

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA “G. GALILEI”
CORSO DI LAUREA IN FISICA
TESI DI LAUREA TRIENNALE

*Emissione di microonde da parte di
cristalli dielettrici non lineari
eccitati con impulsi laser infrarossi*

Laureanda:

Francesca Doglioni

mat. n 1005172

Relatore:

Ch.mo Prof. **A. F. Borghesani**

Correlatrice:

Dott.ssa **C. Braggio**

PADOVA, A. A. 2013–2014

Indice

1	Introduzione	5
1.1	Ottica non lineare	6
1.1.1	Effetti non lineari del secondo ordine	7
1.1.2	Generazione di seconda armonica	7
1.1.3	Rettificazione ottica	8
2	Apparato sperimentale	11
2.1	Schema generale	11
2.2	Sorgente laser	11
2.3	Filtri a densità ottica neutra	12
2.4	Lamina a mezz'onda	12
2.5	Ricevitore	13
2.5.1	Cavità Risonante	13
2.5.2	Guida d'onda coassiale	14
2.6	Cristalli utilizzati	15
2.7	Oscilloscopio	17
3	Risultati sperimentali	19
3.1	Segnale acquisito	19
3.2	Armoniche e intensità laser	21
3.2.1	Intensità del laser	21
3.2.2	Risultati sperimentali	22
3.3	Armoniche e polarizzazione laser	25
4	Analisi dei risultati sperimentali	29
4.1	Modello per l'analisi dati	29
4.1.1	Spettro in frequenza del segnale	29
4.1.2	Fattori geometrici	32
4.1.3	Segnale osservato	33
4.2	Risultati dell'analisi dei dati sperimentali	34
4.2.1	KTP	34
4.2.2	LBO	37
4.2.3	Dati relativi al cristallo ZnSe	39
5	Conclusioni	41
	Riferimenti bibliografici	43

Capitolo 1

Introduzione

Le misure sperimentali illustrate nella presente tesi e lo sviluppo di un modello teorico che le descriva si inseriscono all'interno di un'attività di ricerca avviata presso i Laboratori Nazionali di Legnaro. Il gruppo di ricerca è costituito dalla dott.ssa Caterina Braggio e il prof. Armando Francesco Borghesani [1].

Il fenomeno osservato consiste nell'emissione di microonde da parte di un cristallo non lineare. Esso è basato sulla rapida risposta di un cristallo non lineare al secondo ordine ad un treno di impulsi incidente su di esso e generato dal un laser ad alta intensità, la cui frequenza di ripetizione si trova nel dominio delle microonde. Durante ciascun impulso il campo elettrico laser induce nel cristallo una polarizzazione continua che replica l'impulso laser, dando origine nel materiale ad una polarizzazione dipendente dal tempo che genera radiazione nelle microonde.

Si riprende lo studio di tali emissioni già avviato in precedenza [1] per un cristallo di KTP (abbreviazione per KTiOPO_4 , titanil ortofosfato di potassio) apportando due fondamentali novità: estendere lo studio del segnale emesso dal cristallo alle armoniche successive alla prima e confrontare le emissioni di cristalli dalle caratteristiche differenti. Allo scopo di studiare il segnale oltre la prima armonica verranno utilizzati un ricevitore a banda larga (guida d'onda coassiale) anziché un ricevitore a banda stretta (cavità risonante), e un oscilloscopio ad alta frequenza di campionamento. I cristalli scelti per l'analisi sono due cristalli che come il KTP possiedono buone caratteristiche ottiche non lineari al secondo ordine: LBO (abbreviazione per LiB_3O_5 , triborato di litio) e ZnSe (seleniuro di zinco).

Poiché per le misure riguardanti i nuovi cristalli si utilizza un ricevitore diverso da quello utilizzato precedentemente per le misure di KTP, sarà necessario ripetere le acquisizioni per questo cristallo nella nuova configurazione sperimentale. Tramite il confronto fra vecchie misure condotte in cavità e nuove misure potremo affermare la continuità del modus operandi e dunque la validità dei risultati.

1.1 Ottica non lineare

L'ottica non lineare è quella branca dell'ottica che studia il comportamento di materiali (sia solidi che liquidi o gassosi) sotto l'azione di campi elettromagnetici intensi [2]. In tali condizioni si ha che la polarizzazione P del mezzo ha dipendenza non lineare dall'ampiezza E del campo elettrico, e si possono osservare fenomeni non presenti nel caso di campi relativamente deboli. I primi studi in questo campo risalgono al 1960 circa con la messa a punto dei primi *laser*, sorgenti di luce intensa, fortemente collimata con un alto grado di coerenza.

Cosa si intende quantitativamente per campi elettromagnetici intensi e qual'è la causa di una relazione non lineare tra P ed E ?

Sebbene la non linearità di tale relazione sia dovuta alla grande ampiezza del campo elettrico, i fenomeni ad essa legati non si osservano nello spazio vuoto, dunque sono dovuti all'interazione tra il campo e gli atomi che compongono il mezzo attraversato. Un cristallo non lineare è un cristallo ottico che possiede un'intensa risposta dielettrica non lineare alla radiazione ottica. La polarizzazione in un mezzo dielettrico è data dalla separazione, all'interno dell'atomo, dei centri di carica positiva e negativa, i quali si dispongono secondo il nuovo equilibrio stabilito dalla compresenza di campo elettrico esterno e forza di richiamo tra nucleo ed elettroni. L'ampiezza della polarizzazione è determinata dunque da come le forze di richiamo interne all'atomo reagiscono all'applicazione di un campo esterno. Possiamo dunque intendere come campi deboli quelli per i quali la risposta della forza di richiamo è ancora approssimabile con una di tipo armonico, come mostrato in Fig. 1.1.

In tal caso per un singolo elettrone sottoposto ad un campo magnetico esterno \mathbf{E} vale:

$$-e\mathbf{E} = -K\mathbf{x}$$

dove x è lo spostamento di un elettrone rispetto la posizione di equilibrio iniziale. Quindi il momento di dipolo vale

$$\mathbf{p} = -e\mathbf{x} = -\frac{e^2\mathbf{E}}{k}$$

ovvero la polarizzazione totale $\mathbf{P} = n\mathbf{p}$ dipende linearmente dall'ampiezza di \mathbf{E} , dove n è la densità di atomi nel mezzo.

Se invece l'ampiezza del campo esterno è sufficiente a distanziare i due centri di carica tanto da rendere evidente l'anarmonicità del campo atomico si avrà una relazione non lineare che lega la polarizzazione \mathbf{P} al campo \mathbf{E} .

Tale non linearità è sempre comunque abbastanza debole, motivo per cui la relazione tra \mathbf{P} ed \mathbf{E} è esprimibile come uno sviluppo in serie di Taylor attorno a $\mathbf{E} = 0$. Trattando

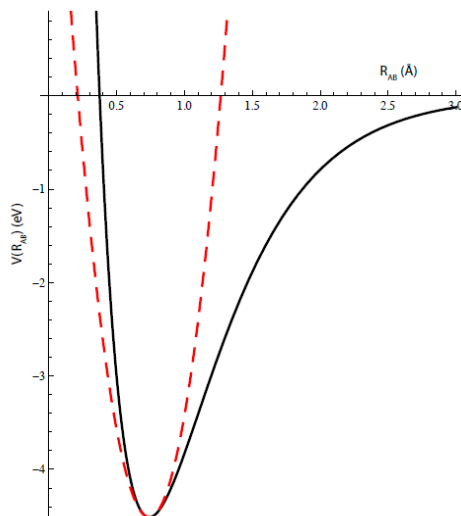


Figura 1.1: Potenziale armonico e anarmonico a confronto

di materiali anisotropi come i cristalli la polarizzazione del materiale è legata al campo elettrico incidente non da una suscettività costante bensì da un tensore di suscettività. Scriviamo l'espansione utilizzando la notazione ad indici ripetuti:

$$P_i = \chi_{ij}^{(1)} E_j + \chi_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \chi_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l + \dots \quad (1.1)$$

dove $\chi^{(n)}$ sono tensori di rango $n+1$, e il vettore campo elettrico è espresso utilizzandone le singole componenti. Generalmente si pongono $\chi_{ij}^{(1)} = \epsilon_0 \chi_{ij}$, $\chi_{ijk}^{(2)} = 2\epsilon_0 d_{ijk}$, dove ϵ_0 è la costante dielettrica del vuoto, χ_{ij} la suscettività lineare del mezzo e d_{ijk} la suscettività del mezzo al secondo ordine. Trascurando i termini di ordine superiore al secondo risulta:

$$P_i = \epsilon_0 \chi_{ij} E_j + 2\epsilon_0 d_{ijk} E_j E_k + \dots \quad (1.2)$$

Definiamo *polarizzazione non lineare del mezzo* \mathbf{P}_{NL} i termini dell'espansione di \mathbf{P} di ordine superiore al primo. Scriviamo l'equazione delle onde in un mezzo:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{\text{NL}}}{\partial t^2} \quad (1.3)$$

dove v è la velocità della luce nel mezzo e μ_0 la permeabilità magnetica del vuoto. Da tale espressione possiamo notare che i termini di polarizzazione non lineare del materiale, se dipendenti dal tempo, sono sorgenti di radiazioni nella forma $\mathbf{S} = -\mu_0 \frac{\partial^2 \mathbf{P}_{\text{NL}}}{\partial t^2}$.

1.1.1 Effetti non lineari del secondo ordine

Consideriamo ora una sorgente esterna di campo elettrico intenso, variabile nel tempo, monocromatica a frequenza ω_0 (un'onda elettromagnetica *laser* con caratteristiche adeguate può soddisfare tali condizioni). Sia il campo elettrico tale da indurre nel mezzo una polarizzazione in cui l'unico termine non lineare non trascurabile sia quello al secondo ordine. Esprimiamo campo e polarizzazione non lineare sempre in notazione tensoriale con la convenzione degli indici ripetuti:

$$\begin{aligned} E_j(t) &= E_{0j} \cos(\omega_0 t) \\ P_{\text{NL}i}(t) &= 2\epsilon_0 d_{ijk} E_j(t) E_k(t) \end{aligned} \quad (1.4)$$

Sostituendo il campo elettrico dell'onda nell'espressione per \mathbf{P}_{NL} , risulta che quest'ultima è somma di un contributo costante e uno che varia sinusoidalmente a frequenza $2\omega_0$

$$P_{\text{NL}i}(t) = \epsilon_0 d_{ijk} E_{0j} E_{0k} [1 + \cos(2\omega_0 t)] = \mathcal{P}_{\text{NL}i}(0) + \mathcal{P}_{\text{NL}i}(2\omega_0) \quad (1.5)$$

dove $\mathcal{P}_{\text{NL}i}(\omega)$ indica la componente non lineare della polarizzazione che oscilla ad una determinata frequenza, e quindi vale:

$$\begin{aligned} \mathcal{P}_{\text{NL}i}(0) &= \epsilon_0 d_{ijk} E_{0j} E_{0k} \\ \mathcal{P}_{\text{NL}i}(2\omega_0) &= \epsilon_0 d_{ijk} E_{0j} E_{0k} \cos(2\omega_0 t) \end{aligned}$$

Una polarizzazione non lineare al secondo ordine di un mezzo si manifesta dunque tramite due fenomeni: generazione di seconda armonica (Second Harmonic Generation) e rettificazione ottica del segnale (Optical Rectification). La compresenza di tali effetti generata da una polarizzazione nella forma (1.5) può essere visualizzata graficamente nella Fig. 1.2.

Vediamo in seguito nello specifico i due fenomeni.

1.1.2 Generazione di seconda armonica

Nel caso di polarizzazione non lineare al secondo ordine l'unico contributo non lineare della polarizzazione dipendente dal tempo, e dunque a sua volta sorgente di radiazioni (in quanto è un contributo oscillante), è il termine che oscilla a frequenza $2\omega_0$: $\mathcal{P}_{\text{NL}i}(2\omega_0) = \epsilon_0 d_{ijk} E_{0j} E_{0k} \cos(2\omega_0 t)$. Questa sorgente emette dunque un'onda del tipo:

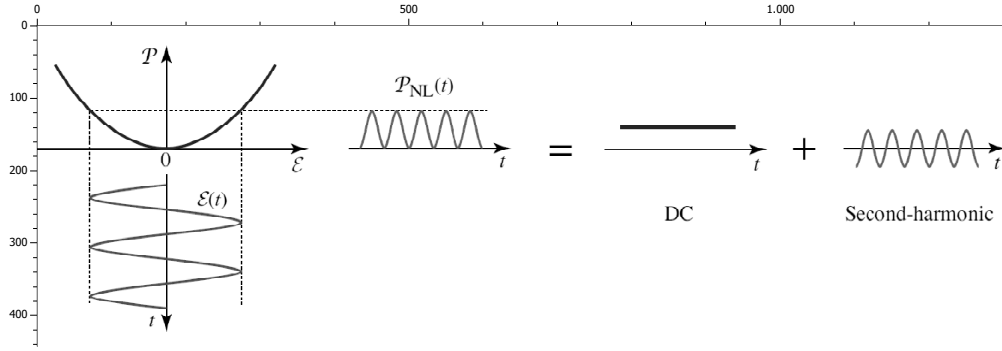


Figura 1.2: Effetti osservati nel caso di una polarizzazione del mezzo nonlineare al secondo ordine ($P \propto E_0^2$): rettificazione ottica e generazione di seconda armonica [2].

$$S_i(t) = -\mu_0 \frac{\partial^2 (\mathcal{P}_{NLi}(2\omega_0))}{\partial t^2} = 4\epsilon_0 \mu_0 \omega_0^2 d_{ijk} E_{0j} E_{0k} \cos(2\omega_0 t)$$

di ampiezza

$$S_i(2\omega_0) = 4\epsilon_0 \mu_0 \omega_0^2 d_{ijk} E_{0j} E_{0k}$$

e frequenza $2\omega_0$.

Questo fenomeno fa sì che in uscita dal cristallo, oltre al fascio alla stessa frequenza del laser, vi sia un'onda a frequenza doppia di quella incidente, ed è detto *Second Harmonic Generation* (SHG). In tal modo se ad esempio la radiazione che incide sul cristallo avesse frequenza compresa nella banda dell'infrarosso (>700 nm) la seconda armonica avrebbe lunghezza d'onda dimezzata rispetto ad essa, e dunque nella banda del visibile.

1.1.3 Rettificazione ottica

Il contributo a frequenza nulla presente nello sviluppo della parte non lineare della polarizzazione \mathbf{P}_{NL} dell'Eq. (1.5), non è a sua volta sorgente di radiazioni, bensì genera una differenza di potenziale costante continua tra le facce del cristallo, di ampiezza

$$\epsilon_0 d_{ijk} E_{0j} E_{0k}$$

Questo effetto, chiamato *Optical Rectification* (OR), è all'origine delle misure acquisite per il lavoro di tesi qui presentato. L'osservazione della fenomenologia legata all'OR risale al 1962 per mano di P. A. Franken *et al.* [3] i quali inizialmente lavorarono su un cristallo di KH_2PO_4 , e qualche anno dopo [4] estesero le ricerche a numerosi altri cristalli (KD_2P_0_4 , CdS , ZnTe ...), ottimizzando a tale scopo la tecnica di misurazione originalmente utilizzata.

Sempre nello stesso periodo gli approfondimenti in materia di ottica non lineare avevano evidenziato [5] il sussistere di una relazione che lega i valori dei coefficienti d_{ijk} ai già noti coefficienti di Pockels r_{ijk} [6]. Questo fatto permise alcune prime previsioni teoriche dei valori di d_{ijk} rispetto alle quali confrontare i valori misurati.

Nell'esperimento originale, un cristallo di KH_2PO_4 di grandezza dell'ordine del centimetro è investito da un laser nell'infrarosso ortogonalmente al suo asse ottico. Il cristallo è posto tra due lastre di ottone lucide, posizionate ortogonalmente rispetto la direzione dell'asse ottico. Esse vanno a formare assieme al cristallo un condensatore attraverso si rivela un potenziale dovuto alla polarizzazione continua indotta sulle facce del cristallo dall'azione del fascio laser. La ddp misurata tra le facce del condensatore è confrontata con l'impulso del laser e risulta dipendente principalmente dall'intensità e direzione di polarizzazione del fascio incidente e dal volume di cristallo investito.

È da sottolineare che il segnale generato dal cristallo è presente solo quando esso è investito dal fascio laser e ne segue l'andamento temporale medio su un periodo temporale dell'ordine delle decine di picosecondi. Il ritardo della generazione di ddp da parte del

crystallo rispetto all'intensità dell'uscita laser che si può notare in Fig. (1.3) è, in realtà, dovuto a tempi caratteristici dell'elettronica, dunque siamo in presenza di un effetto con tempi di risposta praticamente immediati. Questa caratteristica permette di pensare ad un dispositivo come quello sopra descritto in termini di rivelatore di radiazioni elettromagnetiche ad elevata frequenza, ed ha inoltre mostrato la capacità di alcuni cristalli, se opportunamente stimolati, di generare radiazioni elettromagnetiche controllate fino a frequenze dei THz [7].

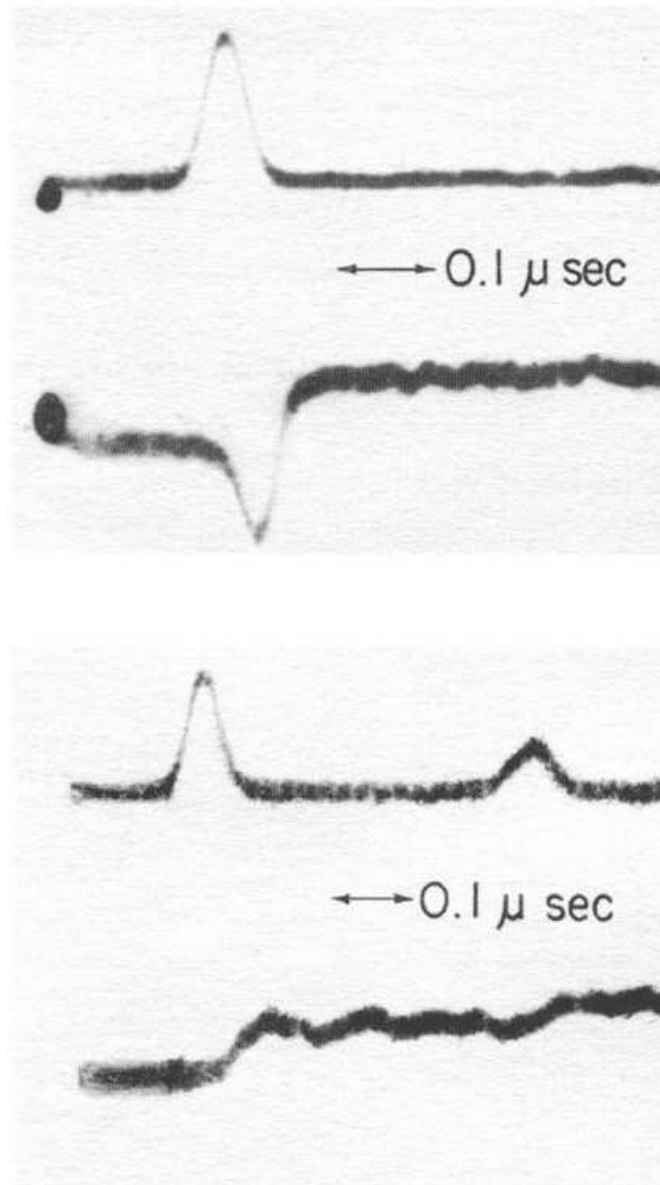


Figura 1.3: Osserviamo in figura la fotografia riportata in [3] in cui si visualizza la traccia di un'oscilloscopio a due entrate delle quali quella superiore mostra l'intensità di luce laser incidente su un cristallo non lineare e quella inferiore l'emissione del cristallo stesso; la coppia superiore è relativa ad un angolo tra il campo laser e l'asse ottico del cristallo pari a $\theta = 90^\circ$ mentre quella inferiore a $\theta = 0^\circ$.

Capitolo 2

Apparato sperimentale

2.1 Schema generale

Lo schema generale dell'apparato sperimentale è descritto in Fig. (2.1) e prevede essenzialmente un laser nell'infrarosso ($\lambda = 1064 \text{ nm}$), la cui direzione di polarizzazione è variata tramite l'uso di una lamina a mezz'onda, che incide ortogonalmente sulla faccia di un cristallo e parallelamente al suo asse ottico. Il cristallo è contenuto all'interno di una guida d'onda coassiale adattata sull'impedenza caratteristica di 50Ω da un lato mentre l'altra estremità è direttamente collegata ad un oscilloscopio LeCroy SDA 820Zi-A tramite cavo coassiale.

2.2 Sorgente laser

L'oscillatore laser utilizzato come sorgente fornisce un fascio di lunghezza d'onda 1064 nm . Tale fascio si presenta sotto forma di impulsi della durata di $t_p = 10 \text{ ps}$, emessi con una frequenza $4.6 \text{ GHz} < \nu_p < 4.7 \text{ GHz}$ (periodo di circa $T = 200 \text{ ps}$). Il regime pulsato è ottenuto tramite un oscillatore CW mode-locked passivo [8]. Il treno continuo di impulsi è infine diviso per mezzo di un modulatore acusto-ottico in macroimpulsi costituiti da circa $n_p = 2300$ impulsi, i quali si ripetono ad una frequenza di circa 1 Hz , come si vede in Fig. (2.2). La durata totale del macroimpulso è di $t_M = 500 \text{ ns}$ e la sua energia, misurata con l'ausilio di un bolometro si aggira mediamente attorno a $E_M = 70 \text{ mJ}$.

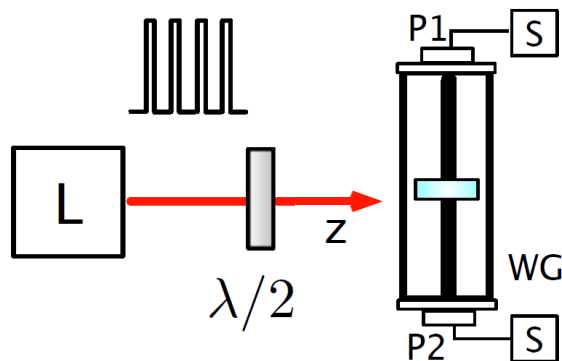


Figura 2.1: Schema apparato sperimentale. L = laser ($\lambda = 1064 \text{ nm}$). $\lambda/2$ = lamina mezz'onda utilizzata per variare la direzione di polarizzazione del fascio. z è la direzione di propagazione del fascio coincidente con l'asse ottico del cristallo, WG = guida d'onda utilizzata come ricevitore.

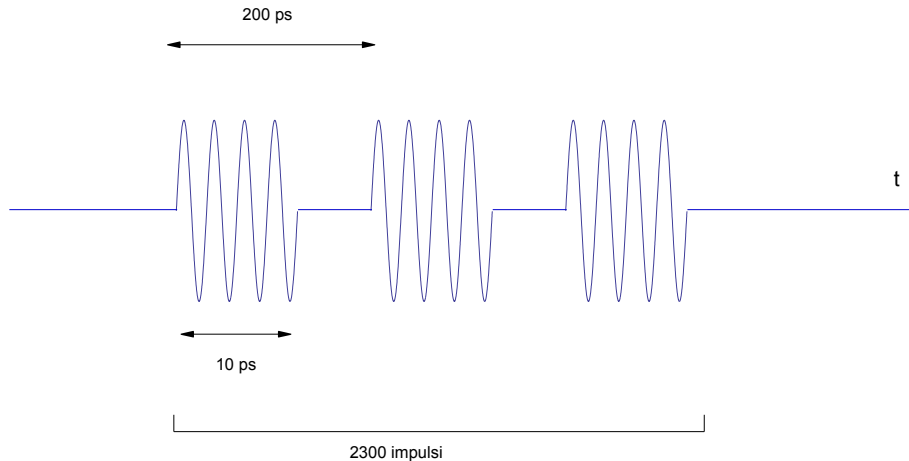


Figura 2.2: Macroimpulso costituito da un treno finito di impulsi della durata di circa 10 ps ad una frequenza di circa 4.6 GHz. In figura ai rappresenta simbolicamente l'andamento oscillatorio durante il singolo impulso.

Le componenti che costituiscono i vari stadi del laser sono fissate ad un tavolo ottico che poggia su supporti a pressione allo scopo di isolare il tutto da onde meccaniche. All'estremità del tavolo si trova la guida d'onda coassiale contenente il cristallo.

2.3 Filtri a densità ottica neutra

Il laser utilizzato per l'esperimento ha intensità fissata ma, al fine di verificare che il fenomeno osservato di emissione da parte dei cristalli sia non lineare al secondo ordine, è necessario acquisire misure delle emissioni a diverse intensità. A tale scopo sono stati posti lungo il cammino del fascio una alcuni filtri neutri di diversa trasmittanza (Thorlabs, ND Filters).

I filtri utilizzati e le rispettive trasmittanze sono:

nome filtro	trasmittanza
F1	0.708
F2	0.516
F3	0.362
F4	0.420
F5	0.347
F6	0.261
Fe	0.255

2.4 Lamina a mezz'onda

La direzione di polarizzazione del raggio laser in entrata nel cristallo è controllata e variata per mezzo di una lamina a mezz'onda [9].

Essa è costituita di un materiale birifrangente. I materiali birifrangenti possiedono due indici di rifrazione differenti, uno per le onde che polarizzate perpendicolarmente l'altro per le onde polarizzate parallelamente al loro asse ottico (*o*, meglio, *sezione principale*). Il raggio che si propaga parallelamente all'asse ottico viene detto raggio straordinario (*e*) ed ha indice di rifrazione n_e , mentre quello che si propaga perpendicolarmente è detto ordinario (*o*) ed ha indice di rifrazione n_o , dove generalmente $n_e > n_o$. I due raggi procedono nel materiale a frequenza uguale ma velocità di fase e lunghezza d'onda differenti, dunque all'uscita dalla lamina raggio (*e*) e raggio (*o*) saranno sfasati di un angolo δ dato da:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda}(n_e - n_o)h$$

dove h è lo spessore della lamina.

La lamina a mezz'onda ha uno spessore tale per cui all'uscita le due componenti dell'onda entrante risultano sfasate tra di loro di un angolo $\delta = \pi$. Tramite semplici passaggi possiamo mostrare che ciò significa una rotazione del piano di polarizzazione del raggio di un angolo $2\theta_L$, dove θ_L è l'angolo che il raggio entrante forma con l'asse ottico del mezzo.

Scriviamo l'onda entrante nella forma $E = E_0 e^{i\omega t}$ e dividiamola nelle sue componenti parallela e perpendicolare all'asse ottico (raggio straordinario e ordinario):

$$\begin{aligned} (e) \quad E_e &= E_0 \cos \theta_L e^{i\omega t} \\ (o) \quad E_o &= E_0 \sin \theta_L e^{i\omega t} \end{aligned}$$

All'uscita dalla lamina le due componenti si ritroveranno sfasate di un angolo π tra di loro e saranno nella forma

$$\begin{aligned} (e) \quad E_e &= E_0 \cos \theta_L e^{i\omega t + \phi + \pi} = -E_0 \cos \theta_L e^{i\omega t + \phi} \\ (o) \quad E_o &= E_0 \sin \theta_L e^{i\omega t + \phi} \end{aligned}$$

dalla quale si può facilmente notare che l'angolo formato dal raggio laser con l'asse ottico della lamina, all'uscita, è di $-\theta_L$, dunque il raggio entrante è stato ruotato di $2\theta_L$ dall'attività della lamina. Tale rotazione si può vedere anche come una riflessione del piano di polarizzazione rispetto all'asse ottico del materiale.

2.5 Ricevitore

Per ricevitore intendiamo un sistema che grazie alla presenza di componenti passive (RLC) permetta di rilevare la presenza di onde elettromagnetiche in un mezzo, le quali eventualmente verranno poi trasmesse e registrate o visualizzate da dispositivi ad esso collegati. Mettiamo a confronto di seguito le caratteristiche di due possibili ricevitori (cavità risonante, guida d'onda coassiale) utilizzabili per raccogliere le radiazioni emesse dai cristalli, e evidenziamo le motivazioni che hanno spinto a preferire la guida piuttosto che la cavità.

2.5.1 Cavità Risonante

Una cavità risonante, come schematicamente mostrato in Fig. (2.3) consiste di conduttore cavo al cui interno possono essere eccitate onde elettromagnetiche stazionarie. In base alle proprie dimensioni essa agisce da filtro a banda passante, rilevando una componente di frequenze quasi monocromatica. Al fine di ricevere il segnale generato dal cristallo la cavità stessa deve avere dunque dimensioni tali da accoppiarsi con la frequenza di emissione e poterla trasmettere. A causa di tali limitazioni si è deciso di preferire alla cavità la guida d'onda coassiale, che supporta diversi tipi di modi in bande di frequenza molto ampie.

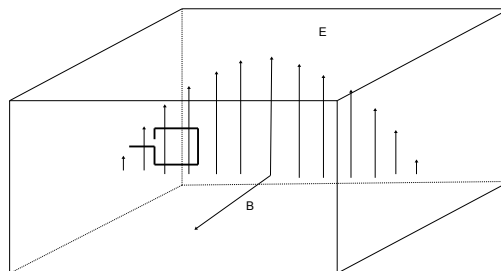
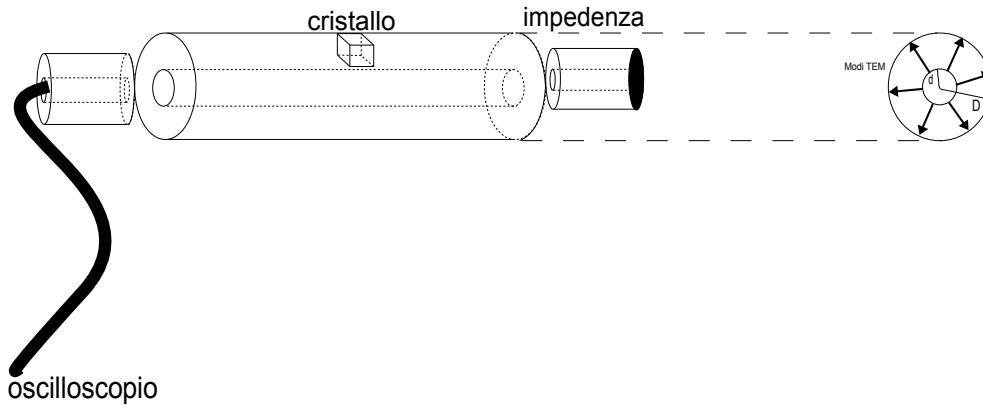


Figura 2.3: Cavità risonante.

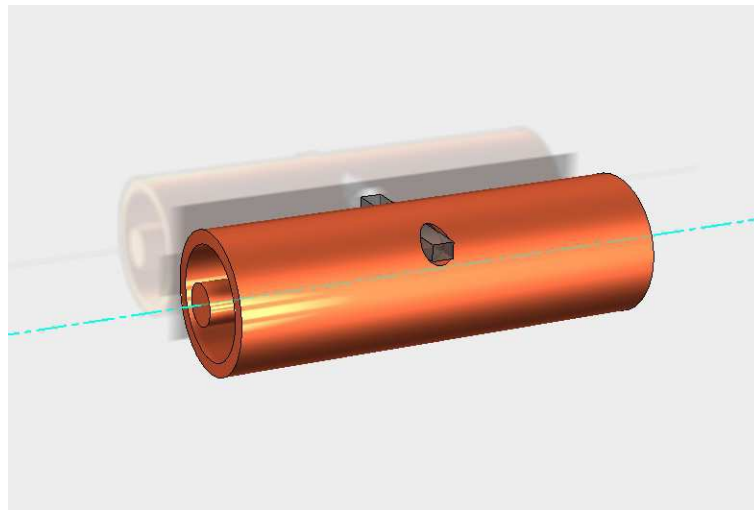
2.5.2 Guida d'onda coassiale

La guida è una struttura coassiale che agisce nel nostro caso da ricevitore per le radiazioni emesse dal cristallo. Essa consiste in un condensatore cilindrico di raggio interno $r = 3.9 \text{ mm}$ e raggio esterno $R = 9.1 \text{ mm}$, da una parte collegato all'oscilloscopio e dall'altra chiuso sulla sua impedenza caratteristica al fine di ottenere il massimo trasferimento di energia nel carico (Fig.2.4a); il rapporto R/r è stato scelto in maniera tale da avere un'impedenza caratteristica pari a $Z = 50 \Omega$ (abbiamo infatti $2\pi Z = \sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \ln(R/r) \approx 50.8 \Omega$).

Il cristallo è inserito nella guida tramite un'apertura ideata appositamente per fare in modo che una faccia rimanga esposta all'incidenza del fascio laser (Fig.2.4b).



(a)



(b)

Figura 2.4: Guida d'onda coassiale.

A differenza della cavità, la cui banda passante è relativamente limitata, nella guida d'onda coassiale le frequenze si propagano attraverso il modo TEM (Transverse Electro Magnetic) a partire frequenza nulla [10] fino a frequenze molto alte. Il coefficiente di trasmissione dei modi TEM misurato per la guida utilizzata è mostrato in funzione della frequenza in Fig. (2.5). Possiamo notare l'assenza di una frequenza di cutoff inferiore e una banda che arriva approssimativamente fino ai 13 GHz.

Esistono inoltre per tale dispositivo dei modi di ordine superiore (TE, TM), aventi simmetrie più complicate, che si propagano solo al di sopra di una frequenza f_c di cutoff. È proprio grazie alla presenza di questi modi che la banda passante della guida viene allargata a frequenze superiori a 13 GHz, permettendoci di registrare anche le armoni-

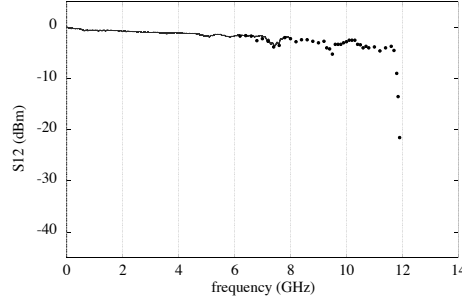


Figura 2.5: Coefficiente di trasmissione della guida d'onda coassiale in funzione della frequenza trasmessa.

che di frequenza superiore presenti nel segnale. Possiamo determinare la frequenza di cutoff dei modi di ordine superiore a partire dalle dimensioni trasversali della guida attraverso l'espressione, valida per il modo TE_{11} (determinata tramite soluzioni numeriche approssimate [10]):

$$f_c = \frac{c}{\pi (d + D) \sqrt{\epsilon_r}}$$

dove ϵ_r indica la permittività dielettrica relativa tipica del mezzo che riempie la guida. Nel nostro caso consideriamo la guida vuota, dunque $\epsilon_r = 1$ e dunque approssimativamente $f_c \approx 10$ GHz.

Al fine di rendere coerente l'utilizzo di un ricevitore a larga banda passante è necessario utilizzare un oscilloscopio ad alta frequenza di campionamento che permetta di registrare anche le armoniche superiori (si veda § 2.7).

2.6 Cristalli utilizzati

Nel presente lavoro di tesi sono stati presi in considerazione tre cristalli, le cui caratteristiche verranno di seguito brevemente riassunte. Si riportano in particolare per ciascuno di essi la struttura specifica del tensore suscettività d_{ijk} che sarà poi utile per l'analisi dei dati raccolti. I tre cristalli sono:

- KTP, abbreviazione per $KTiOPO_4$, titanil ortofosfato di potassio: l'analisi di questo cristallo, già preso in considerazione da Borghesani *et al.* [1], verrà presa come termine di paragone che convalidi il modus operandi della presente tesi;
- LBO, abbreviazione per LiB_3O_5 , triborato di litio;
- ZnSe, seleniuro di zinco.

Questi tre cristalli sono stati scelti per determinate caratteristiche che li rendono ottimi per studi nel campo dell'ottica non lineare [11, 12]: essi sono facilmente riproducibili, trasparenti in una larga banda di frequenze, hanno alti coefficienti non lineari e alta soglia di danneggiamento (al contrario ad esempio del $LiNbO_3$ che ha caratteristiche simili ma è facilmente danneggiabile).

Prima di vedere nel dettaglio le caratteristiche dei singoli cristalli vediamo come possiamo esprimere in generale la struttura del tensore suscettività del secondo ordine d_{ijk} . Abbiamo introdotto in un precedente capitolo la forma che in generale assume la componente di polarizzazione non lineare del secondo ordine, la richiamiamo qui utilizzando sempre la notazione ad indici ripetuti:

$$P_{NLi} = 2\epsilon_0 d_{ijk} E_j E_k$$

dove d_{ijk} è un tensore di rango 3 e il campo \mathbf{E} può dipendere dal tempo (e di conseguenza anche \mathbf{P}_{NL}). Possiamo però sfruttare alcune simmetrie del tensore d al fine di alleggerire

la notazione e scriverlo come una matrice bidimensionale 3×6 . Sappiamo infatti [13] che vale $d_{ijk} = d_{ikj}$, dunque possiamo utilizzare la notazione d_{il} , dove si tiene conto delle seguenti corrispondenze:

$$\begin{array}{ll} \mathbf{l} & \mathbf{jk} \\ 1 & \rightarrow 11 \\ 2 & \rightarrow 22 \\ 3 & \rightarrow 33 \\ 4 & \rightarrow 23 = 32 \\ 5 & \rightarrow 13 = 31 \\ 6 & \rightarrow 12 = 21 \end{array}$$

Si ha dunque una matrice 3×6 caratteristica per ogni struttura cristallina, che nel caso generale avrà la forma:

$$\begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & d_{13} & d_{14} & d_{15} & d_{16} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & d_{24} & d_{25} & d_{26} \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & d_{34} & d_{35} & d_{36} \end{pmatrix}$$

Per ogni cristallo, in base alla sua struttura e alle sue simmetrie, si potranno avere uno o più coefficienti nulli o legati tra loro da qualche tipo di relazione. Esponiamo di seguito gli ambiti in cui vengono generalmente utilizzati i due cristalli, la loro struttura cristallina e i coefficienti che ne caratterizzano le risposte non lineari al secondo ordine.

KTP

Il KTP si è un cristallo dalla colorazione bianca, di indici di rifrazione [14] ($\lambda = 1.06 \mu\text{m}$) $n_x = 1.7400, n_y = 1.7469, n_z = 1.8304$. È utilizzato in ottica non lineare per la generazione di frequenze somma e differenza e per la generazione di seconda armonica e venne utilizzato dagli anni '80 in poi, insieme a LBO e altri cristalli, anche come OPA (Optical Parametric Amplificator) per le spiccate caratteristiche ottiche non lineari [12].

Il KTP ha una struttura cristallina ortorombica e appartiene al gruppo puntuale $mm2$ [14]. A partire da questa informazione, facendo riferimento alla letteratura sperimentale già esistente, ricaviamo la forma del tensore d per tale cristallo.

Per questa simmetria ($mm2$) alcuni elementi del tensore son nulli, e in particolare esso si presenta nella forma [13]:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

I valori utilizzati per i coefficienti sono stati ricavati dal lavoro [1] cui si fa riferimento, in modo tale da poter confrontare i nostri risultati con quelli ivi presentati. Tali valori, in pm/V, sono:

d_{15}	d_{24}	d_{31}	d_{32}	d_{33}
1.73	3.45	1.73	3.45	13.5

Come vedremo nell'ultimo capitolo la nuova analisi delle emissioni prodotte dal cristallo di KTP è computabile in maniera soddisfacente con i coefficienti sopra riportati e ciò permette di dare una conferma al nostro modus operandi.

LBO

Questo cristallo è molto simile nelle caratteristiche al KTP, e scoperto una decina di anni dopo rispetto ad esso [15]. Esso si presenta in una colorazione bianca, ha indici di rifrazione [14] ($\lambda = 1.06 \mu\text{m}$) $n_x = 1.56487, n_y = 1.59072, n_z = 1.60515$. Nelle applicazioni esso è impiegato soprattutto per la generazione di seconda e terza armonica e di frequenze somma (produzione di raggi UV), oppure come amplificatore parametrico ottico [15].

L'LBO ha una struttura cristallina ortorombica e appartiene al gruppo puntuale $mm2$ [14]. Come già detto per il KTP che presenta la stessa simmetria il tensore d si presenta nella forma:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{24} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

In letteratura si riscontra la difficoltà di non trovare per i coefficienti non nulli dei valori assoluti e univoci. Negli anni problemi di notazione e/o di condizioni differenti in cui essi sono stati misurati hanno accumulato incongruenze, sebbene si possano riscontrare tra le diverse fonti alcuni caratteri comuni (come ad esempio la scarsa rilevanza del coefficiente d_{33} rispetto agli altri).

La fonte [16] riporta i coefficienti di nostro interesse in relazione al coefficiente d_{36} del diidrogenofosfato di potassio KH_2PO_4 , che alla lunghezza d'onda incidente ivi utilizzata ($\lambda = 1.079 \mu\text{m}$) assume il valore $d_{36} = 0.38 \text{ pm/V}$ [17].

Calcolando dunque i valori assoluti in pm/V abbiamo:

d_{15}	d_{24}	d_{31}	d_{32}	d_{33}
-0.897	0.958	-0.954	0.992	0.057

I coefficienti sopra riportati permettono di interpolare i dati raccolti in maniera soddisfacente, come vedremo nel successivo capitolo (4).

ZnSe

ZnSe ha caratteristiche differenti rispetto agli altri due cristalli: esso appartiene al gruppo dei semiconduttori II-VI assieme a ZnTe e ZnS [18], si presenta in colorazione gialla. Esso risulta trasparente in un range di frequenze che va dal giallo (spettro visibile) al lontano infrarosso e possiede alti coefficienti per la generazione di seconda armonica, potenzialmente anche nella regione spettrale del visibile [19]. É largamente utilizzato per la costruzione di lenti, specchi, finestre ottiche, in particolare come materiale di costruzione delle componenti ottiche dei sistemi laser a CO_2 .

ZnSe ha una struttura cristallina cubica zincoblenda, e appartiene al gruppo puntuale $\bar{4}3m$.

Per tale gruppo la struttura generale del tensore d è [13]:

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & d_{14} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{25} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{36} \end{pmatrix}$$

dove per il ZnSe i tre coefficienti non nulli sono uguali tra loro [19]: $d_{14} = d_{25} = d_{36} \equiv d$. Questa particolarità permette di raccogliere a fattor comune il valore d , il quale non va quindi ad influire sulla *forma* funzionale della polarizzazione P. In generale più lavori [18, 19] riportano il valore di d intorno ai 30 pm/V, con variazioni dovute alla dispersività di d , ovvero alla sua dipendenza dalla lunghezza d'onda incidente sul cristallo.

2.7 Oscilloscopio

In accordo con l'intento di visualizzare le armoniche successive alla prima, è stato utilizzato un oscilloscopio modello LeCroy SDA 820Zi-A che ha una frequenza di campionamento tale da rivelare lo spettro del segnale ricevuto fino a circa 20 GHz.

Capitolo 3

Risultati sperimentali

Presentiamo in questo capitolo i dati raccolti privi di elaborazione grafica o particolare interpretazione. Eventuali conclusioni e interpretazioni a riguardo saranno riportate nel prossimo capitolo.

3.1 Segnale acquisito

Come abbiamo anticipato nel Cap. (1) il fenomeno all'origine dell'emissione da parte dei cristalli è la Rettificazione Ottica, la quale da origine ad una polarizzazione continua del materiale fintantoché questo è investito dalla luce laser. I tempi di reazione del materiale che danno origine a tale effetto sono molto rapidi motivo per cui la componente di polarizzazione dovuta alla OR segue il profilo temporale medio del campo elettrico laser su tempi dell'ordine delle decine di picosecondi.

Come illustrato nel capitolo 2 il fascio laser si presenta sotto forma di macroimpulsi della durata totale di 500 ns ciascuno costituito da un treno di circa 2300 impulsi della durata di 10 ps, alla frequenza principale di circa 4.6 GHz. Per effetto della Rettificazione Ottica stimolata dalla luce laser il segnale emesso dal cristallo e visualizzato sull'oscilloscopio si accende e si spegne alla frequenza di ripetizione dei singoli impulsi.

In Fig. (3.1) è possibile osservare un esempio di segnale come appare sull'oscilloscopio, ovvero le microonde emesse dal cristallo per la durata del macroimpulso laser, andamento temporale che verrà d'ora in poi indicato con $V_{RF}(t)$ (dove RF sta per RadioFrequency). Esso risulta avere un'ampiezza massima costante finché il cristallo è investito dalla luce laser e decadere poi esponenzialmente secondo un profilo dovuto al tempo di smorzamento del ricevitore.

Preliminarmente alle misure da analizzare sono state effettuate alcune acquisizioni che permettessero di predisporre l'apparato nelle condizioni più favorevoli: è stato necessario ottenere un segnale sufficientemente ampio da poter essere distinto rispetto al rumore elettronico, ma di ampiezza che non superasse il limite di saturazione della strumentazione (in tal caso le ampiezze sarebbero risultate distorte e nessuna analisi sarebbe stata significativa).

A tale scopo ad esempio le misure di ampiezza in funzione dell'intensità sono state effettuate impostando la direzione di polarizzazione per la quale l'emissione risultava massima. Per l'LBO e ZnSe l'emissione risultava molto debole motivo per cui il segnale è stato amplificato linearmente con un amplificatore Miteq modello AMF-4D-00101200-22-10P di guadagno 38 dB.

I parametri sperimentali modificabili all'interno dell'apparato sono l'intensità del fascio laser e la sua direzione di polarizzazione. Al variare di questi due parametri sono state effettuate acquisizioni del segnale emesso dal cristallo.

Per ogni configurazione dell'apparato (in questo caso si intende per intensità e direzione di polarizzazione del fascio definite) sono state effettuate numerose acquisizioni al fine di migliorare il rapporto Segnale/Rumore. Per ogni acquisizione del tipo $V_{RF}(t)$ è stato ricavato lo spettro del segnale e gli spettri corrispondenti ad una stessa configurazione

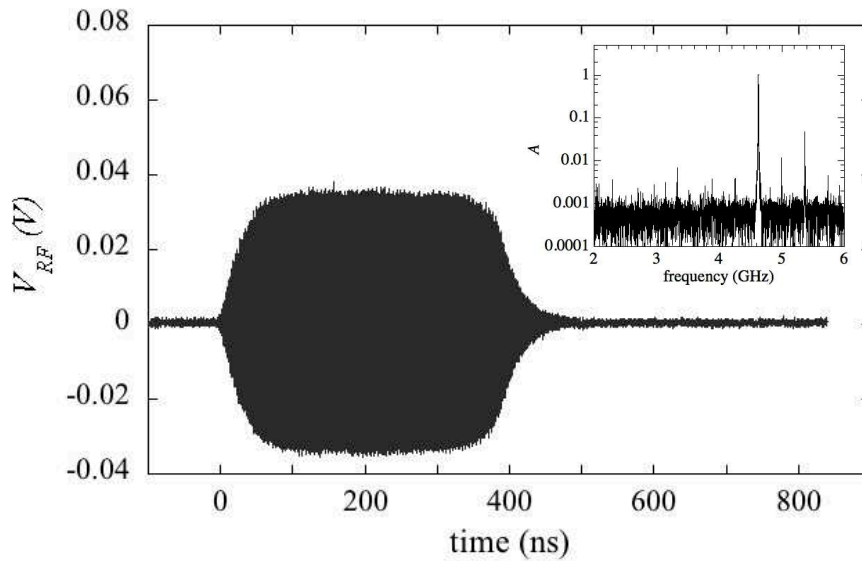


Figura 3.1: Forma del segnale visualizzato sull'oscilloscopio. Nell'inserito è riportato in scala logaritmica lo spettro del segnale in cui ben si osserva la prima armonica.

sperimentale sono quindi stati mediati insieme (osserviamo in Fig. (3.2) un esempio di spettro del segnale in scala logaritmica).

L'analisi successiva è stata svolta sullo spettro del segnale in modo tale da distinguere la risposta delle diverse armoniche che lo compongono: dato che il profilo temporale del segnale è dato da un decadimento esponenziale le risonanze presenti all'interno dello spettro (piccate in corrispondenza della frequenza delle armoniche) hanno la forma di una lorentziana (ovvero della trasformata di Fourier di un decadimento esponenziale), e sono dunque state fittate con la forma analitica

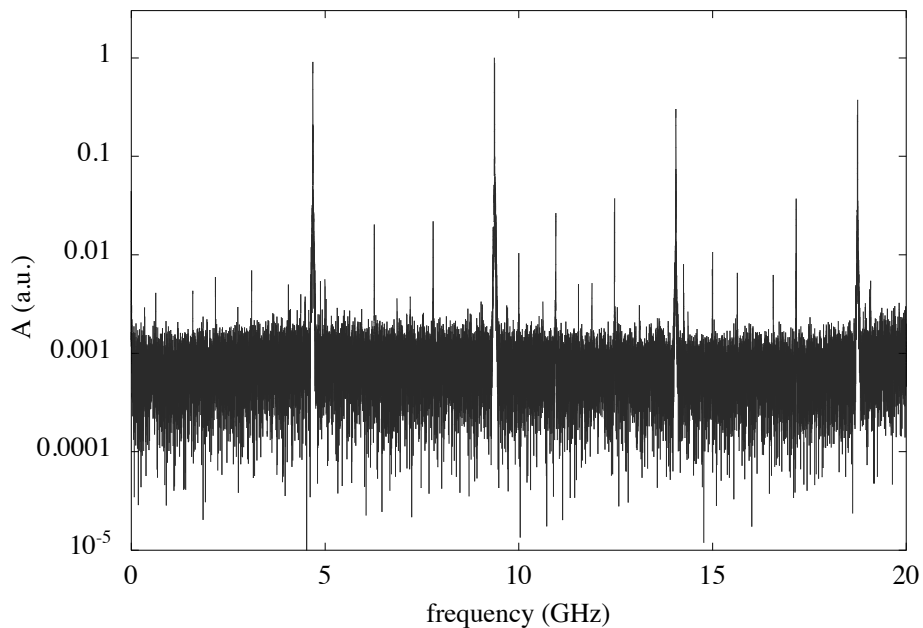


Figura 3.2: Spettro di ampiezza del segnale acquisito rappresentata in scala logaritmica.

$$L(\nu) = \frac{A_0/\pi}{1 + ((\nu - \nu_0)/\nu_1)^2}$$

dove ν_0 rappresenta valore di frequenza per cui si ha un massimo (centroide della distribuzione), A_0 l'ampiezza di tale massimo e ν_1 la FWHM. Presentiamo in questo capitolo la dipendenza per KTP, LBO e ZnSe dell'ampiezza delle armoniche contenute nel segnale da intensità (I) e direzione di polarizzazione del fascio (θ_L). Analizzeremo in seguito (capitolo 4) la dipendenza $V_{RF}(\theta_L)$ per ognuna delle armoniche emesse dai cristalli KTP, LBO e ZnSe.

3.2 Ampiezza delle armoniche in funzione dell'intensità I del laser

Scorrendo rapidamente le direzioni di polarizzazione del laser tramite rotazione della lamina a mezz'onda è stata impostato un angolo al quale l'emissione del cristallo risultasse sufficientemente ampia. Ci si è serviti quindi di filtri a diversa trasmittanza (elencati in §(2.1)) per scalare l'intensità del fascio e in coincidenza registrare l'emissione.

3.2.1 Intensità del laser

L'intensità del fascio senza filtri è stata ricavata a partire da una misura di energia: un bolometro J-25MB-IR Coherent misura l'energia del macroimpulso E_M (i macroimpulsi sono separati tra loro da una distanza temporale di circa un secondo). L'energia di un singolo impulso E_p di durata 10 ps è data dall'energia del macroimpulso diviso il numero di impulsi n_p che lo costituiscono. Questo numero è a sua volta determinato dalla durata del macroimpulso t_M moltiplicata per la frequenza di ripetizione dei singoli impulsi ν_p : $n_p = t_M \cdot \nu_p$. Allo scopo di ottenere l'intensità del singolo impulso è necessario dividere per la durata dello stesso (t_p) e la sezione del fascio (S), dove la sezione è calcolabile a partire dal *beam waist* ω_0 del fascio, ovvero quello che in un fascio a profilo gaussiano è considerato il raggio: $I = E_p / (t_p \pi \omega_0^2)$. Il *beam waist* ω_0 del fascio è stato misurato con l'ausilio di una *LaserCam HR Coherent*, ovvero un dispositivo che permette di fotografare e riprodurre in formato video tramite software dedicato il profilo di intensità del fascio.

Riportiamo i valori sopra descritti per i tre cristalli:

KTP

E_M (mJ)	t_M (ns)	ν_p (GHz)	n_p	E_p (mJ)	t_p (ps)	ω_0 (mm)	I (W/cm ²)
73.9	500	4.6	2300	$3.2 \cdot 10^{-2}$	10	1.8	$3.2 \cdot 10^7$

LBO

E_M (mJ)	t_M (ns)	ν_p (GHz)	n_p	E_p (mJ)	t_p (ps)	ω_0 (mm)	I (W/cm ²)
59.5	500	4.6	2300	$2.6 \cdot 10^{-2}$	10	1.8	$2.5 \cdot 10^7$

ZnSe

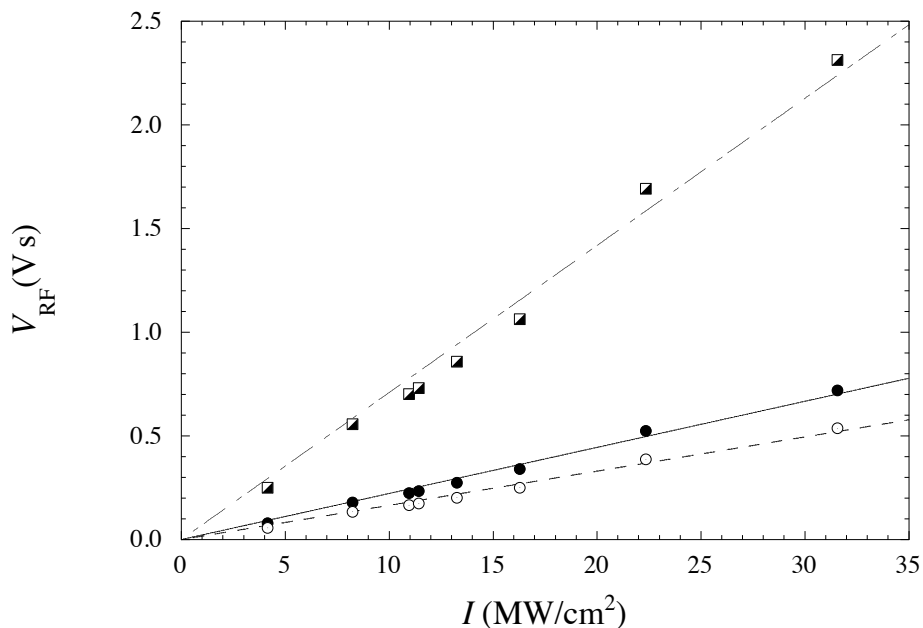
E_M (mJ)	t_M (ns)	ν_p (GHz)	n_p	E_p (mJ)	t_p (ps)	ω_0 (mm)	I (W/cm ²)
63.0	500	4.6	2300	$2.6 \cdot 10^{-2}$	10	1.8	$2.7 \cdot 10^7$

Per determinare la dipendenza $V_{RF}(I)$ è stata volta per volta moltiplicata l'intensità del fascio per la trasmittanza di diversi filtri anteposti al cristallo.

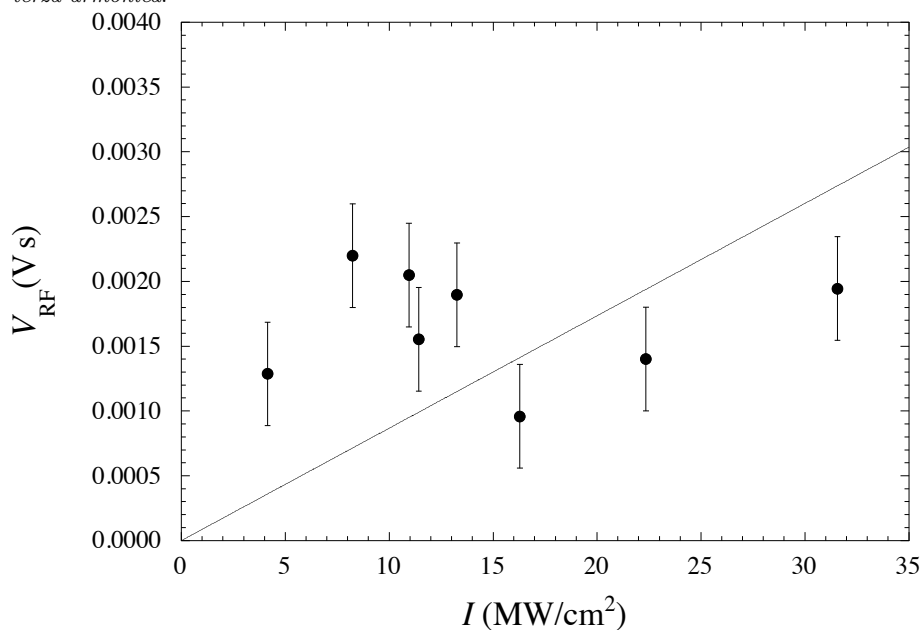
3.2.2 Risultati sperimentali

KTP Mostriamo in Fig. (3.3a) e Fig. (3.3b) la dipendenza dell'emissione dall'intensità nel caso delle armoniche dalla prima alla quarta per il cristallo di KTP, il quale era già stato analizzato in un lavoro cui facciamo riferimento [1] solo per quanto riguarda la prima armonica.

Possiamo notare un andamento lineare per tutte e quattro le armoniche. Una proporzionalità diretta tra emissione RF e intensità del fascio laser è la conferma che il fenomeno che produce l'emissione osservata sia un fenomeno non lineare al secondo ordine: come verrà descritto in dettaglio nel prossimo capitolo una dipendenza lineare del-



(a) Cerchio pieno: prima armonica; quadro pieno a metà: seconda armonica; cerchio vuoto: terza armonica.



(b) Quarta armonica. Notiamo come l'errore sia relativamente più influente su questa armonica rispetto alle altre a causa dello sfavorevole rapporto Segnale/Rumore.

Figura 3.3: Emissione del cristallo KTP in funzione dell'intensità.

l'emissione dall'intensità significa infatti una dipendenza quadratica della polarizzazione dall'ampiezza del campo elettrico del fascio.

Per ogni filtro, detta I l'intensità del fascio senza filtro, F la trasmittanza e I_F l'intensità del filtro una volta anteposto il filtro, avremo che $I_F = I \cdot F$. Possiamo dare dunque una stima dell'errore relativo sull'intensità del fascio incidente sul cristallo come

$$\frac{\Delta I_F}{I_F} = \frac{\Delta I}{I} + \frac{\Delta F}{F}$$

Espresso in termini percentuali l'errore relativo su I si stima essere circa del 5%, e lo stesso vale per l'errore percentuale sulla trasmittanza dei filtri. In conclusione l'errore percentuale sull'intensità del fascio incidente è circa del 10%, ma tali errori non vengono riportati in figura per non appesantire la raffigurazione.

L'errore statistico sull'ampiezza delle singole armoniche è trascurabile rispetto all'indeterminazione sull'intensità, e in ogni caso per quanto riguarda le prime tre armoniche non risulterebbe visibile in quanto la dimensione del punto grafico è molto maggiore della barra d'errore stessa. L'ampiezza della quarta armonica risulta decisamente più debole e dunque l'errore statistico più influente rispetto su di essa possiamo osservare in Fig. (3.3b). L'analisi di tale armonica sarà in generale meno significativa rispetto alle altre.

LBO

Riportiamo la traccia dei dati raccolti per l'LBO. Anche in questo caso notiamo che le emissioni RF sono una funzione lineare dell'intensità, dunque possiamo confermare che si tratti dell'osservazione di un fenomeno del secondo ordine. Per tale cristallo la raccolta dati è stata effettuata due volte anziché una, con piccoli aggiustamenti dell'apparato tra una presa dati e l'altra: osserviamo in Fig. (3.4a) la presa dati prima dell'aggiustamento e in Fig. (3.4b) dopo l'aggiustamento.

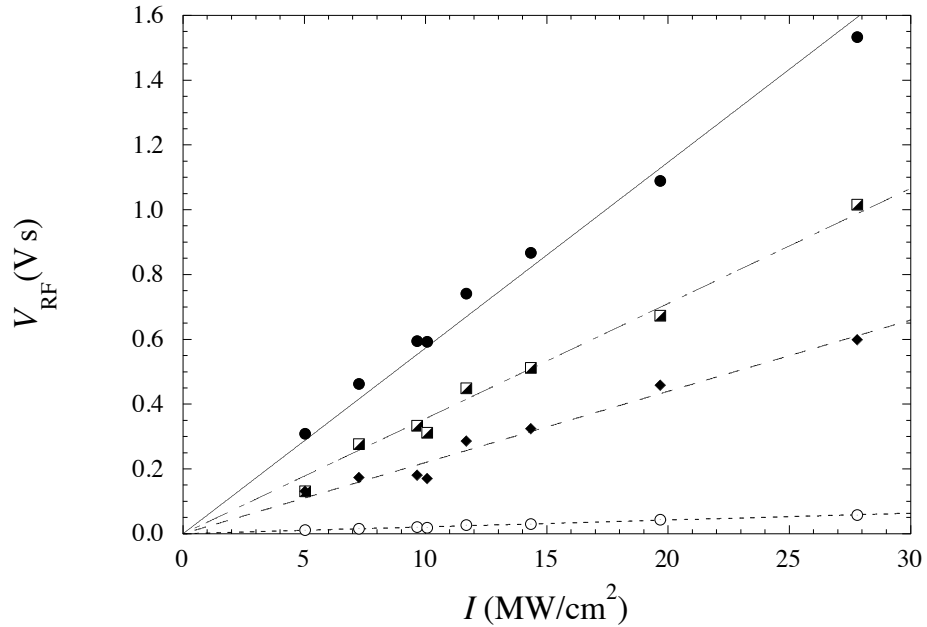
È da osservare che le due acquisizioni presentano una predominanza diversa delle armoniche: mentre nel primo caso domina la prima armonica, nel secondo caso domina la terza.

Possiamo concludere che numerosi fattori influiscono sull'accoppiamento delle armoniche rispetto ai modi della guida d'onda coassiale, molti dei quali sono stati difficilmente controllabili. Nonostante ciò tutte le armoniche sono lineari con l'intensità, motivo per cui nell'analisi ci soffermeremo maggiormente sulla dipendenza formale delle emissioni osservate in funzione di intensità e direzione di polarizzazione piuttosto che sul reale significato da attribuire alla loro ampiezza.

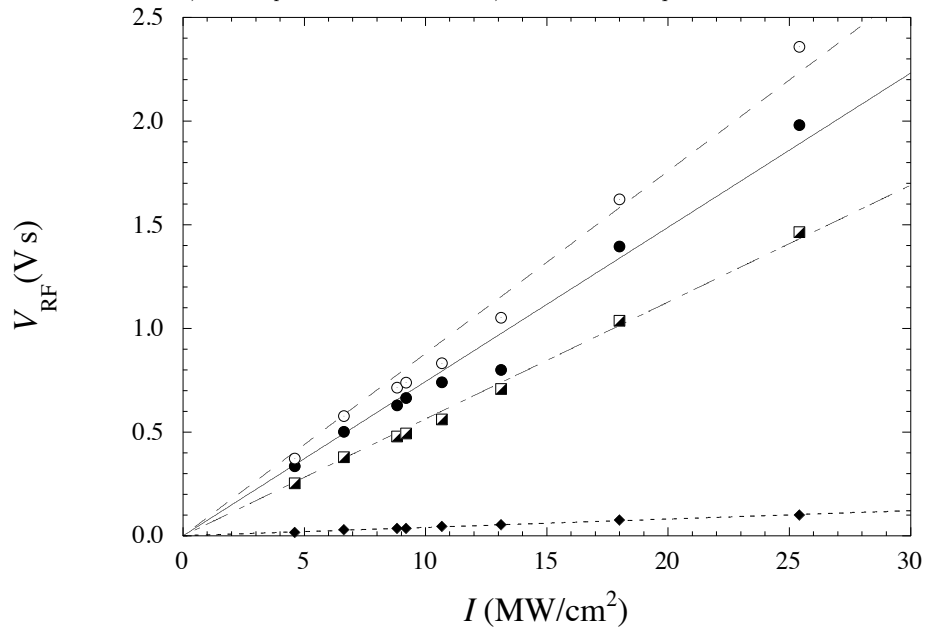
Gli errori da attribuire a intensità ed emissioni sono dello stesso ordine di grandezza che per il KTP ma in questo caso l'ampiezza della quarta armonica è decisamente maggiore, motivo per cui non sono in ogni caso apprezzabili nel grafico le barre d'errore.

ZnSe

Concludiamo mostrando il grafico $V_{RF}(I)$ anche per il ZnSe in Fig. (3.5). Notiamo che viene anche qui mantenuta la linearità, ma le armoniche non sono in ordine crescente di ampiezza. In questo caso è da notare l'assenza della quarta armonica: la notevole differenza di caratteristiche di questo cristallo rispetto agli altri due porta a supporre che le armoniche per esso si accoppino in maniera differente con la guida annullando completamente la trasmissione della quarta armonica. Allo stesso modo che per gli altri due cristalli gli errori sulle misure sono talmente piccoli da non essere apprezzabili nella rappresentazione grafica.



(a) LBO prima dell'aggiustamento. Cerchio pieno: prima armonica; quadro pieno a metà: seconda armonica; rombo pieno: terza armonica; cerchio vuoto: quarta armonica



(b) LBO dopo l'aggiustamento. Cerchio pieno: prima armonica; quadro pieno a metà: seconda armonica; cerchio vuoto: terza armonica; rombo pieno: quarta armonica

Figura 3.4: Emissione del cristallo LBO in funzione dell'intensità: riportiamo i due grafici che rappresentano l'emissione prima e dopo un piccolo aggiustamento della posizione della guida d'onda coassiale

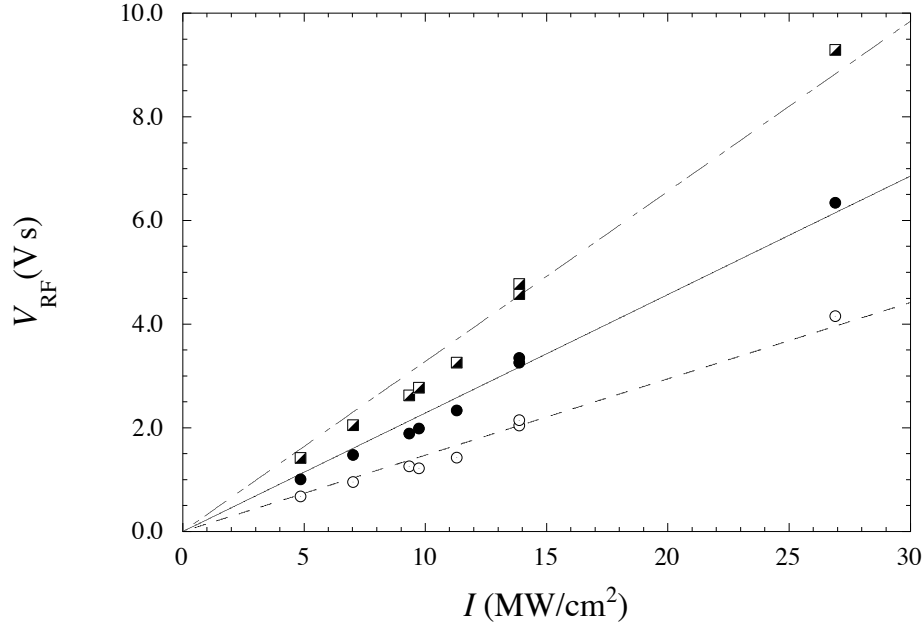


Figura 3.5: Emissione del cristallo ZnSe in funzione dell'intensità. Cerchio pieno: prima armonica. Quadrato pieno a metà: seconda armonica. Cerchio vuoto: terza armonica.

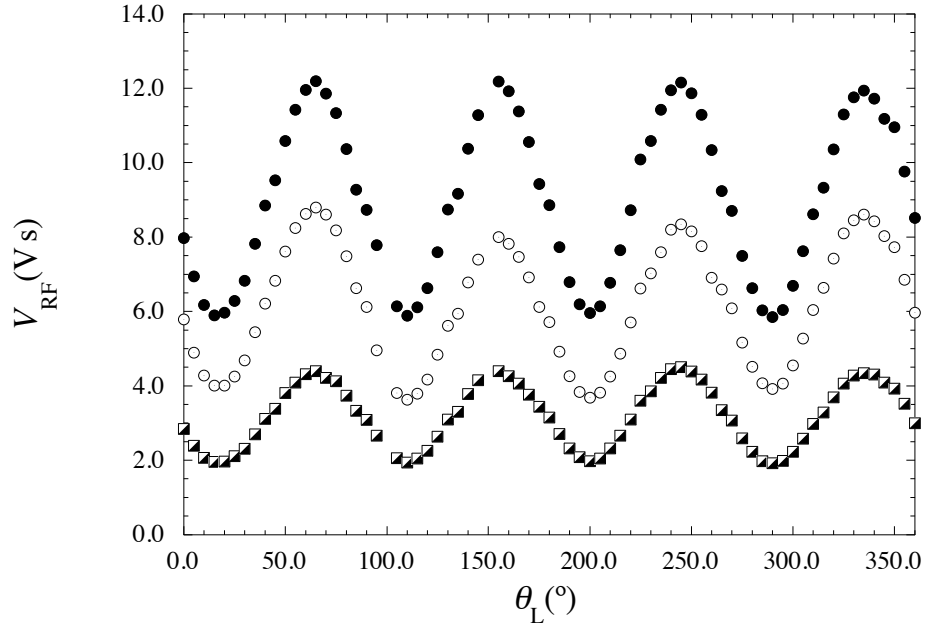
3.3 Ampiezza delle armoniche in funzione della direzione di polarizzazione del laser (θ_L)

Un ulteriore modalità di indagare le caratteristiche dei cristalli analizzati è quello di modificare la direzione di polarizzazione del campo elettrico del laser incidente e vedere la risposta delle emissioni che provengono dal cristallo. L'ampiezza dell'emissione varia a seconda di come sono posizionate una rispetto all'altra la polarizzazione del raggio laser e la polarizzazione del cristallo in un certo sistema di riferimento. Quest'ultima a sua volta dipende dai valori che per uno specifico cristallo assume il tensore suscettività del secondo ordine. L'emissione potrà dunque fornire informazioni riguardo la struttura del cristallo.

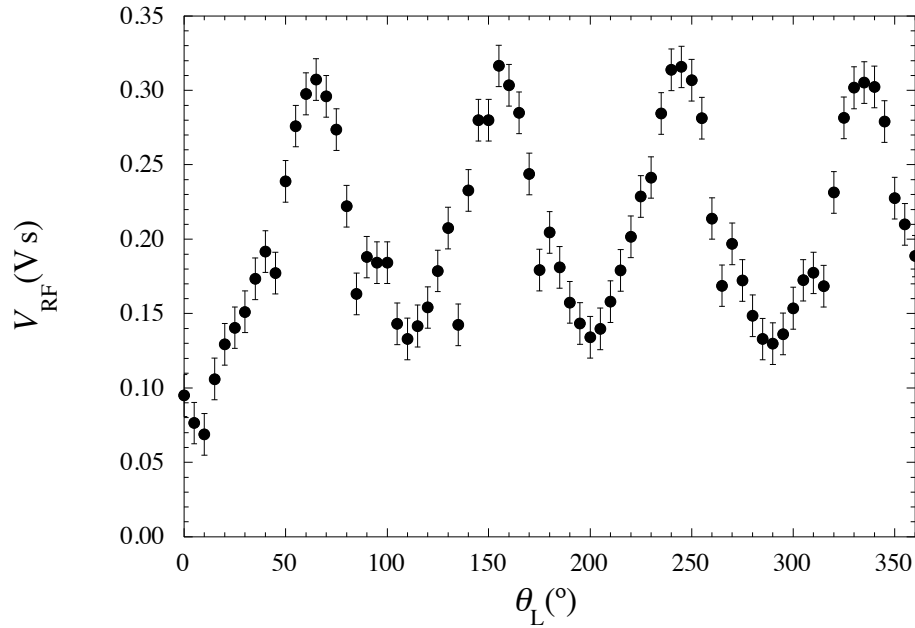
Riportiamo per KTP in Fig. (3.6a) e Fig. (3.6b), per LBO in Fig. (3.7a) e Fig. (3.7b) e per ZnSe in Fig. (3.8a) e Fig. (3.8b) i grafici che espongono la dipendenza dell'emissione dall'angolo di rotazione della lamina rispetto un sistema di riferimento solidale con il laboratorio. Ad eccezione dell'accoppiamento con la guida d'onda potremmo ipotizzare che la risposta delle diverse armoniche risulti formalmente simile per tutti i cristalli.

I grafici per KTP e LBO contengono quattro armoniche che presentano una stessa dipendenza dall'angolo di polarizzazione del raggio laser, e sarà oggetto del prossimo capitolo capire quali fattori determinano tale forma e in che misura. Il cristallo di ZnSe presenta nella terza armonica una dipendenza differente dalle altre due; questo può essere dovuto al fatto che tale materiale possiede alti coefficienti di suscettività per ordini superiori al secondo i quali probabilmente contribuiscono a loro volta a determinare la polarizzazione del cristallo. L'analisi di tale fenomeno non sarà oggetto della presente tesi, ma può dare spunto per ulteriori approfondimenti.

Analizzeremo nel prossimo capitolo la dipendenza angolare per le diverse armoniche di KTP, LBO e ZnSe, tentando di sviluppare un modello che spieghi la forma di tali emissioni e che tragga conferme dai valori del tensore d riportati nel Cap. (2) e ricavati dalla letteratura sperimentale preesistente; compariamo l'analisi dell'emissione del cristallo di KTP con i risultati ottenuti in un precedente lavoro [1].

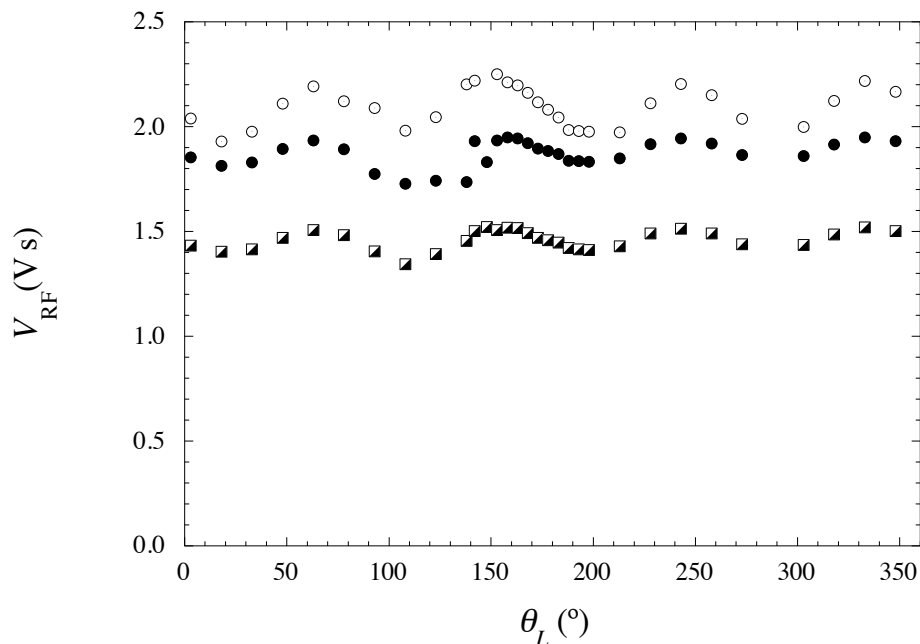


(a) Cerchio pieno: prima armonica; cerchio vuoto: seconda armonica; quadro pieno a metà: terza armonica.

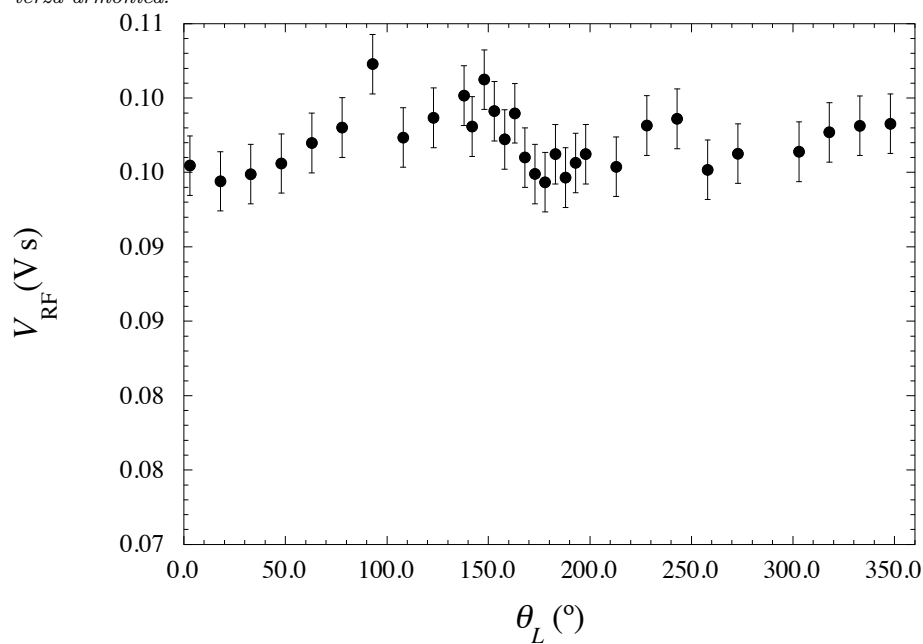


(b) Quarta armonica. Notiamo la ridotta ampiezza di tale armonica rispetto alle altre e dunque la maggiore influenza che su di essa ha l'errore statistico (sfavorevole rapporto Segnale/Rumore).

Figura 3.6: Emissione del cristallo KTP in funzione dell'angolo di rotazione della lamina.

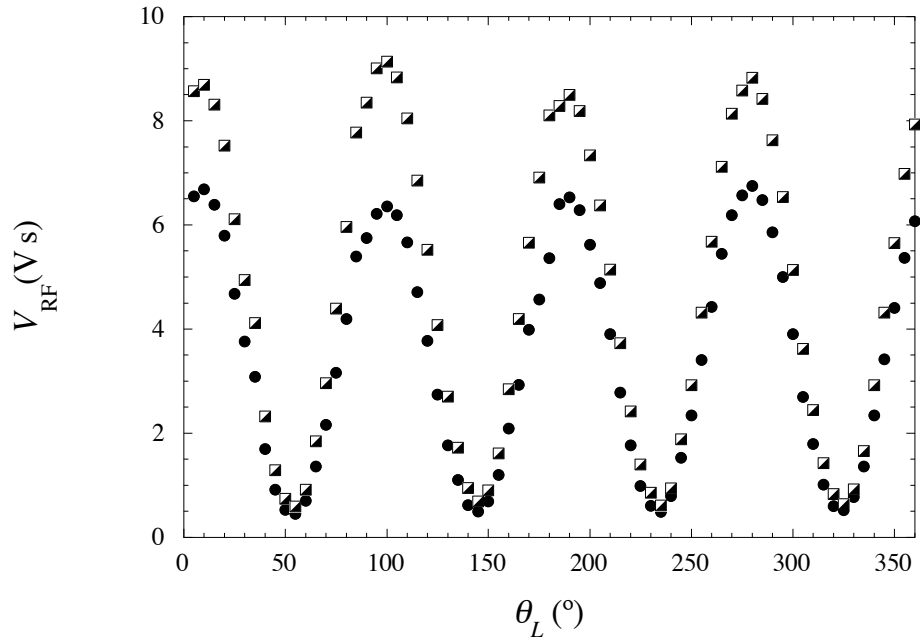


(a) Cerchio pieno: prima armonica; quadro pieno a metà: seconda armonica; cerchio vuoto: terza armonica.

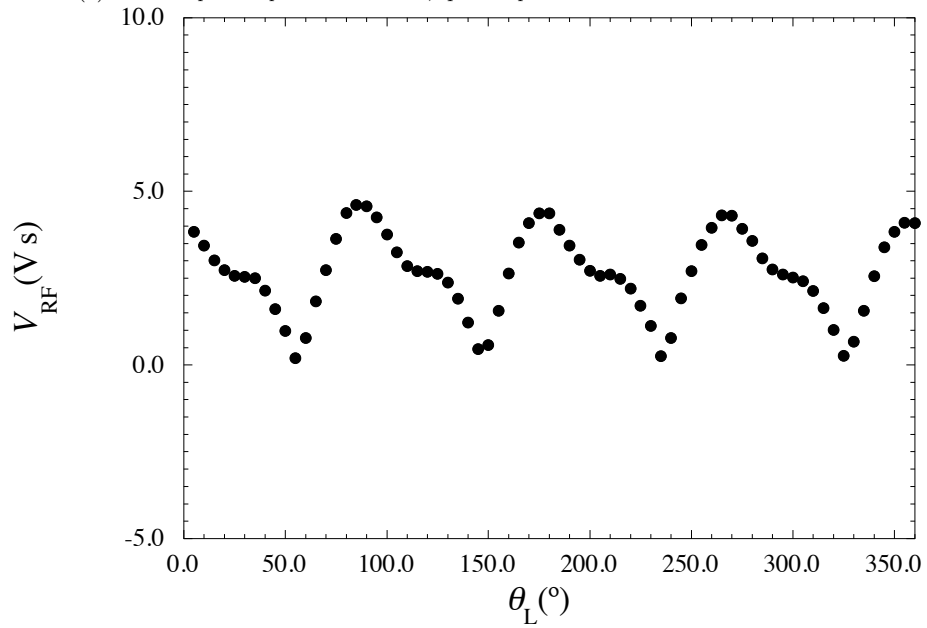


(b) Quarta armonica. Notiamo la ridotta ampiezza di tale armonica rispetto alle altre e dunque la maggiore influenza che su di essa ha l'errore statistico (sfavorevole rapporto Segnale/Rumore).

Figura 3.7: Emissione del cristallo LBO in funzione dell'angolo di rotazione della lamina.



(a) Cerchio pieno: prima armonica; quadro pieno a metà: seconda armonica.



(b) Terza armonica.

Figura 3.8: Emissione del cristallo ZnSe in funzione dell'angolo di rotazione della lamina.

Capitolo 4

Analisi dei risultati sperimentali

Diamo in questo capitolo un'interpretazione dei fenomeni osservati, sviluppando nella prima sezione un modello teorico che ci aiuti ad analizzarli ed esponendo nella seconda sezione i risultati ottenuti dall'analisi.

4.1 Modello per l'analisi dati

Svolgiamo per esteso le riflessioni sui fenomeni di emissione osservati allo scopo di raggiungere un'espressione rispetto alla quale confrontare i dati di $V_{RF}(\theta)$ graficati nel capitolo precedente per i cristalli di KTP, LBO e ZnSe.

4.1.1 Spettro in frequenza del segnale

Abbiamo trattato nel primo capitolo la fenomenologia che si può presentare al secondo ordine nel caso di cristalli ottici non lineari investiti da un fascio in approssimazione monocromatica. Riprendiamo qui tale trattazione, utilizzando però un modello scalare semplificato allo scopo di rendere più comoda la spiegazione del problema. Il campo elettrico della radiazione laser è $E' = E'_0 \cos(\omega t)$. Ne risulta una polarizzazione non lineare del cristallo al secondo ordine nella forma:

$$P_{NL} = \epsilon_0 d E_0'^2 + \epsilon_0 d E_0'^2 \cos(2\omega t) = P_{NL}^{or} + P_{NL}^{shg} \quad (4.1)$$

Il fenomeno di generazione di seconda armonica non è interesse della presente tesi. Sofferiamoci sul termine P_{NL}^{or} : esso indica una polarizzazione continua, non oscillante, che è presente tra le facce del cristallo fintantoché il campo laser è diverso da zero. Nel caso in cui il laser emetta con una certa frequenza (nel caso del nostro esperimento ci troviamo ad una radiofrequenza ω_{RF} intorno ai 4.6 GHz) la polarizzazione segue il profilo temporale del campo elettrico e oscilla a tale frequenza con ampiezza P_{NL}^{or} , generando a sua volta un treno continuo di impulsi nella banda delle radiofrequenze. Dato che l'emissione laser avviene in forma di macroimpulsi, ciascuno costituito da un numero finito di impulsi n_p (vedi Cap. (2)), la polarizzazione avrà infine una dipendenza temporale del tipo:

$$P_{NL}^{or}(t) = \epsilon_0 d E_0'^2 \sum_{k=1}^{n_p} [H(t - kT_p) - H(t - kT_p - t_p)] \quad (4.2)$$

dove n_p è il numero di impulsi contenuti in un macroimpulso (nel nostro caso $n_p = 2300$), T_p è il periodo di ripetizione di un impulso (nel nostro caso $T_p = 200$ ps), t_p è la durata di un singolo impulso (nel nostro caso $t_p = 10$ ps), H è la funzione di Heaviside, utilizzata in quanto si assume l'approssimazione di profilo rettangolare per il singolo impulso.

Utilizziamo d'ora in poi, per rendere più leggera la scrittura, la notazione $V_{\text{RF}}(t) \equiv V(t)$ e $P_{\text{NL}}^{\text{or}}(t) \equiv P(t)$.

Consideriamo il cristallo come una configurazione arbitraria di carica oscillante nel tempo e indichiamo con $\rho(\mathbf{r}, t)$ la distribuzione di tale carica nello spazio in funzione del tempo. Vediamo come si esprimono in maniera del tutto generale i potenziali ritardati scalare e vettoriale generati da una carica accelerata [20].

$$V(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int \frac{\rho(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c})}{R} d\tau' \quad (4.3)$$

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - \frac{R}{c})}{R} d\tau' \quad (4.4)$$

dove ϵ_0 e μ_0 sono rispettivamente la permittività elettrica e la permeabilità magnetica del vuoto, R è la distanza tra la carica al tempo $t=0$ e il punto in cui viene rivelato il campo, \mathbf{r}' la distanza percorsa dalla carica nel generico tempo t , \mathbf{r} la distanza tra la carica al generico tempo t e il punto in cui viene rivelato il campo, $\tau' = t - R/c$ è il tempo ritardato relativo all'emissione di una carica accelerata e $\mathbf{J}(\mathbf{r}', t - R/c)$ è la densità di corrente generata nello spazio dalla carica accelerata in funzione del tempo.

Possiamo considerare valide nel nostro caso alcune approssimazioni: \mathbf{r}' ha un valore massimo dato dalle dimensioni del cristallo (nell'ordine dei millimetri), che possono essere considerate molto inferiori alla distanza media \mathbf{r} tra il cristallo e la guida d'onda dove viene rivelato il campo (nell'ordine dei centimetri). In secondo luogo possiamo considerare valida l'approssimazione

$$r' \ll \frac{c}{|\frac{\dot{\mathbf{p}}}{\rho}|} \approx \frac{3 \cdot 10^8}{2\pi \cdot 5 \cdot 10^9} \text{ m} \approx 10^{-2} \text{ m}$$

Con queste assunzioni e trascurando i termini proporzionali ad $1/r^2$ è possibile scrivere la divergenza del potenziale scalare e la derivata temporale del potenziale vettore riportati in Eq. (4.3) e (4.4) come:

$$\nabla V \approx -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \frac{[\hat{\mathbf{r}} \cdot \ddot{\mathbf{p}}]}{r} \hat{\mathbf{r}} \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial t} \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{\ddot{\mathbf{p}}}{r} \quad (4.6)$$

dove $\hat{\mathbf{r}}$ è la direzione di emissione al tempo t e possiamo considerare r circa costante nel tempo. In conclusione per il campo vale l'approssimazione:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi r} [\hat{\mathbf{r}} \times (\hat{\mathbf{r}} \times \ddot{\mathbf{p}})] \quad (4.7)$$

Possiamo dunque affermare che il campo elettrico emesso sia proporzionale a $\ddot{\mathbf{p}}$.

Consideriamo nel nostro caso sempre un modello scalare e notiamo dall'Eq. (4.5) che $\partial V(x, t)/\partial x \propto d^2 p(t)/dt^2$ nel caso di una singola carica in movimento. A meno di fattori costanti di proporzionalità, considerando la polarizzazione del mezzo omogenea, possiamo dire che la relazione che lega il potenziale $V(t)$ alla polarizzazione del cristallo $P(t)$, oscillante nel tempo, che lo ha generato è data da:

$$V(t) = \frac{d^2 P(t)}{dt^2} \quad (4.8)$$

Oggetto delle nostre analisi sono le armoniche contenute nel segnale generato dal cristallo e trasmesso dalla guida. Indichiamo con $\tilde{V}(\omega)$ la trasformata di Fourier del segnale, ovvero il segnale nel dominio delle frequenze, e con \mathcal{F}_ω l'operatore relativo a tale trasformata. Per le proprietà delle trasformate di Fourier essa sarà data da:

$$\tilde{V}(\omega) = \mathcal{F}_\omega[V(t)] = \mathcal{F}_\omega \left[\frac{d^2 P(t)}{dt^2} \right] = \omega^2 \mathcal{F}_\omega[P(t)] = \omega^2 \tilde{P}(\omega) \quad (4.9)$$

Calcolando la trasformata di Fourier della polarizzazione così come scritta in Eq ((4.2)) si ottiene:

$$\tilde{P}(\omega) = \epsilon_0 dE_0'^2 \sum_{k=1}^{n_p} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} [H(t - kT_p) - H(t - kT_p - t_p)] e^{i\omega t} dt \right\}$$

Dato che il periodo di ripetizione dei macroimpulsi $T_M \approx 1$ s, esso può essere considerato $\gg T_p$ e dunque $\gg t_p$. Allora, è possibile sostituire l'integrale tra $-\infty$ e $+\infty$ con un integrale tra 0 e T_M . Risulta infine

$$\tilde{P}(\omega) = \epsilon_0 dE_0'^2 \frac{t_p}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\sin\left(\frac{\omega t_p}{2}\right)}{\frac{\omega t_p}{2}} \right] \left[\frac{\sin\left(\frac{N\omega T_p}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T_p}{2}\right)} \right] \exp\left\{-i\omega \frac{[t_p + (N-1)T_p]}{2}\right\}$$

$\tilde{P}(\omega)$ è una quantità complessa che può essere riscritta come prodotto di modulo per fase:

$$\tilde{P}(\omega) = A(\omega) \cdot e^{i\Phi(\omega)}$$

dove $A(\omega)$ è il modulo e $\Phi(\omega)$ la fase. Di conseguenza per l'Eq (4.9) $\tilde{V}(\omega)$ è una quantità complessa avente la stessa fase di $\tilde{P}(\omega)$ e modulo $\tilde{V}_0(\omega)$, ovvero:

$$\tilde{V}(\omega) = \omega^2 A(\omega) e^{i\Phi(\omega)} = \tilde{V}_0(\omega) e^{i\Phi(\omega)} \quad (4.10)$$

Nelle misure effettuate di fatto non interessa la fase in quanto ha modulo unitario. Quello che viene misurato in riferimento ad ogni armonica del segnale è l'ampiezza, che può essere scritta come $\tilde{V}_0(\omega) = B(\omega) dE_0'^2$ dove vale:

$$B(\omega) = \epsilon_0 \omega^2 \frac{t_p}{\sqrt{2\pi}} \left[\frac{\sin\left(\frac{\omega t_p}{2}\right)}{\frac{\omega t_p}{2}} \right] \left[\frac{\sin\left(\frac{N\omega T_p}{2}\right)}{\sin\left(\frac{\omega T_p}{2}\right)} \right]$$

Analizziamo ora gli elementi che compongono $B(\omega)$. Il termine d'interferenza

$$\left[\sin\left(\frac{N\omega T_p}{2}\right) / \sin\left(\frac{\omega T_p}{2}\right) \right]$$

ha massimi principali in $\omega T_p = 2n\pi$ ($n \in \mathbb{N}$), ovvero per frequenze che siano multiple della frequenza fondamentale, nella banda delle radiofrequenze, a cui è impostata la ripetizione degli impulsi. Infatti, $\omega_{max} = 2n\pi/T_p = n\omega_{RF}$; questo termine dunque è all'origine della presenza di armoniche alle frequenze multiple di ω_{RF} nello spettro in frequenza del segnale.

Il termine modulante

$$\left[\sin\left(\frac{\omega t_p}{2}\right) / \frac{\omega t_p}{2} \right]$$

rappresenta l'involuppo delle diverse armoniche, e dunque l'influenza di un'armonica all'interno del segnale. Notiamo che, essendo t_p molto piccolo (10 ps), possiamo considerare almeno per le prime armoniche il limite $\sin x/x \rightarrow 1$, il che significa che tale termine non contribuisce significativamente a determinare la predominanza di un'armonica sulle altre.

Il termine ω^2 dovrebbe avere forte influenza sul peso delle singole armoniche. Come abbiamo potuto notare dai dati sperimentali esposti nel capitolo precedente, per diversi set di dati, il rapporto tra le ampiezze delle diverse armoniche non rimane costante dato che in realtà è stabilito da molti più fattori di quelli elencati, spesso non controllabili, correlati soprattutto all'accoppiamento tra emissione del cristallo e guida d'onda coassiale.

Finora abbiamo considerato un campo elettrico E_0' in una dimensione. Dobbiamo però tenere in considerazione il fatto che, all'interno del nostro esperimento, il sistema di riferimento costituito dagli assi cristallografici non coincide con quello che possiamo

considerare il sistema di riferimento del laboratorio (solidale con la geometria del cristallo); inoltre la direzione di polarizzazione del fascio laser, e dunque del suo campo elettrico, viene variata all'interno del sistema di riferimento del laboratorio. Riuniremo tutte queste osservazioni nel successivo paragrafo, arrivando ad un'espressione $\tilde{V}_0(\omega, \theta_L)$ che permetterà l'interpolazione dei dati sperimentali.

4.1.2 Fattori geometrici

Abbiamo la necessità di riferire il campo elettrico del laser, la cui direzione di polarizzazione e propagazione sono definite nel sistema di riferimento del laboratorio, al sistema di riferimento degli assi cristallografici. Consideriamo che due sistemi di riferimento S e S' siano ruotati l'uno rispetto all'altro tramite una terna di angoli di Eulero (α, β, γ) .

Chiameremo S il sistema di riferimento solidale al laboratorio, ovvero avente l'asse z lungo la direzione di propagazione del fascio laser, la quale supponiamo coincida con uno spigolo del cristallo. In questo sistema di riferimento il vettore che individua l'ampiezza del campo elettrico laser ruotato dalla lamina è contenuto nel piano xy , e forma un angolo $2\theta_L$ con l'asse delle x , dunque è rappresentato dalla terna

$$\mathbf{E}_0 = \begin{pmatrix} E_0 \cos 2\theta_L \\ E_0 \sin 2\theta_L \\ 0 \end{pmatrix}$$

Chiameremo invece S' il sistema di riferimento solidale con gli assi cristallografici. I cristalli utilizzati sono stati tagliati dal costruttore per dei lavori precedenti che richiedevano un angolo di taglio che massimizzasse il phase matching per la generazione di seconda armonica e dunque il sistema S' non coincide con S ma sarà ruotato rispetto ad esso di una terna di angoli di Eulero (α, β, γ) . Dato che tali angoli non sono noti con precisione, si è deciso di lasciarli come parametri incogniti, da determinare tramite l'interpolazione dei dati sperimentali.

Il tensore suscettività al secondo ordine è per definizione relativo alle componenti vettoriali del campo elettrico considerate in quest'ultimo sistema di riferimento. Siano $R_x(\alpha)$, $R_y(\beta)$, $R_z(\gamma)$ le tre matrici di rotazione:

$$R_x(\alpha) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) \\ 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) \end{pmatrix}, \quad R_y(\beta) = \begin{pmatrix} \cos(\beta) & 0 & \sin(\beta) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin(\beta) & 0 & \cos(\beta) \end{pmatrix},$$

$$R_z(\gamma) = \begin{pmatrix} \cos(\gamma) & \sin(\gamma) & 0 \\ -\sin(\gamma) & \cos(\gamma) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcoliamo l'espressione del vettore \mathbf{E}'_0 in funzione delle componenti di \mathbf{E}_0 attraverso tre matrici di rotazione che agiscono ruotando il sistema attorno ai tre assi cartesiani di tre angoli generici (α, β, γ) :

$$\begin{aligned} \mathbf{E}'_0 &= \begin{pmatrix} E'_{0x} \\ E'_{0y} \\ E'_{0z} \end{pmatrix} \\ &= R_x(\alpha) R_y(\beta) R_z(\gamma) \begin{pmatrix} E_0 \cos 2\theta_L \\ E_0 \sin 2\theta_L \\ 0 \end{pmatrix} \\ &= E_0 \cdot \begin{pmatrix} \sin(2\theta_L) [\cos(\alpha) \sin(\gamma) - \sin(\alpha) \sin(\beta) \cos(\gamma)] + \cos(\beta) \cos(\gamma) \cos(2\theta_L) \\ \sin(2\theta_L) [\sin(\alpha) \sin(\beta) \sin(\gamma) + \cos(\alpha) \cos(\gamma)] - \cos(\beta) \sin(\gamma) \cos(2\theta_L) \\ \sin(\beta) [-\cos(2\theta_L)] - \sin(\alpha) \cos(\beta) \sin(2\theta_L) \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (4.11)$$

mentre il vettore dato dalle componenti diadiche di \mathbf{E}'_0 sarà dato da:

$$\mathbf{E}'_0 = \begin{pmatrix} E'_{0x}{}^2 \\ E'_{0y}{}^2 \\ E'_{0z}{}^2 \\ E'_{0y} E'_{0z} \\ E'_{0x} E'_{0z} \\ E'_{0x} E'_{0y} \end{pmatrix}$$

Se consideriamo che nel corso della raccolta dati gli angoli (α, β, γ) siano fissati, per quanto ignoti, avremo che il campo elettrico nel sistema di riferimento S' dipende solamente dalla variabile θ_L : $\mathbf{E}'_0 = \mathbf{E}'_0(\theta_L)$.

Riprendiamo ora l'espressione di $\tilde{V}_o(\omega)$ come definita nell'equazione (4.10) e riscriviamola utilizzando il sistema degli indici ripetuti:

$$\tilde{V}_{0i}(\omega, \theta_L) = B(\omega) d_{i1} E'_{01}{}^2(\theta_L) \quad i = 1, 2, 3 \quad (4.12)$$

dove d_{i1} è definito in § 2.6. Con questa espressione definiamo l'andamento al variare di θ dell'ampiezza delle diverse armoniche. Una volta fissato il valore di ω uguale alla frequenza di una determinata armonica otterremo l'espressione che indica l'ampiezza della stessa in funzione dell'angolo θ_L , ovvero della direzione di polarizzazione del fascio.

4.1.3 Segnale osservato

L'espressione di $\tilde{V}_{0i}(\omega, \theta_L)$ appena ricavata rappresenta l'ampiezza del segnale prodotto dal campo generato dal cristallo la quale però non coincide con il segnale osservato, in quanto quest'ultimo è ottenuto tramite l'intermediazione del ricevitore, ovvero della guida d'onda coassiale. Il segnale osservato $\tilde{V}_0^{\text{oss}}(\omega, \theta_L)$ differirà dal primo di un fattore di scala, il quale può essere dovuto ad esempio alla percentuale di energia trasferita rispetto a quella dell'onda emessa (efficienza di accoppiamento della guida), al posizionamento relativo tra sorgente (cristallo) e rivelatore (guida). Dato che per ogni set di dati acquisiti nessun parametro relativo alla guida è stato modificato possiamo ipotizzare che tale fattore influisca allo stesso modo su tutti i dati e quindi sia in generale ininfluente sulla forma del segnale. Nell'interpolare i dati ci premureremo di aggiungere un fattore moltiplicativo costante alla forma del segnale.

In generale il segnale di tensione osservato all'oscilloscopio sarà dato da una combinazione lineare dei potenziali $\tilde{V}_{0i}(\omega, \theta_L)$ generati dalle tre componenti del campo elettrico emesso. Mettiamo dunque in relazione i $\tilde{V}_{0i}(\omega, \theta_L)$ con il potenziale osservato tramite tre coseni direttori (g_x, g_y, g_z) tali per cui $g_x^2 + g_y^2 + g_z^2 = 1$:

$$\tilde{V}_0^{\text{oss}}(\omega, \theta_L) = \sum_{i=1}^3 g_i \tilde{V}_{0i}(\omega, \theta_L) = B(\omega) \sum_{i=1}^3 g_i \left[\sum_{l=1}^6 d_{il} E'_{0l}{}^2(\theta_L) \right] \quad (4.13)$$

dove, una volta fissato il valore di ω uguale alla frequenza di una determinata armonica, $\tilde{V}_0^{\text{oss}}(\theta_L)$ verrà a dipendere solo da θ_L . Per coerenza di notazione con il capitolo precedente indicheremo di seguito e nella rappresentazione grafica il segnale osservato all'oscilloscopio con $V_{RF}(\theta_L)$ piuttosto che $\tilde{V}_0^{\text{oss}}(\theta_L)$ (ricordando in ogni caso che non si tratta di un voltaggio ma dell'ampiezza di un'armonica nello spettro). La funzione utilizzata per interpolare i dati è

$$V_{RF}(\theta_L) = M [g_x p_x(\theta_L) + g_y p_y(\theta_L) + g_z p_z(\theta_L)] \quad (4.14)$$

dove individuiamo la corrispondenza tra

$$\begin{aligned} M &\leftrightarrow \text{cost} \cdot B(n\omega_{RF}) \\ p_i(\theta_L) &\leftrightarrow \sum_{l=1}^6 d_{il} [E'_{0l}{}^2(\theta_L)]_l \end{aligned}$$

indicando con $cost$ un fattore moltiplicativo costante per ogni set di dati raccolti, che non dipende dalla frequenza ma è dovuto ad interferenze esterne di qualche tipo, e con $B(n\omega_{RF})$ un fattore costante per i dati relativi ad una stessa armonica.

4.2 Risultati dell'analisi dei dati sperimentali

Per ogni cristallo riportiamo di seguito i grafici contenente i dati e l'interpolazione relativa di ogni armonica presente nel segnale. Riassumiamo inoltre in una tabella i valori assunti dai parametri e un range di variabilità come stima della loro significatività. Per ogni set di dati analizzati i parametri da estrarre sono la terna di coseni direttori (g_x, g_y, g_z) , la terna di angoli (α, β, γ) e il fattore moltiplicativo M .

4.2.1 KTP

Per il cristallo di KTP è stato possibile visualizzare fino a quattro armoniche, la cui ampiezza presenta per tutte una stessa dipendenza formale dall'angolo θ_L .

Confrontiamo di seguito Fig. (4.1) i dati ottenuti per la prima armonica con quelli relativi ad un lavoro precedente [1] a parte un fattore di scala dovuto alla diversa efficienza di trasferimento delle due strumentazioni utilizzate (cavità risonante nel primo caso e guida d'onda coassiale nel secondo) la periodicità dei dati è la stessa. Verifichiamo in questo modo che i due modus operandi danno risultati tra loro coerenti e possiamo procedere all'analisi dei dati secondo il modello descritto al paragrafo precedente.

Richiamiamo la struttura del tensore suscettività al secondo ordine nel caso del cristallo di KTP introdotta in § 2.6, sostituendo i valori in pm/V trovati per i coefficienti d_{il}

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1.73 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.45 & 0 & 0 \\ 1.73 & 3.45 & 13.5 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

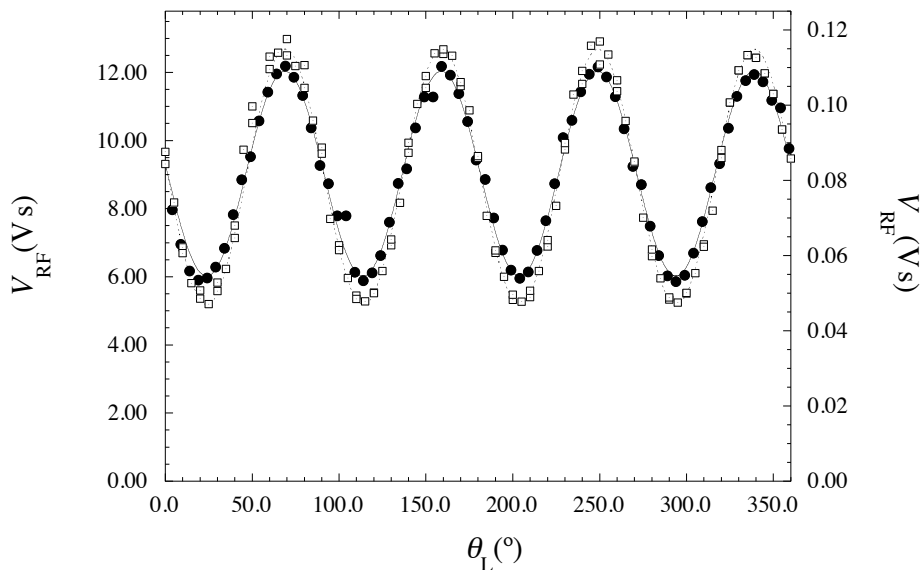
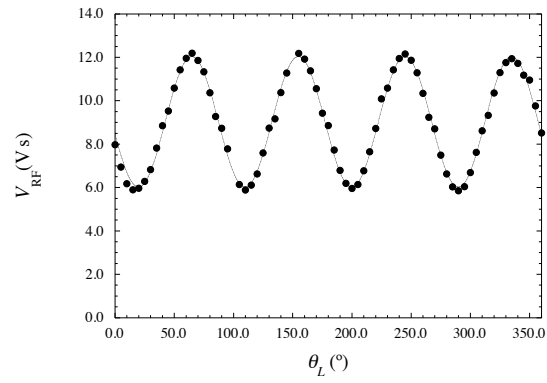


Figura 4.1: Confronto tra la prima armonica del segnale relativo al KTP acquisito nel presente lavoro (cerchio pieno, scala sulla sx) e l'equivalente prima armonica acquisita nel lavoro [1] (quadrati vuoti, scala sulla dx).

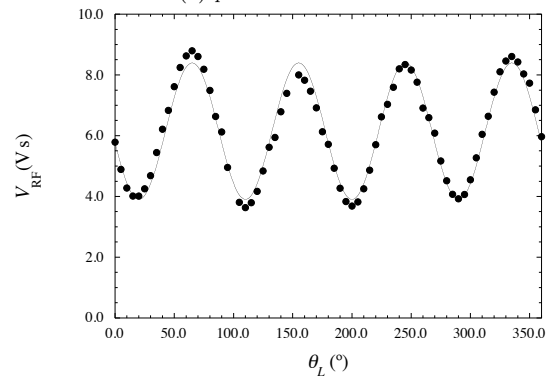
Per un tensore d così strutturato l'espressione analitica della curva che interpola i dati relativi alle armoniche del KTP risulta:

$$V_{RF}(\theta_L) = M [1.73g_x E'_{0x} E'_{0z} + 3.45g_y E'_{0y} E'_{0z} + g_z (1.73E'^2_{0x} + 3.45E'^2_{0y} + 13.5E'^2_{0z})] \quad (4.15)$$

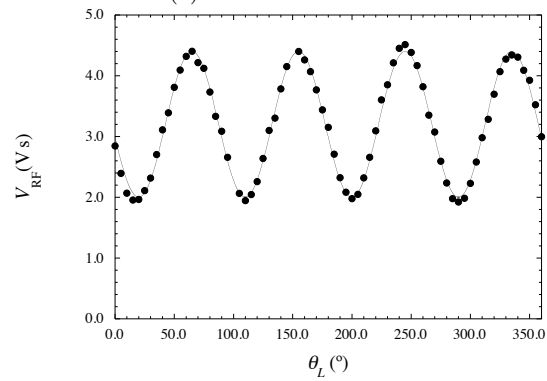
con riferimento alle componenti del vettore \mathbf{E}'_0 nel sistema di riferimento S' . Qui, gli angoli (α, β, γ) sono lasciati come parametri da ricavare in quanto non noti con precisione dalle indicazioni del costruttore. I dati sperimentali con le curve interpolatrici sono mostrati nelle Fig. (4.2).



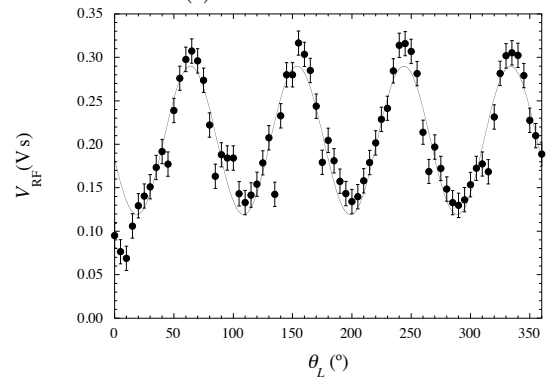
(a) prima armonica



(b) seconda armonica



(c) terza armonica



(d) quarta armonica. Notiamo qui uno sfavorevole rapporto Segnale/Rumore.

Figura 4.2: $V_{RF}(\theta_L)$ per KTP. Per le prime armoniche i punti hanno dimensione maggiore dell'errore.

La periodicità osservata è quadruplica per tutte le armoniche. Essa è ben descritta dall'analisi teorica sviluppata in quanto la polarizzazione è proporzionale al quadrato del campo incidente il quale ha periodicità duplice, dunque $P(\theta)$ avrà periodicità quadruplica e lo stesso $V_{RF}(\theta)$. Otteniamo da ciò un'ulteriore conferma del fatto che ciò che osserviamo siano fenomeni non lineari del secondo ordine.

Abbiamo evidenziato solamente nel grafico relativo alla quarta armonica gli errori statistici sulle misure in quanto essi non risultano apprezzabili per le altre armoniche. L'errore compiuto sul posizionamento della lamina a mezz'onda, ovvero sull'angolo di rotazione del fascio si può stimare come metà della più piccola divisione segnata sullo strumento, ovvero vale $\sigma_\theta \approx 2^\circ$; tale errore propagato sulla qualità delle emissioni risulta essere trascurabile rispetto a quello statistico. Riportiamo quindi i valori dei parametri ricavati dalle interpolazioni

	I armonica		II armonica		III armonica		IV armonica	
	valore	range	valore	range	valore	range	valore	range
$\alpha(^{\circ})$	22	4	19	2	23	8	172	1
$\beta(^{\circ})$	53	2	52	3	50	5	-5.1	0.2
$\gamma(^{\circ})$	30	2	28	2	34	4	249	10
$M(Vs)$	16	2	10.5	0.5	6	1	-0.41	0.02
g_x	0.07	0.15	0.09	0.18	0	0.1836	-0.4	0.1
g_y	0.968	0.009	0.96	0.02	0.96	0.02	0.6	0.8
g_z	0.20	0.02	0.21	0.01	0.22	0.05	-0.3	0.4

Per ogni armonica abbiamo riportato nella prima colonna i valori dei sette parametri che rendono ottimale il fit non lineare dei dati attraverso l'equazione (??); nella seconda colonna indichiamo il range di variabilità all'interno del quale è possibile variare i valori iniziali dei parametri affinché il fit prodotto non si discosti significativamente da quello ottimale. Osserviamo che i fit eseguiti sui dati sperimentali contengono molti parametri liberi e pochi gradi di libertà; tutto ciò comporta che possano esserci più minimi locali attorno ai quali si concentrano i valori dei diversi parametri, motivo per cui è possibile che risultino delle discrepanze tra i parametri ottenuti dai fit di armoniche differenti.

Considerando meno significativo l'apporto di informazioni ottenuto dalla quarta armonica rispetto alle altre possiamo concludere nel caso del KTP che il sistema cristallino rispetto a quello del laboratorio sia ruotato di $\approx 20^\circ$ attorno all'asse x , di $\approx 50^\circ$ attorno all'asse y e di $\approx 30^\circ$ attorno all'asse z .

4.2.2 LBO

Per il cristallo di LBO è stato possibile visualizzare fino a quattro armoniche, la cui ampiezza presenta per tutte una stessa dipendenza formale dall'angolo θ_L .

Ricordiamo la struttura del tensore suscettività al secondo ordine nel caso del cristallo di LBO introdotta in § 2.6, sostituendo i valori in pm/V trovati per i coefficienti d_{il} :

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -0.897 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.958 & 0 & 0 \\ -0.954 & 0.992 & 0.057 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Per un tensore d così strutturato l'espressione analitica della curva che interpola i dati relativi alle armoniche dell'LBO risulta:

$$V_{RF}(\theta_L) = M \left[-2.3g_x E'_{0x} E'_{0z} + 2.52g_y E'_{0y} E'_{0z} + g_z (-2.51E'_{0x}{}^2 + 2.61E'_{0y}{}^2 + 0.15E'_{0z}{}^2) \right] \quad (4.16)$$

Si noti come per questo cristallo i coefficienti d_{il} varino con i ed l e non possano essere raccolti a fattore comune in M . Sia per LBO che per KTP i singoli valori dunque contribuiscono a determinare la forma del segnale. I dati sperimentali delle quattro armoniche con relative curve interpolatrici sono mostrati in Fig. (4.3).

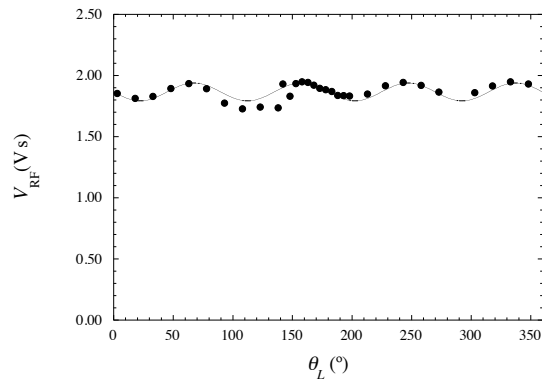
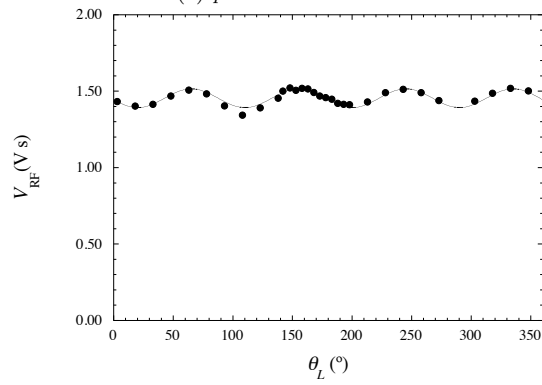
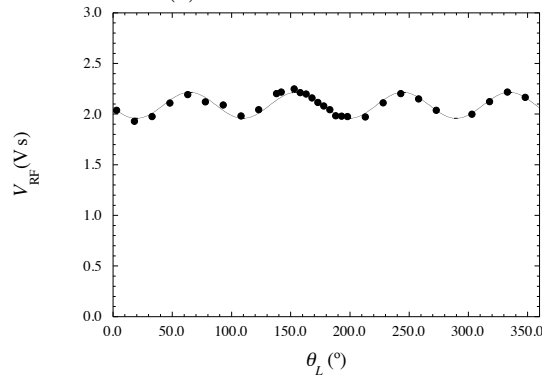
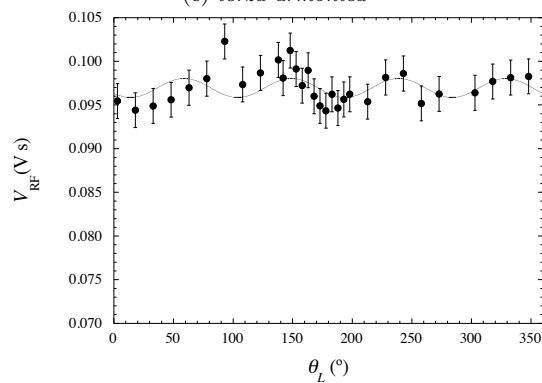
(a) *prima armonica*(b) *seconda armonica*(c) *terza armonica*(d) *quarta armonica. Notiamo rispetto alle altre armoniche uno sfavorevole rapporto Segnale/Rumore.*

Figura 4.3: $V_{RF}(\theta_L)$ per LBO. Per le prime armoniche i punti hanno dimensione maggiore dell'errore.

La periodicità osservata è quadruplica per tutte e quattro le armoniche, con predominanza della terza armonica rispetto alla prima, a differenza di quanto si osserva per il KTP. Possiamo notare come le emissioni ottenute da questo cristallo risultino decisamente più deboli e più debolmente modulate rispetto a quelle del KTP; i coefficienti del tensore d per l'LBO sono tali da rendere meno influente la direzione di polarizzazione del fascio in relazione alle emissioni. Evidenziamo gli errori statistici sulle misure solamente nel grafico relativo alla quarta armonica, dove essi risultano essere effettivamente influenti. Riportiamo quindi i valori dei parametri ricavati dall'interpolazione

	I armonica		II armonica		III armonica		IV armonica	
	valore	range	valore	range	valore	range	valore	range
$\alpha(^{\circ})$	182	5	194	8	129	1	40	16
$\beta(^{\circ})$	117	5	111	4	71	1	61	46
$\gamma(^{\circ})$	9	5	23	10	49	1	70	13
$M(Vs)$	2.3	0.2	2.0	0.2	4.9	0.2	0.4	0.1
g_x	0.07	0.01	0.099	0.108	-0.973	0.003	-0.01	0.44
g_y	0.945	0.009	0.94	0.02	0.13	0.01	-0.4	0.3
g_z	0.32	0.03	0.31	0.06	-0.19	0.01	0.5	0.7

Considerata la minor significatività della quarta armonica possiamo concludere nel caso dell'LBO che il sistema cristallino rispetto a quello del laboratorio sia ruotato di $\approx 180^{\circ}$ attorno all'asse x , di $\approx 100^{\circ}$ attorno all'asse y e di $\approx 30^{\circ}$ attorno all'asse z .

4.2.3 Dati relativi al cristallo ZnSe

Per il cristallo di ZnSe si è riusciti a visualizzare solo le prime tre armoniche. Ricordiamo la struttura del tensore suscettività al secondo ordine nel caso del cristallo di ZnSe introdotta in § 2.6; per tale cristallo gli unici tre coefficienti diversi da zero sono uguali tra loro, dunque è possibile raccoglierne a fattor comune il valore assoluto, e utilizzare per l'interpolazione un tensore di tipo:

$$d = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Per un tensore d così strutturato l'espressione analitica della curva che interpolerà i dati relativi alle armoniche dello ZnSe risulta:

$$V_{RF}(\theta_L) = M [g_x E'_{0y} E'_{0z} + g_y E'_{0x} E'_{0z} + g_z E'_{0x} E'_{0y}] \quad (4.17)$$

con riferimento alle componenti del vettore \mathbf{E}'_0 nel sistema di riferimento S' di cui all'Eq (4.11). Come prima abbiamo lasciato gli angoli (α, β, γ) come parametri da ricavare. I dati sperimentali con relative curve interpolatrici sono mostrati nelle Fig. (4.4)g.

Anche in questo caso per la prima e la seconda armonica è osservabile una periodicità quadruplica; nel caso della terza armonica si individua una dipendenza differente. Riportiamo i valori dei parametri ricavati dalle interpolazioni

	I armonica		II armonica	
	valore	range	valore	range
$\alpha(^{\circ})$	8	1	25	2
$\beta(^{\circ})$	46	3	41.7	0.8
$\gamma(^{\circ})$	50.8	0.4	59	2
$M(Vs)$	13.78	0.07	18.76	0.09
g_x	0.472	0.005	0.60	0.03
g_y	-0.876	0.003	-0.80	0.02
g_z	0.102	0.003	0.11	0.01

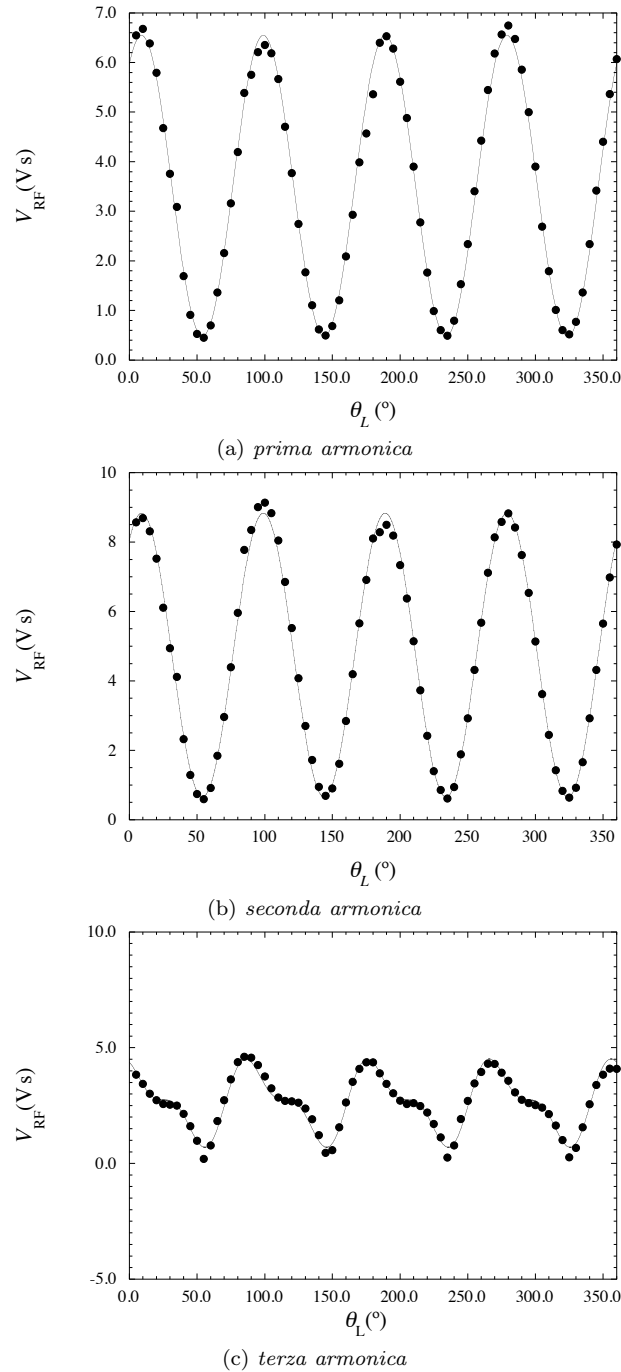


Figura 4.4: $V_{RF}(\theta_L)$ ddi ZnSe. I punti hanno dimensioni maggiori dell'errore.

Per quanto nel caso di prima e seconda armonica il modello ricavato descriva in maniera soddisfacente i risultati sperimentali, non altrettanto si può dire per il comportamento della terza armonica, che presenta una periodicità differente da quella fin qui osservata: sembra individuabile da una rapida analisi una periodicità otto. Si potrebbe ipotizzare che vi sia una componente della polarizzazione proporzionale a \mathbf{E}_0^4 , che starebbe ad indicare l'influenza di un effetto non lineare del quarto ordine. Lasciamo l'indagine di questo fenomeno ad una lavoro successivo.

Capitolo 5

Conclusioni

Il lavoro di tesi qui presentato è inteso a coniugare diversi aspetti del lavoro di un fisico che non possono prescindere gli uni dagli altri, e che hanno messo in luce la complessità insita nella produzione letteraria scientifica più in generale. Quando si intende affrontare con la sperimentazione un certo tipo di problema, oltre a saper trattare l'argomento e fare ipotesi su ciò che si osserva è fondamentale considerare adeguatamente l'aspetto di ricerca bibliografica e aggiornamento riguardo gli ultimi sviluppi in tale campo, in modo tale da creare le condizioni per dare un contributo originale e utile a futuri sviluppi. Nel costruire questo lavoro ho compreso come spesso questo significhi imbattersi in opinioni e addirittura notazioni differenti, che rendono molto complicato trarre informazioni e conclusioni univoche.

L'esperimento proposto vede la compresenza di argomenti di fisica fondamentale (elettromagnetismo, generazione e ricezione di segnali), fisica della materia (ottica non lineare, cristallografia, laser) e metodi per l'analisi dati. Emissioni nella banda delle Radiofrequenze sono state osservate per tre cristalli (KTiOPO_4 , LiB_3O_5 e ZnSe) come effetto dovuto alla loro rapida risposta non lineare alla stimolazione da parte di un campo elettrico laser ad alta potenza. Il laser utilizzato ha lunghezza d'onda nel vicino infrarosso (1064 nm) e la sua emissione si presenta sotto forma di impulsi ad una frequenza di 4.6 GHz.

La Rettificazione Ottica, fenomeno di ottica non lineare che sta alla base di tali emissioni, è stata fin dalle prime osservazioni a metà degli anni '60 [4] utile strumento per la caratterizzazione dei materiali ma è stato negli anni molto meno studiato rispetto altri fenomeni non lineari quali la generazione di seconda armonica o la generazione di frequenze somma. Studi sulle emissioni a impulsi da parte di cristalli sono stati effettuati per lo più nella banda dei THZ [7] e solo negli ultimi anni si è considerata la possibilità di ampliare tali ricerche nell'ambito delle microonde [1, 21].

La ricerca svolta in questo lavoro apporta come novità il confronto tra le caratteristiche di emissione per cristalli differenti e l'analisi della radiazione in relazione alle armoniche successive alla prima. A tale scopo è stata utilizzata come ricevitore a banda larga una guida d'onda coassiale. Per quanto riguarda KTiOPO_4 e LiB_3O_5 si sono riuscite a visualizzare le prime quattro armoniche che compongono il segnale. Abbiamo verificato per tali cristalli che le emissioni al variare dell'intensità e dell'angolo di polarizzazione del fascio laser presentano per tutte le armoniche osservate un comportamento coerente con l'ipotesi che il fenomeno che le ha generate sia non lineare al secondo ordine. Le emissioni presentano caratteristiche differenti per i due cristalli, mostrando bassa intensità e modulazione in funzione dell'angolo leggera nel caso del cristallo LiB_3O_5 , mentre emissioni più intense e modulazione molto più marcata per il KTiOPO_4 . L'accoppiamento con il ricevitore è stato in generale poco controllato, però ha in entrambi i casi evidenziato uno sfavorevole rapporto Segnale/Rumore per quanto riguarda la quarta armonica.

Abbiamo, invece, riscontrato delle differenze sostanziali nelle emissioni del ZnSe . Per tale cristallo sono state osservate solo tre armoniche, la terza delle quali ha mostrato un andamento qualitativamente differente da quello generalmente osservato per gli

altri cristalli, ovvero una diversa periodicità delle emissioni in funzione dell'angolo di polarizzazione del fascio laser.

La quarta armonica del segnale proveniente dal cristallo di ZnSe probabilmente non si è osservata a causa di una stabilità non sufficiente dell'apparato di ricezione che nella configurazione in cui sono stati raccolti i dati ha implicato un accoppiamento distruttivo tra emissione e guida d'onda coassiale. Interessante sarebbe proseguire l'indagine su tale cristallo e comprendere se la differente periodicità dell'emissione in funzione dell'angolo di polarizzazione possa essere indice dell'influenza di fenomeni ottici non lineari di ordine superiore al secondo, e comprendere un po' più in dettaglio come e perché ciò avvenga.

Bibliografia

- [1] A. F. Borghesani, C. Braggio, and G. Carugno, *Generation of microwave radiation by nonlinear interaction of a high-power, high-repetition rate, 1064 nm laser in KTiOPO₄ crystals*, Opt. Lett. **38**, 4465 (2013)
- [2] B. E. A. Sale and M. C. Teich, *Fundamentals of Photonics*, (Wiley, New York, 2013)
- [3] M. Bass, P. A. Franken, J. F. Ward, and G. Weinreich, *Optical Rectification*, Phys. Rev. Lett. **9**, 446 (1962)
- [4] M. Bass, P. A. Franken, and J. F. Ward, *Optical Rectification*, Phys. Rev. **138**, A534 (1964)
- [5] J. A. Armstrong, N. Bloembergen, J. Ducuing, and P. S. Pershan, *Interactions between Light Waves in a Nonlinear Dielectric*, Phys. Rev. **127**, 1918 (1962)
- [6] I. Wilke and S. Sengupta et al., *Terahertz Spectroscopy: Principles and Applications*, (CRC Press, Boca Raton, 2007)
- [7] X.C. Zhang, Y. Jin, and X. F. Ma, *Coherent measurement of THz optical rectification from electrooptic crystals*, Appl. Phys. Lett. **61**, 2764 (1992)
- [8] A. Agnesi, C. Braggio, G. Carugno, F. Della Valle, G. Galeazzi, G. Messineo, F. Pirzìo, G. Reali, and G. Ruoso, *A laser system for the parametric amplification of electromagnetic fields in a microwave cavity*, Rev. Sci. Instr. **82**, 115107 (2011)
- [9] F. G. Smit and J. H. Thomson, *Optics*, (Wiley, New York, March, 1996)
- [10] D. M. Pozar, *Microwave Engineering*, (Wiley, New York, 2005)
- [11] F. C. Zumste, J. D. Bierlein, and T. E. Gier, *K x Rb1x TiOPO₄: A new nonlinear optical material*, J. Appl. Phys **47**, 4980 (1976)
- [12] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*, (Academic Press, New York, 2008)
- [13] A. Yariv and P. Yeh, *Photonics - Optical Electronics in Modern Communications*, (Oxford University Press, Oxford, 2007)
- [14] D. N. Nikogosyan, *Nonlinear Optical Crystals: A Complete Survey*, (Springer, Heidelberg, 2005)
- [15] T. Shen, J. J. Huang, L. Y. Zhang, Y. Q. Yang, and W. Gao, *Collinear phase-matching loci of LBO crystal in three-wave interactions*, Optik **123**, 333 (2012)
- [16] S. Lin, Z. Sun, B. Wuand, and C. Chen, *The nonlinear optical characteristics of a LiB₃O₅ crystal*, J. Appl. Phys. **67**, 634 (1989)
- [17] D. A. Roberts, *Simplified Characterization of Uniaxial and Biaxial Nonlinear Optical Crystals: A Plea for Standardization of Nomenclature and Conventions*, IEEE J. Quant. Elett. **28**, 2057 (1992)

- [18] M. Kuhnelt and H.P. Wagner, *Absolute measurement of the second order susceptibilities of ZnSe, ZnTe and ZnS*, J. of Nonlinear Optical Physics and Materials **7**, 553 (1998)
- [19] H. P. Wagner, M. Kuhnelt, W. Langbein, and J. M. Hvam, *Dispersion of the second-order nonlinear susceptibility in ZnTe, ZnSe, and ZnS*, Phys. Rev. B **98**, 10495 (1998)
- [20] D. J. Griffiths, *Introduction to Electrodynamics*, (Prentice Hall International, Inc., New York, 1999)
- [21] Yan-Qing Lu, Min Xiao, and G. J. Salamo, *Coherent Microwave Generation in a Nonlinear Photonic Crystal*, IEEE J. Quant. Elett. **38**, 481 (2002)