

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Aerospaziale

***Relazione per la prova finale***  
Analisi e progettazione serbatoi a pareti cilindriche

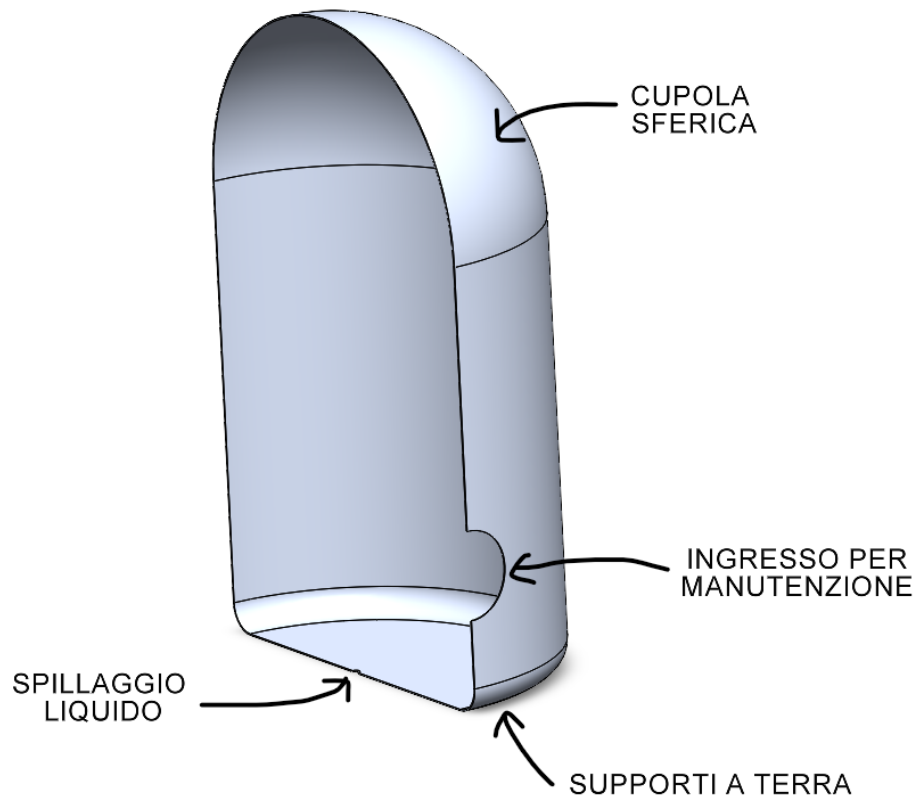
Tutor universitario: Prof. Galvanetto Ugo

Laureando: *Riccardo De Guio*

Padova, 20/09/2024

### **OBIETTIVO:**

Progettazione di massima di un serbatoio per lo stoccaggio di  $V = 10 \text{ m}^3$  di acqua.



### **REQUISITI E LIMITAZIONI:**

- Poter sopportare un'escursione termica di  $70 \text{ }^\circ\text{C}$
- Ingombro verticale massimo di  $6 \text{ m}$
- Foro per spillaggio liquido
- Apertura per ispezione e pulizia

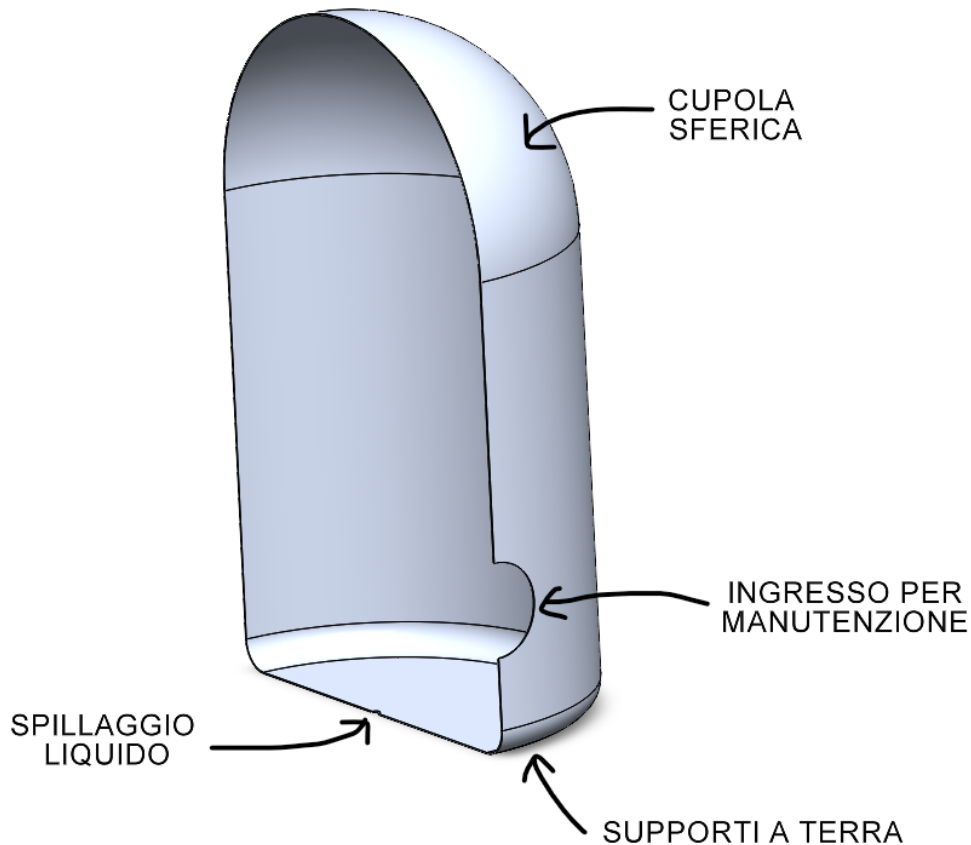


## Caratteristiche meccaniche:

- $E = 69000 \frac{N}{mm^2}$  → Modulo di Young
- $\nu = 0.33$  → Coefficiente di Poisson
- $\sigma_r = 240 \frac{N}{mm^2}$  → Tensione di rottura
- $\sigma_{sn} = 228 \frac{N}{mm^2}$  → Tensione di snervamento
- $\rho = 2700 \frac{Kg}{m^3}$  → Massa volumetrica
- $\alpha = 2.4 \cdot 10^{-5} \frac{1}{K}$  → Coeff. di dilatazione termica

## Motivazione della scelta

- Buona lavorabilità → Libertà nella forma del serbatoio
- Buona saldabilità → Giunzioni fondi-mantello resistenti
- Resistenza alla corrosione → Durata del serbatoio nel tempo



## **Prima della progettazione si è creato un modello di base:**

- Lunghezza pareti cilindriche →  $L = 3500 \text{ mm}$
- $V = 10 \text{ m}^3 \rightarrow r = 1000 \text{ mm}$
- Cupola superiore emisferica (saldata al mantello)
- Fondo piano con raccordo per supporti (saldato al mantello)
- Apertura per ispezione e pulizia →  $\phi 660 \text{ mm}$
- Spessore iniziale →  $10 \text{ mm}$
- Foro di spillaggio sul fondo →  $\phi 70 \text{ mm}$

$$\frac{\sigma_1}{r_1} + \frac{\sigma_2}{r_2} = \frac{p r}{s}$$

→ **Caso cilindrico**

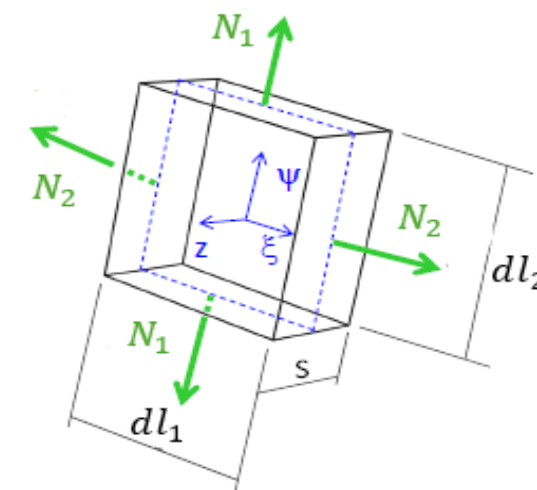
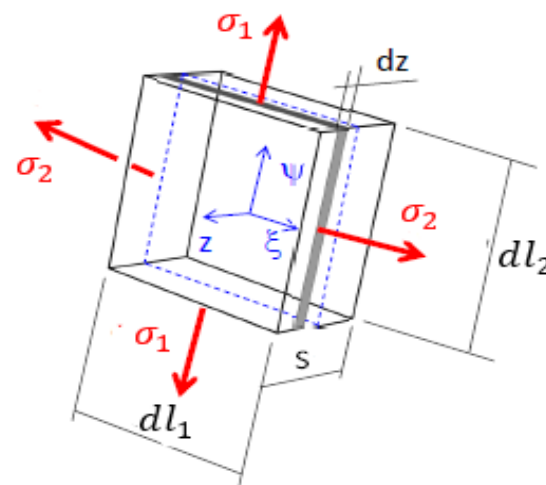
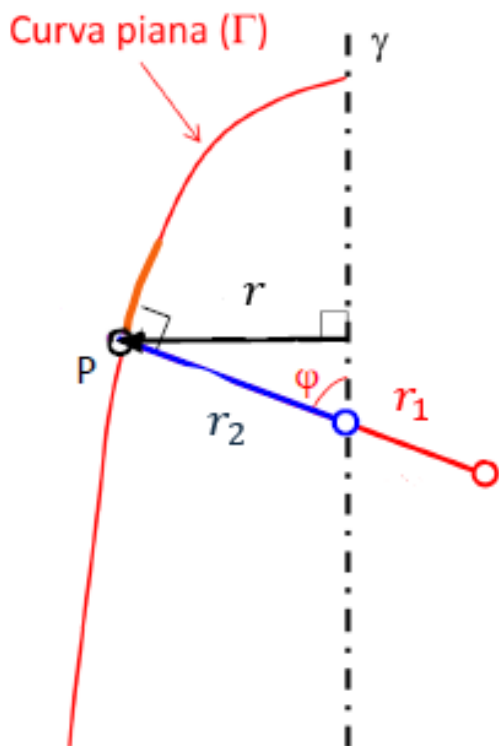
$$\begin{aligned} &\rightarrow r_1 = \infty \\ &\rightarrow r_2 = \frac{d}{2} \end{aligned}$$

Tensioni  
meridiane

$$\sigma_1 = \frac{p d}{4 s}$$

Tensioni  
circonferenziali

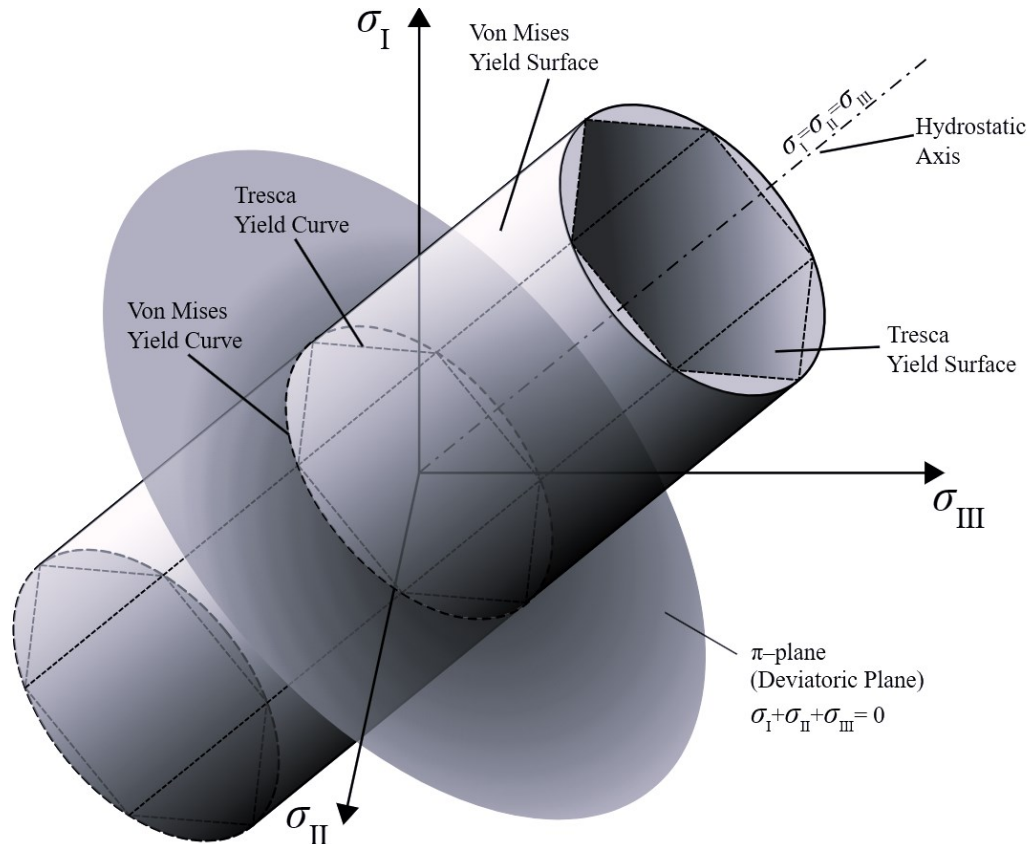
$$\sigma_2 = \frac{p d}{2 s}$$



**Utilizzato per materiali duttili sottoposti  
a tensioni non mono assiali:**

$$\longrightarrow \tau_{max} = \max \left\{ \frac{|\sigma_1 - \sigma_2|}{2}, \frac{|\sigma_2 - \sigma_3|}{2}, \frac{|\sigma_3 - \sigma_1|}{2} \right\} \leq \tau_{amm}$$

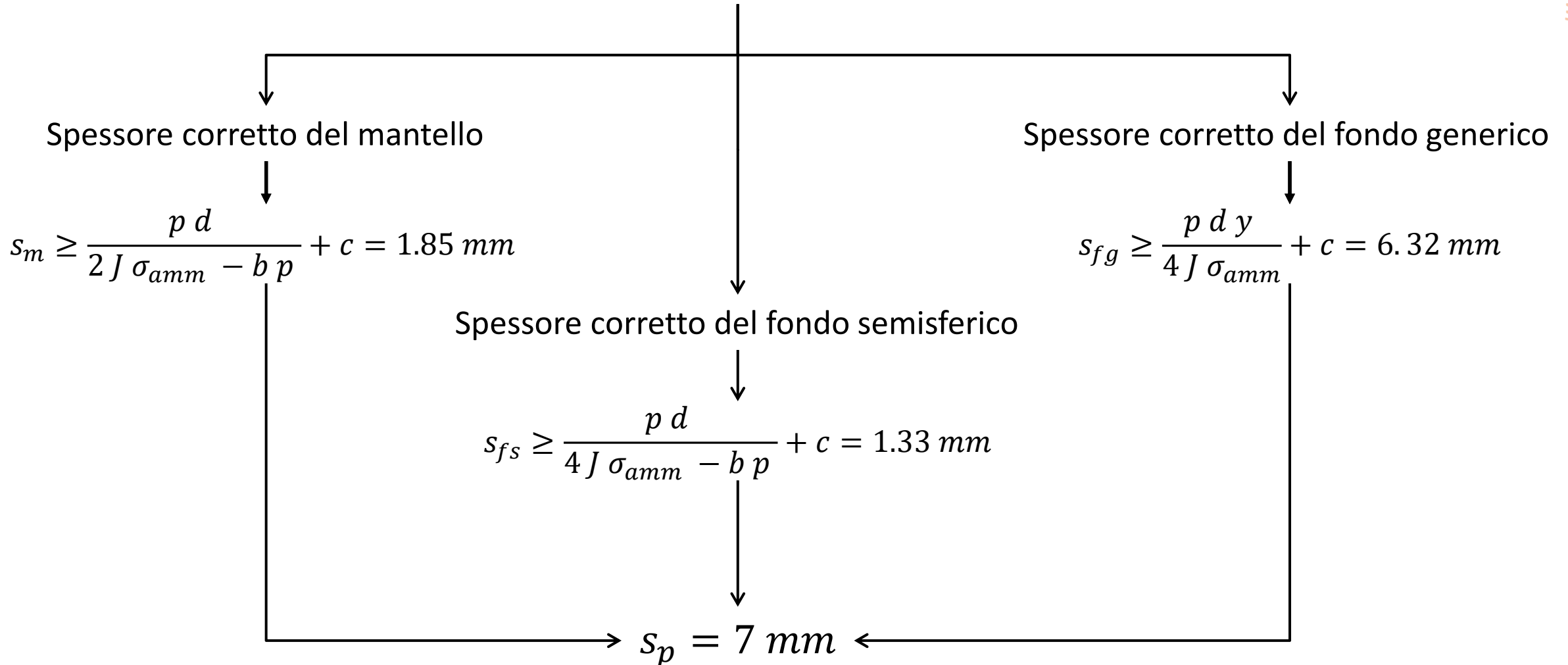
$$\sigma_{max} - \sigma_{min} = \frac{p d}{2 s} - (-p) \leq \frac{\sigma_{sn}}{FOS} = \sigma_{amm}$$



$\longrightarrow$  **Spessore minimo mantello**  $\longrightarrow s_m \geq \frac{p d}{2 (\sigma_{amm} - p)}$

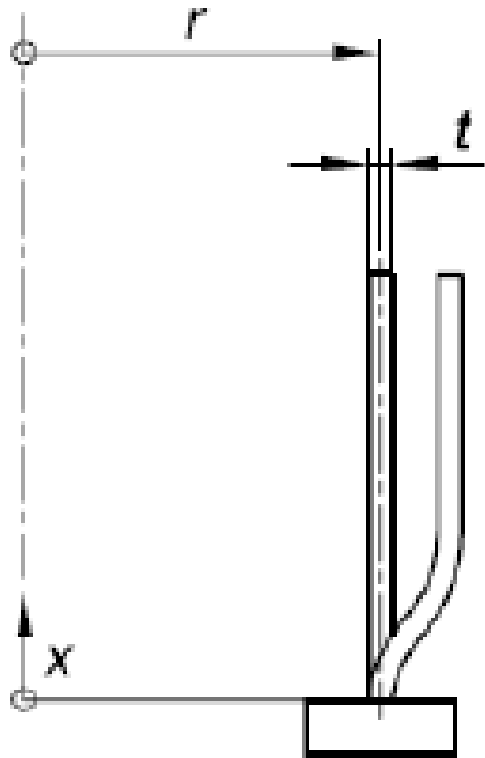
$\longrightarrow$  **Spessore minimo fondo**  $\longrightarrow s_f \geq \frac{p d}{4 (\sigma_{amm} - p)}$

**Secondo normativa, vengono eseguite delle correzioni alle formule**



La deformazione avviene a causa di un'escursione termica di  $\Delta T = 70 \text{ }^\circ\text{C}$

$$\sigma_{eq,VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_x \sigma_\theta + 3\tau_{x\theta}^2} \leq \frac{\sigma_{sn}}{FoS} = \sigma_{amm}$$



Con:

- $\sigma = E \alpha \Delta T = 115.92 \frac{N}{mm^2}$   $\longrightarrow$  Legge di Hooke
- $\sigma_x = 1.816 \sigma = 210.51 \frac{N}{mm^2}$
- $\sigma_\theta = 1.545 \sigma = 179.09 \frac{N}{mm^2}$
- $\tau_{x\theta} = 1.169 \sigma \sqrt{s/r} = 11.34 \frac{N}{mm^2}$
- $FoS = 1.5$   $\longrightarrow$  Fattore di sicurezza

$$\sigma_{eq,VM} = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_\theta^2 - \sigma_x \sigma_\theta + 3\tau_{x\theta}^2} \leq \frac{\sigma_{sn}}{FOS} = \sigma_{amm}$$

$$\sigma_{eq,VM} = 197.62 \frac{N}{mm^2} \leq 152 \frac{N}{mm^2} = \sigma_{amm}$$

Per un'escursione termica di 70 °C, il serbatoio non è verificato.

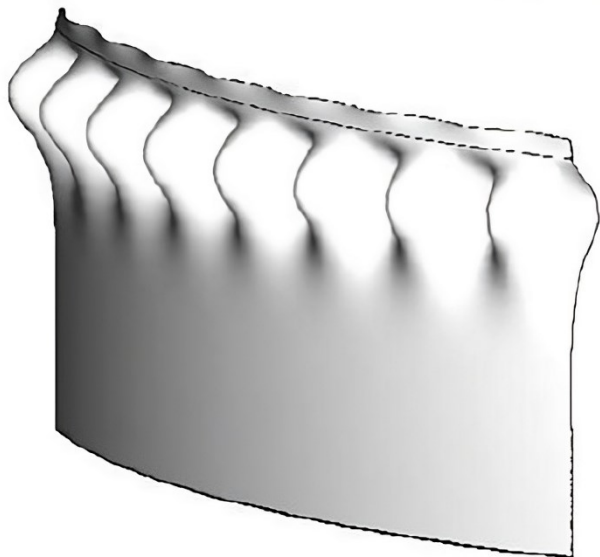
Si consiglia di ridurre il gradiente di temperatura fino a 50 °C, in questo modo si avrebbe:

$$\sigma_{eq,VM} = 146.06 \frac{N}{mm^2} \leq 152 \frac{N}{mm^2} = \sigma_{amm}$$

È necessario quindi posizionare il serbatoio in un ambiente in cui la variazione di temperatura non superi i 50 °C

***Le tipologie di crisi più frequenti sono legate all'instabilità delle lamiere che lo compongono:***

1. Instabilità elastica: Si instaura a seguito di grandi spostamenti in direzione ortogonale, rimanendo nel campo di deformazione elastica del materiale;
2. Instabilità elasto-plastica: La sezione più critica del serbatoio (a 30 cm dal fondo) non riesce più ad assorbire carichi di compressione aggiuntivi, generando l'instabilità a zampa di elefante;
3. Instabilità secondaria: Le travi di parallelo, a seguito di una eccitazione sismica, subiscono una sorta di risucchio verso l'interno.



## Primo carico critico di una struttura cilindrica a parete sottile

$$\longrightarrow P_x = k_x \frac{\pi^2 I}{L^2}$$

Dove:

-  $I = \frac{E s^3}{12(1-\nu^2)}$  → Rigidezza flessionale del cilindro

-  $k_x = f(\gamma, Z)$  → Fattore di buckling

$$\gamma = 1 - 0.901(1 - e^{-\phi}) = 0.5258$$

$$\phi = \frac{1}{16} \sqrt{\frac{r}{s}} = 0.747$$

$$Z = \frac{L^2}{rs} \sqrt{1 - \nu^2} = 1651.97$$

Per i cilindri particolarmente lunghi, dove vale:

$$\gamma Z = 868.61 \geq \frac{\sqrt{3}\pi^2}{6}$$

$$k_x = \frac{4\sqrt{3} \gamma Z}{\pi^2} = 609.74$$

$$\sigma_{cr,x,t} = \frac{\gamma E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \frac{s}{r} = 218.85 \frac{N}{mm^2}$$

**L'instabilità si manifesta tramite grandi spostamenti nella direzione ortogonale alla parete, con il materiale che rimane nel suo campo elastico.**

$$\sigma_{cr,x} = 0.605 E C_x \frac{s}{r} = 292.22 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \longrightarrow C_x = f(\omega) \rightarrow \omega = \frac{L}{\sqrt{r s}} = 41.83 \in \left[ 1.7 ; 0.5 \frac{r}{s} \right] = [1.7 ; 71.43] \rightarrow C_x = 1$$

$$\sigma_{cr,x} = 292.22 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 218.85 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{cr,x,t}$$



Il valore non rispetta i requisiti e potrebbe verificarsi un fallimento per instabilità elastica.

Si consiglia di aumentare lo spessore da  $s = 7 \text{ mm}$  a  $s = 10 \text{ mm}$ .



$$\sigma_{cr,x} = 292.22 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \leq 312.63 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} = \sigma_{cr,x,t}$$

**La tensione applicata supera la tensione di snervamento del materiale, portando ad una deformazione plastica e al buckling a zampa di elefante.**

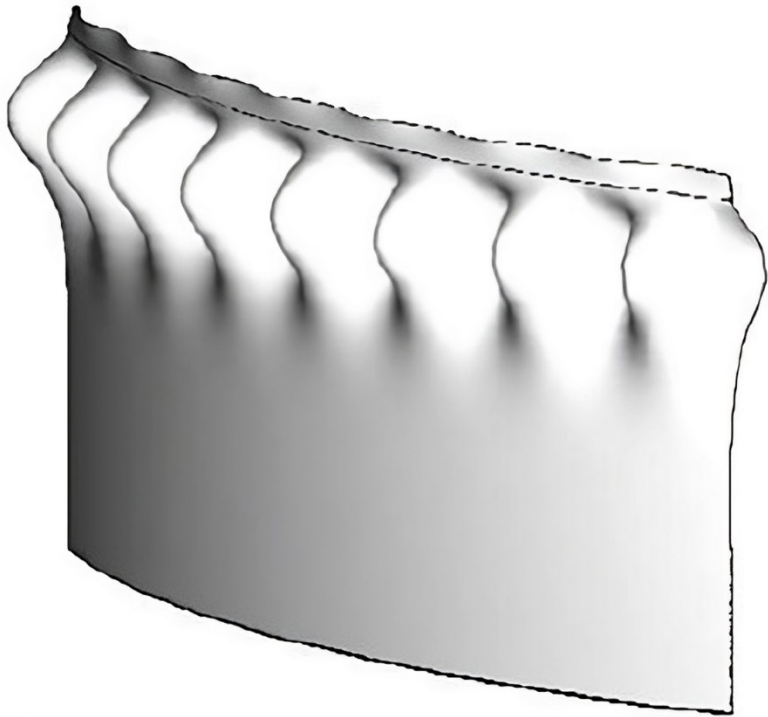
$$\sigma_{cr} = \sigma_{cr,x,t} \left[ 1 - \left( \frac{p r}{s \sigma_{sn}} \right)^2 \right] \left( 1 - \frac{1}{1.12 + R^{1.15}} \right) \left[ \frac{R + \frac{\sigma_{sn}}{250}}{R + 1} \right] \rightarrow R = \frac{r}{400 s} = 0.357$$



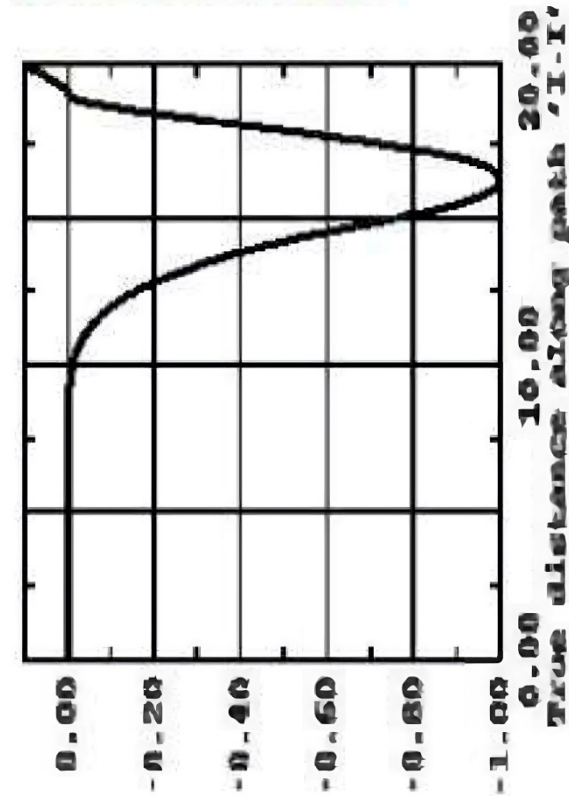
$$\sigma_{cr} = 60.76 \frac{N}{mm^2} \leq 218.85 \frac{N}{mm^2} = \sigma_{cr,x,t}$$

**La verifica è ritenuta soddisfatta qualora l'altezza del serbatoio sia maggiore del diametro della superficie media:**

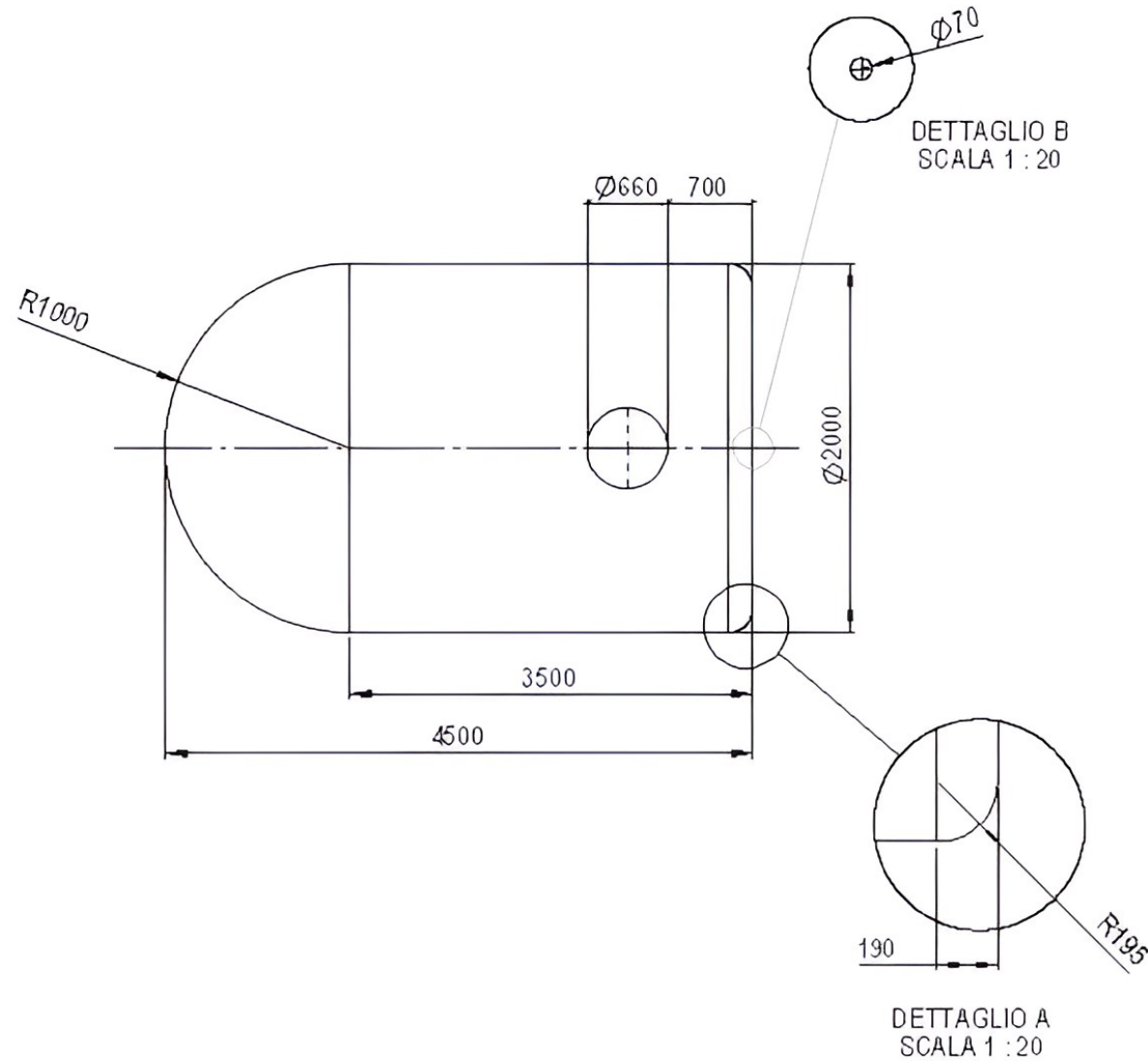
$$L = 3500 \text{ mm} \geq 2000 \text{ mm} = d$$



*Instabilità secondaria*



*Deformazione radiale*



***GRAZIE PER L'ATTENZIONE***

