



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Modellazione di equilibri tokamak in RFX-mod verso
RFX-mod2

Relatore
Prof. Tommaso Bolzonella
Correlatore
Dr. Leonardo Pigatto

Laureando
Alberto Facheris

Anno Accademico 2018/2019



Indice

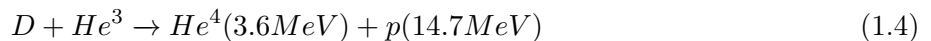
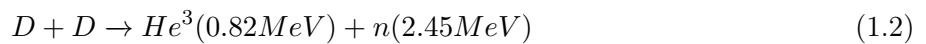
Introduzione	v
1.1 Fusione nucleare	v
1.2 Tokamak	vi
1.3 Magnetoidrodinamica	viii
1.4 Software e codici utilizzati	ix
Simulazioni numeriche	xi
2.5 Dati sperimentali	xi
2.6 Soluzioni numeriche	xi
2.7 Confronto con i dati sperimentali	xv
2.8 Conclusione	xvi

Introduzione

1.1 Fusione nucleare

A causa della crescente domanda di energia e del contemporaneo fenomeno del riscaldamento globale, la richiesta di nuove fonti energetiche pulite e rinnovabili é sempre maggiore; oltre ai classici pannelli fotovoltaici, pale eoliche e centrali idroelettriche si sta prospettando l'alternativa della fusione nucleare. L'idea di sfruttare questo processo fisico per produrre energia elettrica nasce negli anni '60 quando si cominciarono a studiare le tecniche di confinamento magnetico.

Il motivo per cui si vuole sfruttare la fusione nucleare é molto semplice, a paritá di combustibile consumato produce una quantitá di energia superiore di diversi ordini di grandezza rispetto a quella prodotta tramite i combustibili fossili. La fusione nucleare infatti avviene nel modo seguente:



L'energia liberata é dell'ordine del MeV contro i pochi eV liberati da una reazione chimica dei combustibili fossili.

Per far avvenire queste reazioni é necessario fornire ai nuclei energia sufficiente per vincere la repulsione coulombiana che a corto raggio (come le dimensioni nucleari) é molto forte. A cortissimo raggio l'interazione forte riesce a vincere la repulsione coulombiana e a tenere legati i due nuclei, perciò per far avvenire la fusione é sufficiente vincere la barriera di potenziale coulombiana. Nella pratica questo si traduce nel riscaldare il plasma fino a temperature dell'ordine di 10^8 K.

A tali temperature il plasma, costituito da idrogeno, si puó considerare con ottima approssimazione completamente ionizzato, ossia composto esclusivamente da ioni ed elettroni liberi senza atomi neutri. Sorge il problema di come confinare il plasma, infatti nessun materiale noto fino ad oggi sarebbe in grado di resistere al contatto con un plasma alle temperature in questione; si rende perciò necessario trovare il modo per confinare il plasma senza che esso venga a contatto con le pareti del contenitore. Per raggiungere l'obiettivo sono stati identificati tre tecniche: il confinamento gravitazionale, il confinamento magnetico e il confinamento inerziale.

Il confinamento gravitazionale é molto efficiente perché agisce indistintamente su tutte le particelle indipendentemente dalla loro carica ma la quantitá di plasma richiesto sarebbe pari a quello presente in una stella, il che rende questa tecnica irrealizzabile dal punto di vista operativo.

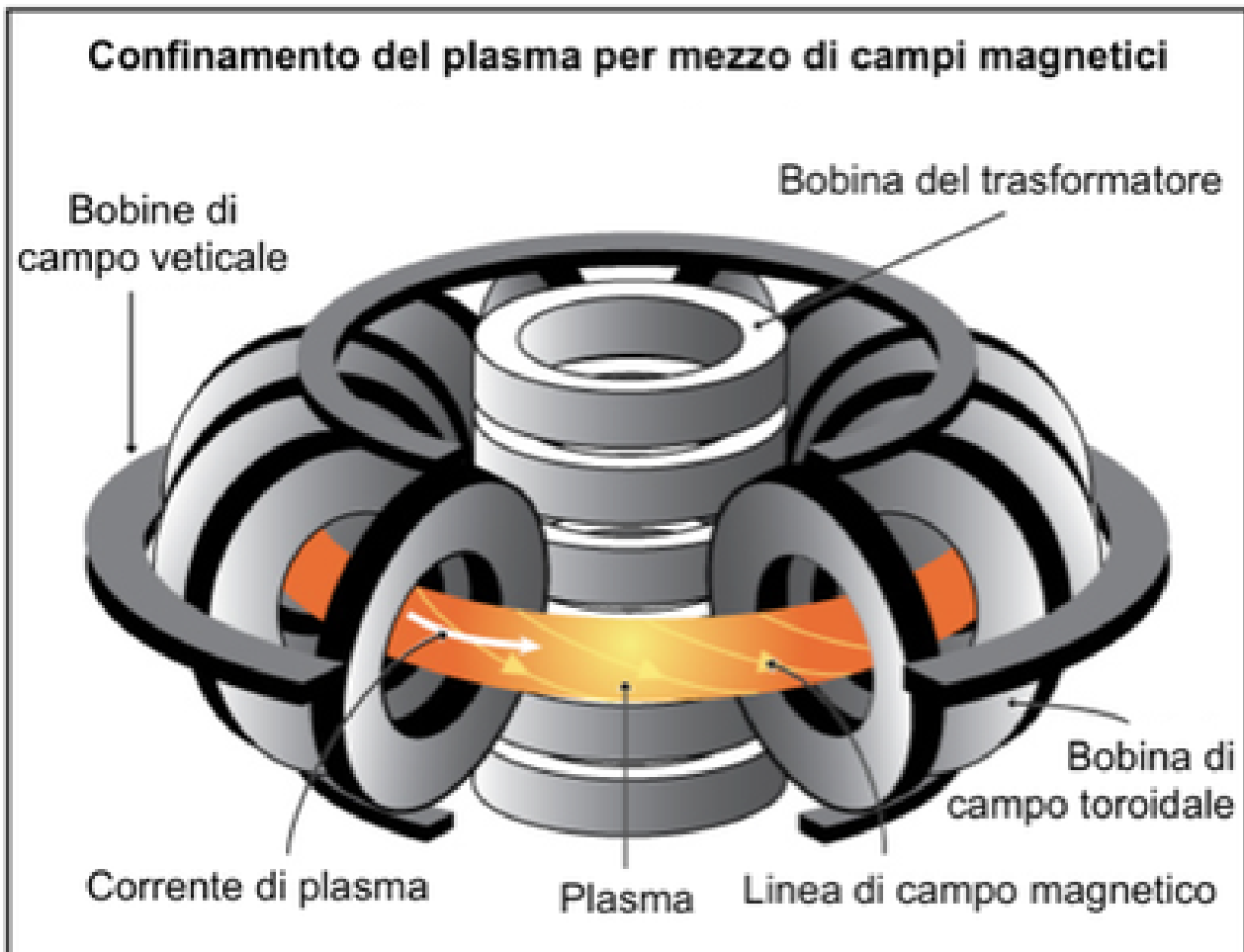
Il confinamento magnetico ad oggi é la tecnica piú studiata e sperimentata, esso consiste nel confinare il plasma utilizzando dei campi magnetici. La presenza di cariche di segno diverso rende il problema molto complicato da affrontare, ma sfruttando le alte temperature si riescono a realizzare alcune configurazioni spaziali di campo magnetico che riescono a confinare il plasma all'interno di una superficie chiusa. Tra

le configurazioni confinanti le due piú studiate attualmente sono lo stellarator e il tokamak, entrambi sono dotati di una struttura toroidale. Al consorzio RFX di Padova si sta studiando una variante del tokamak detta Reversed Field Pinch.

1.2 Tokamak

Il tokamak é una macchina a geometria toroidale per il confinamento dei plasmi e rappresenta ad oggi il principale metodo di confinamento.

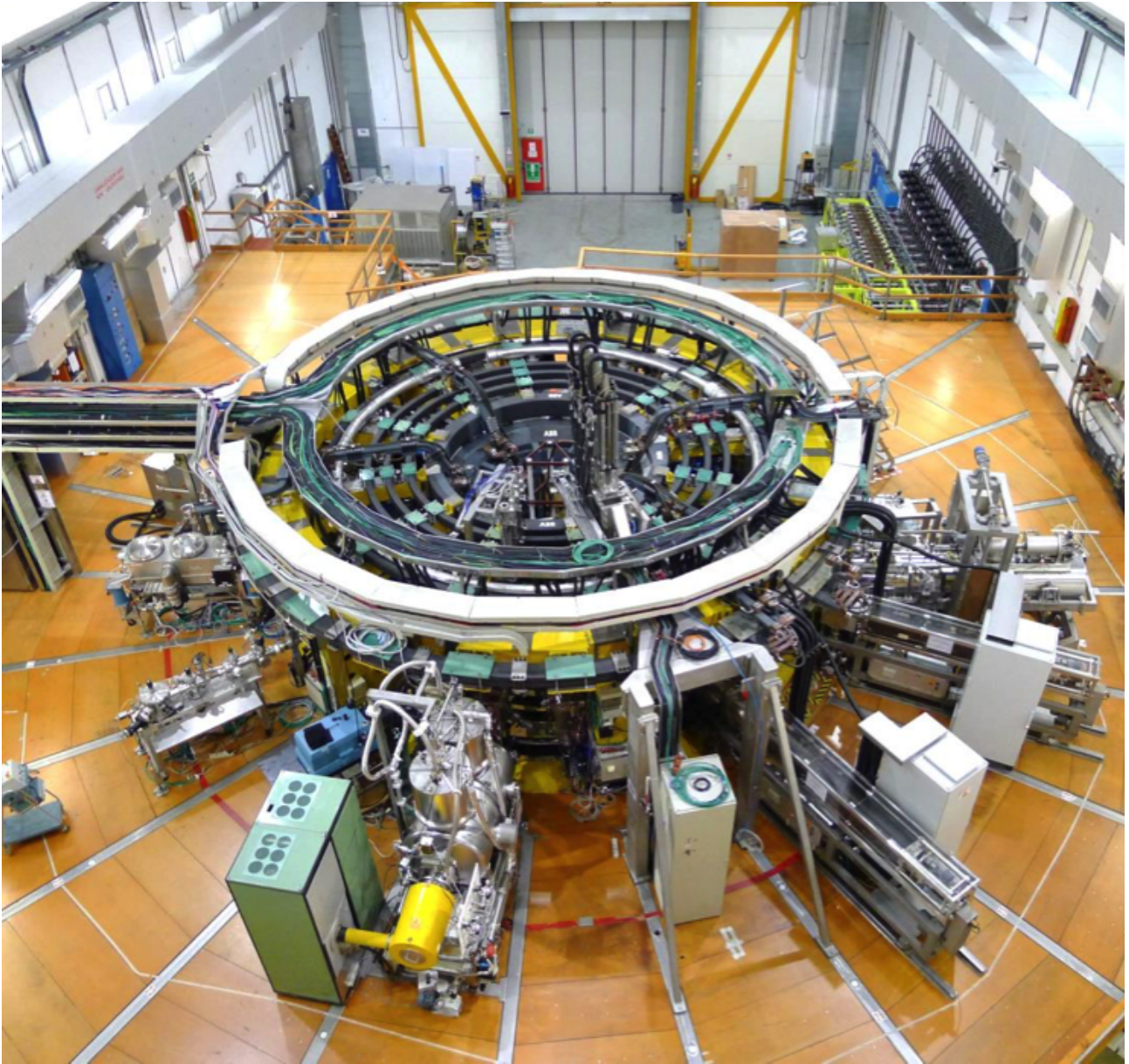
Esso é formato da un trasformatore, bobine poloidali e bobine toroidali come si puó vedere in figura 1.2



Le bobine di campo poloidale servono a mantenere la corrente di plasma, che é ovviamente formata da particelle cariche, in rotazione attorno all'asse di simmetria del tokamak. Le bobine di campo toroidale invece servono a impedire che le particelle cariche della corrente di plasma possano allontanarsi dalla traiettoria prefissata, infatti grazie al campo magnetico toroidale una particella carica che si allontana dalla traiettoria percorrerá una circonferenza di Larmor grazie al campo toroidale, evitando perciò di seguire una traiettoria di fuga. Infine il trasformatore serve ad innescare la scarica utilizzando il gas all'interno del tokamak come circuito secondario che subirá la mutua induzione e di conseguenza si ionizzerá diventando un plasma.

Il plasma sta all'interno di un toro contenuto a sua volta all'interno del gruppo di bobine di campo toroidale. Le pareti del toroide sono quasi sempre rivestite di grafite per resistere maggiormente al calore. All'interno del toroide di solito sono presenti dei divertori che servono sostanzialmente ad imporre alle linee di campo magnetico di seguire traiettorie prestabilite.

La configurazione RFP che consiste in un equilibrio molto simile al tokamak, ma ha la caratteristica di avere il campo toroidale al centro diretto in verso opposto rispetto al campo toroidale ai bordi. La configurazione RFP necessita di campi magnetici meno intensi rispetto al tokamak ma ha una minore efficienza di confinamento.



1.3 Magnetoidrodinamica

In questa sezione si é fatto riferimento a [3] e [1]. Il plasma all'interno di un tokamak viene descritto attraverso un modello a fluido unico. Le ipotesi che devono essere soddisfatte affinché valga questo modello sono alta collisionalità, bassa frequenza, inerzia degli elettroni trascurabile rispetto a quella degli ioni e raggio di Larmor degli ioni molto minore delle dimensioni caratteristiche del sistema. In un plasma da fusione tutte queste ipotesi sono soddisfatte, almeno finché le superfici magnetiche sono chiuse. Oltre l'ultima superficie chiusa l'ipotesi del raggio di Larmor degli ioni molto minore delle dimensioni del sistema cessa di valere e si possono avere fenomeni come la turbolenza o la riconnessione magnetica. Nello strato oltre l'ultima superficie magnetica chiusa, detto scrape-off layer, bisogna pertanto utilizzare modelli piú sofisticati come il modello a due fluidi o il modello cinetico.

La magnetoidrodinamica é descritta dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = 0 \\ \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} - \nabla p \\ \mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B} = \frac{\mathbf{J}}{\sigma} \\ \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

dove ρ indica la densità, \mathbf{u} la velocità, \mathbf{J} la densità di corrente, \mathbf{E} il campo elettrico, \mathbf{B} il campo magnetico, p la pressione e σ la conducibilità.

Per gli scopi pratici si cercano equilibri statici ($\mathbf{u} = 0$) poiché sono piú semplici da realizzare rispetto a quelli dinamici. Vista l'alta temperatura del plasma si suppone che valga l'ipotesi di magnetoidrodinamica ideale ovvero che il plasma abbia resistività approssimativamente nulla ($\sigma = \infty$); l'ipotesi é giustificata dal fatto che in un plasma $\sigma \propto T^{-\frac{3}{2}}$

Gli equilibri statici ideali saranno quindi descritti dal seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} \nabla p = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ \nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{cases}$$

Per sistemi dotati di simmetria assiale toroidale, come il tokamak, si può dimostrare che il precedente sistema é equivalente all'equazione di Grad-Shafranov:

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} - F(\psi) \frac{dF(\psi)}{d\psi} \quad (1.5)$$

dove ψ rappresenta il flusso poloidale del campo magnetico, p rappresenta la pressione in funzione del flusso poloidale ed F una funzione arbitraria del flusso poloidale (cosí come p) legata alla corrente toroidale. Nella pratica una volta fissate la pressione e la corrente toroidale si ricava $\psi(r, \theta, z)$ e da quest'ultima p , \mathbf{B} e \mathbf{J} .

Oltre alle grandezze fisiche sopracitate per studiare gli equilibri tokamak sono utili anche i seguenti parametri:

$$\beta = \frac{2\mu_0 p}{B^2} \quad (1.6)$$

che viene utilizzato per quantificare l'efficienza del confinamento e

$$q = \frac{1}{2\pi} \oint \frac{B_\phi}{RB_p} ds \quad (1.7)$$

detto fattore di sicurezza, che viene utilizzato per studiare la stabilità dell'equilibrio. Direttamente collegato al fattore di sicurezza vi é il parametro q_{95} che ha un'espressione analoga a q ma con l'unica differenza che il dominio di integrazione é il contorno della superficie tale per cui il flusso sia pari al 95% del flusso totale. Un altro parametro importante é il rapporto d'aspetto definito come il rapporto tra il raggio maggiore e il raggio minore del toro.

1.4 Software e codici utilizzati

In questa sezione si è fatto riferimento a [2]. In questa tesi si sono analizzati e modellati, attraverso l'equazione di Grad-Shafranov, tre equilibri tokamak a partire da tre scariche sperimentalmente realizzate al consorzio RFX di Padova. È stato utilizzato il codice di equilibrio CHEASE per effettuare le simulazioni numeriche degli equilibri.

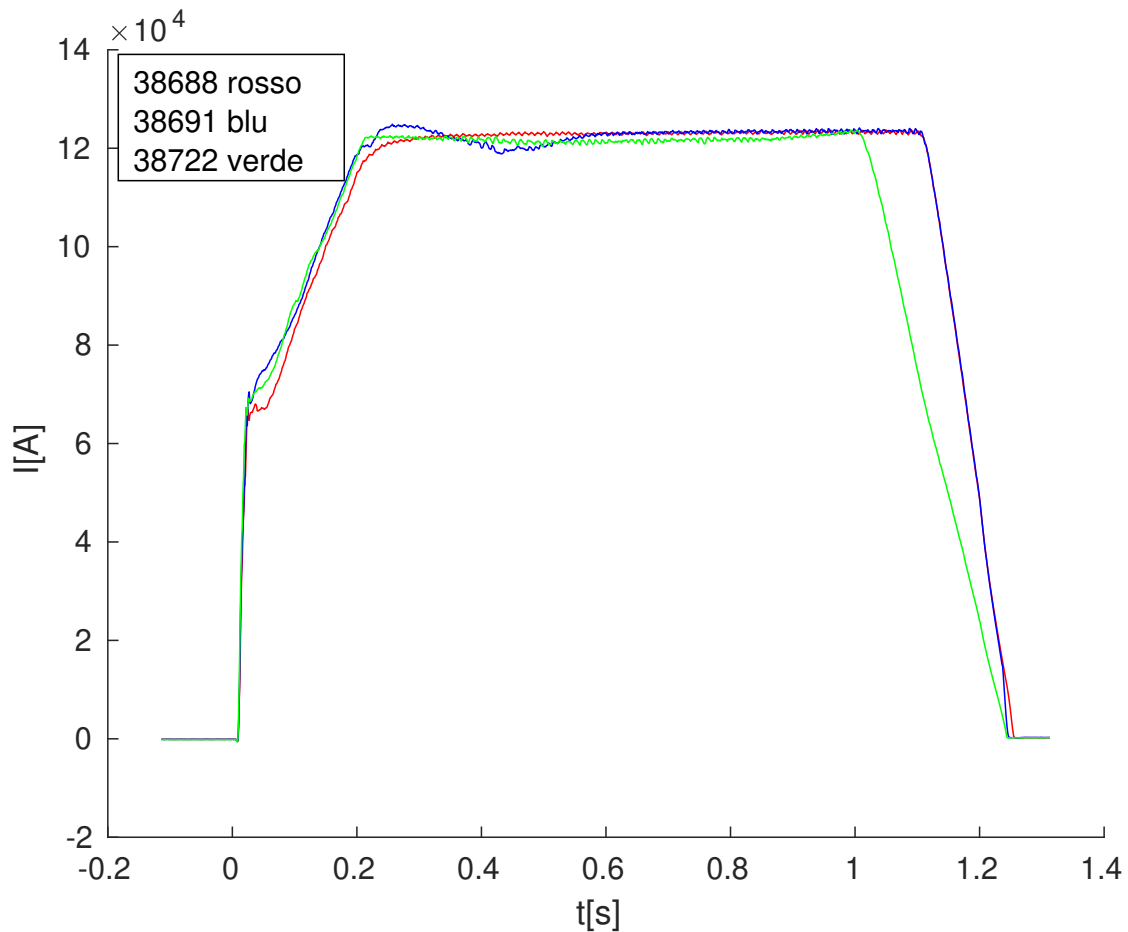
CHEASE utilizza un sistema di coordinate spaziali di tipo toroidale, e riceve in input la radice quadrata del flusso poloidale, la derivata della pressione rispetto al flusso poloidale, la funzione FF' , il rapporto d'aspetto e le coordinate dell'ultima superficie magnetica chiusa. Restituisce in output tutti i parametri che caratterizzano un equilibrio tokamak, anche se in questa tesi ne verranno utilizzati solo alcuni, in modo da confrontarli con i dati sperimentali

Nella fase iniziale si sono utilizzati i risultati precedentemente prodotti da un'altro software, METIS, che simula l'evoluzione temporale di un generico scenario. METIS restituisce in output la pressione, la funzione F e il fattore di sicurezza in funzione del flusso toroidale, il rapporto d'aspetto, le coordinate dell'ultima superficie chiusa, il campo magnetico al centro e il raggio principale del tokamak.

Simulazioni numeriche

2.5 Dati sperimentali

Per prima cosa è stato scelto un'istante temporale per ciascuna delle tre scariche analizzate tale per cui i parametri caratteristici, in particolare la corrente di plasma, risultassero stabili nel tempo. Si riportano di seguito le correnti di plasma misurate nelle tre scariche in funzione del tempo:



È stato scelto l'istante temporale $t = 0.8$ s poiché, come si può notare, in un intorno temporale di tale istante i parametri caratteristici risultavano approssimativamente costanti in tutte e tre le scariche ed è perciò lecito supporre che i valori assunti dalla corrente di plasma, dalla pressione e dal campo magnetico soddisfino le condizioni di equilibrio espresse nella sezione 2.

2.6 Soluzioni numeriche

Dopo aver scelto l'istante temporale adatto allo scopo, si sono utilizzati i risultati prodotti da METIS per le scariche analizzate in funzione dell'istante temporale selezionato; da tali dati è stato ricavato

l'input per CHEASE.

Per ricavare l'input é stato inizialmente necessario ricavare il flusso poloidale in funzione del flusso toroidale attraverso l'equazione

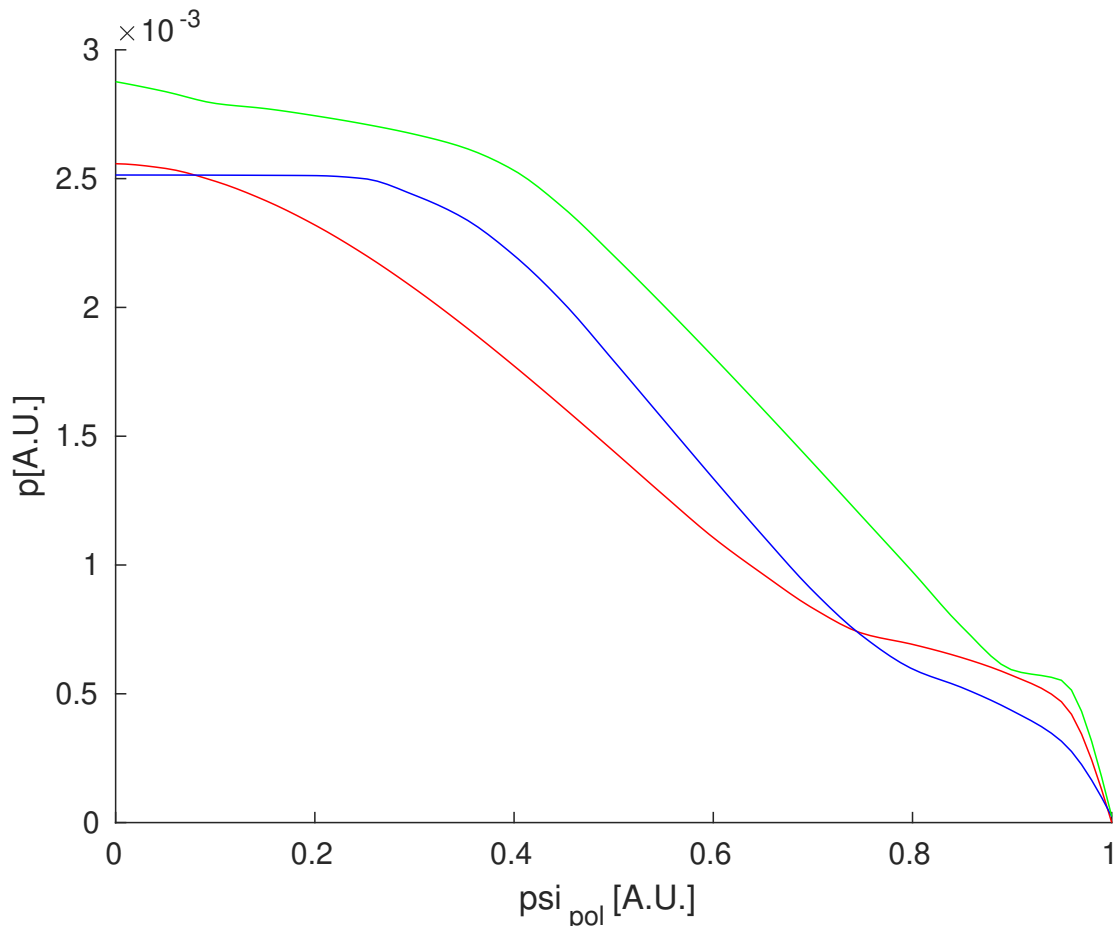
$$\psi_{pol} = \int \frac{1}{q(\psi_{tor})} d\psi_{tor} \quad (2.8)$$

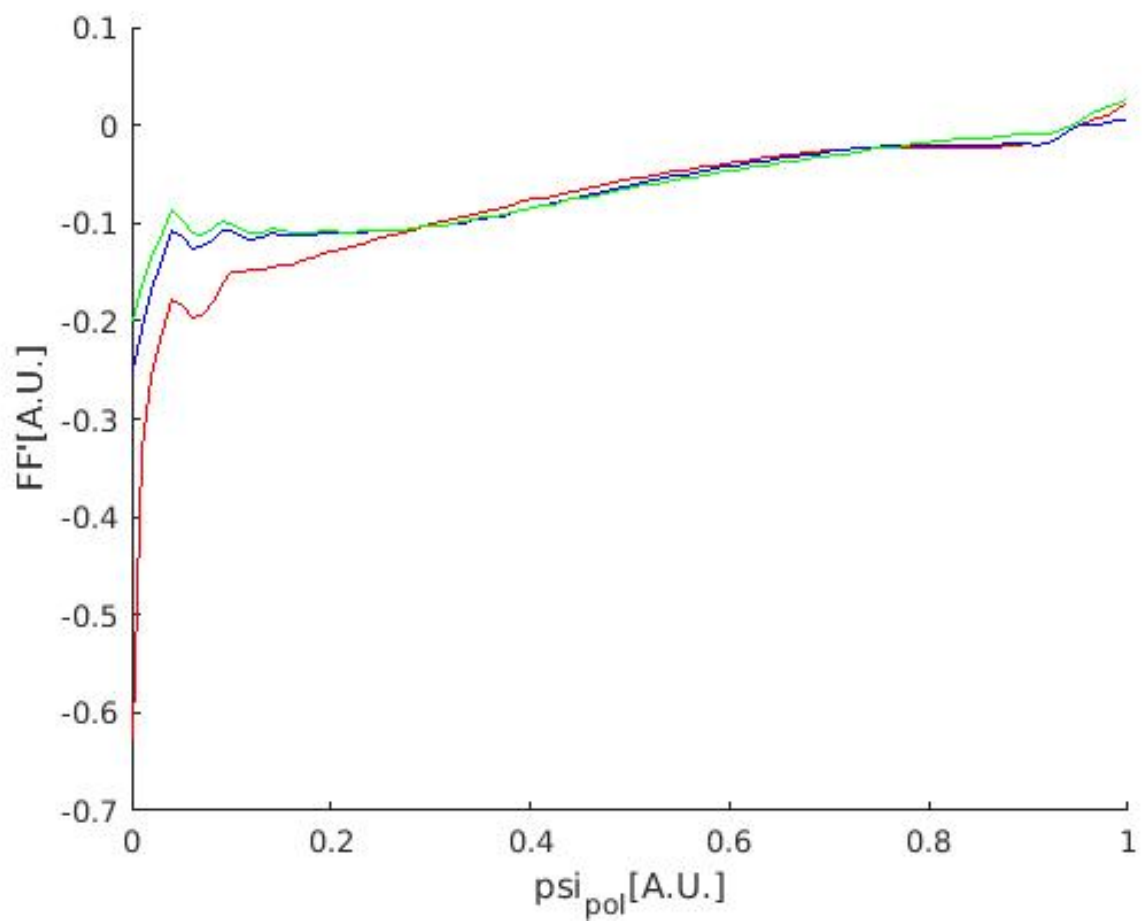
e si é quindi creato un vettore di valori di ψ_{pol} corrispondente a un vettore di valori di ψ_{tor} . Ciò ha reso possibile mettere in corrispondenza biunivoca i vettori di valori di p ed F , precedentemente in corrispondenza con il vettore di valori di ψ_{tor} con il vettore di valori di ψ_{pol} . Si sono successivamente calcolati tramite delle differenze finite i vettori di valori di $\frac{dp}{d\psi}$ e $F\frac{dF}{d\psi}$. Sono stati poi passati a CHEASE il rapporto d'aspetto e i valori sperimentali delle coordinate dell'ultima superficie magnetica chiusa, valori ottenuti tramite misure magnetiche.

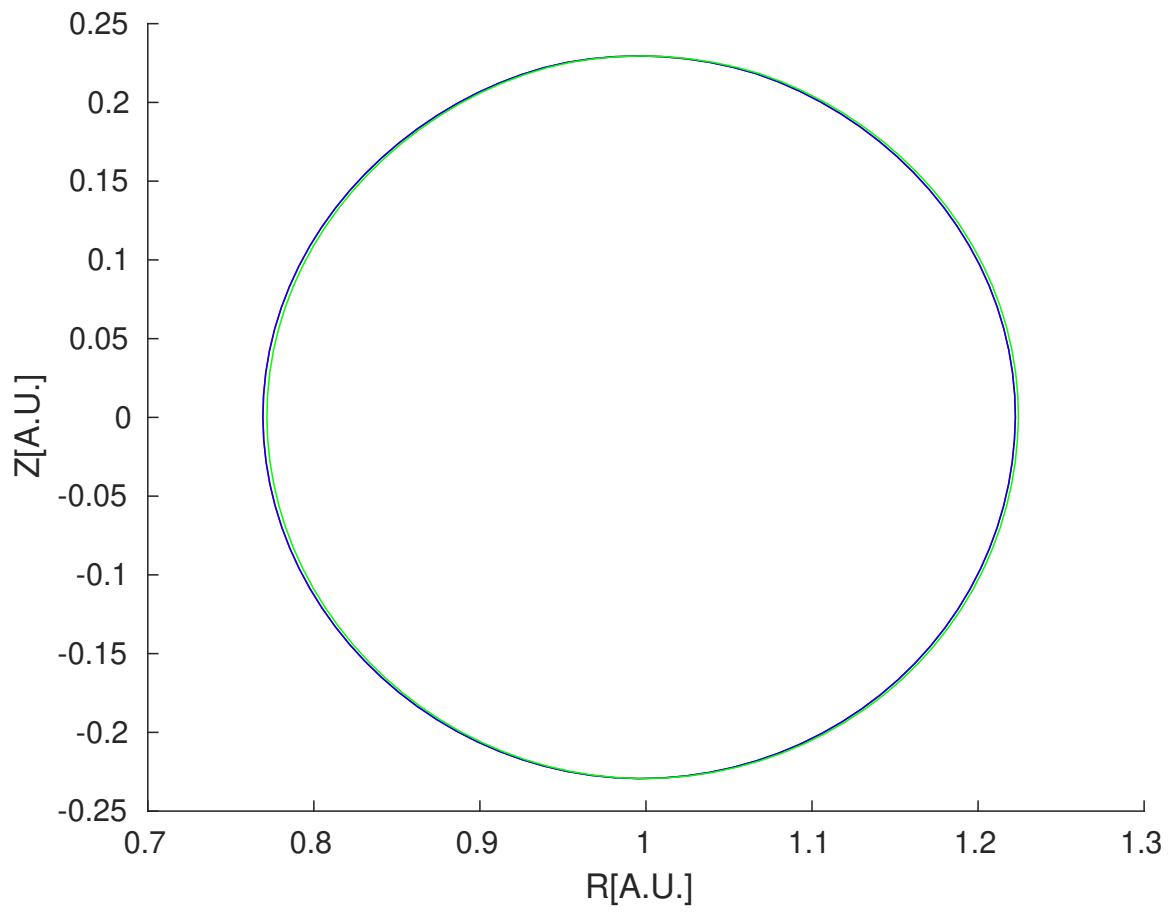
Una volta creato il file di input, sono state effettuate le varie simulazioni. Essendo note $p(\psi)$, $F\frac{dF}{d\psi}$ e le condizioni al contorno date dall'ultima superficie chiusa, CHEASE riesce a risolvere l'equazione di Grad-Shafranov citata nella sezione 3

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial R^2} - \frac{1}{R} \frac{\partial \psi}{\partial R} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial Z^2} = -\mu_0 R^2 \frac{dp(\psi)}{d\psi} - F(\psi) \frac{dF(\psi)}{d\psi} \quad (2.9)$$

attraverso il metodo variazionale ad elementi finiti ricavando perciò $\psi(R, Z)$ e per quanto affermato nella sezione 3, da essa tutti i parametri che caratterizzano l'equilibrio oltre che il campo magnetico, la pressione e la corrente toroidale in funzione delle coordinate spaziali. Le simulazioni hanno dato i seguenti risultati (il rosso indica la scarica 38688, il blu la scarica 38691 e il verde la scarica 38722):







2.7 Confronto con i dati sperimentali

In questa sezione sono stati confrontati i dati sperimentali con le simulazioni. Nella seguente tabella si riportano i valori simulati e quelli misurati:

Parametro	Valore misurato	Valore simulato
I_{38688}	122.7kA	123.3kA
I_{38691}	123.3kA	123.8kA
I_{38722}	121.7kA	123.5kA
$q95_{38688}$	2.2765	2.2778
$q95_{38691}$	2.2351	2.2860
$q95_{38722}$	2.2794	2.2842

Non essendo disponibili nel database le barre di errore sulle misure si può concludere che i risultati simulati hanno un buon accordo con i rispettivi valori misurati infatti i risultati si discostano per meno del 3%.

2.8 Conclusione

In questa tesi si é scritto un programma per creare i file di input per il codice di equilibrio CHEASE. Il codice si é dimostrato essere in buon accordo con le misure sperimentali infatti i risultati simulati si discostano da quelli misurati per meno del 3%. Sul database non erano disponibili le barre d'errore delle misure perciò non é stato possibile verificare se i due valori fossero effettivamente compatibili, tuttavia le misure nella fisica dei plasmi arrivano spesso ad avere errori molto grandi, anche del 30%, perciò é ragionevole supporre che un errore del 3% rappresenti un buon accordo con le misure. Infine bisogna ricordare che le simulazioni effettuate hanno validitá solo all'interno della zona a superfici magnetiche chiuse, nella zona esterna (scrape-off layer) infatti si avrebbero fenomeni di turbolenza e riconnessione magnetica che renderebbero inadeguato il modello teorico utilizzato, la magnetodirodinamica, e questo renderebbe sicuramente incompatibili le simulazioni con i valori sperimentali.

Bibliografia

- [1] Jeffrey P Freidberg. *ideal MHD*. Cambridge University Press, 2014.
- [2] Hinrich Lütjens, Anders Bondeson, and Olivier Sauter. The cheese code for toroidal mhd equilibria. *Computer physics communications*, 97(3):219–260, 1996.
- [3] John Wesson and David J Campbell. *Tokamaks*, volume 149. Oxford university press, 2011.