



# UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Elettrodinamica dell’assione e principi di rilevamento degli  
assioni di materia oscura

Relatore

Dott. Luca Di Luzio

Laureando

Matteo Verzeletti

Anno Accademico 2022/2023



# Riassunto

La tesi consiste nella derivazione dell'elettrodinamica dell'assione e la relativa soluzione delle equazioni di Maxwell modificate in presenza di un campo magnetico esterno. Come applicazione di interesse sperimentale si studierà il principio di funzionamento degli haloscopes per la rilevazione di assioni di materia oscura.



# Indice

<b>Riassunto</b>	<b>iii</b>
<b>Introduzione</b>	<b>vii</b>
<b>1 Elettrodinamica dell'assione</b>	<b>1</b>
1.1 Equazioni del moto dei campi . . . . .	1
1.2 Equazioni Axion-Maxwell . . . . .	2
<b>2 Principi di Rilevamento</b>	<b>5</b>
2.1 Assioni di materia oscura . . . . .	6
<b>3 Haloscopes a cavità</b>	<b>7</b>
3.1 Conversione assione-fotone . . . . .	7
3.2 Elettrodinamica nella cavità . . . . .	8
3.2.1 I modi normali . . . . .	10
<b>4 Haloscopes: apparati sperimentali</b>	<b>13</b>
4.1 Procedura sperimentale . . . . .	13
4.2 Scanning rate . . . . .	13
4.3 L'esperimento ADMX . . . . .	15
4.4 Oltre ADMX . . . . .	17
4.4.1 L'esperimento KLASH . . . . .	17
4.4.2 L'esperimento QUAX . . . . .	18
<b>Conclusioni</b>	<b>21</b>
<b>Bibliografia</b>	<b>23</b>



# Introduzione

La violazione della simmetria CP nelle interazioni forti è una delle questioni aperte della fisica contemporanea. La simmetria CP consiste nell'applicazione consecutiva della coniugazione di carica (C), che manda particelle nelle proprie antiparticelle, e della parità (P), la quale inverte l'orientazione degli assi. La lagrangiana della QCD contiene dei termini che violano la simmetria CP ed è possibile, tramite una trasformazione chirale, riunirli in un unico contributo proporzionale a un angolo  $\theta \in [0, 2\pi[$ . Le misure sperimentali del dipolo elettrico del neutrone, proporzionale a tale angolo, vincolano il suo valore a  $\theta \lesssim 10^{-10}$ . La necessità di regolare finemente un parametro della teoria, con lo scopo di ottenere l'accordo con i dati sperimentali, è il motivo per cui si parla del problema di "strong CP".

Una soluzione a tale questione è stata presentata da Peccei e Quinn nel 1977 [1]. In essa,  $\theta$  è promosso a campo dinamico e quindi non si ha più la necessità di individuare il valore di un parametro, bensì di studiare la dinamica di  $\theta$ . Da questa teoria che estende il Modello Standard consegue la presenza di una nuova particella: un bosone pseudoscalare neutro molto leggero e debolmente accoppiato con gli altri componenti del modello standard, l'assione.

Tali caratteristiche lo rendono un ottimo candidato come costituente primario della materia oscura, risolvendo contemporaneamente due importanti interrogativi teorici.

Il suo accoppiamento con il fotone, che avviene tramite mediazione da parte di un loop fermionico, è uno dei canali preferibili per l'indagine sperimentale.

Nella presente tesi si ricaveranno in primo luogo le modifiche apportate all'elettromagnetismo dalla presenza dell'assione, per poi descrivere come tali risultati teorici vengano sfruttati nell'attuale pratica sperimentale, con particolare attenzione posta sugli *haloscopes*.





# Capitolo 1

## Elettrodinamica dell'assione

Tra i canali di interazione tra assione e particelle del Modello Standard previsti dalla teoria, è di particolare importanza quello con due fotoni. Esso permette infatti di ricavare l'elettrodinamica dell'assione e aprire la strada all'indagine sperimentale sulla natura di questa particella, data la capacità tecnologica odierna di manipolare campi elettrici e magnetici.

L'accoppiamento tra il campo dell'assione e due fotoni è espresso nel formalismo delle teorie di campo tramite la definizione di un'opportuna densità di lagrangiana  $\mathcal{L}$  (nel seguito semplicemente lagrangiana) ottenuta aggiungendo ai termini del campo elettromagnetico quelli del campo assionico e uno relativo alla loro interazione, proporzionale alla costante di accoppiamento  $g_{a\gamma}$

$$\mathcal{L}(A, a) = -\frac{1}{4}F^{\mu\nu}F_{\mu\nu} - J^\nu A_\nu + \frac{1}{2}\partial_\mu a \partial^\mu a - \frac{1}{2}m_a^2 a^2 - \frac{g_{a\gamma}}{4}F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu}a \quad (1.1)$$

ove  $A^\mu = (A^0, \mathbf{A})$  è il quadripotenziale usuale, il tensore elettromagnetico è definito da  $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$  e il suo duale è  $\tilde{F}^{\mu\nu} = \frac{1}{2}\epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}F_{\alpha\beta}$ . Tale forma del tensore elettromagnetico è imposta in quanto soluzione canonica, modulo trasformazioni di gauge, dell'identità di Bianchi. In particolare

$$\begin{aligned} \partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} &= 0 \\ \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\partial_\mu F_{\alpha\beta} &= \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}\partial_\mu(\partial_\alpha A_\beta - \partial_\beta A_\alpha) = 0 \end{aligned} \quad (1.2)$$

per contrazioni di coppie di indici simmetrici e antisimmetrici.

La convenzione adottata sui valori del tensore totalmente antisimmetrico a 4 indici, relativamente a quello in 3 dimensioni, è quella usuale:

$$\epsilon_{0123} = \epsilon_{123} = 1 \quad (1.3)$$

### 1.1 Equazioni del moto dei campi

Di seguito ci si occupa di dedurre le equazioni del moto a partire dalla lagrangiana imponendo le equazioni di Eulero-Lagrange: per una generica  $\mathcal{L}(\phi, \partial\phi)$  funzione dei campi (con notazione collettiva)  $\phi = \{\phi_r\}_{r=1,\dots,N}$  definiti sullo spazio-tempo, vale

$$\partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_r)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi_r} = 0 \quad r = 1, \dots, N \quad (1.4)$$

Nel caso in esame i campi lagrangiani sono il campo (scalare)  $a$  e le quattro componenti del potenziale  $A_\mu$ .

$$\begin{aligned} \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu a)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial a} &= \partial_\mu(\partial^\mu a) + m_a^2 a + \frac{g_{a\gamma}}{4}F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} \\ &= (\square + m_a^2)a + \frac{g_{a\gamma}}{4}F^{\mu\nu}\tilde{F}_{\mu\nu} = 0 \end{aligned} \quad (1.5)$$

$$\begin{aligned}
 \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial A_\beta} &= \partial_\alpha \frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} \left[ -\frac{1}{4} F^{\mu\nu} F_{\mu\nu} - \frac{g_{a\gamma}}{4} F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} a \right] + J^\beta \\
 &= \partial_\alpha \frac{\partial}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} \left[ -\frac{1}{4} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) (\partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu) + \right. \\
 &\quad \left. - \frac{g_{a\gamma}}{8} (\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (\partial^\rho A^\sigma - \partial^\sigma A^\rho) a \right] + J^\beta \\
 &= J^\beta + \partial_\alpha \left[ -\frac{1}{4} (\delta^{\alpha\mu} \delta^{\beta\nu} - \delta^{\alpha\nu} \delta^{\beta\mu}) 2F_{\mu\nu} + \right. \\
 &\quad \left. - \frac{g_{a\gamma}}{8} ((\delta^{\alpha\mu} \delta^{\beta\nu} - \delta^{\alpha\nu} \delta^{\beta\mu}) \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma} + F^{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} (\delta^{\alpha\rho} \delta^{\beta\sigma} - \delta^{\alpha\sigma} \delta^{\beta\rho})) \right] \\
 &= J^\beta - \partial_\alpha [F^{\alpha\beta} + g_{a\gamma} \tilde{F}^{\alpha\beta} a] = 0
 \end{aligned} \tag{1.6}$$

ove si sono usate  $\frac{\partial(\partial^\mu A^\nu)}{\partial(\partial_\alpha A_\beta)} = \delta^{\alpha\mu} \delta^{\nu\beta}$ , l'antisimmetria di  $F$  e, nell'ultimo passaggio, l'identità di Bianchi. Si riportano allora assieme le equazioni che governano l'elettromagnetismo modificato

$$(\square + m_a^2) a = -\frac{g_{a\gamma}}{4} F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} \tag{1.7a}$$

$$\partial_\mu F^{\mu\nu} = J^\nu - g_{a\gamma} \tilde{F}^{\mu\nu} \partial_\mu a \tag{1.7b}$$

$$\partial_\mu \tilde{F}^{\mu\nu} = 0 \tag{1.7c}$$

## 1.2 Equazioni Axion-Maxwell

Come noto, l'informazione relativa ai vettori  $\mathbf{E}$  e  $\mathbf{B}$ , rispettivamente campo elettrico e magnetico, è contenuta nel tensore  $F$  secondo le seguenti relazioni

$$E^i = F^{i0} \qquad B^i = -\frac{1}{2} \epsilon_{ijk} F^{jk} \iff F^{ij} = -\epsilon_{ijk} B^k \tag{1.8a}$$

$$B^i = \tilde{F}^{i0} \qquad E^i = \frac{1}{2} \epsilon_{ijk} \tilde{F}^{jk} \iff \tilde{F}^{ij} = \epsilon_{ijk} B^k \tag{1.8b}$$

Ci si occupa ora di scrivere le equazioni del moto (1.7a) e (1.7b) in funzione di tali campi.

In primo luogo è utile esplicitare il termine di contrazione tra il tensore elettromagnetico e il suo duale

$$\begin{aligned}
 F^{\mu\nu} \tilde{F}_{\mu\nu} &= \frac{1}{2} F^{\mu\nu} \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma} F^{\rho\sigma} = \\
 &= \frac{1}{2} [F^{0i} \epsilon_{0ijk} F^{jk} + F^{i0} \epsilon_{i0jk} F^{jk} + F^{ij} \epsilon_{ij0k} F^{0k} + F^{ij} \epsilon_{ijk0} F^{k0}] = \\
 &= \frac{1}{2} [-E^i (2B^i) + E^i (-2B^i) + 2B^k (-E^k) + (-2B^k) E^k] = \\
 &= -4\mathbf{E} \cdot \mathbf{B}
 \end{aligned} \tag{1.9}$$

Da cui si riscrive la (1.7a) come

$$(\square + m_a^2) a = g_{a\gamma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \tag{1.10}$$

Si vogliono ora esplicitare le quattro leggi contenute in (1.7b): partendo dal caso  $\nu = 0$

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu F^{\mu 0} &= \rho - g_{a\gamma} \tilde{F}^{\mu 0} \partial_\mu a \\
 \nabla \cdot \mathbf{E} &= \rho - g_{a\gamma} \mathbf{B} \cdot \nabla a
 \end{aligned} \tag{1.11}$$

Ora per  $\nu = i$  (si adotta la convenzione usuale su indici greci e latini)

$$\begin{aligned}
 \partial_\mu F^{\mu i} &= J^i - g_{a\gamma} \tilde{F}^{\mu i} \partial_\mu a \\
 -\partial_t E^i + \partial_j F^{ji} &= J^i + g_{a\gamma} (B^i \partial_t a - \tilde{F}^{ji} \partial_j a) \\
 -\partial_t E^i - \partial_j \epsilon_{jik} B^k &= J^i + g_{a\gamma} (B^i \partial_t a - \epsilon_{jik} E^k \partial_j a) \\
 \nabla \times \mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}} &= \mathbf{J} + g_{a\gamma} \mathbf{B} \dot{a} - g_{a\gamma} \mathbf{E} \times \nabla a
 \end{aligned} \tag{1.12}$$

Aggiungendo ai tre risultati ottenuti le usuali leggi di Gauss per il magnetismo e di Faraday, discendenti dall'identità di Bianchi, si ottengono le equazioni di Maxwell modificate dalla presenza del campo dell'assione, a cui ci si riferisce col nome di equazioni axion-Maxwell

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \rho - g_{a\gamma} \mathbf{B} \cdot \nabla \mathbf{a} \quad (1.13a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (1.13b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (1.13c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}} = \mathbf{J} + g_{a\gamma} \mathbf{B} \dot{a} - g_{a\gamma} \mathbf{E} \times \nabla a \quad (1.13d)$$

$$\ddot{a} - \nabla^2 a + m_a^2 a = g_{a\gamma} \mathbf{E} \cdot \mathbf{B} \quad (1.13e)$$



## Capitolo 2

# Principi di rilevamento, assioni di materia oscura

Esistono ad oggi molteplici paradigmi sperimentali teorizzati per la rilevazione degli assioni. In alcuni casi essi sono prodotti in laboratorio, mentre in altri la sorgente è naturale ed è dunque necessario che le previsioni dipendano da modelli ad hoc.

In ognuno di questi contesti si sfruttano meccanismi di accoppiamento descritti da vertici di interazione tra assioni e componenti del Modello Standard. Tra questi, i candidati più manipolabili sperimentalmente sono fotoni, elettroni e, includendo anche stati legati, nucleoni.

In questo elaborato ci si limita ad illustrare le principali categorie di esperimenti che sfruttano l'accoppiamento con l'elettromagnetismo. In particolare, il diagramma del vertice di interazione  $a\gamma\gamma$  è rappresentato in Figura 2.1. In tale configurazione (effetto Primakoff inverso) un assione interagisce con un fotone virtuale di un campo magnetico uniforme, convertendo in un fotone reale tramite un loop fermionico.

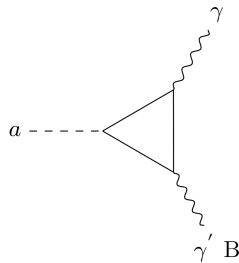


Figura 2.1: Vertice effetto Primakoff inverso. Immagine tratta da [2]

Un esempio di configurazioni a sorgente artificiale sono gli esperimenti di LSW (light shining through wall): in primo luogo si sfrutta il vertice di interazione  $\gamma\gamma \rightarrow a$  per generare un fascio di assioni controllato a partire da due laser (o da un solo laser in un campo magnetico). Esso attraversa successivamente un muro (che assorbe viceversa la luce) per essere infine riconvertito nuovamente in fotoni, ad esempio tramite stimolazione laser [3]. Per uno schema di questo tipo si ha il vantaggio di poter controllare tutti i parametri di produzione, ma necessitando di due vertici di interazione  $a\gamma\gamma$ , la probabilità del processo complessivo viene soppressa da un fattore  $g_{a\gamma}^4$ .

Come anticipato, l'alternativa consiste nel ricercare sorgenti naturali di assioni e in questo ambito sono famose due applicazioni; la prima riguarda la produzione di assioni nelle stelle e in particolare la rilevazione di quelli solari, la seconda indaga gli assioni di materia oscura fredda.

Le estreme condizioni di temperatura e pressione all'interno del Sole permettono la produzione di assioni per effetto Primakoff ( $\gamma + Ze \rightarrow Ze + a$ ) mediata da un fotone virtuale  $\gamma'$  del campo elettrico del plasma. Tale modello restituisce il flusso differenziale (rispetto all'energia) di assioni, che riceve correzioni grazie al contributo di altri meccanismi che riguardano ad esempio le interazioni con elettroni.

Sperimentalmente ci si pone l'obiettivo di osservare tale spettro tramite conversione degli assioni in fotoni (poi rilevati), effettuata facendo attraversare ai primi una regione con un forte campo magnetico uniforme, apparato noto col nome di *helioscope* (si veda [4] per maggiori informazioni).

In questo elaborato ci si concentra invece sulla rilevazione degli assioni di materia oscura, per i quali è fornita una spiegazione più approfondita nel seguente paragrafo.

## 2.1 Assioni di materia oscura dell'alone galattico

I modelli attuali nell'ambito della materia oscura (in breve, DM dall'inglese *Dark Matter*) prevedono che essa sia distribuita attorno alla galassia a formare quello che è noto come alone (in inglese *DM halo*), con densità uniforme su scala antropica e una velocità media non relativistica:  $v_{\text{DM}} = \mathcal{O}(10^{-3})$  [5].

Per esprimere l'energia di tale materia è possibile troncare al secondo ordine la legge di dispersione, ottenendo (si esplicitano per chiarezza le costanti fondamentali poste unitarie)

$$E = \hbar\omega = mc^2 + \frac{1}{2}mv^2 + \mathcal{O}(v^4) \quad (2.1)$$

Allora la dispersione in energia attorno a  $\omega = m$  è  $\Delta\omega \sim \frac{1}{2}mv^2$ , quindi la larghezza relativa è

$$\frac{\Delta\omega}{\omega} \sim v^2 \sim 10^{-6} \quad (2.2)$$

La debolezza dell'intensità delle interazioni dell'assione lo rende un buon candidato come costituente maggioritario della materia oscura appartenente all'alone galattico. In questo contesto si è interessati agli assioni di QCD, ovvero ad assioni con particolari parametri caratteristici previsti dalla teoria di Peccei e Quinn (PQ).

I valori numerici sono stati calcolati in [6] e vengono riportati quelli della massa e della costante di accoppiamento con due fotoni:

$$m_a = 5.70(7) \mu\text{eV} \left( \frac{10^{12} \text{ GeV}}{f_a} \right) \quad (2.3a)$$

$$g_{a\gamma} = -2.04(3) \cdot 10^{-16} \text{ GeV}^{-1} \left( \frac{m_a}{1 \mu\text{eV}} \right) C_{a\gamma} \quad (2.3b)$$

con  $f_a$  la costante di decadimento dell'assione e  $C_{a\gamma}$  un parametro dipendente dal modello utilizzato nel contesto della teoria di PQ.

A tale massa corrisponde una lunghezza d'onda di de Broglie calcolata come segue

$$\lambda_{\text{dB}} = \frac{h}{p_a} = \frac{2\pi}{m_a v_a} = 12.38 \text{ m} \left( \frac{100 \mu\text{eV}}{m_a} \right) \left( \frac{10^{-3}}{v_a} \right) \quad (2.4)$$

Da (2.2) è possibile approssimare sulla scala del laboratorio il campo assionico come omogeneo (vettore d'onda  $\mathbf{k}_a = 0$ ) e in particolare, nel limite di velocità nulla, esso assume la forma

$$a(t) = a_0 e^{-im_a t} \quad (2.5)$$

L'ampiezza di oscillazione  $a_0$  è in relazione con la densità di materia oscura  $\rho_a$  tramite

$$\rho_a = \frac{1}{2} m_a^2 |a_0|^2 = f_{\text{ADM}} 300 \frac{\text{MeV}}{\text{cm}^3} \quad (2.6)$$

con  $f_{\text{ADM}} \in [0, 1]$  la frazione di assioni nella materia oscura [5]. In letteratura a volte si vede anche utilizzare 0.4 o 0.45 GeV/cm<sup>3</sup> come valore della densità della materia oscura locale.

Nel seguito ci si occupa di presentare l'*haloscope*, una delle configurazioni sperimentali più utilizzate per la rilevazione di assioni secondo modelli di materia oscura. In esso si produce l'amplificazione del segnale prodotto tramite la conversione assione-fotone in un campo magnetico uniforme all'interno di una cavità risonante.

## Capitolo 3

# Principi di funzionamento dei Cavity Haloscopes

### 3.1 Conversione assione-fotone in un campo magnetico

Una delle strategie impiegate per cercare di dimostrare l'esistenza dell'assione si basa proprio sulle ipotesi precedentemente illustrate riguardo i modelli di assioni di materia oscura fredda (non relativistica) e sull'utilizzo di forti campi magnetici stazionari. In generale, in presenza di un campo dell'assione dipendente dal tempo  $a$  e in assenza di sorgenti classiche ( $J^\mu = 0$ ), imporre un intenso campo magnetico uniforme  $\mathbf{B}_e$  significa assumere che esso sia indipendentemente soluzione delle equazioni di Maxwell fissata un'opportuna distribuzione di correnti  $\mathbf{J}_e$ . In questo contesto si trattano gli effetti di ordine  $g_{a\gamma}$  come piccole correzioni. Con un lieve abuso di notazione si sostituisce al campo magnetico (totale) nelle equazioni (1.13) la somma  $\mathbf{B}_e + \mathbf{B} \sim \mathbf{B}_e$  dove i campi  $\mathbf{B}$ ,  $\mathbf{E}$  sono le piccole componenti variabili nel tempo indotte dall'accoppiamento tra assione e campo esterno.

Si mostra ora come si sviluppa l'elettrodinamica applicando le approssimazioni descritte:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = -g_{a\gamma} \mathbf{B}_e \cdot \nabla \mathbf{a} \sim 0 \quad (3.1a)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (3.1b)$$

$$\nabla \times \mathbf{E} + \dot{\mathbf{B}} = 0 \quad (3.1c)$$

$$\nabla \times \mathbf{B} - \dot{\mathbf{E}} = g_{a\gamma} (\mathbf{B}_e \dot{a} - \mathbf{E} \times \nabla a) \sim g_{a\gamma} \mathbf{B}_e \dot{a} \quad (3.1d)$$

In (3.1a) e (3.1d) il contributo proporzionale a  $\nabla a$  viene trascurato poiché si approssima  $a$  come funzione della sola variabile temporale per assioni di DM lenti, come spiegato in (2.5).

Applicando l'operatore rotore all'equazione (3.1c) e usando quanto espresso nelle altre relazioni, si individua l'equazione per il campo elettrico generato dalla corrente assionica, disaccoppiandolo dal campo magnetico  $\mathbf{B}$

$$\begin{aligned} \nabla \times (\nabla \times \mathbf{E}) + \nabla \times (\partial_t \mathbf{B}) &= 0 \\ \nabla(\nabla \cdot \mathbf{E}) - \nabla^2 \mathbf{E} + \partial_t(\nabla \times \mathbf{B}) &= 0 \\ -\nabla^2 \mathbf{E} + \partial_t(\partial_t \mathbf{E} + g_{a\gamma} \mathbf{B}_e \dot{a}) &= 0 \\ \square \mathbf{E} + g_{a\gamma} \mathbf{B}_e \ddot{a} &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

Si ottiene così una modifica all'equazione delle onde dovuta a una sorgente assionica.

In seguito, con il fine di ricavarne la soluzione, è utile riesprimerla sulla base di Fourier: il campo elettrico e quello assionico sono in generale esprimibili come sovrapposizione di onde piane elementari del tipo  $e^{-i(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x})}$ , rispettivamente con ampiezze  $\hat{\mathbf{E}}$  e  $\hat{a}$ , funzioni di  $(\omega, \mathbf{k}) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R}^3$ . Per ognuna di esse vale

$$(k^2 - \omega^2) \hat{\mathbf{E}} - g_{a\gamma} \omega^2 \mathbf{B}_e \hat{a} = 0 \quad (3.3)$$

e nelle ipotesi fatte in precedenza sul campo  $a$  ( $\mathbf{k}_a \sim 0 \Rightarrow \omega = m_a, \hat{a} = a_0$ ) si ottiene

$$\hat{\mathbf{E}} = g_{a\gamma} B_e \hat{a} \begin{pmatrix} \mathbf{B}_e \\ -B_e \end{pmatrix} \quad \forall \omega \quad (3.4)$$

In particolare, quale che sia la massa dell'assione  $m_a = \omega$ , il campo elettrico è la parte reale di

$$\mathbf{E}_a(t) = -g_{a\gamma} \mathbf{B}_e a_0 e^{-im_a t} \quad (3.5)$$

e l'ampiezza  $E_a$  generata dalla sorgente assionica risulta

$$E_a = g_{a\gamma} B_e a_0 = 1.3 \times 10^{-12} \frac{\text{V}}{\text{m}} \left( \frac{B_e}{10 \text{ T}} |C_{a\gamma}| f_{\text{ADM}}^{1/2} \right) \quad (3.6)$$

utilizzando  $g_{a\gamma}$  come in (2.3b) e  $a_0 = \sqrt{2\rho_a}/m_a$ . Il valore della densità è stato convertito in unità naturali:  $\rho_a = 300 \text{ MeV}/\text{cm}^3 \simeq 2.295 \cdot 10^{-6} \text{ eV}^4$  e dunque  $a_0 \simeq 2.14 \text{ keV}$ .

Si nota che la dipendenza inversa da  $m_a$  di  $g_{a\gamma}$  e  $a_0$  fa sì che il risultato sia indipendente dalla massa dell'assione.

Tale valore non è misurabile nei limiti di risoluzione sperimentali, quindi risulta necessario un meccanismo di amplificazione del segnale.

Uno dei primi apparati teorizzati che ha visto un florido sviluppo sperimentale è il *cavity haloscope*, proposto da Sikivie nel 1983 [7]. Si tratta di una cavità con pareti conduttrici (la geometria più diffusa è quella cilindrica) all'interno della quale viene imposto un forte campo magnetico stazionario uniforme. In una configurazione come questa, come mostrato nel seguito, la conversione da assioni a fotoni è più facilmente rilevabile perché l'eccitazione dei modi normali del campo elettrico nel volume interno - autostati dell'equazione di Helmholtz (3.7) - presenta una risonanza centrata alla pulsazione  $\omega = m_a$  che consentirebbe di amplificare il segnale elettromagnetico prodotto fino a valori risolvibili sperimentalmente.

## 3.2 Elettrodinamica nella cavità

In questa sezione l'obiettivo è di risolvere nuovamente l'elettrodinamica fissata la sorgente assionica, ma in questo caso includendo i fenomeni di dissipazione all'interno della cavità e l'effetto della misura tramite antenna della potenza del campo elettromagnetico indotto nella conversione.

Come anticipato, è di fondamentale importanza la scomposizione del campo elettrico sulla base dei modi normali all'interno della cavità, in contrapposizione all'utilizzo delle onde piane nel caso libero. Esplicitamente, un generico campo  $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$  scritto su tale base appare come segue:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}, t) = \sum_m E_m(t) \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) \quad \text{ove } \forall m \quad \nabla^2 \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) = -\omega_m^2 \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) \quad (3.7)$$

La famiglia  $\{\mathcal{E}_m\}_{m \in \mathbb{N}^3}$  obbedisce alla relazione di ortonormalità

$$\int_V d^3x \mathcal{E}_m \cdot \mathcal{E}_n = V \delta_{mn} \quad (3.8)$$

con  $V$  il volume della cavità. Le condizioni al contorno prevedono che sul bordo della cavità il campo elettrico possa avere solo componente ortogonale alle pareti non nulla.

Si proietta dunque (3.2) sull' $m$ -esimo modo normale tramite integrazione previa moltiplicazione scalare dei membri per  $\mathcal{E}_m$ , ottenendo una equazione per l'evoluzione delle ampiezze  $E_m(t)$

$$\begin{aligned} (\partial_t^2 - \nabla^2) \int_V d^3x \left( \sum_n E_n(t) \mathcal{E}_n(\mathbf{x}) \right) \cdot \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) + g_{a\gamma} \ddot{a} \int_V d^3x \mathbf{B}_e \cdot \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) &= 0 \\ (\partial_t^2 + \omega_m^2) E_m(t) = -g_{a\gamma} B_e \mathcal{G}_m \ddot{a}(t) \quad \text{ove} \quad \mathcal{G}_m \stackrel{\text{def}}{=} \frac{1}{B_e V} \int_V d^3x \mathbf{B}_e \cdot \mathcal{E}_m(\mathbf{x}) & \end{aligned} \quad (3.9)$$



Si è introdotto il fattore geometrico  $\mathcal{G}_m$ .

Per includere nel modello la dissipazione di energia si aggiunge un termine di smorzamento tramite un parametro  $\Gamma_m$  per ogni modo:

$$(\partial_t^2 + \Gamma_m \partial_t + \omega_m^2) E_m(t) = -g_{a\gamma} B_e \mathcal{G}_m \ddot{a}(t) \quad (3.10)$$

Il parametro è tale che, in assenza di sorgenti, valga

$$|E_m(t)| = |E_m(0)| e^{-\frac{1}{2}\Gamma_m t}$$

Da ciò discende che per l'energia  $U_m$  associata ad ogni modo normale, si abbia

$$U_m \propto |E_m|^2 \propto e^{-\Gamma_m t}$$

Si passa ora al caso specifico analizzato in precedenza: per assioni di DM lenti, il campo scalare associato è omogeneo nello spazio e nel limite per  $v_a = 0$ , allora  $a(t) = a_0 e^{-i\omega t}$  con  $\omega = m_a$ .

La più generica soluzione dell'equazione omogenea  $E_m^{(0)}(t)$  è generata dal sistema fondamentale  $\{e^{\lambda_1 t}, e^{\lambda_2 t}\}_m$  con  $\lambda_1, \lambda_2$  radici con molteplicità 1 del polinomio caratteristico  $p_m(\lambda)$ , in particolare:

$$\begin{aligned} p_m(\lambda) &= \lambda^2 + \Gamma_m \lambda + \omega_m^2 \\ \lambda_1 &= -\frac{\Gamma_m - \sqrt{\Gamma_m^2 - 4\omega_m^2}}{2} \\ \lambda_2 &= -\frac{\Gamma_m + \sqrt{\Gamma_m^2 - 4\omega_m^2}}{2} \end{aligned} \quad (3.11)$$

Per individuare una soluzione particolare, usando l'ansatz  $E_m(t) = \varepsilon_m e^{-i\omega t}$  per metodo di somiglianza (con la forzante), si sostituisce in (3.10) ottenendo l'ampiezza di oscillazione  $\varepsilon_m \in \mathbb{C}$

$$\begin{aligned} (-\omega^2 - i\omega\Gamma_m + \omega_m^2) \varepsilon_m e^{-i\omega t} &= g_{a\gamma} B_e \mathcal{G}_m a_0 \omega^2 e^{-i\omega t} \\ \varepsilon_m &= -g_{a\gamma} B_e \frac{\mathcal{G}_m a_0 \omega^2}{\omega^2 - \omega_m^2 + i\omega\Gamma_m} \end{aligned} \quad (3.12)$$

La soluzione generale è allora

$$E_m(t) = E_m^{(0)}(t) + \varepsilon_m e^{-i\omega t} = C_1 e^{-\frac{\Gamma_m - i\sqrt{4\omega_m^2 - \Gamma_m^2}}{2} t} + C_2 e^{-\frac{\Gamma_m + i\sqrt{4\omega_m^2 - \Gamma_m^2}}{2} t} + \varepsilon_m e^{-i\omega t} \quad (3.13)$$

con i coefficienti  $C_1, C_2 \in \mathbb{C}$  dipendenti dalle condizioni iniziali.

Nel caso in esame  $\Gamma_m \ll \omega_m$  (ovvero il radicando di  $\lambda_{1,2}$  è negativo) e quindi ci si trova nel regime di oscillatore sottosmorzato. Ci si limita dunque allo studio della soluzione stazionaria a cui tutti i modi convergono con l'andamento anticipato in (3.2)

$$E_m(t) = \varepsilon_m e^{-i\omega t} = -g_{a\gamma} B_e \frac{\mathcal{G}_m a_0 \omega^2}{\omega^2 - \omega_m^2 + i\omega\Gamma_m} e^{-i\omega t} \quad (3.14)$$

Una quantità più utilizzata di  $\Gamma_m$  è in realtà  $Q_m \stackrel{\text{def}}{=} \omega_m/\Gamma_m$ , ovvero il *Quality factor*.

Inoltre, è possibile esplicitare il contributo  $\Gamma_m^S$  dovuto all'acquisizione del segnale nel fattore di perdita:

$$\Gamma_m = \Gamma_m^S + \Gamma_m^C \quad (3.15)$$

ove  $\Gamma_m^C$  è dovuto a perdite intrinseche della cavità, quali eventuali correnti nelle pareti.

Si definisce una grandezza  $k$  tramite le seguenti relazioni:

$$\Gamma_m^S = k\Gamma_m \quad \Rightarrow \quad k = \frac{\Gamma_m^S}{\Gamma_m^S + \Gamma_m^C} \quad (3.16)$$

Ora è possibile calcolare prima l'energia immagazzinata in ogni modo e in seguito la corrispondente potenza assorbita tramite antenna accoppiata alla frequenza di risonanza  $m$ -esima:

$$U_m = V \frac{|E_m|^2}{2} = \frac{V}{2} \frac{g_{a\gamma}^2 B_e^2 |\mathcal{G}_m a_0|^2 \omega^4}{(\omega^2 - \omega_m^2)^2 + \left(\frac{\omega_m \omega}{Q_m}\right)^2} \quad (3.17)$$

estratta tramite un fattore  $1/2$  dovuto al calcolo della media su un periodo di oscillazione.

Dalla relazione  $Q(\omega) = \omega (U/P)$  dove  $U$  è l'energia immagazzinata in un oscillatore sottosmorzato e  $P$  è la potenza dissipata, si deduce che la potenza assorbita dall'antenna è

$$P_m^S(\omega) = \Gamma_m^S U_m = k |\mathcal{G}_m|^2 V \frac{\omega_m}{Q_m} \frac{(g_{a\gamma} B_e \omega)^2}{(\omega^2 - \omega_m^2)^2 + (\frac{\omega_m \omega}{Q_m})^2} \frac{1}{2} \omega^2 |a_0|^2 \quad (3.18)$$

In condizione di risonanza ( $\omega = \omega_m$ ) la potenza estratta vale

$$P_m^S(\omega_m) = k |\mathcal{G}_m|^2 V \frac{Q_m}{\omega_m} (g_{a\gamma} B_e)^2 \rho_a \quad (3.19)$$

ed è proporzionale a  $Q_m$ .

Tale condizione è convenzionalmente considerata soddisfatta se vale per la frequenza caratteristica

$$\omega_m \in \left[ m_a - \frac{m_a}{Q}, m_a + \frac{m_a}{Q} \right] \quad (3.20)$$

Da questo momento, assunte sufficientemente separate le frequenze risonanti della cavità, si adatterà la convenzione di riferirsi solo ad un modo normale e quindi, se non specificato diversamente, non si esplicherà l'indice  $m$  e ci si riferirà alla pulsazione di risonanza della cavità con  $\omega_r$ . Per dei valori caratteristici dei parametri, posto  $P_\gamma = P^S(\omega_r)$

$$P_\gamma = 7.2 \cdot 10^{-23} \text{ W} \left( \frac{k}{0.5} \frac{Q}{10^5} \frac{1 \mu\text{eV}}{m_a} \frac{V}{200l} \right) \left( \frac{g_{a\gamma}}{2 \cdot 10^{-16} \text{ GeV}^{-1}} \frac{B_e}{8T} \frac{|\mathcal{G}|}{\sqrt{0.69}} \right)^2 f_{\text{ADM}} \quad (3.21)$$

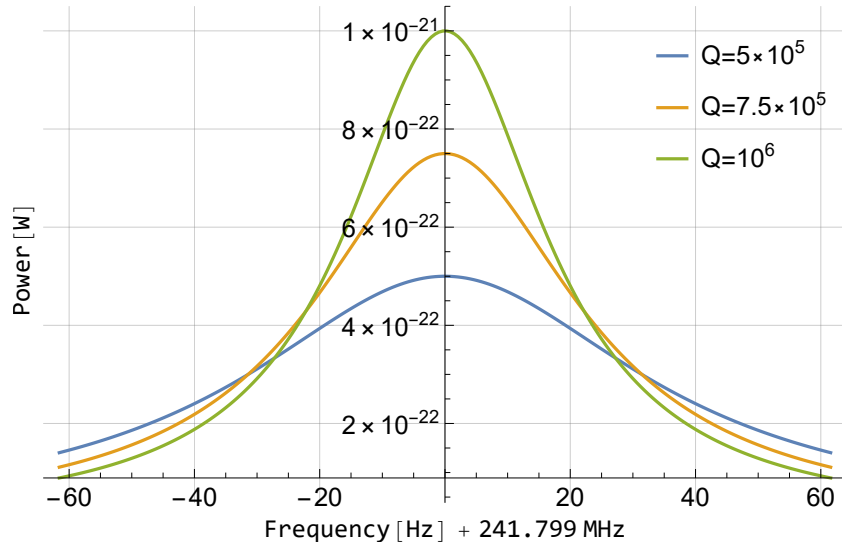


Figura 3.1: Potenza del segnale trasmessa al variare di  $\nu = \omega/(2\pi)$   
L'asse delle ascisse ha l'origine alla frequenza  $\nu_a = 241.799$  MHz, corrispondente a  $m_a = 1 \mu\text{eV}$

In Figura 3.1 viene mostrato un grafico della potenza estratta attorno alla regione di accoppiamento tra la frequenza assionica  $\nu_a = m_a c^2/h$  e quella della cavità, posta  $m_a = 1 \mu\text{eV}$  e per valori crescenti di  $Q$ . In verde è rappresentato lo spettro che si avrebbe con la risoluzione massima fissata la dispersione da (2.2), corrispondente a  $Q = Q_a \stackrel{\text{def}}{=} \omega/\Delta\omega$  (nel grafico,  $Q_a = 10^6$ ). Si nota la diretta proporzionalità tra  $Q$  e la quota del picco delle curve come da (3.19)

### 3.2.1 I modi normali

Si riporta ora un approfondimento sui modi normali  $\mathcal{E}_{nmp}$  presentati in (3.7). Nel particolare caso in esame si è in presenza di simmetria cilindrica e in coordinate polari cilindriche il problema agli

autovalori si riscrive come segue:

$$\begin{aligned} (\nabla^2 + \omega_r^2) \boldsymbol{\mathcal{E}} &= 0 \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial \rho} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{\mathcal{E}}}{\partial z^2} + \omega_r^2 \boldsymbol{\mathcal{E}} &= 0 \end{aligned} \quad (3.22)$$

La soluzione di tale problema è nota e si costruisce a partire dalle funzioni  $J$  di Bessel del primo tipo, come mostrato in [8]. In generale, la componente  $z$  di un generico campo  $\boldsymbol{\mathcal{A}}_{nmp}$  (elettrico o magnetico) è della forma

$$\mathcal{A}_z(\rho, \phi, z) = \mathcal{A}_0 J_n(k_\rho \rho) \cos(k_\phi \phi) \cos(k_z z) \quad (3.23a)$$

$$\text{con } k_\rho^2 = \omega_r^2 - k_z^2 \quad (3.23b)$$

e, imposte le condizioni al contorno espote in Sezione 3.2,

$$\mathcal{A}_z(\rho, \phi, z) = \mathcal{A}_0 J_n\left(\frac{\alpha_{nm}}{r} \rho\right) \cos(n\phi) \cos\left(\frac{p\pi}{h} z\right) \quad (3.24)$$

dove  $r$  e  $h$  sono rispettivamente raggio e altezza del cilindro.

Infatti, per garantire la periodicità in  $\phi \in \mathbb{R}/2\pi\mathbb{Z}$ ,  $k_\phi$  deve essere intero e viene rinominato  $n$ .

Per far sì che la componente  $z$  del campo si annulli sulle pareti curve deve valere  $J_n(k_\rho r) = 0$ , dunque, detta  $m$  la cardinalità dello zero della funzione di Bessel  $J_n$  raggiunto sul bordo ( $\rho = r \Rightarrow J_n(\alpha_{nm}) = 0$ ), vale  $k_\rho = \alpha_{nm}/r$ .

Infine l'onda stazionaria nelle  $z$  impone  $k_z h = p\pi$  con  $p$  intero.

Si suddividono tali modi normali in due classi, indicate TM e TE, cui essi appartengono rispettivamente se è il campo elettrico o quello magnetico ad essere parallelo all'asse del cilindro.

Si osserva a partire dalla definizione (3.9) di  $\mathcal{G}_{nmp}$  che solo i modi  $\text{TM}_{0m0}$  (con  $m \geq 1$ ) possono favorire la risonanza: l'integrale esteso a  $V$  dell'accoppiamento tra i campi  $\mathbf{B}_e \cdot \boldsymbol{\mathcal{E}}_{nmp}$  è non nullo solo se  $\mathcal{E}_z \neq 0$  (caso TM) e se non si presentano eccitazioni nelle coordinate azimutale e verticale ( $n = 0 = p$ ). Ciò si può intuire dalla loro rappresentazione nella Figura 3.2.

In queste ipotesi, da (3.24) con  $\mathcal{A} = \boldsymbol{\mathcal{E}}$ , il campo elettrico risulta

$$\boldsymbol{\mathcal{E}}_{\text{TM}_{0m0}} = \mathcal{E}_z(\rho, \phi, z) \hat{u}_z = \mathcal{E}_0 J_0\left(\frac{\alpha_{0m}}{r} \rho\right) \hat{u}_z \quad (3.25)$$

Il più alto fattore di forma si ottiene sfruttando il modo  $\text{TM}_{010}$ :

$$|\mathcal{G}|_{\text{TM}_{010}}^2 \simeq 0.69 \quad (3.26)$$

Deve inoltre valere l'equazione di dispersione (3.23b) che si traduce in

$$\left(\frac{\alpha_{nm}}{r}\right)^2 = \omega_r^2 - \left(\frac{p\pi}{h}\right)^2 \quad (3.27)$$

e nel caso specifico dei modi  $\text{TM}_{0m0}$

$$\omega_r = \frac{\alpha_{0m}}{r} \quad (3.28)$$

è la forma analitica della pulsazione di risonanza nella cavità.

In unità del sistema internazionale, essendo interessati alla frequenza di risonanza, si usa

$$\nu_r = \frac{c}{2\pi} \frac{\alpha_{0m}}{r} \quad (3.29)$$

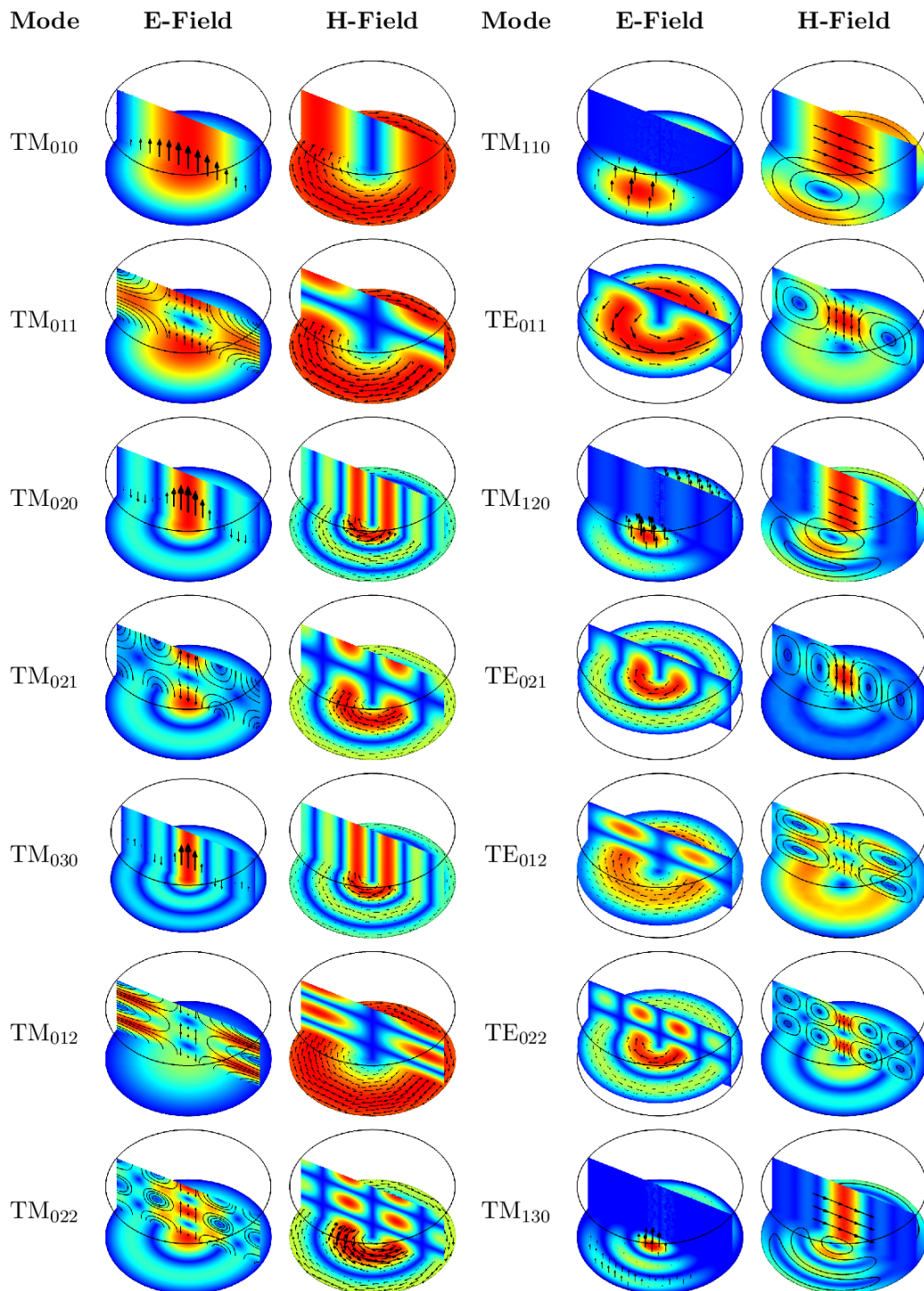


Figura 3.2: Primi Modi normali. Immagine tratta da [8]

## Capitolo 4

# Haloscopes: apparati sperimentali

In questo ultimo capitolo, dopo aver quantificato il contributo del rumore nel funzionamento degli haloscope e il loro impatto sulla velocità di esecuzione delle prese dati, si passa ad una trattazione approfondita di alcuni apparati sperimentali di particolare importanza nel panorama della ricerca della materia oscura assionica.

### 4.1 Procedura sperimentale

I tentativi di rilevazione degli assioni di materia oscura che sfruttano il paradigma precedentemente illustrato si devono necessariamente basare su operazioni di scansione di porzioni dello spazio dei parametri  $(m_a, g_{a\gamma})$ : gli apparati sono costruiti in modo da permettere di variare finemente la frequenza di risonanza del modo normale di riferimento e, come spiegato nella Sezione 3.2, la banda di frequenze risonanti ha una larghezza dell'ordine di  $\omega_r/Q$  (3.20); ciò comporta che, fissata la configurazione dell'apparato, una presa dati permette di escludere o confermare la presenza dell'assione in una sottile regione dello spazio dei parametri a valori di  $m_a$  fissati: quelli associati alla banda risonante.

Inoltre, nell'ipotesi di essere in risonanza con la massa dell'assione, è necessario (si veda il confronto con la potenza legata al rumore in (4.1)) integrare il segnale per un tempo di misura  $t_m$  (l'ordine di grandezza caratteristico è  $\mathcal{O}(100\text{ s})$ ) per ottenere il rapporto segnale-rumore  $\Sigma$  ricercato. Ragionando a  $\Sigma$  fissato, aumentare il tempo di integrazione permette di escludere valori via via minori della costante di accoppiamento  $g_{a\gamma}$ , da cui la forma rettangolare delle zone di esclusione visibile in Figura 4.1.

Le regioni evidenziate in giallo corrispondono a valori di  $(m_a, g_{a\gamma})$  previsti da due modelli nel contesto della teoria PQ, rispettivamente KSVZ e DFSZ, e sono quindi le zone di maggiore interesse. Si noti che gli esperimenti che si basano su haloscopes siano ad oggi gli unici in grado di offrire dati per  $m_a \in [1\ \mu\text{eV}, 100\ \mu\text{eV}]$  raggiungendo tali sensibilità in  $g_{a\gamma}$ .

### 4.2 Scanning rate

Ad un amplificatore lineare viene associata una temperatura  $T_{\text{sys}}$  a cui concorrono quella assoluta all'interno della cavità e quella intrinseca dell'amplificatore. Essa è legata al rumore di sistema tramite la seguente relazione per la potenza del rumore di Johnson [4]

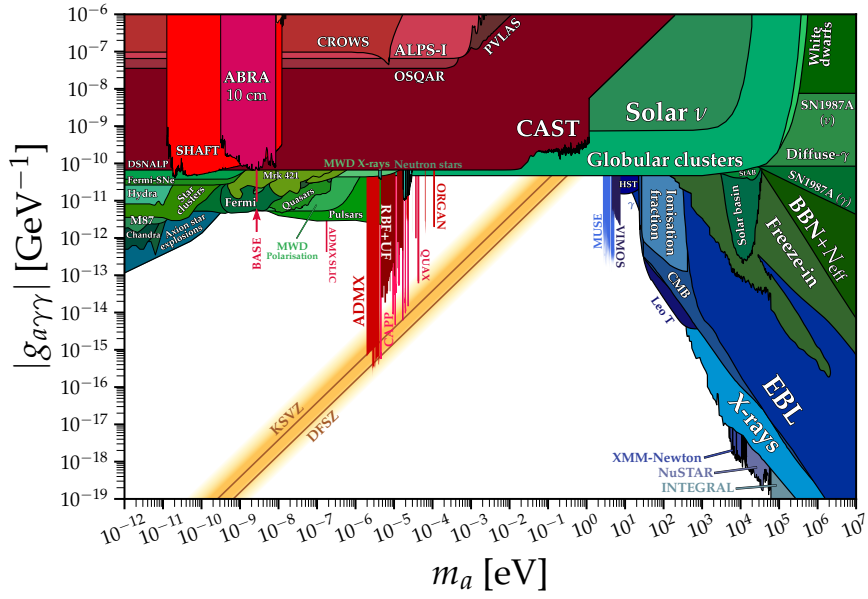
$$P_n = T_{\text{sys}}\Delta\nu = T_{\text{sys}}\frac{m_a}{2\pi Q_a} = 3.3 \cdot 10^{-21} \text{ W} \left(\frac{T_{\text{sys}}}{1 \text{ K}}\right) \left(\frac{m_a}{1 \mu\text{eV}}\right) \left(\frac{10^6}{Q_a}\right) \quad (4.1)$$

ovvero,  $P_\gamma \sim 10^{-2} P_n$ .

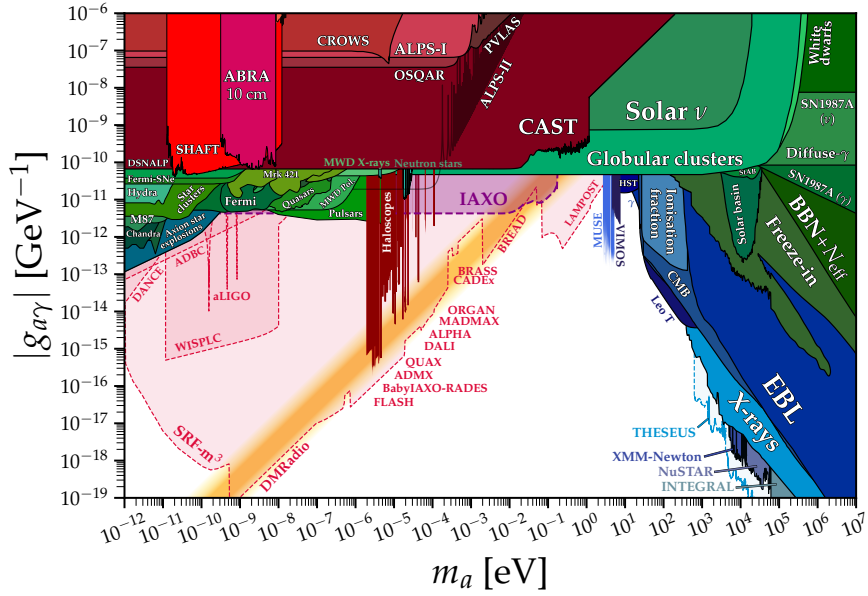
Inoltre, un apparato di amplificazione con temperatura di sistema  $T_{\text{sys}}$  presenta fluttuazioni gaussiane della potenza di rumore e in un tempo  $t_m$  esse hanno una deviazione standard  $T_{\text{sys}}\sqrt{\Delta\nu/\Delta t}$  [5].

La relazione tra il rapporto segnale-rumore per una data banda di frequenze è espressa nell'equazione di Dicke [10]:

$$\Sigma = \frac{P_\gamma}{T_{\text{sys}}} \sqrt{\frac{t_m}{\Delta\nu}} \quad (4.2)$$



(a) Zone di esclusione nello spazio dei parametri



(b) Proiezioni future delle zone di esclusione

Figura 4.1: Immagini tratte da [9]

A partire dalle dipendenze espresse in (3.19), è possibile ricavare lo *scanning rate* (4.4), una grandezza fondamentale per giudicare l'attuabilità di un progetto sperimentale come quello in esame.

Ragionando per differenze finite, la scansione di un intervallo di frequenze  $\Delta f$  tramite prese dati di durata  $t_m$  e a passi  $\Gamma = (Q_a/Q)\Delta\nu$  necessita un tempo complessivo

$$\Delta t = \frac{\Delta f}{\Gamma} t_m \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{Q_a}{Q} \frac{P_\gamma^2}{\Sigma^2 T_{\text{sys}}^2} \quad (4.3)$$

Passando al limite ed esplicitando le dipendenze di  $P_\gamma$  si ottiene

$$\frac{df}{dt} = k^2 \frac{g_{a\gamma}^4}{\Sigma^2} \frac{\rho_a^2 Q_a}{m_a^2} \frac{B_e^4 |g|^4 V^2 Q}{T_{\text{sys}}^2} \quad (4.4)$$

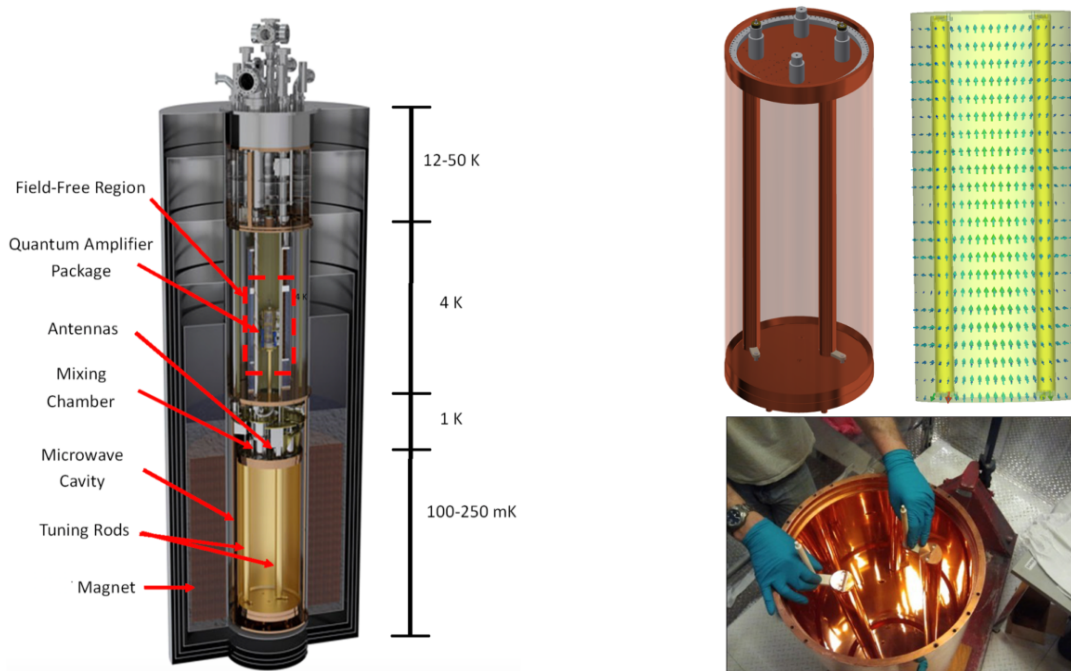
Valutando l'espressione per alcuni valori caratteristici dei parametri nella regione di massa corrispondente a 1 GHz, si ottiene

$$\frac{df}{dt} = 1.14314 \frac{\text{MHz}}{\text{year}} \left( \frac{k}{0.5} \frac{V}{200 \text{ l}} \frac{\rho_a}{0.45 \text{ GeV/cm}^3} \frac{|\mathcal{G}|^2}{0.69} \frac{4.136 \mu\text{eV}}{m_a} \frac{0.3 \text{ K}}{T_{\text{sys}}} \frac{1}{\Sigma} \right)^2 \left( \frac{g_{a\gamma}}{3 \cdot 10^{-14} \text{ GeV}^{-1}} \frac{B_e}{10 \text{ T}} \right)^4 \left( \frac{Q_a}{10^6} \frac{Q}{10^5} \right) \quad (4.5)$$

### 4.3 L'esperimento ADMX

La collaborazione ADMX (*Axion Dark Matter eXperiment*), che attualmente si trova al CENPA (Center for Experimental Nuclear Physics and Astrophysics) all'università di Washington, è ad oggi l'esperimento più avanzato nella regione di  $m_a \sim \mu\text{eV}$ .

La costruzione iniziò nel 1995 con l'obiettivo di raggiungere la sensibilità per sondare il modello KSVZ nell'ipotesi di saturazione ( $f_{\text{ADM}} = 100\%$ ) per valori di  $m_a$  poco superiori al  $\mu\text{eV}$ .



(a) Schema dell'apparato di ADMX.

(b) Interno della cavità di ADMX.

Figura 4.2: Immagini tratte da [2]

In Figura 4.2a è visibile uno schema dell'haloscope, le cui componenti verranno descritte nel seguito. Le informazioni relative alle caratteristiche dell'apparato e gli obiettivi presenti e futuri sono state riportate da [2, 11].

#### Caratteristiche generali

Il magnete utilizzato è un solenoide superconduttore di NbTi con dimensioni interne approssimativamente di 60 cm di diametro e 112 cm di altezza; esso è capace di sostenere campi magnetici (sull'asse) di 8 T. Al suo interno è collocato l'*insert*: l'insieme di cavità e di strumentazione che occupa uno spazio di 0.59 m di diametro per 3 m di altezza.

La cavità ha un volume di 136 l (approssimativamente 0.4 m di diametro per 1 m di altezza), la struttura è in acciaio inossidabile e le pareti interne sono rivestite di rame tramite elettrodeposizione. Il Q valore misurato durante le prese dati varia tra 40000 e 80000.

Come si può evincere da (3.29),  $r \propto 1/\nu_r \propto 1/m_a$ , tuttavia nella pratica sperimentale la necessità

di modificare finemente la frequenza di risonanza non può essere soddisfatta variando con continuità il raggio della cavità. In particolare viene cambiata la sua struttura interna grazie alla presenza di alcune aste mobili rivestite di rame (diametro di 5 cm) come è possibile vedere in Figura 4.2b. Esse modificano la geometria del sistema e l'equazione di Helmholtz deve perciò essere risolta numericamente per individuare  $\omega_r$ ,  $\mathcal{E}_{\text{TM}_{010}}$  e  $|\mathcal{G}|^2$  al variare delle posizioni delle aste di sintonizzazione. In particolare  $\nu_r$  può essere variato tra 580 MHz e 890 MHz e in tale intervallo si ha il valor medio  $\langle |\mathcal{G}|^2 \rangle \simeq 0.4$ . La strumentazione, posta sopra la cavità e fuori dagli avvolgimenti del solenoide, è schermata dal campo residuo da un secondo magnete che porta il valore del campo all'ordine di 0.1 mT. Essa è composta da:

- il sistema di movimento di antenna e aste sintonizzanti;
- un refrigeratore a diluizione a  ${}^3\text{He}/{}^4\text{He}$ ;
- gli amplificatori quantistici.

### Prima fase operativa (1995-2004)

La prima versione dell'apparato era priva del refrigeratore a diluizione e la temperatura nella cavità era  $T \sim 1.5$  K; gli amplificatori usati erano unicamente degli HFET (Heterostructure Field-Effect Transistor) con  $T_N \sim 1.5$  K, quindi la temperatura di sistema raggiungeva i 3 K.

In questa configurazione ADMX è comunque stato in grado di dimostrare l'efficacia del principio di funzionamento degli haloscope riuscendo a compiere una scansione alla sensibilità di KSVZ (il primo esperimento nelle regioni previste dalla QCD) di tutto l'intervallo da 460 MHz a 890 MHz, corrispondente a masse tra  $1.9 \mu\text{eV}$  e  $3.65 \mu\text{eV}$ .

### Fase di aggiornamento

Prima del 2017 i lavori di perfezionamento di ADMX hanno portato alla produzione e alla calibrazione di amplificatori SQUID (Superconducting QUantum Interference Device) e alla creazione dell'impianto di refrigerazione a diluizione.

Tali amplificatori, posti prima degli HFET a temperatura ambiente, operano vicino al limite quantistico  $k_B T_N \sim h\nu$  alle temperature garantite dall'impianto ( $T \lesssim 150$  mK).

Questi sviluppi, insieme al miglioramento delle prestazioni degli HFET fino a rumori dell'ordine di  $10^{-1}$  K, hanno definito l'inizio della *Generation-II* (ADMX-G2) di cui vengono riportati ora i risultati già ottenuti e gli obiettivi futuri delle fasi operative (dette Run).

### Run 1A, 1B (2017, 2018)

I report aggiornati a fine 2021 rendono disponibili i risultati delle prime due Run sperimentali.

Nella prima delle due, avvenuta nel 2017, ADMX ha operato a  $T = 150$  mK; l'anno successivo la seconda ha visto una ulteriore diminuzione a  $T = 130$  mK.

Mentre la Run 1A è stata effettuata con l'impiego degli amplificatori SQUID, a partire dalla Run 1B sono stati implementati dei JPA (Josephson Parametric Amplifier).

In entrambi i casi le prese dati sono state in grado di offrire sensibilità al livello DFSZ per la prima volta in un esperimento nell'ordine  $m_a \sim \mu\text{eV}$ .

I due intervalli di frequenze scansionati sono rispettivamente (in ordine temporale) [645 MHz, 680 MHz] e [680 MHz, 790 MHz], corrispondenti a quelli in massa: [2.66  $\mu\text{eV}$ , 2.81  $\mu\text{eV}$ ], [2.81  $\mu\text{eV}$ , 3.31  $\mu\text{eV}$ ]. Le zone di esclusione sono visibili con uno zoom nella Figura 4.3.

### Run 1C, 1D, 2A (entro il 2025)

Tali Run sono progettate per concludere la scansione a sensibilità DFSZ fino al valore di  $\nu_r = 2$  GHz ( $m_a = 8.3 \mu\text{eV}$ ), prevista entro il 2025.

In particolare, per raggiungere valori di massa maggiori, nella 1C si utilizzeranno aste di sintonizzazione della frequenza di risonanza con un diametro circa raddoppiato e nella Run successiva ADMX sarà dotato di una sola asta di dimensioni circa quadruplicate per spingersi sino a 1.4 GHz.

Per completare la regione rimanente con la Run 2A, la tecnica utilizzata consisterà nel suddividere il volume in 4 cavità cilindriche più piccole per modificare la frequenza nominale come da (3.29),



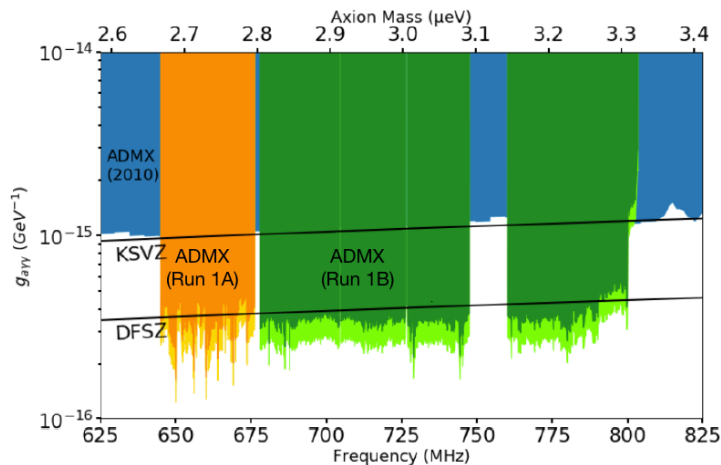


Figura 4.3: Particolare: zone di esclusione per le Run 1A, B di ADMX. Immagine tratta da [2]

riuscendo comunque a non penalizzare lo scanning rate mantenendo il volume totale efficace quasi invariato grazie all'analisi combinata dei quattro segnali.

## 4.4 Oltre ADMX

L'intervallo di valori di  $m_a$  che verrà coperto dall'esperimento ADMX non è casuale: ricordando l'espressione dello scanning rate (4.4) e la dipendenza del volume  $V \sim \lambda_a^3 \propto 1/m_a^3 \propto 1/r^3$ , è facile notare che ricercare l'assione per masse maggiori comporta la rapida diminuzione della dimensione della cavità, con conseguente calo della velocità di scansione.

Per evitare tale diminuzione, sono state ideate numerose variazioni dello schema sperimentale dell'haloscope tradizionale. Ad esempio, è possibile fare uso di materiali dielettrici all'interno della cavità per ottenere un notevole fattore moltiplicativo nell'amplificazione del segnale (si veda l'esperimento MADMAX [12]).

D'altra parte, sebbene la ricerca dell'assione per  $m_a \lesssim 1 \mu\text{eV}$  possa essere non tecnologicamente impegnativa, risulta largamente dispendiosa a livello economico date le crescenti dimensioni degli apparati. Nel seguito verranno approfonditi due esperimenti localizzati su suolo italiano, uno per ognuno dei regimi di  $m_a$  illustrati.

### 4.4.1 L'esperimento KLASH

Nel 2017 è stato proposto in [13] un progetto nominato KLASH (*KLoe magnet for Axion Search*) per lo studio della presenza dell'assione a  $m_a \sim 0.2 \mu\text{eV}$  con sensibilità tale da raggiungere il modello DFSZ con  $g_{a\gamma} = 6 \cdot 10^{-17} \text{GeV}^{-1}$ .

Il magnete utilizzato sarebbe mutuato dal rivelatore KLOE dell'esperimento DAΦNE dei Laboratori Nazionali di Frascati (LNF). Esso può essere spostato in situ per essere allocato nell'apposita KLOE Experimental Hall.

Tale solenoide superconduttore (in NbTi come per ADMX e con una massa di circa 8500 kg) è mantenuto alla temperatura di esercizio di circa 4 K tramite un flusso di LHe. Esso è capace di produrre un campo magnetico  $B = 0.6 \text{T}$ .

La cavità risonante è un cilindro che misura 4 m sia in diametro che lunghezza. La superficie interna è rivestita di rame e una misura a temperatura  $T = 300 \text{K}$  ha resituito  $Q = 153000$  per il modo d'esercizio  $\text{TM}_{010}$  a cui è associata  $\nu_r = 57.37 \text{MHz}$ . Da dati provenienti da altri esperimenti a LNF, si stima che tale valore possa triplicare quando il sistema viene portato a temperature di 4 K.

L'impostazione fine della frequenza di risonanza sarebbe operata con una o più aste fuori asse come spiegato in Sezione 4.3.

Usando i valori elencati in precedenza,  $Q = 450000$  e  $m_a = 0.23 \mu\text{eV}$ , si stima che con un tempo di integrazione medio di 5 minuti sia possibile raggiungere la sensibilità prefissata.

### Prospettive e rallentamenti

Nel più recente resoconto [14] è possibile avere più informazioni riguardo le aree dello spazio dei parametri oggetto delle previste ricerche di KLASH, ottenute con più cavità.

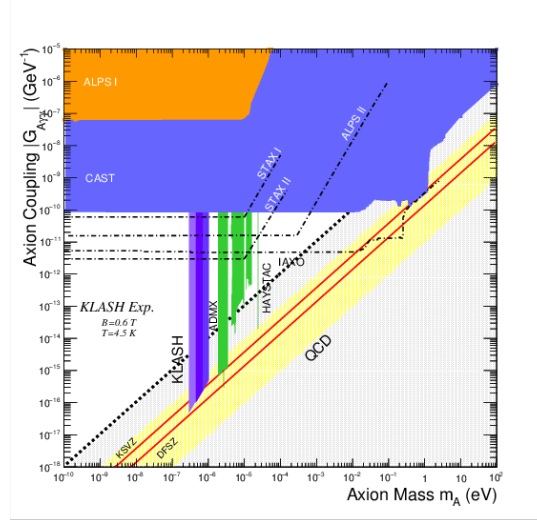


Figura 4.4: Spazio dei parametri: previsioni di KLASH. Immagine tratta da [14]

In Figura 4.4 le tre bande viola corrispondono rispettivamente all'impiego di cavità con raggi di 1.9, 1.2 e 0.9 m con due aste di sintonizzazione nei tre casi di 60, 38 e 24 cm di diametro. Ogni banda sarebbe ottenuta con un anno di prese dati.

Nel 2019 il magnete di KLOE è stato destinato all'impiego nell'esperimento DUNE a Fermilab. Ciò ha comportato un arresto nelle fasi di sviluppo di KLASH. Il magnete sostitutivo sarà quello di FINUDA (sempre in LNF), il progetto è stato rinominato FLASH (*Finuda magnet for Light Axion Search*) e riceverà alcuni anni di ritardo nell'avvio delle operazioni a causa della necessità di rivedere la maggior parte dei dettagli dell'esperimento.

#### 4.4.2 L'esperimento QUAX- $a\gamma$

Le operazioni di QUAX- $a\gamma$  (*QUærerere AXions*) iniziarono nel 2021 presso i Laboratori Nazionali di Legnaro (LNL). L'obiettivo dell'esperimento è quello di ricercare l'assione per  $m_a$  nell'ordine delle decine di  $\mu\text{eV}$ . Il magnete superconduttore (15 cm di diametro per 50 cm di lunghezza) a disposizione garantisce un campo di 8.1 T e il sistema di raffreddamento a diluizione consente temperature di esercizio dell'ordine di 150 mK [15]. Anche in questo caso l'amplificazione è al primo stadio effettuata tramite JPA al limite quantistico  $T_N \sim \omega$ .

Il progetto QUAX vede in realtà lo sviluppo di più linee di ricerca attraverso lo studio di diverse cavità. Vengono illustrate nel seguito una di quelle tradizionali [15] e una che sfrutta un modo del campo elettrico superiore, il  $\text{TM}_{030}$  [16]. Si ricorda la rappresentazione dei modi in Figura 3.2.

La prima misura 11.05 mm di raggio e 210 mm di lunghezza per un volume totale  $V = 80.56 \text{ cm}^3$ . Il modo fondamentale  $\text{TM}_{010}$  ha frequenza caratteristica  $\nu_r = 10.4018 \text{ GHz}$  e un fattore della cavità misurato  $Q = 76000$ . Tale apparato ha un funzionamento molto analogo a quello tradizionale di ADMX anche per quanto riguarda l'amplificazione. In breve la zona raggiunta da esso nello spazio dei parametri corrisponde a valori di  $m_a = 43.0182 \mu\text{eV}$  con una larghezza di 3.7 neV con  $g_{a\gamma} > 0.766 \cdot 10^{-13} \text{ GeV}^{-1}$ , mancando la regione dell'assione di QCD per un fattore 2.

Più singolare è invece la seconda cavità citata: in essa è implementato l'utilizzo di materiali dielettrici con lo scopo di manipolare la forma del campo elettrico e di massimizzare il guadagno in potenza assorbita. In particolare, la geometria sfruttata prevede il posizionamento di due gusci cilindrici di

zaffiro coassiali (tutte le misure sono visibili in Figura 4.5a) in corrispondenza dei primi nodi della funzione  $J_0$ .

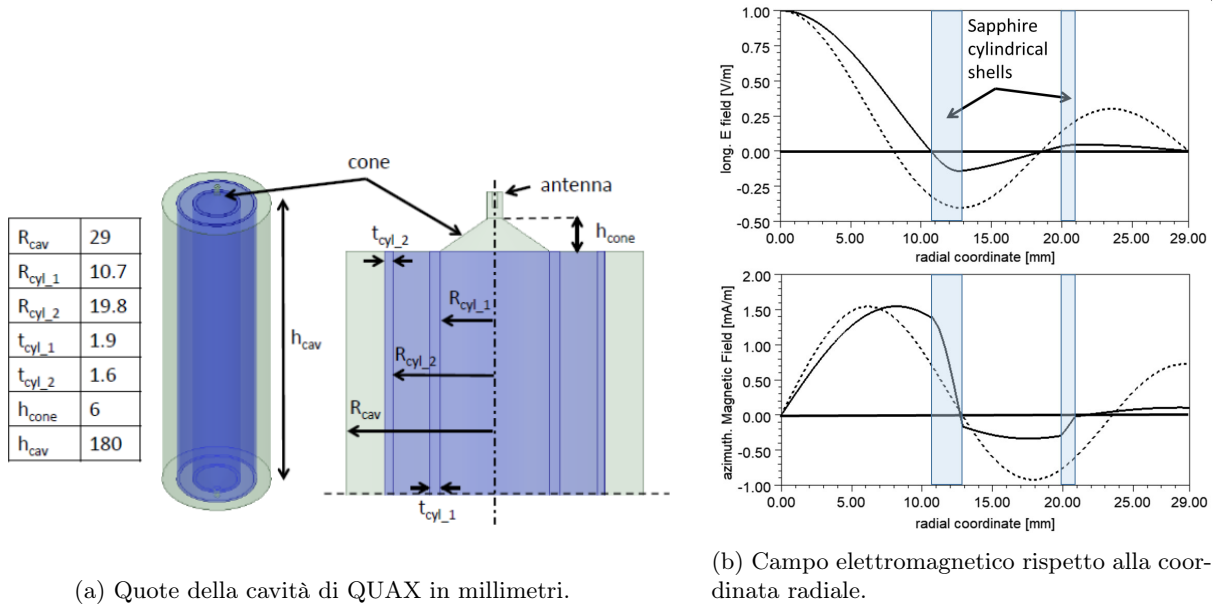


Figura 4.5: Immagini tratte da [16].

Come si può osservare in Figura 4.5b, la loro presenza modula il valore dei campi rendendoli molto meno intensi in periferia; ciò comporta una minore dissipazione via correnti nella parete della cavità e limita la diminuzione del fattore di forma. In [16] si afferma che questo metodo è sufficientemente ottimizzato da essere vantaggioso nonostante la perdita di efficacia dovuta al minore valore di  $|\mathcal{G}_{030}|^2$  del modo  $TM_{030}$  rispetto a  $|\mathcal{G}_{010}|^2$ . Tale risultato è riscontrabile nell'alto valore  $Q = 720000$  misurato a 4 K, previsto aumentare a  $Q = 1.9 \cdot 10^6$  a temperature criogeniche.

La frequenza di risonanza è  $\nu_r = 10.916$  GHz e in [16] si studia un sistema di movimento di semigusci cilindrici in grado di esplorare 500 MHz intorno a tale valore, arrivando alla regione KSVZ.

I risultati più recenti delle operazioni di QUAX sono visibili nella Figura 4.1a.



# Conclusioni

A partire dai termini lagrangiani dovuti all'accoppiamento tra assione e fotone, si sono ricavate le modifiche all'elettromagnetismo classico.

Illustrate le principali strategie ideate per la rilevazione degli assioni tramite tale vertice di interazione, ci si è soffermati sugli haloscopes a cavità, apparati volti a individuare l'esistenza di assioni costituenti la materia oscura galattica.

Trattandosi di materia oscura fredda, ovvero non relativistica, è stato possibile operare alcune approssimazioni che hanno permesso in un primo momento di risolvere l'elettrodinamica nel caso di sola sorgente assionica in un campo magnetico uniforme: il risultato è la produzione di onde elettromagnetiche generate dalla conversione degli assioni in fotoni tramite effetto Primakoff inverso. Il calcolo dell'ampiezza di oscillazione del campo elettrico così indotto ne rivela una troppo tenue intensità per essere misurato nelle risoluzioni sperimentali.

Successivamente, si è studiata tale configurazione all'interno di una cavità con pareti conduttive, secondo l'idea originale di Sikivie. Si è mostrato tramite proiezione dell'elettrodinamica sui modi normali del campo elettrico che tale apparato favorisce un'amplificazione della potenza del segnale prodotto in caso di risonanza, ovvero quando la frequenza del modo normale e quella del campo assionico coincidono. Tale proprietà consentirebbe di raggiungere valori del campo misurabili.

Per concludere, dopo aver illustrato come è condotta la procedura sperimentale propria degli haloscope, si è passati ad una descrizione approfondita del progetto ADMX. Quest'ultimo risulta essere l'esperimento di riferimento nella sua categoria in quanto per primo ha raggiunto la sensibilità prevista nel modello DFSZ. Tale risultato è stato possibile attraverso numerose fasi di aggiornamento successive che l'hanno portato alla sua versione definitiva, configurazione in cui finirà nel 2025 di sondare l'intervallo di frequenze prefissato.

Inoltre, spiegate le complicazioni che derivano dalla ricerca dell'assione a masse minori e maggiori di quelle oggetto di studio di ADMX, sono stati brevemente presentati gli esperimenti KLASH e QUAX. Entrambi gli esempi, localizzati su suolo italiano, sono di particolare rilevanza nell'ambito dell'indagine delle sopracitate regioni dello spazio dei parametri.



# Bibliografia

- [1] R.D. Peccei e Helen Quinn. «CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles». In: *Physical Review Letters - PHYS REV LETT* 38 (giu. 1977), pp. 1440–1443. DOI: [10.1103/PhysRevLett.38.1440](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.38.1440).
- [2] R. Khatiwada et al. «Axion Dark Matter Experiment: Detailed design and operations». In: *Review of Scientific Instruments* 92.12 (dic. 2021). DOI: [10.1063/5.0037857](https://doi.org/10.1063/5.0037857). URL: <https://doi.org/10.1063/5.0037857>.
- [3] K. A. Beyer et al. «Light-shining-through-wall axion detection experiments with a stimulating laser». In: *Physical Review D* 105.3 (feb. 2022). DOI: [10.1103/physrevd.105.035031](https://doi.org/10.1103/physrevd.105.035031). URL: <https://doi.org/10.1103/physrevd.105.035031>.
- [4] Igor G. Irastorza e Javier Redondo. «New experimental approaches in the search for axion-like particles». In: *Progress in Particle and Nuclear Physics* 102 (set. 2018), pp. 89–159. DOI: [10.1016/j.pnpnp.2018.05.003](https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2018.05.003). URL: <https://doi.org/10.1016/j.pnpnp.2018.05.003>.
- [5] Alexander J. Millar et al. «Dielectric haloscopes to search for axion dark matter: theoretical foundations». In: *Journal of Cosmology and Astroparticle Physics* 2017.01 (gen. 2017), pp. 061–061. DOI: [10.1088/1475-7516/2017/01/061](https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/01/061). URL: <https://doi.org/10.1088/1475-7516/2017/01/061>.
- [6] Giovanni Grilli di Cortona et al. «The QCD axion, precisely». In: *Journal of High Energy Physics* 2016.1 (gen. 2016). DOI: [10.1007/jhep01\(2016\)034](https://doi.org/10.1007/jhep01(2016)034). URL: [https://doi.org/10.1007/jhep01\(2016\)034](https://doi.org/10.1007/jhep01(2016)034).
- [7] P. Sikivie. «Experimental Tests of the "Invisible" Axion». In: *Phys. Rev. Lett.* 51 (16 ott. 1983), pp. 1415–1417. DOI: [10.1103/PhysRevLett.51.1415](https://doi.org/10.1103/PhysRevLett.51.1415). URL: <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevLett.51.1415>.
- [8] Jerome A. Cuenca. «Characterisation of powders using microwave cavity perturbation». In: 2015. URL: <https://api.semanticscholar.org/CorpusID:197591169>.
- [9] Ciaran O'Hare. *cajohare/AxionLimits: AxionLimits*. <https://cajohare.github.io/AxionLimits/>. Ver. v1.0. Lug. 2020. DOI: [10.5281/zenodo.3932430](https://doi.org/10.5281/zenodo.3932430).
- [10] R. H. Dicke. «The Measurement of Thermal Radiation at Microwave Frequencies». In: *Rev. Sci. Instrum.* 17.7 (1946), pp. 268–275. DOI: [10.1063/1.1770483](https://doi.org/10.1063/1.1770483).
- [11] C. B. Adams et al. *Axion Dark Matter*. 2023. arXiv: [2203.14923](https://arxiv.org/abs/2203.14923) [hep-ex].
- [12] P. Brun et al. «A new experimental approach to probe QCD axion dark matter in the mass range above 40  $\mu\text{eV}$ ». In: *Eur. Phys. J. C* 79.3 (2019), p. 186. DOI: [10.1140/epjc/s10052-019-6683-x](https://doi.org/10.1140/epjc/s10052-019-6683-x). arXiv: [1901.07401](https://arxiv.org/abs/1901.07401) [physics.ins-det].
- [13] David Alesini et al. «The KLASH Proposal». In: (lug. 2017). arXiv: [1707.06010](https://arxiv.org/abs/1707.06010) [physics.ins-det].
- [14] C. Gatti et al. «The Klash Proposal: Status and Perspectives». In: *14th Patras Workshop on Axions, WIMPs and WISPs*. Nov. 2018. arXiv: [1811.06754](https://arxiv.org/abs/1811.06754) [physics.ins-det].
- [15] D. Alesini et al. «Search for invisible axion dark matter of mass  $m_a = 43 \mu\text{eV}$  with the QUAX- $a\gamma$  experiment». In: *Phys. Rev. D* 103.10 (2021), p. 102004. DOI: [10.1103/PhysRevD.103.102004](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.103.102004). arXiv: [2012.09498](https://arxiv.org/abs/2012.09498) [hep-ex].
- [16] D. Alesini et al. «Realization of a high quality factor resonator with hollow dielectric cylinders for axion searches». In: *Nucl. Instrum. Meth. A* 985 (2021), p. 164641. DOI: [10.1016/j.nima.2020.164641](https://doi.org/10.1016/j.nima.2020.164641). arXiv: [2004.02754](https://arxiv.org/abs/2004.02754) [physics.ins-det].