

# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

## Le Supernove Ia come metodo di misura dei parametri cosmologici

Relatore

Prof. Michele Liguori

Laureando

Matteo Barbieri

Anno Accademico 2021/2022



# Indice

|   |           |
|---|-----------|
| <b>Introduzione</b>   | <b>1</b>  |
| <b>1 Fondamenti di cosmologia</b>                                     | <b>3</b>  |
| 1.1 Principio cosmologico . . . . .                                   | 3         |
| 1.2 La metrica di Friedmann-Robertson-Walker . . . . .                | 3         |
| 1.3 La dinamica dell'universo . . . . .                               | 4         |
| 1.4 La costante cosmologica . . . . .                                 | 4         |
| <b>2 Cande standard</b>   | <b>7</b>  |
| 2.1 Misurazioni di distanza su scala cosmologica . . . . .            | 7         |
| 2.2 Le Cefeidi . . . . .  | 7         |
| 2.3 Le Supernove di tipo Ia . . . . .                                 | 8         |
| 2.4 Supernove Ia: problemi osservativi . . . . .                      | 8         |
| 2.5 Tecniche di Rivelazione . . . . .                                 | 10        |
| 2.6 Distanza di Luminosità . . . . .                                  | 10        |
| <b>3 Tecniche di misura di Energia Oscura dal diagramma di Hubble</b> | <b>11</b> |
| 3.1 metodologia di misura . . . . .                                   | 11        |
| <b>4 Stato dell'arte e Prospettive Future</b>                         | <b>15</b> |
| 4.1 Dark Energy Survey Supernova Program . . . . .                    | 15        |
| 4.1.1 Analisi Dati . . . . .  | 15        |
| 4.1.2 Conclusioni . . . . .   | 16        |
| 4.2 Sirene standard . . . . .   | 18        |
| <b>Bibliografia</b>   | <b>21</b> |



# Introduzione

L'obiettivo di questo lavoro di tesi è quello di affrontare il problema della misurazione dei parametri cosmologici (densità di materia  $\Omega_M$  e densità di energia oscura  $\Omega_\Lambda$ ) mediante l'utilizzo di candele standard.

Dopo aver ripercorso brevemente il modello cosmologico di Friedmann-Lemaitre-Robertson-Walker, verrà fornita una motivazione all'utilizzo delle Supernove di tipo Ia come candele standard, analizzando i problemi emersi e le brillanti risoluzioni proposte.

Nella seconda parte dell'elaborato verrà affrontata l'analisi di un campione di Supernove Ia eseguita da Perlmutter et al. [7] sul finire del secolo scorso, la quale gli valse il premio Nobel per la fisica nel 2011 assieme a Brian P. Schmidt e Adam G. Riess “*for the discovery of the accelerating expansion of the Universe through observations of distant supernovae*”<sup>1</sup>.

A conclusione dell'elaborato saranno presentati brevemente i risultati più recenti riguardanti questo tipo di analisi e le prospettive future della ricerca.

---

<sup>1</sup><https://www.nobelprize.org/prizes/physics/2011/press-release/>



# Capitolo 1

## Fondamenti di cosmologia

*In questo capitolo verrà discusso il concetto cardine della cosmologia moderna, il principio cosmologico. Assieme ad esso verranno introdotte le definizioni di omogeneità e isotropia su cui esso si basa. Successivamente si utilizzerà tale principio per ricavare dall'equazione di Einstein una soluzione che descriva l'evoluzione su larga scala dell'universo: le equazioni di Friedmann-Lemaître e la metrica di Robertson-Walker.*

### 1.1 Principio cosmologico

Nel corso dei secoli l'essere umano ha sempre creduto di occupare un posto privilegiato all'interno di un certo sistema, che fosse quello solare o addirittura l'universo intero. Fu solamente con Copernico che queste certezze iniziarono a sgretolarsi: prima cadde la centralità della Terra nel sistema solare e, in tempi più recenti, anche la centralità del Sole nell'universo. Questo concetto è oggi noto con il nome di **Principio Cosmologico** e sostanzialmente afferma che la posizione occupata dall'uomo nell'universo è tutt'altro che speciale.

*Ogni osservatore **comovente** osserva l'universo attorno a sé, a tempo fissato, come **omogeneo** e **isotropo**.*

Con il termine *osservatore comovente* si intende un osservatore per il quale la radiazione cosmica di fondo risulti isotropa: nel corso del secolo scorso ci si accorse, infatti, che questa presentava una dipolarità dovuta al moto del Gruppo Locale<sup>1</sup> rispetto ad essa.

Per quanto riguarda invece la richiesta di isotropia dell'universo possiamo affermare che le evidenze sperimentali moderne, come ad esempio la radiazione cosmica di fondo, dimostrano come su larga scala l'universo risulti **isotropo**, cioè sia lo stesso in ogni direzione si guardi.

La proprietà di **omogeneità** invece, è più delicata: dal punto di vista sperimentale non siamo in grado di esplorare direttamente l'universo più profondo, pertanto non abbiamo prove dirette che le leggi della fisica a noi note siano valide in tutto l'universo. Nonostante ciò, prevale l'idea copernicana secondo cui l'uomo non è osservatore privilegiato, pertanto è ragionevole assumere che quello che osserva debba essere osservato da un qualsiasi altro soggetto dovunque egli si trovi nell'universo.

### 1.2 La metrica di Friedmann-Robertson-Walker

Siamo ora interessati a ricavare un modello cosmologico basato sull'ipotesi di uno spaziotempo omogeneo e isotropo.

Partendo unicamente dai principi enunciati in precedenza è possibile dimostrare che la metrica dell'universo, detta **metrica di Robertson-Walker**, abbia la forma

$$ds^2 = -dt^2 + a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2) \right] \quad (1.1)$$

---

<sup>1</sup>L'insieme di galassie di cui fa parte la Via Lattea.

Dove  $a(t)$  è una funzione della coordinata temporale nota come **fattore di scala** e ha funzione di tenere conto del tasso di espansione dell'universo.

La costante  $k$  tiene conto, invece, della curvatura dell'universo e può assumere i valori  $+1$ ,  $0$ , o  $-1$ , ciascuno dei quali corrisponde ad una delle tre possibili classi di equivalenza di geometrie dell'universo:  $k = +1$  universo aperto,  $k = 0$  universo piatto e  $k = -1$  universo chiuso.

### 1.3 La dinamica dell'universo

Osservato, tramite l'equazione (1.1), come l'universo possa assumere tre forme differenti, interessa ora capire quale tra queste rappresenti l'effettiva curvatura dell'universo. Per determinarlo, occorre, per prima cosa ricavare le equazioni che governano la dinamica dell'universo.

Si consideri l'equazione di Einstein

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.2)$$

Sostituendovi all'interno la (1.1), e con opportune assunzioni sulla forma del tensore energia impulso, si ottengono le cosiddette equazioni di **Friedmann**

$$\dot{a}^2 - \frac{8\pi\rho}{3}a^2 = -kc^2 \quad \ddot{a} = -\frac{4\pi G}{3}a\left(\rho + 3\frac{P}{c^2}\right) \quad \dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}\left(\rho + \frac{P}{c^2}\right)$$

La prima è fondamentale per descrivere la geometria dell'universo attraverso la costante  $k$ ; la seconda descrive l'accelerazione del fattore di scala; la terza, che ha la forma di un'equazione di continuità, descrive, infine, l'evoluzione del parametro  $\rho$ , il quale rappresenta sotto varie forme la densità di energia dell'universo.

Dividendo la prima equazione per  $a^2(t)$  è possibile definire il **parametro di Hubble**  $H(t) = \frac{\dot{a}}{a}$

$$H(t)^2 = \frac{8\pi\rho}{3} - \frac{kc^2}{a^2} \quad (1.3)$$

Valutando poi quest'espressione al tempo presente  $t_0$  si trova

$$H_0^2 = \frac{8\pi\rho_0}{3} - \frac{kc^2}{a_0^2} \quad (1.4)$$

Dove  $\rho_0$  è la densità di energia attuale dell'universo, mentre  $H_0$  è chiamata **costante di Hubble** e corrisponde al valore attuale con cui l'universo si sta espandendo.

Introducendo ora una nuova grandezza chiamata **densità di energia critica**  $\rho_{\text{crit}}$  dell'universo e definita come la densità di energia necessaria affinché l'universo sia piatto, dallo studio dei due parametri  $H_0$  e  $\rho_0$  sarà possibile determinare l'effettiva curvatura dell'universo.

Per effettuare questo tipo di confronti in cosmologia si introduce il parametro adimensionale  $\Omega \equiv \frac{\rho_0}{\rho_{\text{crit}}}$ .

### 1.4 La costante cosmologica

Mostrando un universo in espansione, però, le equazioni presentano un'incongruenza con la visione statica dell'universo di Einstein, pertanto egli decise di introdurre un nuovo termine, la **costante cosmologica**.

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R + \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu} \quad (1.5)$$

A differenza di quando la introdusse Einstein, oggi la costante cosmologica è intesa come un'aggiunta alla parte destra dell'equazione (1.5), ossia la parte energetica, e rappresenta l'energia del vuoto  $T_{\mu\nu}^{\text{vacuum}}$ : questa differenza è dovuta, dal punto di vista teorico, dal fatto che la nuova equazione descrive un universo instabile e, dal punto di vista sperimentale, dalle osservazioni di Hubble degli anni '20 del Novecento — che dimostrarono come l'universo non fosse statico, ma, per l'appunto,

in espansione — e dalle conoscenze moderne — che dimostrano come non solo l'universo sia in espansione, ma anche come si espanda sempre più velocemente.

Einstein stesso definì questo il suo più grande errore.

Tra i modelli che descrivono la dinamica dell'universo, ve ne sono alcuni in cui la costante cosmologica gioca un ruolo fondamentale. Per capirne il significato si consideri la nuova equazione di Friedmann, che descrive l'accelerazione del fattore di scala dell'universo:

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3} \left( \rho + \frac{3P}{c^2} \right) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.6)$$

Un valore positivo della costante cosmologica dà un contributo positivo ad  $\ddot{a}$  agendo così come una forza repulsiva: se tale termine è sufficientemente grande può dominare l'equazione, superando il contributo gravitazionale e spiegando così l'espansione accelerata dell'universo.

Spostando ora l'attenzione sulla densità di energia dell'universo, è possibile distinguere nel termine  $\rho$  i contributi provenienti dalle varie sorgenti di energia: con  $\rho_R$  si indicherà la densità di energia di radiazione che permea l'universo, con  $\rho_M$  la densità di materia<sup>2</sup> e infine con  $\rho_\Lambda$  la densità di energia del vuoto. In termini adimensionali si scrive

$$\Omega_R \quad \Omega_M \quad \Omega_\Lambda$$

Introducendo infine per la curvatura il termine  $\Omega_C = -\frac{k}{(H_0 a_0)^2}$ , si avrà che al tempo presente  $t_0$  l'equazione di Friedman acquista la forma

$$\Omega_R + \Omega_M + \Omega_\Lambda + \Omega_C = 1 \quad (1.7)$$

Pertanto il modello cosmologico FRW può dirsi determinato da quattro parametri

$$\boxed{H_0 \quad \Omega_R \quad \Omega_M \quad \Omega_\Lambda}$$

A seconda dei valori che tali parametri assumono, è possibile costruire il grafico in figura 1.1. Nel piano  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  si identificheranno varie regioni, distinte per la geometria dell'universo (aperto, piatto o chiuso), per la sua espansione (accelerata o decelerata), per il suo futuro (eterna espansione o collasso gravitazionale) e, addirittura, per il suo passato (modello no Big Bang). Ponendo dei limiti sui valori di questi parametri è possibile acquisire moltissime informazioni sulla storia dell'universo, passata, presente e futura.

Nei capitoli successivi sarà discussa una tecnica basata sulla misura di distanze di luminosità mediante l'ausilio di Supernove Ia, che consentirà di eseguire una misura dei suddetti parametri e di dedurne importanti informazioni.

---

<sup>2</sup>La quale comprende al suo interno sia la materia *visibile* che la cosiddetta materia oscura.

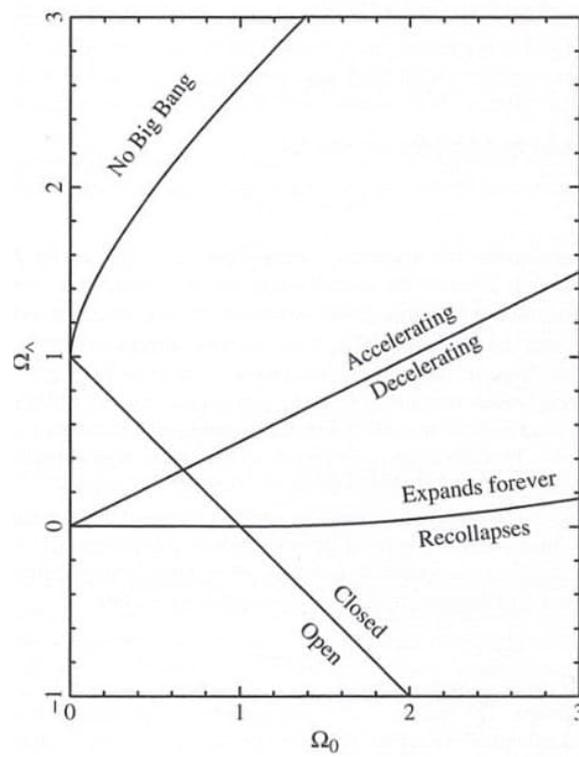


Figura 1.1: Differenti modelli cosmologici per l'universo in relazione ai valori del parametro densità di materia e di energia oscura [6].

# Capitolo 2

## Candele standard

*In questo capitolo sarà trattato il problema della misura di distanze su scala cosmologica, in particolare mediante l'utilizzo di candele standard. Saranno quindi brevemente discusse alcune tipologie di candele standard, concentrando poi l'attenzione sulle Supernove Ia. Di queste ultime si vedrà la grandissima utilità nella cosmologia moderna, ma anche alcuni problemi osservativi e le relative risoluzioni.*

### 2.1 Misurazioni di distanza su scala cosmologica

Misurare distanze su scala cosmologica non è per nulla semplice: se, da un lato, la distanza di una stella vicina può essere misurata con sufficiente precisione mediante tecniche di triangolazione che sfruttano il moto di rivoluzione della Terra attorno al Sole, dall'altro stelle di questo tipo non si trovano ad una distanza sufficiente da poter apprezzare gli effetti della legge di Hubble. Ogni oggetto celeste, infatti, gode di un proprio moto peculiare ed è solamente su scala cosmologica che la velocità di espansione dell'universo domina su questo moto, consentendo di considerare tali oggetti per la verifica della legge di Hubble. Su questa scala di distanze, però, non si opera più con le singole stelle, bensì con le galassie. Dallo studio del redshift cosmologico della galassia sarebbe possibile determinare la sua velocità, tuttavia a questa distanza il metodo di triangolazione fallisce.

La chiave per misurare distanze di questo tipo sono le **candele standard**, oggetti astronomici la cui luminosità  $L$  può essere dedotta da alcune proprietà fisiche determinabili indipendentemente dalla misura di distanza. In questo modo è possibile definire la distanza della stella secondo la legge

$$d_L = \sqrt{\frac{L}{4\pi l}} \quad (2.1)$$

Dove  $L$  è la luminosità intrinseca della stella, mentre  $l$  è la luminosità apparente.

Due esempi di candele standard conosciute in letteratura sono:

1. Le stelle variabili pulsanti di tipo **Cefeide**.
2. Le stelle variabili cataclismatiche **Supernove Ia**.

### 2.2 Le Cefeidi

Una stella variabile di tipo Cefeide è una gigante gialla che pulsa regolarmente: espandendosi e contraendosi in maniera ciclica, essa modifica sistematicamente la propria superficie, determinando così variazioni della luminosità in funzione della pulsazione stessa. Il tipico periodo di oscillazione di una stella variabile di questo tipo va dal giorno al centinaio di giorni.

Osservando il grafico in figura 2.1 — dove in ascissa è indicato il logaritmo in base dieci del periodo in giorni e in ordinata la magnitudine assoluta della stella nella banda H — si evince esistere una relazione che lega le due grandezze e rende le Cefeidi delle candele standard.

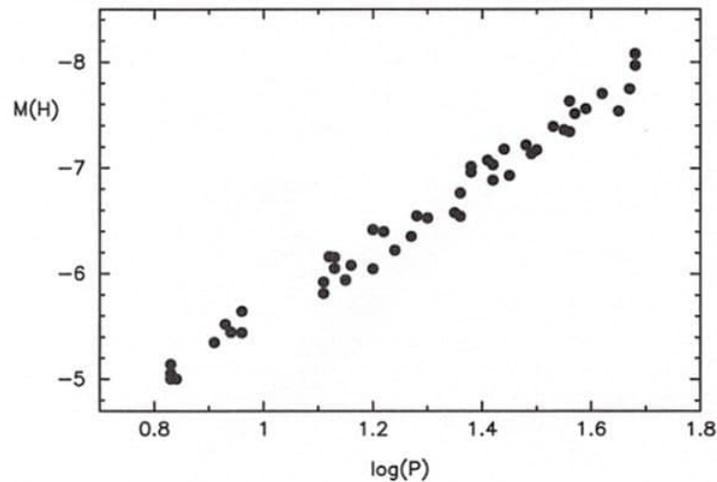


Figura 2.1: Grafico della relazione tra periodo e luminosità per le stelle variabili Cefeidi nella Grande Nube di Magellano [5].

Sfortunatamente, con esse si è in grado di misurare distanze fino ad un massimo di  $8 - 10 Mpc$ , in quanto a distanze maggiori non è possibile identificarle. Dal punto di vista cosmologico questo rappresenta un problema, in quanto le distanze da indagare al fine di verificare queste teorie sono notevolmente maggiori: è qui che intervengono le Supernove.

## 2.3 Le Supernove di tipo Ia

Con il termine Supernova si indica un'esplosione stellare estremamente energetica, la cui luminosità, per un breve periodo di tempo, può competere con quella dell'intera galassia che la ospita.

Non tutte le supernove sono buone candele standard, pertanto in questa trattazione si farà riferimento alla sottoclasse di tipo **Ia**.

Questa particolare tipologia di supernove si origina a partire da sistemi binari, nei quali uno dei due oggetti è una nana bianca mentre l'altro è una stella normale. A causa della forte attrazione gravitazionale, la nana bianca è in grado di accrescere la propria massa sottraendone alla compagna, fino al raggiungimento del limite di **Chandrasekhar**: a questo punto la temperatura all'interno della stella diventa tale da innescare la fusione del carbonio, provocando una violenta esplosione che rilascia un'energia sufficiente da distruggere la stella.

Inizialmente gli astronomi ipotizzarono che, a causa dell'uniformità delle masse delle nane bianche coinvolte e per il fatto che il profilo della curva di luce è pressoché identico in tutta questa tipologia di stelle, esse si sarebbero potute utilizzare come candele standard: tuttavia, tra gli anni '80 e '90 del secolo scorso, con l'introduzione delle tecniche di fotometria digitale mediante l'utilizzo di CCD, iniziarono ad emergere dei dubbi circa l'effettiva uniformità delle curve di luce delle supernove Ia [2].

## 2.4 Supernove Ia: problemi osservativi

La prova della non uniformità dei profili di luce delle supernove Ia si deve a Phillips [9], che, analizzando un campione di nove eventi, intuì l'esistenza di una correlazione tra la luminosità della Supernova durante il picco della curva di luce e il tasso con cui essa decresce nel tempo.

Tali Supernove, accuratamente scelte affinché le curve di luce fossero ben visibili per ogni evento, permisero a Phillips di realizzare il grafico a sinistra in figura 2.2, dove in ascissa è riportata la differenza tra la magnitudine apparente della Supernova nel momento di massimo e la medesima misurata quindici giorni dopo e in ordinata invece la magnitudine assoluta misurata in diverse bande ottiche.

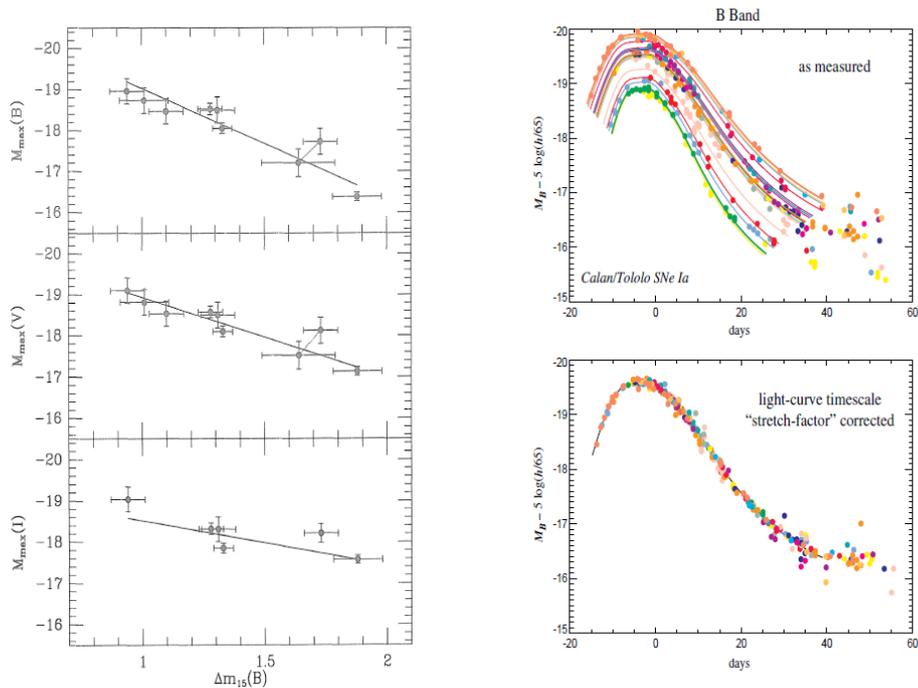


Figura 2.2: A sinistra si trova il grafico di Phillips che mostra la correlazione tra la magnitudine assoluta di una Supernova Ia e la sua diminuzione nei successivi 15 giorni [9]. A destra, invece, si trova un campione di curve di luce di Supernove Ia prima e dopo la correzione mediante il fattore  $s$ .

Egli notò come il grafico mostrasse con forte evidenza l'esistenza di una significativa dispersione intrinseca nella magnitudine assoluta delle Supernove Ia e come il picco di luminosità dell'evento fosse fortemente correlato alla diminuzione della luminosità dopo quindici giorni: in particolare, notò come le Supernove a luminosità più bassa avessero tassi di declino più rapidi e come la pendenza della retta sia più marcata nella banda B, e vada via via abbassandosi prima in banda V e poi in banda I.

Phillips, a causa di questa correlazione, concluse che questi oggetti non sarebbero stati delle buone candele standard, ma che si sarebbe comunque potuto correggere il diagramma di Hubble tenendo conto di quest'effetto.

Una soluzione a questo problema [7] prevede l'utilizzo di un fattore di "stretch"  $s$ , una funzione monotona avente il compito di contrarre o allungare l'asse temporale del grafico relativo alla curva di luce di una Supernova al fine di fittare al meglio la curva di luce osservata per ognuna di esse — nel grafico di destra in figura 2.2 è possibile notare come il parametro  $s$  abbia uniformato le curve di luce.

Un altro problema emerso nello studio della curva di luce delle supernove Ia è il cosiddetto effetto di **estinzione**: in astronomia, per estinzione si intende il fenomeno per il quale la luce proveniente da un corpo celeste risulta essere più debole a causa della presenza, tra l'osservatore e l'oggetto osservato, di polveri o gas che assorbono parte della radiazione elettromagnetica. Fortunatamente, questo effetto è controllabile attraverso una tecnica che prevede di osservare la supernova in diverse bande di lunghezze d'onda [10], definendo un termine correttivo di luminosità  $\Delta \equiv M_V - M_V^{\text{standard}}$ , dove  $M_V$  è la magnitudine assoluta dell'evento osservato in banda V, mentre  $M_V^{\text{standard}}$  è un valore scelto per rappresentare l'evento standard di una supernova Ia. Successivamente, tramite delle tecniche di minimizzazione del  $\chi^2$  che coinvolgono osservazioni in bande multicolore, viene ricercata l'espressione analitica di una funzione del tempo  $R(t)$  tale per cui il prodotto  $R(t)\Delta$  rappresenti la correzione da apportare alla curva di luce analizzata per tenere conto dell'effetto di estinzione.

Esistono poi due ulteriori sorgenti di errori sistematici di cui è necessario tenere conto in fase di analisi dati: le **correzioni K** e il **lensing gravitazionale**.

Con il termine "correzioni K" si intende una correzione da applicare alla magnitudine di oggetti astronomici al fine di tenere conto dell'effetto di redshift di cui risente la luce se osservata in una precisa banda passante. Essendo quest'ultima sensibile solamente ad una frazione dello spettro totale,

se si volessero confrontare le misurazioni attraverso un determinato filtro di due oggetti che risentono di un diverso redshift, si dovrebbero necessariamente applicare queste correzioni.

L'effetto di lensing gravitazionale, invece, è dovuto al fatto che la luce proveniente da Supernove lontane viene deflessa dalla materia presente lungo il suo cammino, tale per cui essa appare a volte più luminosa, altre volte meno. Per tenere conto di quest'effetto, gli astronomi considerano nelle loro analisi un campione abbastanza grande di supernove, tale da azzerare in media l'effetto.

## 2.5 Tecniche di Rivelazione

Da quanto presentato in precedenza, emerge come le Supernove Ia siano delle ottime candidate candele standard, pertanto sarà possibile sfruttarle per lo studio dei parametri cosmologici.

Esiste però un ulteriore problema da affrontare: questi eventi sono, infatti, estremamente rari e avvengono casualmente nel cosmo, pertanto sono di difficile rivelazione. Questo è stato per molti anni il grande problema nell'utilizzo di Supernove Ia in cosmologia.

La svolta si è avuta solamente sul finire del secolo scorso grazie allo sviluppo di tecniche che consentirono di rivelare in maniera sistematica Supernove ad alto redshift da poter usare nell'analisi: di questo si occuparono due gruppi di ricerca, il primo guidato da Saul Perlmutter e chiamato **Supernova Cosmology Project**, il secondo guidato da Brian P. Schmidt e chiamato **The High-Z Supernova Search**, i quali svilupparono dei software capaci di individuare e seguire eventi di Supernova mediante l'utilizzo congiunto dei più potenti telescopi del mondo. Il loro lavoro si integrò con quanto fatto dalla collaborazione **Calàn/Tololo** [4] per le supernove a basso redshift.

## 2.6 Distanza di Luminosità

Prima di procedere con l'analisi, rimane un ultimo passo da compiere, ossia collegare la formula per la distanza di luminosità (2.1) con i parametri cosmologici  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  e  $H_0$ , in modo da poter determinare proprio questi ultimi. È infatti possibile dimostrare che la distanza di luminosità prende la forma [8]:

$$d_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda, H_0) = \frac{c(1+z)}{H_0\sqrt{\Omega_K}} \mathcal{S} \left( \sqrt{\Omega_K} \int_0^z [(1+z')^2(1+\Omega_M z') - z'(2+z')\Omega_\Lambda]^{-\frac{1}{2}} dz' \right) \quad (2.2)$$

Dove

- Se  $\Omega_M + \Omega_\Lambda > 1$  allora  $\mathcal{S} = \sin z$
- Se  $\Omega_M + \Omega_\Lambda = 1$  allora  $\mathcal{S} = z$
- Se  $\Omega_M + \Omega_\Lambda < 1$  allora  $\mathcal{S} = \sinh z$

## Capitolo 3

# Tecniche di misura di Energia Oscura dal diagramma di Hubble

*In questo capitolo si affronteranno le tecniche di analisi [8] che consentono di stimare i valori di  $\Omega_\Lambda$  e  $\Omega_M$  a partire dal diagramma di Hubble. Successivamente, verranno confrontati i lavori di Perlmutter del 1997 e del 1999, grazie ai quali, per mezzo dell'analisi dei dati raccolti dalle Supernove Ia, è stato possibile dedurre che il contributo dominante di energia dell'universo deriva dalla costante cosmologica.*

### 3.1 Supernove Ia: metodologia di misura

Per quanto sin qui detto, considerando tutte le fonti di errore sistematico sotto controllo, è possibile ritenere le Supernove di tipo Ia buone candele standard.

Dopo aver misurato la magnitudine apparente  $m$  — deducendola dal picco di luce della supernova — e il redshift — studiando lo spettro della galassia che ha ospitato l'evento — per un campione sufficiente di Supernove, sarà possibile realizzare un grafico di  $m(z)$  o di  $d_L(z)$  che prende il nome di **diagramma di Hubble**, da cui sarà possibile estrarre una grande quantità di informazioni.

La magnitudine apparente di una candela standard è legata alla sua magnitudine assoluta tramite la relazione

$$m(z) = M + 5 \log d_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda, H_0) + 25 \quad (3.1)$$

$$= M + 5 \log \mathcal{D}_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda) - 5 \log H_0 + 25 \quad (3.2)$$

Ove  $\mathcal{D}_L \equiv d_L H_0$  e  $d_L$  è la distanza di luminosità (2.2) definita come funzione della densità di energia oscura e di materia dell'universo. Nel limite per basso redshift, essa si riduce alla nota relazione di Hubble che lega linearmente il valore della magnitudine apparente con  $\log cz$ :

$$m(z) = M + 5 \log cz - 5 \log H_0 + 25 = \mathcal{M} + 5 \log cz$$

Dove la quantità  $\mathcal{M} \equiv M - 5 \log H_0 + 25$  prende il nome di **magnitudine di punto zero** e può essere misurata sperimentalmente dalla magnitudine apparente delle supernove a basso redshift senza conoscere il valore di  $H_0$ .

Misurate le magnitudini apparenti e i valori di redshift — suddivisi in due set, quello a basso e quello ad alto redshift — sarà possibile eseguire un fit dei dati sperimentali che consente di ottenere i migliori valori per risolvere l'equazione

$$m(z) - \mathcal{M} = 5 \log \mathcal{D}_L(z; \Omega_M, \Omega_\Lambda) \quad (3.3)$$

Dai risultati del fit, riportati in figura 3.1, emerge una stima di  $\Omega_M$  e  $\Omega_\Lambda$  che risulta essere inconsistente con il limite inferiore del valore della costante di Hubble  $H_0 \geq 70 \text{ Km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , dedotto dalle osservazioni sugli ammassi globulari, che attribuiscono all'universo un'età pari circa a  $t_0 = 13 \cdot 10^9 \text{ yr}$ .

Nel lavoro di Perlmutter, come emerge dal grafico in figura 3.3, il valore ottenuto per la costante di Hubble porterebbe ad un universo molto più giovane di quello atteso.

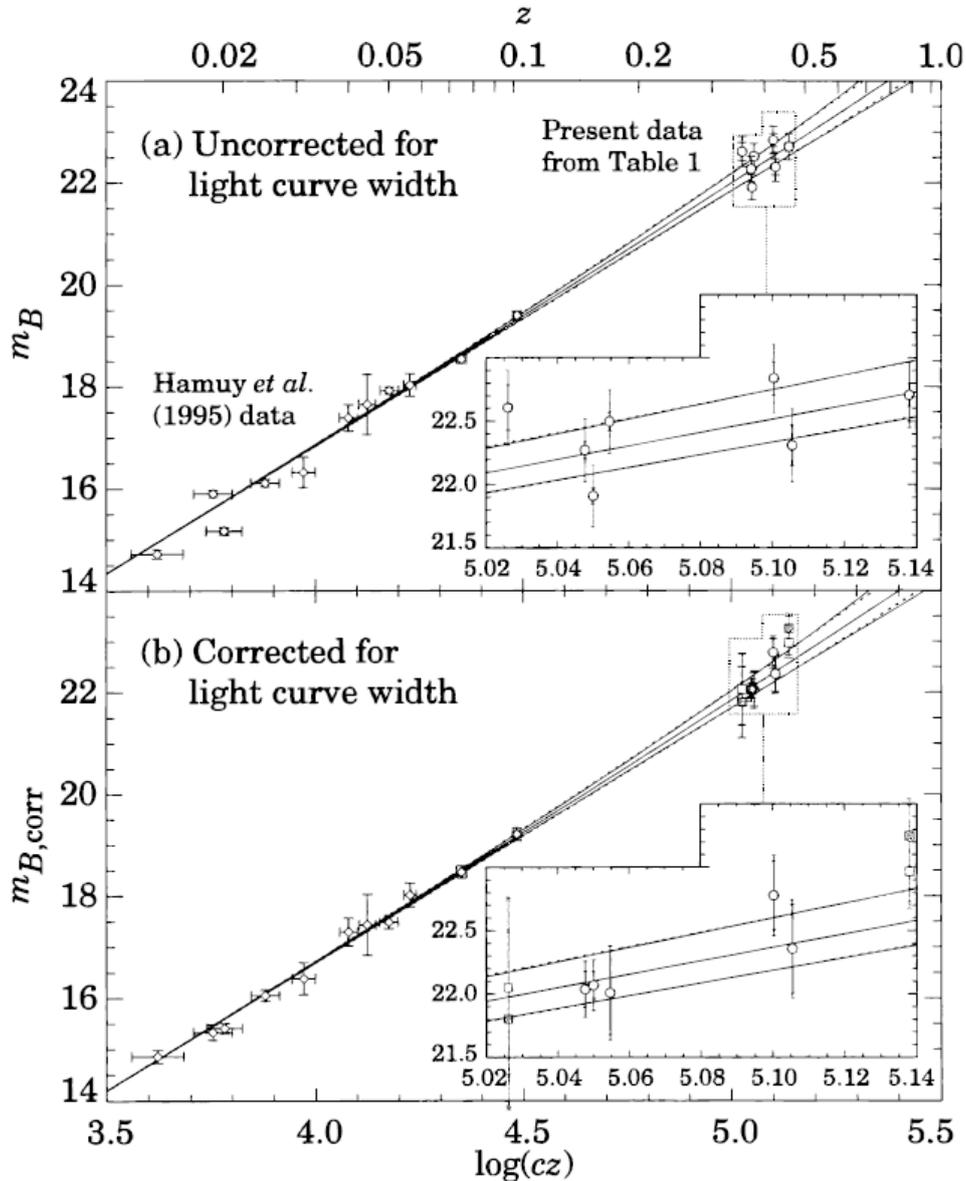


Figura 3.1: Diagramma di Hubble per le sette supernove ad alto redshift; in figura (b) la magnitudine è stata corretta con la relazione di Phillips. I fit riportati nel grafico, per quanto riguarda le curve continue, sono dall'alto verso il basso e rappresentano i modelli con  $\Lambda = 0$  per  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0, 0)$ ,  $(1, 0)$  e  $(2, 0)$ . Le linee tratteggiate invece, sempre dall'alto verso il basso, rappresentano i modelli per un universo piatto  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0.5, 0.5)$ ,  $(1, 0)$  e  $(1.5, -0.5)$ . Nel grafico sono riportate, a titolo di confronto visivo, anche le supernove a basso redshift rivelate dal Calán/Tololo Supernova Survey.

Come si nota dalla figura 3.1, i modelli teorici sono quasi sovrapposti per bassi valori del redshift, mentre presentano delle differenze più marcate per alti redshift, il che suggerisce come l'eventuale analisi di un campione più numeroso di Supernove ad alto redshift possa consentire di distinguere meglio tra questi modelli.

Ciò è stato reso possibile dalle nuove tecniche di rivelazione di Supernove Ia sviluppate alla fine del secolo scorso: nel 1999, infatti, fu pubblicato un nuovo articolo di Perlmutter et al. nel quale venne analizzato un campione di 60 Supernove Ia [7], di cui 18 supernove a basso redshift rivelate dal Calán/Tololo Supernova Survey e 42 supernove ad alto redshift rivelate dal **Supernova Cosmology Project**. I dati raccolti vennero trattati con le tecniche discusse in precedenza al fine di ridurre gli eventuali errori sistematici e vennero esaminati attraverso due analisi, una seguendo

un approccio classico<sup>1</sup> e una seguendo un approccio Bayesiano, nel quale si scelse come prior una distribuzione di probabilità nulla per  $\Omega_M < 0$  e uniforme altrimenti nei parametri in gioco  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$ ,  $\alpha$  e  $\mathcal{M}$ .

Dall'analisi non emersero grandi differenze tra i due approcci, tuttavia si scelse di riportare i risultati ottenuti con il fit Bayesiano in quanto presentavano livelli di confidenza più ampi in prossimità di alcune zone di interesse, come ad esempio  $\Lambda = 0$ , nel piano  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda)$ .

I risultati dell'analisi sono riportati in figura 3.4 e da essi è possibile concludere che:

1. Il set di dati analizzato mostra una forte inconsistenza con un modello cosmologico che prevede un universo piatto con un valore della costante cosmologica pari a  $\Lambda = 0$ , pertanto se il modello teorico che prevede un universo piatto è corretto, allora esiste un contributo positivo della costante cosmologica.
2. I dati permettono di stimare l'età dell'universo, la quale dovrebbe valere  $H_0 t_0^{\text{flat}} = 0.96^{+0.09}_{-0.07}$  o, equivalentemente,  $t_0 = 14.9^{+1.4}_{-1.1}(0.63/h) \text{ Gyr}$ , in accordo con le osservazioni sugli ammassi globulari. Una rappresentazione visiva di ciò nel piano  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  si può trovare a destra in figura 3.2
3. Anche se l'universo non fosse spazialmente piatto, i livelli di confidenza della figura 3.2 di sinistra suggeriscono che il contributo della costante cosmologica sia fondamentale nel computo della densità di energia del nostro universo.

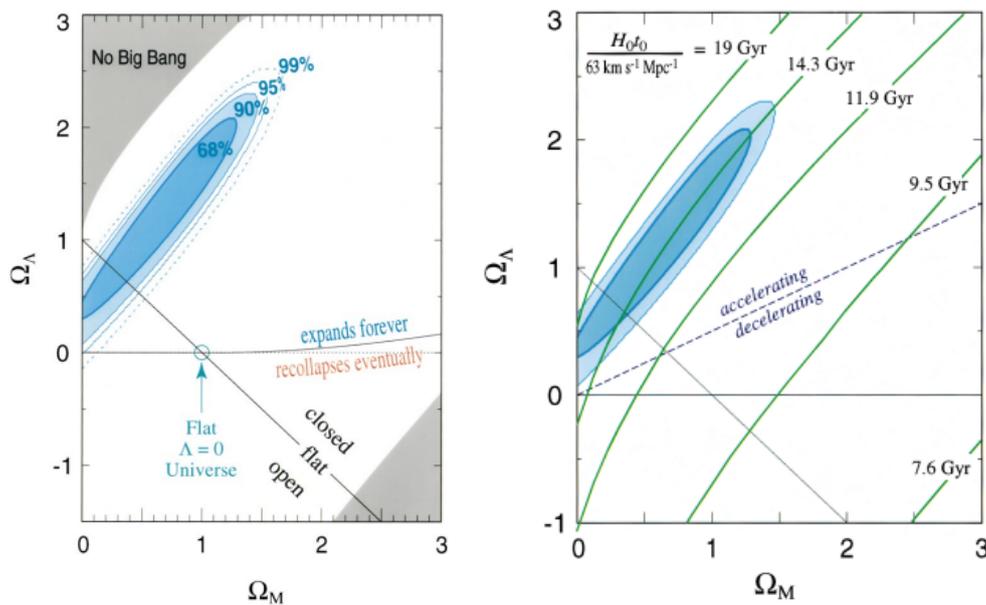


Figura 3.2: A sinistra sono presenti nel piano  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  i livelli di confidenza per il fit eseguito. A destra troviamo invece, sempre nel piano  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$ , delle linee di isocronia rappresentanti l'età dell'universo in funzione dei parametri cosmologici. Tratto da [7]

Quest'ultima conclusione ha delle conseguenze molto importanti dal punto di vista cosmologico in quanto nessuna delle possibili sorgenti di errore statistico o sistematico identificate potrebbe spiegare i dati ottenuti in un modello senza costante cosmologica. Se, dunque, quest'ultima non esistesse, dovrebbe esistere un diverso effetto fisico, tuttora sconosciuto, in grado di spiegare le osservazioni.

<sup>1</sup>Frequentista.

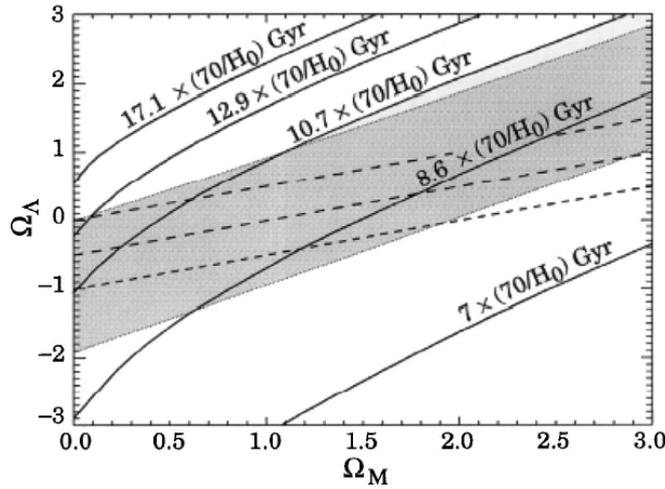


Figura 3.3: Dettaglio del piano  $\Omega_M, \Omega_\Lambda$  in relazione all'età dell'universo prevista dal valore della costante di Hubble [8].

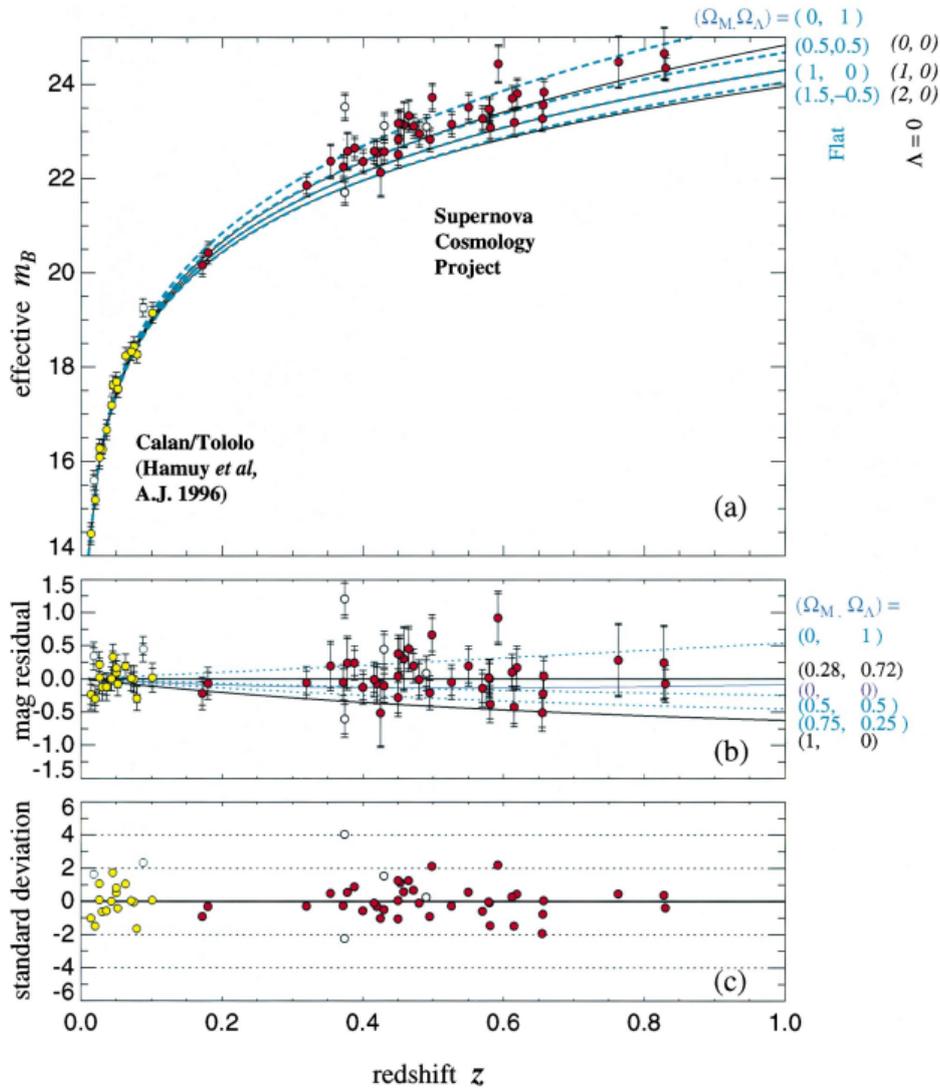


Figura 3.4: In figura (a) troviamo i fit per il set di supernove Ia con la legenda dei fit nell'angolo in alto a destra del grafico. In figura (b) si ha il grafico dei residui della magnitudine per il modello  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0.28, 0.72)$ . Infine in figura (c) si ha il grafico della deviazione standard dei residui in funzione del modello  $(\Omega_M, \Omega_\Lambda) = (0.28, 0.72)$ . da [7]

## Capitolo 4

# Stato dell'arte e Prospettive Future

*In questo capitolo conclusivo verrà riportata la situazione attuale per quanto riguarda lo studio di parametri cosmologici mediante l'utilizzo di Supernove Ia. Successivamente si discuterà delle prospettive future di questa ricerca, con particolare interesse all'utilizzo delle onde gravitazionali nell'analisi cosmologica.*

### 4.1 Dark Energy Survey Supernova Program

Nei vent'anni successivi ai lavori di Perlmutter si è assistito ad un grande miglioramento circa la calibrazione e il numero di Supernove Ia da poter analizzare nell'analisi — si è passati da un campione di 60 supernove alle attuali 329 [1]. Tale aumento significativo è dovuto sia agli anni di osservazione trascorsi che a nuovi progetti di ricerca, tra cui il *Dark Energy Survey Supernova Program* (DES-SN), un progetto internazionale iniziato ufficialmente nel 2013, che si pone come obiettivo quello di studiare l'accelerazione dell'universo e l'eventuale legame con l'energia oscura sfruttando il telescopio di Cerro Tololo nelle Ande Cilene.

Il programma DES ha apportato allo studio delle supernove Ia importanti miglioramenti in termini di calibrazione e precisione della strumentazione, tra cui l'utilizzo di detectors con una grande efficienza ad alto redshift.

#### 4.1.1 Analisi Dati

Nell'analisi svolta nel capitolo precedente si è costruito il diagramma di Hubble ponendo in ordinata la magnitudine apparente  $m$  in funzione del redshift  $z$ : questa volta studieremo il modulo di distanza in funzione del redshift.

Il modulo di distanza è definito come

$$\mu = m_B + \alpha x_1 - \beta C - M_0 + \gamma G_{\text{host}} + \Delta\mu_{\text{bias}} \quad (4.1)$$

Dove i parametri  $(\alpha, \beta, \gamma)$  descrivono come la luminosità della Supernova è correlata rispettivamente con la curva di luce, il colore e la massa della galassia ospitante. Il termine  $M_0$  invece, tiene conto della magnitudine assoluta e incorpora al suo interno anche la costante di Hubble  $H_0$ . Infine, la correzione dovuta ad eventuali errori statistici  $\Delta\mu_{\text{bias}}$  viene stimata simulando dei dati provenienti da distribuzioni note in letteratura e confrontandole con i dati reali.

Per quanto riguarda lo studio dei parametri, si procede anche in questo caso, come nei lavori di Perlmutter, ad un'analisi Bayesiana, utilizzando la log-likelihood

$$\chi^2 = \vec{D}^T [C_{\text{stat+syst}}]^{-1} \vec{D} \quad (4.2)$$

Dove  $D_i = \mu(z_i)_{\text{dati}} - \mu(z_i)_{\text{modello}}$ ,  $\mu(z_i)_{\text{dati}}$  è ottenuto dal fit riportato in figura 4.1, mentre  $\mu(z_i)_{\text{modello}}$  è stato ottenuto con l'equazione

$$\mu = 5 \log \left( \frac{d_L}{10 \text{pc}} \right)$$

Infine  $C$  è la matrice di covarianza che incorpora al suo interno anche le incertezze sistematiche.

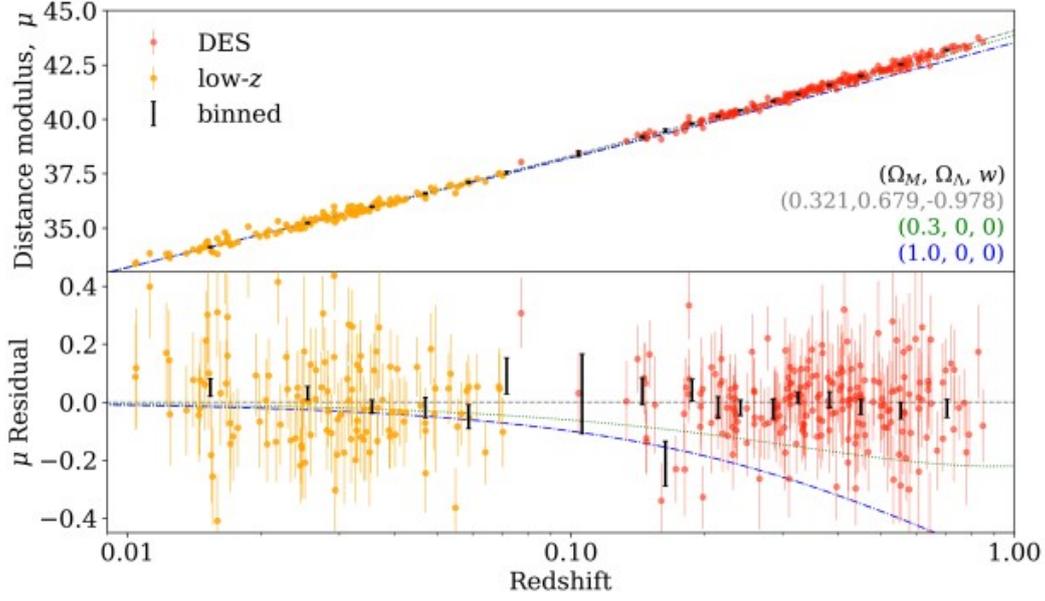


Figura 4.1: Diagramma di Hubble per il campione DES-SN3YR. Nell'immagine superiore è riportato il fit del modulo di distanza  $\mu$  in funzione del redshift. L'immagine inferiore rappresenta invece il grafico dei residui. Con il colore grigio viene riportato nel grafico il best fit ottenuto [1].

#### 4.1.2 Conclusioni

Utilizzando i dati raccolti da DES e assumendo un modello cosmologico  $\Lambda$ CDM per un universo piatto, si è stimato<sup>1</sup>  $\Omega_m = 0.331 \pm 0.038$ . Assumendo invece un modello  $\Lambda$ CDM con curvatura  $\Omega_k$ , si è ottenuto il grafico (b) in figura 4.2, nel quale la combinazione dei risultati ottenuti con i dati provenienti dal CMB sostiene piuttosto un universo piatto.

Per quanto riguarda invece lo studio dei dati applicati al modello di universo piatto  $w$ CDM, si è trovato  $\Omega_m = 0.321 \pm 0.018$  e  $w = -0.978 \pm 0.059$ . Il valore ottenuto per  $w$  è compatibile con il modello cosmologico per l'energia oscura e, la figura 4.2 (a), mette in evidenza la compatibilità dei nostri risultati con quelli provenienti dal CMB.

In conclusione si può affermare come i dati siano consistenti con un modello cosmologico che prevede la presenza del termine di costante cosmologica e dimostrano il grande potere dell'analisi per mezzo di Supernove Ia nel vincolare i parametri cosmologici.

Da qui ai prossimi anni la ricerca in questo settore si concentrerà nel rivelare un numero sempre maggiore di eventi, cercando di ridurre il più possibile le fonti di errore così da ottenere vincoli sempre più precisi sul valore dei parametri.

<sup>1</sup>Per coerenza con la notazione utilizzata nei grafici indicheremo il parametro densità di materia con  $\Omega_m$  anziché  $\Omega_M$ .

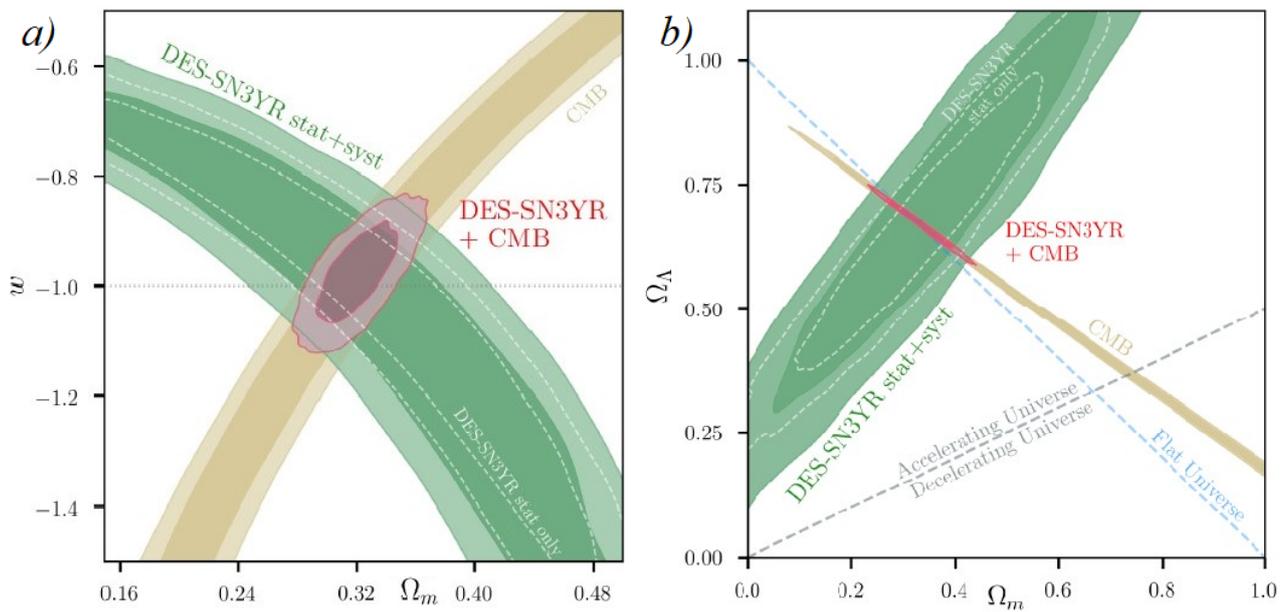


Figura 4.2: In figura (a) è riportata l'analisi dei parametri  $\Omega_m$  e  $w$  per un modello cosmologico  $w$ CDM. In figura (b) invece, osserviamo i vincoli imposti dagli esperimenti sui valori di  $\Omega_m$  e  $\Omega_\Lambda$  per un modello  $\Lambda$ CDM. Per entrambe le figure, livelli di confidenza sono riportati con il tratteggio bianco e sono pari al 68% e 95%, mentre con il colore marrone sono riportati i dati provenienti dal CMB. Infine con il colore rosso si è evidenziata la loro combinazione con quelli ottenuti dalle supernove Ia. Tratto da [1]

## 4.2 Sirene standard

Negli ultimi anni, a seguito della scoperta delle onde gravitazionali, è iniziata una nuova era dell'astronomia le cui vere potenzialità sono tuttora in divenire. Tra le possibilità offerte da questa nuova metodologia di indagine del cosmo vi è anche quella di poter porre dei vincoli sui valori dei parametri cosmologici.

La pietra miliare di quest'analisi è rappresentata dall'evento **GW170817**, nel quale per la prima volta è stato rivelato un segnale di onda gravitazionale proveniente dalla fusione di due stelle di neutroni e la sua controparte elettromagnetica: esso infatti, ha segnato la nascita dell'**astronomia multimessaggera** [11].

La coalescenza di due oggetti compatti fornisce un nuovo strumento per la misura della distanza di luminosità. Si può infatti provare che per un evento di onda gravitazionale essa sia pari a

$$d_L = \frac{8}{\sqrt{5}} \frac{G}{c^4} \frac{1}{h_0} \mu R^2 \omega_s^4 \quad (4.3)$$

Dove  $\mu$  è la massa ridotta del sistema,  $R$  il raggio,  $\omega_s$  la frequenza di rotazione del sistema e  $h_0$  l'ampiezza dell'onda gravitazionale.

Se per indicare le Supernove Ia si è utilizzato il termine di **candele standard**, non potendo *vedere* le onde gravitazionali ma potendo *sentirle*<sup>2</sup>, si è scelto di utilizzare il termine **sirene standard**.

La differenza sostanziale tra il caso elettromagnetico e quello gravitazionale nella realizzazione del diagramma di Hubble, è che nel secondo caso la controparte elettromagnetica, necessaria per la determinazione del redshift, non è quasi mai presente. La quasi totalità degli eventi rivelati consiste nella coalescenza di buchi neri, mentre le stelle di neutroni, le uniche che prevedono l'emissione di una controparte elettromagnetica, sono eventi molto più rari. A questo si aggiunge la bassa frequenza delle onde gravitazionali da esse generate, tale per cui i nostri rivelatori sono sensibili solo ad eventi che avvengono non troppo lontano dalla Terra. A questo si deve aggiungere che anche se l'evento dovesse effettivamente produrre un **lampio gamma** non è detto che questo sia diretto verso di noi e, in secondo luogo, anche se vi fosse tale emissione sarebbe sempre più difficile identificare la sorgente al crescere della distanza.

Apparentemente sembra quindi che questa tipologia di analisi sia infruttuosa, potendo offrire solamente un campione estremamente ridotto di eventi da analizzare. In realtà, è stato sviluppato un metodo che consente di determinare il redshift dell'evento anche senza la presenza della controparte elettromagnetica [3]: attraverso il teorema di Bayes, infatti, è possibile costruire la posterior dei parametri cosmologici a partire dalla prior data dalla distribuzione del redshift.

Concretamente, immaginiamo di considerare  $n$  eventi di onda gravitazionale e di conoscere per ciascuno di essi la distanza di luminosità che scriviamo all'interno del vettore  $\vec{D} = (D_1, D_2, \dots, D_n)$ , indichiamo invece con  $\vec{\Omega} = (H_0, \Omega_m)$  il vettore dei parametri del modello  $\Lambda$ CDM. Dal teorema di Bayes si ottiene che

$$P(\vec{\Omega}, z_i | D_i, I) = \frac{P(D_i | \vec{\Omega}, z_i, I) P_{\text{obs}}(z_i | \vec{\Omega}, I)}{P(D_i | I)} P(\vec{\Omega} | I) \quad (4.4)$$

Nella quale  $P(D_i | \vec{\Omega}, z_i, I)$  è la Likelihood avente un andamento gaussiano,  $P(\vec{\Omega} | I)$  è la prior dei parametri cosmologici e  $P_{\text{obs}}(z_i | \vec{\Omega}, I)$  è la prior del redshift.  $I$  indica tutte le altre informazioni di fondo e, pertanto condiziona la probabilità, mentre  $P(D_i | I)$  svolge il ruolo di normalizzazione.

La parte più interessante è proprio la costruzione della prior del redshift, che si può derivare considerando il tasso di coalescenza dei sistemi binari considerati<sup>3</sup> e la sensibilità dell'interferometro — un esempio di analisi simulata e riportata in figura 4.3.

Questa tipologia di analisi sulla carta può superare quella basata sulle Supernove Ia, ma per la pratica sarà necessario attendere ancora qualche anno, almeno fino alla realizzazione della nuova generazione di interferometri terrestri, in modo da disporre di strumenti in grado di rivelare questi eventi in un numero tale da poterne consentire un'analisi adeguata.

<sup>2</sup>Questa terminologia segue dall'analogia tra la radiazione elettromagnetica e quella gravitazionale, così come i telescopi sono i nostri *occhi* verso il cielo, gli interferometri per la rivelazione di onde gravitazionali sono le nostre *orecchie*.

<sup>3</sup>Stelle di neutroni, buchi neri o sistemi misti.

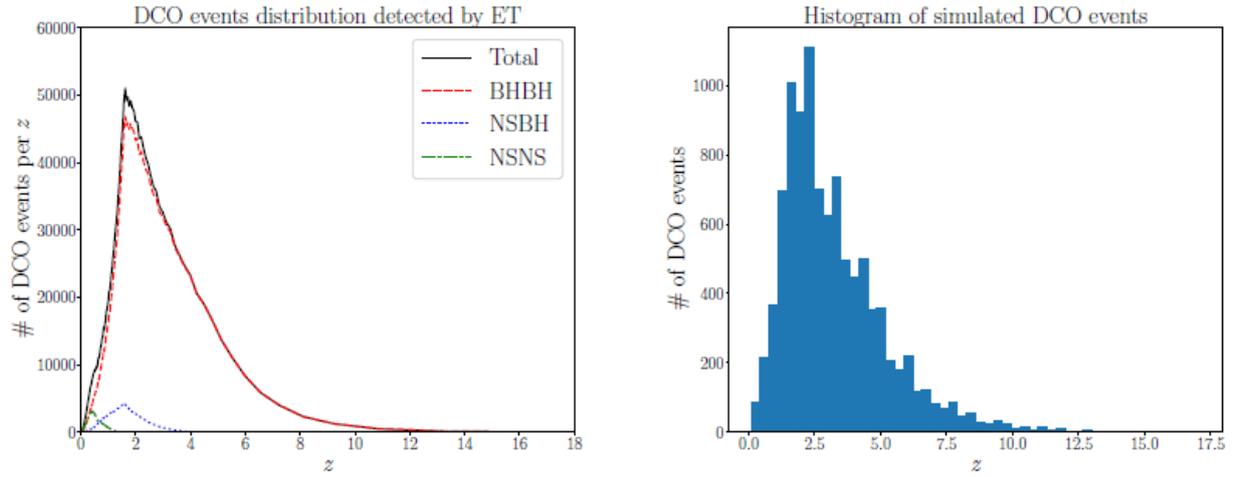


Figura 4.3: Sulla sinistra troviamo la distribuzione del redshift per la coalescenza di differenti sistemi compatti a due corpi (DCO) calcolata sulla base della sensibilità dell'Einstein Telescope<sup>a</sup> (ET). Sulla destra troviamo invece un esempio di istogramma simulato per eventi DCO. Tratto da [3].

<sup>a</sup>Si tratta un nuovo interferometro, ancora in fase di progettazione, che costituirà la terza generazione di interferometri per la rivelazione di onde gravitazionali (si pianifica che venga realizzato entro il 2035).



# Bibliografia

- [1] TMC Abbott, S Allam, P Andersen, C Angus, J Asorey, A Avelino, S Avila, BA Bassett, K Bechtol, GM Bernstein, et al. First cosmology results using type ia supernovae from the dark energy survey: constraints on cosmological parameters. *The Astrophysical Journal Letters*, 872(2):L30, 2019.
- [2] R Barbon, T Iijima, and L Rosino. The supernova 1984a in ngc4419. *Astronomy and Astrophysics*, 220:83–88, 1989.
- [3] Xuheng Ding, Marek Biesiada, Xiaogang Zheng, Kai Liao, Zhengxiang Li, and Zong-Hong Zhu. Cosmological inference from standard sirens without redshift measurements. *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics*, 2019(04):033–033, apr 2019.
- [4] Mario Hamuy, MM Phillips, Robert A Schommer, Nicholas B Suntzeff, Jose Maza, and R Aviles. The absolute luminosities of the calan/tololo type ia supernovae. *arXiv preprint astro-ph/9609059*, 1996.
- [5] James B. Hartle. *Gravity: An Introduction to Einstein's General Relativity*. Pearson, 2004.
- [6] Andrew Liddle. *An Introduction to Modern Cosmology*. Wiley, 2015.
- [7] Saul Perlmutter, Goldhaber Aldering, Gerson Goldhaber, RA Knop, Peter Nugent, Patricia G Castro, Susana Deustua, Sebastien Fabbro, Ariel Goobar, Donald E Groom, et al. Measurements of  $\omega$  and  $\lambda$  from 42 high-redshift supernovae. *The Astrophysical Journal*, 517(2):565, 1999.
- [8] Saul Perlmutter, S Gabi, G Goldhaber, A Goobar, DE Groom, IM Hook, AG Kim, MY Kim, JC Lee, R Pain, et al. Measurements\* of the cosmological parameters  $\omega$  and  $\lambda$  from the first seven supernovae at  $z \geq 0.35$ . *The astrophysical journal*, 483(2):565, 1997.
- [9] Mark M Phillips. The absolute magnitudes of type ia supernovae. *The Astrophysical Journal*, 413:L105–L108, 1993.
- [10] Adam G Riess, William H Press, and Robert P Kirshner. A precise distance indicator: Type ia supernova multicolor light-curve shapes. *The Astrophysical Journal*, 473(1):88, 1996.
- [11] Maurizio Spurio. *Probes of Multimessenger Astrophysics*. Springer, 2018.