momento totale pari a

$$T = F_{in} r_{in} - F_{out} r_{out} = 2\pi \frac{d}{dr} \left(r^2 \nu \Sigma r \frac{d\Omega}{dr} \right) dr$$

dove $r_{in} = r - \frac{dr}{2}$, $r_{out} = r + \frac{dr}{2}$ e le forze sono date da $F = 2\pi r^2 \nu \frac{d\Omega}{dr} \Sigma$, calcolate ai rispettivi raggi. Dividendo T per la massa dell'anello di fluido, pari a $M = 2\pi r dr \Sigma$, si ricava una relazione con la forza viscosa f_ϕ , associata alla componente ϕ dell'equazione della conservazione del momento angolare per unità di massa $J = r\Omega^2$, tale che:

$$\frac{T}{M} = f_\phi r = \frac{DJ}{Dt} = \frac{1}{r\Sigma} \frac{d}{dr} \left(r^3 \nu \Sigma \frac{d\Omega}{dr} \right)$$

Inoltre, integrando rispetto a z la funzione di Navier-Stokes (1.1) della conservazione della massa e ponendosi nell'approssimazione di disco sottile e asimmetrico, si ottiene la relazione per Σ :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \nabla \cdot (u\Sigma) = \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru\Sigma) = 0$$

Risolvendo un sistema tra le equazioni appena ottenute, si ricava il primo termine di $\frac{\partial \Sigma}{\partial t}$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru\Sigma) = 0 \\ \frac{DJ}{Dt} = u \frac{\partial J}{\partial r} = \frac{1}{r\Sigma} \frac{d}{dr} \left(r^3 \nu \Sigma \frac{d\Omega}{dr} \right) \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[\sqrt{r} \frac{\partial}{\partial r} \nu \Sigma \sqrt{r} \right]$$

Se si considerasse solamente la perdita di materiale del disco dovuta alla viscosità e all'accrescimento della stella centrale, esso dovrebbe sopravvivere per molto più tempo di ciò che si osserva in realtà. Aggiungendo all'evoluzione il contributo dei processi di fotoevaporazione e di accumulo di gas attorno ai pianeti, il disco si estingue molto prima del previsto, su tempi scala confrontabili con le osservazioni. Mediante il processo di fotoevaporazione, una parte del gas viene ionizzata dalla radiazione stellare e evapora dopo aver raggiunto temperature elevate di circa 10^4 K, determinando quindi una perdita di massa nel disco. La radiazione può provenire direttamente dalla stella centrale oppure da stelle massive vicine. Nel primo caso si parla di fotoevaporazione interna. Questa avviene oltre un certo

raggio, definito raggio gravitazionale $R_{g,II}$, che rappresenta il confine oltre il quale le particelle di gas colpite dalla radiazione si allontanano dal disco, avendo ricevuto abbastanza energia da vincere l'attrazione gravitazionale del sistema. Questo raggio, per stelle di massa $M_* = 1 M_\odot$, è pari a circa 7AU ed è accompagnato dal parametro β_{II} , il quale indica che alcune perdite di massa avvengono già all'interno del disco. In particolare, il contributo all'evoluzione radiale dovuto alla fotoevaporazione interna è pari a

$$\dot{\Sigma}_{w,int} = \begin{cases} 0 & r < \beta_{II} R_{g,II} \\ 2c_{s,II} n_0(r) m_H & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove $n_0(r) \propto r^{-\frac{5}{2}}$ indica la densità del gas ionizzato e dipende dalla intensità del flusso di radiazione. Si chiama invece fotoevaporazione esterna il processo dovuto alla radiazione di stelle massive vicine al disco. In questo caso la perdita di massa è definita rispetto al raggio gravitazionale $\beta_I R_{g,I}$, di circa 140 AU per una stella di $1 M_\odot$, ed è quantificata dalla seguente relazione

$$\dot{\Sigma}_{w,ext} = \begin{cases} 0 & r \leq \beta_I R_{g,I} \\ \frac{\dot{M}_{w,ext}}{\pi(r_{max}^2 - \beta_I^2 R_{g,I}^2)} & \text{altrimenti} \end{cases}$$

dove R_{max} indica il raggio esterno del disco e $\dot{M}_{w,ext}$ la perdita di massa totale dovuta alla fotoevaporazione, parametro che viene assunto in modo tale che l'evoluzione del disco, insieme al contributo della viscosità, sia in accordo con le osservazioni (Benz et al., 2014).

L'ultimo elemento che influenza l'evoluzione di un disco riguarda l'accumulo di gas attorno ai pianeti in formazione nel disco. Questi infatti, una volta formato il nucleo dall'aggregazione di polvere e planetesimi sono in grado di attirare a sè parte del gas che li circonda, entro il cosiddetto raggio di Hill, distanza massima di influenza gravitazionale

$$R_H = a \left(\frac{M_p}{3M_*} \right)^{\frac{1}{3}} \quad (1.10)$$

dove M_p indica la massa del pianeta, a il suo semiasse maggiore e M_* la massa della stella centrale (Benz et al., 2014).

1.2 Dinamica dei planetesimi e accrescimento del nucleo del protopianeta

Il serbatoio di alimentazione di un sistema planetario è costituito dalla polvere e dal gas che si trovano nel disco circumstellare. Nel processo di formazione di un pianeta si possono distinguere diverse fasi. La prima consiste nell'accumulo della polvere in planetesimi sempre più massivi, sotto l'azione del gas e della loro interazione reciproca. Inizialmente si assiste alla cosiddetta runaway growth in cui alcuni corpi crescono più rapidamente degli altri formando una popolazione di protopianeti. Successivamente si passa all'evoluzione oligarchica in cui soltanto i protopianeti continuano ad aumentare la propria massa. La seconda fase, invece, prevede la formazione di un involucro gassoso grazie all'attrazione gravitazionale di quello che è ormai diventato il nucleo planetario, in grado di catturare il gas che lo circonda.

In questo paragrafo si analizzano nel dettaglio i processi che avvengono al primo stadio, seguendo la teoria AMB di formazione di un sistema planetario. La collisione della polvere all'interno del disco genera dei corpi sempre più massicci, che prendono il nome di planetesimi, le cui dimensioni possono variare da 1 a 100 km. Osservando la loro composizione, dettata dalla posizione che occupano rispetto alla stella centrale, possono essere suddivisi in due categorie: planetesimi rocciosi e ghiacciati. I primi risiedono nella zona delimitata dalla "ice line", ossia la distanza alla quale la temperatura del disco scende al di sotto di quella di condensazione del ghiaccio, pari a circa 160K (Benz et al., 2014). Oltre questo confine, invece, si trovano quelli formati prevalentemente da ghiaccio. In particolare, secondo

il modello AMB, la densità superficiale Σ dei planetesimi è proporzionale alla densità superficiale del gas Σ_{gas} e dipende sia dal rapporto tra la componente rocciosa e ghiacciata $f_{R/I}$, assunto pari a 1/4 dentro la ice line e ad 1 all'esterno, che da quello tra la quantità di polvere e di gas nel disco $f_{D/G} \sim 1/100$, condizionato dalla metallicità della stella centrale:

$$\Sigma(r, t = 0) = f_{D/G} f_{R/I}(r) \Sigma_{gas}(r, t = 0) \quad (1.11)$$

(Fortier, 2013).

E' fondamentale comprendere la dinamica con cui interagiscono tra loro polvere, planetesimi e gas. I processi che la influenzano riguardano l'azione del gas sui planetesimi e l'interazione mutua tra oggetti di masse simili o differenti per diversi ordini di grandezza. La teoria AMB sfrutta le equazioni dell'evoluzione dell'eccentricità e e dell'inclinazione i dell'orbita di questi corpi:

$$\frac{de^2}{dt} = \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{drag} + \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{VS,M} + \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{VS,m} \quad (1.12)$$

$$\frac{di^2}{dt} = \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{drag} + \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{VS,M} + \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{VS,m} \quad (1.13)$$

In queste equazioni il primo termine rappresenta il contributo dovuto all'azione del gas, il secondo quello dato dall'interazione con un protopianeta di massa M , il terzo invece la mutua interazione tra planetesimi di ugual massa.

I planetesimi, approssimati ad oggetti sferici di raggio r , massa m e densità ρ , si muovono con una velocità relativa v rispetto al gas e, a seconda delle loro dimensioni, possono subire un'evoluzione differente. Si distinguono infatti il regime di Epstein, di Stokes e quello quadratico. Nel primo caso, il gas si comporta come una particella. Infatti il cammino libero medio delle molecole che lo compongono, definito da λ , è maggiore rispetto al raggio r del planetesimo, e, di conseguenza, le variazioni di eccentricità ed inclinazione associate a questo regime sono

$$\begin{aligned} \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{drag,e} &= -e^2 \frac{c_s \rho_{gas}}{\rho r} \\ \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{drag,e} &= -\frac{i^2}{2} \frac{c_s \rho_{gas}}{\rho r} \end{aligned}$$

Nel regime di Stokes e in quello quadratico, invece, il gas viene visto come un fluido, in cui $r \geq \lambda$. In particolare, le due tipologie vengono distinte in termini del numero di Reynolds $Re_{mol} = \frac{vr}{\nu_{mol}}$, dove $\nu_{mol} = \frac{\lambda c_s}{3}$ è la viscosità molecolare. Se $Re_{mol} < 20$, il regime è quello di Stokes e il contributo alla variazione degli elementi orbitali è descritto dalle seguenti relazioni:

$$\begin{aligned} \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{drag,s} &= -\frac{3}{2} \frac{\lambda c_s \rho_{gas} e^2}{\rho r^2} \\ \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{drag,s} &= -\frac{3}{4} \frac{\lambda c_s \rho_{gas} i^2}{\rho r^2} \end{aligned}$$

Se invece, $Re_{mol} \geq 20$, la dinamica tra gas e planetesimi è descritta dal regime quadratico e le equazioni differenziali ad esso associate sono definite come segue:

$$\begin{aligned} \left(\frac{de^2}{dt} \right)_{drag,q} &= -\frac{2e^2}{\tau_{drag}} \left(\frac{9}{4} \eta^2 + \frac{9}{4\pi} \xi^2 e^2 + \frac{1}{\pi} i^2 \right)^{1/2} \\ \left(\frac{di^2}{dt} \right)_{drag,q} &= -\frac{i^2}{\tau_{drag}} \left(\eta^2 + \frac{1}{\pi} \xi^2 e^2 + \frac{4}{\pi} i^2 \right)^{1/2} \end{aligned}$$

In queste equazioni $\tau_{drag} = \frac{8\rho r}{3C_D \rho_{gas} v_k}$ rappresenta il tempo di azione del gas drag, dove $C_D \simeq 0.7$ è il coefficiente associato alla forza, $\eta(a) = -\frac{1}{2\Omega^2 a \rho_{gas}} \frac{dP}{da}$ invece è un valore che dipende dalla distanza a

dalla stella centrale del planetesimo, dalla densità del gas e dal gradiente di pressione $\frac{dP}{da}$ e, infine, ξ assume un valore pari a ~ 1.211 . (Rafikov, 2004; Fortier et al., 2013).

Il secondo termine nelle equazioni (1.12) e (1.13), dovuto alla presenza di un protopianeta di massa M e periodo orbitale P_{orb} , è dato dai seguenti contributi:

$$\left(\frac{de^2}{dt}\right)_{VS,M} = \left(\frac{M}{3bM_*P_{orb}}\right) P_{VS}$$

$$\left(\frac{di^2}{dt}\right)_{VS,M} = \left(\frac{M}{3bM_*P_{orb}}\right) Q_{VS}$$

dove b indica la larghezza della regione da cui il pianeta ricava materiale per il suo accrescimento, nota come zona di alimentazione, e le funzioni P_{VS} e Q_{VS} , dipendenti dai valori ridotti di eccentricità ed inclinazione, pari rispettivamente a $\tilde{e} = \frac{e}{h_M}$ e $\tilde{i} = \frac{i}{h_M}$, con $h_M = \left(\frac{M+m}{3M_*}\right)^{1/3}$ il raggio di Hill ridotto tra il planetesimo di massa m e il protopianeta di massa M , sono definite dalle seguenti formule, ottenute da apposite simulazioni numeriche

$$P_{VS} = \left[\frac{73\tilde{e}^2}{10\Lambda^2}\right] \ln(1 + 10\Lambda^2\tilde{e}^2) + \left[\frac{72I_{PVS}(\beta)}{\pi\tilde{e}\tilde{i}}\right] \ln(1 + \Lambda^2)$$

$$Q_{VS} = \left[\frac{4\tilde{i}^2 + 0.2\tilde{i}\tilde{e}^3}{10\Lambda^2\tilde{e}}\right] \ln(1 + 10\Lambda^2\tilde{e}^2) + \left[\frac{72I_{QVS}(\beta)}{\pi\tilde{e}\tilde{i}}\right] \ln(1 + \Lambda^2)$$

con $\Lambda = \tilde{i}\frac{(\tilde{e}^2 + \tilde{i}^2)}{12}$ e I_{PVS} e I_{QVS} approssimate per $0 < \beta < 1$ a

$$I_{PVS}(\beta) \approx \frac{\beta - 0.36251}{0.061547 + 0.16112\beta + 0.054473\beta^2}$$

$$I_{QVS}(\beta) \approx \frac{0.71946 - \beta}{0.21239 + 0.49764\beta + 0.14369\beta^2}$$

(Chambers, 2006). L'influenza dovuta alla presenza del protopianeta dipende anche dalla distanza a cui si trova rispetto ai planetesimi. In particolare, il suo contributo diminuisce all'aumentare della distanza tra i due oggetti, confinando quindi la perturbazione causata dal core massivo alle sue vicinanze (Benz et al., 2014).

Infine, il terzo termine presente in (1.12) e (1.13), descrive l'interazione mutua tra planetesimi di uguale massa, caratterizzati dal raggio di Hill ridotto pari a $h_m = \left(\frac{2m}{3M_*}\right)^{1/3}$. Il contributo è descritto quindi dalla seguente relazione:

$$\left(\frac{de^2}{dt}\right)_{VS,m} = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{Ga}{M_*}}\Sigma h P_{VS}$$

$$\left(\frac{di^2}{dt}\right)_{VS,m} = \frac{1}{6}\sqrt{\frac{Ga}{M_*}}\Sigma h Q_{VS}$$

dove a indica il semiasse maggiore del pianeta in crescita e Σ la densità superficiale, definita nell'equazione (1.11).

Nota quindi l'evoluzione degli elementi orbitali dei planetesimi e ed i , la crescita effettiva di un pianeta viene esplicitamente quantificata dalla variazione della massa del core nel tempo, data da:

$$\frac{dM_{core}}{dt} = \left(\frac{2\pi\Sigma R_H^2}{P_{orb}}\right) P_{coll} \quad (1.14)$$

dove P_{coll} indica la probabilità di collisione tra il protopianeta e i planetesimi. Essa dipende dai seguenti fattori: la velocità relativa tra i due corpi, che può essere derivata conoscendo l'evoluzione nel tempo di eccentricità e inclinazione dei planetesimi, e la presenza di un involucro gassoso attorno

al nucleo del pianeta.

Per quanto riguarda la dipendenza dalla velocità, si possono distinguere tre diversi regimi, a seconda dei valori ridotti di eccentricità ed inclinazione, a cui è possibile associare una certa probabilità di collisione:

$$P_{high} = \frac{(R+r)^2}{2\pi R_H^2} \left(I_F(\beta) + \frac{6R_H I_G(\beta)}{(R+r)\tilde{e}^2} \right) \quad se \tilde{e}, \tilde{i} \geq 2$$

$$P_{med} = \frac{(R+r)^2}{4\pi R_H^2 \tilde{i}} \left(17.3 + \frac{232R_H}{R+r} \right) \quad se \tilde{i} \leq 2, \tilde{e} \geq 0.2$$

$$P_{low} = 11.3 \sqrt{\frac{R+r}{R_H}} \quad se \tilde{e}, \tilde{i} \leq 2$$

(Fortier, 2013; Inaba et al., 2001). Il valore medio di questa probabilità è ben approssimato dalla formula che segue, che riproduce i risultati di calcoli numerici di un sistema a 3 corpi di Greenzweig and Lissauer (1992) con un errore di circa un fattore 2:

$$\langle P_{coll} \rangle = \min \left(P_{med}, (P_{high}^{-2} + P_{low}^{-2})^{-1/2} \right)$$

(Inaba et al., 2001). L'altro fattore che incide su P_{coll} è determinato dalla presenza di un involucro gassoso attorno al pianeta in accrescimento. Questo infatti modifica il valore del raggio di cattura del core, ovvero la distanza massima entro cui agisce l'attrazione gravitazionale del corpo massivo, e può essere ottenuto a partire dall'equazione che descrive il raggio del planetesimo:

$$r = \frac{3}{2} \frac{\rho(R)R}{\rho} \left(\frac{v_{rel}^2 + 2GM(R)/R}{v_{rel}^2 + 2GM(R)/R_H} \right)$$

dove G è la costante gravitazionale e v_{rel} è la velocità relativa del planetesimo data da $v_{rel} = v_k \sqrt{\frac{5}{8}e^2 + \frac{1}{2}i^2}$ (Fortier et al., 2013). Questa fase dello sviluppo di un sistema planetario viene affrontata nel dettaglio nel prossimo paragrafo.

1.3 Formazione dell'involucro di gas attorno al protopianeta

Quando l'embrione planetario raggiunge una massa pari a $\sim 1M_{\oplus}$, l'involucro gassoso che lo riveste si accresce, influenzando la dinamica dei planetesimi che lo attraversano (Benz et al., 2014). Nello studio della formazione di un pianeta è fondamentale la comprensione della struttura e dell'evoluzione dell'involucro di gas che avvolge il core e caratterizza, in particolare, i cosiddetti giganti gassosi.

La massa del pianeta in questa fase è data dalla somma della massa dell'involucro in accrescimento e quella del core, $M_p = M_{env} + M_{core}$, e la sua variazione avviene abbastanza lentamente da poter considerare l'involucro in equilibrio idrostatico e termico. Questo processo viene descritto dalle seguenti equazioni standard di struttura interna, la cui risoluzione dipenderà dall'equazione di stato e da quattro condizioni al contorno:

$$\frac{dr}{dM_r} = \frac{1}{4\pi\rho r^2} \quad (1.15)$$

$$\frac{dP}{dM_r} = -\frac{GM_r}{4\pi r^4} \quad (1.16)$$

$$\frac{dT}{dP} = \nabla_{ad} \quad or \quad \nabla_{rad} \quad (1.17)$$

$$\frac{dL}{dM_r} = \epsilon_{acc} - T \frac{dS}{dT} \quad (1.18)$$

In queste equazioni differenziali r , P , T sono il raggio, la pressione e la temperatura nell'involucro, M_r rappresenta la massa del gas inclusa in una sfera di raggio r , che varia dalla massa del core a quella totale del pianeta, ϵ_{acc} indica l'energia rilasciata dalla collisione dei planetesimi, componente

dominante tra i contributi energetici, e S l'entropia. Le prime due equazioni, (1.15) e (1.16), derivano dalla conservazione di massa e di momento angolare, mentre la (1.17), associata alla temperatura, assume due diversi valori a seconda di come l'energia, accumulatasi dalle collisioni dei planetesimi, viene trasportata dall'interno del pianeta alla superficie. Il trasporto può avvenire per diffusione di radiazione o per convezione. In assenza di quest'ultimo fenomeno, l'equazione dipenderà dal gradiente ∇_{rad} mentre, in presenza di convezione, il suo valore viene stabilito dal criterio di Schwartzchild:

- Se $\nabla_{rad} < \nabla_{ad}$ allora l'involucro è convezionalmente stabile e il trasporto di energia dipende solo dalla radiazione e quindi da ∇_{rad} ;
- Se $\nabla_{rad} > \nabla_{ad}$ invece l'involucro è instabile e una parte dell'energia viene trasportata per convezione, determinando $\frac{dT}{dP} = \nabla_{ad}$.

In particolare:

$$\nabla_{rad} = \frac{3kLP}{64\sigma\pi GMT^4} \quad \nabla_{ad} = \left(\frac{d \ln T}{d \ln P} \right)_S$$

dove σ è la costante di Stefan-Boltzmann e k l'opacità, i cui valori sono forniti da Bell and Lin (1994). Non viene presa in considerazione, invece, l'equazione (1.18), associata all'energia, poichè implica delle difficoltà di calcolo che possono essere bypassate seguendo la trattazione di Mordasini et al. (2012b). Con questo approccio la luminosità totale del pianeta L dipende dalla contrazione dell'involucro, analizzata in seguito, che fornisce il termine L_{cont} , assunto costante su tutto l'avvolgimento gassoso, e dalla collisione dei planetesimi, il cui contributo è dato da L_{acc} . Quest'ultimo termine viene definito dalla seguente espressione in funzione della massa, della sua variazione e del raggio del core:

$$L_{acc} = G \frac{\dot{M}_{core} M_{core}}{R_{core}}$$

Invece, la luminosità rilasciata dalla contrazione dipende dall'energia totale del pianeta E_{tot} e da quella fornita dall'accrescimento gassoso $E_{gas,acc} = dt \dot{M}_{gas} u_{int}$, dove u_{int} è l'energia specifica interna del gas e \dot{M}_{gas} la variazione della sua massa:

$$L_{cont} = - \frac{E_{tot}(t+dt) - E_{tot}(t) - E_{gas,acc}}{dt}$$

Il valore dell'energia a $t + dt$ lo si ricava dalla risoluzione delle equazioni (1.15) - (1.17), ma può essere ottenuto anche analizzando l'energia in due contributi. Uno, associato al core, è assunto come uniforme ed è pari a

$$E_{core} = - \frac{3}{5} \frac{GM_{core}^2}{R_{core}}$$

L'altro, invece, relativo all'involucro, è descritto dalla seguente relazione:

$$E_{env} = -k_{env} M_{env} g$$

dove $g = G \left(\frac{M_{core}}{R_{core}} + \frac{M_{tot}}{R_{tot}} \right)$ è la gravità media e il termine k_{env} descrive una funzione che, iterata a partire dal suo valore al tempo t , converge ad una soluzione soddisfacente, solitamente ottenuta al primo ordine di correzione, per colmare le lacune sulla conoscenza della struttura interna dell'involucro (Fortier et al., 2013).

Ritornando alle equazioni differenziali di struttura interna e alla loro risoluzione, è necessario definire l'equazione di stato (EOS), che descrive una relazione tra densità, pressione e temperatura per un dato materiale in equilibrio termodinamico (Saeger et al., 2007), e le quattro condizioni al contorno: il raggio del core R_{core} , il raggio dell'intero pianeta R_M , la temperatura e la pressione superficiali del pianeta, indicate rispettivamente da T_{surf} e P_{surf} . Il tutto, permette di ottenere un'unica soluzione, data la massa totale del pianeta, che descrive la struttura interna dell'involucro e fornisce una relazione per la sua velocità di accrescimento, definita da \dot{M}_{gas} .

Per un'analisi più completa, si suddivide l'evoluzione dell'involucro in tre fasi, nominate secondo la definizione inglese: attached phase, detached phase ed evolutionary phase. In questi tre stadi a

cambiare saranno principalmente le grandezze di temperatura e pressione superficiali, che risentono maggiormente delle variazioni in corso nel sistema disco-pianeta. Anche il raggio totale del pianeta subisce una modifica a seguito della contrazione dell'involucro. Il raggio del core, invece, può essere calcolato conoscendo la massa del nucleo, la sua composizione e la pressione che agisce sulla sua superficie (Benz et al., 2014). In particolare, secondo il modello AMB, questo calcolo viene ottenuto in maniera più semplice rispetto al fit ricavato dai risultati in Valencia et al. (2010), in quanto è sufficiente considerare le equazioni (1.16) e (1.17), e conoscere le correlazioni tra il raggio e la massa, la composizione e la pressione del pianeta, di cui è possibile osservare l'andamento nei grafici in figura 1.1 (per ulteriori dettagli riferirsi a Mordasini et al., 2012b).

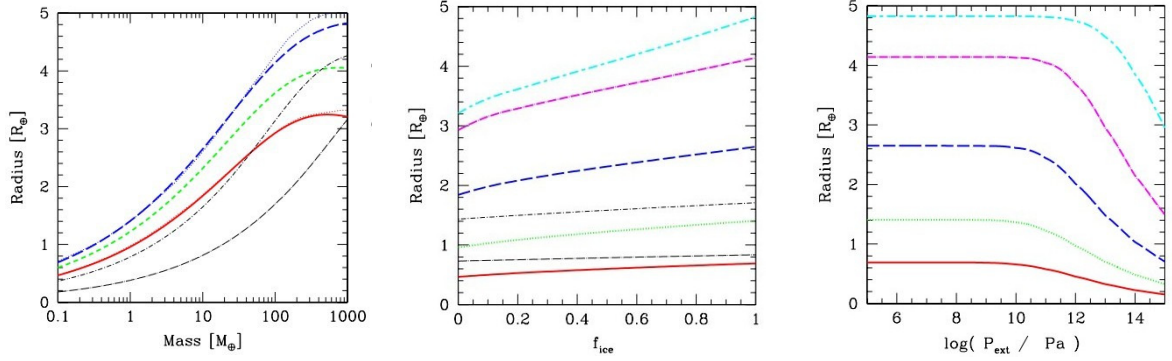


Figura 1.1: Il grafico a *sinistra* descrive l'andamento del raggio in funzione della massa, per diverse composizioni del core e senza tener conto della pressione sulla superficie: la curva rossa corrisponde ad un pianeta roccioso con rapporto 2:1 di silicati e ferro; la curva verde descrive pianeti composti per il 50% da ghiaccio, 33% da silicati e 17% da ferro; la curva blu raffigura l'andamento per pianeti completamente ghiacciati; le curve nere corrispondono ai pianeti giganti. Nel grafico *centrale* è rappresentanto il raggio in funzione della frazione di ghiaccio presente nel core, senza considerare la pressione superficiale, mentre quello a *destra* raffigura il comportamento del raggio in funzione della pressione esterna al core per pianeti completamente ghiacciati. In entrambi i grafici si ha che: la curva rossa descrive l'andamento per pianeti di massa $M = 0.1 M_{\oplus}$, quella verde per masse di $1 M_{\oplus}$, quella blu per $10 M_{\oplus}$, quella magenta per $100 M_{\oplus}$, quella ciano per $1000 M_{\oplus}$.

Per pianeti poco massivi, conoscere R_{core} significa conoscere il raggio reale, in quanto essi non possiedono un'atmosfera significativamente spessa e la pressione che essa esercita può essere trascurata (Mordasini et al., 2012b). In questo caso, ciò che influenza le dimensioni del nucleo è la composizione in termini di rapporto tra componente rocciosa e ghiacciata. Per corpi completamente rocciosi, formati di ferro, nichel e silicati, con massa circa pari a quella terrestre M_{\oplus} , il modello seguito da AMB, fornisce un raggio $R_{\text{core}} = 0.96 R_{\oplus}$. Per la trattazione relativa ai pianeti giganti invece, si può trascurare il profilo di temperatura interno e usare l'equazione di stato politropica fornita da Saeger et al. (2007), valida per temperature tra 0 K e 300 K, che lega la densità ρ alla pressione P :

$$\rho(P) = \rho_0 + cP^n$$

dove ρ_0 , c ed n sono dei parametri che dipendono dalle componenti gassose dell'involucro. In più, calcolando le dimensioni del core, si tiene conto della pressione del gas accumulato, che non rappresenta più un fattore trascurabile. Dal modello adottato, considerando un nucleo di massa pari a $10 M_{\oplus}$ all'interno di un pianeta gioviano, il raggio che raggiunge a seguito della compressione dovuta all'involucro è di circa $1.6 R_{\oplus}$ (Mordasini et al., 2012b).

1.3.1 Attached Phase

Al primo stadio, noto come fase di unione, troviamo quei protopianeti con massa $M \leq 10M_{\oplus}$, il cui involucro è ancora indefinito e connesso al disco. Il raggio totale R_M , descritto in funzione del raggio di Hill (eq. 1.10), e di quello di accrescimento R_A , è dato dalla seguente relazione

$$R_M = \frac{R_A}{1 + \frac{R_A}{k_{\text{liiss}} R_H}} \quad \text{con} \quad R_A = \frac{GM}{c_s^2} \quad (1.19)$$

dove $k_{\text{liss}} = \frac{1}{4}$ è un parametro ottenuto da simulazioni idrodinamiche (Lissauer et al., 2009). Pressione e temperatura invece, proprio a causa dell'intreccio col disco protoplanetario, dipendono approssimativamente dai rispettivi valori P_{disc} e T_{disc} , calcolati sul piano mediano rispetto alla posizione del pianeta:

$$P_{\text{surf}} = P_{\text{disc}} \quad (1.20)$$

$$T_{\text{surf}}^4 = T_{\text{disc}}^4 + T_{\text{int}}^4 = T_{\text{disc}}^4 + \frac{3\tau L}{16\pi\sigma R_M^2} \quad (1.21)$$

dove T_{in} indica la temperatura interna del pianeta mentre $\tau = \max[\rho_{\text{disc}} R_M k_{\text{disc}}(T_{\text{disc}}, P_{\text{disc}}), \frac{2}{3}]$ la profondità ottica sopra l'atmosfera del protopianeta, definita da Papaloizou & Terquem (1999). Risolvendo le equazioni differenziali, descritte all'inizio del paragrafo, con le condizioni al contorno (1.19) - (1.21) e noto il raggio del core, si osserva un incremento esponenziale dell'accumulo di gas attorno al pianeta nel momento in cui arriva ad una massa di $10 M_{\oplus}$. A questo punto, il gas catturato dal pianeta è così elevato da esaurire quello che il disco è in grado di fornirgli, determinando la formazione di un gap. Inizia così la fase di distacco.

1.3.2 Detached Phase

L'involucro gassoso si separa dal disco protoplanetario e di conseguenza il pianeta si contrae ad un raggio inferiore in quanto tutto il materiale che vi si trovava confinato, cade alla velocità di caduta libera v_{ff} verso la superficie del pianeta, che subisce il cosiddetto shock di accrescimento. Inoltre, in questo stadio, la quantità di gas che riesce ad accumulare il pianeta dipende dalle caratteristiche del disco. Nonostante il corpo massivo sia riuscito a creare un gap separandosi dal disco protoplanetario, una componente del gas di quest'ultimo è ancora in grado di superare questa divisione ed entrare a far parte dell'involucro. In un intervallo di tempo dt , la massima quantità di gas rilasciata dal disco è data da $\dot{M}_{\text{gas,max}} \times dt$, dove $\dot{M}_{\text{gas,max}}$ è definita dalla seguente espressione

$$\dot{M}_{\text{gas,max}} = \max[F(a_P + R_H), 0] + \min[F(a_P - R_H), 0]$$

in cui a_p indica il semiasse maggiore del pianeta e $F(r)$ rappresenta il flusso radiale di gas proveniente dal disco

$$F(r) = 3\pi\nu(r)\Sigma(r) + 6\pi r \frac{\partial(\nu\Sigma)}{\partial r} \quad (1.22)$$

con $\Sigma(r)$ densità superficiale e $\nu(r)$ viscosità del disco protoplanetario (Benz et al., 2014). La frazione di gas del disco che accresce il pianeta è convenzionalmente assunta tra i valori 0.75 e 0.90 (Lubow and D'Angelo, 2006). Tenendo conto di tutti questi processi allora le condizioni al contorno diventano

$$P_{\text{surf}} = P_{\text{disc}} + \frac{\dot{M}_{\text{gas}}}{4\pi R_P^2} v_{\text{ff}} + \frac{2g}{3k} \quad (1.23)$$

$$T_{\text{surf}}^4 = (1 - A)T_{\text{disc}}^4 + T_{\text{int}}^4 = (1 - A)T_{\text{disc}}^4 + \frac{3\tau L_{\text{int}}}{8\pi\sigma R_P^2} \quad (1.24)$$

La pressione in (1.23) è composta da tre termini: il primo associato al disco, che pian piano diventa trascurabile rispetto agli altri contributi, il secondo è dovuto all'accrescimento improvviso del pianeta, dove la velocità di caduta libera è $v_{\text{ff}} = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{R_P} - \frac{1}{R_H} \right)}$, ed il terzo descrive l'espressione di Eddington per la pressione fotosferica, causata dal materiale con profondità ottica sulla superficie superiore a $\tau = \frac{2}{3}$ e con $g = \frac{GM}{R_P^2}$ l'accelerazione gravitazionale. Nella (1.24), la temperatura invece è determinata dall'albedo A , il cui valore dipende dai parametri del pianeta a cui ci si riferisce, e $\tau = \max[\rho_{\text{disc}} R_P k_{\text{disc}}(T_{\text{disc}}, P_{\text{disc}}), \frac{2}{3}]$. La luminosità L_{int} è condizionata dalle caratteristiche dello shock di accrescimento. E' bassa se l'energia potenziale del gas liberato dal distacco viene irradiata determinando una caduta del materiale verso il pianeta con bassa entropia, mentre è elevata nel caso in cui l'energia non venga irradiata, determinando un'entropia maggiore nella caduta della materia (Benz et al., 2014).

1.3.3 Evolutionary Phase

Nel momento in cui il disco scompare definitivamente allora il pianeta si trova nella terza fase, nota come "fase di evoluzione". La massa rimane costante e il pianeta si contrae e si raffredda. Le condizioni al contorno che permettono di descrivere la struttura interna del involucro in questo stadio sono date dal modello ad atmosfera grigia:

$$P_{surf} = \frac{2g}{3k} \quad (1.25)$$

$$T_{surf}^4 = (1 - A)T_{eq}^4 + T_{int}^4 = (1 - A)T_{eq}^4 + \frac{L}{4\pi\sigma R_p^2} \quad (1.26)$$

Il termine di pressione fotosferica descritta dall'espressione di Eddington in (1.25) diventa dominante rispetto agli altri contributi presenti nell'equazione (1.23) e l'opacità k assume i valori riportati in Freedmann et al. (2008). La temperatura invece prevede un termine di equilibrio T_{eq} , dovuto alla redistribuzione del calore ricevuto dalla radiazione stellare su tutta la superficie del pianeta, pari a:

$$T_{eq} = 280K \left(\frac{a}{1UA} \right)^{-\frac{1}{2}} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)$$

dove M_* e M_\odot sono rispettivamente la massa della stella centrale al disco e del Sole.

Il modello assunto per la descrizione di questa terza fase fornisce risultati sul raggio e la luminosità dei pianeti coerenti con le simulazioni effettuate rispetto al modello completo non grigio. Questa consistenza permette un confronto di queste grandezze con i valori ottenuti dalle ricerche sperimentali di pianeti extrasolari attraverso la tecnica dei transiti o l'osservazione diretta (Benz et al., 2014). Nei grafici in figura 1.2 è possibile osservare l'andamento della massa, del raggio e della luminosità del pianeta nel corso della formazione dell'involucro. Nella zona D, in particolare, il pianeta si trova nella fase di distacco in cui la sua massa totale aumenta rapidamente così come la sua luminosità, mentre il raggio si contrae vertiginosamente per lo shock di accrescimento. Successivamente, intorno ai 10^6 anni, il corpo entra nella fase di evoluzione: la massa rimane costante, la luminosità diminuisce in quanto viene meno anche il contributo dovuto all'accrescimento dei planetesimi sul protopianeta e il raggio continua a contrarsi più lentamente, come rappresentato dalla lieve pendenza della curva blu del grafico centrale.

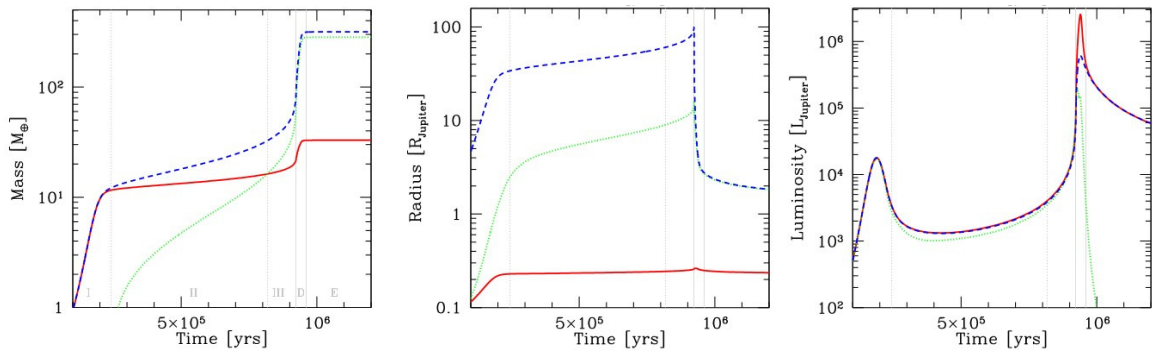


Figura 1.2: Grafici ottenuti da simulazioni sulla formazione di Giove a 5.2 AU. Le linee verticali nei grafici rappresentano le fasi di formazione dell'involucro: I, II, III indicano l'attached phase, D la detached phase ed E la evolutionary phase. Nel grafico di sinistra viene descritto l'andamento della massa in funzione del tempo: la linea rossa indica la massa del core, quella verde la massa dell'involucro e quella blu la massa totale. Nel grafico centrale invece si osserva il raggio in funzione del tempo: la linea rossa indica il raggio del core, quella verde il raggio di cattura dei planetesimi e quella blu il raggio totale del pianeta. Il grafico a sinistra, infine, rappresenta l'andamento della luminosità rispetto al tempo: la linea rossa indica la luminosità totale, quella verde la luminosità dovuta all'accrescimento dei planetesimi e la linea blu la luminosità del core.

Capitolo 2

L'evoluzione di un sistema planetario.

Con la scoperta sempre maggiore di pianeti e sistemi extrasolari, si osservò che i primi modelli elaborati per descrivere la formazione di un sistema planetario presentavano delle incongruenze con i risultati ottenuti dalle osservazioni. Queste differenze furono spiegate con l'introduzione di alcuni meccanismi relativi all'evoluzione dei pianeti nel sistema. Nei paragrafi successivi vengono analizzati il processo di migrazione planetaria e di interazione tra pianeti. Questi fenomeni sono in grado di stravolgere l'evoluzione del sistema, in quanto comportano variazioni di eccentricità ed inclinazione delle orbite percorse che potrebbero portare pianeti a cadere all'interno della stella centrale, a collidere o ad allontanarsi dal sistema.

2.1 Interazione disco-pianeta

Quando ancora presente, un disco circumstellare influenza in maniera non indifferente l'evoluzione di un sistema planetario. Uno dei processi principali in cui entra in gioco è quello di migrazione planetaria, dove lo scambio di momento angolare e di energia tra il gas e il pianeta regola l'evoluzione che subisce il corpo all'interno del disco. In particolare, l'accelerazione che ne deriva è descritta dalla relazione

$$a_{mig} = -\frac{v}{2\tau_{mig}}$$

dove v indica la velocità relativa del pianeta e $\tau_{mig} = \frac{a}{\dot{a}}$, con a semiasse maggiore, rappresenta la durata della sua migrazione. Il valore di questa grandezza dipende dal tipo di migrazione che subisce il corpo che può essere di tipo I o II, a seconda della massa M_p . I pianeti meno massivi sono soggetti alla migrazione di tipo I. Questi corpi non possiedono una M_p in grado di aprire un gap nel disco protoplanetario e l'intero meccanismo, governato dalle risonanze di Lindblad e corotazione, dev'essere ancora interamente compreso. La migrazione di tipo II, invece, caratterizza i pianeti di massa maggiore, in grado di aprire un buco tra il proprio involucro gassoso e il disco, e può essere suddivisa in due regimi: uno dominato dal disco e l'altro dal pianeta. Nel primo caso, la massa del disco è maggiore rispetto a quella del corpo con cui interagisce e la velocità di migrazione è data dall'evoluzione viscosa locale del disco. Nel secondo regime invece è la M_p a dominare e la migrazione viene decelerata per l'inerzia del pianeta. (Benz et al., 2014).

2.1.1 Migrazione di tipo I

Come già anticipato, i pianeti di piccola massa subiscono la migrazione di tipo I a seguito dei fenomeni di risonanza che si verificano con il disco protoplanetario. Le perturbazioni causate dalla presenza del pianeta si propagano come onde di densità nel disco e le risonanze in gioco, quelle di Lindblad e di corotazione, determinano uno scambio di momenti angolari, il cui contributo totale porta il pianeta,

nella maggior parte dei casi, a spostarsi verso l'interno del sistema.

Si analizzano brevemente le risonanze che caratterizzano l'interazione disco-pianeta. Innanzitutto, una risonanza si verifica quando la frequenza di rotazione del pianeta e quella del disco sono definite da un rapporto a numeri interi. Considerando il caso più semplice, in cui il pianeta percorre un'orbita circolare con frequenza Ω_p , allora la risonanza di corotazione è data dalla seguente condizione

$$\Omega_p = \Omega(r)$$

dove $\Omega(r) = \Omega_k(r)$ rappresenta la frequenza di rotazione del disco, in cui ignoriamo i contributi dati dal gradiente di pressione e autogravità del disco (Armitage, 2010). Le risonanze di Lindblad, invece, si verificano quando

$$m(\Omega(r) - \Omega_p) = \pm\Omega(r)$$

dove m è un numero intero. In particolare, è possibile definire la posizione in cui si osservano queste risonanze con la seguente relazione

$$r_L = \left(1 \pm \frac{1}{m}\right)^{2/3} a$$

Distinguiamo quindi due termini, uno interno ed uno esterno, che esercitano sul pianeta due momenti angolari opposti. Sommando i contributi di questi momenti e tenendo conto anche di quello dovuto alla risonanza di corotazione, si osserva uno sbilanciamento in quanto la risonanza esterna domina sulle altre. Di conseguenza quindi il pianeta tende a muoversi verso il centro del sistema. La durata di questo processo viene ricavata da Tanaka et al., (2002) ed è relativa ad un disco localmente isotermico

$$\tau_{mig1} = \frac{1}{C_1} \frac{1}{3.81} \left(\frac{c_s}{a\Omega_k}\right)^2 \frac{M_*}{M_p} \frac{M_*}{a^2 \Sigma \Omega_k} \quad (2.1)$$

dove le grandezze c_s , Σ e Ω_k vengono riferite al disco e C_1 è un fattore di scala introdotto per regolare la velocità di migrazione del pianeta, assunto unitario nella trattazione in Tanaka et al. (2002). Dall'equazione (2.1), con $C_1 = 1$, si osserva che la migrazione di tipo I avviene molto velocemente e determina la caduta dei pianeti terrestri all'interno della stella centrale, prima che questi, accumulando gas, raggiungano masse tali da essere considerati giganti gassosi. Questo andamento, però, risulta incompatibile con i risultati delle osservazioni, che prevedono l'esistenza di molti più pianeti giganti di quelli previsti. Studi successivi portano alla derivazione di una nuova descrizione semi-analitica della migrazione di tipo I (Mordasini et al., 2001a; Kretke and Lin, 2012), che implementata nelle simulazioni di AMB, prevede un valore del fattore di scala C_1 pari a $\sim 10^{-3}/10^{-2}$, aumentando così il tempo di durata della migrazione planetaria in modo tale da prevenire la caduta nella stella centrale dei pianeti giganti in formazione. Citando Benz et al. (2014) "il modello della Planet Population Synthesis non ha fornito una migliore comprensione della migrazione stessa, ma ha sottolineato che l'attuale trattazione non ha portato alla descrizione di sistemi planetari con le caratteristiche osservate". Ci sono ancora, quindi, molti processi fisici non compresi in questo tipo di migrazione, come ad esempio il contributo fornito dal momento di corotazione in un disco non isotermico, che può portare alla migrazione verso l'esterno dei pianeti e alla delineazione delle cosiddette zone di convergenza in cui rimangono intrappolati i futuri giganti gassosi.

2.1.2 Migrazione di tipo II

I pianeti più massivi del sistema subiscono una migrazione di tipo II. Grazie alla loro massa e all'attrazione gravitazionale che ne deriva, essi sono in grado di formare un gap tra loro e il disco gassoso, come spiegato nel capitolo precedente. Questo ha come conseguenza la riduzione del flusso di gas sul pianeta rispetto a quello nella migrazione di tipo I, e il passaggio alla migrazione di tipo II.

L'apertura del gap attorno al disco è determinata dall'azione di momenti gravitazionali del pianeta, ai quali si oppongono il momento dovuto alla viscosità del disco e al suo gradiente di pressione. Questi due processi definiscono rispettivamente la condizione viscosa (2.2) e quella termica (2.3), fornendo le masse del pianeta $M_{g,visc}$ e $M_{g,th}$ oltre le quali avviene la formazione del gap

$$M_p > M_{g,vis} \simeq 40 \frac{M_*}{Re} \simeq 30 \left(\frac{\alpha}{10^{-3}} \right) \left(\frac{a}{1AU} \right)^{1/2} \left(\frac{L_*}{L_\odot} \right)^{1/4} M_\oplus \quad (2.2)$$

$$M_p > \beta^3 M_{g,th} \simeq 120 \beta^3 \left(\frac{a}{1AU} \right)^{3/4} \left(\frac{L_*}{L_\odot} \right)^{3/8} \left(\frac{M_*}{M_\odot} \right)^{-1/2} M_\oplus \quad (2.3)$$

dove H_{disc} è l'altezza di scala del disco rispetto alla posizione a del pianeta, $Re(a) = a^2 \frac{\Omega}{\nu}$ il numero di Reynolds e β è un parametro numerico che permette di definire la massa critica della condizione termica rispetto alla mezza larghezza del gap, pari a $\sim R_H$. Infatti se $R_H > \beta H_{disc}$ allora vale l'equazione (2.3). Combinando assieme i vincoli in (2.2) e (2.3), con $\beta = \frac{3}{4}$, si ottiene l'equazione che descrive la condizione di apertura del gap:

$$\frac{3H_{disc}}{4R_H} + \frac{50M_*}{M_{planet} Re} < 1 \quad (2.4)$$

Secondo il modello AMB, il passaggio dalla migrazione I a quella di tipo II avviene nel momento in cui la condizione (2.4) viene verificata. Il pianeta entra quindi nella fase di distacco subendo la migrazione di tipo II. In questo processo, l'evoluzione che subisce il corpo dipende dal rapporto tra la sua massa e quella del disco $M_{disc}(r_p)$, definita entro il raggio dell'orbita planetaria r_p . Inizialmente $M_p < M_{disc}(r_p)$ e il pianeta subisce la migrazione di tipo II dominata dal disco, di cui segue lo spostamento verso la stella. In particolare, la durata di questo regime è data da Hasegawa & Ida (2013) e definita come:

$$\tau_{mig,d} = \frac{M_{disc}(r_p)}{\dot{M}_{vis}}$$

dove la massa del disco è $M_{disc}(r_p) = 2\pi \Sigma(r_p) r_p^2$ mentre $\dot{M}_{vis} = 3\pi \Sigma \nu$ rappresenta la quantità di gas destinata all'accrescimento dell'involucro planetario. Essendo r_p molto più piccolo del raggio r_{disc} , che racchiude la maggior parte della massa del disco, il tempo di vita $\tau_{disc} = \frac{M_{disc}(r_{disc})}{\dot{M}_{vis}}$ è molto maggiore rispetto a quello della migrazione da esso dominata. Però, mano a mano che il pianeta continua ad accrescere la sua massa attraverso il flusso di gas, riportato in (1.22), e grazie ai processi di fotoevaporazione che determinano lo svuotamento del disco, la migrazione passa al regime in cui domina la massa planetaria, ossia $M_p > M_{disc}(r_p)$. Allora il fenomeno subisce un rallentamento dovuto all'inerzia del pianeta. In questo caso il tempo della migrazione è:

$$\tau_{mig,p} \simeq \frac{M_p}{\dot{M}_{vis}}$$

In particolare, confrontando $\tau_{mig,p}$ con τ_{disc} si ottiene

$$\tau_{mig,p} \simeq \frac{M_p}{M_{disc}(r_{disc})} \tau_{mig,d}$$

Questa relazione dimostra che il tempo di migrazione nel regime in cui domina il pianeta è inferiore a τ_{disc} , a meno che il corpo non si sia formato nelle ultime fasi dell'evoluzione del disco determinando $M_p > M_{disc}(r_{disc})$, in quanto fenomeni come la fotoevaporazione e la formazione dei pianeti hanno portato alla perdita di gran parte delle componenti. Da questi confronti si deduce che sopravvivono all'interazione i pianeti formati nella fase finale di evoluzione del disco, in quanto riescono ad arrestare la loro migrazione prima di cadere all'interno della stella centrale, assieme alle componenti del disco con cui si spostano.

Secondo il modello AMB, nella fase in cui M_p domina la migrazione, è possibile determinare il semiasse maggiore dell'orbita percorsa dal pianeta, assumendo che:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{3\nu}{2a} \times \min \left[1, \frac{2\Sigma a^2}{M_{planet}} \right]$$

dove la massa del disco in $r_p = a$ è proporzionale ad a^2 , $M_{\text{disc}}(a) = 2\Sigma a^2$, e diminuisce all'avvicinarsi del pianeta alla stella centrale del sistema planetario. In particolare, per regioni in cui $\Sigma \propto \frac{1}{r}$ la variazione del semiasse è definita dalla seguente espressione:

$$\frac{da}{dt} = -\frac{3\nu}{2a} \times \min \left[1, \frac{1}{\pi} \frac{M_{\text{disc}}(a)}{M_{\text{planet}}} \right]$$

Il processo di migrazione di tipo II è certamente più compreso rispetto a quello di tipo I, ma sono necessarie simulazioni idrodinamiche più dettagliate per capire a fondo i suoi meccanismi, in particolare quelli che si verificano nel regime dominato dal pianeta.

2.2 Interazione tra pianeti

Nel momento in cui il disco circumstellare scompare, l'evoluzione di un sistema planetario viene influenzata dalle perturbazioni secolari dei moti dei pianeti che interagiscono gravitazionalmente tra loro. Il modello di AMB prende in considerazione l'effetto di queste interazioni combinando alla teoria della Planet Population Synthesis i risultati ottenuti dalle simulazioni eseguite su un sistema ad N corpi. Questo insieme di pianeti di massa m_i e localizzati in posizione \mathbf{x}_i , viene descritto dalla seguente equazione del moto in tre dimensioni, espressa in coordinate eliocentriche, con $\mathbf{r}_i = \mathbf{x}_i - \mathbf{x}_*$:

$$\ddot{\mathbf{r}}_i = -G(M_* + m_i)\mathbf{r}_i - G \sum_{j=1, j \neq i}^n m_j \left\{ \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j}{|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|^3} + \mathbf{r}_j \right\} \quad (2.5)$$

dove $i = 1, \dots, N$, M_* e \mathbf{r}_* indicano rispettivamente la massa e la posizione della stella centrale. Nell'equazione (2.5) si distinguono due termini: il primo, quello kepleriano, esprime l'accelerazione che imprime la stella centrale al pianeta i -esimo, mentre il secondo rappresenta il contributo perturbativo dato dall'interazione gravitazionale degli $N-1$ corpi del sistema su quello i -esimo. Una delle interazioni dominanti riguarda quella dovuta ai pianeti giganti gassosi, in grado di influenzare l'evoluzione dell'intero sistema planetario, in quanto anche i pianeti rocciosi, situati nelle regioni interne del disco, risentono della perturbazione dovuta alla loro presenza (e.g. Matsumura et al., 2013). Questa interazione spesso determina l'espulsione di uno o più pianeti dal sistema, lasciando gli altri in orbite isolate molto eccentriche (e.g. Marzari and Weidenschilling, 2000; Nagasawa et al., 2007).

L'equazione (2.5) viene risolta attraverso l'algoritmo di Bulirsch-Stoer e l'integrazione viene effettuata sull'intera vita del disco protoplanetario. Nonostante questo approccio, per un gran numero di pianeti e/o per piccoli passi temporali di analisi, richiede molto tempo per ottenere una soluzione, esso è in grado di descrivere tutte le conseguenze dovute all'interazione tra pianeti, come ad esempio le collisioni (Alibert et al., 2013; Benz et al., 2014). Le perturbazioni secolari, infatti, determinano l'aumento dell'eccentricità delle orbite percorse dai pianeti, delineando così possibili traiettorie di impatto. Secondo il modello AMB, se due corpi, rispettivamente di raggio R_1 e R_2 , si trovano ad una distanza inferiore a $d_{\text{col}} = R_1 + R_2$, definita distanza di collisione, allora impattano tra loro. L'identificazione di queste diadi avviene seguendo la procedura proposta da Richardson et al. (2000) e successivamente migliorata da Alibert et al. (2013). Questo approccio, attraverso l'interpolazione tramite espansioni di Taylor sulle posizioni dei protopianeti, prevede la ricerca di quelle coppie di corpi che, in un intervallo di tempo Δt , si trovano ad una distanza inferiore a d_{col} . La collisione di questi protopianeti determina l'incremento della masse planetarie, che possono crescere di alcuni ordini di grandezza. In presenza del disco, l'impatto di questi corpi avviene quando si sovrappongono le cosiddette zone di alimentazione o in caso di intersezione delle loro orbite, rendendoli sufficientemente massicci per avviare la formazione di un involucro gassoso (Benz et al., 2014).

Conclusioni

La teoria della Planet Population Synthesis si pone lo scopo di elaborare un modello fisico della formazione planetaria compatibile con le popolazioni osservate. I processi fisici delineati in questa tesi governano lo sviluppo di qualsiasi sistema planetario e la differenza sperimentale che si osserva tra questi è data dalle diverse condizioni iniziali e di contorno considerate. Nei seguenti grafici è possibile osservare come i risultati delle simulazioni numeriche fornite dal modello della Planet Population Synthesis rispecchiano quelli ottenuti dalle osservazioni, dimostrando la potenzialità di questa teoria. In questo confronto è necessario conoscere e considerare i bias presenti nelle indagini osservative, come ad esempio quello associato alla tecnica dei transiti, in grado di rilevare prevalentemente pianeti vicini alla stella ed ad essa complanari.

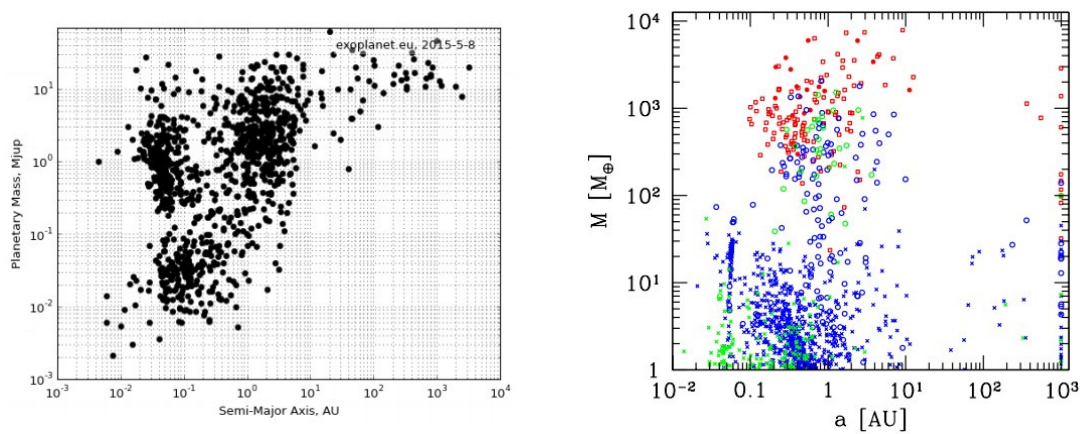


Figura 2.1: Entrambi i diagrammi in figura rappresentano la massa del pianeta in funzione del semiasse maggiore. In quello a *sinistra* vengono riportati i dati ottenuti dalle osservazioni, mentre a *destra* si trovano i risultati delle simulazioni numeriche, effettuate secondo il modello della Planet Population Synthesis. Nel confronto dei grafici è necessario tenere conto che $1 M_{\text{jup}} \simeq 360 M_{\oplus}$.

Lo sviluppo di una teoria come la Planet Population Synthesis è essenziale in quanto non è possibile osservare direttamente la formazione di un sistema planetario. In questo modo, le simulazioni teoriche effettuate su ampi campioni di analisi, seguendo la fisica fino a qui illustrata, permettono non solo di comprendere nel dettaglio i processi che portano alla formazione di un sistema planetario e alla sua evoluzione, ma anche su quali di essi sia necessario continuare a svolgere indagini e ricerche in modo tale da ottenere un modello sempre più dettagliato e preciso. Ad esempio, nella figura 2.1 si osserva in entrambi i grafici il cosiddetto "deserto planetario", ossia la carenza di pianeti di massa tra i 20 - 100 M_{\oplus} . Questo deficit rappresenta uno dei fenomeni su cui è necessario continuare ad investigare, sia dal punto di vista teorico che da quello osservativo.

Bibliografia

- Alibert Y. et al. (2013) *Astron. Astrophys.*, 558, A109.
- Armitage P. J. (2010) *Astrophysics of Planet Formation*. Cambridge University Press.
- Bell K. R. e Lin D. N. C. (1994) *Astrophys. J.*, 427, 987.
- Benz, W., Ida, S., Alibert, Y., Lin, D., & Mordasini, C. 2014, *Protostars and Planets VI*, ed. H. Beuther et al. (Tucson, AZ: Univ. Arizona Press)
- Cassen P., Guillot T., Quirrenbach, A. (2006) *Extrasolar Planets*. Springer.
- Chambers J. (2006) *Icarus*, 180, 496.
- Crida A. et al. (2006) *Icarus*, 181, 587.
- Fortier A. et al. (2013) *Astron. Astrophys.*, 549, A44.
- Freedman R. S. et al. (2008) *Astrophys. J. Suppl.*, 174, 504.
- Garcia, P. J. V. (2011) *Physical Processes in Circumstellar Disks around Young Stars*. The University of Chicago Press.
- Greenzweig, Y., e J. J. Lissauer (1992) *Icarus*, 100, 440–463.
- Hasegawa Y. e Ida S. (2013) *Astrophys. J.*, 774, 146.
- Hueso R. e Guillot T. (2005) *Astron. Astrophys.*, 442, 703.
- Inaba S. et al. (2001) *Icarus*, 149, 235.
- Kretke K. A. e Lin D. N. C. (2012) *Astrophys. J.*, 755, 74.
- Lissauer J. J. et al. (2009) *Icarus*, 199, 338.
- Lubow S. H. e D'Angelo G. (2006) *Astrophys. J.*, 641, 526.
- Marzari F. e Weidenschilling S. J. (2000) in: *AAS/Division for Planetary Sciences Meeting Abstracts #32*, vol. 32 of *Bulletin of the American Astronomical Society*, p. 1099.
- Matsumura S. et al. (2013) *Astrophys. J.*, 767, 129.
- Mordasini C. et al. (2009a) *Astron. Astrophys.*, 501, 1139.
- Mordasini C. et al. (2009b) *Astron. Astrophys.*, 501, 1161.
- Mordasini C. et al. (2011a) in: *IAU Symposium*, vol. 276 of *IAU Symposium*, (edited by A. Sozzetti, M. G. Lattanzi, and A. P. Boss), pp. 72–75.
- Mordasini C. et al. (2012a) *Astron. Astrophys.*, 547, A111.
- Mordasini C. et al. (2012b) *Astron. Astrophys.*, 547, A112.
- Nagasawa M. et al. (2007) *Protostars and Planets V*, pp. 639–654.
- Papaloizou J. C. B. e Terquem C. (1999) *Astrophys. J.*, 521, 823.
- Rafikov, R. R. 2004, *AJ*, 128, 1348.
- Richardson D. C. et al. (2000) *Icarus*, 143, 45.
- Ruden S. P. e Lin D. N. C. (1986) *Astrophys. J.*, 308, 883.
- Seager S. et al. (2007) *Astrophys. J.*, 669, 1279.
- Tanaka H. et al. (2002) *Astrophys. J.*, 565, 1257.
- Valencia, D., Ikoma, M., Guillot, T., & Nettelmann, N. 2010, *A&A*, 516, A20