www.dii.unipd.it

Università degli Studi di Padova – Dipartimento di Ingegneria Industriale

Corso di Laurea in Ingegneria Meccanica

Relazione per la prova finale «Analisi cinematica della sospensione posteriore di una mountain bike full suspension»

Tutor universitario: Prof. Giulio Rosati

Co-relatore: Matteo Bottin

Laureando*: Cesaro Giacomo*

Padova, 09/03/2022

INTRODUZIONE: IL MECCANISMO REALE

www.dii.unipd.it

La **sospensione posteriore** di una MTB (mountain bike) full suspension è un meccanismo che permette alla bicicletta di assorbire urti derivanti da ostacoli incontrati lungo il percorso (eg. radici, pietre) e di assecondare al meglio il profilo del terreno, copiando cunette e dossi.

Il meccanismo è basato su un **ammortizzatore** (ad olio o ad aria) che consente il movimento del carro posteriore della MTB.

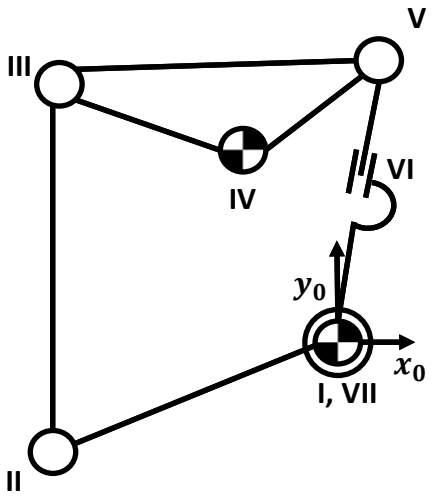
ANALISI PRELIMINARE DEL MECCANISMO

www.dii.unipd.it

Il meccanismo è formato da un **quadrilatero articolato** (1-2-3) sul quale agiscono tutte le sollecitazioni da parte dell'ambiente esterno, che tramite la manovella (membro movente) muove tutto il meccanismo.

Alla coppia rotoidale IV si collega la seconda parte del meccanismo, il **glifo oscillante** (4-5-Telaio), che rappresenta il sistema dell'ammortizzatore.

L'obiettivo dell'analisi è quello di ricavare le posizioni, le velocità ed alcune accelerazioni di punti/membri notevoli.



$m = 6$

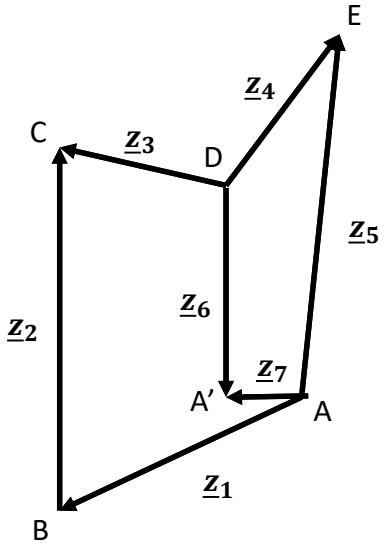
$n = 3(6-1) - (7 \cdot 2) = 1$

$c_1 = 7$

6 membri

5 coppie rotoidali, una di queste è contata due volte (I-II-III-IV-V-VII)

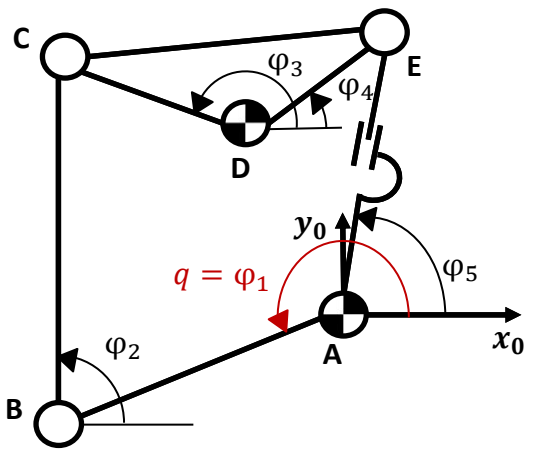
1 coppia prismatica (VI)



ANALISI DI POSIZIONE

www.dii.unipd.it

Tenendo in considerazione il meccanismo in figura, il movente è il membro z_1 (q =φ_1) . Vengono considerate due maglie: ABCDA'A e AEDA'A.



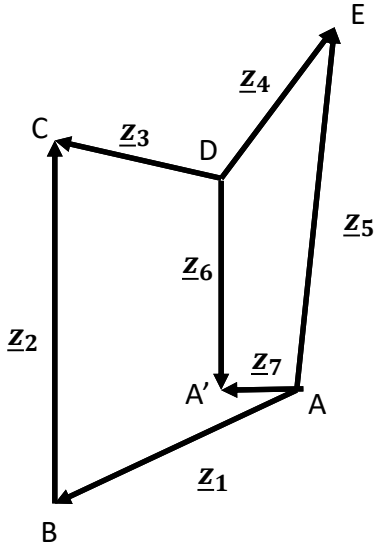
Le equazioni di chiusura in **forma vettoriale** sono:

$$\underline{z}_1 + \underline{z}_2 - \underline{z}_3 + \underline{z}_6 - \underline{z}_7 = \underline{0}$$

$$\underline{z}_5 - \underline{z}_4 + \underline{z}_6 - \underline{z}_7 = \underline{0}$$

I dati sono: $q, a_1, a_2, a_3, a_4, a_6, a_7$

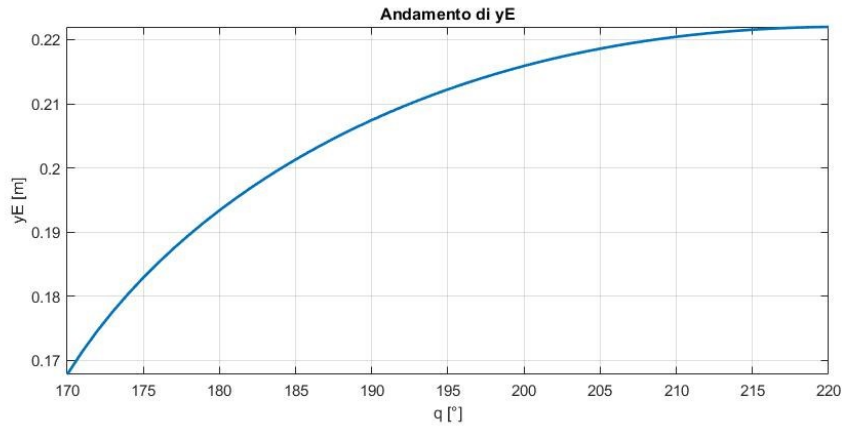
Le incognite: $\varphi_2, \varphi_3, \varphi_4, \varphi_5, a_5$.

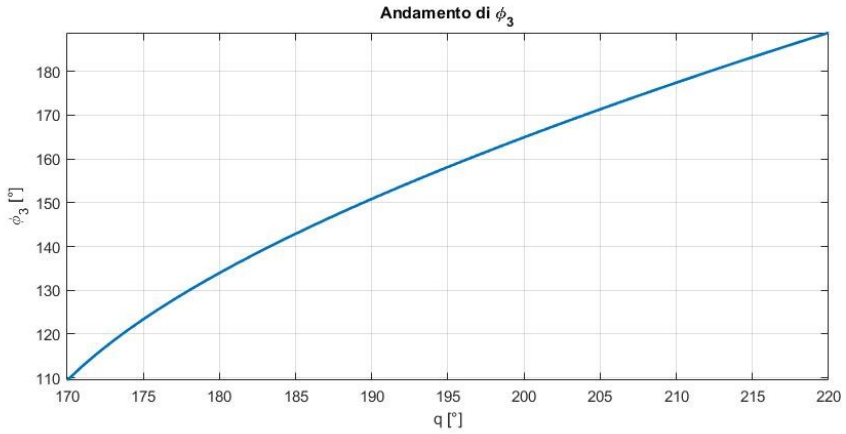


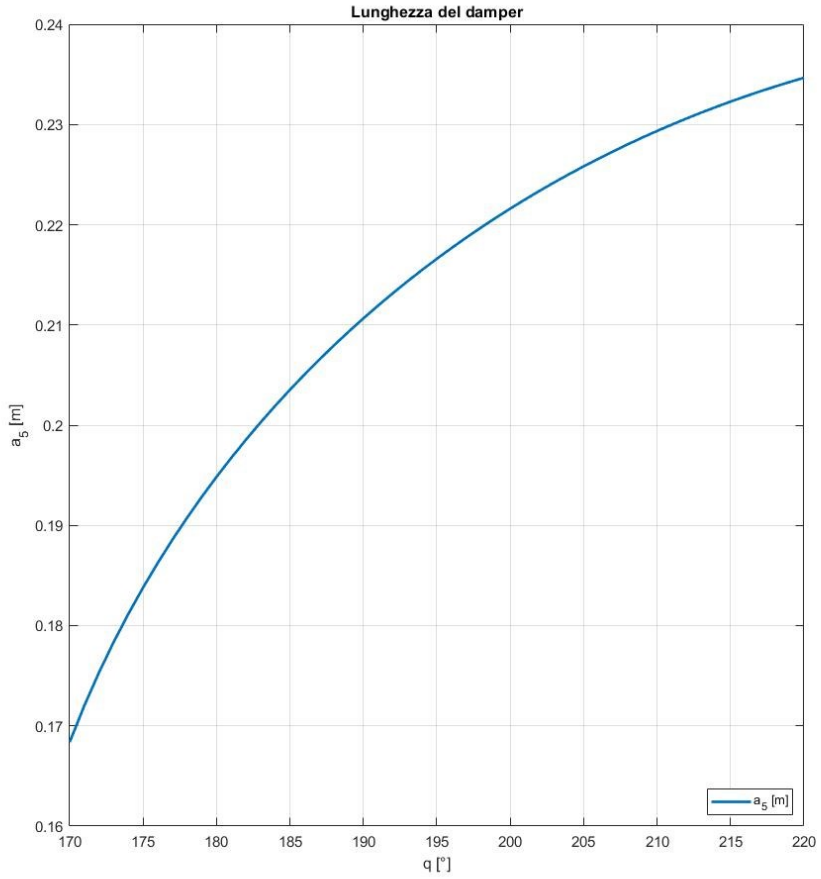
Il meccanismo risulta **debolmente accoppiato**, dunque è possibile risolvere le equazioni in modo separato.

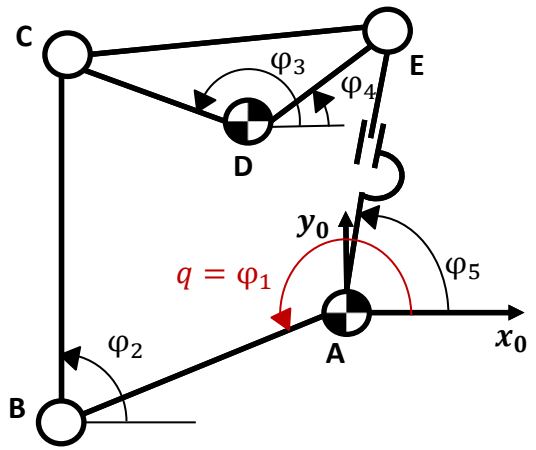
GRAFICI DI POSIZIONE

www.dii.unipd.it

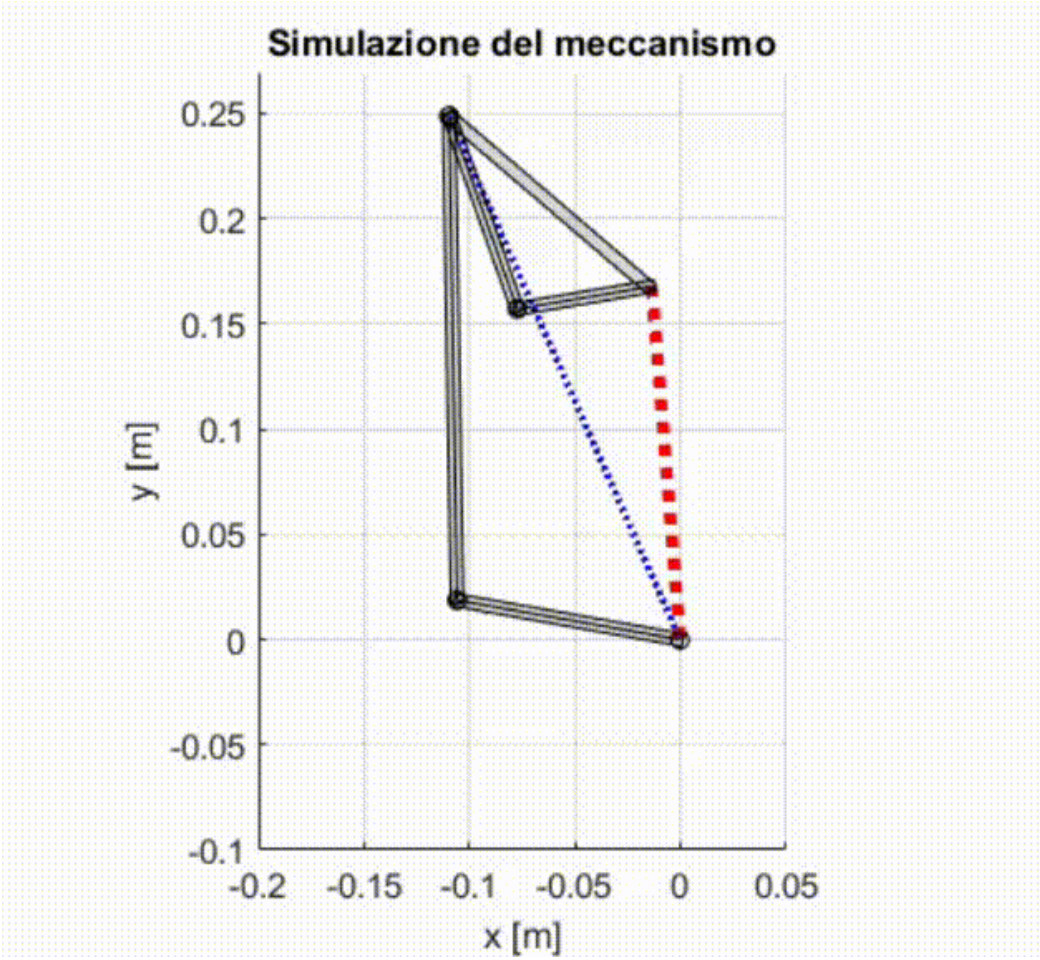


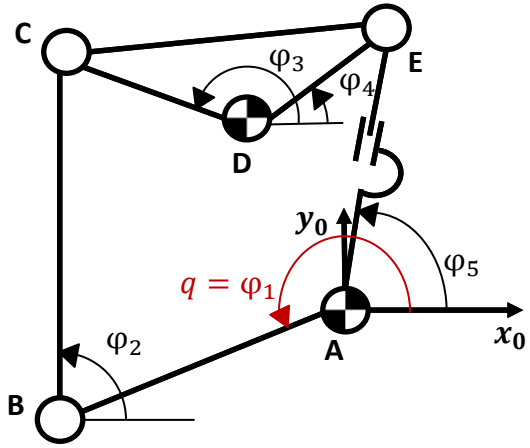






SIMULAZIONE





www.dii.unipd.it

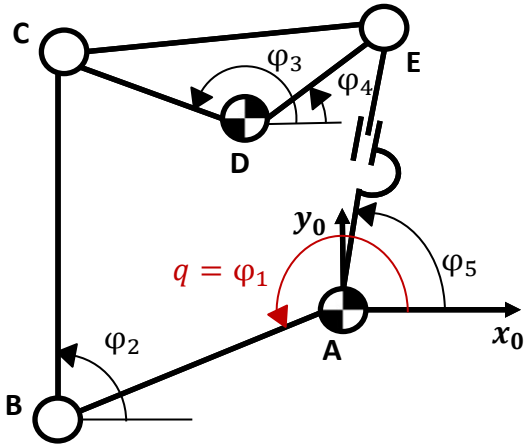
ANALISI DI VELOCITÀ

www.dii.unipd.it

Ora derivando le equazioni di posizione si ottengono le equazioni di velocità delle due maglie.
Sviluppando si ottiene:

Per la **prima maglia**:

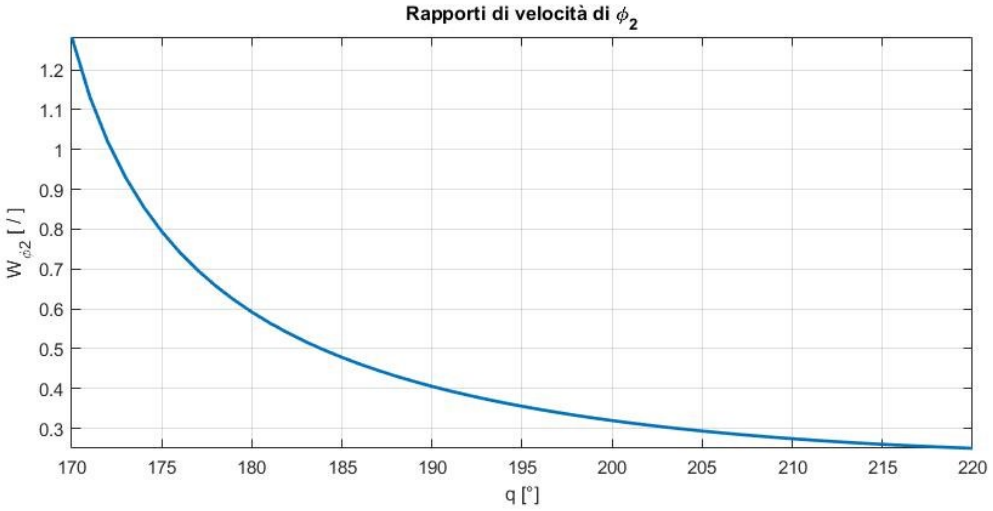
$$\begin{Bmatrix} \dot{\varphi}_2 \\ \dot{\varphi}_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \dfrac{a_1 \sin(\varphi_3 - q)}{a_2 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \\ \dfrac{a_1 \sin(\varphi_2 - q)}{a_3 \sin(\varphi_2 - \varphi_3)} \end{Bmatrix} \dot{q} = \begin{Bmatrix} w_{\varphi_2} \\ w_{\varphi_3} \end{Bmatrix} \dot{q} \qquad \begin{Bmatrix} \dot{x}_C \\ \dot{y}_C \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} -a_3\, w_{\varphi_3} \sin(\varphi_3) \\ a_3\, w_{\varphi_3} \cos(\varphi_3) \end{Bmatrix} \dot{q} = \begin{Bmatrix} w_{x_C} \\ w_{y_C} \end{Bmatrix} \dot{q}$$

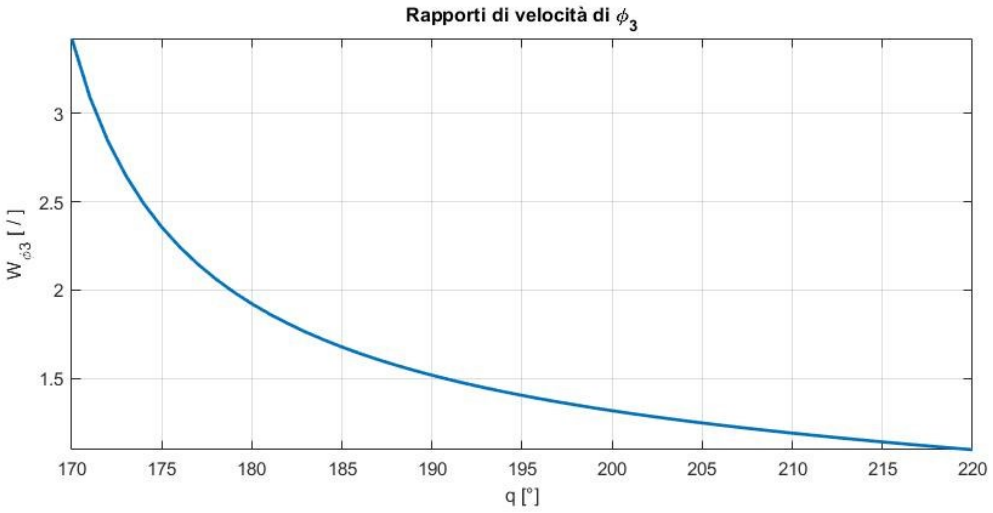


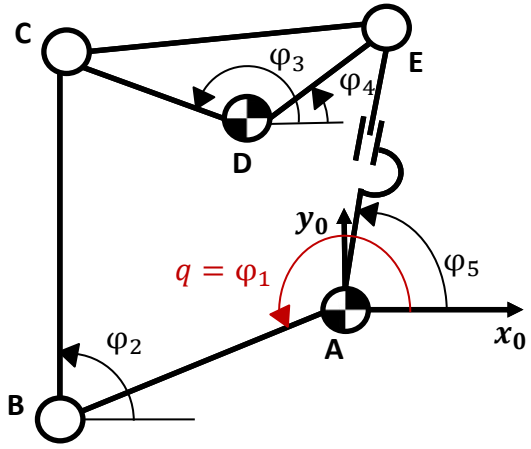
Per la **seconda maglia**:

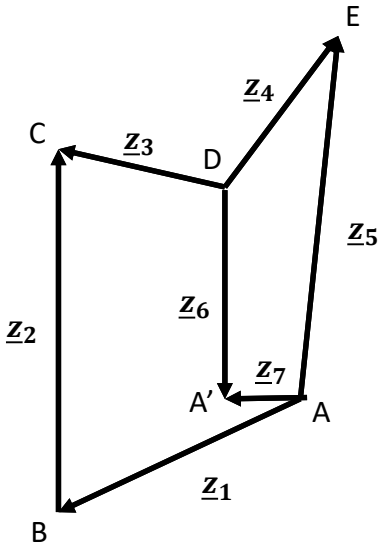
$$\begin{Bmatrix} \dot{a}_5 \\ \dot{\varphi}_5 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} a_4 \sin(\varphi_5 - \varphi_4) \\ \dfrac{a_4 \cos(\varphi_5 - \varphi_4)}{a_5} \end{Bmatrix} \dot{q} = \begin{Bmatrix} w_{a_5} \\ w_{\varphi_5} \end{Bmatrix} \dot{q}$$

GRAFICI DI VELOCITÀ DELLA PRIMA MAGLIA





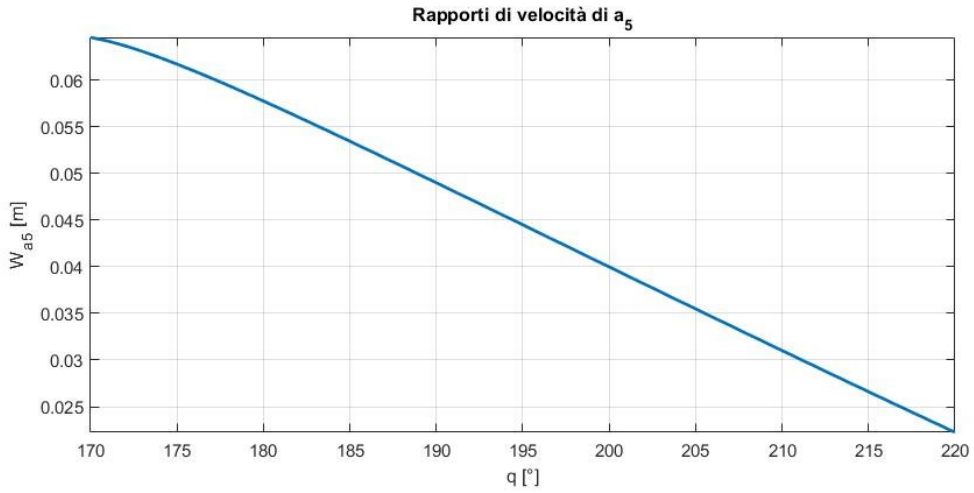


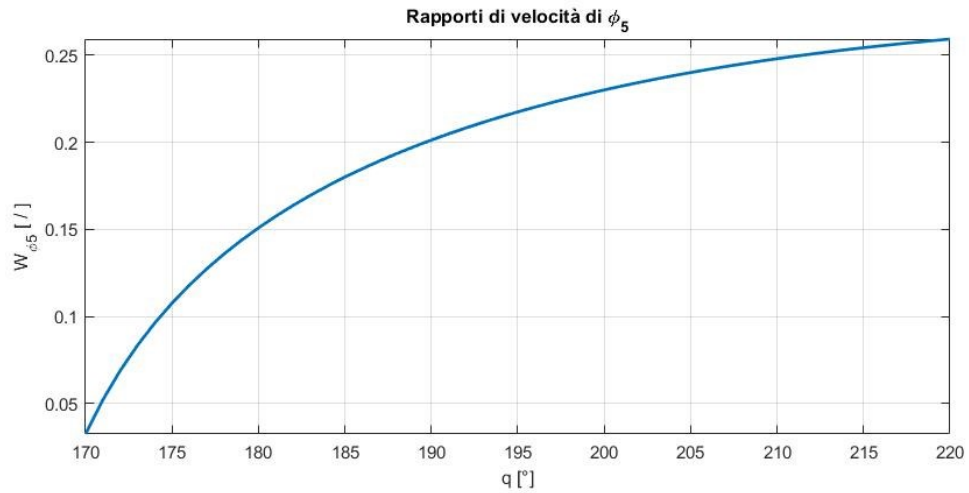


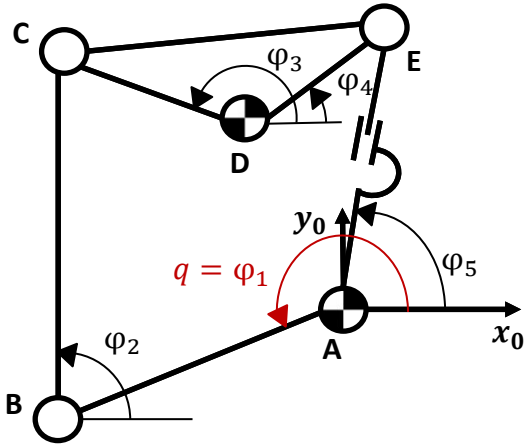
www.dii.unipd.it

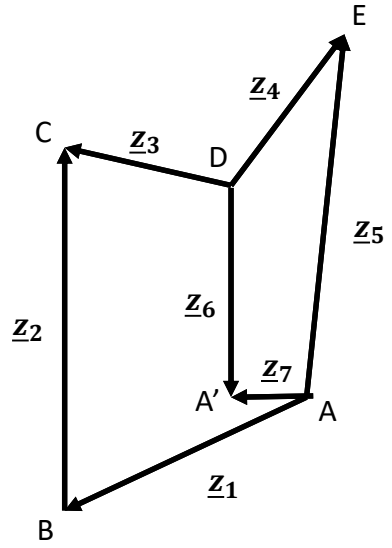
GRAFICI DI VELOCITÀ DELLA SECONDA MAGLIA

www.dii.unipd.it









ANALISI DI ACCELERAZIONE

www.dii.unipd.it

Ora derivando le equazioni di velocità si ottengono le equazioni di accelerazione delle due maglie. Sviluppando si ottiene:

Per la **prima maglia**:

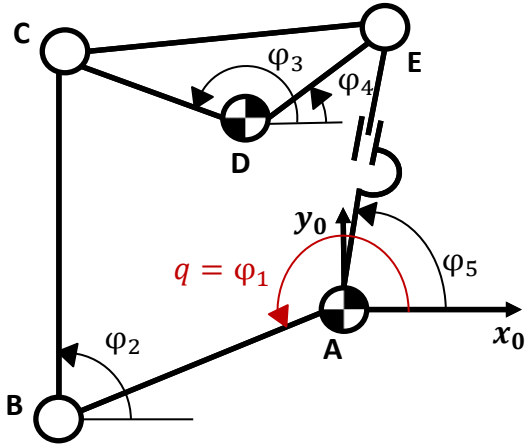
$$\begin{Bmatrix}\ddot{\varphi}_2\\ \ddot{\varphi}_3\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}w_{\varphi_2}\\ w_{\varphi_3}\end{Bmatrix}\ddot{q}+\frac{1}{a_2a_3\sin(\varphi_2-\varphi_3)}\begin{pmatrix}-a_1a_3\cos(q-\varphi_3)-a_2a_3w_{\varphi_2}^2\cos(\varphi_2-\varphi_3)+a_3^2w_{\varphi_3}^2\\ -a_1a_2\cos(q-\varphi_2)-a_2^2w_{\varphi_2}^2+a_2a_3w_{\varphi_3}^2\cos(\varphi_2-\varphi_3)\end{pmatrix}\dot{q}^2=\begin{Bmatrix}w_{\varphi_2}\\ w_{\varphi_3}\end{Bmatrix}\ddot{q}+\begin{Bmatrix}\frac{dw_{\varphi_2}}{dq}\\ \frac{dw_{\varphi_3}}{dq}\end{Bmatrix}\dot{q}^2$$

con matrice Jacobiana, $\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}-a_2\sin\varphi_2 & a_3\sin\varphi_3\\ a_2\cos\varphi_2 & -a_3\cos\varphi_3\end{bmatrix}$

Per la **seconda maglia**:

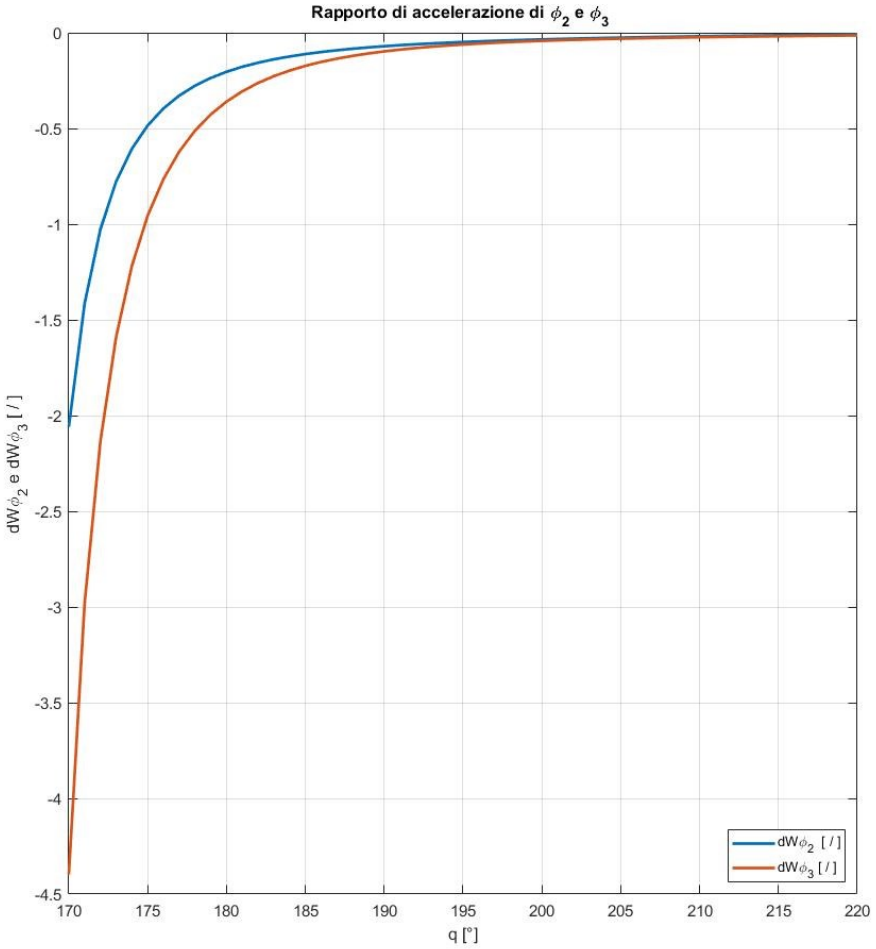
$$\begin{Bmatrix}\ddot{\varphi}_{a_5}\\ \ddot{\varphi}_{\varphi_5}\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}w_{a_5}\\ w_{\varphi_5}\end{Bmatrix}\ddot{q}+\frac{1}{a_5}\begin{pmatrix}-a_4a_5\cos(\varphi_4-\varphi_5)+a_5^2{w_{\varphi_5}}^2\\ a_4\sin(\varphi_5-\varphi_4)-2w_{a_5}w_{\varphi_5}\end{pmatrix}{w_{\varphi_5}}^2\dot{q}^2=\begin{Bmatrix}w_{a_5}\\ w_{\varphi_5}\end{Bmatrix}\ddot{q}+\begin{Bmatrix}\frac{dw_{a_5}}{dq}\\ \frac{dw_{\varphi_5}}{dq}\end{Bmatrix}{w_{\varphi_5}}^2\dot{q}^2$$

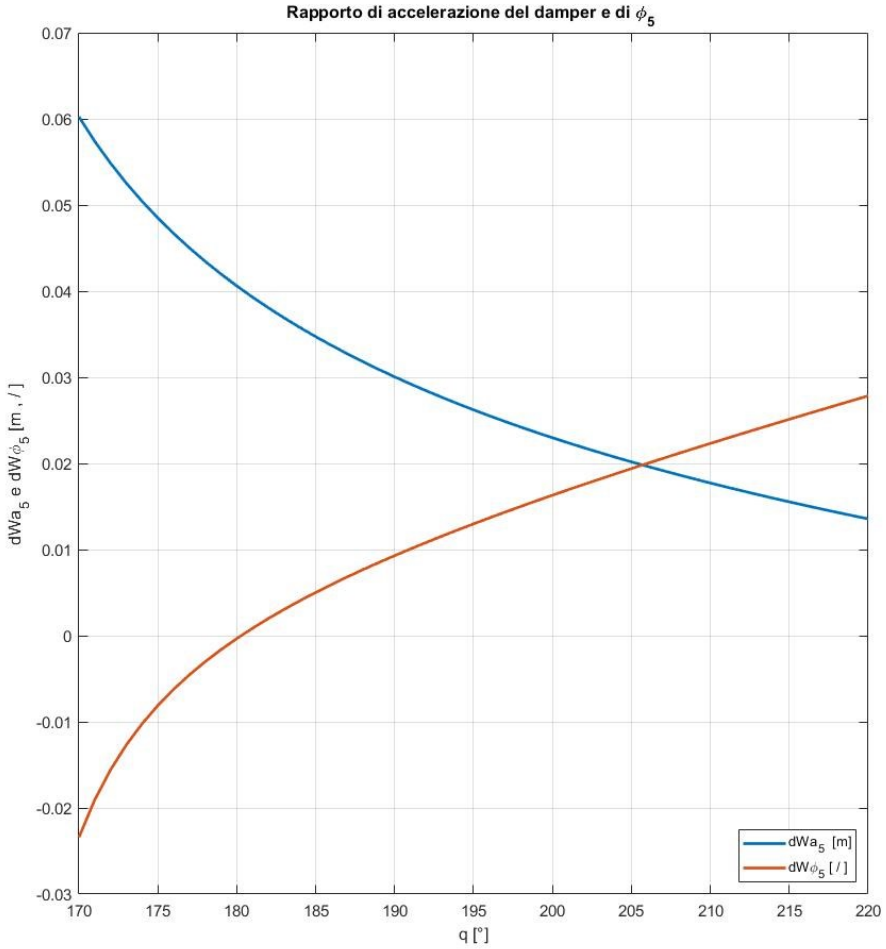
con matrice Jacobiana, $\boldsymbol{J}=\begin{bmatrix}\cos\varphi_5 & -a_5\sin\varphi_5\\ \sin\varphi_5 & a_5\cos\varphi_5\end{bmatrix}$

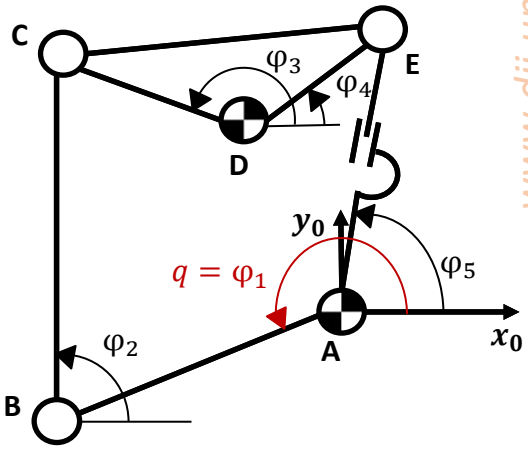


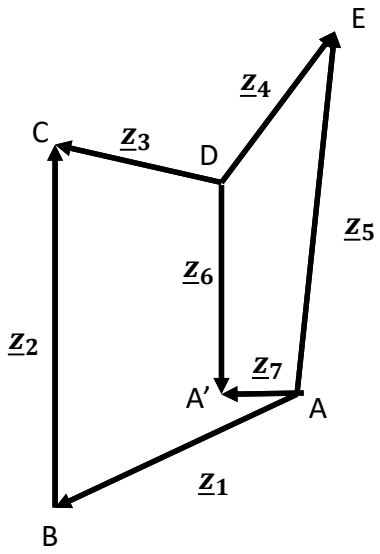
Ricordando che $\boldsymbol{J}$ compare in: $\boldsymbol{J}\,\underline{\ddot{x}}+\boldsymbol{A}\ddot{q}+\left(\frac{d\boldsymbol{A}}{dq}+\frac{d\boldsymbol{J}}{dq}\boldsymbol{W}x\right)\dot{q}^2=\underline{0}$

GRAFICI DI ACCELERAZIONE









www.dii.unipd.it

CONCLUSIONI

www.dii.unipd.it

Dall'analisi del meccanismo si è dedotto come questa scelta costruttiva sia adatta allo scopo preposto al componente della MTB, dati gli andamenti dei rapporti di velocità e di accelerazione.

Grazie