



**Università degli Studi di Padova**

---

FACOLTÀ DI INGEGNERIA  
Corso di Laurea in Ingegneria Elettronica

TESI DI LAUREA

**Studio del controllo magnetoidrodinamico in RFX-mod  
attraverso strutture orientate agli oggetti**

Candidato:  
**Andrea Rigoni Garola**  
Matricola 439984IL

Relatore:  
**Ch.mo Prof. Antonio Buffa**  
Correlatore:  
**Dr. Roberto Paccagnella**



## **Ringraziamenti**

*Al Professor Antonio Buffa*

*e al Dottor Roberto Paccagnella:*

*per la sollecita disponibilità, la benevola cortesia e l'infinita pazienza.*



*Ad Elena, ai miei genitori  
e a tutti coloro che mi sono stati vicini*



## Sommario

Il presente studio si propone di descrivere l'implementazione di un modello lineare di risposta del plasma a campi elettromagnetici originati dalle bobine del sistema di controllo attivo di RFX-mod. Nel 2004 l'esperimento è stato equipaggiato di 192 bobine a "sella" (*saddle coils*) distribuite lungo tutta la superficie toroidale in grado di produrre, attraversando la scocca conduttrice "sottile", componenti di campo radiale fino all'interno della camera. Nell'ultimo decennio, diversi esperimenti e studi teorici hanno indicato che le instabilità MHD di parete resistiva possono essere controllate per mezzo del *feedback* attivo. Utilizzando il modello fisico sviluppato da A. Bondeson, R. Paccagnella e D. Gregoratto si vogliono interpretare i campi rilevati in base alla dipendenza spaziale degli attuatori e dei sensori, e alla dipendenza temporale, causata dalla presenza della scocca conduttrice attraverso la quale penetra il campo.

Il software che lo implementa, realizzato attraverso un paradigma orientato agli oggetti, presenta delle caratteristiche che ne permettono un uso facilitato e condiviso e che ne consentono l'integrazione con altri strumenti di analisi.

L'elaborato è organizzato in quattro parti. Il **Capitolo 1** contiene una sintetica introduzione sulla fusione termonucleare controllata e sullo studio della stabilità MHD del plasma. Nel **Capitolo 2** vengono presentati in dettaglio il modello lineare e la teoria del controllo. Il **Capitolo 3** spiega come sia stata realizzata la struttura del software. Infine, nel **Capitolo 4** è descritta la validazione del modello attraverso il confronto con i dati sperimentali raccolti su spari nel vuoto, e sono proposte alcune ulteriori considerazioni sul comportamento della macchina che il modello ha permesso di osservare.

Da ultimo, nelle considerazioni finali si discutono i risultati della validazione del modello ed i vantaggi che la struttura ad oggetti del software ha introdotto nell'analisi.

## Abstract

This paper describes the implementation of a linear model for the plasma response to electromagnetic fields applied by the coils of the RFX-mod active control system. In 2004 the experiment was equipped with 192 saddle coils placed around the toroidal surface, able to produce radial field components inside the vessel through the conductive thin shell.

Over the last decade, several experiments and theoretical studies have indicated that resistive wall MHD instabilities can be successfully controlled by the active feedback. By using the physical model developed by A. Bondeson, R. Paccagnella and D. Gregoratto, our aim is to interpret the field signals detected, according to the spatial dependence of the RFX-mod actuators and sensors, and the time dependence caused by the presence of the conductive shell through which the field penetrates.

The software object-oriented implementation is designed to allow an easy and shared use of the code, and enables its integration with other analytical tools.

The paper is composed of four parts. Chapter 1 provides a brief introduction to controlled thermonuclear fusion and to the study of the MHD plasma perturbations stability. In Chapter 2 the linear model and the control theory are presented in detail. Chapter 3 explains how the software structure was built. Eventually, Chapter 4 describes the validation of the model by comparing its results with the collected experimental data on vacuum shots. It, then, contains some further considerations on the machine behavior that the model has allowed us to observe.

At last, closing remarks discuss the results of the model validation performed, together with the advantages that the software object oriented structure brought to the analysis.





# Indice

<b>1</b>	<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
1.1	Fusione termonucleare controllata . . . . .	1
1.2	Confinamento magnetico del plasma . . . . .	2
1.3	Configurazioni Tokamak . . . . .	4
1.4	Configurazioni RFP . . . . .	5
1.5	Esperimento RFX . . . . .	6
1.5.1	La camera da vuoto . . . . .	7
1.5.2	La scocca stabilizzante . . . . .	7
1.6	Instabilità magnetoidrodinamiche in RFP . . . . .	8
1.6.1	Il modello magnetoidrodinamico . . . . .	9
1.6.2	L'equilibrio statico . . . . .	11
1.6.3	L'approssimazione cilindrica . . . . .	14
1.6.4	La classificazione delle instabilità MHD . . . . .	14
1.7	Instabilità di parete (RWM) . . . . .	16
1.8	Uso delle saddle coils in RFX-mod . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Un modello lineare per il controllo dei modi RWM in RFX-mod</b>	<b>19</b>
2.1	Analisi armonica . . . . .	20
2.2	Matching procedure . . . . .	23
2.3	Controllo . . . . .	26
<b>3</b>	<b>Implementazione del modello</b>	<b>29</b>
3.1	Sistema orientato agli oggetti . . . . .	29
3.2	L'interfaccia G-MDS . . . . .	32
3.3	Costruzione del modello . . . . .	37
3.4	Risultati ottenuti attraverso l'uso del framework . . . . .	40
<b>4</b>	<b>Analisi dei risultati</b>	<b>43</b>
4.1	Descrizione del contesto sperimentale . . . . .	43
4.1.1	Fattore di penetrazione a vuoto . . . . .	43
4.2	Considerazioni preliminari all'applicazione del modello . . . . .	46
4.2.1	Osservazioni sullo spessore delle bobine di controllo . . . . .	46

4.2.2	Osservazioni sulla funzione di trasferimento . . . . .	49
4.2.3	Prove sperimentali con campo a vuoto statico . . . . .	50
4.2.4	Esame su perturbazioni rotanti . . . . .	55
<b>5</b>	<b>Considerazioni finali</b>	<b>59</b>
<b>6</b>	<b>Appendici</b>	<b>63</b>
<b>A</b>	<b>Operatori differenziali nel sistema cilindrico</b>	<b>65</b>
<b>B</b>	<b>Equazioni di Bessel e MBF</b>	<b>67</b>
<b>C</b>	<b>Variazioni di campo su superfici sottili</b>	<b>71</b>
C.0.5	Equazioni della superficie . . . . .	71
C.0.6	Salti di superficie . . . . .	72
	<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>76</b>

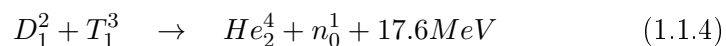
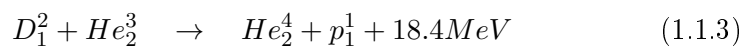
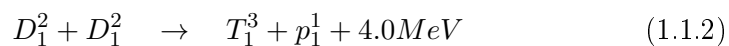
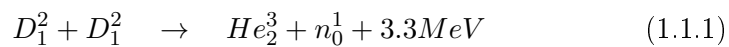
# Capitolo 1

## Introduzione

### 1.1 Fusione termonucleare controllata

Tra gli innumerevoli apporti della scienza alla ricerca di fonti d'energia in grado di sostenere i sempre crescenti bisogni dell'umanità, la fusione termonucleare controllata si distingue per l'aspirazione dei suoi sostenitori a riprodurre sulla terra i processi di fusione che alimentano il sole e le altre stelle. L'idea consiste nel cercare di favorire, attraverso l'induzione di una forte agitazione termica (modello classico), cui statisticamente contribuisce il cd effetto tunnel (modello quantomeccanico), l'incontro (collisione) di due nuclei leggeri ad una distanza inferiore alla barriera columbiana, sì da permetterne la trasformazione in un unico atomo di massa superiore. La quantità di energia liberata, corrispondente al difetto di massa tra reagenti e prodotti di fusione, risulta tanto maggiore quanto più lo è la differenza di energia di legame per nucleone rispetto alla variazione di numero atomico. Il vantaggio nell'utilizzo di isotopi di atomi leggeri è evidente: essi, infatti, presentano contemporaneamente una bassa forza columbiana di repulsione ed un'alta differenza di energia di legame.

Generalmente le reazioni di fusione studiate sono di quattro tipi:



Ognuna possiede una caratteristica sezione d'urto da cui si evince che la reazione a più alta probabilità è la (1.1.4) tra Deuterio e Trizio<sup>1</sup>. Essa

---

<sup>1</sup>Il Deuterio è estratto direttamente dall'acqua, anche se con costi energetici non indifferenti; il Trizio, invece, è un prodotto di fissione del Litio e se ne progetta la produzione concomitante alla reazione di fusione nelle prossime centrali ibride fusione-fissione cd di "prima generazione".

avviene a valori di energia non inferiori a  $5keV$  e raggiunge il massimo di efficienza a  $15keV$ . In questa situazione i reagenti si trovano allo stato di plasma: un gas completamente ionizzato, quasi elettricamente neutro, le cui dimensioni sono maggiori della cd sfera di Debye, una regione di spazio oltre la quale le cariche mobili presenti nel gas schermano il campo elettrico. Il raggio della sfera è

$$\lambda_{D_e} = \sqrt{\frac{\epsilon_0 k T_e}{n_e q_e^2}}$$

in cui  $\epsilon_0$  indica la costante dielettrica del vuoto,  $k$  la costante di Boltzmann,  $q_e$  la carica dell'elettrone,  $T_e$  ed  $n_e$  rispettivamente temperatura e densità degli elettroni.

L'obiettivo di un reattore a fusione è quello di soddisfare il cd "criterio di Lawson", ossia di raggiungere uno stato di funzionamento tale per cui il tasso di reazione sia sufficiente ad autosostenere l'energia spesa per mantenere il plasma ignito<sup>2</sup>.

Considerando parametri specifici per la perdita di energia come, ad esempio, perdite di frenamento (*bremssstrahlung radiation*) o di collisione (*collisional and turbulent phenomena*), l'efficacia del reattore è espressa attraverso un singolo valore detto "triplo prodotto"<sup>[5]</sup>:

$$n\tau_E T_i \geq 3 \cdot 10^{21} m^{-3} s \cdot keV \quad (1.1.5)$$

La curva di ignizione del plasma che soddisfa il criterio di Lawson mostra un valore minimo a  $T_i \simeq 20keV$ : questa è la temperatura che si cerca di ottenere nel bilancio, variando densità ( $n$ ) e tempo di confinamento ( $\tau_E$ ).

## 1.2 Confinamento magnetico del plasma

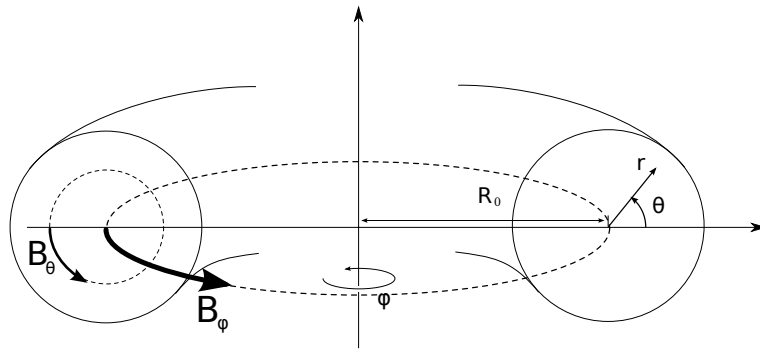
A causa dell'alta temperatura non esiste materiale in grado di contenere la reazione senza inevitabilmente inquinarla. Una soluzione a questo problema, studiata da oltre 60 anni, è rappresentata dalle macchine a confinamento magnetico, in cui il "contenitore" del plasma è costituito da un gradiente di campo<sup>3</sup>.

La progettazione strutturale di ogni macchina da fusione rispecchia la disposizione scelta per il campo interno.

<sup>2</sup>Di sicuro la ricerca di un simile risultato limita la scelta del modello di studio: ad esempio, si devono scartare esperimenti di fusione attraverso acceleratori di particelle, in cui la netta predominanza della sezione d'urto di ionizzazione rispetto alla fusione porta ad un dispendio di energia di vari ordini di grandezza superiore rispetto a quella ricavabile dalla reazione (ad esempio, per una lastra di Trizio colpita da ioni di Deuterio si ha:  $\sigma_{ion} \approx 10^7 \sigma_{DT}$ ; quindi per ottenere i 17MeV della fusione sarebbe necessario un consumo di  $10^7$ MeV).

<sup>3</sup>Un altro metodo studiato è il confinamento inerziale (ICF), ottenuto attraverso l'implosione di un guscio sferico contenente la miscela D-T, compressa da raggi laser o fasci di ioni ad alta energia.

Tra le varie soluzioni proposte, quella toroidale è apparsa topologicamente più vantaggiosa: il toro, infatti, costituisce l'unica superficie compatta connessa orientabile su cui sia possibile definire un campo vettoriale continuo senza punti critici<sup>4</sup>. In questo caso le configurazioni del campo consistono in un insieme di componenti magnetiche toroidali e poloidali. In *Figura 1.1* è rappresentato un sistema di riferimento in coordinate toroidali  $(r, \vartheta, \varphi)$  dove:



*Figura 1.1:* Sistema di riferimento in coordinate toroidali

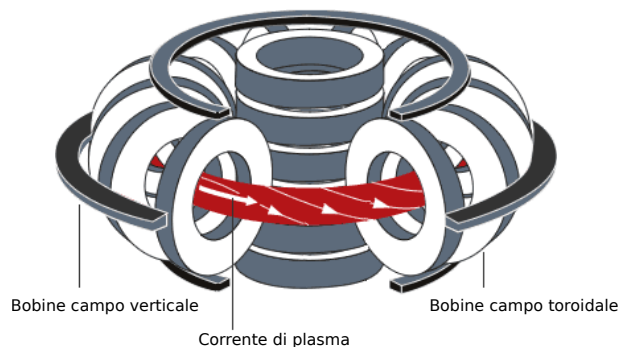
$r$  = coordinata radiale

$\vartheta$  = angolo poloidale

$\varphi$  = angolo toroidale

A seconda delle loro caratteristiche, le macchine a confinamento si dividono in tre principali categorie:

- *Tokamak*, in cui sono presenti entrambi i campi, ma con netta prevalenza di quello toroidale, che ha sostanzialmente funzione stabilizzante.
- *RFP*, in cui la componente toroidale è equiparabile a quella poloidale al punto da avere valore invertito al bordo (da cui il nome, “*reversed field pinch*”). Rispetto alla configurazione Tokamak la stabilità è più critica, ma l'efficienza è maggiore.
- *Stellarator* in cui la geometria del campo è costruita disponendo una complessa struttura di bobine che favoriscono l'avvitamento della colonna di plasma.



**Figura 1.2:** Schema della configurazione Tokamak e RFP

### 1.3 Configurazioni Tokamak

Nei sistemi Tokamak il campo magnetico  $B_\varphi$  viene prodotto mediante un solenoide toroidale avvolto attorno alla camera da vuoto, mentre il campo  $B_\theta$  è prodotto da una forte corrente toroidale  $I_p$  che viene fatta passare attraverso il plasma. Questa corrente è prodotta induttivamente utilizzando avvolgimenti accoppiati all'anello di plasma (e a volte concatenati ad un nucleo magnetico). La stessa corrente comporta anche il riscaldamento del plasma per effetto Joule (riscaldamento ohmico) con potenza specifica  $P = \eta J^2$ , dove  $\eta$  è la resistività del plasma.

Un parametro importante per definire le prestazioni tipiche di un Tokamak è definito come:

$$\beta = \frac{\langle p \rangle}{\frac{B(a)^2}{2\mu_0}} \quad (1.3.6)$$

con  $\langle p \rangle$  media della pressione su una sezione poloidale. Questo parametro è il rapporto tra la pressione cinetica media esercitata dal plasma e la pressione magnetica del campo che utilizziamo per confinarlo; il valore di  $\beta$  è quindi indicativo di quanto sia efficiente la configurazione studiata dal punto di vista energetico.

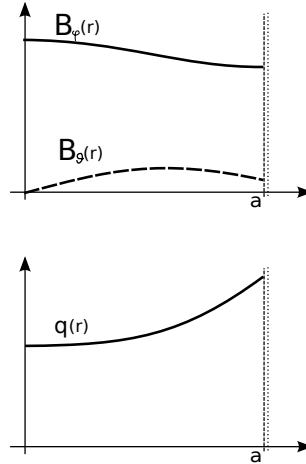
Se calcoliamo la (1.3.6) usando valori di  $B_\varphi$  e  $B_\theta$  tipici di un Tokamak, otteniamo un  $\beta$  che si aggira sul 2-3%; ciò significa che gran parte dell'energia magnetica utilizzata nel Tokamak non è utile al confinamento, bensì alla stabilizzazione della configurazione.

Un altro elemento da considerare nel definire le intensità relative dei campi magnetici nel Tokamak è il fattore di sicurezza  $q$ :

$$q(r) = \frac{rB_\varphi(r)}{R_0B_\theta(r)} \quad (1.3.7)$$

<sup>4</sup>ovvero: definito un campo vettoriale sulla superficie, non vi è alcun punto in cui esso si annulli; questa caratteristica permette alle linee di campo di ricombinarsi su se stesse minimizzando l'energia spesa e massimizzando la stabilità del plasma.

Come verrà discusso più ampiamente in seguito, l'andamento radiale di questo parametro ha importanti ripercussioni sulla stabilità del plasma: in particolare si punta a mantenere la funzione  $q(r)$  strettamente monotona.



**Figura 1.3:** Profili di  $B_\phi$ ,  $B_\theta$  e  $q$  rispetto alla posizione dall'asse del toro per reattori a fusione in configurazione Tokamak.

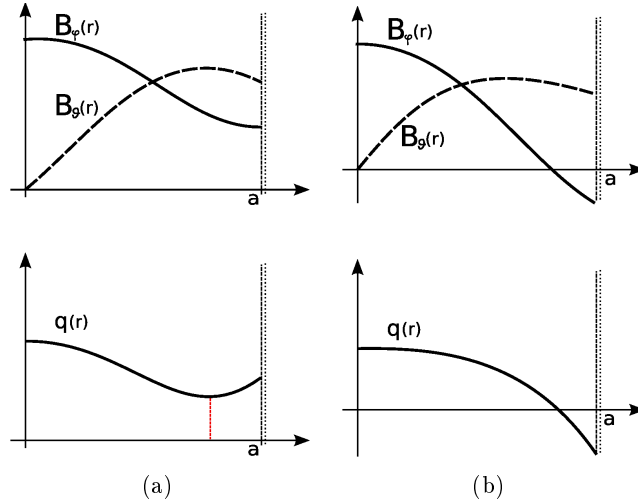
Come illustrato in *Figura 1.3*, nel caso del Tokamak questa proprietà è garantita attraverso un alto rapporto  $B_\phi/B_\theta$ . Tuttavia, poiché il campo poloidale è generato dalla corrente di plasma, per determinare il rapporto voluto è necessario che essa sia mantenuta sotto una certa soglia. Questa condizione, però, implica un limite all'effetto ohmico, per cui è necessario utilizzare metodi aggiuntivi di riscaldamento: iniettori di particelle neutre (NBI) ed emettitori in radiofrequenza impostati per risuonare con la frequenza di ciclotrone di elettroni o ioni.

## 1.4 Configurazioni RFP

Il *reversed field pinch* (RFP) è una configurazione assialsimmetrica dotata di corrente toroidale, simile al Tokamak. La differenza tra le due sta nel diverso rapporto tra le componenti del campo magnetico: mentre nel Tokamak il campo toroidale è di un ordine di grandezza superiore rispetto a quello poloidale, nell'RFP le due componenti sono confrontabili, e nella zona più esterna è la componente poloidale a dominare. Gran parte del campo magnetico è quindi generato dalla stessa corrente di plasma e, a parità di corrente ottenuta, il campo totale dell'RFP è di molto inferiore a quello del Tokamak. Si osserva inoltre che, nelle giuste condizioni, una volta avviata la corrente di plasma, il campo toroidale alla parete diventa negativo. Questo rovesciamento permette di ottenere il fattore  $q(r)$  monotono e viene in genere facilitato invertendo il senso della corrente che scorre nelle bobine del sistema toroidale alcuni istanti dopo l'inizio della scarica. Per il modello RFP si



osservano i profili di  $B_\varphi, B_\theta, q$  riportati in *Figura 1.4(b)*. A questa minore



**Figura 1.4:** Profili di  $B_\varphi, B_\theta$  e  $q$  rispetto alla posizione dall'asse del toro: in assenza [a] e presenza [b] di rovesciamento del campo  $B_\varphi$ .

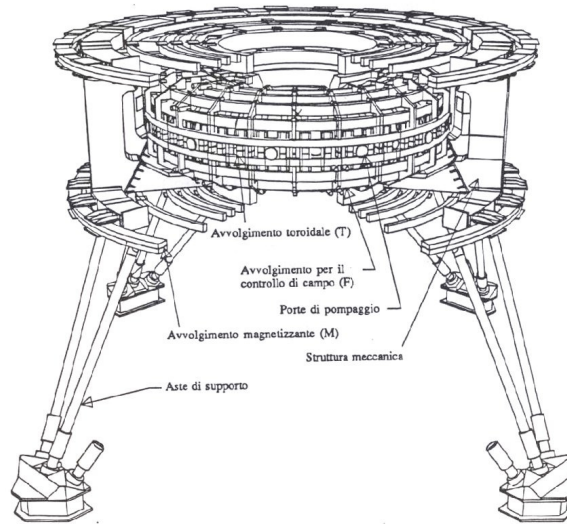
intensità del campo toroidale è legata la possibilità di raggiungere valori di  $\beta$  totale di molto superiori rispetto a quelli tipici del Tokamak. Tuttavia il notevole svantaggio dell'RFP sta nella capacità di confinamento che costituisce un grosso limite alla temperatura, di un ordine di grandezza inferiore rispetto a quella del Tokamak.

## 1.5 Esperimento RFX

Le prime installazioni con componenti  $B_\varphi$  e  $B_\theta$  dello stesso ordine di grandezza, cd *screw pinch* o *zeta pinch* stabilizzate, entrarono in funzione all'inizio degli anni '60; la più rilevante fu ZETA<sup>5</sup>. I risultati sul momento furono giudicati mediocri: la macchina presentava un regime turbolento, cui talvolta seguiva una fase quiescente a quel tempo difficile da interpretare. Il primo modello teorico fu proposto da C.B.Taylor nel 1974 [36]: egli ipotizzò, e dimostrò, che la fase quiescente di ZETA corrispondeva al passaggio spontaneo del sistema da *zeta pinch* stabilizzato a RFP tramite autorovesciamento del campo toroidale, e che questo era indicativo di uno stato di minima energia magnetica.

A Padova la ricerca su questo tipo di fenomeni ha condotto negli anni alla realizzazione di RFX (sigla per *Reversed Field eXperiment*), una macchina a rovesciamento di campo di raggio maggiore  $R_0 = 2m$  e raggio minore

<sup>5</sup>ZETA (Zero Energy Thermonuclear Assembly) funzionò dal 1954 al 1958 ad Harwell (UK).



**Figura 1.5:** Vista prospettica dell'esperimento RFX

$a = 0.5m$ , capace di una corrente di plasma di  $2MA$ . Nel periodo 2001-2004, essa è stata modificata (RFX-mod<sup>6</sup>) ed è stato introdotto un sistema di controllo attivo (*feedback*) che ha permesso di migliorare di molto i risultati precedentemente raggiunti.

### 1.5.1 La camera da vuoto

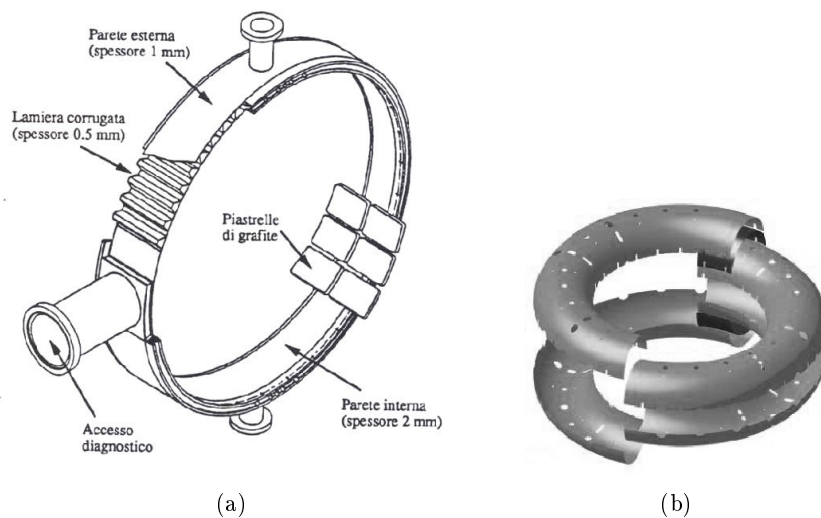
RFX è formata da una camera da vuoto costruita in INCONEL 625<sup>7</sup> e internamente rivestita da 2016 piastrelle di graffite, che la proteggono dagli impulsi di calore generati dal plasma; essa può resistere a temperature di oltre  $350^{\circ}C$  e permette di creare condizioni di vuoto ultra alto ( $P < 10^{-6}mbar$ ). La struttura, detta anche *liner*, è costituita da 72 elementi cuneiformi (vedi *Figura 1.6(a)*), disposti a distanza toroidale di  $5^{\circ}$  l'uno dall'altro, con strato interno di 2 mm ed esterno di 1 mm, uniti da un anello corrugato da 0,5 mm [19].

### 1.5.2 La scocca stabilizzante

All'esterno la camera a vuoto è completamente avvolta da un guscio (*shell*) altamente conduttivo; inizialmente in alluminio, esso è poi stato sostituito per RFX-mod da un film di rame dello spessore di 3 mm. Strutturalmente

<sup>6</sup>Nel 1999 un incendio ha distrutto una parte rilevante degli impianti elettrici di alimentazione di RFX. L'attività sperimentale è ripresa nel dicembre 2004, dopo una intensa fase di ricostruzione delle alimentazioni e di miglioramento e modifica della macchina.

<sup>7</sup>lega di nichel, cromo e molibdeno usata per produrre un materiale ad alta durezza, resistente alle alte temperature, con buone proprietà meccaniche



**Figura 1.6:** Rappresentazione tridimensionale di un elemento della camera a vuoto [a], e componenti della scocca stabilizzante [b].

il guscio è costituito da quattro parti di ampiezza angolare di  $180^\circ$  in direzione poloidale e leggermente superiore in direzione toroidale. Esso presenta due tagli<sup>8</sup> poloidali, di cui uno a lembi sovrapposti, e due equatoriali, dei quali quello interno è isolato e quello esterno cortocircuitato con placche di rame. Una volta composte le parti, di cui alla *Figura 1.6(b)*, rimangono due tagli non saldati: uno poloidale e uno toroidale, in modo da consentire la penetrazione dei corrispondenti campi magnetici [13].

Le correnti, indotte nella scocca da componenti di campo radiali (generate dallo spostamento del plasma), tendono ad opporsi alla fuoriuscita del campo stesso. Questa caratteristica della *shell* permette di stabilizzare perturbazioni veloci<sup>9</sup> e contribuire all'equilibrio orizzontale nei primi istanti dell'impulso [19]. Il valore di tempo di penetrazione per un campo verticale si assesta in  $\tau_w = 50 \div 60 \text{ ms}$  [12].

## 1.6 Instabilità magnetoidrodinamiche in RFP

La riuscita dei sistemi di contenimento elettromagnetico dipende dalla capacità di mantenere il plasma in equilibrio in presenza di piccole perturbazioni che possano comprometterne la stabilità.

In esperimenti di tipo Tokamak e RFP, le instabilità produttive di effetti macroscopici sono descritte, nella loro forma più semplice, dal modello fluido

<sup>8</sup>spesso anche chiamati mediante il termine inglese *gap*

<sup>9</sup>perturbazioni che avvengono in tempi in cui il campo rimane congelato con il plasma (teorema di Alfvén)

di plasma MHD (*magnetohydrodynamic model*). Si abbandona la descrizione cinetica della singola particella<sup>10</sup> per considerare l'insieme delle cariche, pensando al plasma come un unico fluido: le dimensioni della regione di indagine sono molto maggiori della lunghezza di Debye e del raggio di girazione di Larmor<sup>11</sup>. Dunque, non si osserva più un sistema discreto con cariche separate.

### 1.6.1 Il modello magnetoidrodinamico

Nel modello MHD le equazioni dell'elettromagnetismo classico sono combinate con quelle del moto dei fluidi. Tipicamente l'analisi di plasma fluido coinvolge i movimenti generalizzati di ogni specie ionica; tuttavia per semplicità è possibile considerare ogni coppia di valori relativa a ioni ed elettroni in un unico parametro e ottenere così un andamento di singolo fluido. Inoltre, ricordando che per i gas da fusione vi è quasi neutralità di carica  $n_i = n_e$  si può trascurare il termine di densità di carica  $\rho = e(n_i - n_e)$ . Le grandezze in gioco, quindi, sono:

- la densità di massa del fluido

$$\rho_m = n_e m_e + n_i m_i \quad (1.6.8)$$

- la densità di corrente media nell'unità di volume

$$\bar{\mathbf{J}} = e(n_i \bar{\mathbf{v}}_i - n_e \bar{\mathbf{v}}_e) \quad (1.6.9)$$

- la pressione del fluido

$$p \approx n_e k T_e + n_i k T_i \quad (1.6.10)$$

Con queste variabili si possono definire per il fluido le equazioni di continuità di massa e momento:

$$\frac{\partial \rho_m}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho_m \vec{v}) = 0 \quad (1.6.11)$$

$$\rho_m \left( \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \vec{v} \cdot \nabla \vec{v} \right) = \bar{\mathbf{J}} \times \vec{B} - \nabla p \quad (1.6.12)$$

<sup>10</sup>metodo con cui si analizzano le microinstabilità

<sup>11</sup>raggio dell'orbita della singola carica in presenza di un campo magnetico

a cui si aggiungono i vincoli di interazione elettromagnetica posti dalle leggi di Maxwell e dalla legge di Ohm.

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1.6.13)$$

$$\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \quad (1.6.14)$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (1.6.15)$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \quad (1.6.16)$$

$$\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} = \eta \vec{J} \quad (1.6.17)$$

Infine per chiudere il sistema si può scegliere di introdurre alternativamente:

- la perfetta conduttività del plasma per ottenere l'annullamento del termine di resistività <sup>12</sup> in (1.6.17) (modello MHD ideale<sup>13</sup>).

$$\eta = 0 \quad (1.6.19)$$

- l'aggiunta di un vincolo di stato per il gas ideale, considerando solo trasformazioni isoterme o adiabatiche:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{p}{\rho_m^\gamma} \right) = 0 \quad (1.6.20)$$

$$\gamma = 1 \quad \textit{isoterme} \quad (1.6.21)$$

$$\gamma = 5/3 \quad \textit{adiabatiche} \quad (1.6.22)$$

Dalle equazioni MHD è possibile ricavare anche alcune considerazioni riguardo al movimento del plasma: ad esempio, combinando l'equazione di Ampere (1.6.14) con quella di Ohm (1.6.17) si ottiene la variazione del campo di induzione, che risulta essere la composizione di un termine di flusso e di un termine di diffusione del campo.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) + \frac{\eta}{\mu_0} \nabla^2 \vec{B} \quad (1.6.23)$$

---

<sup>12</sup>In realtà la resistività è un termine legato alla temperatura di plasma attraverso la relazione di Spitzer

$$\eta = 5 \times 10^{-5} \frac{Z \log(\Lambda)}{T_e^{3/2}} \quad (1.6.18)$$

<sup>13</sup>per un'analisi dettagliata delle condizioni del modello MHD ideale si veda[16][17]

Questa relazione descrive l'accoppiamento dinamico tra il campo magnetico e lo spostamento del fluido. Se confrontiamo i due contributi di (1.6.23), considerando come fattore di viscosità  $\nu_m = \eta/\mu_0$ , otteniamo:

$$\frac{|\nabla \times \vec{v} \times \vec{B}|}{|\nu_m \nabla^2 \vec{B}|} \simeq \frac{\frac{v \cdot B}{L}}{\nu_m \frac{B}{L^2}} = \frac{vL}{\nu_m} \equiv \mathcal{R}_m \quad (1.6.24)$$

dove  $L$  rappresenta la lunghezza di variazione caratteristica per le grandezze considerate.  $\mathcal{R}_m$  è detto Numero di Reynolds magnetico e quantifica la prevalenza dei fenomeni di flow di plasma rispetto a quelli di diffusione di  $\vec{B}$ .

Quando, come in genere accade, è la prima componente ad essere dominante ( $\mathcal{R}_m \gg 1$ ), la relazione esprime la conservazione del flusso magnetico attraverso una qualsiasi superficie delimitata da una linea chiusa, indipendentemente dal movimento del fluido. Questo risultato è espresso anche dal teorema di Alfvén: in un fluido conduttore con resistività nulla (o molto piccola), le linee di campo magnetico rimangono congelate in un dato volume dello stesso.

In conclusione si può dire che un plasma di esigua viscosità magnetica può essere più efficacemente compresso dal forte gradiente; nel contempo, però, si ottiene un moto turbolento in cui la variazione di campo dipende in misura sempre maggiore da fenomeni di trasporto.

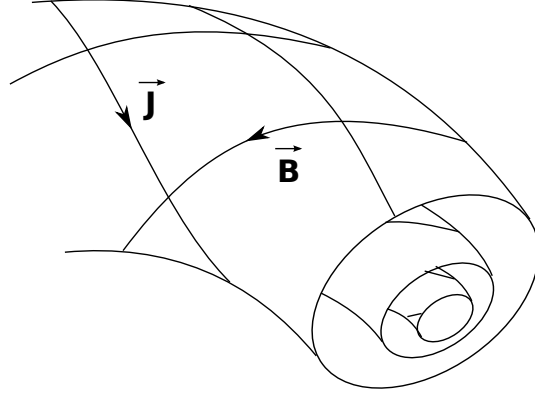
### 1.6.2 L'equilibrio statico

Lo studio dell'instabilità MHD del plasma riguarda principalmente le perturbazioni del sistema ideale a partire da un punto di equilibrio magnetostatico. In questo stato le relazioni che presentano una variazione temporale sono nulle, così, imponendo  $\eta = 0$  e  $\frac{\partial}{\partial t} = 0$ , il sistema diviene:

$$\begin{cases} \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{J} \\ -\nabla p + \vec{J} \times \vec{B} = 0 \end{cases} \quad (1.6.25)$$

Dalla terza relazione si evince che il gradiente di pressione si mantiene ortogonale alle linee di campo e corrente, costruendo un insieme di superfici isobare toroidali<sup>14</sup>, una interna all'altra, chiamate *superfici magnetiche* [3] (Figura 1.7). Queste sono dette *superfici razionali* quando le linee di campo che le percorrono si ricombinano su se stesse dopo alcuni giri toroidali, oppure *ergodiche* quando, non ricombinandosi, coprono l'intera superficie.

<sup>14</sup>Si noti che i campi magnetico e di corrente della prima e seconda relazione sono solenoidali e conducono a superfici necessariamente chiuse. Se si considera un modulo di pressione costante lungo detta superficie, con angolo di intersezione tra i vettori di campo perpendicolare ovunque, si ottiene come soluzione reale possibile il toro.



**Figura 1.7:** Superfici magnetiche a pressione costante nel sistema MHD ideale in equilibrio statico.

Analizziamo ora gli effetti di una generica perturbazione sulla stabilità dell'equilibrio appena descritto. Utilizzando la trasformazione spaziale in serie di Fourier, possiamo esprimere la perturbazione  $\tilde{\psi}$  come:

$$\tilde{\psi}(\vec{r}, t) = \sum_k \tilde{\psi}_k(r) e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)} = \sum_k \tilde{\psi}_k e^{i(m\theta + n\varphi - \omega t)} \quad (1.6.26)$$

dove  $\vec{r} = (r, \theta, \varphi)$  è il vettore di posizione in coordinate toroidali e  $\vec{k}$  è il vettore dei relativi numeri d'onda. La sua frequenza è l'espressione della trasformata nel tempo, ed è in generale un valore complesso  $\omega = \omega_R + i\omega_I$ , in cui la parte reale esprime la velocità di propagazione dell'onda, e la parte immaginaria rappresenta la crescita, smorzata ( $\omega_I < 0$ ) o esponenziale ( $\omega_I > 0$ ), dell'ampiezza della perturbazione. Il passo di tale perturbazione si ottiene quindi per  $(m\theta + n\varphi) = cost$ , ovvero:

$$md\theta - nd\varphi = 0$$

$$p_p = \int_0^{\Delta\varphi} d\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{m}{n} d\theta = \frac{m}{n} 2\pi$$

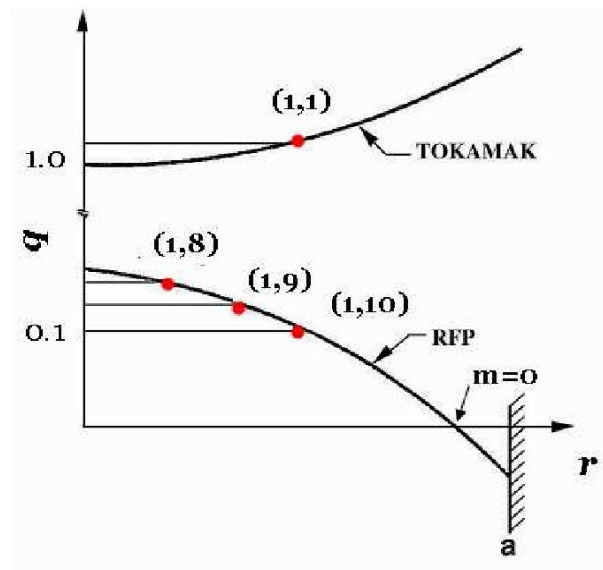
Allo stesso modo il passo delle linee di campo equivale a:

$$\frac{R_0 d\varphi}{rd\theta} = \frac{B_\varphi}{B_\theta}$$

$$p_b(r) = R_0 \Delta\varphi = \int_0^{2\pi} \frac{1}{R_0} \frac{B_\varphi(r)}{B_\theta(r)} r d\theta = 2\pi r \frac{B_\varphi(r)}{B_\theta(r)}$$

$$p_b(r) = p_p \quad \Leftrightarrow \quad q(r) \equiv \frac{r}{R_0} \frac{B_\varphi(r)}{B_\theta(r)} = \frac{m}{n} \quad (1.6.27)$$

La perturbazione  $\tilde{\psi}(m, n)$  i cui passi sono accoppiati con le linee di campo è detta risonante ed è causa di instabilità. In questo quadro risulta evidente come il "fattore di sicurezza"  $q(r)$  sia legato alla stabilità del plasma; infatti se  $q$  è razionale, un qualsiasi spostamento del plasma dalla posizione di equilibrio può avere una componente che si avvita sulle superfici magnetiche con la stessa periodicità del campo. Se, invece,  $q(r)$  è irrazionale le linee di campo continuano ad avvitarsi sulla superficie toroidale senza mai ricongiungersi a loro stesse, spazzando ergodicamente l'intera superficie.



**Figura 1.8:** Confronto tra profili di  $q$ , rispetto alla posizione dall'asse del toro, per macchine di tipo Tokamak e RFP.

A loro volta più superfici adiacenti che presentano uguali fattori di sicurezza, si accoppiano tra loro dando origine a fenomeni di risonanza, divenendo esse stesse fonte di instabilità; per questo motivo si introduce il parametro detto "shear"

$$s(r) \equiv \frac{r}{q(r)} \frac{dq(r)}{dr} = \frac{r}{p_b} \frac{dp_b}{dr} \quad (1.6.28)$$

che rappresenta la variazione lungo  $r$  del passo delle linee di campo. E' quindi fondamentale che il passo sia variabile monotonicamente per evitare di destabilizzare l'intero sistema.

Nella *Figura 1.8* sono graficati i profili radiali del fattore di sicurezza per esperimenti Tokamak e RFP; si noti come la configurazione sia scelta in modo tale che gli andamenti rappresentino funzioni strettamente monotone.



### 1.6.3 L'approssimazione cilindrica

Nonostante la macchina reale abbia una forma toroidale, per semplificare la trattazione delle forze in gioco nel modello MHD se ne considera una sua approssimazione cilindrica, imponendo idealmente periodiche anche le grandezze lungo l'asse longitudinale del cilindro. In questa particolare geometria, che sarà utilizzata anche per il modello di studio oggetto della presente trattazione, è più facile individuare le due configurazioni di corrente che realizzano l'effetto "pinch" (strizione) del plasma[16][35], chiamate rispettivamente *theta-pinch* e *zeta-pinch*<sup>15</sup>.

Ad esempio, inserendo l'equazione di Ampere (1.6.14) in quella di Navier-Stokes (1.6.12) della continuità del momento, si ottiene una relazione che descrive il comportamento della pressione nel plasma:

$$-\nabla \left( p + \frac{B^2}{2\mu_0} \right) + \frac{(\vec{B} \cdot \nabla)B}{\mu_0} = 0 \quad (1.6.29)$$

Sempre in stato di equilibrio stazionario, dove è nullo il termine di derivata temporale, la (1.6.29) descrive l'equilibrio che si instaura fra le pressioni, cinetica e magnetica, e l'effetto della curvatura delle linee di  $\vec{B}$  (cd tensione magnetica). Se consideriamo, poi, un esempio semplice di pinch lineare, in cui scompare anche la componente di tensione magnetica<sup>16</sup>, si può notare come l'effetto di strizione dipenda dal gradiente di campo della colonna di plasma. E' possibile così anche riformulare il parametro  $\beta$  che per il pinch lineare viene a dipendere proprio dal rapporto tra campo esterno e campo penetrato all'interno del plasma:

$$\beta = \frac{p}{p_{mag}} = 1 - \frac{B_{int}}{B_{ext}} \quad (1.6.30)$$

### 1.6.4 La classificazione delle instabilità MHD

Le instabilità sono generalmente classificate in relazione agli effetti prodotti sul plasma. Una prima suddivisione può essere fatta sulla base del loro contesto fisico: si distinguono, allora, instabilità dovute ai profili di pressione, cd "pressure driven", e instabilità dovute alle correnti, cd "current driven".

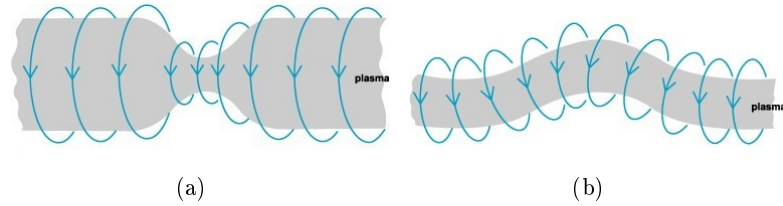
Ancora, rispetto allo spostamento della superficie della colonna si identificano instabilità cd *fixed-boundary* e *free-boundary*. Le prime hanno effetto all'interno della colonna e, non incidendo sui movimenti della superficie di plasma, non sono oggetto della presente trattazione. Invece, le instabilità *free-boundary* sono macroscopiche e comportano lo spostamento dell'interfaccia vuoto-plasma.

<sup>15</sup>Ovvero le correnti lungo la direzione angolare e assiale del cilindro, trasformazioni rispettivamente delle coordinate poloidale e toroidale.

<sup>16</sup>la tensione magnetica è infatti espressione della curvatura delle linee di campo

Esse possono essere ulteriormente suddivise in base ai numeri d'onda che descrivono le relative perturbazioni  $\tilde{\psi}(\vec{r}') = \tilde{\psi}_0(r)e^{i(m\vartheta+n\varphi)}$ .

I modi<sup>17</sup> di numero poloidale  $m = 0$  danno luogo ad instabilità denominate “*sausage instabilities*”, e sono dovuti a scambi di flusso. Queste instabilità sono facilmente descrivibili osservando un esperimento *z-pinch* puro in geometria cilindrica: come visibile in *Figura 1.9(a)* i restringimenti assiali della colonna di plasma comportano diversi valori di  $B_\theta \sim 1/r$ . La pressione cinetica è ovunque la stessa, mentre quella magnetica tende ad essere più forte in corrispondenza della sella, originando rigonfiamenti che vengono sempre più amplificati.



**Figura 1.9:** Instabilità di pressione e di corrente

I modi di numero poloidale  $m = 1$  danno luogo, invece, ad instabilità dette *kink instabilities*, *Figura 1.9(b)*. In questo caso la curvatura della colonna di plasma comporta l'addensarsi del campo in corrispondenza della parte concava di minor superficie; ancora si assiste ad un aumento della pressione magnetica che tende via via ad autoamplificarsi. Queste instabilità sono molto pericolose, in quanto spesso rapide e difficilmente controllabili, con tempi di crescita dell'ordine di  $1/\tau_A$ <sup>18</sup>; esse si formano per la presenza di superfici risonanti e sono generalmente stabilizzate da un forte campo toroidale.

A conclusione delle considerazioni svolte nel paragrafo precedente riguardo al fattore di sicurezza  $q$  e allo shear, è interessante accennare ora allo studio del criterio di Kruskal-Shafranov per la stabilità nelle configurazioni Tokamak. Nei modi  $m = 1$  si ha risonanza per  $q(r) = 1/n$ ; per assicurarne la stabilità è necessario mantenere  $q > 1$ . Tuttavia è importante ricordare che  $q(r)$  ha un andamento minimo al centro della colonna e crescente verso la periferia; perciò, perchè il criterio valga ovunque, è bene che il valore di  $q$  alla periferia sia  $2 < q(a) < 3$ <sup>19</sup>.

<sup>17</sup> in genere la perturbazione è espressa con il termine modo ad indicarne la coppia di valori  $(m, n)$

<sup>18</sup>  $\tau_A = a/v_A$ , con  $v_A$  velocità di Alfvén e  $a$  raggio minore del toro, è riferito a variazioni di campo congelato al plasma[16].

<sup>19</sup> Ecco che allora, sulla base di queste osservazioni, ponendo il valore alla periferia di  $q(a) = \frac{a}{R_0} \frac{B_\varphi(a)}{B_\vartheta(a)} \simeq 3$  e considerando un rapporto di aspetto  $a/R_0 \simeq 3$ , si spiega la presenza di un forte sbilanciamento tra i campi  $B_\varphi$  e  $B_\vartheta$  nella configurazione Tokamak.

In configurazioni RFP, in cui  $q < 1$ , possono esistere numerose perturbazioni risonanti (come si può vedere in *Figura 1.8*). Come di vedrà a breve, esse possono essere influenzate dalle correnti indotte sulla scocca della camera toroidale e richiedono l'uso del controllo attivo.

## 1.7 Instabilità di parete (RWM)

Un importante esempio di instabilità *kink* è rappresentato dai "resistive wall modes" (RWM). Essi si formano per la (seppur esigua) resistenza della scocca conduttiva [7], e sono relativamente lenti poichè dipendono dal tempo di penetrazione del campo nel materiale del mantello  $\gamma_{RWM} \propto 1/\tau_w$ . Questo valore è definito come:

$$\tau_w = \mu_0 \sigma r_w \delta_w \quad (1.7.31)$$

in cui  $\sigma$  è la conduttività della parete,  $r_w$  il suo raggio e  $\delta_w \ll r_w$  il suo spessore. Gli RWM sono caratterizzati dalla presenza di campo radiale  $b_r|_{r=r_s} \neq 0$ , dove  $r_s$  è il raggio relativo alla superficie risonante che genera il modo instabile (questo rende possibile la ricombinazione delle linee di campo).

Una crescita spontanea di instabilità RWM è stata sperimentalmente osservata in RFP con perturbazioni non risonanti "current-driven" caratterizzate da  $m = 1$ , e diverse armoniche  $n$  che possono essere contemporaneamente instabili con diversi fattori di crescita  $\gamma$ [8][6][9].

Invece, nelle configurazioni Tokamak lo spettro dei modi RWM è solitamente caratterizzato dalla componente toroidale dominante di modo  $n = 1$  e da varie componenti modali poloidali con  $m = 2, 3, 4$  ecc.<sup>20</sup>

In genere lo studio degli RWM è condotto in configurazioni RFP, perchè in questo contesto essi sono più facilmente riproducibili e non causano grossi danni alle pareti della camera. Ciò nonostante la loro stabilizzazione è un'importante sfida anche per le moderne macchine Tokamak, essendo tra i principali fattori che limitano il raggiungimento di configurazioni ad alto  $\beta$ .

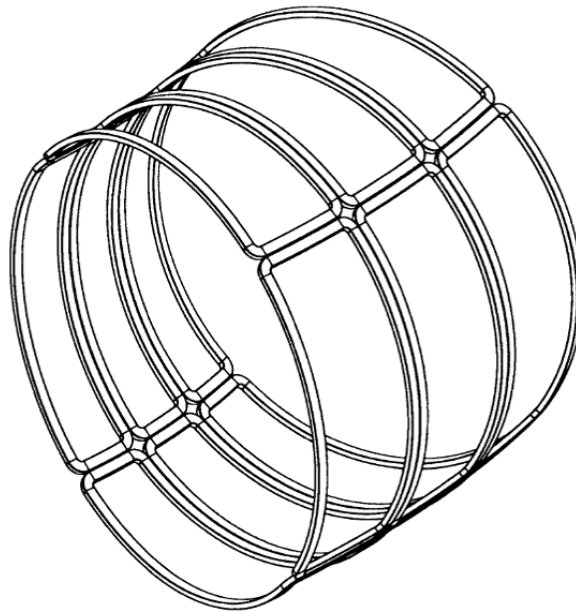
Per controllare i modi di parete in questi anni sono stati studiati alcuni metodi di stabilizzazione applicabili ad entrambe le due configurazioni. Tra questi la stabilizzazione basata sull'effetto di rotazione del plasma consiste nella produzione di un momento angolare toroidale attraverso l'orientamento dell'iniettore del fascio di neutri. Questa teoria suggerisce che la stabilizzazione può essere efficacemente raggiunta per velocità angolari superiori ad un valore critico ( $\Omega_c \approx 1KHz$ ). Tuttavia osservazioni sperimentali hanno

<sup>20</sup>Tuttavia recenti esperimenti hanno mostrato che in alcune configurazioni Tokamak vi è anche la presenza di instabilità *kink* ideali di modi non risonanti *current driven*. Esse instabilità sembrano essere eccitate dalla energia libera nei gradienti della corrente di plasma che si instaurano durante la rampa di salita [10, 11, 15]. Questo effetto ha il doppio svantaggio di limitare la massima velocità di crescita ottenibile per l'induzione della corrente di plasma e, nel contempo, di definire un valore minimo del fattore di sicurezza al bordo per il funzionamento in *steady state*.

mostrato che, sebbene tale valore sia sufficiente a mantenere la stabilità, di fatto esso non è compatibile con valori di  $\beta$  superiori ad una certa soglia [1]. Infatti, oltre una data strizione, il plasma tende a frenare la rotazione creando le condizioni per l'insorgere di RWM. Questo metodo è efficace per garantire il funzionamento delle recenti configurazioni Tokamak [1], ma non per la configurazione RFP [34]; non è inoltre ancora ben chiaro se potrà essere utilizzato con successo nell'ambito del progetto ITER<sup>21</sup> a causa del limitato momento torcente esercitato attraverso NBI ad alta energia.

## 1.8 Uso delle saddle coils in RFX-mod

Riprendiamo le osservazioni fatte nel paragrafo 1.6.4 relative alle difficoltà della stabilizzazione in configurazioni RFP. La soluzione offerta dalla presenza della scocca conduttiva nella ipotesi di parete ideale (perfettamente conduttiva e continua) si è dimostrata in grado di mantenere l'equilibrio stabile per perturbazioni MHD ad alto fattore di crescita [32, 33]; nella realtà in cui la parete presenta una seppur minima resistività, tuttavia, il sistema genera instabilità di tipo RWM.



**Figura 1.10:** Rappresentazione degli avvolgimenti a sella della macchina RFX-Mod.

---

<sup>21</sup>International Thermonuclear Experimental Reactor, in latino “la via”: è la macchina che rappresenta il passaggio tra gli studi eseguiti fino ad ora sugli aspetti fisici e tecnologici della fusione e la centrale futura di potenza per la produzione di energia da fusione.

Come anticipato, a Padova l'esperimento RFX è stato modificato con l'introduzione, tra le altre novità, di un sofisticato sistema di controllo attivo dei modi MHD. Esso si compone di 192 bobine a sella ("saddle coils"): 48 array poloidali di 4 bobine ciascuno, separatamente alimentate e localizzate sulla superficie esterna della shell alla distanza di  $r_c = 0.5815m$ . I corrispondenti sensori magnetici, in grado di rilevare il campo radiale e toroidale, sono posizionati all'interno della parete conduttiva alla distanza di  $r_s = 0.508m$ . Il controllo si propone di controbilanciare le componenti di campo radiale generate dalle perturbazioni instabili dei modi RWM. Infatti, il sistema di amplificatori è in grado di generare modi non assialsimmetrici e può funzionare configurato in diverse modalità: ad esempio il cd "*Virtual Shell*" (VS) è un sistema di retroazione locale che, pur non tenendo conto degli effetti globali sul plasma, è già in grado di ridurre fortemente la componente radiale di campo  $b_r$ [14][25]. Un altro metodo, che sarà presentato nel prossimo capitolo, propone invece la ricostruzione approssimata dell'andamento di detta componente misurata dai 192 sensori, applicando un modello per descrivere l'attraversamento della parete ed analizzare le componenti di aliasing, introdotte dagli attuatori, nelle armoniche più elevate.

Strutturalmente ogni bobina ha una estensione toroidale di  $7.5^\circ$  e poloidale di  $90^\circ$ , presenta 60 avvolgimenti dello spessore di 2,4 cm, ed è in grado di sopportare una corrente massima di 400 A [12].

## Capitolo 2

# Un modello lineare per il controllo dei modi RWM in RFX-mod

Per collegare l'azione del controllo ai suoi effetti sulla superficie di plasma mediante metodo magnetoidrodinamico, è necessario conoscere il valore puntuale di campo e del suo differenziale; per semplificarne la trattazione analitica è stato proposto in [30] un modello di RFP cilindrico lineare<sup>1</sup>. Lo schema considerato prevede una zona di quasi vuoto che separa la colonna di plasma dalla parete.

I sensori, coassiali alle bobine di controllo, possono ricavare misure di campo radiale, poloidale e toroidale, interne ed esterne (in seguito rispettivamente  $b^r$ ,  $b^{p\pm}$ ,  $b^{t\pm}$ ).

Per le grandezze perturbate vengono considerate evoluzioni temporali esponenziali, cioè caratterizzate da un andamento temporale del tipo  $e^{\pm\gamma t}$ .

Per semplificare ulteriormente l'analisi teorica, il modello sfrutta la posizione detta di *thin shell* che considera la parete della camera a vuoto come un conduttore omogeneo sottile.

Lo schema generale del controllo prevede la scomposizione in componenti di Fourier della perturbazione rilevata; in seguito viene calcolata l'armonica di corrente necessaria per controllare i modi instabili (dato un certo guadagno); infine, il valore del segnale di controllo è antitrasformato e applicato ai singoli amplificatori.

Utilizzando il modello fisico, qui proposto, si vogliono interpretare i campi rilevati dai sensori in base alla dipendenza spaziale degli attuatori e dei sensori, e alla dipendenza temporale, indotta dalla presenza della scocca conduttrice attraverso la quale penetra il campo. In tal modo si potrà isolare il vero contributo dovuto al plasma in risposta all'azione di controllo

---

<sup>1</sup>In appendice è riportata la formulazione per gli operatori differenziali in coordinate cilindriche utilizzati nel modello lineare.

## 2.1 Analisi armonica

L'applicazione del campo di controllo, discretizzato alle posizioni delle bobine attive lungo la direzione poloidale e toroidale della camera, introduce un inevitabile fenomeno di aliasing. Si cerca, allora, di trovare un'espressione spettrale completa dell'effetto di una generica componente armonica nella corrente di controllo  $I_{m,n}$ .

Essa non può prescindere dalla geometria delle bobine oltre che dalla loro dislocazione. E' importante ricordare che il modello dipende da un'approssimazione cilindrica di raggio  $a$  e periodicità lungo l'asse  $f(r, \vartheta, z) = f(r, \vartheta, z + 2\pi R_0)$ . In esso sono considerati due strati di bobine: la griglia dei sensori, capaci di misurare componenti di campo in prossimità della superficie interna della parete, e la griglia degli attuatori, posti alla distanza  $r_f > r_w$ . Le griglie sono formate da serie di  $M \times N$  solenoidi rispettivamente lungo la direzione poloidale e toroidale. Senza commettere un errore apprezzabile, e' possibile assumere che tali solenoidi siano distribuiti ad angolo regolare e presentino tutti la stessa dimensione.

Come analizzato in [30], si considera valida la relazione di *thin shell* (che sarà discussa nel prossimo paragrafo): si può così esprimere la densità di corrente attraverso una funzione di flusso. La corrente negli avvolgimenti di feedback è rappresentata attraverso una funzione potenziale  $J^f$  così che la densità risulti  $\nabla J^f \times \hat{r}$ . Si introduce, inoltre, per il generico attuatore la funzione di sagoma  $f(\vartheta, \varphi)$  che risulta unitaria all'interno del profilo della bobina e nulla altrove. La somma dei contributi presenta evidentemente una dislocazione discreta del potenziale:

$$J^f(\vartheta, \varphi) = I_{m,n} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} e^{i(m\vartheta_j + n\varphi_k)} f(\vartheta - \vartheta_j, \varphi - \varphi_k) \quad (2.1.1)$$

dove  $\vartheta_j = j2\pi/M$  e  $\varphi_k = k2\pi/N$ .

La trasformata, quindi, diventa:

$$\begin{aligned} FT(J^f) &= J_{m',n'}^f = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} J^f(\vartheta, \varphi) e^{-im'\vartheta} e^{-in'\varphi} d\vartheta d\varphi \\ &= \frac{I_{m,n}}{(2\pi)^2} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\vartheta - \vartheta_j, \varphi - \varphi_k) e^{i(m\vartheta_j + n\varphi_k)} e^{-i(m'\vartheta + n'\varphi)} d\vartheta d\varphi \end{aligned}$$

e ,aggiungendo e sottraendo un termine misto all'esponente, si ottiene:

$$\begin{aligned} m\vartheta_j - m'\vartheta + m'\vartheta_j - m'\vartheta_j &= (m - m')\vartheta_j - m'(\vartheta - \vartheta_j) \\ n\varphi_k - n'\varphi + n'\varphi_k - n'\varphi_k &= (n - n')\varphi_k - n'(\varphi - \varphi_k) \end{aligned}$$

La infine funzione diviene:

$$\begin{aligned}
&= \frac{I_{m,n}}{(2\pi)^2} \sum_{j=0}^{M-1} \sum_{k=0}^{N-1} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\vartheta - \vartheta_j, \varphi - \varphi_k) e^{-im'(\vartheta - \vartheta_j)} e^{-in'(\varphi - \varphi_k)} d\vartheta d\varphi \\
&\quad \times e^{i(m-m')\vartheta_j} e^{i(n-n')\varphi_k} \\
&= I_{m,n} F_{m',n'} \frac{1}{M} \sum_{j=0}^{M-1} \exp\left(2\pi i \frac{m-m'}{M} j\right) \cdot \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \exp\left(2\pi i \frac{n-n'}{N} k\right)
\end{aligned} \tag{2.1.2}$$

dove si sono sostituiti i valori  $\vartheta_j = j2\pi/M$  e  $\varphi_k = k2\pi/N$ .

La funzione di forma trasformata è riassunta in:

$$F_{m,n} = \frac{MN}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} f(\vartheta, \varphi) e^{-i(m\vartheta + n\varphi)} d\vartheta d\varphi \tag{2.1.3}$$

In generale per un solenoide di forma rettangolare si assume il valore [30]:

$$F_{m,n} = \frac{MN}{\pi^2} \frac{\sin(m\Delta\vartheta_f/2) \sin(n\Delta\varphi_f/2)}{mn} \tag{2.1.4}$$

Per concludere, poichè si è precedentemente posta la funzione di forma come nulla fuori dall'area del solenoide e di valore unitario all'interno, le somme in (2.1.2) sono non nulle per tutti i valori interi di  $(m-m')/M$  e  $(n-n')/N$ . L'espressione per la generica componente armonica del potenziale, quindi, è:

$$J_{m,n}^f = F_{m,n} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \sum_{p=-\infty}^{+\infty} I_{m+lM, n+pN} \tag{2.1.5}$$

Si conclude che ogni modo  $(m, n)$  esternamente applicato genera un numero infinito di armoniche in  $J^f$ , ognuna delle quali è separata da multipli interi del numero di bobine del corrispondente asse.

Allo stesso modo anche il sistema di bobine che registrano il campo alla parete introducono una modifica nello spettro di misura dovuta alla loro dislocazione discreta. Come già illustrato, parlando della struttura geometrica della macchina RFX, sensori e attuatori sono coassiali e in numero uguale; dunque è semplice intuire come le bande laterali che generano siano per costruzione uguali. Si assume, quindi, di introdurre l'effetto di estensione armonica dei sensori con  $S_{m,n}$  [30]:

$$S_{m,n} = \frac{\sin(m\Delta\vartheta_s/2) \sin(n\Delta\varphi_s/2)}{m\Delta\vartheta_s/2 \quad n\Delta\varphi_s/2} \tag{2.1.6}$$

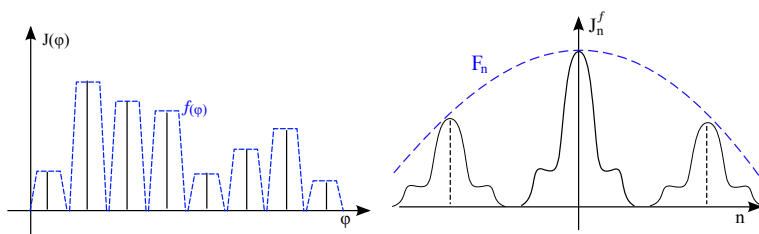
Questo effetto sagoma le componenti del campo che investe i sensori producendo il profilo del campo rivelato:

$$B_{m,n} = \sum_l \sum_p S_{m+lM, n+pN} b_{m+lM, n+pN} \tag{2.1.7}$$



Un metodo alternativo, ma ugualmente efficace, per analizzare l'estensione armonica dei modi introdotti dal controllo, consiste nell'imporre la disposizione spaziale delle bobine come la successione dei campioni di un segnale bidimensionale.<sup>2</sup>

In questo modo il segnale di controllo diventa discreto e periodico (di  $M \times N$  campioni), mentre la trasformata diviene l'usuale trasformata discreta (DFT) e produce quindi un segnale definito nel dominio duale con la stessa periodicità e discretizzazione. Successivamente, si applica un'interpolazione del dominio tramite convoluzione del segnale con la funzione di sagoma  $f(\vartheta, \varphi)$ ; il dominio di definizione presenta comunque la stessa periodicità, ma diviene una funzione continua. Nel dominio duale il prodotto di convoluzione è invece un semplice filtraggio che modula in ampiezza le infinite armoniche, eliminandone la periodicità.



**Figura 2.1:** Analisi in frequenza dell'estensione armonica dovuta alla discretizzazione del controllo: (a sinistra) la funzione di sagoma  $f(\varphi)$  è convoluta con il segnale che identifica le correnti delle bobine, (a destra) La trasformata del potenziale di corrente è filtrata attraverso la trasformata della funzione di sagoma  $F_n$

<sup>2</sup>Per convenienza l'analisi dei segnali è spesso studiata attraverso una *teoria unificata* [4] dove la generica trasformata di Fourier presenta sempre nucleo esponenziale, ma utilizza la formulazione di Haar per l'integrazione:

$$F(\mathbf{v}) = \int_I d\mathbf{u} f(\mathbf{u}) e^{i2\pi \mathbf{u}^T \mathbf{v}} \quad \begin{array}{l} \mathbf{u} \in I \\ \mathbf{v} \in \hat{I} \end{array} \quad (2.1.8)$$

Il dominio di definizione  $I$  e il corrispondente dominio duale  $\hat{I}$  sono costituiti da gruppi regolari genericamente espressi in forma quoziente:

$$I = \frac{J_0}{S} \longleftrightarrow \hat{I} = \frac{S^*}{I_0^*}$$

dove il gruppo denominatore indica la periodicità, il numeratore la discretizzazione, e l'operatore  $\star$  indica il gruppo reciproco come:

$$J^* = \{\mathbf{v} | \mathbf{u}^T \mathbf{v} \in \mathbb{Z}, \quad \mathbf{u} \in J\}$$

Questa digressione puramente teorica è utile, poichè si può pensare alla distribuzione delle *saddle coils* come ad un reticolo bidimensionale ortogonale  $\mathbb{Z}(d_1, d_2)$ , dove  $d_1 = 2\pi/M$  e  $d_2 = 2\pi/N$ .

## 2.2 Matching procedure

Come si è detto, per collegare l'azione del controllo alla corrente nelle bobine, è necessario conoscere l'andamento completo del campo radiale.

La sua individuazione è un tipico problema di valori al contorno [23], formalmente risolubile mediante le equazioni di Green; tuttavia tale metodo non sempre risulta agevole analiticamente. Spesso l'alternativa utilizzata è un approccio che parte direttamente dalla formulazione differenziale e usa uno sviluppo in funzioni ortogonali. Nella regione di vuoto tra il plasma e la parete ( $r < r_w$ ) e tra la parete e le bobine di controllo ( $r_w < r < r_f$ ) vale l'equazione di Poisson, e il campo è quindi misurabile attraverso un gradiente di potenziale magnetico:

$$\nabla^2 \Phi = 0 \quad (2.2.9)$$

$$\vec{b} = \nabla \Phi \quad (2.2.10)$$

Lo sviluppo della (2.2.9), proposto in appendice, è realizzato mediante separazione ortogonale delle variabili e nel caso cilindrico comporta un andamento del potenziale caratterizzato dall'equazione differenziale di Bessel, di seguito descritto tramite le Funzioni di Bessel Modificate (MBF):

$$\Phi_r = A \cdot I_m(|n|\epsilon_r) + B \cdot K_m(|n|\epsilon_r) \quad (2.2.11)$$

in cui  $\epsilon_r = r/R_0$ .

Il campo radiale risultante è ovunque dato come combinazione delle derivate parziali prime rispetto al raggio  $I'_m(|n|\epsilon_r)$  e  $K'_m(|n|\epsilon_r)$ . Uno schema del profilo del campo generato dalle bobine a vuoto è disegnato in *Figura 2.2*; si nota immediatamente un massimo nelle vicinanze del punto di applicazione della corrente di controllo e via via una attenuazione lungo la sezione nelle due direzioni opposte. Si dovranno quindi ricavare i valori dei coefficienti A e B che realizzino tale profilo. Osservando l'andamento asintotico delle MBF, graficate per alcuni valori del parametro  $m$  in *Figura 2.3*, è immediato rilevare che, per l'annullarsi del campo nelle due direzioni, si dovranno eliminare le componenti non asintoticamente nulle, ovvero porre  $B = 0$  per  $r < r_w$ ,  $A \neq 0, B \neq 0$  nell'intervallo  $r \in [r_w, r_f]$ , e infine  $A = 0$  per  $r > r_f$ .

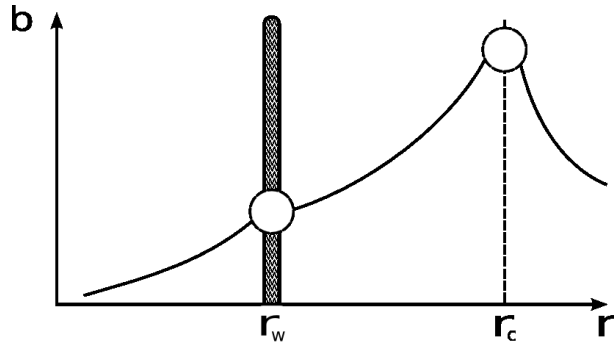
dunque:

$$b_r = A_1 \cdot I'_m(|n|\epsilon_r) \quad r < r_w \quad (2.2.12)$$

$$b_r = A_2 \cdot I'_m(|n|\epsilon_r) + B_2 \cdot K'_m(|n|\epsilon_r) \quad r_w < r < r_f \quad (2.2.13)$$

$$b_r = B_3 \cdot K'_m(|n|\epsilon_r) \quad r > r_f \quad (2.2.14)$$

Per quanto riguarda le condizioni al contorno sulla parete della camera, gli effetti dei modi RWM devono essere posti in relazione alla dinamica temporale dell'impulso. La parete, infatti, può essere genericamente associata ad una impedenza resistiva e induttiva con costante di tempo  $L/R$ .



**Figura 2.2:** Schema del profilo di campo radiale interno ed esterno alla parete

Per confrontare i fattori di crescita con la risposta della parete si è scelta l'approssimazione "complete thin shell"<sup>3</sup> che sottende alla relazione:

$$\frac{\delta_w}{r_w} \ll |\gamma| \tau_w \ll \frac{r_w}{\delta_w} \quad (2.2.15)$$

Il tempo caratteristico della parete in termini di  $L/R$  equivalenti è invece ricavabile tramite:

$$\tau_w = \mu_0 \sigma_w r_w \delta_w \quad (2.2.16)$$

con  $\delta_w$  spessore e  $\sigma_w$  conducibilità del guscio.

In questo modo si assume irrilevante la densità di corrente radiale che attraversa il sottile spessore  $\delta_w$ , così che le altre componenti (e quindi il campo radiale) siano costanti e proporzionali alla differenza tra campo trasversale interno ed esterno ( $b^{p\pm}, b^{t\pm}$ ).

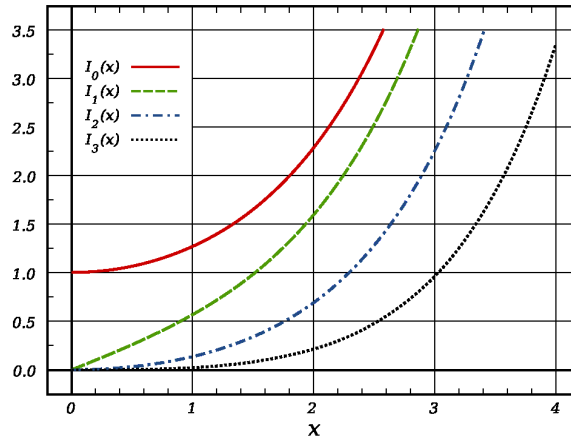
Con queste ipotesi possono essere dimostrate le seguenti relazioni che descrivono il profilo di campo radiale nell'attraversamento di parete in  $r_w$  [29]:

$$[b_r]_{r_w^-}^{r_w^+} = 0 \quad (2.2.17)$$

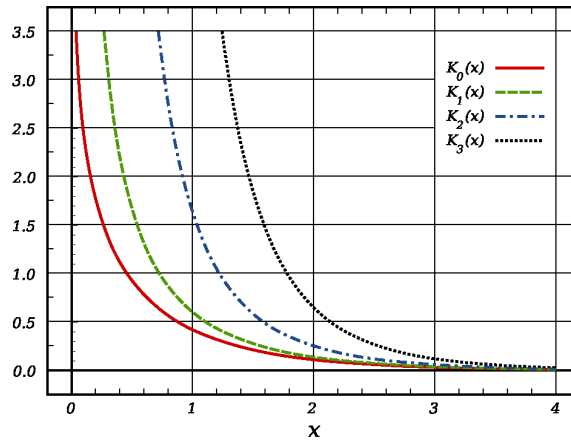
$$\left[ \frac{\partial}{\partial r} (r b_r) \right]_{r_w^-}^{r_w^+} = \tau_w \gamma_{m,n} b_r \quad (2.2.18)$$

Nella regione di spazio dove è situato il solenoide attuatore del campo di controllo si ipotizza un secondo guscio ideale che, per il teorema di equivalenza, simula il campo generato attraverso una distribuzione di correnti impresse sulla superficie.

<sup>3</sup>L'accezione "completa" si riferisce alla continuità del guscio; eventuali tagli o buchi nella forma della parete, impedendo il recircolo delle correnti indotte, modificano la differenza di campo nel salto di parete riducendo l'attendibilità dell'approssimazione.



(a)  $I_m$



(b)  $K_m$

**Figura 2.3:** Schema delle funzioni MBF, I e K in funzione del valore  $\chi = |n|\epsilon_r$  per valori del parametro:  $m=0$ ,  $m=1$ ,  $m=2$ ,  $m=3$

L'andamento radiale atteso è schematizzato completamente in *Figura 2.2*: le relazioni al contorno (2.2.17) e (2.2.18) caratterizzano la continuità della funzione e la derivata nei punti di giunzione dei tre intervalli. La procedura di *matching* consiste allora nel determinare i parametri  $A_1, A_2, B_2, B_3$  per ottenere un valore di campo  $b_r$  lungo il profilo, a fronte della applicazione di una corrente  $I_C$ ; questo valore sarà calcolato nel campo a vuoto e utilizzato per dimensionare l'effetto del controllo attivo sul campo disperso dalla parete.

Il campo generato dalla corrente nelle coils è dato da:

$$b_{m,n}^f = -\frac{\mu_0}{R} n^2 \epsilon_f K_m'(|n|\epsilon_f) I_m'(|n|\epsilon_f) J_{m,n}^f \equiv \frac{\mu_0}{\pi a} c_{m,n} J_{m,n}^f \quad (2.2.19)$$

Con  $J_{m,n}^f$  si è precedentemente definito il potenziale della distribuzione delle

correnti di modo  $m, n$  localizzate sulla superficie immaginaria in  $r_f$  dove:

$$c_{m,n} = -\pi n^2 \epsilon_a \epsilon_f K'_m(|n|\epsilon_f) I'_m(|n|\epsilon_f) \quad (2.2.20)$$

A questo punto, determinato il campo impresso dalle sorgenti, si ottiene il valore nel punto di *matching* attraverso la seguente relazione che riassume tutta la procedura:

$$\{b_{m,n}^r, b_{m,n}^{p\pm}, b_{m,n}^{t\pm}\}_{sens} = \{1, a_{m,n}^{p\pm}, a_{m,n}^{t\pm}\} M_{m,n} b_{m,n}^f \quad (2.2.21)$$

Il valore  $M_{m,n}$  è un coefficiente di mutua induttanza per il relativo modo; esso è ricavato risolvendo il problema elettrostatico tramite le sopraindicate condizioni al contorno:

$$M_{m,n} = -\frac{1}{2\tau_w(s - \gamma_{m,n})} \frac{1 + m^2/n^2\epsilon_w^2}{K'_m(|n|\epsilon_w) I'_m(|n|\epsilon_f)} \quad (2.2.22)$$

Con uniformità di simboli si è espresso con  $\gamma_{m,n}$  il tasso di crescita del modo  $(m, n)$  analizzato. Si nota immediatamente che la funzione  $M_{m,n}(s)$  presenta un polo corrispondente al tasso di crescita degli RWM, con  $s = \gamma_{m,n}$ .

I simboli  $a^{p\pm}, a^{t\pm}$  rendono il rapporto interno ed esterno di campo poloidale e toroidale rispetto al valore radiale calcolato, ed equivalgono a:

$$a_{m,n}^{\{p^-, t^-\}} = s_0 \{m, n\epsilon_w\} \frac{d_{m,n} - 1 + 2\tau_w \gamma_{m,n}}{m^2 + n^2\epsilon_w^2} \quad (2.2.23)$$

$$a_{m,n}^{\{p^+, t^+\}} = s_0 \{m, n\epsilon_w\} \frac{d_{m,n} - 1 + 2\tau_w(\gamma_{m,n} - s)}{m^2 + n^2\epsilon_w^2} \quad (2.2.24)$$

dove  $s_0 = \pm 1$  è un termine di segno introdotto per eliminare il termine immaginario nel campo poloidale (infatti si esegue uno shift di fase di  $90^\circ$  nel segnale). E' sufficiente porre tale valore a  $sign(m)$  oppure  $sign(n)$  per i sensori rispettivamente poloidali e toroidali.

Il termine

$$d_{m,n} = 1 - \left(1 + \frac{m^2}{n^2\epsilon_w^2}\right) \frac{|n|\epsilon_w K_m(|n|\epsilon_w)}{K'_m(|n|\epsilon_w)} \quad (2.2.25)$$

equivale a  $rb'_r/b_r$  per il campo magnetico esterno ( $r > r_w$ ) in assenza della corrente di feedback applicata.

## 2.3 Controllo

Si può quindi ricostruire una relazione conclusiva che tenga conto di tutti i passaggi fino ad ora analizzati. Caratterizzando la relazione iniziale (2.2.19) con il termine  $J_{m,n}^f$ , che tiene conto della generazione delle *sidebands* e del fattore di forma  $F_{m,n}$  (2.1.4), si ottiene il valore del campo generato dalle

*saddle coils*. Valutando opportunamente il problema elettrostatico in geometria cilindrica e imponendo le condizioni al contorno dell'approssimazione di *thin shell*, si ottiene il valore dello stesso campo (2.2.21) attraverso un termine di mutua induttanza  $M_{m,n}$ . Infine si aggiunge il contributo spettrale  $S_{m,n}$  (2.1.6), il termine dovuto ai sensori. Componendo tutte le parti si perviene ad una relazione di ingresso/uscita tra la corrente di controllo e il segnale di campo ricostruito dai sensori per il feedback. Per ogni modo  $(m, n)$  eccitato dal controllo, con  $|m| < M/2$  e  $|n| < N/2$ , si ottiene:

$$B_{m,n} = \sum_{m'=m+lM} \sum_{n'=n+pN} F_{m',n'} S_{m',n'} M_{m',n'} \{1, a_{m',n'}^{p\pm}, a_{m',n'}^{t\pm}\} \frac{\mu_0}{\pi a} I_{m',n'} \quad (2.3.26)$$

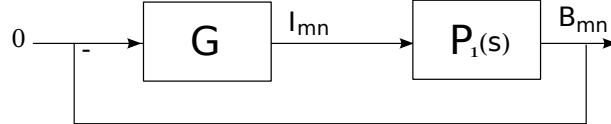
e si considera quindi la funzione di trasferimento del sistema per la singola componente  $(m, n)$ :

$$P_{1m,n} = \sum_{m',n'} \frac{\pi a B_{m',n'}}{\mu_0 I_{m',n'}} \quad (2.3.27)$$

Ciò che si vuole ottenere è un valore di guadagno applicato alle bobine che annulli il campo rilevato; questo si traduce in un regolatore a zero caratterizzato dalla seguente funzione caratteristica nella trasformata di Laplace:

$$1 + G_{m,n}(s) P_{1m,n}(s) = 0 \quad (2.3.28)$$

dove si è indicato con  $G_{m,n}(s)$  lo spettro di una generica funzione guadagno.



**Figura 2.4:** Schema del sistema reazionato SISO per il controllo di un singolo modo.

È possibile inoltre semplificare la trattazione condensando i termini di forma  $F_{m,n}$  e  $S_{m,n}$  all'interno della mutua induttanza e definendo convenientemente un nuovo parametro che riassume l'intero termine residuo  $R_{m,n}$  [9] della funzione di trasferimento:

$$P_{1m,n} = \sum_{m',n'} \frac{R_{m',n'}}{(s - \gamma_{m',n'})} \quad (2.3.29)$$

Tutti i poli con tassi di crescita negativi sono instabili e devono essere controllati. La somma in  $m' = m + lM, n' = n + pN$  ha infiniti termini, ma fortunatamente il fattore di forma, come si è precedentemente mostrato, agisce da attenuatore per le armoniche elevate. Nel contempo sappiamo che anche il plasma si mostra via via più stabile per modi elevati: è quindi logico

pensare di limitare il numero di addendi alle prime armoniche, identificando quali siano i poli instabili. Nel procedimento qui adottato, dopo aver ordinato le coppie zero-polo rispetto alla stabilità del polo, si applica un ulteriore troncamento del numero di poli per ottenere un'utile riduzione della dimensione del sistema a cui applicare il guadagno.

$$P_{1m,n} = \sum_{j,k} \frac{R_{m',n'}}{s - \gamma_{m',n'}} = \frac{b_0 + b_1s + \dots + b_{n-1}s^{n-1}}{a_0 + a_1s + \dots + s^n} \quad (2.3.30)$$

Ci limitiamo in questo caso a non analizzare sistemi di controllo ottimo e valutare il solo caso di controllo proporzionale con  $G$  indipendente dal tempo. Il sistema di *Figura 2.4* può essere facilmente rappresentato da un sistema a stati.

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) = Cx(t) \end{cases} \quad (2.3.31)$$

Considerando la reazione statica dall'uscita, si dimostra facilmente che il sistema può essere ricondotto ad una tipica retroazione dallo stato; infatti dalla legge di controllo del tipo:

$$v(t) = Gy(t) + u(t) \quad (2.3.32)$$

si ricava facilmente

$$v(t) = GCx(t) + u(t) \quad (2.3.33)$$

ovvero un caso particolare di retroazione dallo stato.

La teoria della realizzazione asserisce che una funzione strettamente propria ha sempre soluzione in un sistema in forma canonica di controllo e una in forma canonica di osservazione. Volendo indagare una sigola coppia di modi  $(m, n)$  è altresì facilmente dimostrabile che il sistema in forma canonica di controllo, con le matrici

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & & \\ & & \ddots & \\ & & & 1 \\ -a_0 & -a_1 & \dots & -a_{n-1} \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.3.34)$$

$$C = [B_0 \quad b_1 \quad \dots \quad b_{n-1}]$$

realizza la (2.3.30). Infatti si ottiene immediatamente la funzione di trasferimento con  $y(t)/u(t) = C(sI - A)^{-1}B$ . Avendo scelto la realizzazione di una singola coppia  $(m, n)$  è anche possibile dire che, essendo i poli tutti separati tra loro, numeratore e denominatore della (2.3.30) sono primi tra loro e la realizzazione è minima. In questo caso gli autovalori della matrice di stato coincidono con i poli della funzione di trasferimento e sono tutti allocabili.

## Capitolo 3

# Implementazione del modello

Il presente capitolo si propone di illustrare la realizzazione del codice che implementa il modello appena discusso. Il software prevede di utilizzare, attraverso accesso al database MDSPplus del Istituto Gas Ionizzati del CNR di Padova, i dati di diverse esperienze eseguite in RFX-mod. La trattazione è introdotta dalla descrizione tecnica della struttura ad oggetti realizzata per facilitare l'analisi sperimentale ed agevolarne un utilizzo condiviso.

### 3.1 Sistema orientato agli oggetti

Il raggiungimento dell'obiettivo comune e l'enorme quantità di fondi necessari per gli esperimenti pongono la ricerca sulla fusione termonucleare controllata nel panorama scientifico come uno dei più vasti ambiti di cooperazione internazionale. I recenti esperimenti JET<sup>1</sup> e ITER sono infatti frutto dello sforzo congiunto di molti paesi consorziati e rappresentano un chiaro esempio di come il lavoro combinato possa dare una forte accelerazione verso la concretizzazione dei risultati, agevolati, dal punto di vista economico dalla divisione delle spese, ed arricchiti, dal punto di vista scientifico, dalla possibilità di attingere ad esperienze specialistiche maturate nel tempo dagli stati membri. Per questa ragione è auspicabile, se non necessario, orientare lo sforzo di ricerca verso un sistema integrato e standardizzato.

Il modello di studio presentato nel secondo capitolo ha avuto precedenti implementazioni in riferimento a diversi studi svolti sugli esperimenti EXTRAP T2R<sup>2</sup> [9] e RFX-mod stesso [27]. Il codice numerico usato nei lavori citati è stato qui adattato al funzionamento in un ambiente orientato agli oggetti, e riformulato per funzionare in una piattaforma a sorgente aperto.

---

<sup>1</sup>Joint European Torus, l'esperimento Tokamak di maggiori dimensioni attualmente in funzione a Culham in UK.

<sup>2</sup>Extrap T2R è una macchina di tipo RFP di media grandezza, situata all'Alfvén Laboratory nel Royal Institute of Technology di Stoccolma. Nel 2000 l'esperimento è stato modificato per includere una nuova *shell* resistiva per lo studio della stabilità degli RWM mediante controllo attivo.



La programmazione orientata agli oggetti (*Object Oriented Programming*) è in generale un paradigma di programmazione che prevede la definizione di oggetti software dotati di attributi (dati), e metodi (procedure). Tale scelta è volta ad ottenere un effettivo supporto naturale al riuso e alla modularizzazione del codice.

Quest'ultima garantisce una maggiore chiarezza di lettura, creando le basi per una piattaforma comune in cui risulti uniforme l'approccio alle entità di studio. Di fondamentale importanza per capire il valore della programmazione ad oggetti è l'idea di astrazione, che storicamente ha visto via via un sempre maggior sviluppo nel lessico informatico. Un concetto nato inizialmente all'interno della programmazione procedurale per proporre la cd "interfaccia" volta a nascondere i dettagli dell'implementazione e la connessione con il livello hardware. L'aspetto definitivo del modello di dato astratto fu proposto tramite l'entità denominata classe, questa rappresenta effettivamente una struttura dati corredata dal codice per gestirla, ma aggiunge anche altre idee come eredità e polimorfismo. Un oggetto è quindi l'istanza di una classe, ossia la realizzazione di un dato secondo le specifiche definite nella classe stessa. Matematicamente gli oggetti, visti come istanze, sono i membri dell'insieme classe definito in modo intensivo, ovvero attraverso le sue caratteristiche invece che elencandone gli elementi. Queste caratteristiche comprendono la definizione dei tipi di dati degli attributi, l'accesso di questi da membri esterni alla classe, e i vincoli che la tupla degli attributi può assumere. In questo senso l'oggetto prende la forma ben nota nell'*information theory* di macchina a stati finiti.

Nel presente lavoro è stato anche analizzato il più recente inserimento dell'uso degli oggetti all'interno della IPC (Inter Process Communication), ovvero la branca della informatica che studia la comunicazione tra diversi processi nel caso di condivisione locale o remota della memoria. La gran parte del processo di produzione del software è stata rivolta alla possibilità di interfacciare il modello con altre entità esterne al contesto dell'esperimento stesso. Si è voluta dare la prospettiva di un nuovo paradigma di studio dove sia possibile e semplice l'integrazione del codice, a volte scritto al solo scopo di produrre una singola pubblicazione, e fortemente legato ad un contesto tanto specifico da renderlo inutilizzabile in un diverso ambiente. Gli attributi degli oggetti divengono quindi sede dello scambio di informazioni, mentre i metodi possono diventare implementazioni delle RPC (Remote Procedure Calls, procedure chiamate su macchine remote). Recentemente si sta assistendo ad un sempre più intensivo uso di questa tecnologia, più o meno raffinate, per accedere a dati remoti o lanciare richieste di elaborazione. Basti pensare ad esempio alla richiesta ad un motore di ricerca per il web, dove un dato testuale viene usato per istruire una procedura remota che analizza un vastissimo database diffuso su migliaia di server, per restituire una pagina formattata. Il panorama offerto dal crescente accesso alla rete globale ha mostrato l'affermarsi di varie tecnologie per l'interscambio di oggetti soft-

ware, inizialmente appannaggio di poche aziende dominanti sul mercato, e successivamente definite tramite standard aperti. Nel 1991 venne rilasciata dall'OMG (Object Management Group) la prima versione del sistema CORBA (Common Object Request Broker Architecture), realizzato con l'intento di unificare in un'unica infrastruttura client-server tutti i possibili linguaggi di programmazione. CORBA è di fatto un sistema in grado mettere in comunicazione frammenti di codice separati, scritti tramite linguaggi diversi, e operanti in diversi computer, come se funzionassero all'interno di una unica applicazione. Il meccanismo di funzionamento è principalmente basato sulla idea di normalizzazione della semantica nella definizione degli oggetti. Questo è realizzato attraverso la definizione di un ulteriore linguaggio chiamato IDL (Interface Definition Language) per definire le interfacce che gli oggetti presentano all'esterno; vi è poi un sistema di "mappatura" tra l'interfaccia IDL dichiarata e il linguaggio specifico.<sup>3</sup> L'utilità di questo approccio e l'importanza che riveste attualmente in ambito scientifico giustifica l'attenzione rivolta alla scelta sulla metodologia di programmazione per questo lavoro, e in generale per lo sviluppo di modelli di studio in RFX.

Accanto alla interoperabilità del livello applicativo vi è anche un crescente interesse per una condivisione a livello di infrastruttura; i sistemi *cloud computing* si presentano recentemente come traguardo obbligato per il nuovo concetto di condivisione dati. Nell'ambito della ricerca questo settore è, peraltro, un territorio di frontiera dove si sono da sempre testate nuove possibilità volte a coprire le spesso ambiziose richieste del mondo scientifico. Grandi sistemi grid<sup>4</sup> come Globus [21] o GLite [20] sono già in uso nei principali centri di ricerca europei e americani; in particolare il secondo, sviluppato all'interno del progetto ATLAS al CERN, è già stato adottato in Italia da INFN e sta coinvolgendo recentemente anche il mondo della fusione.

Degli ultimi mesi è, invece, la notizia della nascita di un nuovo promettente sistema, sempre opensource, denominato OpenStack [38].<sup>5</sup>

In conclusione il lavoro presentato vuole proporre l'intera analisi numerica attraverso l'uso di programmi a sorgente aperto; questo a volerne dimostrare le reali possibilità e i numerosi vantaggi. Tale filosofia è stata peraltro scelta nella distribuzione di MDSplus, software sviluppato tramite la collaborazione del Massachusetts Institute of Technology, il consorzio RFX e il Los Alamos National Lab, che si è affermato come lo standard de facto per l'acquisizione e il mantenimento dei segnali negli esperimenti di fusione e che viene utilizzato

---

<sup>3</sup>Esistono implementazioni di mappe standard per i linguaggi: C, C++, Java, Lisp, Python, Ruby, Tcl e altri [37].

<sup>4</sup>condivisione coordinata di risorse all'interno di una dinamica e multi-istituzionale organizzazione virtuale

<sup>5</sup>Openstack nasce come progetto commerciale di Rackspace per fornire servizi di cloud storage attraverso il pacchetto "*Swift*", ma la versione ora comprende la fusione con "*Nova*" un sistema di calcolo distribuito ideato dalla NASA. Openstack sembra essere stato eletto per diventare un ottimo standard per il prossimo futuro e si propone come chiave di volta per il sistema di elaborazione dei dati.

da più di 30 installazioni dislocate su 4 continenti. A tale scopo si sono utilizzati sistemi quali Octave (un ambiente per l'analisi numerica) e diverse librerie descritte in seguito.

## 3.2 L'interfaccia G-MDS

Il sistema scelto è situato a cavallo tra la programmazione a basso livello e i sistemi evoluti di astrazione; si chiama GObject ed è il sistema di oggetti che costituiscono la base del noto ambiente desktop GNOME (GNU Network Object Model Environment) [28], fortemente orientato alla interoperabilità di rete. GObject è un framework creato sulla libreria GLib nel contesto del progetto GTK+: una API<sup>6</sup> per la scrittura di programmi con interfaccia grafica. Anche se ancora mantenuto all'interno del progetto GNOME, la libreria di GObject è ora completamente autonoma e se ne è reso possibile l'utilizzo indipendente dal suo iniziale scopo grafico. L'ambiente di base è quindi la libreria GLib, che, grazie alla definizione di strutture dati avanzate per la gestione della memoria e un set di tipi primitivi, può essere utilizzata come astrazione per la programmazione multiplatforma. Programmi che utilizzano i tipi derivati di GLib e GObject possono, infatti, essere opportunamente compilati in ambienti quali Windows, Mac OS e Linux/Unix derivati.

Anche se GObject è in grado di fornire un sistema completo nella programmazione ad oggetti per il C, il linguaggio per il quale è stato ideato, esso è visto come una possibile alternativa ai linguaggi evoluti C-derivati come C++ e Objective-C. La differenza fondamentale rispetto a questi ultimi è di non essere un linguaggio separato: GObject è semplicemente una libreria e come tale non introduce una nuova sintassi nel compilatore o precompilatore. Quindi, anche se l'insieme "C e GObject" può essere considerato di fatto un linguaggio a sé stante, esso è perfettamente compatibile e utilizzabile all'interno del C standard. Librerie a basso livello a stretto contatto con l'hardware, come sistemi digitali di acquisizione dati o processori di segnale, possono così accedere alle strutture complesse senza programmi intermedi. Inoltre la caratteristica che contraddistingue il sistema GObject è l'enfasi che dà alla gestione dei segnali (spesso chiamata anche gestione degli eventi). Tale attenzione deriva principalmente dal fatto che la libreria fu costruita sulla base delle esigenze di un toolkit grafico, cosicché, mentre la gestione dei segnali risulta generalmente un componente aggiuntivo di un linguaggio, in GObject i segnali sono definiti all'interno del sistema. In questo modo l'uso dei segnali nelle applicazioni che utilizzano GObject è più immediata, aumentando l'utilizzo dell'incapsulamento degli oggetti e rendendoli pronti all'uso distribuito, come vedremo in dettaglio di seguito.

---

<sup>6</sup>Application Program Interface, interfaccia per la programmazione a livello applicativo.

Come esempio esplicativo per la struttura base di un oggetto GObject si presenta l'implementazione della classe base per g-nds. La definizione nel file dichiarativo (*header*) è la seguente:

```
typedef struct _GMdsObject      GMdsObject;
typedef struct _GMdsObjectClass GMdsObjectClass;

struct _GMdsObjectClass
{
    GObjectClass parent_class;
    GMdsObject *(* g_mds_object)(void *p);
};

struct _GMdsObject
{
    GObject parent;
};

GType g_mds_object_get_type (void) G_GNUC_CONST;

GMdsObject *g_mds_object_new(GType type,
                             const gchar *first_property_name,
                             ...);
```

Mentre il file sorgente che implementa i metodi ereditati dalla classe base è:

```
static void g_mds_object_dispose (GObject *object);
static void g_mds_object_finalize (GObject *object);
GMdsObject *g_mds_object(void *p) { return G_MDS_OBJECT(p); }

G_DEFINE_TYPE (GMdsObject, g_mds_object, G_TYPE_OBJECT);

static void
g_mds_object_class_init (GMdsObjectClass *klass)
{
    GObjectClass *gobject_class = (GObjectClass *)klass;
    gobject_class->dispose = g_mds_object_dispose;
    gobject_class->finalize = g_mds_object_finalize;
    klass->g_mds_object = g_mds_object;
}

static void
g_mds_object_init (GMdsObject *self) {}

static void
g_mds_object_dispose (GObject *object)
{
    GMdsObject *self = (GMdsObject *)object;
    G_OBJECT_CLASS (g_mds_object_parent_class)->dispose (object)
    ;
}

static void
g_mds_object_finalize (GObject *object)
{
```

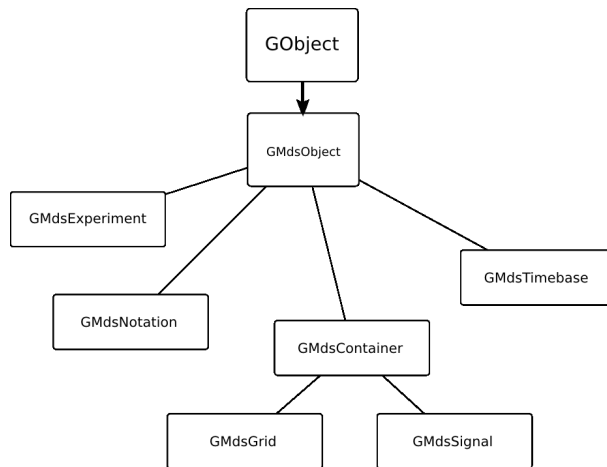
```

    GMdsObject *self = (GMdsObject *) object ;
    g_signal_handlers_destroy ( object ) ;
    G_OBJECT_CLASS ( g_mds_object_parent_class )->finalize ( object
    ) ;
}

GMdsObject *g_mds_object_new(GType type,
    const gchar *first_property_name,
    ...)
{
    GMdsObject *object ;
    va_list var_args ;
    g_return_val_if_fail(G_TYPE_IS_OBJECT (type), NULL) ;
    va_start (var_args, first_property_name) ;
    object = (GMdsObject *)g_object_new_valist (type,
        first_property_name, var_args) ;
    va_end (var_args) ;
    return object ;
}

```

Per quanto riguarda l'utilizzo nell'ambito dell'esperimento RFX, sono stati definiti vari oggetti base, da un lato estendendo la libreria GLib per la gestione di matrici multidimensionali, dall'altro sviluppando oggetti specifici per definire le entità principali.



**Figura 3.1:** Diagramma parentale degli oggetti utilizzati in G-Mds

L'oggetto "GMdsExperiment" è preposto fondamentalmente alla definizione dell'ambiente di lavoro: vi sono dichiarate proprietà specifiche quali raggio, rapporto di aspetto, geometria della camera, ecc.. Gli oggetti di tipo contenitore servono, invece, a manipolare i dati veri e propri, organizzandoli opportunamente negli array precedentemente definiti. Ad esempio, per fare un'indagine sulla griglia dei sensori sarà sufficiente definire un oggetto GMdsGrid, agganciare alla struttura una notazione e definire l'esperimento.

Per ottenere il massimo della portabilità del codice, gli oggetti creati vengono successivamente ridichiarati attraverso un apposito *header* che li rende utilizzabili in C++. Di seguito è presentata la dichiarazione per l'oggetto base.

```
#ifndef __G_MDS_MM_OBJECT_H__
#define __G_MDS_MM_OBJECT_H__

#include <g-mds/g-mds-object.h>
#include "types.h"

class GMds_Object: public GMds_Handle<GMdsObject> {
private:
    GType type;
public:
    GMds_Object() { GMds_Object(G_TYPE_MDS_OBJECT,NULL); }
    GMds_Object( GType type, const gchar *first_property_name, ... )
        : GMds_Handle<GMdsObject>()
    { obj_ = g_mds_object_new( type,NULL ); this->type = type; }
    GMds_Object(GMdsObject *object) : GMds_Handle<GMdsObject>(
        object) {}

    int get_type() { return (int)type; }
};

#endif // __G_MDS_MM_OBJECT_H__
```

La possibilità di ottenere un livello di comunicazione tra diversi software di analisi, come preannunciato nel paragrafo precedente parlando di IPC, avviene a due livelli.

Anzitutto si vuole creare una interfaccia per l'utilizzo del codice su qualsiasi linguaggio; si è scelto per questo di utilizzare SWIG, un software molto noto per il *wrapping* del codice C, che rende utilizzabili le strutture dati in ambiente Octave. Il wrapper agisce mediante una interfaccia creata per la dichiarazione della struttura e per la definizione di opportuni *marshalers* per il passaggio dei tipi. Un esempio è rappresentato dalla "typemap" che è stata realizzata per convertire una matrice Octave in un array tridimensionale per GMdsGrid:

```
#ifdef SWIGOCTAVE
%typemap(in) GMds3DArray *(NDArray ov_array)
{
    ov_array = $input.array_value();
    dim_vector ov_dim = ov_array.dims();
    double *fv = (double *)ov_array.fortran_vec();
    guint index[2];
    GMdsNDArray *array = g_mds_nd_array_new(0,1,sizeof(double),3);
    for(int t=0;t<ov_dim(1);t++)
        for(int p=0;p<ov_dim(2);p++)
            {
                index[0] = t; index[1] = p;
                double *fv_ptr = fv + (t*ov_dim(0) + p*ov_dim(0)*ov_dim(1));
```

```

GArray *data = g_array_new(0,1, sizeof(double));
g_array_append_vals(data, (gpointer)fv_ptr, ov_dim(0));
g_mds_nd_array_set_array(array, index, data);
}
$1 = array;
}

%typemap(out) GMds3DArray *(NDArray ov_array)
{
GMdsNDArray *array = $1;
guint *len = array->len;
dim_vector dv(len[0], len[1], len[2]);
ov_array = NDArray(dv);
double *fv = (double *)ov_array.fortran_vec();
guint index[2];
for(int t=0; t<dv(1); t++)
    for(int p=0; p<dv(2); p++)
    {
index[0] = t; index[1] = p;
double *fv_ptr = fv + (t*dv(0) + p*dv(0)*dv(1));
GArray *data = (GArray *)
    g_mds_nd_ptr_array_get_index_val((GMdsNDPtrArray *)array->
        index, index);
if(data->data) memcpy(fv_ptr, data->data, sizeof(double)*dv(0));
}
$result = octave_value(ArrayN<double>(ov_array));
}
#endif
#include "types.h"

```

In secondo luogo si è posta l'attenzione all'introspezione diretta degli oggetti che GObject recentemente ha introdotto nella libreria [22]; questo sistema permette una dichiarazione di interfaccia da parte degli oggetti stessi che sono quindi in grado di rendersi autonomamente disponibili a diversi linguaggi. L'importanza di questo secondo sistema è la possibilità di autodichiarare gli oggetti in quello di interconnessione chiamato D-Bus.<sup>7</sup>

Esso è stato scelto con il proposito di generare un codice di semplice utilizzo e per la sua buona integrazione con la libreria Glib. Anche se D-Bus sembra di fatto una scelta obbligata, visto l'ampia compatibilità che propone, rimane la possibilità di sviluppare in un secondo momento delle *middleware* che mettano in comunicazione oggetti D-Bus con i Broker delle grosse reti di calcolatori, accedendo alle risorse di condivisione e *cloud-computing* offerti da sistemi Grid come GLite [20], Globus [21] e naturalmente OpenStack [38].

---

<sup>7</sup>Il progetto GNOME attualmente mantiene due sistemi per la gestione della IPC: Bonobo, sviluppato per gestire l'interfacciamento ORBit (CORBA compatibile), e D-Bus che si pone come valida alternativa per semplicità di implementazione.

### WORKFLOW BASATO SU G-MDS

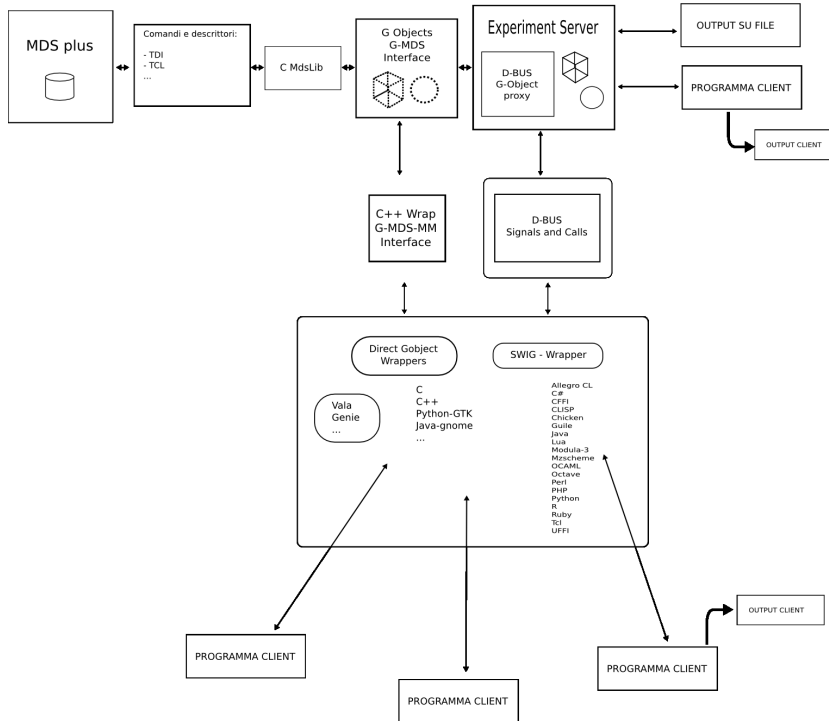


Figura 3.2: Diagramma della organizzazione del software

### 3.3 Costruzione del modello

Anzitutto, per aderire alla scelta di mantenere per quanto possibile il software su piattaforma a codice aperto, si è trasportato il sorgente dalla originaria esecuzione su ambiente Matlab verso il linguaggio open-source per il calcolo numerico GNU Octave [24].

L'accesso diretto ai dati di MdsPlus, fornito a Matlab dalla interfaccia *mdsvalue*, è un codice Matlab-eseguibile (*mex*) presente nel corredo di utilità fornite da MdsPlus stesso. L'eseguibile che viene compilato agisce tramite la libreria C, a basso livello, chiamata *Mdslib*. La ricompilazione dei sorgenti rende possibile l'utilizzo dell'interfaccia diretta anche in ambiente Octave; infatti si utilizza il tool *mkoctfile* che è in grado di tradurre il codice per la compilazione di eseguibili di tipo *mex*. Chiaramente la chiamata alla funzione di libreria per l'accesso ai dati non è più realizzata da una specifica funzione Matlab, ma viene resa disponibile attraverso i metodi degli oggetti di G-Mds. In questo caso, come precedentemente illustrato, i metodi sono incasellati dentro oggetti Octave mediante wrapper generati da SWIG, codice egualmente compilato ricorrendo a *mkoctfile*, ma con il link dinamico nativo (il sistema di *oct-files*). Nella stesura del programma si potrà quindi



fare riferimento a oggetti di tipo segnale, istanziandoli mediante un'etichetta che ne identifica la richiesta al database; vi sarà poi un conseguente metodo `get` che effettua l'accesso vero e proprio in relazione al periodo temporale di studio e all'intervallo di ricampionamento. In questo modo non è più necessario definire ogni singolo parametro durante l'accesso, ma basterà caratterizzare via via il contesto dell'esperimento stesso attraverso appositi oggetti. E' stato costruito quindi un oggetto notazione, esso di fatto rappresenta un funzionale che associa una generica tupla di numeri interi ad una specifica etichetta. Come è facile intuire, tale sequenza di numeri è usata per individuare facilmente una coordinata in uno spazio discreto; si definisce infatti l'oggetto griglia come sequenza ordinata di segnali eventualmente distribuiti a loro volta nello spazio con specifiche coordinate. In questo modo è possibile utilizzare una semplice funzione Matlab per istruire il funzionale e utilizzare poi la notazione una volta per tutte in qualsiasi linguaggio e in qualsiasi elaboratore accedendo all'oggetto istanziato.

Per quanto riguarda il controllo dei modi MHD si sono utilizzate principalmente le notazioni che fanno capo ai segnali relativi alle *saddle coils*. Mostriamo di seguito la definizione delle funzioni che ricavano la lettura del campo radiale e la corrente dei generatori collegati.

```
s_tor_notation = [01,03,04,06,07,09,10,12,13,15,...
    16,18,19,21,22,24,25,27,28,30,...
    31,33,34,36,37,39,40,42,43,45,...
    46,48,49,51,52,54,55,57,58,60,...
    61,63,64,66,67,69,70,72];

function result = get_brad(i1,i2)
    global s_tor_notation;
    path = "\\MHD_BR:.";
    id = sprintf("%.2d%d",s_tor_notation(i1), 2*i2-1);
    result = [ path, "VMBR", id, "_VI2VA" ];
endfunction

function result = get_Isc(i1,i2)
    if(i1<=24) path = "\\MHD_AC:.";
    else path = "\\MHD_BC:.";
    endif
    id = sprintf("PR%dG_I%.2d%dVA", (i1-1)/12+1, i1, i2);
    result = [ path, id ];
endfunction
```

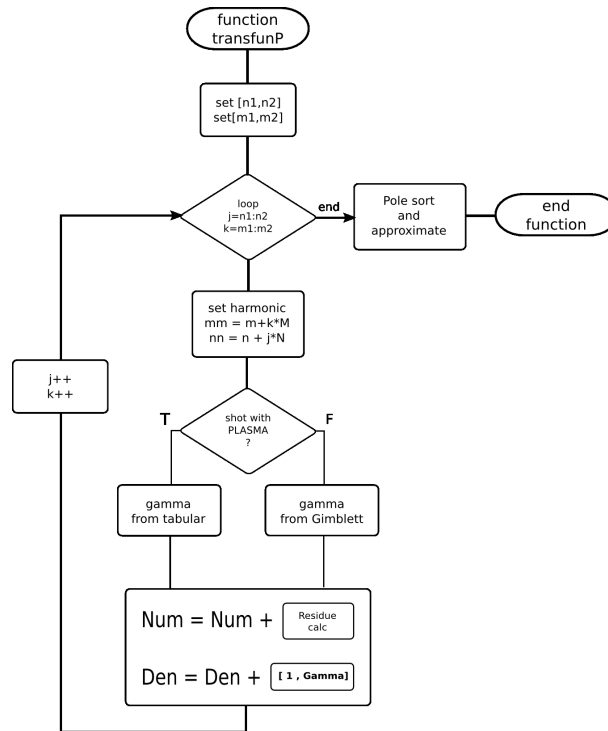
Un'altra caratteristica introdotta è la definizione dei parametri dell'esperimento attraverso proprietà specifiche degli oggetti. Viene istanziato un "oggetto esperimento" in grado di mantenere i valori dei parametri fisici e geometrici caratterizzanti la macchina; appare evidente come questo comporti la possibilità di spostare facilmente il codice da un esperimento all'altro, o tra diversi modelli, semplicemente cambiando l'istanza dell'oggetto. E' semplice immaginare come questo assuma grande utilità pratica di gestione del codice, soprattutto in vista della applicazione di database ad oggetti in

cui siano archiviate e condivise le istanze che fanno capo ai modelli di uso comune. Questa possibilità suggerisce ancora una volta l'importanza della uniformità di linguaggio che l'uso delle interfacce introduce, rendendo più leggibile la struttura del codice.

La routine che riassume l'intera catena della *matching procedure* è la definizione della funzione di trasferimento del sistema (2.3.30), qui richiamata:

$$P_{1m,n} = \sum_{m',n'} \frac{R_{m',n'}}{(s - \gamma_{m',n'})}$$

Si calcolano numeratore e denominatore per ogni armonica  $(m', n')$ , all'interno di un prestabilito intervallo finito di valori, mediante due cicli *for* annidati. La *Figura 3.3* mostra uno schema semplificato del diagramma a blocchi della funzione.



**Figura 3.3:** Diagramma a blocchi del calcolo della funzione di trasferimento

Il calcolo procede definendo anzitutto dei valori limite per il numero di armoniche considerate; tale valore dipende principalmente dalla conoscenza sulla stabilità tipica dei modi e dalla forma del fattore di sagoma, poiché determina lo smorzamento delle armoniche più elevate. E' poi necessario verificare se si stia lavorando in presenza del plasma nella camera, in questo caso sono inseriti valori misurati dei tassi di crescita dei modi instabili. Viceversa negli spari a vuoto si considera il tasso di crescita della camera

con il valore definito da C. G. Gimblett in [18]. Per ogni armonica viene aggiunta una coppia polo-residuo ad una lista che sarà infine ordinata per valori decrescenti del polo e ridotta nel numero massimo di coppie considerate nell'approssimazione.

Il risultato finale è comunque in forma di coppie polo-residuo, per la definizione del sistema in forma matriciale. Viene comunque utilizzato il pacchetto della “teoria del controllo” per Octave, che prevede la definizione diretta del sistema una volta calcolato numeratore e denominatore mediante la funzione *residue*. La procedura genera un sistema caratterizzato dalle matrici in forma canonica di controllo, come indicato a conclusione del precedente capitolo.

### 3.4 Risultati ottenuti attraverso l'uso del framework

Sebbene gran parte del lavoro sia stata volta alla costruzione della base software che ha permesso l'utilizzo degli oggetti, è proprio questo risultato che ha portato alla semplificazione dell'analisi sperimentale e ha reso l'utilizzo del modello più agevole.

Dal punto di vista computazionale si è osservato un lieve miglioramento nella fase di elaborazione, dovuto presumibilmente alla miglior organizzazione delle strutture dati.

Inoltre, anche se il telaio del codice è diventato molto più complesso e oneroso per l'implementazione, l'uso delle interfacce è molto pratico e uniforme. Questa semplificazione si evince, tra l'altro, valutando la distribuzione del numero di linee di codice usate. Come descritto propriamente in *Figura 3.4*, a fronte di un notevole aumento della quantità di codice che è stato necessario per implementare gli oggetti GObject a basso livello, si noti, non solo l'esigua complessità del wrapper, ma soprattutto la notevole semplificazione del codice Octave: 1646 linee per il codice precedentemente utilizzato, 664 per la versione ad oggetti. Siffatto sistema è inoltre pronto per un'eventuale prossima estensione a diversi linguaggi. Infatti, ad esempio, si è già pensato di introdurre nell'analisi strumenti di visualizzazione tridimensionale per ottenere risultati più interattivi<sup>8</sup>. Comunque già l'uso più flessibile della visualizzazione dei segnali ha potuto aumentare la semplicità dell'indagine e far emergere nuove considerazioni sul modello teorico implementato.

---

<sup>8</sup>L'ambiente Blender 3d, attraverso numeric python, potrebbe essere un ottimo candidato per l'accessibilità ai sorgenti. Questo, per altro, è stato già utilizzato con successo da un gruppo di ricerca italiano nell'ambito dello studio molecolare [2].

---

```
g-mds low level interface
```

Language	files	blank	comment	code
C	16	422	214	1748
C/C++ Header	18	434	166	1245
make	1	29	19	42
m4	1	7	0	19
XML	1	2	0	16
SUM:	37	894	399	3070

```
g-mds-mm c++ wrapper
```

Language	files	blank	comment	code
C/C++ Header	9	128	11	281
make	1	25	17	41
C++	1	11	12	17
MATLAB	1	5	0	14
SUM:	12	169	40	353

```
old matlab code
```

Language	files	blank	comment	code
MATLAB	13	222	1735	1632
Objective C	1	2	0	13
SUM:	14	224	1735	1645

```
octave object oriented model
```

Language	files	blank	comment	code
MATLAB	9	190	240	637
Objective C	3	11	0	27
SUM:	12	201	240	664

---

*Figura 3.4:* Tabelle riassuntive sulla grandezza del codice a confronto



## Capitolo 4

# Analisi dei risultati

### 4.1 Descrizione del contesto sperimentale

Prima di descrivere i risultati ottenuti con l'uso del codice dal confronto con i dati sperimentali in scariche a vuoto, si presentano brevemente contesto e presupposti tecnici per l'applicazione del modello teorico.

L'esperienza è stata condotta in relazione a modi  $m = 1$  a completamento del lavoro di A. Pizzimenti [27] su RFX-mod, con un adattamento del codice proposto da Gregoratto [9] per T2R. Come dati in ingresso per il confronto sono stati selezionati alcuni spari eseguiti allo scopo di produrre nel vuoto una generica perturbazione.

Attraverso una routine di indagine, sono state studiate anzitutto caso per caso le caratteristiche della perturbazione: evoluzione temporale, modi eccitati, velocità di rotazione ecc.. Si è voluto cominciare con l'osservazione di esperimenti statici, per poi applicare il modello a casi di perturbazioni rotanti con diverse frequenze.

Gli spari di riferimento utilizzati sono riportati nella tabella di *Figura 4.1*, mentre alcuni esempi di indagine sono visibili nella *Figura 4.2*; in particolare in *Figura 4.2(a)* sono mostrati i modi  $m = 1$  non eccitati di un *shot* statico, mentre in *Figura 4.2(b)* si vedono gli andamenti di un caso rotante (sempre del modo  $m = 1$ ) rispetto alla posizione toroidale e in funzione della dipendenza dal tempo.

#### 4.1.1 Fattore di penetrazione a vuoto

L'espressione analitica usata per il valore del fattore di penetrazione nel vuoto  $\gamma_{m,n}$  deriva direttamente dalla applicazione della formula di C. G. Gimblett [18]. La stessa relazione è stata peraltro utilizzata anche nei lavori precedenti di R. Fitzpatrick [29], R. Paccagnella e P. Zanca [31], nell'articolo di presentazione del modello teorico di R. Paccagnella, D. Gregoratto e

shot number	logbook report
#27040	vacuum m=1 n=-12 A=5 f=0Hz
#23389	vacuum m=1 n=-7 f=0Hz
#18451	vacuum m=1,n=-12 m=1,n=-4 f=0Hz
#28321	vacuum rotating m=1,n=-6 f=20Hz new control software
#28333	vacuum rotating m=1,n=-6 f=20Hz n=-5 f=10Hz n=-4 f=30Hz
#28766	vacuum rotating m=1 n=-7 f=10Hz
#27826	vacuum rotating m=1 n=-7 f=20Hz
#27477	vacuum rotating m=1 n=-6 f=50Hz
#27100	vacuum rotating m=1 n=7 f=150Hz
#27476	vacuum rotating m=1 n=-6 f=10Hz

**Figura 4.1:** Tabella riassuntiva degli spari di riferimento utilizzati per l'analisi del modello

A. Bondeson [30], e nel lavoro di A. Pizzimenti [27]. La formula generale è:

$$\gamma_{m,n} = \frac{1}{2\tau_w} \frac{m^2 + n^2 \epsilon_w^2}{n^2 \epsilon_w^2} \frac{1}{K'_m(|n|\epsilon_w) I'_m(|n|\epsilon_w)} \quad (4.1.1)$$

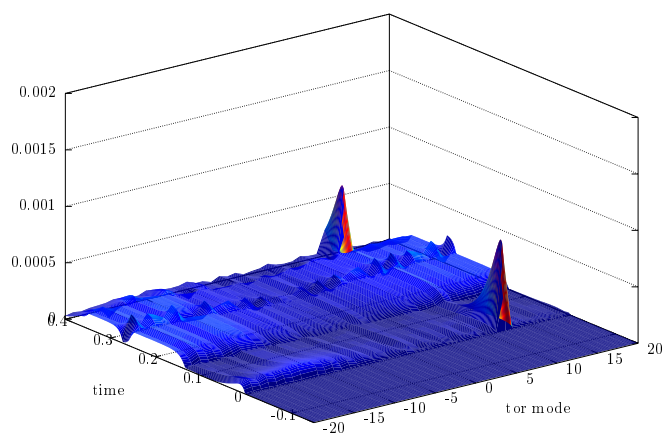
Nel caso  $m = 0$ , applicando la formula di ricorrenza per le funzioni di Bessel, il fattore si esprime come:

$$\gamma_{0n} = -\frac{1}{\tau_w} \frac{1}{K_1(|n|\epsilon_w) I_1(|n|\epsilon_w)} \quad (4.1.2)$$

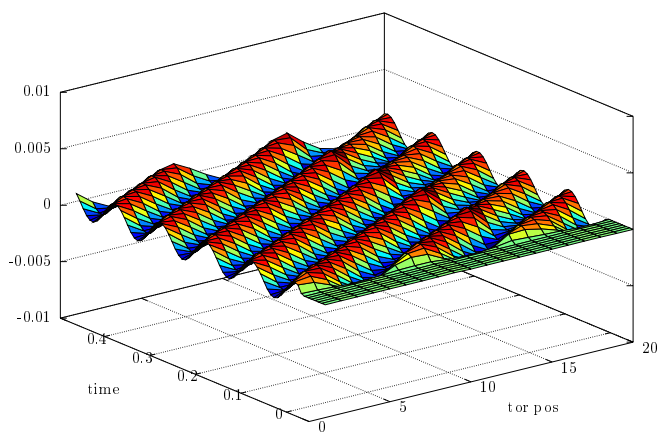
mentre nel caso in analisi con  $m = 1$ :

$$\gamma_{m,n} = -\frac{2}{\tau_w} \frac{1 + n^2 \epsilon_w^2}{n^2 \epsilon_w^2} \frac{1}{[K_0(|n|\epsilon_w) + K_2(|n|\epsilon_w)] \cdot [I_0(|n|\epsilon_w) + I_2(|n|\epsilon_w)]} \quad (4.1.3)$$

L'andamento della (4.1.1), calcolato dal software, è rappresentato in *Figura 4.3* per diversi valori del numero d'onda poloidale e toroidale.



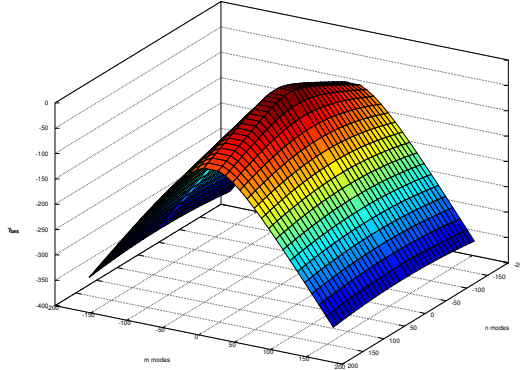
(a) analisi dei modi non eccitati della perturbazione (1,-12) per lo sparo #27040



(b) andamento del campo rispetto alla posizione toroidale per una perturbazione rotante (1,-7) di #28766

**Figura 4.2:** Risultati della routine di indagine per evidenziare particolari proprietà degli spari.





**Figura 4.3:** Rappresentazione dell'andamento del fattore di penetrazione rispetto al valore del numero d'onda poloidale e toroidale.

## 4.2 Considerazioni preliminari all'applicazione del modello

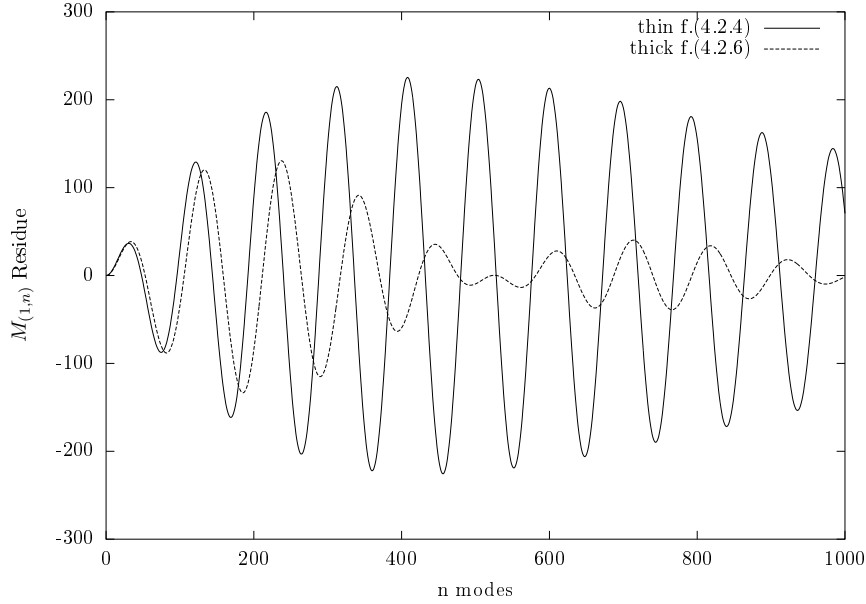
### 4.2.1 Osservazioni sullo spessore delle bobine di controllo

Come già osservato nel paragrafo 2.1, la forma delle bobine di controllo e dei sensori di campo influisce sull'andamento delle armoniche considerate dalla funzione di trasferimento. Durante le prime prove di verifica del codice si è analizzato questo effetto in relazione alla rappresentazione geometrica del potenziale di corrente generato dalle *coils*.

Assumendo gli avvolgimenti delle bobine infinitamente sottili (*thin coils*), la forma del potenziale risulta un rect bidimensionale e diviene nello spettro modale [30]:

$$F = \frac{MN}{\pi^2} \frac{\sin(m\Delta\theta/2)\sin(n\Delta\varphi/2)}{mn} \quad (4.2.4)$$

La *Figura 4.4* rappresenta l'andamento del residuo della funzione di trasferimento per profili: infinitamente sottili (*thin*), e con spessore finito (*thick*) delle bobine. La (4.2.4), sebbene presenti andamento asintoticamente nullo, non è sembrata in grado di smorzare completamente l'effetto della penetrazione di modi elevati ( $n > 400$ ) le cui lunghezze d'onda sono dell'ordine dei pochi centimetri e si ritengono fisicamente assenti nell'esperimento reale. Si è considerata allora l'azione fisica dello spessore degli avvolgimenti delle bobine. Come schematizzato in *Figura 4.5*, la corrente delle bobine si distribuisce uniformemente all'interno dello spessore di lunghezza  $(\delta\theta, \delta\phi)$ . Esso è di circa 2,4 cm e un modello che ne tenga debitamente conto dovrà mostrare una forma progressivamente crescente del profilo di potenziale di corrente. Esso assume quindi una forma trapezoidale.



**Figura 4.4:** Valore del residuo della funzione di trasferimento relativo alle sagome *thin* e *thick* per il potenziale di corrente generato dalle coil

Nella scelta della funzione che rappresentasse le *thick coils* sono state confrontate due possibilità che mostrano: l'una un andamento continuo, l'altra discontinuo nella distribuzione del potenziale. Sarà poi illustrato come esse comportino una differente posizione delle armoniche.

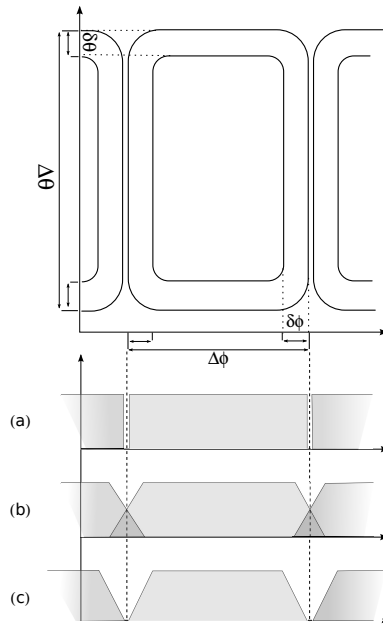
La prima proviene dal modello realizzato per T2R da D.Gregoratto [9]; nell'esperimento ivi in esame la continuità delle superfici equipotenziali non era in discussione.

$$F_{m,n} = \frac{MN}{\pi^2} \frac{\sin(m\Delta\theta/2)\sin(n\Delta\varphi/2)}{mn} \text{sinc}\left(m\frac{\delta\theta}{2}\right)\text{sinc}\left(n\frac{\delta\varphi}{2}\right) \quad (4.2.5)$$

Tuttavia, poichè RFX (contrariamente a T2R), presenta una netta adiacenza tra le bobine, l'applicazione della (4.2.5) al nostro caso non mostra un andamento realistico.

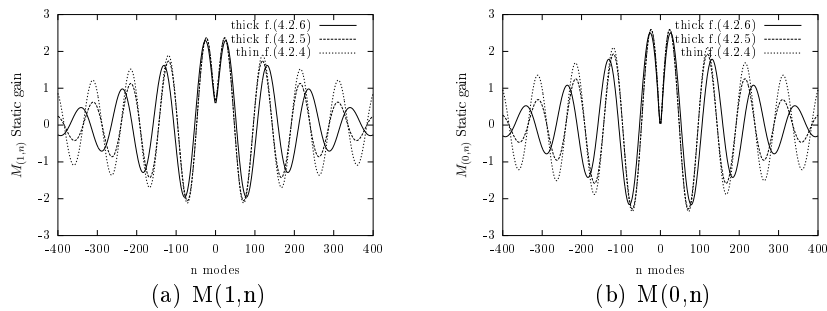
Per avere una maggiore attinenza alle dimensioni dell'esperimento si è, quindi, analizzata la seconda funzione di sagoma, ottenuta mediante la trasformata della convoluzione di due rect.

$$F_{m,n} = \frac{MN}{\pi^2} \frac{(\Delta\theta - \delta\theta)}{2} \text{sinc}\left(m\frac{(\Delta\theta - \delta\theta)}{2}\right) \text{sinc}\left(n\frac{\delta\varphi}{2}\right) \\ \times \frac{(\Delta\varphi - \delta\varphi)}{2} \text{sinc}\left(n\frac{(\Delta\varphi - \delta\varphi)}{2}\right) \text{sinc}\left(m\frac{\delta\theta}{2}\right) \quad (4.2.6)$$



**Figura 4.5:** Rappresentazione della dimensione della bobina di controllo, e profili del potenziale di corrente rispetto allo spessore: *thin* (a), *thick* 4.2.5 (b) e *thick* 4.2.6 (c).

Nella *Figura 4.5* sono riportati gli andamenti per la sola dimensione toroidale rapportati alle dimensioni della *coil*. In (a) si osserva l'andamento del potenziale di corrente descritto dalla (4.2.4), in (b) la compenetrazione delle figure trapezoidali della (4.2.5), e in (c) il profilo, più realistico rispetto alla distribuzione delle correnti, della (4.2.6).



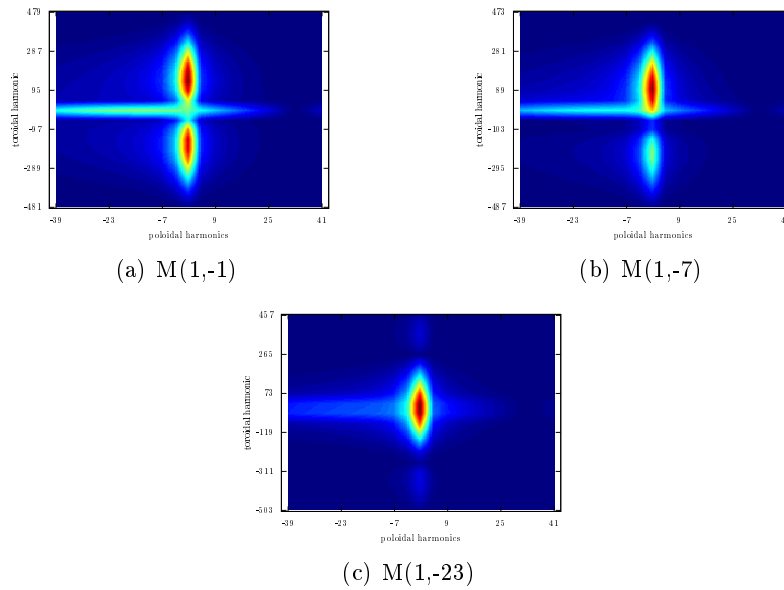
**Figura 4.6:** Confronto dello smorzamento nelle armoniche in  $n$  per le diverse funzioni di sagoma

Per capire come agiscono le tre funzioni  $F_{m,n}$ , si è graficato in *Figura 4.6* il valore  $M(m,n)/\gamma_{m,n}$  (vedi equazione (2.2.22) paragrafo 2.2), guadagno statico della generica componente della funzione di trasferimento (2.3.30), per ogni possibile modo toroidale. Una prima evidente conseguenza dell'in-

serimento dello spessore delle *coil* è (l'atteso) più rapido smorzamento del guadagno. Inoltre, per le due forme *thick*, a parità di larghezza degli avvolgimenti, si osserva un progressivo sfasamento dovuto alla diverse lunghezze d'onda dei sinc.

#### 4.2.2 Osservazioni sulla funzione di trasferimento

Considerando un generico modo  $(m, n)$  si noti come, rispetto al valore del residuo, le successive armoniche mostrano un fenomeno di spostamento della figura di aliasing (*Figura 4.7*). La conseguente asimmetria risulta massima



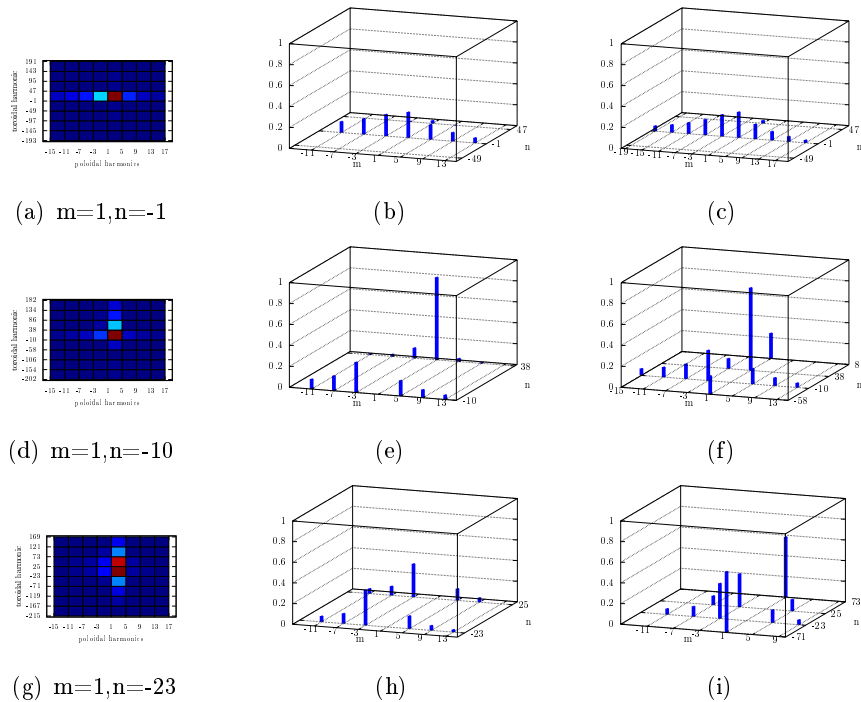
*Figura 4.7:* Asimmetria della figura di aliasing nelle armoniche del residuo

per valori intermedi del modo toroidale eccitato, e lo sbilanciamento rivolto verso i modi opposti al medesimo. Per quanto riguarda la simmetria poloidale, l'effetto è analogo una volta considerata la maggiore frequenza delle successive armoniche.

In riferimento a quanto detto nel paragrafo 2.3 per la (2.3.30), questo comportamento ha suggerito una modifica alla regola di troncamento delle armoniche selezionate per la funzione di trasferimento. Infatti, il modello usato in [9] e [27] prevedeva di considerare le armoniche secondo il loro tasso di crescita, cercando la migliore approssimazione della risposta dinamica.

Invece, il nuovo modello affianca a questa scelta una seconda serie di poli, ordinata per valori decrescenti del guadagno statico. Facendo alcuni plot del valore residuo nelle armoniche selezionate, si è visto come questa soluzione abbia tendenzialmente spostato armoniche poloidali veloci su componenti toroidali prima non considerate. In *Figura 4.8* sono rappresentati, per tre

diversi modi, il valore del guadagno statico (prima colonna), la selezione delle armoniche rispetto al modello di Gregoratto (seconda colonna), e la selezione tramite l'ordinamento misto del nuovo modello (terza colonna). Per brevità sono stati presentati solo tre modi principali, di cui due sono a forte simmetria ( $n = -1, n = -23$ ), mentre uno ( $n = -7$ ) è asimmetrico. Come previsto, in corrispondenza di quest'ultimo il sistema propone una funzione di trasferimento diversa includendo alcuni poli che meglio approssimano il termine di guadagno.

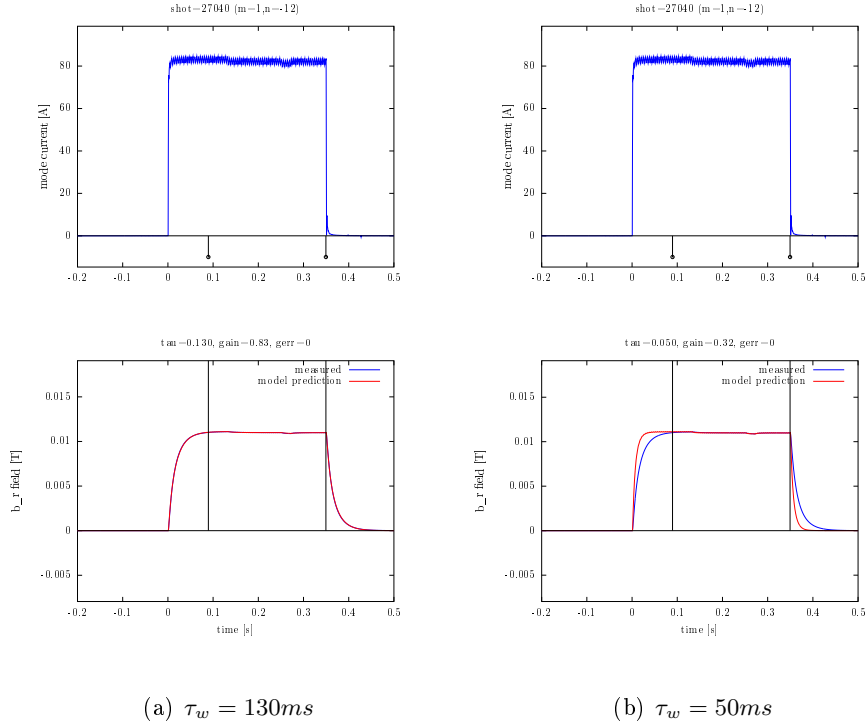


**Figura 4.8:** Confronto tra le routine di selezione delle coppie zero-polo nella costruzione della funzione di trasferimento. sono rappresentati: in prima colonna il valore del guadagno statico (figure a,d,g) , in seconda colonna la selezione mediante ordinamento rispetto al valore del polo (figure b,e,h), e in terza colonna l'ordinamento misto polo-residuo (figure c,f,i)

### 4.2.3 Prove sperimentali con campo a vuoto statico

Esaurite tutte le premesse tecniche, è finalmente possibile descrivere il comportamento del modello implementato rispetto ad alcuni spari statici nel vuoto.

L'analisi mirava a determinare l'andamento dei due parametri liberi: il corretto guadagno statico della funzione di trasferimento e il valore del tempo caratteristico della parete. In *Figura 4.9(a)* sono rappresentati, per lo sparo #27040, il profilo di corrente del modo eccitato (immagine superiore), e la



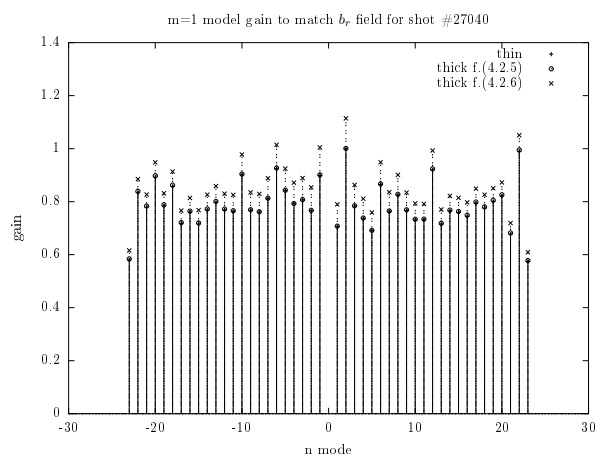
**Figura 4.9:** Confronto per il campo a vuoto del modo statico  $m=1$ ,  $n=-12$  #27040 per due valori del tempo di penetrazione della parete

previsione del modello che risulta fedele all'andamento del campo misurato (immagine inferiore). Dal confronto tra modello e misura si è ricavato un valore di fattore di penetrazione  $\tau_w = 130ms$  e un guadagno di 0.86. In particolare ci si aspettava che i valori rimanessero costanti per ogni modo eccitato.

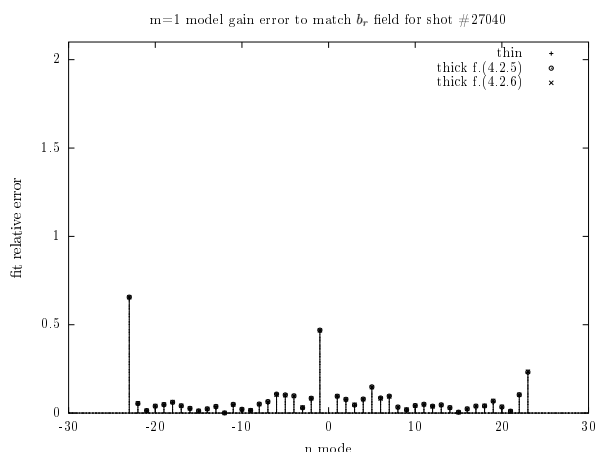
A causa della mancanza di un ampio spettro di spari statici tra quelli già eseguiti in RFX-mod, per ottenere questo valore per qualsiasi modo toroidale si è pensato di utilizzare un espediente. Si è notato che alcuni spari analizzati presentavano piccole correnti in modi non eccitati che generavano una risposta ben rappresentata dal modello, e quindi si ritengono affidabili per un confronto.

Il valore del tempo di penetrazione, una volta calcolato per il modo dominante, è stato utilizzato per generare anche un profilo di guadagno per tutti i modi non eccitati. Questo ha permesso di ottenere il valore finale mediato attraverso l'errore sul fit. Le figure 4.10 e 4.11 descrivono proprio i risultati in termini di guadagno e confrontano, anche, le diverse configurazioni di  $F_{m,n}$ . I valori relativi alla funzione 4.2.6 sembrano elevarsi rispetto agli altri ma non vi è riscontro sull'errore. Viceversa appare se non altro curioso che proprio il valore di errore mostri un involuppo vagamente oscillante

per *Figura 4.10(b)* presupponendo la presenza di un possibile fenomeno non considerato. Sarebbero comunque necessarie ulteriori analisi, oltre che per la rimozione di rumore (eseguendo ulteriori spari per avere valori più consistenti di corrente), anche per un miglioramento dell'algoritmo di fitting.



(a)



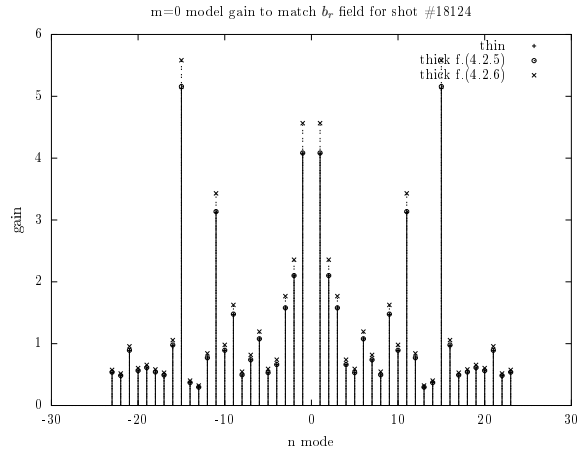
(b)

**Figura 4.10:** Valori di guadagno calcolti sui modi di #27040

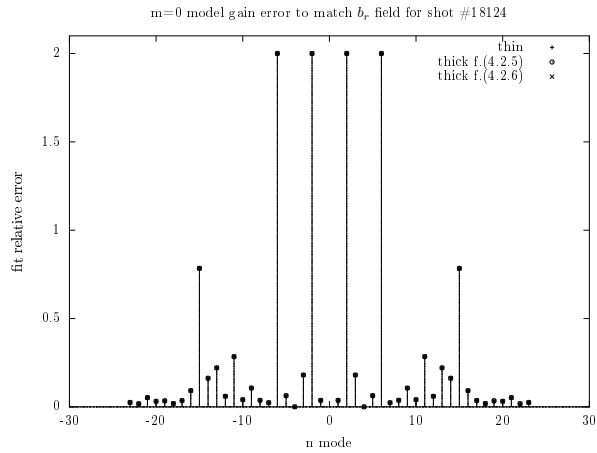
Proprio dall'analisi di alcuni modi non eccitati sono emerse due considerazioni.

La prima è che la velocità del sistema non sembrerebbe essere uniforme nel seguire gli impulsi di corrente. In particolare è stato verificato che per lo shot #27040 alcune risposte sono perfettamente rappresentate imponendo  $\tau_w = 130 \text{ ms}$ , mentre altre, relative ad impulsi più rapidi del valore di corrente, presentano un fit più adeguato per valori di  $\tau_w = 50 \text{ ms}$ .

Un esempio si osserva per il modo  $(1, -5)$  in *Figura 4.12*, nel quale si



(a)



(b)

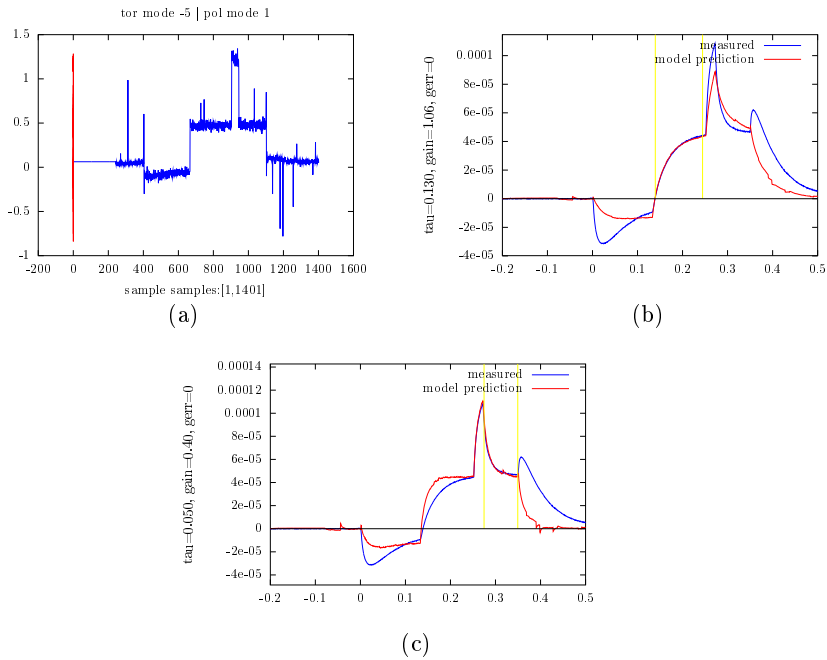
**Figura 4.11:** Valori di guadagno calcolti sui modi di #18124

nota distintamente un segnale di corrente che forma due funzioni rect con ampiezze temporali diverse. Il primo fit nel riquadro 4.12(b) è calcolato per  $\tau = 130ms$  mentre il fit del riquadro 4.12(c) è con  $\tau = 50ms$ .

La seconda considerazione riguarda un fenomeno di per se negativo per la valutazione corretta dei parametri del modello, ma comunque interessante: la variazione di campo nelle fasi iniziali e finali del segnale in *Figura* 4.12(b) e 4.12(c). Essa si presenta per quasi tutti i modi non eccitati come visibile, in valore assoluto, in *Figura* 4.2(a). Si noti una forte componente di modo opposto ed equiversa a quella eccitata, e un ulteriore leggero spread su tutto lo spettro.

Queste variazioni di campo non vengono rappresentate dal modello, perchè non corrispondono a una corrente sulle coil, ed è proprio questa in-





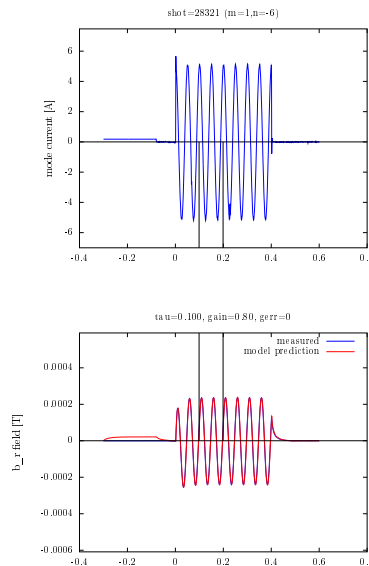
**Figura 4.12:** Risposta del sistema con due tempi di penetrazione diversi per un modo non eccitato rispetto al segnale di corrente (figura a). Si nota come il fit riporti una perfetta previsione del modello con  $\tau_w = 130ms$  fino a 250 ms dall'inizio del segnale (figura b), e con  $\tau_w = 50ms$  per l'intervallo temporale successivo (figura c).

congruenza nel confronto che suggerisce di imputarle a un'altra causa. Più precisamente, come si vede in *Figura 4.16*, il modello riesce a simulare l'andamento del campo, in queste fasi iniziali e finali, solo in parte, poichè in realtà un piccolo valore di corrente è effettivamente presente nelle bobine. Questa corrente non è però sufficientemente elevata per spiegare completamente l'andamento temporale del campo, come detto, nelle fasi iniziale e finale dell'azione di controllo. Per dare una spiegazione a quanto osservato, si possono avanzare almeno due ipotesi. Il fenomeno potrebbe essere riconducibile alle correnti indotte dal controllo stesso sul taglio poloidale della scocca (*gap*). Questo potrebbe essere confermato dalla presenza di questa perturbazione su tutte le armoniche ricostruite. Infatti si può pensare che il *gap* rappresenti, per la sua struttura localizzata nello spazio, una perturbazione su tutti i modi. Una seconda ipotesi, invece, potrebbe ricondurre il fenomeno alla presenza della seconda parete, il *liner*, che non era stato considerato nel modello, in quanto la sua costante di penetrazione è molto veloce ( $2 - 3ms$ ). In questo caso per la legge di Lenz la risposta di questa seconda parete potrebbe esaltare il modo con elicità opposta a quello eccitato, come effettivamente osservato (si veda la *Figura 4.2(a)*). I picchi in figura corrispondenti al modo  $m = 1$  e  $n = 12$  risiederebbero quindi nell'accoppiamento induttivo delle

due pareti (*liner* e *shell*). Anche i picchi di *Figura 4.12*, potrebbero quindi trovare una spiegazione alternativa a quella del *gap*. Tuttavia si ricordi che le armoniche su cui abbiamo basato queste considerazioni sono molto deboli e quindi per arrivare a conclusioni più attendibili è probabilmente necessario pensare a degli esperimenti dedicati.

#### 4.2.4 Esame su perturbazioni rotanti

Il modello precedentemente tarato è stato poi applicato ad alcuni spari con modi rotanti; in questo contesto si è potuto notare come il  $\tau_w$  risulti dipendente, non solo dal modo applicato, ma ulteriormente dalla frequenza temporale della rotazione. Per un modo rotante veloce, infatti, dove la velocità di rotazione sia tale che  $\omega\tau_{w,0} > 1$  (con  $\tau_{w,0}$  il tempo di penetrazione a velocità nulla  $\omega = 0$ ), la parete agisce come un conduttore ideale e il modo è perfettamente stabilizzato passivamente [26].



**Figura 4.13:** Confronto per il campo a vuoto del modo rotante  $m=1, n=-6$  #28321

In *Figura 4.14* sono rappresentati i valori per il tempo di penetrazione rispetto ad alcune prove con applicati diverse frequenze e modi principali.

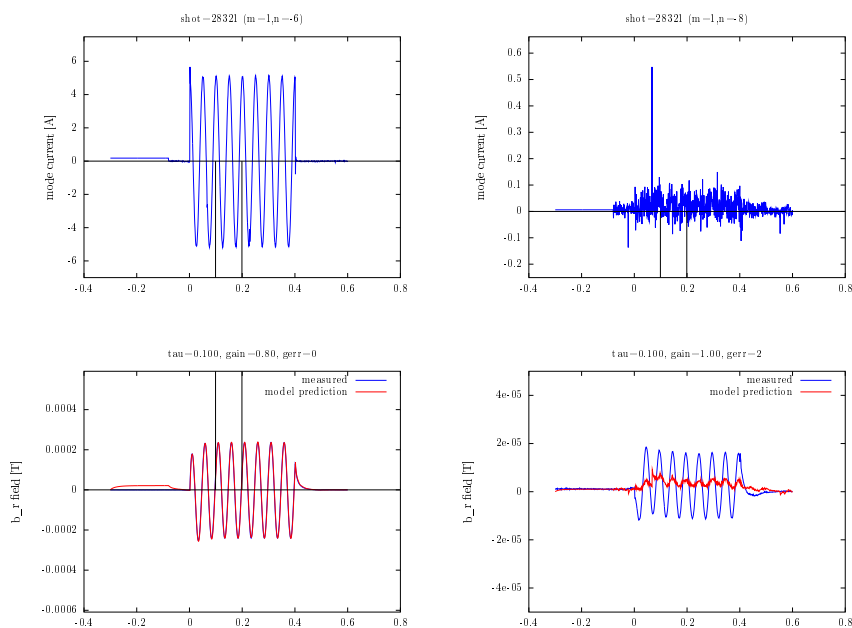
Si nota come all'aumentare della frequenza, e nel contempo al diminuire della localizzazione del modo, la parete risulti più schermante. Questo risultato non stupisce dato che in tali condizioni i modi risultano più schermati.

Per quanto riguarda il presunto fenomeno di induzione nei profili del taglio poloidale, ovvero l'effetto della presenza della doppia parete, è interes-

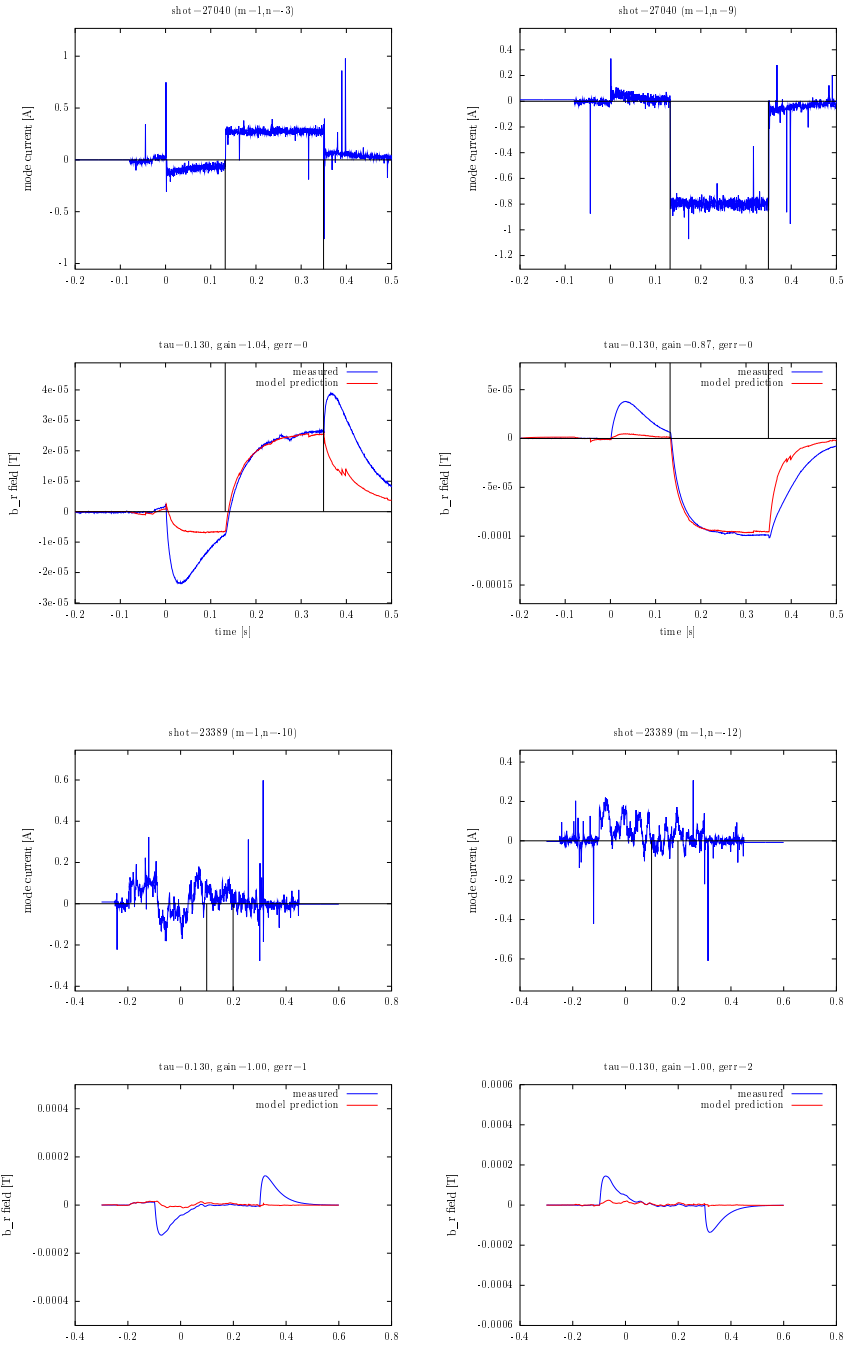
$\tau_w$ fit per perturbazioni rotanti $m = 1$				
Hz	$n = 4$	$n = 5$	$n = 6$	$n = 7$
10	-	160	117	100
20	-	-	240	160
50	-	-	250	-
150	-	-	-	500

**Figura 4.14:** Tabella dei parametri di penetrazione del modello in prove sperimentali rotanti

sante notare che in questo caso la differenza tra modello e misura si osserva per tutta la durata della perturbazione. In *Figura 4.15* se ne riportano due esempi. La mutua induzione tra le bobine risulta inoltre maggiore rendendo ancora più difficoltoso il confronto già impraticabile per i motivi sopra citati.



**Figura 4.15:** Confronto nell'intervallo temporale tra 0 e 600 ms tra il valore del campo radiale e la previsione del modello per una perturbazione rotante applicata al modo (1, -6) (figura a sinistra), e modo non eccitato (1, -8.)



**Figura 4.16:** Confronto tra valore del campo radiale e previsione del modello per modi non eccitati tra 0 e 400 ms. Si nota una variazione di campo non prevista dal modello nelle fasi iniziali e finali del segnale.



## Capitolo 5

# Considerazioni finali

Lo studio oggetto del presente elaborato ha riguardato lo sviluppo di un modello di risposta del plasma a campi elettromagnetici originati dalle bobine del sistema di controllo attivo di RFX-mod. Nel 2004 l'esperimento è stato equipaggiato di 192 bobine a "sella" (*saddle coils*) distribuite lungo tutta la superficie toroidale in grado di produrre, attraversando la scocca conduttrice "sottile", componenti di campo radiale fino all'interno della camera.

Il lavoro svolto sul modello si compone di due fasi: la scrittura di un codice che lo implementasse e la validazione dello stesso attraverso un confronto con i dati dell'esperimento reale.

Una volta acquisiti i presupposti teorici, illustrati sinteticamente nei capitoli introduttivi, si è cominciata l'implementazione. Come esposto nel paragrafo 3.1, esso è stato adattato per il funzionamento su piattaforma a sorgente aperto e suddiviso in più livelli. Una struttura ad oggetti costruita in C attraverso l'uso della libreria GObject rappresenta sia il livello di interscambio di informazioni con MDSplus (database per il mantenimento dei dati sugli esperimenti in RFX), sia la manipolazione dei valori acquisiti. Un secondo livello presenta due interfacce, una per il funzionamento in C++ e un'altra per l'applicazione di SWIG (un *wrapper* per numerosi linguaggi di programmazione). Infine, un ultimo livello è composto dal codice generato da SWIG per l'utilizzo degli oggetti in ambiente Octave. La costruzione di questa complessa struttura è stata notevole (circa 3400 linee di codice), ma così si è potuta definire una collezione di oggetti che contengono i dati per l'analisi e nel contempo permettono il loro utilizzo in diversi ambienti di sviluppo e la loro condivisione tra diverse applicazioni. Ad esempio, come illustrato in *Figura 3.1*, si sono realizzati oggetti quali: il segnale, contenente i dati di acquisizione e le informazioni sulla localizzazione spaziale e temporale; la griglia di segnali, che permette una facile indagine comparativa tra i valori di più sensori adiacenti; l'oggetto esperimento stesso che definisce i parametri principali di funzionamento. La costruzione del modello ha infine riguardato la definizione della funzione di trasferimento  $P(s)$ , descritta dalla

(2.3.30), tramite la routine schematizzata in *Figura 3.3*, e altre routine per l'acquisizione dei segnali e la loro indagine.

La seconda fase prevedeva di testare il funzionamento del software e la validare il modello attraverso l'ausilio di dati sperimentali. In particolare si è confrontato l'andamento del segnale di campo radiale, rilevato dai sensori posti all'interno della scocca, su spari a vuoto dove veniva generata dalle *saddle coils* una perturbazione, statica o rotante, di modo  $m = 1$ . Dal confronto è emerso che il modello riesce a descrivere adeguatamente l'andamento del profilo di campo ma sembrano mostrare una costante di tempo  $\tau_w$  più grande (di circa un fattore 2) di quella che ci si aspettava in base alle definizioni usate per la  $P(s)$ .

Si dovrà indagare se questo risultato derivi da una inconsistenza o fattore mancante in qualcuna delle formule usate, o se effettivamente il sistema reale per qualche ragione dia una risposta più lenta di quanto ci si potrebbe aspettare.

Tuttavia questo non compromette l'inserimento del modello in un sistema di controllo in quanto  $\tau_w$  può essere considerata in definitiva una sorta di costante di taratura.

Infatti, l'indagine su spari a vuoto con modi eccitati dalle bobine, e la risposta di piccole correnti su modi non eccitati, ha mostrato sempre lo stesso valore del tempo di penetrazione. Attraverso un algoritmo di fit, si è potuto ricavare anche un fattore di guadagno, circa 0.8, quasi costante (*Figura 4.10*) per tutti i modi toroidali.

Dall'analisi dettagliata di modi non eccitati si è tuttavia visto che il sistema, a differenza da quanto simulato dal modello, può rispondere con due distinte velocità illustrate in *Figura 4.12*. Si è poi riscontrato che due non previste variazioni di campo, visibili in *Figura 4.16*, sono sempre presenti all'inizio e alla fine dei segnali di modi non eccitati; si osserva inoltre che queste risultano ben evidenti nel modo di opposta elicità rispetto a quello eccitato. Si ipotizza che questi fenomeni possano essere ricondotti all'azione dei *gap* presenti nella scocca, ovvero alla presenza del *liner*.

Infine si è applicato il modello a spari con perturbazioni rotanti riscontrando, come del resto ci si aspettava, un andamento del tempo di risposta del sistema dipendente dalla velocità di rotazione e dal modo eccitato. In *Figura 4.14* si è riportata una tabella riassuntiva di fit eseguiti attraverso il confronto con il modello su vari modi eccitati (*Figura 4.13*). Per l'andamento dei modi non eccitati il modello non risulta in grado di rappresentare il campo rilevato: le variazioni riscontrate nel caso statico sembrano, infatti, perdurare per tutta la durata dell'impulso.

In conclusione si può affermare che il modello, implementato dal codice descritto nel paragrafo 3.3, abbia raggiunto i risultati attesi ed abbia permesso di osservare anche fenomeni ulteriori rispetto a quelli per la cui analisi era stato pensato. Si attende di eseguire prove dettagliate in presenza di plasma e confronti con gli attuali sistemi di retroazione per il controllo degli

RWM. Tuttavia, prima di applicare il modello all'effettivo sistema di controllo, sarebbe auspicabile comprendere meglio la risposta del sistema reale per introdurre l'effetto di induzione sui *gap* e/o l'effetto della presenza del *liner*. A questo scopo sarebbe utile eseguire degli spari costruiti ad-hoc, a vuoto e nel plasma, per misurare meglio le variazioni dei parametri liberi.

Infine riguardo al software, già pronto per un'eventuale prossima estensione a più linguaggi, si è dimostrato come l'uso di un paradigma di programmazione orientato agli oggetti abbia reso l'indagine più semplice e rappresenti per il futuro un passo nella direzione di un sistema di ricerca condiviso.





Capitolo 6

Appendici



## Appendice A

# Operatori differenziali nel sistema cilindrico

Nelle coordinate curvilinee del sistema di riferimento cilindrico gli operatori di gradiente, divergenza e rotore assumono la seguente forma:

$$\nabla f = \frac{\partial f}{\partial r}; \frac{1}{r} \frac{\partial f}{\partial \theta}; \frac{\partial f}{\partial z} \quad (\text{A.0.1})$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{v} &= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(v_r r)}{\partial r} + \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial r v_z}{\partial z} \right) \\ &= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial(r v_r)}{\partial r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} \end{aligned} \quad (\text{A.0.2})$$

$$\begin{aligned} \nabla \times \vec{v} &= \frac{1}{r} \begin{vmatrix} \hat{u}_r & \hat{u}_\theta & \hat{u}_z \\ \frac{\partial}{\partial r} & \frac{\partial}{\partial \theta} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_r & r v_\theta & v_z \end{vmatrix} \\ &= \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v_z}{\partial \theta} - \frac{\partial r v_\theta}{\partial z} \right); \left( \frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial r} \right); \frac{1}{r} \left( \frac{\partial v_r}{\partial \theta} - \frac{\partial r v_\theta}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{A.0.3})$$

considerando il sistema cilindrico come la linearizzazione della geometria toroidale, con raggio del toro  $R_0$ , si introduce la sostituzione  $dz = R_0 d\varphi$ .



## Appendice B

# Equazioni di Bessel e MBF

Dalla equazione di Laplace in coordinate cilindriche:

$$\nabla^2 \Phi = 0 = \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \vartheta^2} + \frac{1}{R_0} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial \varphi^2} \quad (\text{B.0.1})$$

Assumendo una funzione potenziale separabile come:

$$\Phi(r, \theta, \varphi) = R(r) \cdot Q(\theta) \cdot Z(\varphi)$$

otteniamo il rapporto

$$\frac{\nabla^2 \Phi}{\Phi} = \frac{1}{R(r)} \left[ \frac{\partial^2 R(r)}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R(r)}{\partial r} \right] + \frac{1}{r^2 Q(\vartheta)} \frac{\partial^2 Q(\vartheta)}{\partial \vartheta^2} + \frac{1}{R_0^2 Z(\varphi)} \frac{\partial^2 Z(\varphi)}{\partial \varphi^2} = 0$$

considerando separatamente ogni funzione costante si ottiene il sistema di equazioni differenziali che porge la soluzione:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 Z}{\partial \varphi^2} - k^2 Z = 0 & (\text{B.0.2}) \\ \frac{\partial^2 Q}{\partial \vartheta^2} + \nu^2 Q = 0 & (\text{B.0.3}) \\ \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} + \left( \frac{k^2}{R_0^2} - \frac{\nu^2}{r^2} \right) R = 0 & (\text{B.0.4}) \end{cases}$$

La soluzione delle B.0.2 e B.0.3 è banalmente espressa da un esponenziale o un esponenziale complesso a seconda del segno della costante arbitraria  $k$  e  $\nu$ . La B.0.4 rappresenta invece un caso particolare della equazione differenziale di Bessel con  $x = k \cdot ar$

$$\frac{\partial^2 R}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial R}{\partial x} + \left( 1 - \frac{\nu^2}{x^2} \right) R = 0$$

Se si assume una soluzione in serie di potenze di Frobenius, ovvero:

$$R = \sum_{j=0}^{\infty} a_j x^{j+\alpha} \quad (\text{B.0.5})$$

si ottengono valori ricorrenti per le derivate prime e seconde di  $R$  che sostituite alla equazione di Bessel identificano  $\alpha$  e  $a$  come:

$$\alpha = \pm\nu \quad (\text{B.0.6})$$

$$a_{2j} = -\frac{1}{4j(j+a)}a_{2j-2} \quad (\text{B.0.7})$$

Sostituendo i termini ricavati nella sommatoria B.0.5 si può, quindi, ricavarne l'andamento generale

$$R(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j \alpha!}{2^{2j} j! (\alpha + j)!} a_0 x^{2j + \alpha} \quad (\text{B.0.8})$$

oppure, ricordando che il fattoriale può essere generalizzato mediante la funzione gamma  $\Gamma(\alpha) = (\alpha - 1)!$

$$R(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j \Gamma(\alpha + 1)}{2^{2j} j! \Gamma(\alpha + j + 1)} a_0 x^{2j + \alpha} \quad (\text{B.0.9})$$

$\alpha$  è un termine non nullo arbitrario, è pertanto possibile porre per convenienza di notazione

$$a_0 = [2^\alpha \Gamma(\alpha + 1)]^{-1}$$

e ricordando infine la posizione B.0.6 si ottiene la formulazione completa di  $R(x)$ :

$$J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j! \Gamma(\nu + j + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2j} \quad (\text{B.0.10})$$

$$J_{-\nu}(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^{-\nu} \sum_{j=0}^{\infty} \frac{(-1)^j}{j! \Gamma(j - \nu + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2j} \quad (\text{B.0.11})$$

Queste ultime sono dette funzioni di Bessel di I specie e ordine  $\pm\nu$ ; la serie risultano convergere per valori finiti di  $x$ . Vi è tuttavia da prestare attenzione alle funzioni di ordine intero; infatti per valori  $\nu = m \in \mathbb{N}$  si ha:

$$J_m(x) = (-1)^m J_m(x)$$

in questo caso le serie sopracitate non sono quindi in grado di rappresentare entrambe le soluzioni della equazione di Bessel. Per ovviare al problema è comune definire la funzione:

$$N_\nu(x) = \frac{J_\nu(x) \cos(\nu\pi) - J_{-\nu}(x)}{\sin(\nu\pi)} \quad (\text{B.0.12})$$

Tornando al sistema di equazioni differenziali poste a soluzione della equazione di Laplace, essendo arbitrarie le costanti  $(k, \nu)$  per avere soluzioni di argomento puramente immaginario per le B.0.2 e B.0.2 si sarebbe potuto porre il sistema come:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 Z}{\partial \varphi^2} + k^2 Z = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.0.13})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 Q}{\partial \vartheta^2} + \nu^2 Q = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.0.14})$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial^2 R}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial R}{\partial r} - \left( \frac{k^2}{R_0^2} + \frac{\nu^2}{r^2} \right) R = 0 \end{array} \right. \quad (\text{B.0.15})$$

Il risultato del medesimo calcolo svolto nel caso precedente porta a risultati simili definiti attraverso le cd *funzioni di Bessel Modificate* (MBF). Le stesse possono anche essere ricavate dalle funzioni di Bessel di I specie attraverso la trasformazione seguente:

$$I_\nu(x) = i^{-\nu} J_\nu(ix) \quad (\text{B.0.16})$$

$$K_\nu(x) = \frac{\pi}{2} i^{\nu+1} (J_\nu(x) + iN_\nu(x)) \quad (\text{B.0.17})$$





## Appendice C

# Variazioni di campo su superfici sottili

Si vuole di seguito ottenere l'andamento del campo magnetico nell'attraversamento della parete sottile, come utilizzato nel capitolo 2 nell'ambito della definizione delle condizioni al contorno per la "matching procedure".

### C.0.5 Equazioni della superficie

Una volta posto il sistema in coordinate cilindriche si considerano le grandezze nello spazio modale attraverso la, già discussa, trasformazione di Fourier nelle coordinate spaziali.

$$f(r, \vartheta, \varphi, t) = \sum_{m,n} f^{m,n}(r, t) e^{i(m\vartheta + n\varphi)}$$

E' immediato osservare che la natura esponenziale della trasformata porge le derivate lungo una generica superficie attraverso funzioni lineari:  $\partial f / \partial \vartheta = -imf$  e  $\partial f / \partial \varphi = -inf$ .

Considerando come superficie "sottile" una regione di spazio dove sia nulla la componente radiale di corrente  $j_r = 0$  si definiscono le relazioni di Maxwell linearizzate come segue:

Dalla legge di Faraday  $\partial \vec{B} / \partial t = -\nabla \times \vec{E}$  ponendo  $\vec{E} = \eta \vec{j}$

$$\frac{\partial b_r}{\partial t} = i \frac{\eta}{r} [m j_\varphi - \epsilon_r n j_\vartheta] \quad (\text{C.0.1})$$

$$\frac{\partial b_\vartheta}{\partial t} = 0 \quad (\text{C.0.2})$$

$$\frac{\partial b_\varphi}{\partial t} = -\frac{\eta}{r} [j_\vartheta + r \frac{\partial j_\vartheta}{\partial r}] \quad (\text{C.0.3})$$

Dalla legge di Ampere  $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 \vec{j}$  si ottiene:

$$mb_\varphi - n\epsilon_r b_\vartheta = 0 \quad (\text{C.0.4})$$

$$i \frac{n}{R_0} b_r + \frac{\partial b_\varphi}{\partial r} = -\mu_0 j_\vartheta \quad (\text{C.0.5})$$

$$i \frac{mb_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial(rb_r)}{\partial r} = \mu_0 j_\varphi \quad (\text{C.0.6})$$

Dalla solenoidalità del campo magnetico  $\nabla \cdot \vec{B}$

$$\frac{\partial rb_r}{\partial r} - i(mb_\vartheta + n\epsilon_r b_\varphi) = 0 \quad (\text{C.0.7})$$

Infine, ricordando che  $j_r = 0$  e  $E = \eta j$ , dalla conservazione della carica nel vuoto  $\nabla \cdot \vec{E} = 0$

$$mj_\vartheta + n\epsilon_r j_\varphi = 0 \quad (\text{C.0.8})$$

### C.0.6 Salti di superficie

La variazione della generica quantità  $\psi$  tra la parte interna e la parte esterna di una superficie cilindrica posta al generico raggio  $r_0$  è data come “salto” nella definizione seguente:

$$[\psi]_{r_0^-}^{r_0^+} = \int_{r_0^-}^{r_0^+} \frac{\partial \psi}{\partial r} dr \quad (\text{C.0.9})$$

utilizzando la legge di Faraday nella forma (C.0.1) e la legge di conservazione della carica in (C.0.8) si ottiene una dipendenza temporale del campo radiale:

$$\frac{\partial b_r}{\partial t} = -i \frac{\eta}{r_w} \frac{m^2 + n^2 \epsilon_w^2}{m} j_\varphi \quad (\text{C.0.10})$$

Allo stesso modo una dipendenza spaziale può essere ricavata dalla solenoidalità di  $\vec{B}$  in (C.0.7) e dalla legge di Ampere (C.0.4)

$$b_\vartheta = i \frac{m}{m^2 + n^2 \epsilon_w} \frac{\partial}{\partial r} (rb_r) \quad (\text{C.0.11})$$

Infine, integrando lungo il raggio nella parte interna della relazione di Ampere (C.0.6)

$$\int_{r_w^-}^{r_w^+} \mu_0 r_w j_\vartheta dr = \int_{r_w^-}^{r_w^+} \frac{\partial(rb_\vartheta)}{\partial r} - imb_r dr$$

si ottiene la relazione di salto:

$$\mu_0 j_\varphi r_w \delta = [rb_\vartheta]_{r_w^-}^{r_w^+} - imb_r \delta = r_w [b_\vartheta]_{r_w^-}^{r_w^+} + o(\delta) \quad (\text{C.0.12})$$

sostituendo a  $j_\varphi$  e  $b_\vartheta$  le relazioni trovate precedentemente, e ricordando il valore di  $\tau_w = \mu_0 r_w \sigma \delta$  si ottiene la relazione finale:

$$\tau_w \frac{\partial b_r}{\partial t} \Big|_{r_w} = r_w \left[ \frac{\partial b_r}{\partial r} \right]_{r_w^-}^{r_w^+} + o(\delta) \quad (\text{C.0.13})$$

Allo stesso modo si può ricavare la relazione che descrive il campo generato direttamente dalle coils ipotizzando una superficie fittizia percorsa dalla corrente  $I_c$



# Elenco delle figure

1.1	Sistema di riferimento in coordinate toroidali . . . . .	3
1.2	Schema della configurazione Tokamak e RFP . . . . .	4
1.3	Profili di $B_\phi$ , $B_\theta$ e $q$ rispetto alla posizione dall'asse del toro per reattori a fusione in configurazione Tokamak. . . . .	5
1.4	Profili di $B_\phi$ , $B_\theta$ e $q$ rispetto alla posizione dall'asse del toro: in assenza [a] e presenza [b] di rovesciamento del campo $B_\phi$ . . . . .	6
1.5	Vista prospettica dell'esperimento RFX . . . . .	7
1.6	Rappresentazione tridimensionale di un elemento della camera a vuoto [a], e componenti della scocca stabilizzante [b]. . . . .	8
1.7	Superfici magnetiche a pressione costante nel sistema MHD ideale in equilibrio statico. . . . .	12
1.8	Confronto tra profili di $q$ , rispetto alla posizione dall'asse del toro, per macchine di tipo Tokamak e RFP. . . . .	13
1.9	Instabilità di pressione e di corrente . . . . .	15
1.10	Rappresentazione degli avvolgimenti a sella della macchina RFX-Mod. . . . .	17
2.1	Analisi in frequenza dell'estensione armonica dovuta alla discretizzazione del controllo: (a sinistra) la funzione di sagoma $f(\varphi)$ è convoluta con il segnale che identifica le correnti delle bobine, (a destra) La trasformata del potenziale di corrente è filtrata attraverso la trasformata della funzione di sagoma $F_n$ . . . . .	22
2.2	Schema del profilo di campo radiale interno ed esterno alla parete . . . . .	24
2.3	Schema delle funzioni MBF, I e K in funzione del valore $\chi =  n \epsilon_r$ per valori del parametro: $m=0$ , $m=1$ , $m=2$ , $m=3$ . . . . .	25
2.4	Schema del sistema reazionato SISO per il controllo di un singolo modo. . . . .	27
3.1	Diagramma parentale degli oggetti utilizzati in G-Mds . . . . .	34
3.2	Diagramma della organizzazione del software . . . . .	37
3.3	Diagramma a blocchi del calcolo della funzione di trasferimento . . . . .	39
3.4	Tabelle riassuntive sulla grandezza del codice a confronto . . . . .	41

4.1	Tabella riassuntiva degli spari di riferimento utilizzati per l'analisi del modello . . . . .	44
4.2	Risultati della routine di indagine per evidenziare particolari proprietà degli spari. . . . .	45
4.3	Rappresentazione dell'andamento del fattore di penetrazione rispetto al valore del numero d'onda poloidale e toroidale. . .	46
4.4	Valore del residuo della funzione di trasferimento relativo alle sagome <i>thin</i> e <i>thick</i> per il potenziale di corrente generato dalle coil . . . . .	47
4.5	Rappresentazione della dimensione della bobina di controllo, e profili del potenziale di corrente rispetto allo spessore: <i>thin</i> (a), <i>thick</i> 4.2.5 (b) e <i>thick</i> 4.2.6 (c). . . . .	48
4.6	Confronto dello smorzamento nelle armoniche in n per le diverse funzioni di sagoma . . . . .	48
4.7	Asimmetria della figura di aliasing nelle armoniche del residuo	49
4.8	Confronto tra le routine di selezione delle coppie zero-polo nella costruzione della funzione di trasferimento. sono rappresentati: in prima colonna il valore del guadagno statico (figure a,d,g) , in seconda colonna la selezione mediante ordinamento rispetto al valore del polo (figure b,e,h), e in terza colonna l'ordinamento misto polo-residuo (figure c,f,i) . . . . .	50
4.9	Confronto per il campo a vuoto del modo statico m=1, n=-12 #27040 per due valori del tempo di penetrazione della parete	51
4.10	Valori di guadagno calcolti sui modi di #27040 . . . . .	52
4.11	Valori di guadagno calcolti sui modi di #18124 . . . . .	53
4.12	Risposta del sistema con due tempi di penetrazione diversi per un modo non eccitato rispetto al segnale di corrente (figura a). Si nota come il fit riporti una perfetta previsione del modello con $\tau_w = 130ms$ fino a 250 ms dall'inizio del segnale (figura b), e con $\tau_w = 50ms$ per l'intervallo temporale successivo (figura c). . . . .	54
4.13	Confronto per il campo a vuoto del modo rotante m=1,n-6 #28321 . . . . .	55
4.14	Tabella dei parametri di penetrazione del modello in prove sperimentali rotanti . . . . .	56
4.15	Confronto nell'intervallo temporale tra 0 e 600 ms tra il valore del campo radiale e la previsione del modello per una perturbazione rotante applicata al modo (1, -6) (figura a sinistra), e modo non eccitato (1, -8).)) . . . . .	56
4.16	Confronto tra valore del campo radiale e previsione del modello per modi non eccitati tra 0 e 400 ms. Si nota una variazione di campo non prevista dal modello nelle fasi iniziali e nali del segnale. . . . .	57

# Bibliografia

- [1] Bondeson A. and Ward D.J. *Phys. Rev. Lett.*, (72):2709, 1994.
- [2] bioblender url. <http://bioblender.eu/>.
- [3] T. J. M. Boyd and J. J. Sanderson. *The Physics of Plasmas*. Cambridge University Press, 2003.
- [4] Gianfranco Cariolaro. *La Teoria Unificata dei Segnali*. Utet, 2005.
- [5] M. Cecconello. *Experimental studies of confinement in the EXTRAP T2 and T2R reversed field pinches*. Alfvén Laboratory, Fusion Plasma Physics, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2003.
- [6] Y. Q. Liu D. Gregoratto, R. Paccagnella. Optimization of resistive wall mode control in reversed field pinches. *Nucl. Fusion*, (44):1, 2004.
- [7] H. Tasso D. Pfirsch. A theorem on mhd-instability of plasmas with resistive walls. *Nucl. Fusion*, 11(3):259, 1971.
- [8] J. R. Drake. *Experiments on feedback control of multiple resistive wall modes comparing different active coil arrays and sensor types*. in 21th Fusion Energy Conference, October, 16-21 2006.
- [9] D. Gregoratto et al. Studies on the response of resistive-wall modes to applied magnetic perturbations in the extrap t2r reversed field pinch. *Phys. Plasmas*, (12), 2005.
- [10] Ivers T.H. et al. Observation of wall stabilization and active control of low- $\eta$  magnetohydrodynamic instabilities in a tokamak. *Phys. Plasmas*, (3):1026, 1996.
- [11] Matsunaga G. et al. Experimental and theoretical analyses of penetration processes of externally applied rotating helical magnetic perturbation fields in textor and hybtok-ii. *Plasma Phys. Contr. Fusion*, (49):49:95, 2007.
- [12] P. Sonato et al. Machine modification for active mhd control in rfx. *Fus. Eng. Des.*, (66-68):161, 2003.



- [13] P.Sonato et al. *Fusion Eng. Design*, pages 66–68:161–168, 2003.
- [14] R. Paccagnella et al. Active-feedback control of the magnetic boundary for magnetohydrodynamic stabilization of a fusion plasma. *Phys. Rev. Lett.*, (95), 2006.
- [15] Y In et al. On the roles of direct feedback and error field correction in stabilizing resistive-wall modes. *Nuclear Fusion*, 50(4):2001, 2010.
- [16] J. P. Freidberg. *Plasma Physics and Fusion Energy*. Cambridge University Press, 2007.
- [17] J.P. Freidberg. Ideal magnetohydrodynamic theory of magnetic fusion systems. *Rev. Mod. Phys.*, (64):801, 1982.
- [18] C. G. Gimblett. On free boundary instabilities by a resistive wall. *Nucl. Fusion*, (26):617, 1986.
- [19] F. Gnesotto, P. Sonato, W. R. Baker, A. Doria, F. Elio, M. Fauri, P. Fiorentin, G. Marchiori, and G. Zollino. The plasma system of rfx. *Fusion Engineering and Design*, 25(4):335 – 372, 1995.
- [20] Glite grid. <http://glite.cern.ch/r3.2/>.
- [21] Globus grid. <http://www.globus.org/>.
- [22] GObject introspection url. <http://live.gnome.org/gobjectintrospection>.
- [23] John David Jackson. *Classical Electrodynamics*. John Wiley & Sons, 1998.
- [24] octave url. <http://www.gnu.org/software/octave/>.
- [25] S. Ortolani and the RFX team. Active mhd control experiments in rfx-mod. *Plasma Phys. Control. Fusion*, (48):B 371, 2006.
- [26] M. Baruzzo Y. Q. Liu G. Marchiori R. Paccagnella. 3d effects on rwm physics in rfx-mod.
- [27] A Pizzimenti and R Paccagnella. Mode coupling studies in the rfx-mod reversed field pinch. *Plasma Phys. Control. Fusion*, 50(6):5006, 2008.
- [28] GNOME project url. <http://www.gnome.org/>.
- [29] E. P. Yu R. Fitzpatrick. Feedback stabilization of the resistive shell mode in a reversed field pinch. *Phys. Plasmas*, (6):3536, 1999.
- [30] A. Bondeson R. Paccagnella, D. Gregoratto. Feedback control of resistive wall modes in reversed field pinches. *Nucl. Fusion*, (42):1102, 2002.

- [31] P. Zanca R. Paccagnella. Diffusion of the radial field through a thin shell in the vacuum. *Technical Report FC/57, Consorzio RFX*, Padova, June, 20 2001.
- [32] D C Robinson. High- $\beta$  diffuse pinch configurations. *Plasma Physics*, 13(6):439, 1971.
- [33] D.C. Robinson. Tearing-mode-stable diffuse-pinch configurations. *Nuclear Fusion*, 18(7):939, 1978.
- [34] Freidberg J.P.Guo S.C. and Nachtrieb R. *Phys. Plasmas*, (6):3868, 1999.
- [35] S.Ortolani and D. D. Schanck. Magnetohydrodynamic of plasma relaxation. 1993.
- [36] J. B. Taylor. Relaxation of toroidal plasma and generation of reverse magnetic fields. *Phys. Rev. Lett.*, (33):1139, 1974.
- [37] Corba OMG url. <http://www.omg.org/spec/corba/3.1/>.
- [38] Openstack url. <http://www.openstack.org/index.php>.