

UNIVERSITA' DEGLI STUDI DI PADOVA

Facoltà di INGEGNERIA

Corso di laurea magistrale in INGEGNERIA AEROSPAZIALE



Tesi di Laurea

PROBLEMI DI IMPATTO IN INGEGNERIA: APPLICAZIONE AL CASO DELL'IMPATTO DI RUOTE D'AUTOMOBILE

Impact problems in engineering: application to the impact of an automotive wheel

Alessandro TONAZZO

Relatore: Prof. Ing. Ugo GALVANETTO

Anno Accademico 2011-2012

Al mio piccolo nipotino

*Riccardo... affinché un
giorno tu possa comprendere
l'importanza della famiglia
anche nella lontananza...*

Zio Alessandro

Indice

INDICE DELLE FIGURE	III
SOMMARIO	1
INTRODUZIONE	3
1 CAPITOLO MECCANICA DELL'IMPATTO	9
1.1 INTRODUZIONE	9
1.2 CARATTERIZZAZIONE DEGLI IMPATTI	11
1.3 FORZA E PERIODO DI CONTATTO	14
1.4 COEFFICIENTE DI RESTITUZIONE	20
1.5 FATTORE D'URTO	23
2 CAPITOLO ONDE DI SOLLECITAZIONE NEI SOLIDI.....	29
2.1 INTRODUZIONE	29
2.2 EQUAZIONE DELLE ONDE	31
2.3 ONDE ELASTICHE.....	33
2.3.1 <i>Tensione generata all'impatto.....</i>	<i>34</i>
2.3.2 <i>Riflessione di onde alle interfacce.....</i>	<i>38</i>
2.3.3 <i>Propagazione di onde elastiche in una discontinuità meccanica.....</i>	<i>43</i>
2.3.4 <i>Deformazione uniassiale</i>	<i>46</i>
2.4 ONDE PLASTICHE (CENNI).....	47
2.4.1 <i>Velocità di propagazione.....</i>	<i>47</i>
2.4.2 <i>Onde di scarico</i>	<i>49</i>
3 CAPITOLO COMPORTAMENTO MECCANICO DEI MATERIALI.....	53
3.1 INTRODUZIONE	53
3.2 PROVA DI TRAZIONE	54
3.3 EFFETTO DELLA TEMPERATURA.....	58
3.4 EFFETTO DELLA VELOCITÀ DI DEFORMAZIONE	60
3.5 TEST DINAMICI: CONSIDERAZIONI PRELIMINARI	62
3.5.1 <i>Test uniassiale a elevate strain rate.....</i>	<i>63</i>
3.6 HOPKINSON BAR	65
3.6.1 <i>Prova di compressione.....</i>	<i>65</i>
3.6.2 <i>Prova di trazione.....</i>	<i>71</i>
3.7 TEST DI TAYLOR.....	73
3.8 TEST DI RESILIENZA.....	76
3.9 IL MODELLO DI JOHNSON & COOK.....	79
4 CAPITOLO STRUMENTI DI SIMULAZIONE NUMERICA	83
4.1 INTRODUZIONE	83
4.2 ALGORITMO ESPPLICITO.....	84
4.3 TEMPO DI INCREMENTO STABILE	86
4.3.1 <i>Effetto della mesh</i>	<i>89</i>

4.3.2	<i>Effetto del materiale</i>	90
4.3.3	<i>Scaling della massa</i>	90
4.4	DAMPING	91
4.4.1	<i>Viscosità volumetrica</i>	91
4.4.2	<i>Damping del materiale</i>	93
4.5	ALGORITMI DI CONTATTO	94
5	CAPITOLO TEST DI IMPATTO SU RUOTE IN LEGA LEGGERA	97
5.1	INTRODUZIONE	97
5.2	NOMENCLATURA	99
5.3	TEST CONDOTTI SULLE RUOTE IN LEGA LEGGERA	101
5.4	TEST DI IMPATTO	103
5.5	MODELLO FEM	105
5.5.1	<i>La ruota</i>	105
5.5.2	<i>L'attrezzatura di supporto</i>	108
5.5.3	<i>Massa impattante</i>	114
5.6	CRITERI DI ROTTURA	116
5.7	SIMULAZIONE DEL TEST	118
5.7.1	<i>Analisi di convergenza</i>	121
5.7.2	<i>Singola e doppia precisione</i>	122
5.7.3	<i>Effetto dei gommini</i>	123
5.7.4	<i>Effetto della velocità di deformazione e temperatura</i>	127
5.7.5	<i>Scaling della massa</i>	129
5.7.6	<i>L'andamento delle tensioni</i>	130
5.7.7	<i>Tempi di contatto e coefficienti di restituzione</i>	132
5.8	ESITO DEL TEST SIMULATO	135
	CONCLUSIONI E SVILUPPI FUTURI	143
	APPENDICE A	149
	APPENDICE B	151
	BIBLIOGRAFIA E SITOGRAFIA	155
	RINGRAZIAMENTI	159

Indice delle figure

Figura 1-1: Tipologie d'impatto: a) collineare b) eccentrico [23]	11
Figura 1-2: Fase di compressione e restituzione del periodo di contatto [23]	14
Figura 1-3: Deformazione per sfere di alluminio e gomma (pari volume); velocità di impatto $v = 1$ m/s	15
Figura 1-4: Forza [N] e durata del periodo di contatto [s] (pari volume); Alluminio-Acciaio, Gomma	16
Figura 1-5: Forza [N] e durata del periodo di contatto [s] (pari massa); (Alluminio-Acciaio)	17
Figura 1-6: Impatto di una trave contro una superficie rigida	18
Figura 1-7: Forza [N] e tempo di contatto [s] al variare della geometria	19
Figura 1-8: Impulso della forza di compressione e restituzione [23]	20
Figura 1-9: Trasformazione da energia cinetica a energia di deformazione nell'impatto di una sfera su superficie rigida [J]	22
Figura 1-10: Sistema massa-molla	23
Figura 1-11: Massa in caduta libera su una struttura di rigidità K	24
Figura 1-12: Conversione da energia potenziale a elastica [3]	25
Figura 2-1: Elemento infinitesimo di trave e forze agenti [20]	31
Figura 2-2: Impatto di una barra contro un muro rigido	34
Figura 2-3: Propagazione dell'onda di tensione in una barra con rapporto $L/D = 50$	36
Figura 2-4: Andamento della tensione teorica e FEM dopo $136 \mu s$ dall'impatto [Pa]	36
Figura 2-5: Andamento della tensione teorica e FEM dopo $801 \mu s$ dall'impatto [Pa]	37
Figura 2-6: Riflessione di un'onda longitudinale incidente ortogonalmente una superficie libera [20]	38
Figura 2-7: Riflessione di un'onda longitudinale incidente ortogonalmente una superficie vincolata [20] ...	41
Figura 2-8: Onda incidente una superficie con angolo generico [20]	42
Figura 2-9: Riflessione e trasmissione di un'onda dovute a discontinuità meccanica [20]	43
Figura 2-10: Legame costitutivo bilineare [20]	47
Figura 2-11: Profili d'onda per materiale bilineare [20]	48
Figura 2-12: Curva tensione deformazione e relativi profili d'onda per materiale elasto-plastico [20]	48
Figura 2-13: Curva σ - ϵ idealizzata di un materiale plastico [14]	49
Figura 2-14: Rappresentazione mediante diagramma (x,t) della riflessione di onde elastiche e plastiche all'interno di una barra [14]	50
Figura 3-1: a) Forma iniziale e finale del provino. b) Differenti istanti di deformazione del provino [13] ...	54
Figura 3-2: Confronto tra le curve tensione deformazione reale e ingegneristica [26]	57
Figura 3-3: Effetto della temperatura sulle principali caratteristiche di un materiale [13]	58
Figura 3-4: Effetto della temperatura sul titanio fase α [20]	59
Figura 3-5: Effetto combinato di temperatura e velocità di deformazione [13]	60
Figura 3-6: Effetto della velocità di deformazione su alluminio caricato a taglio [20]	61
Figura 3-7: Aspetti dinamici dei test meccanici [24]	62
Figura 3-8: Rappresentazione schematica del test di trazione [24]	63
Figura 3-9: Andamento temporale della deformazione adimensionale [24]	64
Figura 3-10: Schema dell'apparato sperimentale della Hopkinson Bar [24]	65
Figura 3-11: Schematizzazione degli impulsi all'interfaccia barre-provino [24]	67
Figura 3-12: Imbarilimento durante una prova di compressione [13]	70
Figura 3-13: Configurazione per test a trazione mediante Hopkinson Bar [24]	71
Figura 3-14: Configurazione alternativa per la barra di Hopkinson a trazione [21]	72

<i>Figura 3-15: Schematizzazione del cilindro di Taylor: a) durante la deformazione; b) post deformazione [24]</i>	73
<i>Figura 3-16: Provine per prove di impatto: a) Charpy; b) Izod [13]</i>	76
<i>Figura 3-17: Macchina per il test di resilienza [27]</i>	77
<i>Figura 3-18: Andamento tipico di una curva di resilienza [27]</i>	78
<i>Figura 3-19: Determinazione della costante C del modello di J. & C. [12]</i>	81
<i>Figura 3-20: Determinazione della costante m del modello di J. & C. [12]</i>	81
<i>Figura 4-1: Elemento piano a quattro nodi [1]</i>	92
<i>Figura 5-1: Principali caratteristiche di una ruota in lega leggera [25]</i>	99
<i>Figura 5-2: Parti principali di una ruota [7]</i>	100
<i>Figura 5-3: Macchina per test a fatica per flessione rotante [7]</i>	101
<i>Figura 5-4: Macchina per test a fatica radiale [7]</i>	102
<i>Figura 5-5: Macchina per test di impatto [7]</i>	103
<i>Figura 5-6: Ruota da 15" utilizzata per la simulazione del test di impatto</i>	105
<i>Figura 5-7: Discretizzazione della ruota con elementi tetraedrici (TET4)</i>	107
<i>Figura 5-8: Rappresentazione schematica e dimensioni dell'attrezzatura di sostegno alla prova di impatto [11]</i>	108
<i>Figura 5-9: Attrezzatura di supporto per il test di impatto</i>	109
<i>Figura 5-10: Suddivisione del modello CAD in regioni</i>	110
<i>Figura 5-11: Particolare della mesh del supporto</i>	111
<i>Figura 5-12: Supporto con massa calibratrice</i>	112
<i>Figura 5-13: Analisi di convergenza sulla mesh del supporto</i>	113
<i>Figura 5-14: Geometria della massa impattante</i>	114
<i>Figura 5-15: Modello FEM completo del test di impatto su ruote</i>	118
<i>Figura 5-16: Spostamento massimo nel modello per varie dimensioni di mesh</i>	121
<i>Figura 5-17: Andamento dello spostamento al punto di impatto ottenuto con singola e doppia precisione</i>	122
<i>Figura 5-18: Particolare della mesh del supporto</i>	123
<i>Figura 5-19: Andamento della tensione in un punto a centro razza</i>	124
<i>Figura 5-20: Andamento del punto di impatto con gommini rigidi e cedevoli</i>	125
<i>Figura 5-21: Andamento della deformazione plastica in un punto a centro razza</i>	126
<i>Figura 5-22: Effetto della strain rate sulla tensione</i>	127
<i>Figura 5-23: Andamento delle tensioni con e senza scaling della massa</i>	129
<i>Figura 5-24: Andamento delle tensioni nel tempo con gommini cedevoli</i>	131
<i>Figura 5-25: Andamento della forza di contatto durante il periodo d'impatto</i>	132
<i>Figura 5-26: Velocità della massa impattante durante il periodo di contatto</i>	133
<i>Figura 5-27: Distribuzione della deformazione plastica nelle due zone di impatto con lega 6061-T6</i>	137
<i>Figura 5-28: Distribuzione della densità di energia di deformazione nelle due zone di impatto con lega 6061-T6</i>	138
<i>Figura 5-29: Distribuzione della deformazione plastica nelle due zone di impatto con lega 5052-O</i>	139
<i>Figura 5-30: Distribuzione della densità di energia di deformazione nelle due zone di impatto con lega 5052-O</i>	140
<i>Figura 5-31: Particolare della zona di impatto, lega 6061-T6: superamento del valore critico della variabile utilizzata</i>	141

Sommario

In questo lavoro di tesi si sono evidenziate tutte le caratteristiche e le proprietà da tenere in considerazione nello studio degli impatti con particolare riferimento alla simulazione del test di impatto cui sono sottoposte le ruote in lega leggera; la progettazione di questi componenti mediante l'utilizzo di simulazioni numeriche è fondamentale per ottenere i livelli di performance richiesti, riducendo il numero dei test da effettuare su prototipi e ottimizzando, di fatto, tempi e costi di produzione. L'attrezzatura per condurre il test consiste in una massa impattante di peso specificato che viene lasciata cadere liberamente da un'altezza di 230 mm e da un supporto, inclinato di 13° rispetto al piano di appoggio, su cui è fissato l'insieme ruota-pneumatico. Oltre all'implementazione del modello, è stata condotta un'analisi di convergenza per valutare la dimensione ideale della mesh (6 mm) e, non essendovi dati sperimentali su cui tarare la simulazione, sono stati valutati in maniera approfondita alcuni aspetti critici del programma utilizzato che hanno permesso una drastica riduzione dei tempi macchina. In particolare, si è analizzata la possibilità di utilizzare lo scaling della massa per eliminare il contributo negativo sul time step di alcuni elementi che risultavano particolarmente distorti con riduzione del tempo macchina del 50%. Per abbinare semplicità di implementazione ed efficacia d'uso si sono scelti, per valutare l'esito del test simulato, il criterio della massima deformazione plastica e della massima densità di energia di deformazione.

Introduzione

La necessità di sviluppare una tesi di laurea che si occupi di studiare i problemi di impatto nasce dall'evidente diffusione che questi fenomeni hanno in molteplici campi dell'ingegneria; non si deve, tuttavia, pensare allo studio degli impatti solo in termini di prevenzione degli effetti negativi che questi possono causare ma è importante analizzare anche tutte quelle situazioni in cui si può sfruttare l'applicazione di un carico in maniera impulsiva al fine di ottenere un determinato trasferimento di energia che, di norma, si vuole massimizzare.

Per quanto riguarda l'ingegneria aerospaziale basti pensare agli impatti che possono subire i satelliti in orbita a causa di detriti e micrometeoriti; oltre allo studio approfondito dell'orbita in cui il satellite dovrà essere inserito in modo tale da minimizzare le possibili collisioni e fermo restando il raggiungimento degli obiettivi, sarà necessario progettare gli scudi perché proteggano la struttura da potenziali impattanti che possono raggiungere velocità fino a 100 km/s. Queste masse, pur avendo dimensioni molto piccole, possiedono energie elevatissime e possono provocare danni che vanno da perdite di assetto e disturbi transitori fino a perdita di pressurizzazione e dell'equipaggio. Altro esempio riguarda la possibilità di impatto degli aeromobili con uccelli (*bird strike*).

Esempi nell'ingegneria civile in cui si ricorre agli impatti possono essere le sfere utilizzate per demolire case o altre opere strutturali o, ancora i micropali per fondazioni che vengono inseriti nel terreno mediante trasferimento di energia da impatto.

In ingegneria meccanica si sfruttano gli impatti, per esempio, nella tranciatura della lamiera o in forgiatura con l'obiettivo di massimizzare il trasferimento di energia.

Ancora, nella bioingegneria si studiano le sollecitazioni cui sono sottoposte pianta del piede e caviglia di una persona durante la corsa; le interazioni tra asfalto e suola possono rientrare nella categoria degli impatti e sarà necessario studiare questo fenomeno

per progettare correttamente soletta e suola della scarpa al fine di minimizzare le ripercussioni negative sul piede.

Ulteriori esempi derivano dallo studio delle protezioni utilizzate dai motociclisti (caschi, paraschiena) e, in generale, tutte quelle utilizzate nei vari campi lavorativi.

Tutti questi impatti hanno, tuttavia, caratteristiche molto differenti fra di loro; infatti, anche se sarebbe di enorme utilità pratica, non è pensabile descrivere tutti questi fenomeni con un modello di portata generale. Un'importante suddivisione riguarda la velocità alla quale avviene l'impatto; in base a questo parametro distinguiamo:

- Impatti a bassa velocità;
- Impatti ad alta velocità;
- Impatti iperveloci¹.

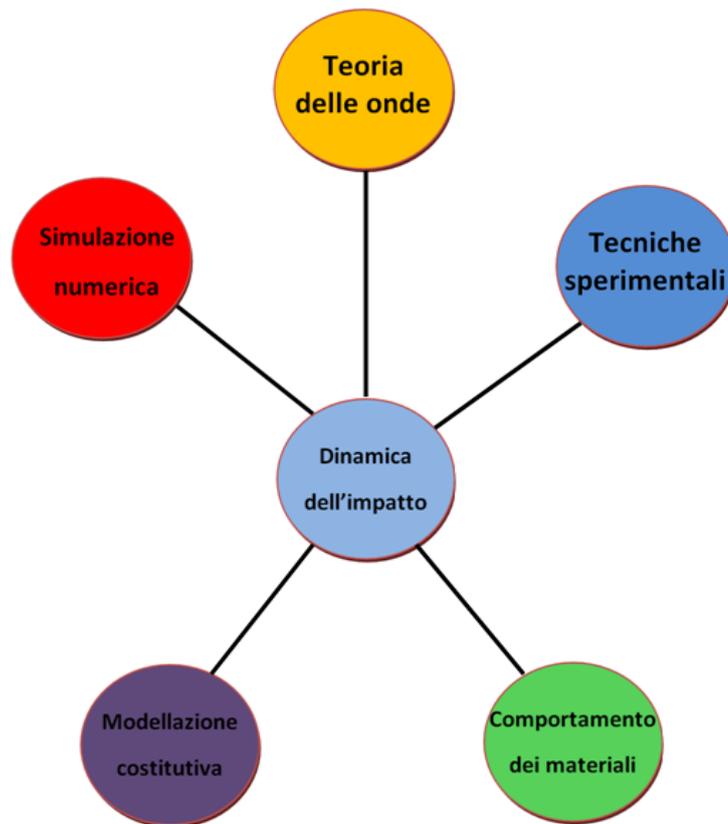
Sarà quindi necessario identificare le caratteristiche del tipo di impatto che si dovrà studiare, soprattutto in relazione alla velocità di deformazione che si realizzerà all'interno della struttura poiché, come vedremo, questo è uno dei parametri che maggiormente influenza le caratteristiche dei materiali e scegliere i modelli fisici appropriati di volta in volta sia per quanto riguarda la resistenza sia per quanto riguarda la rottura. In caso di impatto iperveloce il modello dovrà considerare anche l'effetto della pressione idrostatica.

In ogni caso, il limite che, in generale, oggi vi è nello studio degli impatti è dettato proprio dalla mancanza di modelli matematici e numerici in grado di descrivere in maniera ottimale il comportamento dei materiali sottoposti a questo tipo di carichi. Dal punto di vista pratico, per poter ottenere informazioni sulle grandezze ingegneristicamente rilevanti, è sempre necessario ricorrere agli strumenti della simulazione numerica che oggi sono ampiamente consolidati nello studio della propagazione delle onde di sollecitazione nei transitori post impatto. Ciò, comunque, non deve far pensare ad una sorta d'infallibilità dei codici numerici, poiché vi è il pericolo di compiere gravi errori di valutazione. La bontà

¹ L'impatto iperveloce avviene a velocità superiori o paragonabili a quella di propagazione del suono nel mezzo

dei risultati delle simulazioni è direttamente legata alla qualità del modello numerico realizzato che a sua volta non può prescindere da una completa e corretta conoscenza dei meccanismi che si desidera modellare.

Nonostante le differenze evidenziate, uno schema che riassume in maniera efficace tutti gli aspetti che devono essere considerati quando si studia un impatto è il seguente:



Questo schema è stato scelto come punto di partenza per sviluppare questo lavoro di tesi.

Il primo capitolo introduce le caratteristiche base della meccanica degli impatti e vengono definite le principali grandezze di interesse ingegneristico come forza e periodo di contatto, coefficiente di restituzione e fattori d'urto.

Nel secondo capitolo si passa alla descrizione delle onde di sollecitazione nei solidi poiché esse costituiscono un meccanismo fisico di trasporto dell'energia che non può essere trascurato durante lo studio di un fenomeno d'impatto, soprattutto se si vuole valutarne il transitorio e non solo gli effetti di regime. Inizialmente verranno introdotte le onde elastiche ricavandone l'equazione monodimensionale e analizzandone il comportamento a seguito della riflessione su superfici libere e vincolate e successivamente si farà qualche cenno alle caratteristiche e al comportamento delle onde plastiche.

Poiché un aspetto fondamentale della dinamica dell'impatto riguarda il comportamento dei materiali, nel terzo capitolo si sono evidenziate tutte le caratteristiche principali da valutare in un materiale, in particolare metallico, sottoposto ad impatto e, soprattutto, alcune delle varie tipologie di prove sperimentali che sono necessarie per determinarle; quindi, oltre alle diffuse prove di trazione e di resilienza sono state descritte le tecniche sperimentali note come Hopkinson Bar e Taylor Test che forniscono, rispettivamente, il legame costitutivo e la tensione di snervamento ad una determinata velocità di deformazione. Inoltre, è stato sottolineato come vi siano alcuni parametri, tra i quali la temperatura, che hanno una particolare influenza sul comportamento dei materiali e poiché vi è la necessità di riassumere i dati ottenuti in un modello utilizzabile numericamente che abbinati efficacia e semplicità di utilizzo si è introdotto il modello di Johnson & Cook che permette di quantificare gli effetti di deformazione, temperatura e velocità di deformazione sulla resistenza del materiale.

Nel quarto capitolo sono stati descritti i principali parametri numerici che è necessario conoscere per effettuare una simulazione d'impatto in maniera corretta, soprattutto in riferimento al tempo di incremento stabile che è il parametro che più ha influenza sui metodi di integrazione esplicita che sono stati utilizzati in questa tesi.

Il quinto capitolo è dedicato alla simulazione numerica del test di impatto su ruote in lega leggera che è l'applicazione scelta per utilizzare quanto esposto nei capitoli precedenti. Questo impatto rientra, senza dubbio, tra quelli a bassa velocità; poiché non era previsto il confronto con dati sperimentali e la conseguente taratura, oltre

all'implementazione numerica del modello agli elementi finiti e dei criteri di rottura si è cercato di sfruttare le varie opzioni che il programma offre per tentare di ridurre i tempi di simulazione al minimo poiché questo aspetto è di fondamentale importanza nel settore industriale. Infatti, il vantaggio dell'utilizzo delle simulazioni numeriche per prevedere il comportamento reale delle strutture impattate risiede anche nella possibilità di diminuire i tempi di progettazione. Se, tuttavia, queste simulazioni non possono essere condotte in tempi ragionevoli questo vantaggio si assottiglia fino ad annullarsi. Dopo una breve introduzione sull'importanza delle leghe di alluminio nel settore automobilistico e delle principali prove cui sono sottoposte le ruote in lega leggera si passa alla descrizione dettagliata del modello e delle simulazioni condotte.

Dal punto di vista personale questa tesi offre la possibilità di approfondire le conoscenze del metodo degli elementi finiti studiato durante il corso di laurea magistrale, soprattutto in relazione alla tipologia di analisi e al programma scelto.

1 Capitolo

Meccanica dell'impatto

1.1 Introduzione

Nella meccanica delle strutture il termine *Impatto* è definito come il processo in cui si ha collisione di due o più oggetti; in particolare, considerando solo due corpi, il termine si riferisce alle collisioni nelle quali deve essere tenuto in conto l'effetto della massa di entrambi gli oggetti, escludendo, quindi, i casi di carico impulsivo in cui uno dei due corpi non ha le caratteristiche di solido. Inoltre, il concetto di impatto si distingue ulteriormente sia dal concetto di carico statico sia di carico dinamico per la differente natura delle sollecitazioni che produce; infatti, le forze create a seguito di urti sono applicate e rimosse in tempi brevissimi mentre i carichi di natura statica sono considerati come una serie di stati di equilibrio e non vi è la necessità di considerare le forze d'inerzia. Quelli dinamici, di norma, non derivano da collisioni e hanno tempi caratteristici più lunghi rispetto agli impatti; quindi, il fatto che un carico applicato ad un corpo possa considerarsi o meno un impatto, dipende dal tempo di applicazione del carico stesso e, in particolare, dal *tempo d'innalzamento* durante il quale si passa da una sollecitazione nulla alla sollecitazione massima (*rise time*). Questo intervallo va comparato con il più lungo periodo naturale dell'elemento sollecitato e se risulta che il *rise time* è minore della metà del più lungo periodo naturale siamo in presenza di un impatto. Se invece si ha un *rise time* maggiore di tre volte il più lungo periodo naturale, la sollecitazione può essere considerata quasi-statica.

Capitolo 1

La risposta dei materiali e delle strutture ai carichi derivanti da impatto è molto più complessa da analizzare rispetto a quella statica. Dal punto di vista concettuale, il comportamento dei corpi impattati può essere suddiviso in tre principali regimi; per condizioni di carico che danno luogo a sollecitazioni tali da non superare la tensione di snervamento si ha un impatto di tipo elastico e per la risoluzione dello stato di sforzo valgono le equazioni di Hooke. Quando l'intensità del carico applicato aumenta, si entra nel regime plastico; in questo caso il comportamento del materiale cambia notevolmente poiché entrano in gioco diversi fenomeni che sono assenti nel caso di urto completamente elastico, come grandi deformazioni e riscaldamento che, spesso, possono portare anche alla rottura dei corpi impattanti, la quale può avvenire secondo diversi meccanismi. Se, però, l'intensità del carico è tale da generare nella struttura impattata tensioni che superano di alcuni ordini di grandezza la resistenza del materiale, quest'ultimo può presentare, addirittura, un comportamento di tipo idrodinamico.

Quando un impatto genera sollecitazioni di bassa intensità, sia la geometria dell'intera struttura sia la natura del materiale di cui è costituita, assumono un ruolo importante nel bilanciare le forze generate dal contatto fra i corpi; tuttavia, più l'intensità del carico aumenta, più la risposta tende a diventare localizzata e viene influenzata maggiormente dal modello costitutivo del materiale nelle vicinanze della zona d'impatto e molto meno dalla geometria.

Dal punto di vista progettuale, è molto importante conoscere il tipo di forzanti che possono sollecitare una struttura durante la sua vita utile; se i carichi sono di natura quasi statica, la progettazione strutturale dovrà essere orientata in modo che questi carichi possano essere sostenuti durante l'esercizio. Nel caso in cui la struttura possa, o debba, essere sottoposta a sollecitazioni impulsive derivanti da impatto con corpi esterni, la progettazione strutturale dovrà garantire che la struttura sia in grado di assorbire l'energia posseduta da queste masse senza rompersi. Questo assorbimento dovrà avvenire, a seconda delle applicazioni, in campo elastico o in campo plastico.

1.2 Caratterizzazione degli impatti

Quando due corpi B e B' collidono, esiste un istante di tempo, definito *incidenza*, in cui un unico punto C della superficie di B è in contatto con un punto C' appartenente a B'; è questo il momento in cui ha inizio il fenomeno d'impatto ed è indicato con $t = 0$. Poiché, in generale, almeno uno dei due corpi ha una superficie topologicamente liscia, cioè che non presenta discontinuità nella curvatura, si può definire un unico piano tangente comune ai due corpi passante per C e C'. L'orientazione di questo piano è definita dalla direzione del versore \mathbf{n} che viene scelto ortogonale al piano tangente come evidenziato in Figura 1-1.

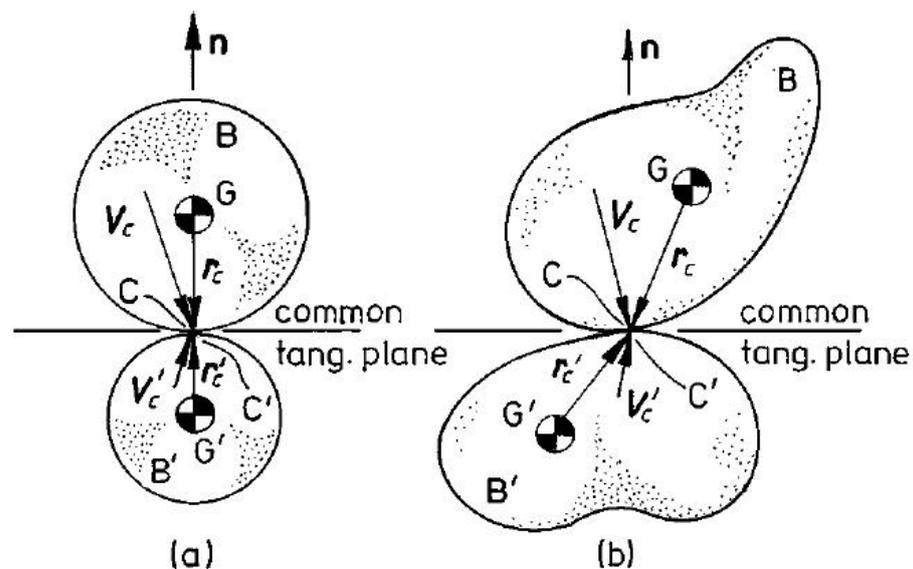


Figura 1-1: Tipologie d'impatto: a) collineare b) eccentrico [23]

Se entrambi i corpi impattanti hanno il centro di massa allineato con la normale passante per il punto di contatto C siamo in presenza di **impatto collineare** o centrale; questa condizione si può esprimere, dal punto di vista vettoriale, mediante la relazione:

$$\mathbf{r}_c \wedge \mathbf{n} = \mathbf{r}'_c \wedge \mathbf{n} = \mathbf{0}$$

1-1

Capitolo 1

in cui il simbolo \wedge indica il prodotto vettoriale. L'impatto centrale è caratterizzato da equazioni del moto che possono essere disaccoppiate nella direzione normale e tangenziale. Al contrario, se almeno uno dei due corpi ha il centro di massa che non giace sulla retta identificata dalla normale siamo in presenza di **impatto eccentrico** per cui risulta necessariamente che

1-2

$$\mathbf{r}_c \wedge \mathbf{n} \neq \mathbf{0} \quad \text{o} \quad \mathbf{r}_c' \wedge \mathbf{n} \neq \mathbf{0}$$

In questo caso, e nell'ipotesi che l'attrito tra i corpi non sia trascurabile, le equazioni del moto non possono essere separate.

Al momento dell'impatto, i punti di contatto, pur essendo coincidenti, presentano una determinata velocità relativa, ricavabile dall'espressione

1-3

$$\mathbf{v}_0 \equiv \mathbf{v}(0) = \mathbf{V}_c(0) - \mathbf{V}_c'(0)$$

Questa velocità ha una componente $\mathbf{v}_0 \cdot \mathbf{n}$ normale al piano tangente e una componente $(\mathbf{n} \wedge \mathbf{v}_0) \wedge \mathbf{n}$ parallela al piano tangente che viene definita scorrimento (*sliding*); questa suddivisione è molto importante per l'analisi poiché la componente di scorrimento è quella responsabile della dissipazione di energia per attrito mentre quella normale influenza la forza e il periodo di contatto. L'angolo Ψ_0 tra la velocità relativa iniziale al punto di contatto e il versore \mathbf{n} è definito *angolo di obliquità all'incidenza*; in funzione del valore che esso assume si distinguono:

- *impatti diretti*, quando il campo di velocità è uniforme e parallelo alla direzione normale ($\Psi_0 = 0$);
- *impatti obliqui*, quando l'angolo di obliquità è diverso da zero.

Dal punto di vista analitico non esiste una vera e propria teoria dell'impatto a causa della complessità dei meccanismi che entrano in gioco durante una collisione; esistono, tuttavia, diversi modelli per trattare il problema in maniera semplificata.

Fra questi i più importanti sono:

- impatto fra particelle: si considera solo la componente normale della forza di contatto poiché le particelle sono, per definizione, sferiche e lisce;
- impatto fra corpi rigidi: questo modello vale nel caso in cui i corpi in contatto siano compatti, caratterizzati da bassa deformabilità cosicché l'area di contatto rimane di dimensioni contenute, rispetto alla dimensione media dei corpi, durante tutto il periodo di contatto. La tensione che si genera al punto di impatto rimane confinata nella zona circostante e decade rapidamente muovendosi in direzione radiale dalla regione di contatto;
- impatto trasversale su corpi flessibili: si può utilizzare quando almeno uno dei due corpi impattanti è sottoposto a flessione derivante dall'azione della forza di contatto; si può verificare mediante simulazione FEM che la flessione influenza sia la forza sia la lunghezza del periodo di contatto oltre a rappresentare una sorgente di dissipazione energetica addizionale²;
- impatto assiale su corpi flessibili: in questo caso, a seguito dell'impatto, si generano delle onde longitudinali di tensione che non possono essere trascurate nell'analisi dinamica poiché influenzano in maniera determinante il periodo di contatto come verrà messo in luce in seguito mediante simulazione numerica.

In questi ultimi due casi il moto vibratorio che si sviluppa a seguito dell'impatto non può assolutamente essere trascurato nell'analisi al contrario di quanto accade nella teoria del corpo rigido. Nell'ambito strutturale non ha senso utilizzare questi modelli poiché non riescono a prevedere l'evoluzione temporale delle principali grandezze di interesse, ma essi possono essere utilizzati per prevedere il comportamento che alcune strutture di geometria semplice hanno quando vengono sottoposte a impatto.

² Oltre all'energia spesa in deformazione nella zona di contatto che non viene recuperata

1.3 Forza e periodo di contatto

Quando due corpi collidono, all'interfaccia si genera una pressione che evita l'interpenetrazione reciproca; durante il periodo di contatto, questa pressione, agendo su una piccola porzione di superficie, si traduce in una forza risultante che agisce, per il principio di azione e reazione, sui due corpi con lo stesso modulo ma verso opposto. Inizialmente la forza aumenta all'aumentare dell'indentazione e riduce la velocità relativa tra i corpi impattanti finché, ad un certo punto, il lavoro fatto dalla forza di contatto è sufficiente ad annullare la componente normale di velocità relativa. Il periodo di contatto può, dunque, essere separato in due fasi distinte; la prima, detta *fase di compressione* o di approccio, è quella che va dall'incidenza al momento in cui la velocità relativa fra i corpi è nulla. In questa fase, l'energia cinetica del moto relativo è trasformata in energia interna di deformazione elastica dalla forza di contatto. Successivamente ha inizio la *fase di restituzione* in cui si ha lo scarico dell'energia elastica immagazzinata durante la fase di compressione; questa energia genera una forza, il cui lavoro garantisce il recupero di una parte dell'energia cinetica iniziale, situazione che porta al distacco dei corpi impattanti ponendo fine al periodo di contatto. In Figura 1-2 è raffigurato l'andamento temporale sia della forza, sia dello spostamento nel punto di contatto e sono evidenziati i periodi di compressione e restituzione.

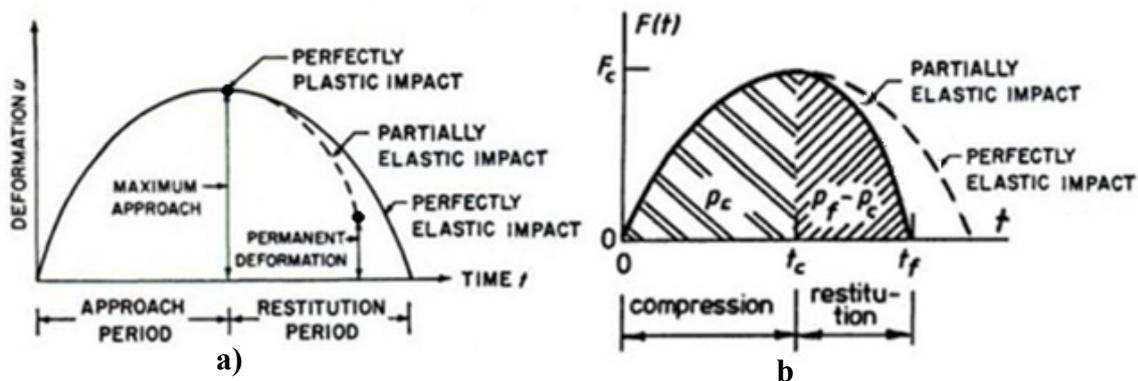


Figura 1-2: Fase di compressione e restituzione del periodo di contatto [23]

Quello che si può notare dalla Figura 1-2 b è che la forza di contatto è massima alla fine del periodo di compressione, quando la velocità è nulla; ciò è sempre vero per i materiali elastici (o elasto-plastici) ma non si verifica per i materiali che esibiscono comportamento viscoelastico, cioè dipendente dalla velocità di deformazione. E' evidente che negli istanti immediatamente successivi all'incidenza la velocità di deformazione è massima, essendo l'energia cinetica ancora molto elevata rispetto al valore d'impatto; di conseguenza, per materiali particolarmente sensibili alla velocità di deformazione, il massimo della forza di compressione si raggiunge durante la fase di approccio e non alla fine di questa che avviene, in ogni caso, quando la velocità relativa è nulla. Dalla stessa figura, si può notare che il periodo di compressione e quello di restituzione non hanno sempre uguale durata; infatti, ciò accade se e solo se l'urto è completamente elastico mentre se vi è dissipazione plastica la durata della fase di restituzione diminuisce fino ad annullarsi in caso di impatto perfettamente plastico per cui, non essendoci ritorno elastico, i due corpi proseguono, teoricamente, senza che ci sia separazione.

Il periodo di contatto e il modulo della forza che si genera all'interfaccia tra i corpi sono influenzati soprattutto dal materiale di cui sono costituiti e dalla loro geometria. Per quantificare l'influenza del materiale sono state condotte delle simulazioni in cui si sono fatte impattare sfere di alluminio, acciaio e gomma di pari dimensione su una parete rigida come schematizzato dalla Figura 1-3:

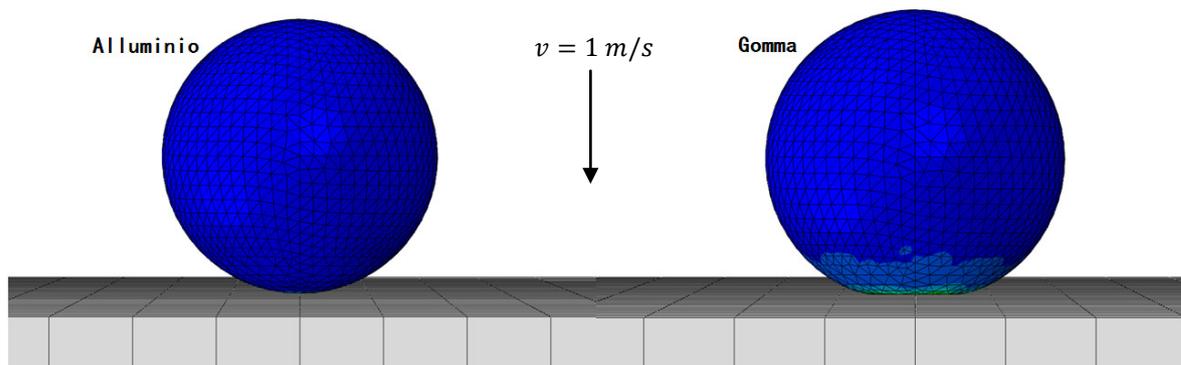


Figura 1-3: Deformazione per sfere di alluminio e gomma (pari volume); velocità di impatto $v = 1 \text{ m/s}$

Capitolo 1

L'impatto è avvenuto con $v = 1 \text{ m/s}$ affinché l'urto fosse di tipo elastico e, com'era lecito aspettarsi, le sfere di alluminio e acciaio si deformano molto meno rispetto a quella in gomma; la forza e il periodo di contatto hanno evidenziato il seguente andamento:

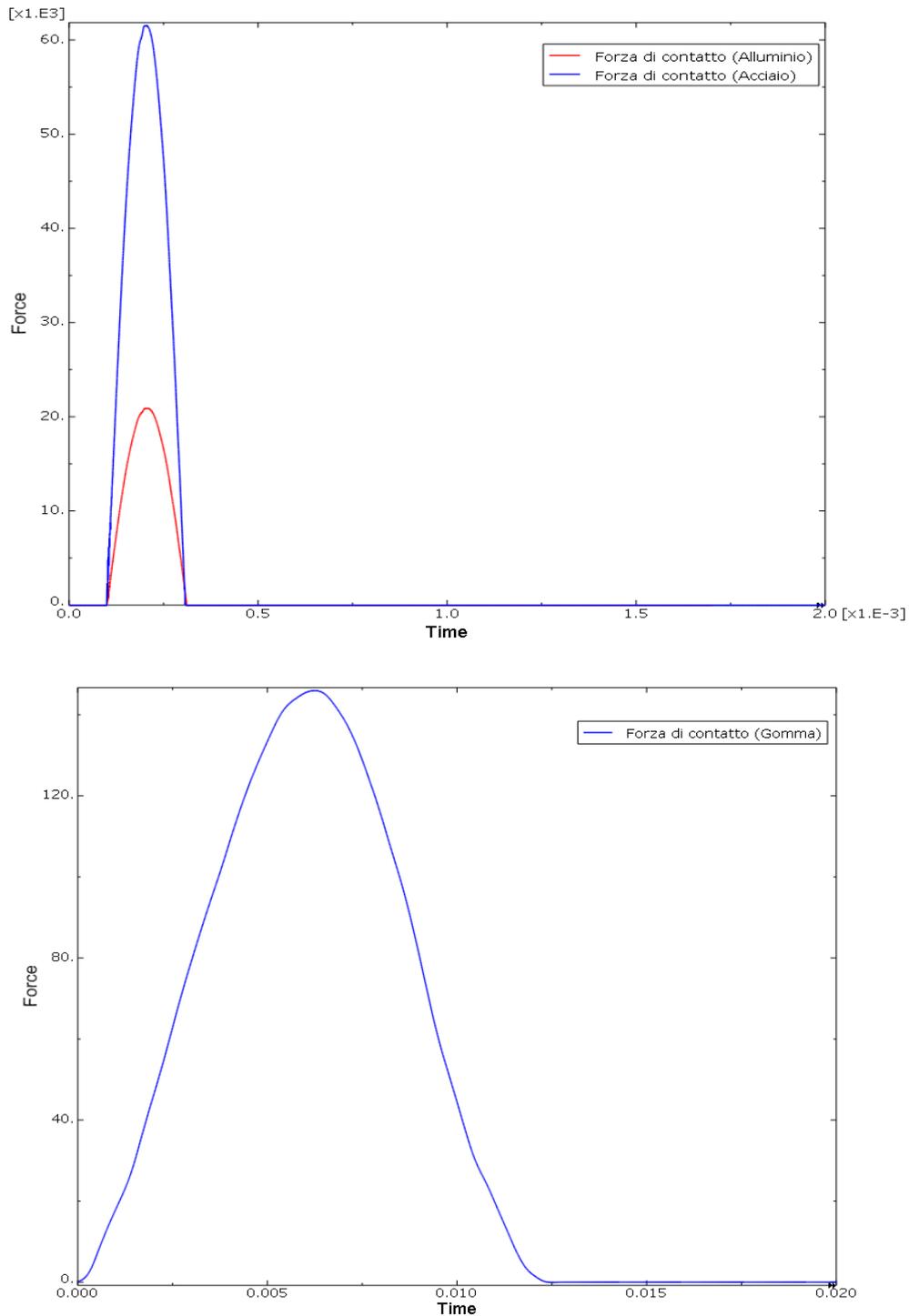


Figura 1-4: Forza [N] e durata del periodo di contatto [s] (pari volume); Alluminio-Acciaio, Gomma

La durata dell'impatto nel caso di sfera in alluminio e di acciaio è circa 0.2 ms mentre nel caso della gomma si arriva a 12 ms; per quanto riguarda la forza di contatto si sono ottenuti i seguenti risultati:

Materiale	Forza di contatto (N)
Acciaio	61000
Alluminio	21000
Gomma	145

Queste simulazioni evidenziano come la forza di contatto abbia una marcata dipendenza dal materiale, a parità di geometria e di velocità al momento dell'impatto; questo è dovuto, principalmente, al fatto che l'energia cinetica della sfera è influenzata dalla densità del materiale, per cui nell'impatto di una massa di acciaio dovrà essere assorbita una quantità di energia maggiore rispetto al caso dell'alluminio e della gomma; se, tuttavia, le simulazioni vengono effettuate mantenendo costante l'energia cinetica iniziale regolando le dimensioni delle sfere per ottenere masse uguali otteniamo quanto segue:

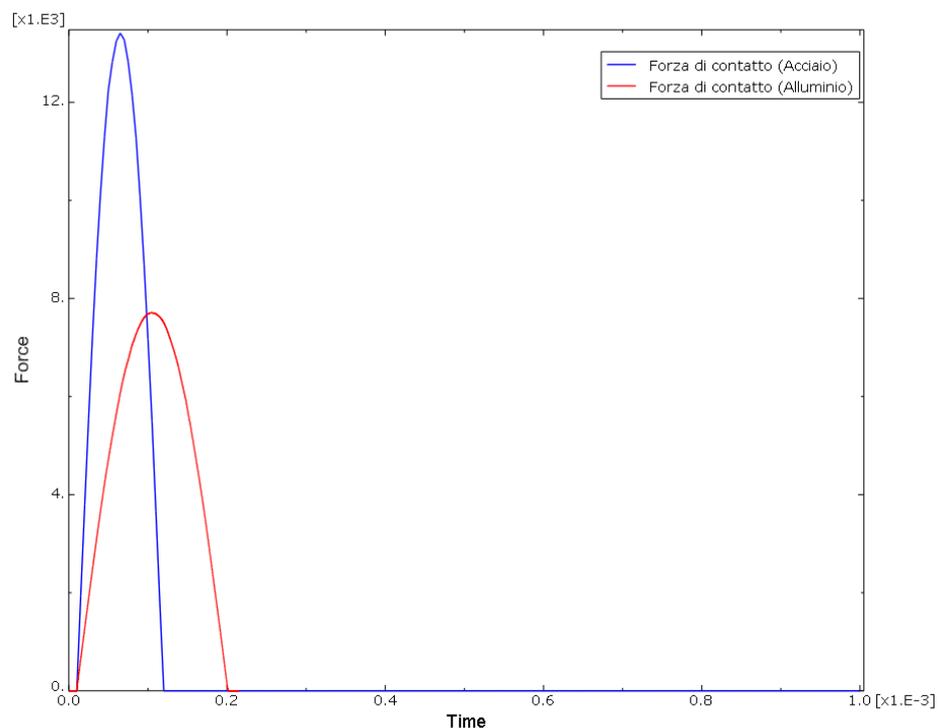


Figura 1-5: Forza [N] e durata del periodo di contatto [s] (pari massa); (Alluminio-Acciaio)

Capitolo 1

In questo caso le sfere di acciaio e alluminio hanno la stessa massa di quella di gomma precedente; dunque, poiché tutti tre i corpi hanno la stessa quantità di moto, si può concludere che l'impulso dato dalla forza di contatto è il medesimo in tutti tre i casi. E' evidente dalle simulazioni che materiali con modulo di elasticità più elevato comportano forze di contatto più alte e di conseguenza tempi di contatto più brevi³.

Per valutare l'influenza della geometria sulla forza e sul tempo di contatto consideriamo questo semplice esempio in cui una trave di alluminio, di sezione quadrata, impatta contro una superficie rigida con $v = 1 \text{ m/s}$:

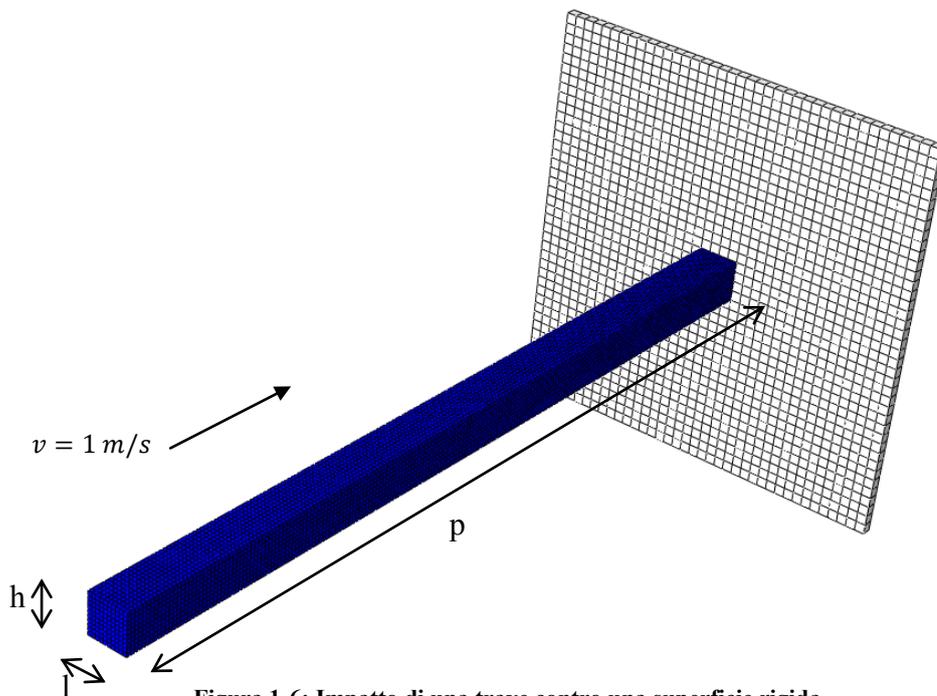


Figura 1-6: Impatto di una trave contro una superficie rigida

Sono state condotte tre simulazioni differenti in cui si sono variate le dimensioni della trave:

Caso	Dimensioni [m] (h x l x p)
1	0.1 x 0.1 x 1
2	0.1 x 0.1 x 2
3	0.07 x 0.07 x 2

³ Si ha $I = \int_0^t \mathbf{F}(\tau) d\tau$ per cui è evidente che se \mathbf{F} aumenta, t deve diminuire con t periodo di contatto

I risultati delle tre simulazioni sono riassunti dal seguente grafico:

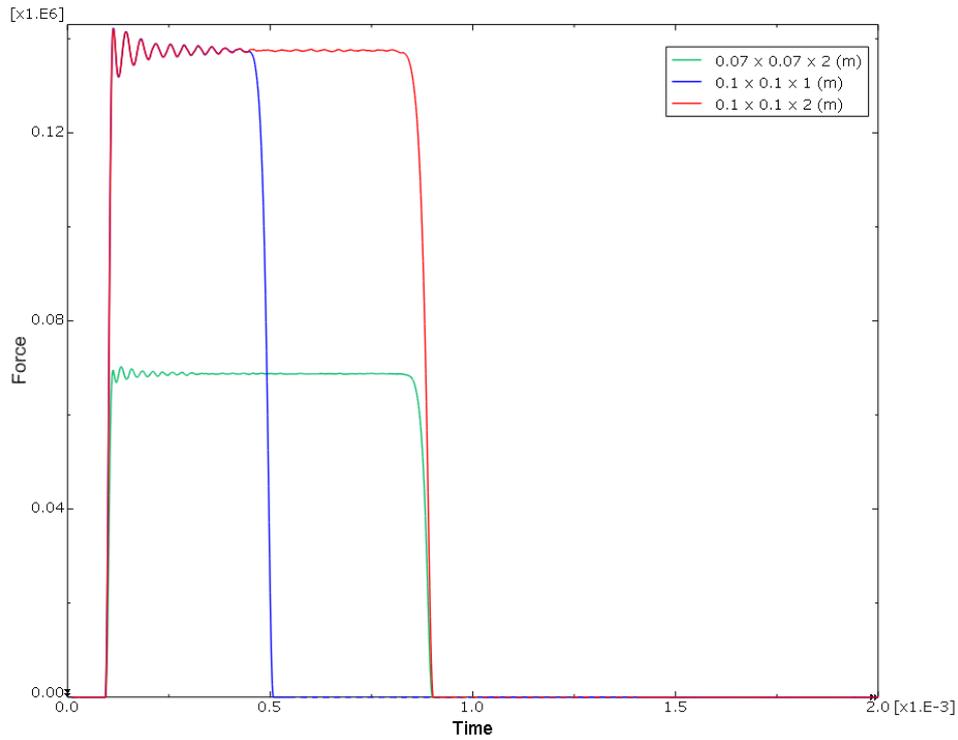


Figura 1-7: Forza [N] e tempo di contatto [s] al variare della geometria

Dall'esame della Figura 1-7 si nota subito che la lunghezza della trave influenza il periodo di contatto; si può, quindi, affermare che travi di lunghezza uguale hanno periodi di contatto uguali, a prescindere dalla sezione trasversale. Viceversa, è la superficie della sezione a influenzare la forza di contatto e questo dipende dal fatto che la tensione generata all'impatto è funzione, come verrà dimostrato nel prossimo capitolo, della velocità di impatto, della densità e della velocità di propagazione delle onde di tensione nel materiale. Poiché queste tre grandezze sono le stesse in tutti e tre i casi, ne consegue che la forza di contatto è direttamente proporzionale all'area ed è, quindi, maggiore nei casi 1 e 2.

1.4 Coefficiente di restituzione

Dal punto di vista analitico, la teoria dell'impatto, per i corpi rigidi, è basata principalmente sulla legge di conservazione della quantità di moto e matematicamente risulta molto semplice da applicare. In ogni caso, questa teoria non è in grado di valutare nessuna delle grandezze fondamentali dal punto di vista strutturale durante il transitorio ma è limitata alla determinazione dello stato cinetico che si realizza a seguito dell'impatto. Per urti perfettamente elastici, la legge di conservazione dell'energia meccanica fornisce la seconda relazione richiesta per determinare univocamente le velocità finali degli oggetti impattanti. Se, tuttavia, l'impatto avviene ad una velocità tale da superare la tensione di snervamento, non si ha più la conservazione dell'energia meccanica poiché una parte è dissipata dal lavoro di deformazione plastica. Per chiudere il problema si introduce il *coefficiente di restituzione* definito nel seguente modo:

1-4

$$e = \frac{v_f}{v_i}$$

dove v_f e v_i indicano, rispettivamente, la velocità *relativa* al punto di contatto prima e dopo l'impatto. Questo coefficiente rappresenta il grado di plasticità della collisione; evidentemente risulta $e = 1$ per un urto perfettamente elastico mentre $e = 0$ per un urto perfettamente plastico; riprendendo la Figura 1-2 si può evidenziare in maniera grafica che l'impulso della forza di restituzione è minore in caso di urto plastico. Originariamente si pensava che il coefficiente di restituzione fosse una

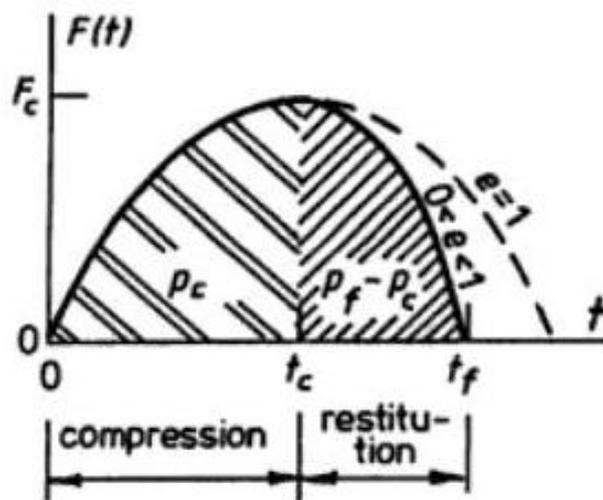


Figura 1-8: Impulso della forza di compressione e restituzione [23]

caratteristica del materiale ma sia sperimentalmente che analiticamente si è dimostrato che esso è funzione della massa, della forma e della velocità relativa degli oggetti impattanti; dal punto di vista sperimentale un metodo per ottenere valori del coefficiente di restituzione consiste nel far cadere una sfera da una certa altezza h contro una piastra molto massiva dello stesso materiale. Se indichiamo con h^* l'altezza a cui giunge la sfera dopo il rimbalzo, l'energia perduta nell'impatto è esprimibile mediante

1-5

$$\Delta T = mg(h - h^*)$$

e poiché si ricava facilmente che $v = \sqrt{2gh}$ segue subito

1-6

$$e = \sqrt{\frac{h^*}{h}}$$

Nelle applicazioni ingegneristiche che prevedono impatti, il coefficiente di restituzione viene sempre valutato poiché permette di valutare la rigidità di una struttura sottoposta a carichi impulsivi.

Nella realtà si ha sempre $0 < e < 1$ poiché non esistono urti perfettamente elastici in quanto una parte dell'energia posseduta dai corpi viene sempre dissipata dal moto vibrazionale prodotto dall'impatto e a causa dell'attrito; inoltre, tutti i materiali sono più o meno incrudenti, cioè aumentano la resistenza all'aumentare della deformazione per cui non si può mai parlare di urto perfettamente plastico.

La Figura 1-9 a pagina successiva riporta la trasformazione da energia cinetica a energia di deformazione elastica che avviene nell'impatto della sfera in gomma precedentemente citato; nonostante il materiale sia stato modellato come solido elastico si può notare che l'energia cinetica non viene interamente recuperata e si intravede il moto vibratorio che, come sottolineato, caratterizza tutti gli impatti. Poiché questo moto è destinato a dissiparsi nella realtà a causa dello smorzamento strutturale è evidente che il

Capitolo 1

coefficiente di restituzione non è unitario nemmeno in questo semplice caso, pur avendo valori prossimi all'unità.

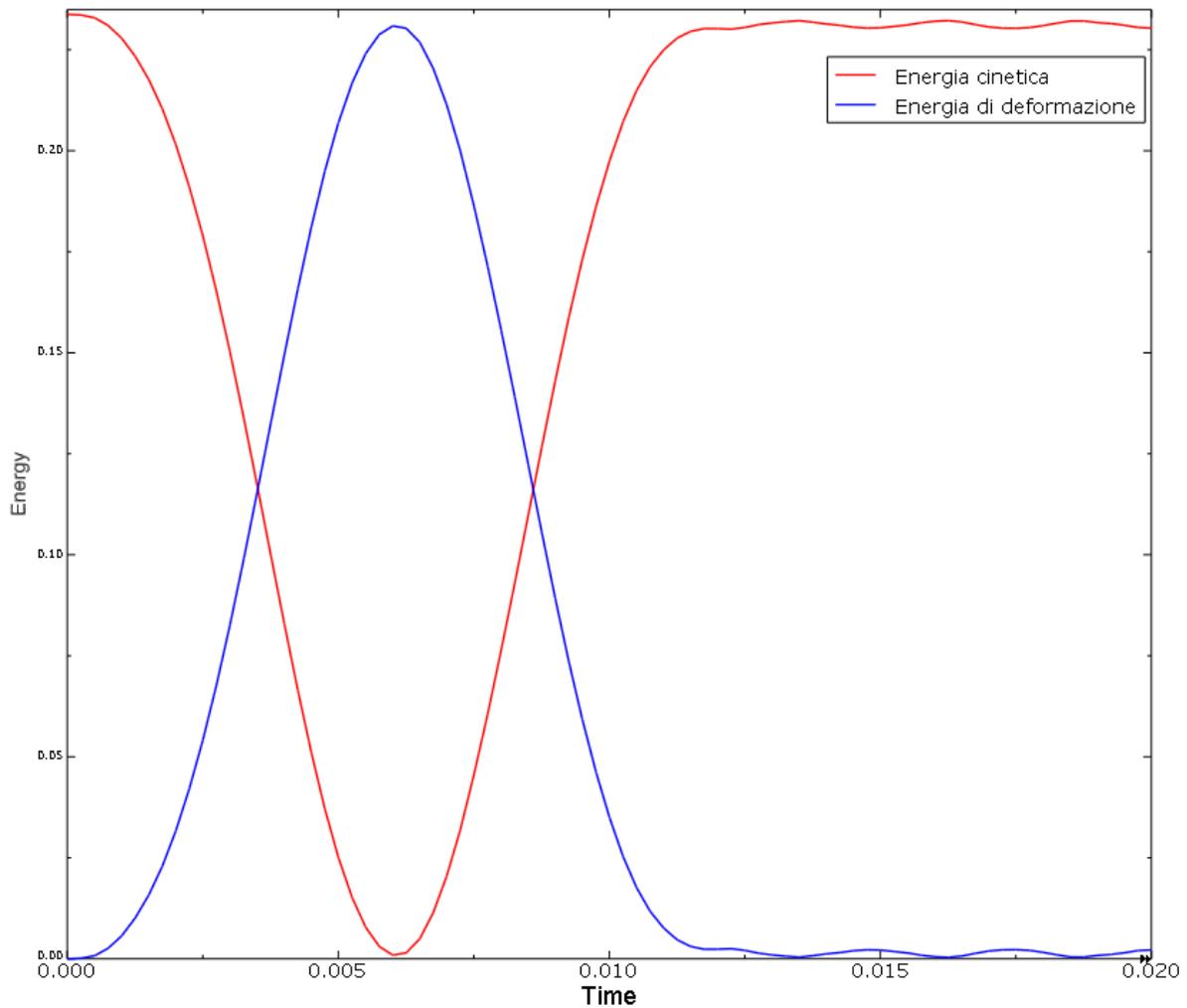


Figura 1-9: Trasformazione da energia cinetica a energia di deformazione nell'impatto di una sfera su superficie rigida [J]

1.5 Fattore d'urto

E' stato già osservato che quando un carico viene applicato in maniera dinamica l'effetto che esso ha sul corpo sul quale agisce è molto diverso rispetto al caso statico. Per introdurre l'argomento consideriamo il sistema massa-molla di Figura 1-10 e valutiamo la sua risposta dinamica in seguito all'applicazione di una forzante a gradino di valore F_0 .

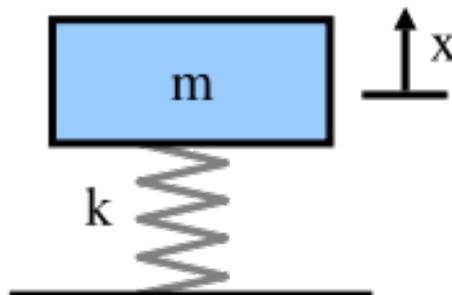


Figura 1-10: Sistema massa-molla

Se indichiamo con $X(t)$ lo spostamento che la massa subisce, nel tempo, per effetto della sollecitazione imposta, è immediato verificare che vale la seguente relazione:

1-7

$$X(t) = \frac{F_0}{K} [1 - \cos(\omega_n t)] = \frac{F_0}{K} D(t)$$

in cui si è indicato con $\omega_n = \sqrt{\frac{K}{m}}$ la pulsazione naturale del sistema considerato. Poiché $\frac{F_0}{K}$ è la deflessione che la molla subirebbe se il carico fosse applicato in maniera quasi statica, il termine $D(t)$ assume il significato di *fattore di amplificazione dinamico*. Esso indica, sostanzialmente, quanto cambia l'effetto della forzante quando quest'ultima viene applicata in maniera repentina. Poiché, in questo caso, si ha:

1-8

$$0 \leq D(t) \leq 2$$

Capitolo 1

questo significa che l'applicazione di una forzante a gradino può tradursi anche in una deamplificazione della deflessione statica ed è quindi molto importante valutare la durata della sollecitazione per quantificare gli effetti dinamici che essa produce.

Un approccio analogo può essere applicato al caso di fenomeni di impatto; consideriamo, a questo proposito, la situazione di Figura 1-11 in cui una massa M , in caduta libera, impatta una struttura di rigidezza K .

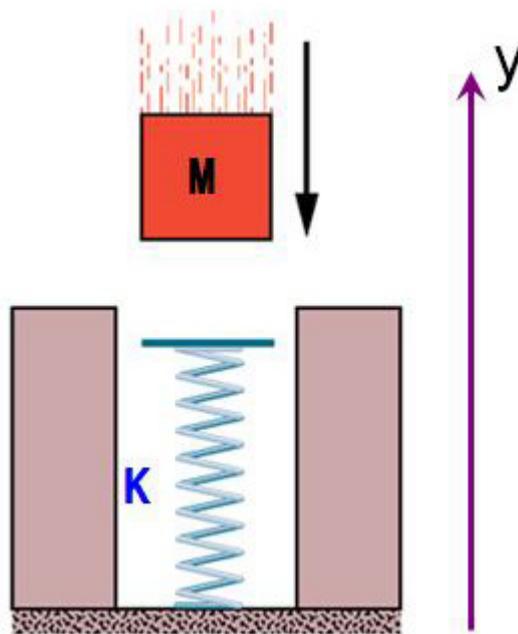


Figura 1-11: Massa in caduta libera su una struttura di rigidezza K

Per non rendere la trattazione troppo complicata, si assumono le seguenti ipotesi semplificative:

- la massa della struttura è trascurabile;
- la massa M non subisce deformazioni durante la caduta;
- la molla ha comportamento elastico lineare;
- non ci sono dissipazioni nel sistema.

Anche in questo caso siamo interessati a valutare come cambia la risposta del sistema quando il carico è applicato dinamicamente; se la massa fosse appoggiata sulla struttura in maniera quasi statica otterremmo la seguente espressione per la deflessione della molla:

1-9

$$\delta_{st} = \frac{W}{K}$$

dove W indica il peso della massa M . Indicando con δ la deflessione dovuta all'urto si può esprimere la forza elastica generata dalla molla mediante:

1-10

$$F_e = K\delta$$

Se la massa M ha inizialmente velocità nulla, essa possiede solamente energia potenziale; poiché il sistema non è dissipativo tutta questa energia viene convertita dalla molla in energia elastica come schematizzato dalla Figura 1-12.

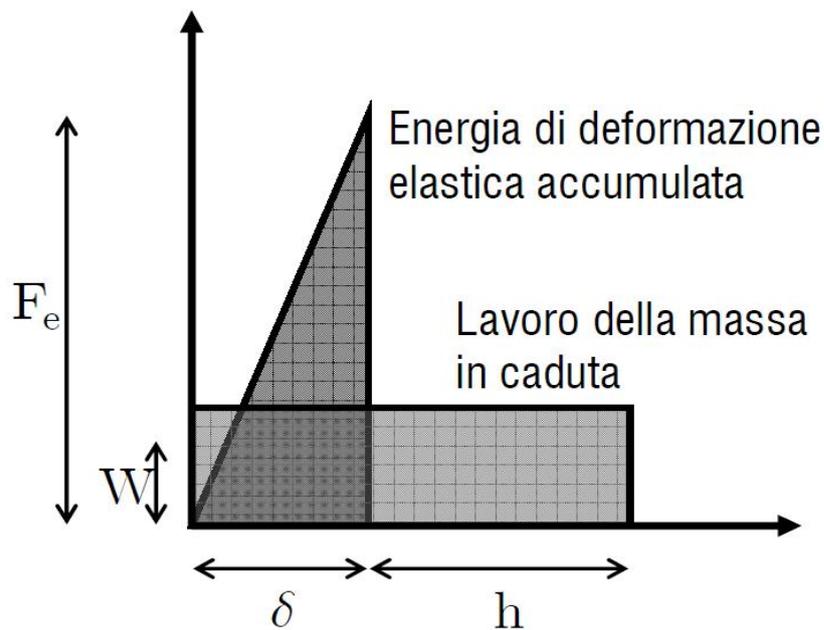


Figura 1-12: Conversione da energia potenziale a elastica [3]

Capitolo 1

Il principio di conservazione dell'energia assume, di conseguenza, la seguente forma:

1-11

$$W(h + \delta) = \frac{1}{2} F_e \delta$$

dove h indica l'altezza da cui cade la massa M . Combinando la 1-9 con la 1-10 e inserendole nella 1-11 possiamo ricavare che

1-12

$$W(h + \delta) = \frac{1}{2} W \frac{\delta^2}{\delta_{st}}$$

per cui si ottiene che

1-13

$$\delta = \delta_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right) = \delta_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Kh}{W}} \right)$$

che corrisponde ad una forza elastica pari a

1-14

$$F_e = W \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2h}{\delta_{st}}} \right) = W \left(1 + \sqrt{1 + \frac{2Kh}{W}} \right)$$

Il termine fra parentesi viene detto *fattore d'urto* e quantifica l'effetto dell'azione dinamica del carico in caso di impatto. Si può notare che, in nessun caso, il carico dinamico può essere inferiore allo stesso applicato staticamente come, viceversa, poteva accadere precedentemente. Nel caso particolare in cui il carico sia applicato istantaneamente, cioè partendo da $h = 0$, il fattore d'urto è pari a 2. In caso di caduta libera abbiamo visto che

1-15

$$v = \sqrt{2gh}$$

per cui si possono esprimere sia la deflessione dinamica che la forza elastica in termini di velocità all'impatto:

1-16

$$\delta = \delta_{st} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_{st}}} \right) \qquad F_e = W \left(1 + \sqrt{1 + \frac{v^2}{g\delta_{st}}} \right)$$

Se si assume che $h \gg \delta, \delta_{st}$ le espressioni 1-13, 1-14 si possono semplificare nelle seguenti:

1-17

$$\delta = \sqrt{2h\delta_{st}} \qquad F_e = W \sqrt{\frac{2h}{\delta_{st}}}$$

Evidentemente δ rappresenta la deflessione massima della molla, che verrà raggiunta alla fine della fase di compressione; i fattori d'urto hanno un ruolo fondamentale durante la progettazione poiché permettono di quantificare un carico statico equivalente a quello prodotto dall'impatto. Oltre al corretto dimensionamento delle strutture, questo può permettere, durante le simulazioni agli elementi finiti, di risparmiare moltissimo tempo poiché una simulazione dinamica può richiedere anche diversi giorni mentre l'equivalente statica risulta molto più veloce.

Dopo aver evidenziato gli aspetti fondamentali che caratterizzano gli impatti si può passare all'analisi della propagazione delle onde di tensione nei materiali che rappresenta, come vedremo, una componente fondamentale nello studio della dinamica di questi fenomeni.

2 Capitolo

Onde di sollecitazione nei solidi

2.1 Introduzione

Nella dinamica del corpo rigido, l'applicazione di una forza in una struttura si traduce in un'accelerazione lineare di ogni suo punto oltre ad un moto angolare attorno al suo centro di massa. In sostanza si considera che gli effetti della sollecitazione si diffondano istantaneamente a tutta la struttura. Questo tipo di approccio, nel campo aerospaziale, trova, per esempio, applicazione nella dinamica del volo spaziale⁴. Al contrario, nella teoria dell'elasticità, la struttura analizzata si pensa in equilibrio sotto l'azione delle forze applicate e si considera, quindi, il valore delle deformazioni statiche. Questi approcci sono adatti allo studio di problemi in cui il tempo che intercorre tra l'applicazione della sollecitazione e il raggiungimento dell'equilibrio è molto piccolo rispetto al tempo in cui si osservano gli effetti del carico stesso.

E' evidente che, per valutare gli effetti di forze applicate per periodi di tempo molto brevi (dell'ordine di qualche millisecondo) o che cambiano rapidamente, questi approcci sono totalmente inadatti e si deve ricorrere ad un modello che sia in grado di valutare non solo gli effetti di regime ma anche, e soprattutto, il transitorio. Nel capitolo precedente mediante l'utilizzo della simulazione FEM si è messo in luce che le sollecitazioni derivanti da fenomeni d'impatto hanno natura impulsiva e quindi per valutarne gli effetti in maniera approfondita è necessario considerare la propagazione delle onde di tensione nei corpi soggetti a questo tipo di carico.

⁴ Si pensi per esempio al ΔV impartito ad uno spacecraft durante una manovra orbitale

Capitolo 2

Un'onda è definibile come il trasporto di una perturbazione nello spazio senza comportare un trasporto *netto* della materia del mezzo, qualora presente, che occupa lo spazio stesso. Nella teoria elasto-plastica dei corpi solidi, è stata diffusamente trattata la propagazione di due tipi di onde:

- *onde longitudinali* o dilatazionali in cui il moto delle particelle del mezzo si sviluppa parallelamente alla direzione di propagazione;
- *onde trasversali* o distorsionali in cui il moto delle particelle del mezzo si sviluppa in direzione perpendicolare alla direzione di propagazione.

Bisogna però ricordare che, in generale, quando un corpo è soggetto a carichi impulsivi, si sviluppano in esso diverse tipologie di onde, quali quelle di torsione o quelle di flessione; inoltre, se il disturbo si propaga lungo una superficie del corpo, questa avviene per mezzo di onde superficiali quali:

- *onde di Rayleigh* la cui intensità decade in modo esponenziale con la distanza dalla superficie;
- *onde di Love*, cioè onde di taglio che si formano in materiali composti da strati con diverse caratteristiche fisiche.

Si deve, ancora, osservare che la propagazione ondosa all'interno di un corpo reale comporta scambi di energia. A causa di diversi meccanismi che vanno sotto il nome di attriti interni⁵ parte di questa energia meccanica viene convertita in calore. Tuttavia la complessità dei modelli matematici che descrivono questi fenomeni è tale da renderli analiticamente intrattabili; di norma quindi, si tralasciano pur non inficiando la portata qualitativa dei risultati.

⁵ Isteresi e viscosità del materiale [14]

2.2 Equazione delle onde

Quando un corpo è sottoposto ad un carico impulsivo derivante da un impatto, la deformazione e la tensione che si generano nel punto di contatto non si propagano istantaneamente e, di conseguenza, alcune sue parti rimangono nello stato in cui si trovavano prima dell'applicazione del carico per un determinato periodo di tempo. L'evoluzione temporale dello stato tensionale dipende, come verrà messo in luce nel proseguo della trattazione, dalle caratteristiche del materiale che compone la struttura.

In generale, la propagazione delle onde in un corpo solido è un fenomeno tridimensionale; tuttavia, per semplicità espositiva e maggiore chiarezza concettuale ci si riferirà al caso delle onde longitudinali monodimensionali.

Per ricavare l'equazione dell'onda nelle ipotesi citate, consideriamo una trave in cui la lunghezza sia molto maggiore della dimensione media della sezione⁶. Questa ipotesi permette di trascurare sia la deformazione trasversale sia l'inerzia laterale. Inoltre, dato che la forza di contatto che si genera durante l'impatto tra due corpi supera di qualche ordine di grandezza le forze di volume agenti si possono trascurare anche queste ultime.

Della trave isoliamo il seguente elemento di massa dm :

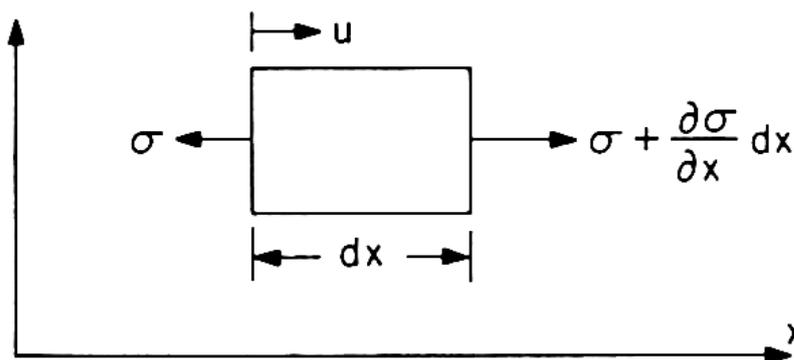


Figura 2-1: Elemento infinitesimo di trave e forze agenti [20]

⁶ Per una trave a sezione circolare $\frac{L}{d} > 10$

Capitolo 2

A prescindere dalla natura del carico agente sul corpo considerato si può applicare il principio di conservazione della quantità di moto che, nel caso in esame, assume la seguente forma:

2-1

$$\sum F_x = -\sigma A + \left(\sigma + \frac{\partial \sigma}{\partial x} dx \right) A = dm \frac{\partial v}{\partial t}$$

avendo indicato con A la sezione dell'elemento e con v la sua velocità lungo l'asse x .

Poiché $dm = \rho A dx$ la formula precedente si può semplificare ottenendo:

2-2

$$\frac{\partial \sigma}{\partial x} = \rho \frac{\partial v}{\partial t} = \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}$$

essendo u lo spostamento della particella come indicato in Figura 2-1. La deformazione lungo l'asse x è definita come:

2-3

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}$$

mentre il legame tensione deformazione, secondo la *rate independent theory*, si può assumere della forma $\sigma = \sigma(\varepsilon)$ per cui la 2-2 diventa:

2-4

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial \sigma}{\partial x} = \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} \frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \frac{d\sigma}{d\varepsilon} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

L'equazione di un'onda longitudinale in un solido monodimensionale risulta quindi:

2-5

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

con

2-6

$$c = \sqrt{\frac{1}{\rho} \frac{d\sigma}{d\varepsilon}}$$

velocità con cui si propaga il fronte d'onda; appare, quindi, evidente che l'evoluzione temporale dello stato tensionale dipende dalle caratteristiche del materiale e poiché la 2-6 è un'espressione generale essa vale anche in regime plastico.

2.3 Onde elastiche

Se si considera una sollecitazione uniassiale tale da non superare il carico di snervamento la velocità di propagazione risulta:

2-7

$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

evidenziando il fatto che materiali isotropi con rigidzze specifiche più elevate sono caratterizzati da stati tensionali che si diffondono più rapidamente.

Si può dimostrare che la soluzione più generale della 2-5 è:

2-8

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct)$$

dove f e g sono due funzioni arbitrarie di argomento $(x - ct)$ e $(x + ct)$ che devono rispettare le condizioni al contorno imposte dal problema. E' immediato verificare che f è una funzione che rappresenta un'onda che si sposta verso la direzione positiva dell'asse x mentre g si sposta nella direzione negativa.

2.3.1 Tensione generata all'impatto

Per derivare l'espressione della tensione che si genera a seguito di un impatto si può considerare una barra di sezione A_0 che impatta contro un muro rigido alla velocità v_0 come rappresentato in Figura 2-2:

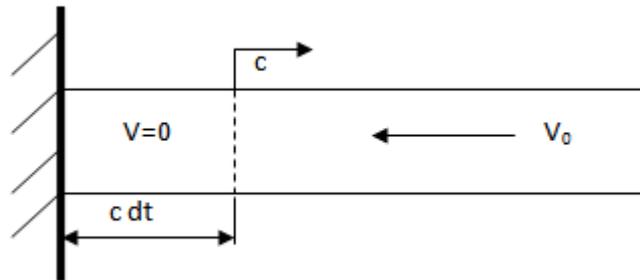


Figura 2-2: Impatto di una barra contro un muro rigido

Sia c la velocità di propagazione dell'onda di compressione che si origina al contatto tra le due superfici; al tempo dt il disturbo si sarà propagato per una distanza pari a $c dt$ e le particelle comprese in quel tratto avranno velocità nulla. Se si indica con σ la tensione generata al momento dell'impatto allora l'impulso infinitesimo della forza sarà pari a:

2-9

$$dI = F dt = \sigma A_0 dt$$

La corrispondente variazione di quantità di moto della barra nel tratto di lunghezza $c dt$ è pari a:

2-10

$$dQ = dQ_f - dQ_i = 0 - dm v_0 = -\rho A_0 c dt v_0$$

Uguagliando le 2-9 e 2-10 si ottiene l'espressione della tensione a seguito dell'impatto:

2-11

$$\sigma = -\rho c v_0$$

Nel caso in cui lo stato di sforzo iniziale della barra non fosse nullo, o entrambe le velocità degli oggetti impattanti fossero diverse da zero, l'espressione 2-11 rimane valida se si sostituiscono le quantità σ e v_0 con le loro variazioni:

2-12

$$\Delta\sigma = -\rho c \Delta v$$

Valutiamo ora, per mezzo di una simulazione FEM, la bontà dell'espressione 2-11 appena ricavata. Consideriamo una trave di alluminio che abbia le seguenti caratteristiche:

Lunghezza L	5 m
Diametro D	0.1 m
Rapporto L/D	50
Modulo elastico E	70 GPa
Densità ρ	2700 kg
V_0	5 m/s

Dalle relazioni appena ricavate si ottiene:

Velocità dell'onda c	5092 m/s
Tensione σ	-68.7 MPa

Come evidenziato in precedenza, questa è la tensione teorica presente all'interno della barra nel tratto già interessato dall'onda di sollecitazione.

Capitolo 2

Il modello FEM è riportato di seguito; si noti l'onda di tensione che dopo 384 μs ha raggiunto la posizione in figura.

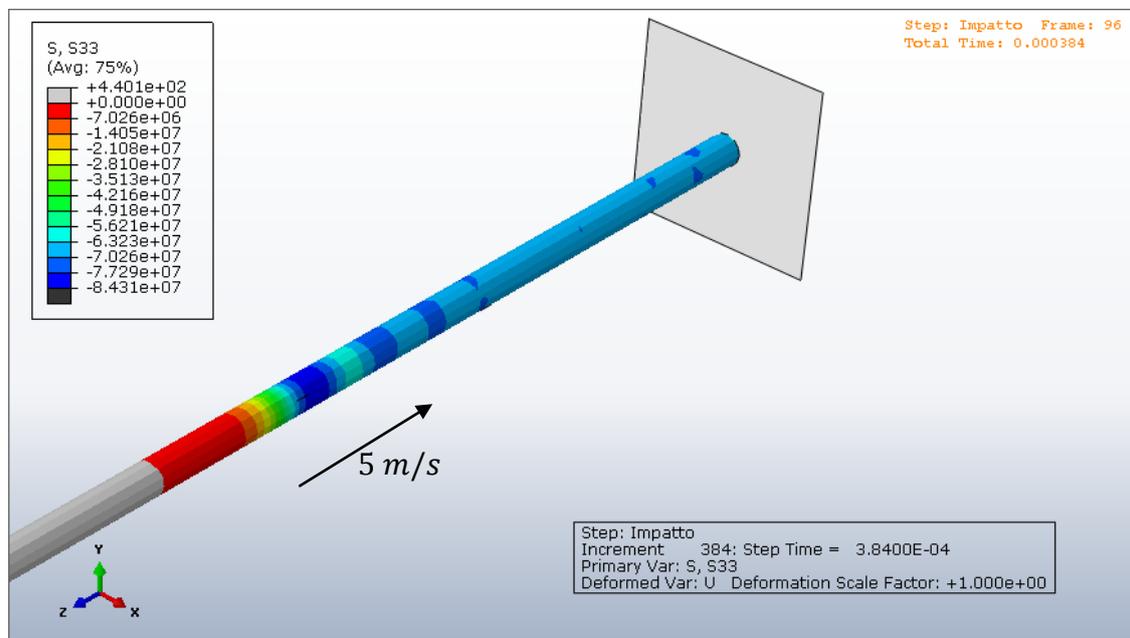


Figura 2-3: Propagazione dell'onda di tensione in una barra con rapporto $L/D = 50$

I grafici seguenti mostrano il confronto tra la soluzione analitica e la soluzione FEM a due diversi intervalli di tempo.

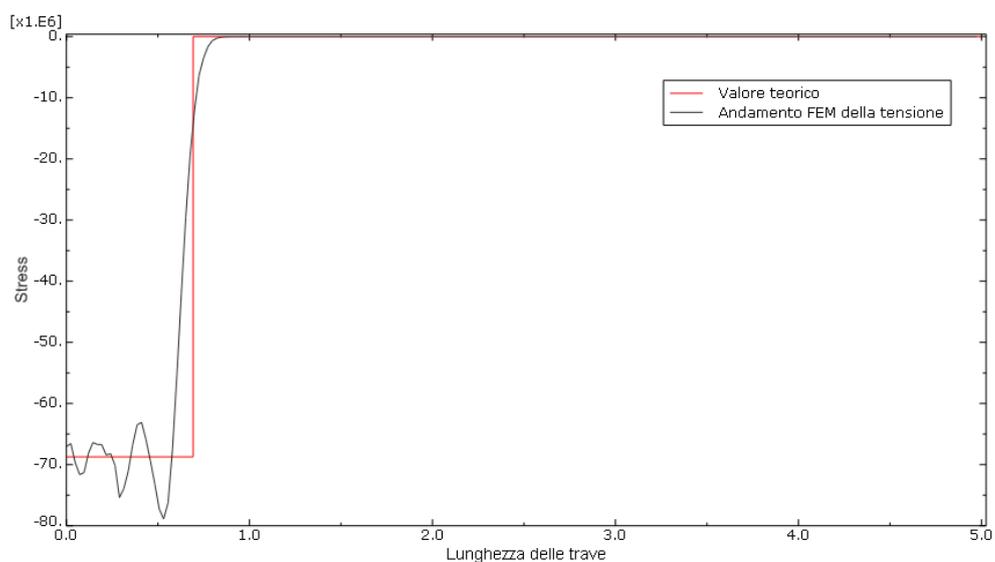


Figura 2-4: Andamento della tensione teorica e FEM dopo 136 μs dall'impatto [Pa]

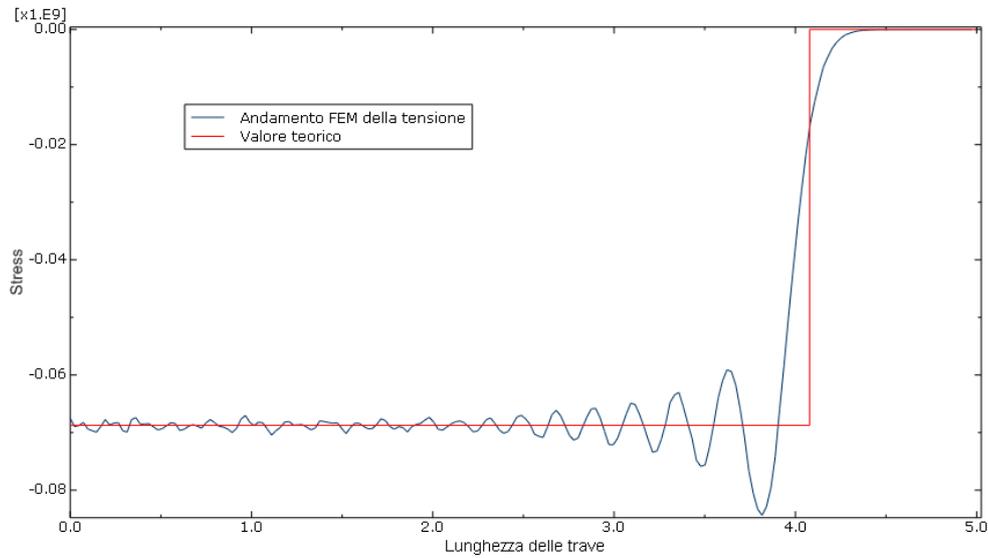


Figura 2-5: Andamento della tensione teorica e FEM dopo 801 μ s dall'impatto [Pa]

Le figure mettono in luce che la tensione non raggiunge immediatamente il valore previsto dalla teoria. Questo è essenzialmente dovuto al fatto che, anche se il modello ha un rapporto lunghezza-diametro molto elevato, un piccolo effetto dell'inerzia laterale è sempre presente. A questo c'è da aggiungere che il modello teorico semplificato non tiene conto degli attriti interni e quindi non è in grado di prevedere l'andamento negli istanti successivi al passaggio del disturbo. Inoltre, si può notare che il decadimento dell'onda di tensione ha valore finito e non vi è una vera e propria discontinuità come previsto dalla 2-11. Per questa analisi si è utilizzato un time step pari a 10^{-6} s.

2.3.2 Riflessione di onde alle interfacce

Quando un'onda di sollecitazione (distorsionale o dilatazionale) raggiunge una superficie libera di un corpo all'interno del quale sta viaggiando viene riflessa. Consideriamo dapprima il caso particolare di un'onda longitudinale che impatta normalmente, essendo questo il caso più semplice da trattare.

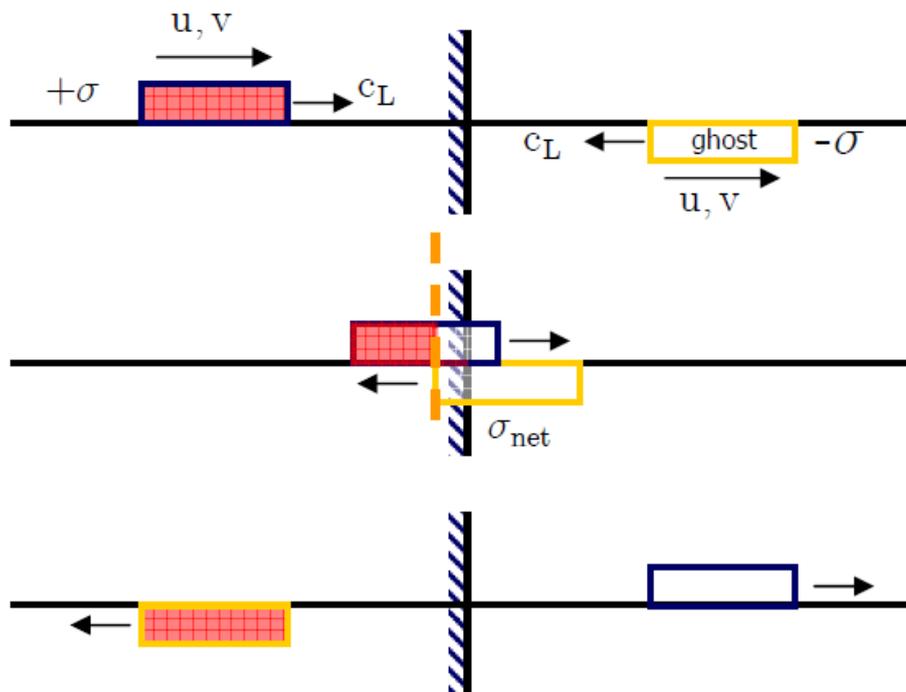


Figura 2-6: Riflessione di un'onda longitudinale incidente ortogonalmente una superficie libera [20]

Consideriamo una superficie non vincolata; poiché lo sforzo normale alla superficie deve essere nullo non essendovi applicate forze, l'impulso riflesso dovrà essere sempre di segno opposto a quello incidente; di conseguenza, un impulso di trazione verrà riflesso come un impulso di compressione e viceversa. Per dimostrare quanto appena affermato indichiamo con $u_I = f(x - ct)$ lo spostamento, nella direzione positiva dell'asse x , dovuto ad un impulso incidente. A seguito della riflessione contro la superficie libera viene generata un'onda che si muove nella direzione negativa dell'asse x , il cui spostamento può essere indicato con $u_R = g(x + ct)$.

Alla superficie libera ($x = l$), lo sforzo risultante è nullo e di conseguenza si ha:

2-13

$$\sigma_{RIS} = \sigma_I + \sigma_R = 0$$

Poiché, per ipotesi, siamo limitati al caso di tensione uniassiale valgono le seguenti uguaglianze:

2-14

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\partial u}{\partial x}$$

per cui risulta

$$\sigma_{RIS} = E[f'(l - ct) + g'(l + ct)] = 0$$

2-15

o

$$f'(l - ct) = -g'(l + ct)$$

avendo indicato con il pedice ' la derivata delle due funzioni rispetto a x . Dalla seconda equazione delle 2-15 si nota che i due impulsi per rispettare le condizioni al contorno devono, effettivamente, essere di forma uguale ma di segno opposto. Attraverso la sovrapposizione degli effetti è possibile anche valutare le velocità delle particelle che si trovano sulla superficie libera:

2-16

$$v_{RIS} = v_I + v_R = \frac{\partial u_I}{\partial t} + \frac{\partial u_R}{\partial t}$$

Capitolo 2

che, se valutata a $x = l$, porge

2-17

$$v_{RIS} = c(-f' + g') = 2cg'$$

per quanto visto in precedenza. Dalla 2-17 è evidente che nella zona in cui gli impulsi incidente e riflesso si sovrappongono le velocità delle particelle e, di conseguenza, anche gli spostamenti sono di valore doppio rispetto a quelli generati dal singolo impulso.

La tecnica, utilizzata in Figura 2-6 per visualizzare il comportamento degli impulsi di sforzo all'interfaccia, sfrutta la linearità dell'equazione dell'onda elastica per ottenere la soluzione come sovrapposizione di due impulsi: il primo impulso, in rosso, è costituito dall'onda incidente "reale"; il secondo è un immaginario impulso fantasma (*ghost*), della medesima forma, ma di segno opposto, che si trova inizialmente all'esterno del materiale e viaggia nel verso contrario. Quando raggiungono l'interfaccia, il primo impulso esce dal materiale, mentre il secondo, entrando, diviene progressivamente reale. All'interno del materiale, laddove i due impulsi si sovrappongono, l'impulso netto è nullo. Quando l'impulso incidente esce completamente dal materiale, quello che originariamente era stato indicato come impulso fantasma dà luogo all'impulso, di forma quadra, di segno contrario a quello da cui è stato generato.

Allo stesso modo, si può affrontare il caso in cui l'onda venga riflessa da una superficie vincolata tenendo conto, ovviamente, che in questo caso sono spostamento e velocità risultanti a essere nulli, data la natura della condizione al contorno. Per $x = l$ si ha quindi:

2-18

$$v_{RIS} = -cf'(l - ct) + g'(l + ct) = 0$$

che implica necessariamente

2-19

$$f'(l - ct) = g'(l + ct)$$

Di conseguenza, la tensione

2-20

$$\sigma_{RIS} = E \left(\frac{\partial u_I}{\partial t} + \frac{\partial u_R}{\partial t} \right) = E[f'(l - ct) + g'(l + ct)] = 2Ef'(l - ct)$$

risulta doppia rispetto a quella creata dai singoli impulsi.

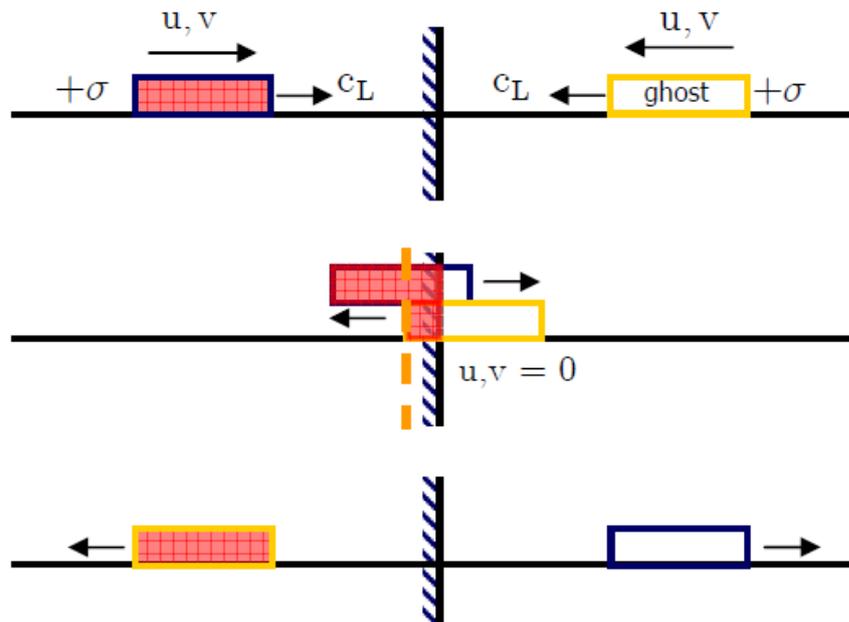


Figura 2-7: Riflessione di un'onda longitudinale incidente ortogonalmente una superficie vincolata [20]

In questo caso l'impulso riflesso ha lo stesso segno di quello incidente al contrario di quanto avveniva per la superficie libera.

Una cosa importante da sottolineare è che un impulso di trazione viaggia sempre in direzione opposta allo spostamento che genera sulle particelle di materiale mentre, al contrario, un impulso di compressione si muove concordemente a esse.

Allo stesso modo si può dimostrare che un'onda trasversale che incida normalmente una superficie libera viene riflessa ancora come un'onda trasversale.

Dal punto di vista analitico risulta molto più complicato trattare il caso di onde (dilatazionali o distorsionali) che incidano una superficie con un generico angolo α ; in questo caso, infatti, a seguito della riflessione saranno generate onde di entrambi i tipi a prescindere dalle caratteristiche di quella incidente.

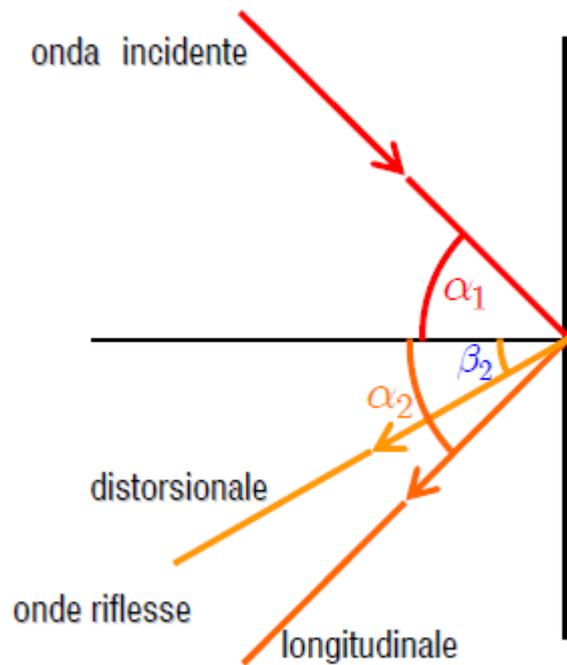


Figura 2-8: Onda incidente una superficie con angolo generico [20]

Si può dimostrare [14] che, quando un'onda longitudinale incide una superficie libera, l'unico modo per rispettare le condizioni al contorno imposte dal problema è quello di ammettere anche la presenza di un'onda trasversale. In particolare l'onda longitudinale sarà riflessa con un angolo pari a quello di incidenza ($\alpha_1 = \alpha_2$) mentre l'angolo di riflessione della distorsionale sarà tale da rispettare la seguente relazione:

2-21

$$\frac{\sin(\beta_2)}{\sin(\alpha_1)} = \frac{c_D}{c_L}$$

in cui c_L e c_D indicano rispettivamente le velocità di propagazione dell'onda longitudinale e distorsionale. La relazione 2-21 vale anche nel caso in cui l'onda incidente sia trasversale.

E' evidente che dal punto di vista analitico trattare la riflessione multipla di onde diventa impossibile; in quest'ottica l'utilizzo delle simulazione FEM garantisce possibilità di analisi molto più approfondite e, cosa più importante, la capacità di studiare geometrie di forma qualunque.

2.3.3 Propagazione di onde elastiche in una discontinuità meccanica

Consideriamo la seguente barra in cui sia presente una discontinuità meccanica dovuta ad una variazione di sezione e, in generale, ad una differenza dei materiali che la costituiscono.

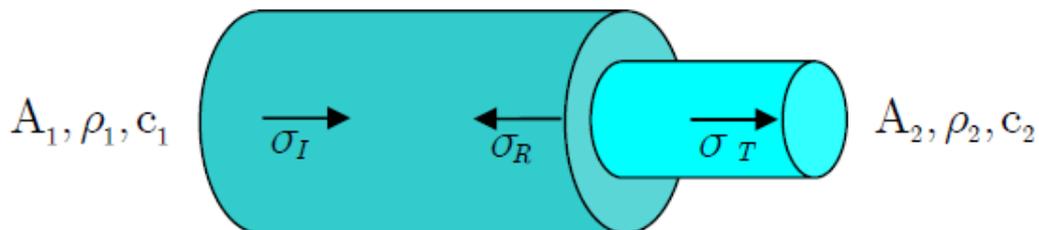


Figura 2-9: Riflessione e trasmissione di un'onda dovute a discontinuità meccanica [20]

Sia σ_I un impulso elastico di compressione generato da un qualsiasi evento avvenuto sulla superficie A_1 . All'interfaccia con la barra 2, l'onda sarà in parte trasmessa e in parte riflessa; indichiamo, quindi, con σ_R l'impulso riflesso mentre σ_T sarà quello trasmesso. E' importante sottolineare che alla discontinuità devono essere verificate le seguenti due condizioni:

- Le forze in entrambe le barre devono essere uguali;
- La velocità delle particelle deve essere continua.

Capitolo 2

Se assumiamo che sia σ_R sia σ_T siano impulsi di compressione la prima condizione è soddisfatta se

2-22

$$A_1(\sigma_I + \sigma_R) = A_2\sigma_T$$

dove A_1 e A_2 sono le rispettive sezioni delle due barre all'interfaccia.

La seconda condizione porge

2-23

$$v_I - v_R = v_T$$

Dalla 2-11 si ha $\sigma = \rho c v_0$ per cui, sostituendo nella 2-23 otteniamo:

2-24

$$\frac{\sigma_I}{\rho_1 c_1} - \frac{\sigma_R}{\rho_1 c_1} = \frac{\sigma_T}{\rho_2 c_2}$$

Combinando la 2-22 e la 2-24 e risolvendo in funzione di σ_I si ha:

2-25

$$\sigma_T = \frac{2A_1\rho_2c_2}{A_1\rho_1c_1 + A_2\rho_2c_2} \sigma_I$$

2-26

$$\sigma_R = \frac{A_2\rho_2c_2 - A_1\rho_1c_1}{A_1\rho_1c_1 + A_2\rho_2c_2} \sigma_I$$

Le espressioni 2-25 e 2-26 permettono di fare alcune considerazioni; se le barre sono costituite dallo stesso materiale allora $\rho_1 = \rho_2$ e $c_1 = c_2$ per cui

2-27

$$\sigma_T = \frac{2A_1}{A_1 + A_2} \sigma_I \quad \sigma_R = \frac{A_2 - A_1}{A_1 + A_2} \sigma_I$$

Di conseguenza σ_T e σ_R saranno dello stesso tipo se $A_2 > A_1$; viceversa avranno segno opposto se c'è un restringimento della sezione ($A_2 < A_1$). Se $A_2/A_1 \rightarrow 0$ la barra tende alla condizione di superficie libera e quindi $\sigma_R \rightarrow -\sigma_I$; se $A_2/A_1 \rightarrow \infty$ allora si tende alla condizione di superficie fissa per cui, come visto, $\sigma_R \rightarrow \sigma_I$ e $\sigma_T \rightarrow 0$.

Dalla 2-26 si nota che non si verificano riflessioni alla discontinuità se le impedenze meccaniche delle due barre sono uguali, cioè se $A_2\rho_2c_2 = A_1\rho_1c_1$ per cui risulta:

2-28

$$\sigma_T = \sqrt{\frac{E_2\rho_2}{E_1\rho_1}} \sigma_I$$

Nell'equazione 2-25 il coefficiente di σ_I non può mai essere negativo e questo fatto ha delle implicazioni molto importanti; infatti, questo significa che un impulso incidente di trazione (compressione) sarà trasmesso sempre come un impulso di trazione (compressione). Inoltre, dalla stessa espressione, si nota che, nel caso il secondo materiale sia molto più rigido del primo ($\rho_2c_2 \gg \rho_1c_1$), l'impulso trasmesso sarà circa due volte quello incidente.

Viceversa, nella 2-26 il coefficiente di σ_I può essere sia positivo che negativo, a seconda che risulti $A_1\rho_1c_1 < A_2\rho_2c_2$ o $A_1\rho_1c_1 > A_2\rho_2c_2$. Se questo coefficiente è negativo, allora un impulso incidente di compressione sarà riflesso come un impulso di tensione e viceversa. Al contrario, se il coefficiente è positivo i due impulsi avranno le stesse caratteristiche.

2.3.4 Deformazione uniassiale

Finora abbiamo considerato il caso di tensione monoassiale; è chiaro che, in funzione della geometria e dei vincoli applicati, si può ottenere anche uno stato di *deformazione uniassiale*. Consideriamo, quindi, una barra cilindrica in cui la superficie laterale sia vincolata in modo da riprodurre questo stato e sia 1 il pedice che indica l'asse dell'asta. Dalla teoria dell'elasticità sono note le relazioni di Hooke per un materiale isotropo:

2-29

$$\begin{aligned}\varepsilon_1 &= \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_2 + \sigma_3) = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{2\nu}{E}\sigma_2 \\ \varepsilon_2 &= \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_3) = \frac{1-\nu}{E}\sigma_2 - \frac{\nu\sigma_1}{E} \\ \varepsilon_3 &= \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu}{E}(\sigma_1 + \sigma_2) = \frac{1-\nu}{E}\sigma_3 - \frac{\nu\sigma_1}{E}\end{aligned}$$

avendo tenuto conto della simmetria per cui $\sigma_2 = \sigma_3$. La condizione di strain uniassiale è identificata dalle seguenti relazioni:

2-30

$$\varepsilon_1 \neq 0; \quad \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = 0;$$

per cui risulta dalla seconda delle 2-29

2-31

$$\sigma_2 = \frac{\nu}{1-\nu}\sigma_1$$

Sostituendo nella prima delle 2-29 si ottiene:

2-32

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{2\nu^2\sigma_1}{E(1-\nu)}$$

cioè

2-33

$$\sigma_1 = \frac{(1 - \nu)}{(1 - 2\nu)(1 + \nu)} E \varepsilon_1$$

L'equazione 2-33 dimostra come, in condizione di deformazione uniassiale, la pendenza del tratto elastico della curva sforzo deformazione del materiale è, rispetto al caso di stato di sforzo unidimensionale, più elevata di un coefficiente pari a $\frac{(1-\nu)}{(1-2\nu)(1+\nu)}$ sempre maggiore di uno per i materiali isotropi.

Di conseguenza, per quanto visto finora, anche la velocità di propagazione dell'onda elastica cambierà, essendo diversa la relazione tra tensione e deformazione.

2.4 Onde plastiche (cenni)

2.4.1 Velocità di propagazione

Consideriamo un materiale caratterizzato da una legge costitutivo descritto da una legge bilineare come quella rappresentata in Figura 2-10. Dall'equazione 2-6 è noto che la velocità di propagazione di un'onda di sollecitazione dipende dalla legge tensione deformazione che lo descrive; se, a seguito di un evento qualsiasi, venisse applicato un impulso tale da superare la tensione di snervamento, si avrebbe la formazione di due distinti fronti d'onda, ciascuno dei quali si propagherebbe alla propria velocità caratteristica, funzione dei rispettivi moduli di elasticità.

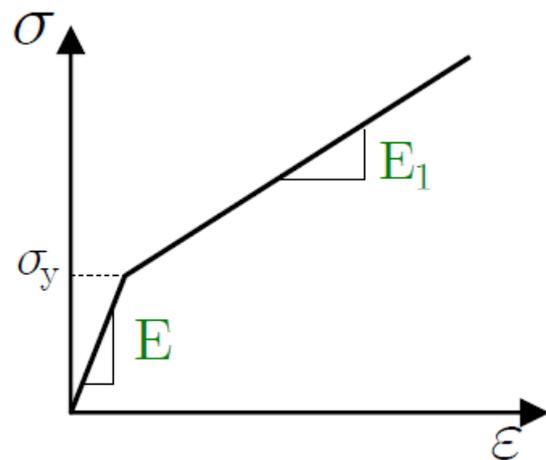


Figura 2-10: Legge costitutivo bilineare [20]

Di conseguenza, il profilo d'onda assumerebbe la forma evidenziata in Figura 2-11. Si può notare come onde caratterizzate da intensità maggiore si propagano effettivamente con velocità minori. Questo è ovviamente dovuto alla particolare forma scelta per il legame costitutivo. Esistono, infatti, anche materiali in cui si ha $E < E_1$, condizione che può portare, in determinate condizioni di carico dinamico, alla formazione di onde di shock [24].

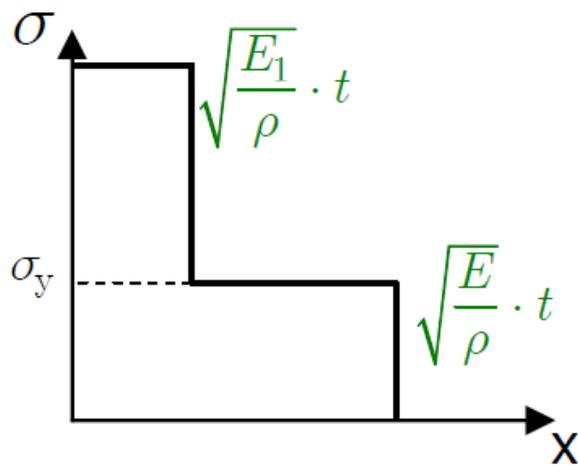


Figura 2-11: Profili d'onda per materiale bilineare [20]

Nel caso in cui la curva sforzo-deformazione possa essere rappresentata, ancora sotto le ipotesi della “Rate Independent Theory”, dalla curva riportata in Figura 2-12, con variazione continua della pendenza della parte plastica, risulterà un profilo di velocità simile a quello di Figura 2-12, in cui si è definito $\xi = x/t$.

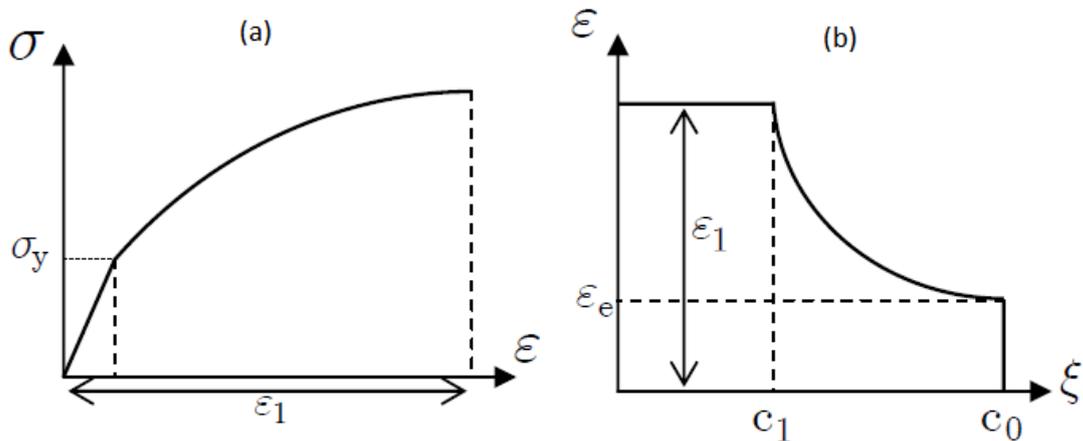


Figura 2-12: Curva tensione deformazione e relativi profili d'onda per materiale elasto-plastico [20]

Questo è il tipico profilo d'onda che si sviluppa in un materiale elasto-plastico, quale ad esempio un metallo, in condizione di sforzo uniassiale; anche in questo caso si

nota che, in funzione del livello di tensione (deformazione) raggiunto, la velocità di propagazione delle onde plastiche varia.

2.4.2 Onde di scarico

Per valutare il fenomeno delle onde di scarico consideriamo una barra di dimensioni finite con un lato incastrato; se una delle estremità viene compressa da un carico impulsivo, tale da superare il limite elastico del materiale, si ha la formazione di un'onda di compressione (precursore elastico) che si propaga lungo la barra e, per quanto visto, questa è seguita da un'onda plastica molto più lenta. Nel momento in cui il carico viene rimosso si forma un'onda di scarico elastica, di tensione, che, viaggiando a velocità più elevata, può raggiungere quella plastica e ridurne così l'intensità venendo a sua volta riflessa. Quando, invece, il precursore raggiunge l'estremità vincolata, si ha una riflessione che porta alla formazione di un'altra onda plastica. La situazione appena descritta è tipica dei fenomeni d'impatto in cui il carico è applicato per un tempo molto limitato e con intensità elevata; appare evidente quanto la descrizione dell'evoluzione temporale della tensione possa essere complicata dall'interazione fra i vari fronti d'onda.

Per tentare di visualizzare ciò che avviene all'interno di una barra nelle condizioni appena descritte, scegliamo un materiale caratterizzato dal modello costitutivo di Figura 2-13. La curva σ - ε è assunta lineare e reversibile fino al punto A mentre AB è il tratto plastico. BC, parallelo ad OA, indica il percorso seguito durante la fase di scarico.

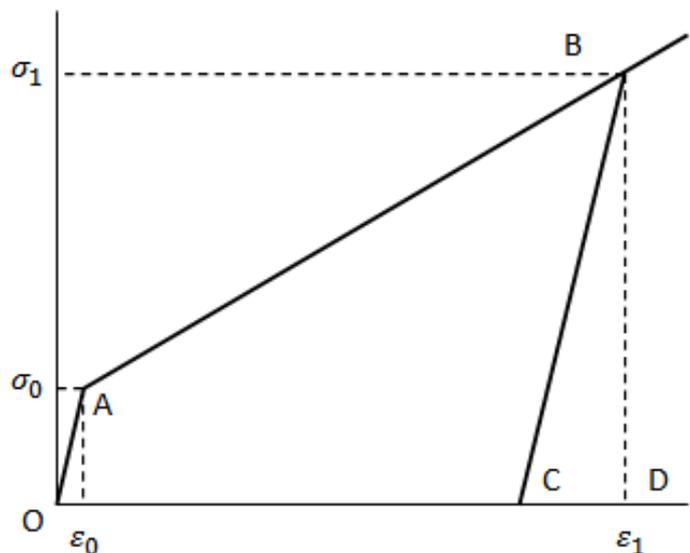


Figura 2-13: Curva σ - ε idealizzata di un materiale plastico [14]

Capitolo 2

Uno strumento utile a visualizzare l'evoluzione spazio temporale della propagazione ondosa è il diagramma (x,t) di Figura 2-14. Le linee sottili identificano le onde elastiche mentre le spesse si riferiscono ad onde plastiche; OL è la lunghezza della barra sottoposta ad un carico di compressione nell'intervallo di tempo OT . OA è il precursore elastico generato dall'applicazione del carico mentre OP è l'onda plastica; si noti che i due tratti hanno inclinazioni differenti perché diversa è la relazione (x,t) che li contraddistingue⁷.

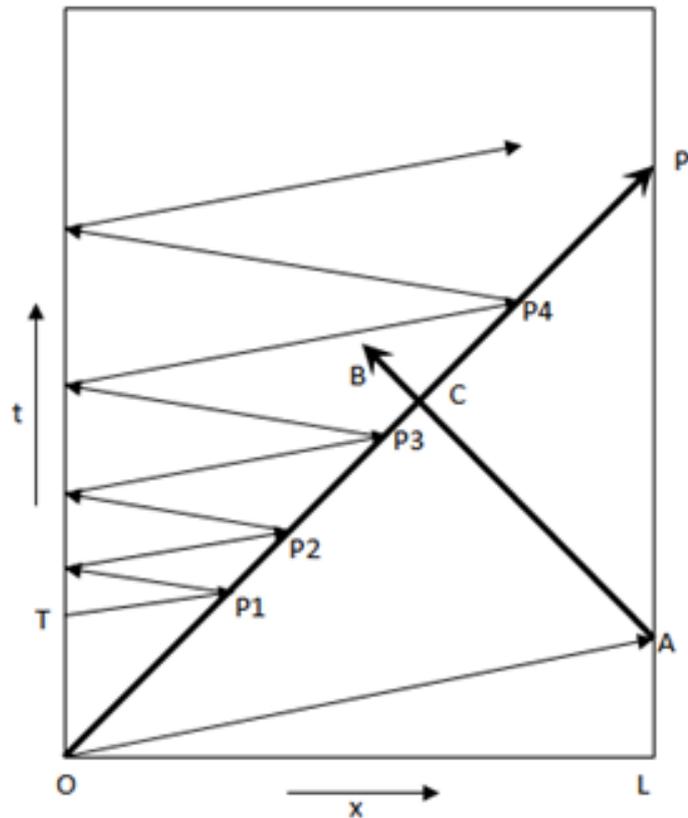


Figura 2-14: Rappresentazione mediante diagramma (x,t) della riflessione di onde elastiche e plastiche all'interno di una barra [14]

Al tempo T , quando il carico è rimosso, si genera l'onda di scarico che, essendo di natura elastica, raggiunge l'onda plastica nel punto $P1$. A seguito della riflessione in $P1$, si ha la formazione di un'onda elastica di compressione che viaggerà verso l'estremità libera della barra (punto O) mentre l'onda plastica proseguirà mantenendo la stessa velocità ma con intensità minore verso il punto $P2$ in cui incontrerà ancora un'onda di scarico elastica seguita alla riflessione all'estremità libera della prima onda di scarico. Il processo si ripete nei punti $P2, P3$, ecc. riducendo di volta in volta l'intensità dell'onda plastica. Nello stesso intervallo di tempo il precursore elastico raggiunge il lato vincolato (punto A) e, poiché, al momento della riflessione la tensione tra i due fronti d'onda (elastico e plastico) ha un valore pari al limite di proporzionalità elastico avremo la formazione di un'onda plastica rappresentata dal tratto AB . In C ci sarà

⁷ Evidentemente l'onda elastica raggiunge l'estremità molto prima dell'onda plastica

un'ulteriore interazione tra i due fronti d'onda plastici con conseguente aumento della deformazione.

La trattazione del problema della propagazione ondosa nei mezzi solidi, per quanto necessariamente breve, ha permesso di cogliere l'importanza che questo fenomeno ha nello studio approfondito delle interazioni impulsive tra strutture. Un altro aspetto fondamentale della dinamica degli impatti è senza ombra di dubbio la caratterizzazione dei materiali sottoposti a questo tipo di carichi per poterne prevedere il comportamento durante la loro vita utile. A questo proposito test sperimentali e conseguente elaborazione dei dati rivestono un ruolo centrale. Nel prossimo capitolo verranno messe in luce alcune tecniche utilizzate per lo studio della resistenza dinamica dei materiali e i modelli più utilizzati per riassumere le loro caratteristiche.

3 Capitolo

Comportamento meccanico dei materiali

3.1 Introduzione

La caratterizzazione meccanica dei materiali riveste un ruolo fondamentale nella previsione del comportamento delle strutture durante la loro vita utile sia che queste ultime siano sottoposte a carichi statici, dinamici o impulsivi; è evidente che riprodurre le condizioni di carico che si realizzano durante l'esercizio, è fondamentale per ottenere informazioni corrette sulla risposta dei materiali. A questo scopo, esistono diverse tipologie di prove che valutano la resistenza di un materiale al variare della deformazione (*strain*), della velocità di deformazione (*strain rate*) e della temperatura poiché questi sono i parametri che maggiormente la influenzano. Fra tutte, la più utilizzata è senza dubbio la prova di trazione monoassiale che abbina la possibilità di ricavare molte informazioni sul materiale testato a una semplice esecuzione pratica. Tuttavia, la diversa natura dei fenomeni fisici che caratterizzano sollecitazioni impulsive rende necessarie altri tipi di prove, quali la Hopkinson bar e il Taylor test, che permettono di valutare al meglio gli effetti dinamici del carico.

Dai dati sperimentali ricavati è necessario risalire a un modello costitutivo in grado di rappresentare il comportamento del materiale attraverso un numero limitato di parametri, questo per garantire un trade-off ottimale tra tempo-costi di sperimentazione e accuratezza della descrizione. In quest'ottica e in vista di un utilizzo in programmi di simulazione numerica è nato il modello di Johnson & Cook che permette, come vedremo,

di valutare in maniera semplice l'effetto dell'incrudimento, della temperatura e della velocità di deformazione.

3.2 Prova di trazione

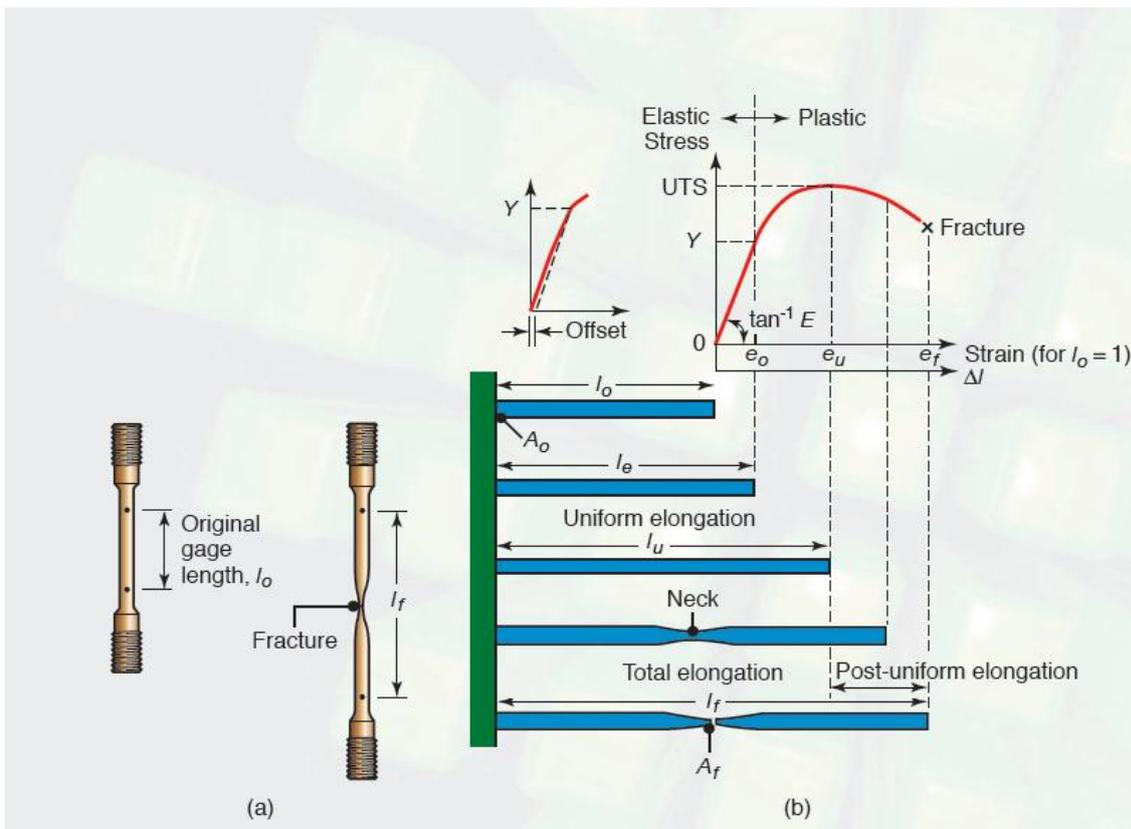


Figura 3-1: a) Forma iniziale e finale del provino. b) Differenti istanti di deformazione del provino [13]

La prova di trazione monoassiale consiste nel sottoporre un provino, normalmente di forma cilindrica⁸, caratterizzato da lunghezza iniziale l_0 e sezione iniziale A_0 ad una velocità di deformazione costante⁹ mediante l'applicazione di un carico P ortogonale alla sezione del provino stesso. Nel corso della prova si registrano sia l'allungamento Δl che la forza necessaria a generarlo e si costruisce un diagramma simile a quello di Figura 3-1;

⁸ Da qui in avanti si considereranno solo provini di questa forma

⁹ Per prove statiche si ha $\dot{\epsilon} = 0.002 \text{ s}^{-1}$

tuttavia, quest'ultimo risulta dipendente dalla geometria del provino e, di conseguenza, per avere risultati di portata generale, è necessario ricondursi a grandezze di tipo intrinseco. Poiché le caratteristiche geometriche note del provino sono la lunghezza e la sezione iniziale, si definiscono la tensione e la deformazione ingegneristiche nel seguente modo:

3-1

$$\sigma_{ing} = \frac{P}{A_0} \qquad e = \frac{\Delta l}{l_0}$$

essendo P e Δl , rispettivamente, il carico applicato e l'allungamento registrato.

Nella fase iniziale di applicazione della forza, il provino si deforma proporzionalmente all'aumentare del carico ed è quindi possibile determinare il **modulo elastico E** del materiale testato, definito, come noto, dal rapporto tensione-deformazione. All'aumentare della sollecitazione si entra in campo plastico e si può valutare la **tensione di snervamento Y**, definita, convenzionalmente, come la tensione che produce una deformazione residua dello 0.2 % (vedi offset Figura 3-1 b). Aumentando ancora il carico, la curva raggiunge un massimo e poi inizia a decrescere. La tensione massima raggiunta è chiamata **resistenza ultima a trazione (UTS)** e corrisponde al valore oltre il quale il provino inizia a strizionare e ha inizio la fase di allungamento non uniforme (localizzato). A questo punto il carico decresce poiché la sezione resistente diminuisce ed è sufficiente una forza minore per continuare a deformare il provino. All'avanzare della prova, la tensione ingegneristica diminuisce ulteriormente fino alla rottura finale del provino nella zona di strizione e si può valutare la **tensione di rottura del materiale**.

Un'altra caratteristica fondamentale che si può ricavare dalla prova di trazione è la **duttilità**, cioè la deformazione massima che il materiale può sopportare prima della rottura.

Capitolo 3

Di conseguenza si ha:

3-2

$$Duttilità = \frac{l_f - l_0}{l_0}$$

essendo l_f la lunghezza a rottura del provino (Figura 3-1).

E' importante sottolineare che le modalità con cui è condotta la prova di trazione portano necessariamente al calcolo dei valori ingegneristici di tensione e deformazione; tuttavia, dal punto di vista pratico, interessano i valori reali poiché questi ultimi sono maggiormente rappresentativi del comportamento del materiale. Se indichiamo con A la sezione resistente del provino testato, si definisce la tensione reale (*true stress*) come:

3-3

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

mentre la deformazione reale (*true strain*) può essere definita attraverso la seguente equazione:

3-4

$$\varepsilon = \int_{l_0}^l \frac{dl}{l} = \ln \left(\frac{l}{l_0} \right) = \ln \left(\frac{A_0}{A} \right)$$

Da queste relazioni appare evidente che in campo elastico le due definizioni sono perfettamente equivalenti mentre in campo plastico, al crescere della deformazione, i valori ottenuti dalla 3-1 differiscono notevolmente da quelli ricavati dalla 3-4. Poiché in campo plastico si ha conservazione del volume ($A l = A_0 l_0$) è immediato verificare che valgono le seguenti formule:

3-5

$$\varepsilon = \ln(1 + e) \quad \sigma = \sigma_{ing} e^\varepsilon = \sigma_{ing} (1 + e)$$

dalle quali si può facilmente ricavare il diagramma true stress-true strain di Figura 3-2.

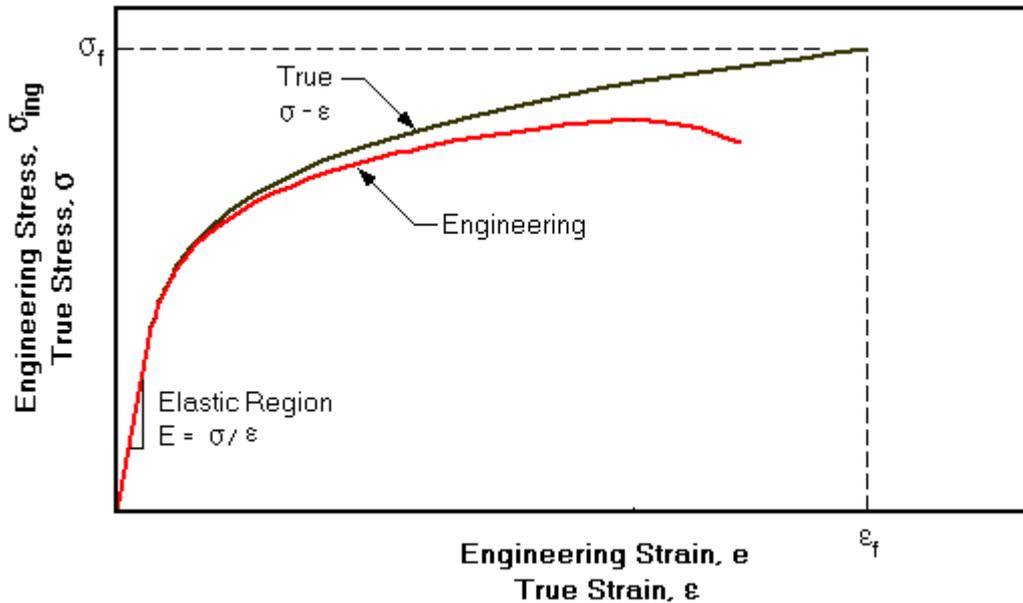


Figura 3-2: Confronto tra le curve tensione deformazione reale e ingegneristica [26]

Come si può notare la tensione reale è una funzione monotona e non evidenzia un picco in corrispondenza dell'UTS come accade per la tensione ingegneristica. Questa caratteristica è legata al fatto che, superata la deformazione corrispondente alla tensione ultima, diminuiscono sia il carico che la sezione resistente ma la riduzione d'area è numericamente più rapida rispetto al decremento della forza.

Ricavata la curva true stress-true strain si può definire la **tenacità** come:

3-6

$$Tenacità = \int_0^{\epsilon_f} \sigma d\epsilon$$

dove ϵ_f rappresenta la deformazione a rottura. La tenacità è, quindi, l'energia per unità di volume che viene dissipata fino alla rottura del materiale.

3.3 Effetto della temperatura

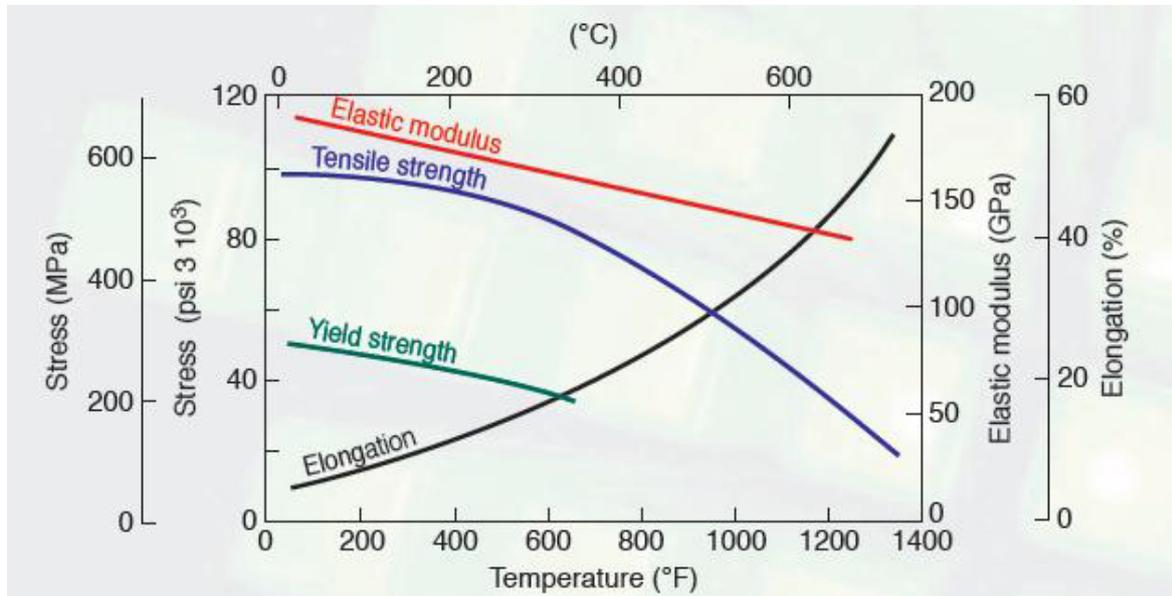


Figura 3-3: Effetto della temperatura sulle principali caratteristiche di un materiale [13]

E' già stato messo in luce come uno dei fattori che ha maggiore influenza sul comportamento di un dato materiale sia la temperatura; ovviamente, non si studia questo aspetto solo in previsione di un utilizzo in determinate condizioni termiche ma anche per tenere in considerazione la variazione di resistenza e duttilità che il materiale può presentare a seguito di elevate deformazioni plastiche che corrispondono a salti di temperatura che in alcuni casi possono essere anche molto elevati. Quest'ultimo aspetto diventa molto importante negli impatti in cui si può arrivare localmente anche a fusione del materiale; infatti, se consideriamo i brevissimi tempi caratteristici tipici di questi fenomeni, si può pensare che tutta la deformazione avvenga in modo adiabatico e, di conseguenza, tutta l'energia dissipata nel processo e trasformata in calore rimane all'interno del corpo.

Per testare la dipendenza di un materiale dalla temperatura si può effettuare la prova di trazione (o qualunque altra prova, anche dinamica) riscaldando il provino e realizzando le desiderate condizioni ambientali; in generale, come si può notare dalla Figura 3-3, l'incremento di temperatura determina una diminuzione del modulo elastico,

del valore della tensione di snervamento e del valore della tensione ultima (*tensile strength*), mentre garantisce un incremento di duttilità e tenacità.

La Figura 3-4, in cui sono riportate le curve tensione-deformazione per il titanio fase α ottenute ad una certa velocità di deformazione, permette di avere un riscontro quantitativo di quanto finora affermato; si può notare come, all'aumentare della temperatura, la tensione di snervamento e l'UTS diminuiscano mentre la duttilità aumenta sensibilmente. E' noto che la sensibilità dei metalli

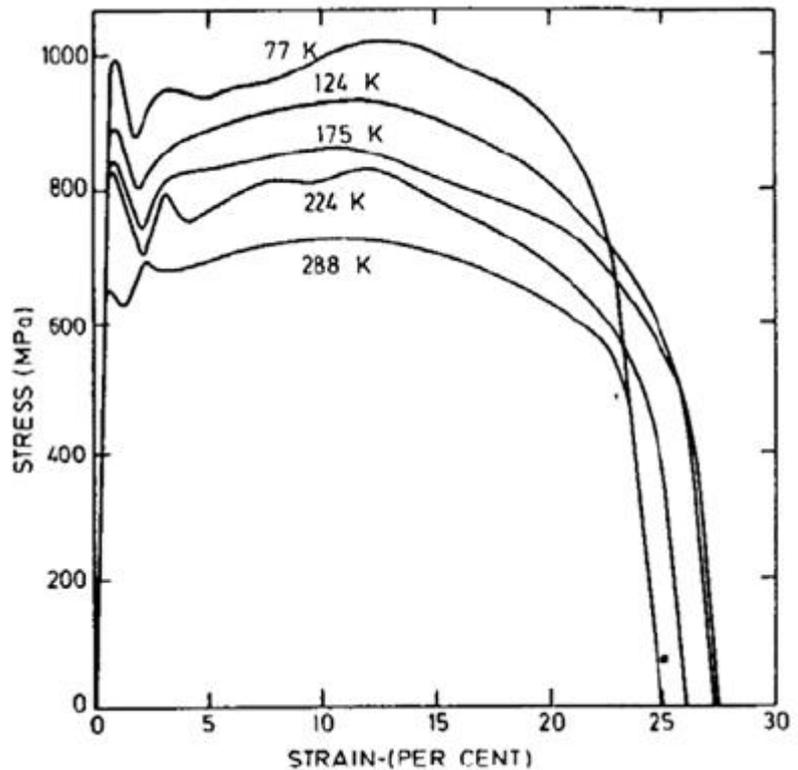


Figura 3-4: Effetto della temperatura sul titanio fase α [20]

alla temperatura è una caratteristica legata al tipo di struttura atomica che li caratterizza. In particolare, per i materiali che solidificano con reticolo CCC (Ferro α , Tungsteno, Molibdeno, ecc.) l'effetto risulta molto più rilevante rispetto ai CFC (Rame, Alluminio, Nichel, ecc.), soprattutto per quel che riguarda la tensione di snervamento che, in questi ultimi, appare molto poco sensibile alle variazioni di temperatura. In una posizione intermedia tra le due citate si collocano, infine, i metalli a struttura esagonale compatta (Titanio, Magnesio, Zinco) che presentano una dipendenza dello snervamento dalla temperatura, ma meno pronunciata di quella esibita dai metalli a struttura CCC.

3.4 Effetto della velocità di deformazione

La velocità di deformazione influenza la resistenza di un materiale in maniera differente a seconda della temperatura a cui esso si trova. Se consideriamo la Figura 3-5, in cui è rappresentata la tensione ultima di un metallo generico, si può notare che all'aumentare della velocità di deformazione si ha un aumento della resistenza del materiale e che la sensibilità alla velocità di deformazione aumenta all'aumentare della temperatura; quest'ultimo

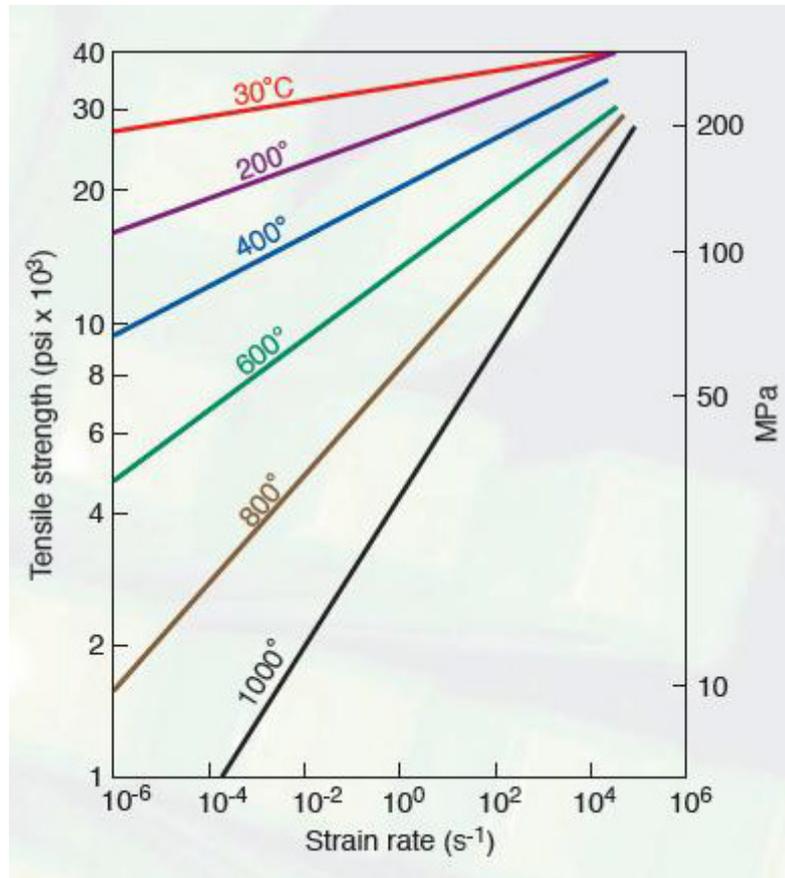


Figura 3-5: Effetto combinato di temperatura e velocità di deformazione [13]

aspetto è evidenziato dalla differente inclinazione delle varie curve. Si noti come un materiale possa avere la stessa resistenza a basse temperatura con velocità di deformazione basse o ad alte temperature con alte velocità di deformazione. Dal punto di vista della simulazione FEM questa combinazione di effetti è difficile da implementare e si considerano, come vedremo, i due effetti separatamente.

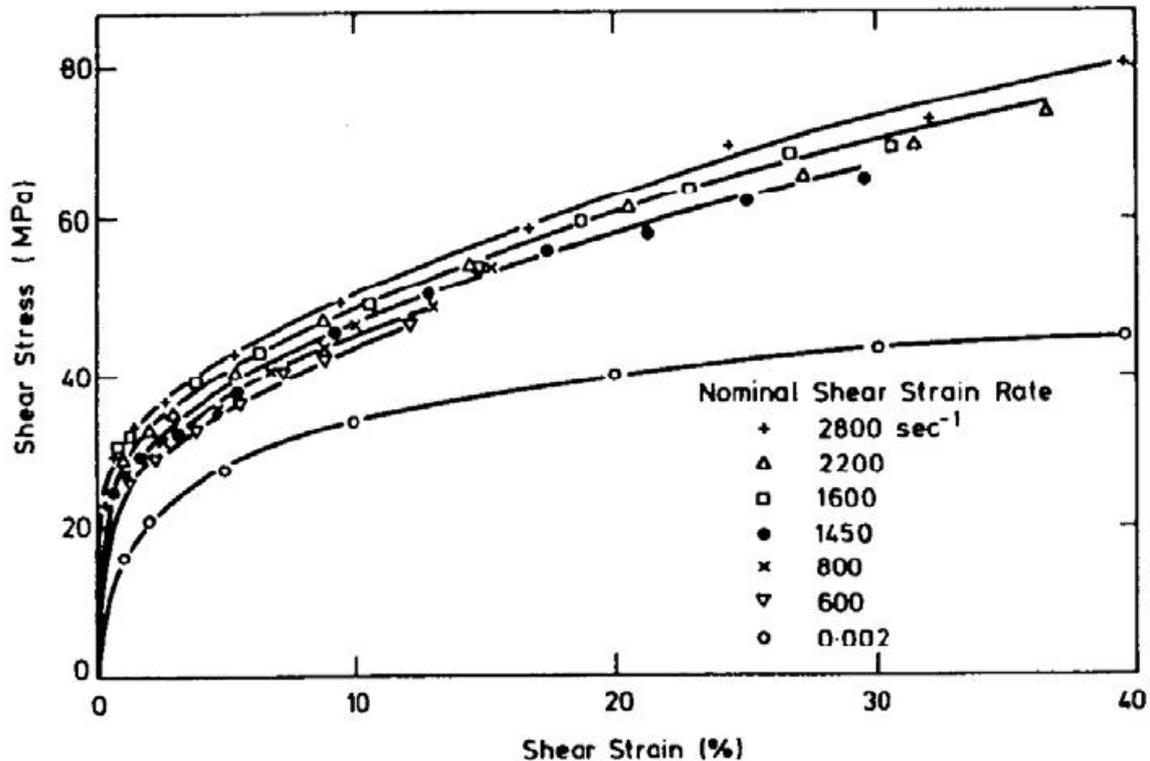


Figura 3-6: Effetto della velocità di deformazione su alluminio caricato a taglio [20]

Per quantificare l'aumento delle caratteristiche meccaniche dovuto alla strain rate, in Figura 3-6 si mette a confronto, per una data temperatura, la curva sforzo deformazione statica di un alluminio con quelle ottenute a differenti velocità di deformazione, in un intervallo $600\text{--}2800\text{ s}^{-1}$; in condizioni dinamiche, l'aumento di resistenza è evidente anche se alcuni studi [24] hanno dimostrato che, in generale, le leghe di alluminio, soprattutto delle serie più elevate (6000-7000), non sono particolarmente sensibili alla velocità di deformazione, in particolare se testati in compressione. Per quanto riguarda l'influenza del reticolo cristallino sulla sensibilità alla strain rate vale quanto affermato in precedenza; anche in questo caso, infatti, il reticolo che esibisce una variazione di comportamento maggiore è il CCC mentre il CFC risulta ancora il meno sensibile.

3.5 Test dinamici: considerazioni preliminari

Dal punto di vista pratico, sarebbe opportuno riuscire a ricavare modelli costitutivi che fossero in grado di descrivere il comportamento di un materiale indipendentemente dalla velocità di deformazione cui è sottoposto; sfortunatamente ciò non è possibile, soprattutto a causa dei differenti meccanismi che governano il comportamento deformativo dei materiali in funzione dei diversi livelli di strain rate.

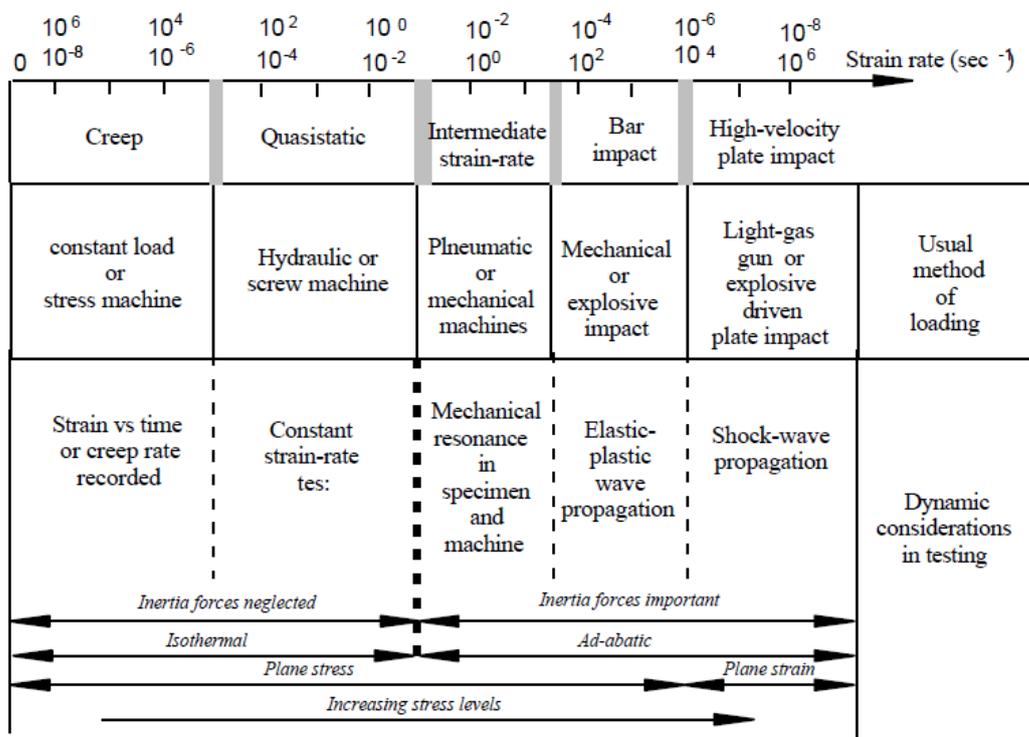


Figura 3-7: Aspetti dinamici dei test meccanici [24]

A questo proposito, la Figura 3-7 è esemplificativa in quanto evidenzia gli aspetti fondamentali da tenere in considerazione durante l'esecuzione dei test di caratterizzazione, al variare della velocità di deformazione; a bassissimi livelli di strain rate la problematica principale è il comportamento a creep del materiale, soprattutto per applicazioni ad alta temperatura. Se entriamo nel campo quasi statico, il legame costitutivo ottenuto dal test di trazione permette una descrizione accurata della risposta mentre per strain rate intermedie le forze di inerzia cominciano a non essere più trascurabili e per molti metalli l'effetto

della velocità di deformazione sulle caratteristiche di resistenza diventa rilevante. Se il range di strain rate aumenta ulteriormente è necessario tenere in considerazione gli effetti della propagazione ondosa all'interno del materiale, oltre all'eventuale formazione di onde d'urto; in questi ultimi casi, come è evidente dalla Figura 3-7, i tempi caratteristici diventano così brevi da poter considerare i fenomeni in gioco adiabatici, anziché isotermi.

3.5.1 Test uniassiale a elevate strain rate

Il metodo più semplice per ricavare informazioni sulla sensibilità di un materiale alla strain rate è aumentare la velocità con cui viene condotto il test di trazione monoassiale; tuttavia, è importante valutare se esiste una velocità oltre la quale i dati sperimentali così ottenuti non siano più rappresentativi del comportamento del materiale.

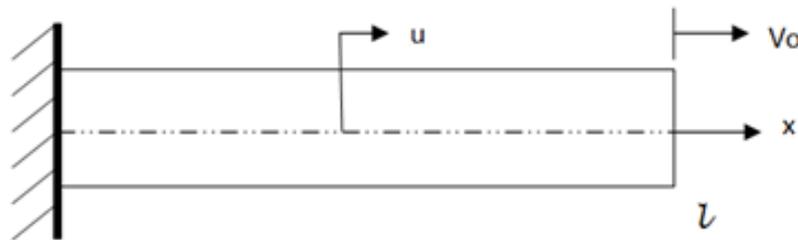


Figura 3-8: Rappresentazione schematica del test di trazione [24]

Consideriamo, quindi, un provino cilindrico di lunghezza l , incastrato ad un'estremità e soggetto a una velocità v_0 all'istante $t = 0$; indichiamo con $\xi = \frac{x}{l}$ l'ascissa adimensionale e sia $c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ la velocità di propagazione delle onde elastiche nel materiale. Se $\tau = \frac{tc}{l}$ è il tempo adimensionale ($\tau = 1$ è il tempo necessario perché un'onda percorra l'intero provino) possiamo costruire analiticamente il diagramma di Figura 3-9 che rappresenta l'andamento temporale della deformazione, normalizzata attraverso il

Capitolo 3

parametro $v^* = \frac{v_0}{c}$ in un generico punto della barra¹⁰. La linea tratteggiata corrisponde al valore medio della deformazione nel provino, cioè quanto normalmente si ottiene da una prova di trazione dal rapporto tra allungamento e lunghezza iniziale ma appare evidente che la deformazione è provocata da numerose onde che si propagano all'interno della barra ed è proprio

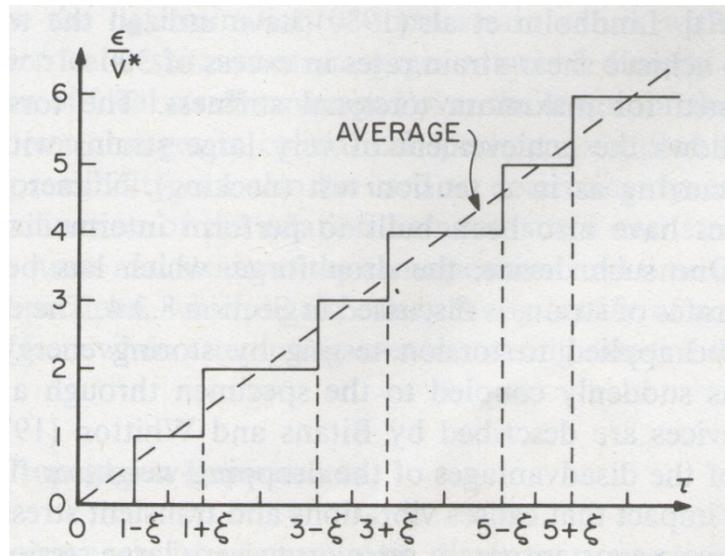


Figura 3-9: Andamento temporale della deformazione adimensionale [24]

questo aspetto che determina la qualità della caratterizzazione del materiale; infatti, maggiore è questo numero e più, evidentemente, risulta corretto l'utilizzo del valore medio. Al contrario, se la velocità v_0 è molto elevata, le riflessioni d'onda che si realizzano sono minori e, di conseguenza, sarà necessario concentrarsi sulla propagazione ondosa piuttosto che considerare solamente la deformazione media poiché è evidente dalla Figura 3-9 che il valore reale può essere molto diverso dal valore medio. Inoltre, questo diagramma è ottenuto considerando che le variazioni di deformazione siano istantanee o, in altre parole, che il *rise time*¹¹ sia nullo. Com'è stato dimostrato dalle simulazioni FEM del capitolo precedente il valore istantaneo può essere anche molto superiore a quello di regime aumentando, di fatto, le differenze appena evidenziate. Questa semplice analisi dimostra, quindi, che non è sufficiente aumentare la velocità di deformazione nell'esecuzione del test di trazione per ottenere una caratterizzazione dinamica del materiale ma è necessario ricorrere ad altri tipi di prove che tengano in conto la propagazione delle onde all'interno del provino.

¹⁰ E' evidente che $0 \leq \xi \leq 1$

¹¹ Si ricorda che il *rise time* è il tempo necessario perché la sollecitazione raggiunga il suo valore di regime

3.6 Hopkinson Bar

3.6.1 Prova di compressione

La barra di Hopkinson-Kolsky (Split Hopkinson Pressure Bar) è diventata una tecnica sperimentale molto popolare e diffusa per lo studio delle leggi costitutive dei materiali sottoposti a elevate strain rate e rappresenta sicuramente il metodo più affermato per la realizzazione di prove dinamiche nel range di $10^2 - 10^4 \text{ s}^{-1}$. Essa fu introdotta inizialmente per prove di compressione ma negli anni è stato possibile estenderla anche a prove di trazione, taglio e torsione; pur essendo i metalli i materiali maggiormente studiati, oggi si riescono a caratterizzare anche polimeri, ceramici e compositi. Il principio di funzionamento è basato sull'assunzione che nel provino e nelle barre che costituiscono il sistema di prova si realizzi uno stato di sforzo uniassiale. L'apparato utilizzato per il test di compressione è composto da tre barre cilindriche coassiali come evidenziato in Figura 3-10, oltre alla necessaria strumentazione per raccogliere i dati sperimentali.

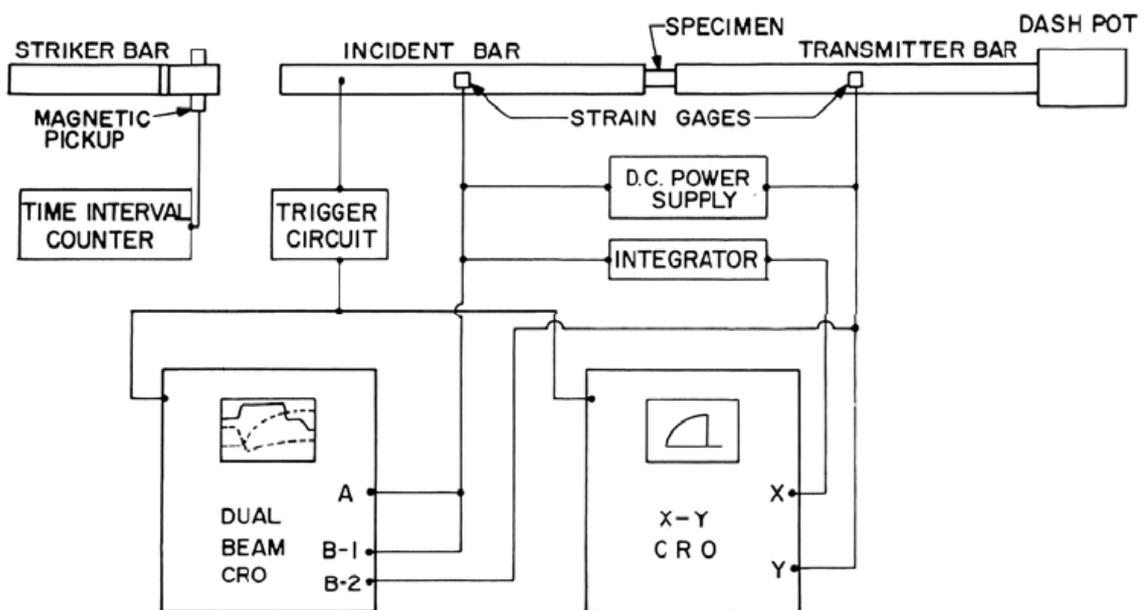


Figura 3-10: Schema dell'apparato sperimentale della Hopkinson Bar [24]

Capitolo 3

Il campione (generalmente cilindrico) è posto tra le barre incidente (input bar) e trasmittente (output bar). La barra striker, accelerata mediante l'energia immagazzinata in una molla o attraverso una pistola a gas, colpisce la barra incidente generando una perturbazione di compressione che si propaga lungo la stessa input bar raggiungendo il provino; l'impulso generato è di lunghezza doppia rispetto alla striker bar, così quest'ultima è limitata ad essere lunga non più della metà della input bar, per evitare sovrapposizioni del segnale incidente con quello riflesso. Quando l'impulso di compressione raggiunge il provino, parte di esso sarà trasmesso e parte riflesso in rapporto alle impedenze meccaniche della barra e del provino. L'impulso trasmesso, dopo aver attraversato il provino, all'interfaccia con la barra trasmittente, sarà in parte riflesso e in parte trasmesso alla barra stessa. Se la lunghezza dell'impulso è sufficientemente più lunga della lunghezza del provino, le ripetute riflessioni che si realizzano garantiscono, nel provino stesso, che la deformazione e la velocità di deformazione possano ritenersi uniformi. Le barre incidente e trasmittente devono essere sufficientemente snelle da garantire l'instaurarsi di uno stato di sforzo quanto più prossimo a quello uniassiale. La sezione delle barre è scelta in maniera tale che, data l'intensità dell'impulso generato, esse abbiano, durante la prova, un comportamento elastico di modo che sia nota la velocità delle onde che si trasmettono al loro interno, mentre il provino, di sezione minore, si deforma plasticamente. Lo stato di sforzo e deformazione che si realizza nel provino durante la prova può essere ricavato dalla conoscenza dei segnali di deformazione elastica sulle barre incidente e trasmittente che vengono misurati attraverso due estensimetri posizionati circa a metà della loro lunghezza.

E' molto importante che si utilizzino input e output bar costituite dallo stesso materiale e aventi stessa sezione poiché questo permette di ricavare espressioni semplici per valutare la deformazione, la tensione e la strain rate che si realizzano nel campione testato. La Figura 3-11 mostra una schematizzazione dell'interfaccia provino-barre e riporta gli impulsi incidente ε_i , riflesso ε_r e trasmesso ε_t . Se c_0 ¹² è la velocità di

¹² $c_0 = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ è una quantità nota perché le barre rimangono sempre in regime elastico

propagazione delle onde elastiche nelle barre incidente e trasmittente e indichiamo con i pedici 1 e 2 le sezioni del provino, possiamo ricavare gli spostamenti delle relative estremità;

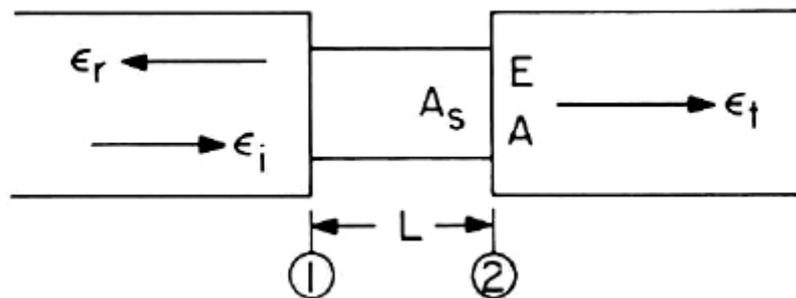


Figura 3-11: Schematizzazione degli impulsi all'interfaccia barre-provino [24]

Si ha:

$$u_1(t) = \int_0^t c_0 \varepsilon_1(\tau) d\tau$$

3-7

$$u_2(t) = \int_0^t c_0 \varepsilon_2(\tau) d\tau$$

Gli stessi spostamenti si possono esprimere in termini di impulsi incidente, riflesso e trasmesso ottenendo:

$$u_1(t) = c_0 \int_0^t [\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau)] d\tau$$

3-8

$$u_2(t) = c_0 \int_0^t \varepsilon_t(\tau) d\tau$$

avendo assunto positive tensioni e deformazioni di compressione secondo l'usuale convenzione che si utilizza nella meccanica degli impatti.

Capitolo 3

Indicando con L la lunghezza iniziale del provino, per le ipotesi precedentemente elencate si può utilizzare la consueta definizione per la deformazione media nel provino (*specimen*) ottenendo

3-9

$$\varepsilon_s(t) = \frac{u_1(t) - u_2(t)}{L}$$

che, in termini di impulsi porge

3-10

$$\varepsilon_s(t) = \frac{c_0}{L} \int_0^t [\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_t(\tau)] d\tau$$

fornendo l'espressione della deformazione del provino in funzione di quella misurata dagli estensimetri posizionati lungo le barre di input e output.

Dato il legame tra tensioni e deformazioni in campo elastico, si possono esprimere le forze agenti alle interfacce 1 e 2 mediante le seguenti espressioni:

$$P_1(t) = EA[\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t)]$$

3-11

$$P_2(t) = EA\varepsilon_t(t)$$

in cui E ed A indicano, rispettivamente, il modulo elastico e la sezione trasversale delle due barre di Hopkinson. Se indichiamo con A_s la sezione del provino testato si può ottenere la tensione agente su di esso considerando che

3-12

$$\sigma(t) = \frac{P_1(t) + P_2(t)}{2A_s} = \frac{EA}{2A_s} [\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) + \varepsilon_t(t)]$$

La velocità di deformazione che si realizza durante l'esperimento è ottenibile, semplicemente per derivazione, essendo, come noto

3-13

$$\dot{\varepsilon}_s(t) = \frac{1}{L} \frac{d[u_1(t) - u_2(t)]}{dt} = \frac{c_0}{L} [\varepsilon_i(\tau) - \varepsilon_r(\tau) - \varepsilon_t(\tau)]$$

Le relazioni 3-10, 3-12, 3-13 evidenziano, quindi, come sia possibile determinare tutti i parametri di interesse semplicemente dalla misura degli impulsi incidente, riflesso e trasmesso.

Se si assume che $P1 = P2$, cioè che il provino si trovi in equilibrio dinamico, dalle 3-11 si ottiene:

3-14

$$\varepsilon_i(t) + \varepsilon_r(t) = \varepsilon_t(t)$$

che inserita nelle relazioni appena determinate fornisce delle espressioni semplificate per ottenere le medesime grandezze

$$\varepsilon_s(t) = \frac{-2c_0}{L} \int_0^t \varepsilon_r(\tau) d\tau$$

3-15

$$\sigma_s(t) = \frac{EA}{A_s} \varepsilon_t(t)$$

$$\dot{\varepsilon}_s(t) = \frac{-2c_0}{L} \varepsilon_r(t)$$

Se dalle equazioni 3-15 viene eliminato il tempo facendo in modo che i segnali riflesso e trasmesso siano sincronizzati è possibile ricavare la legge tensione deformazione del materiale del provino alla velocità di deformazione raggiunta durante la prova.

Capitolo 3

L'assunzione che il campione rimanga effettivamente in uno stato deformativo uniassiale può essere considerata soddisfatta con le geometrie utilizzate attualmente per i provini, purché venga garantita una buona lubrificazione all'interfaccia con le barre; infatti, in presenza di attrito durante i test di compressione, statici o dinamici, il campione sperimenta il fenomeno di imbarilimento (*barreling*) che porta il provino ad assumere una forma simile a quella di Figura 3-12. Questo fatto può rendere difficoltosa la corretta determinazione delle curve sperimentali a causa di una variazione eccessiva della sezione trasversale lungo l'altezza del campione e, in secondo luogo, all'energia dissipata in attrito che determina un incremento della forza necessaria per la deformazione del provino.



Figura 3-12: Imbarilimento durante una prova di compressione [13]

3.6.2 Prova di trazione

La barra di Hopkinson, come detto in precedenza, può anche essere adattata per realizzare il test in trazione. Una prima metodologia utilizzabile è quella rappresentata in Figura 3-13;

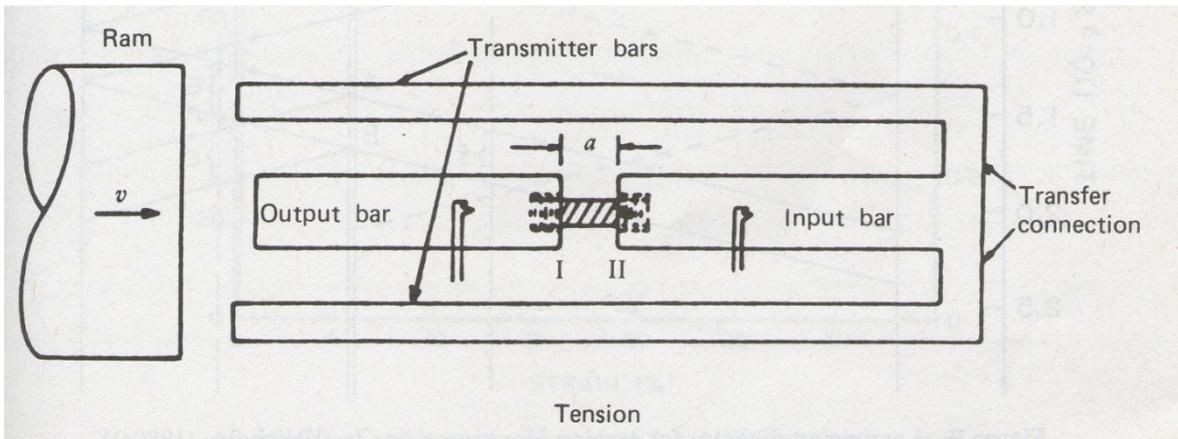


Figura 3-13: Configurazione per test a trazione mediante Hopkinson Bar [24]

in questo caso sono presenti due tubi laterali nei quali viene generato un impulso di compressione mediante un corpo impattante a velocità nota. I tubi e l'input bar sono collegati tramite un giunto meccanico e quando l'impulso di compressione nei tubi laterali raggiunge la superficie libera del giunto viene riflesso attraverso la barra centrale come un impulso di trazione. Il provino testato è filettato per garantire la connessione meccanica tra le due barre di Hopkinson e permettere la trasmissione dell'impulso incidente. Nonostante questo sia un metodo diretto e relativamente semplice per ricavare dati in trazione ad elevate velocità di deformazione, esso presenta anche delle problematiche in quanto la presenza del giunto meccanico favorisce la dispersione delle onde.

Una configurazione alternativa e che permette di superare questa problematica è quella rappresentata in Figura 3-14; in questo caso, infatti, si utilizza un metodo differente per ottenere l'impulso di trazione che solleciterà il provino e, soprattutto, diverso è il metodo di collegamento utilizzato per unire le due barre.

Capitolo 3

Il provino è, ovviamente, ancora filettato e viene incapsulato tra due afferraggi *rigidi* collegati a loro volta alle barre di input e output; si utilizza la stessa identica apparecchiatura sperimentale del test classico. Gli afferraggi sono realizzati in modo da trasmettere totalmente l'onda di compressione ma non l'onda di trazione. La striker bar, urtando l'input bar, genera, come in precedenza, l'onda di compressione che viaggia attraverso l'input bar raggiungendo le capsule di afferraggio; a questo punto l'onda

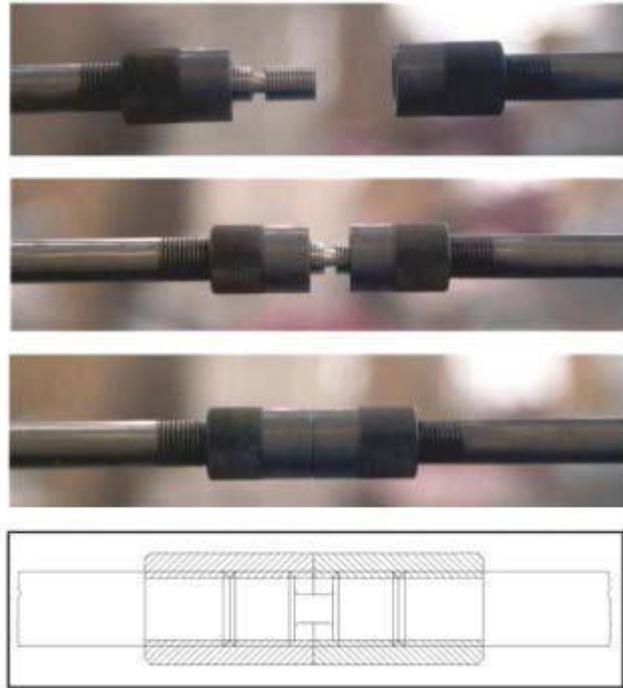


Figura 3-14: Configurazione alternativa per la barra di Hopkinson a trazione [21]

viene trasmessa completamente all'output bar senza sollecitare il provino¹³, per poi raggiungere l'estremità libera dell'output bar dove viene riflessa, come dimostrato nel capitolo precedente, con segno opposto e quindi generando l'onda di trazione desiderata. Da questo punto, il test è analogo a quello di compressione e per ottenere la curva sforzo deformazione a trazione è ancora necessario effettuare delle misure mediante estensimetri. Continua a valere la teoria presentata in precedenza e, di conseguenza, le stesse equazioni mentre l'unica differenza sta, ovviamente, nel segno degli impulsi incidente, riflesso e trasmesso che hanno segno opposto a quelli del test classico.

¹³ Questo effetto è dovuto al fatto che gli afferraggi sono rigidi

3.7 Test di Taylor

Il test di Taylor è una tecnica sperimentale per determinare la tensione di snervamento di un materiale in regime dinamico; il metodo consiste nel far impattare, a velocità nota un cilindro circolare retto contro una parete rigida e, successivamente, nell'effettuare delle misure della geometria deformata a seguito dell'urto. Le ipotesi che stanno alla base della teoria sviluppata da Taylor sono:

- materiale del provino rigido e perfettamente plastico, assunzione che implica deformazione elastica trascurabile;
- la propagazione delle onde all'interno del campione è monodimensionale;
- il flusso plastico è incompressibile e indipendente dalla velocità di deformazione, $\sigma = \sigma(\varepsilon)$;

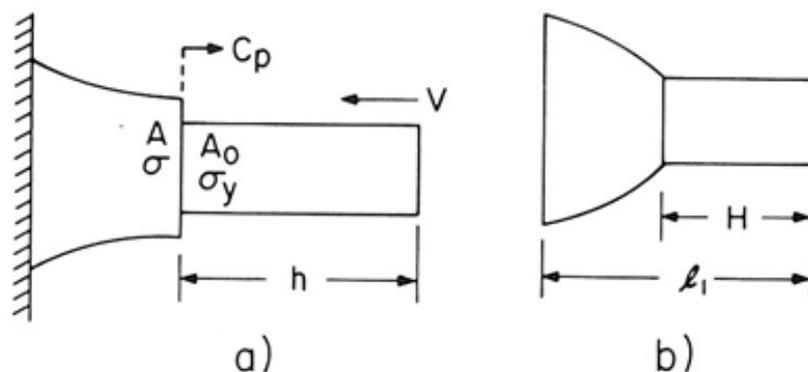


Figura 3-15: Schematizzazione del cilindro di Taylor: a) durante la deformazione; b) post deformazione [24]

La Figura 3-15a mostra il cilindro in un generico punto durante la deformazione. La parte deformata si propaga dalla parete rigida con velocità c_p , mentre la regione indeformata, la cui lunghezza istantanea è h , si muove con velocità decrescente v . Immediatamente a destra dell'onda plastica che percorre il provino siamo in una condizione di snervamento incipiente mentre appena passato il fronte d'onda siamo in

Capitolo 3

condizioni di velocità nulla. Indicando con A_0 la sezione iniziale del cilindro e con σ_y la tensione dinamica di snervamento del provino si possono scrivere:

- l'equazione di conservazione della massa:

3-16

$$c_p A = (v + c_p) A_0$$

- l'equazione di conservazione della quantità di moto:

3-17

$$\rho(v + c_p)v = \sigma - \sigma_y$$

- l'equazione del moto della parte indeformata:

3-18

$$\rho h \frac{dv}{dt} = -\sigma_y$$

Se si assume che la velocità di propagazione del fronte plastico sia costante, il che è assicurato dall'ipotesi di materiale perfettamente plastico, e che la superficie posteriore del cilindro abbia una decelerazione costante si può dimostrare [24] che la formula di Taylor risulta:

3-19

$$\frac{\sigma_y}{\rho v_0^2} = \frac{(l_0 - H)}{2(l_0 - l_1)} \frac{1}{\ln\left(\frac{l_0}{H}\right)}$$

in cui l_0 è la lunghezza iniziale del cilindro mentre H e l_1 sono, rispettivamente, la lunghezza totale del provino dopo l'impatto e della sua parte indeformata, come evidenziato in Figura 3-15. La 3-19 fornisce, quindi, il valore della tensione di snervamento in funzione di soli parametri geometrici, tutti facilmente misurabili. E' da sottolineare il fatto che il Taylor test è limitato a velocità di impatto inferiori a quella di propagazione delle onde plastiche nel materiale testato, questo per evitare l'insorgenza di

fenomeni di shock che, non essendo contemplati dalla teoria, fornirebbero risultati completamente inattendibili. Poiché, nella realtà, la decelerazione del cilindro non è costante, Taylor introdusse un fattore correttivo che tenesse in conto questo aspetto; se indichiamo con $\bar{\sigma}_y$ il valore corretto della tensione dinamica di snervamento σ_y , ottenuto dalla 3-19, si ha:

3-20

$$\frac{\bar{\sigma}_y}{\sigma_y} = \frac{l_0 - l_1}{l_0 - H} \frac{\ln\left(\frac{H}{l_0}\right)}{\left(K - \frac{c_p}{a}\right)^2}$$

in cui le quantità a e K sono così definite:

$$a^2 = \frac{2\sigma_y}{\rho}$$

3-21

$$K = \frac{v_0 + c_p}{a}$$

Negli anni, sono state proposte varie modifiche del test di Taylor, questo per superare alcune delle limitazioni teoriche prima citate su cui il test si basa; sono state, quindi, aggiunte anche le deformazioni elastiche e si è introdotto un modello di materiale incrudente per avvicinarsi al comportamento dei metalli reali che, anche se non sempre particolarmente pronunciato, presentano un aumento della resistenza al crescere della deformazione. E' stata, inoltre, sostituita la parete rigida con un cilindro identico all'impattante per evitare le incertezze derivanti dalla conoscenza non perfetta dell'attrito all'interfaccia provino-parete.

3.8 Test di resilienza

Un'altra prova molto importante per caratterizzare dal punto di vista dinamico un materiale è senza dubbio il test di resilienza, chiamato anche test di impatto. Questa prova permette di valutare l'attitudine o meno alla rottura fragile di un materiale metallico.

Come evidenzia la Figura 3-16 esistono due configurazioni possibili per il provino testato; nella prova Charpy il campione è fissato a entrambe le estremità mentre nella prova Izod è supportato solamente ad una delle due estremità e fissato come una trave a sbalzo.

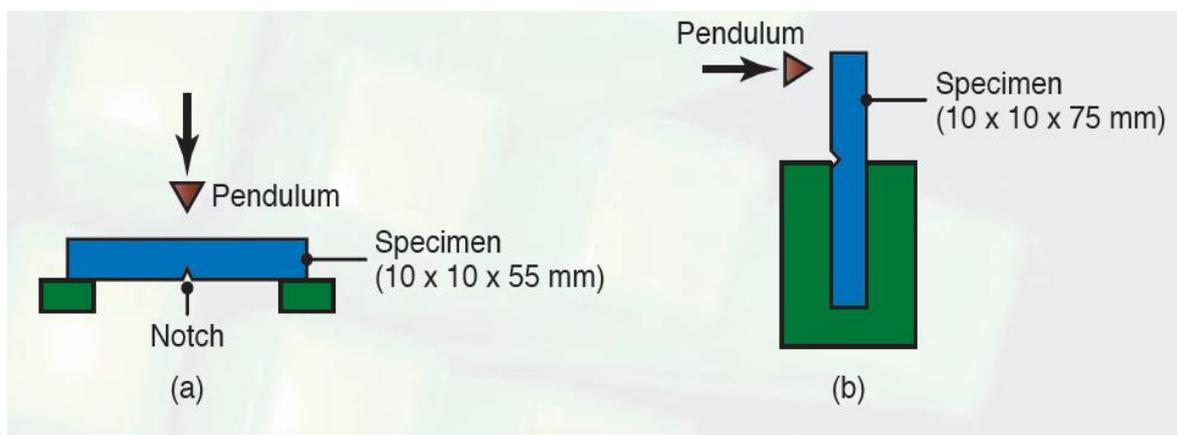


Figura 3-16: Provini per prove di impatto: a) Charpy; b) Izod [13]

La prova viene eseguita a diverse temperature in modo da valutare la sensibilità, rispetto a questo parametro, della resistenza all'impatto del materiale e viene eseguita, come si nota dalla Figura 3-16, su provette con intaglio di dimensioni e geometria normale, praticato proprio per esaltare l'eventuale fragilità del materiale; quindi la prova di resilienza ha una doppia valenza, in quanto permette di valutare sia la fragilità intrinseca di un materiale che quella indotta da intagli, sia che questi siano previsti (filetti) o accidentali (cricche). Il valore della resilienza diminuisce con la temperatura, ma nei materiali metallici con reticolo CFC tale diminuzione è lenta e graduale, mentre in quelli con reticolo CCC ed EC è decisa e può presentare sia andamento continuo sia discontinuo a seconda del tipo di provetta utilizzato.

La temperatura di passaggio dal comportamento duttile a quello fragile è detta **temperatura di transizione** ed è uno dei parametri più importanti determinabili da questo tipo di prova perché permette di stabilire l'attitudine di un materiale a lavorare alle basse temperature.

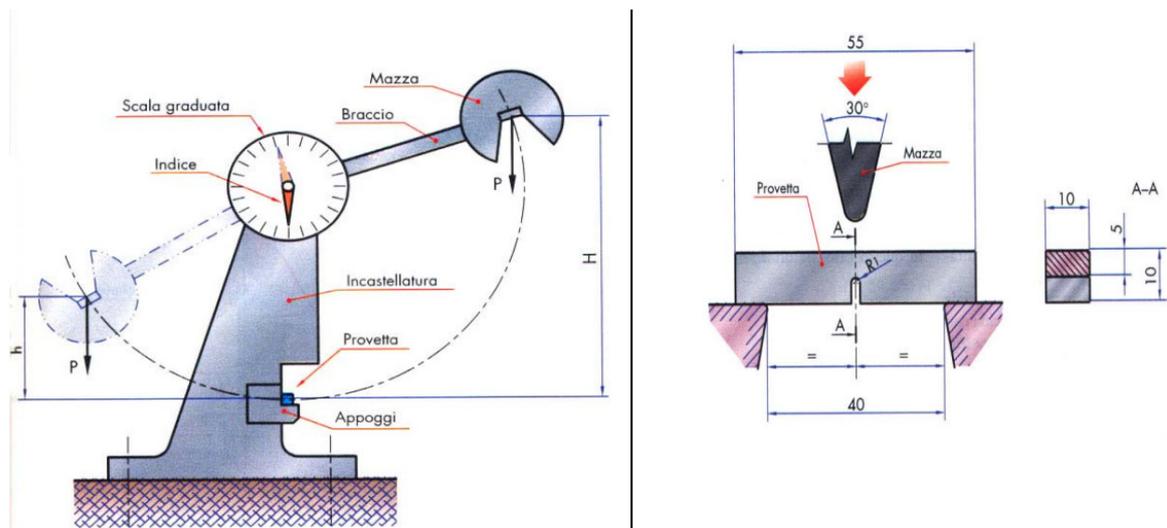


Figura 3-17: Macchina per il test di resilienza [27]

La macchina per eseguire la prova di resilienza è nota con il nome di Pendolo di Charpy. Il pendolo di Charpy consiste in una pesante mazza che scende per gravità dall'alto, incontra sulla sua traiettoria la provetta, la rompe e continua la sua corsa risalendo fino ad una certa quota. La macchina è tarata per dare immediatamente su un quadrante il valore dell'energia assorbita dalla provetta. Oltre al provino, anche gli appoggi della macchina e la testa della mazza che colpisce la provetta devono possedere forma e dimensioni unificate per garantire alla prova valori attendibili, confrontabili e ripetibili.

Il lavoro assorbito dalla provetta nell'urto è dato dalla differenza fra l'energia posseduta dal pendolo all'inizio della sua corsa (300 J) e l'energia posseduta nella posizione finale, quando è risalito oltre la provetta. L'energia disponibile prima della caduta è data dal peso P del pendolo moltiplicato per l'altezza di caduta H . L'energia

Capitolo 3

posseduta dal pendolo quando risale, è dato dal peso P moltiplicato per l'altezza h di risalita.

Quindi il lavoro per rompere la provetta è dato da:

3-22

$$L = PH - Ph$$

Dividendo L per la sezione S_0 della provetta in corrispondenza del taglio, si ottiene l'indice di resilienza, definito da:

3-23

$$K = \frac{L}{S_0}$$

Una tipica curva ottenuta dal test di resilienza è quella di Figura 3-18 in cui si può notare come l'energia assorbita all'impatto si riduca al calare della temperatura, indice che il materiale diventa via via più fragile.

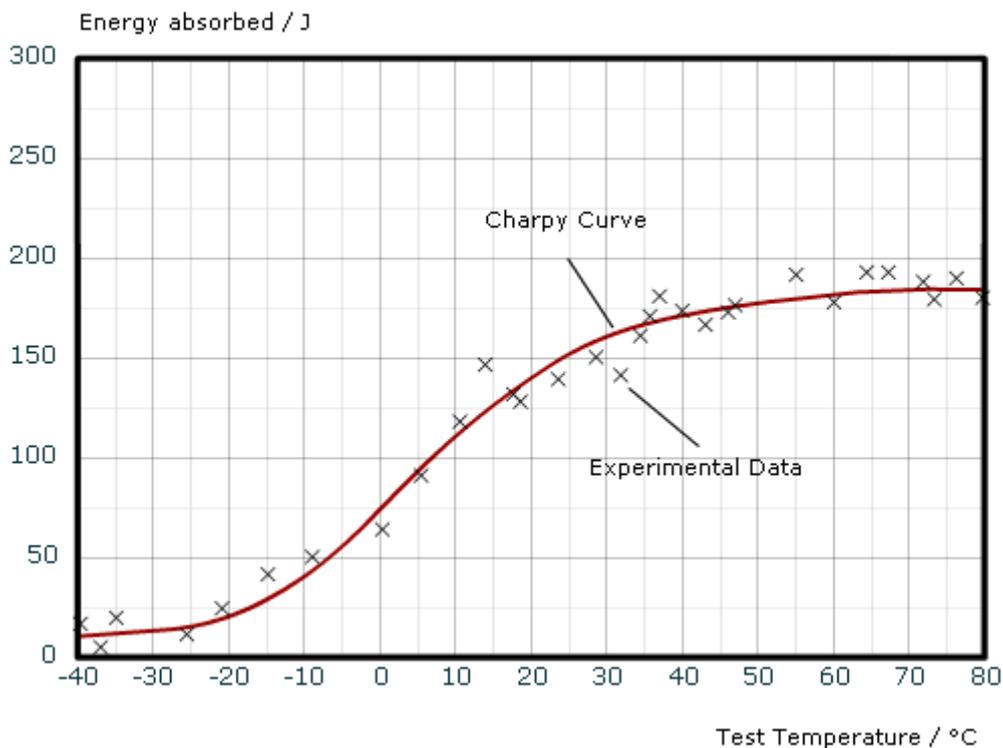


Figura 3-18: Andamento tipico di una curva di resilienza [27]

3.9 Il modello di Johnson & Cook

Le moderne apparecchiature di calcolo hanno raggiunto uno standard di sviluppo, a livello hardware, tale per cui la problematica maggiore che si deve affrontare nell'effettuare simulazioni di carichi impulsivi dovuti a fenomeni di impatto o, per esempio, a seguito di esplosioni, risiede nella mancanza di modelli costitutivi che siano in grado di descrivere il comportamento del materiale, sia per quanto riguarda la resistenza sia per quanto riguarda la rottura.

Un approccio semplice dal punto di vista concettuale, ma che temporalmente può essere molto dispendioso, è quello che prevede di “tarare” la simulazione in funzione delle evidenze sperimentali; si parte, quindi, da un modello di materiale semplice e si cambiano i parametri descrittivi finché si raggiunge una corrispondenza con le misure sperimentali entro il range che si ritiene accettabile per il tipo di analisi che si sta conducendo. Il tempo necessario per ottenere questa correlazione è, evidentemente, funzione del numero di parametri utilizzati per descrivere il materiale e cresce all'aumentare di questi ultimi.

E' opportuno avere un modello che, attraverso pochi test condotti in laboratorio, permetta una descrizione del legame costitutivo attraverso un numero di parametri ridotto ma che sia in grado, allo stesso tempo, di tenere in considerazione più variabili che influenzano il comportamento del materiale. Questo approccio permette anche di investigare in maniera più approfondita la fisica del problema che si sta studiando poiché si è in grado di valutare singolarmente il contributo di ciascuna variabile.

A questo proposito Johnson e Cook proposero nel 1983 un modello fenomenologico, studiato appositamente per l'utilizzo nelle simulazioni FEM; anche se, di fatto, esistono modelli basati su leggi fisiche che riproducono in maniera migliore il comportamento dei materiali e altri che possono descriverne un maggior numero, questi sono difficilmente implementabili in programmi ad elementi finiti da un utente standard.

Capitolo 3

Il modello proposto per la tensione equivalente di Von Mises è espresso dalla seguente relazione:

3-24

$$\sigma = [A + B\varepsilon^n][1 + C \ln \dot{\varepsilon}^*][1 - T^{*m}]$$

dove ε è la deformazione plastica equivalente, $\dot{\varepsilon}^* = \dot{\varepsilon}/\dot{\varepsilon}_0$ è la velocità di deformazione plastica adimensionalizzata e T^* è la temperatura omologa definita nel seguente modo:

3-25

$$T^* = \frac{T - T_{room}}{T_{melt} - T_{room}}$$

dove T indica la temperatura assoluta, T_{melt} la temperatura di fusione del materiale e T_{room} quella ambiente.

Le costanti A, B, n, C, m sono caratteristiche del materiale testato; l'espressione nel primo gruppo di parentesi esprime il valore della tensione in funzione della deformazione, quindi la legge d'incrudimento, che si ha per una velocità di deformazione pari a quella di riferimento ($\dot{\varepsilon}_0$) ed un valore della temperatura omologa nulla. Le espressioni nel secondo e nel terzo gruppo di parentesi esprimono, rispettivamente, l'effetto della velocità di deformazione e quello della temperatura sulla risposta meccanica dei materiali. E' evidente come il numero e il tipo di parametri siano di facile implementazione in qualunque software commerciale ad elementi finiti.

Per ottenere le cinque costanti che identificano il modello vengono eseguite prove di:

- trazione statica;
- torsione, con ampi range di velocità di deformazione;
- trazione mediante barra di Hopkinson.

Il primo passo è la determinazione delle costanti nel primo gruppo di parentesi. A rappresenta la tensione di snervamento alla velocità di deformazione di riferimento mentre B e n rappresentano l'incrudimento del materiale; queste costanti si possono ottenere

mediante la prova di torsione con uno strain rate di 1 s^{-1} oppure mediante test di trazione statico. In ogni caso, questi dati devono essere ricavati in condizioni di influenza nulla della temperatura e quindi si devono effettuare le necessarie rettifiche dei valori ottenuti. Il rapporto tra la tensione di snervamento ottenuta alla temperatura di riferimento e quello a temperatura elevata permette di

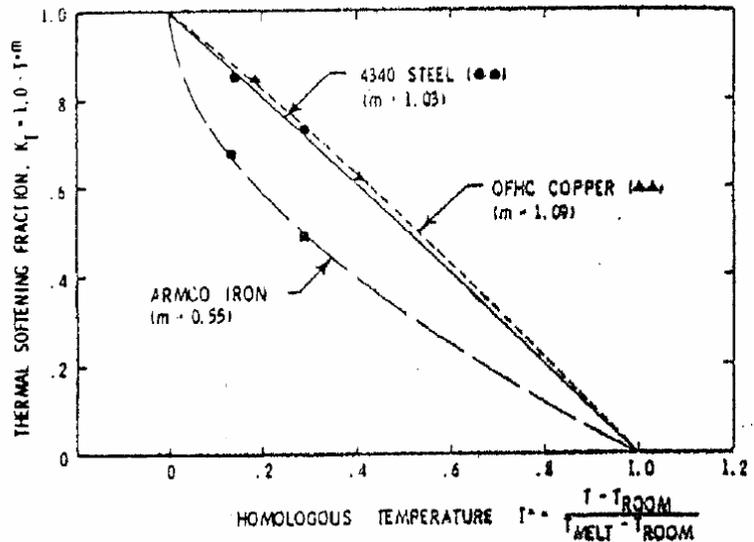


Figura 3-20: Determinazione della costante m del modello di J. & C. [12]

a temperatura elevata permette di determinare il valore della costante m . La costante C è ottenuta effettuando il test di trazione mediante la Hopkinson Bar a varie velocità di deformazione e riportando i dati in un grafico cartesiano stress-strain rate in cui l'asse delle ascisse è logaritmico. Il valore della costante C non è altro che il coefficiente angolare della retta interpolante i dati sperimentali ottenuti.

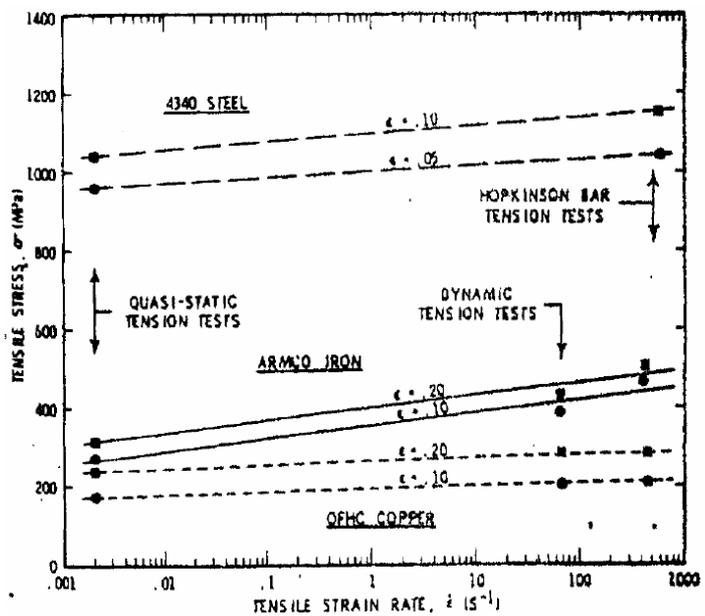


Figura 3-19: Determinazione della costante C del modello di J. & C. [12]

4 Capitolo

Strumenti di simulazione numerica

4.1 Introduzione

I modelli analitici sono molto utili per sviluppare una comprensione intuitiva dei fenomeni fisici che caratterizzano le problematiche d'impatto e per analizzare correttamente i dati sperimentali; possono anche essere utilizzati per fare delle previsioni, purché si faccia attenzione a non violare le ipotesi semplificative introdotte per la loro derivazione. Tuttavia, nei casi di interesse ingegneristico, è necessario ricorrere agli strumenti di simulazione numerica poiché, in generale, lo stato di sforzo che interessa valutare è tridimensionale e le geometrie possono essere anche molto complesse; inoltre, come già sottolineato, questi strumenti sono gli unici con cui si è in grado di valutare i fenomeni di propagazione ondosa tipici dei transitori post impatto e permettono di studiare problemi in cui ci sia accoppiamento termo-meccanico, termo-elettrico, ecc. I risultati delle simulazioni numeriche sono, in ogni caso, direttamente legate alla qualità del modello di materiale che si utilizza; migliore risulta la descrizione del comportamento del materiale alle velocità di deformazione raggiunte durante l'impatto e migliori saranno i risultati computazionali. Inoltre, una non corretta descrizione non porta solo a risultati quantitativamente errati ma spesso anche qualitativamente e, di conseguenza, non si riesce nemmeno a cogliere la natura del fenomeno che si sta studiando.

In merito al metodo di risoluzione delle equazioni differenziali esiste una distinzione netta tra i codici impliciti e quelli espliciti. I primi, più tradizionali, nati per la risoluzione di analisi quasi-statiche, richiedono l'inversione della matrice di rigidità;

questo garantisce una maggiore affidabilità dei risultati ottenuti a discapito di una più bassa velocità di calcolo in quanto ad ogni incremento di tempo si deve risolvere un sistema di equazioni di rango molto elevato che può portare a problemi di convergenza. I codici espliciti sono i codici più diffusi per le analisi dinamiche e sono, sostanzialmente, dedicati alla risoluzione delle problematiche d'impatto. Sono codici molto performanti, soprattutto perché non devono soddisfare nessun criterio di convergenza e permettono di effettuare analisi, anche molto complesse, tridimensionali, con numerosi corpi a contatto, in un tempo relativamente contenuto. Tuttavia, questo impone all'operatore una maggiore attenzione nel controllo dei risultati ottenuti, perché l'accumulo di errori nel processo di integrazione può portare a stime, quantitative e qualitative, del tutto sbagliate.

In questo lavoro di tesi si è utilizzato il software Abaqus/Explicit della Dassault Systèmes Simulia Corp nella sua versione 6.8 EF1; poiché non è possibile trattare ogni singolo aspetto che entra nella modellazione numerica di un fenomeno di impatto verranno trattati solo quelli principali, con particolare interesse al più importante che è senza dubbio il tempo di incremento stabile caratteristico dell'analisi.

4.2 Algoritmo esplicito

Abaqus/Explicit usa un metodo alle differenze centrali per integrare nel tempo le equazioni del moto in maniera esplicita, usando le condizioni cinematiche al passo i per calcolare quelle al passo $i+1$; all'inizio dell'incremento i -esimo il programma calcola l'equilibrio dinamico partendo dalla seguente equazione:

4-1

$$M\ddot{\mathbf{u}} = \mathbf{P} - \mathbf{I}$$

dove \mathbf{M} è la matrice di massa, $\ddot{\mathbf{u}}$ è il vettore delle accelerazioni nodali, \mathbf{P} e \mathbf{I} sono, rispettivamente, il vettore dei carichi esterni e quello delle forze interne. Se indichiamo

con t il tempo corrispondente all' i -esimo incremento si possono calcolare le accelerazioni all'inizio dell'intervallo mediante

4-2

$$\ddot{\mathbf{u}}|_t = (\mathbf{M})^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{I})|_t$$

E' bene sottolineare che l'algoritmo esplicito usa sempre una matrice di massa diagonale (*lumped*) e, di conseguenza, la 4-2 non richiede la risoluzione di un sistema di equazioni; l'accelerazione di ciascun nodo è determinata, quindi, solamente dalla massa che gli compete e dalle forze che agiscono su di esso. Il cambiamento di velocità viene calcolato mediante integrazione dell'accelerazione che viene supposta costante durante l'intervallo considerato. Questo contributo viene aggiunto alla velocità calcolata alla metà del precedente intervallo di tempo ($t - \frac{\Delta t}{2}$) per ottenere la velocità alla metà dell'attuale ($t + \frac{\Delta t}{2}$):

4-3

$$\dot{\mathbf{u}}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{\mathbf{u}}|_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t|_{(t+\Delta t)}) + (\Delta t|_{(t)})}{2} \ddot{\mathbf{u}}|_t$$

Le velocità così calcolate sono integrate nel tempo e aggiunte agli spostamenti relativi all'inizio dell'intervallo di tempo (t) per determinare gli spostamenti alla fine dello stesso ($t + \Delta t$):

4-4

$$\mathbf{u}|_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$$

Per come è costruito, questo metodo integra in maniera esatta solo le accelerazioni costanti; di conseguenza, per ottenere risultati accurati anche in presenza di forze non costanti sarà necessario che gli incrementi di tempo relativi ad ogni passo siano piccoli in modo che considerare l'accelerazione costante durante l'integrazione non porti a errori

Capitolo 4

numerici elevati. Questo fatto si traduce in migliaia di incrementi, ciascuno dei quali risulta, comunque, computazionalmente economico. A partire dalla conoscenza degli spostamenti si calcolano le deformazioni negli elementi, si applica il legame costitutivo per ricavare le tensioni da cui si ricaveranno le forze interne agenti su ciascun nodo.

L'algoritmo di calcolo si può così riassumere:

1. Calcoli nodali:

- a. Equilibrio dinamico

$$\ddot{\mathbf{u}}|_t = (\mathbf{M})^{-1}(\mathbf{P} - \mathbf{I})|_t$$

- b. Integrazione temporale

$$\dot{\mathbf{u}}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})} = \dot{\mathbf{u}}|_{(t-\frac{\Delta t}{2})} + \frac{(\Delta t|_{(t+\Delta t)} + (\Delta t|_{(t)}))}{2} \ddot{\mathbf{u}}|_t$$
$$\mathbf{u}|_{(t+\Delta t)} = \mathbf{u}|_{(t)} + \Delta t|_{(t+\Delta t)} \dot{\mathbf{u}}|_{(t+\frac{\Delta t}{2})}$$

2. Calcoli negli elementi

- a. Si calcolano le deformazioni $\Delta\boldsymbol{\varepsilon}$ a partire dalle velocità di deformazione $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}$

- b. Si calcolano le tensioni $\boldsymbol{\sigma}$ a partire dalle equazioni costitutive

$$\boldsymbol{\sigma}_{(t+\Delta t)} = f(\boldsymbol{\sigma}_{(t)}, \Delta\boldsymbol{\varepsilon})$$

- c. Si assemblano le forze interne ai nodi $\mathbf{I}_{(t+\Delta t)}$

3. Si incrementa il tempo ($t \rightarrow t + \Delta t$) e si ritorna al punto 1

4.3 Tempo di incremento stabile

Il tempo di incremento stabile è un fattore critico per le performance di un solutore esplicito poiché esso determina la durata della simulazione; è importante sottolineare cosa lo influenza perché questo permette di ottimizzare i tempi di calcolo. Abbiamo visto che Abaqus/Explicit utilizza un solutore alle differenze centrali che è tuttavia *condizionatamente stabile* a differenza di quanto accade per Abaqus/Standard che utilizza

un solutore implicito, incondizionatamente stabile. E' proprio questo limite di stabilità che impone il passo temporale di integrazione. Se il limite di stabilità non è rispettato si possono avere instabilità numeriche e la soluzione può divergere; in generale, non è possibile determinare il limite di stabilità esattamente e, poiché è un parametro decisivo per la qualità della simulazione, viene stimato in maniera conservativa per non correre il rischio di superarlo. Si può dimostrare che per un sistema senza smorzamento il limite di stabilità dipende dalla massima frequenza naturale secondo la seguente relazione:

4-5

$$\Delta t_{stable} = \frac{2}{\omega_{max}}$$

mentre se il sistema è smorzato si ottiene:

4-6

$$\Delta t_{stable} = \frac{2}{\omega_{max}} (\sqrt{1 + \xi^2} - \xi)$$

dove ξ indica il coefficiente di smorzamento relativo a ω_{max} . Contrariamente a quello che ci si potrebbe aspettare il termine di smorzamento fa diminuire il tempo di incremento stabile. La massima frequenza naturale del sistema considerato non è computazionalmente calcolabile in modo esatto poiché dipende da molteplici fattori e, di conseguenza, si usa una sua stima che risulta conservativa e molto più semplice da calcolare; quindi, anziché considerare la massima frequenza naturale del modello globale si considera quella di ogni singolo elemento poiché si può dimostrare che quest'ultima risulta sempre maggiore della più alta frequenza dell'intero modello. Si ridefinisce il limite di stabilità usando la seguente relazione:

4-7

$$\Delta t_{stable} = \frac{L^e}{c_d}$$

Capitolo 4

in cui L^e è la lunghezza caratteristica dell'elemento e c_d è la velocità di propagazione delle onde dilatazionali nel materiale che costituisce il modello¹⁴. Appare evidente che il tempo di incremento stabile risulterà tanto minore quanto maggiormente distorti saranno gli elementi della mesh e quanto più sarà maggiore la rigidità specifica del materiale; la 4-7 permette anche di definire il limite di stabilità come il tempo di transito di un'onda dilatazionale attraverso la distanza L^e , caratteristica di ogni elemento. Conoscendo la dimensione del più piccolo elemento e la velocità di propagazione ondosa nel materiale possiamo stimare il tempo di incremento stabile. Si potrebbe scegliere la dimensione più piccola del singolo elemento come lunghezza caratteristica ma questo modo di agire non sempre porta a stime conservative. Fortunatamente l'utente che si interfaccia con Abaqus/Explicit non ha bisogno di fare alcun calcolo in quanto il programma non solo valuta il tempo di incremento stabile iniziale ma lo adatta nel corso dell'analisi quando la distorsione degli elementi fa variare la loro lunghezza caratteristica e, di conseguenza, il limite di stabilità. Il programma, tuttavia, lascia all'utente la possibilità di inserire manualmente un tempo di incremento stabile che rimarrà lo stesso durante tutta l'analisi; questa opzione potrebbe essere utile nel caso in cui il valore dell'incremento automatico risulti troppo alto da non permettere di valutare alcuni aspetti della simulazione (transitorio, propagazione ondosa, ecc.).

Per non superare il limite di stabilità è necessario, in ogni caso, procedere ad una simulazione che permetta di valutare qual è il limite calcolato dal programma e, eventualmente, ridurlo in seguito. L'eventuale non convergenza derivante dal superamento del limite di stabilità si può verificare controllando il valore dell'energia totale del modello che non deve variare significativamente¹⁵ nel corso dell'analisi.

¹⁴Abbiamo visto che $c_d = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ per un materiale lineare elastico

¹⁵ A rigore dovrebbe rimanere costante

4.3.1 Effetto della mesh

Abbiamo visto che la dimensione della mesh è un fattore che influenza in maniera cruciale il tempo di incremento stabile; poiché il limite di stabilità è circa proporzionale alla dimensione del più piccolo elemento si dovrebbero utilizzare elementi quanto più grandi possibile, esigenza che è in netto contrasto con la necessità di ottenere risultati accurati che è legata all'utilizzo di una mesh raffinata.

L'aspetto più importante da tenere in considerazione quando si effettua un'analisi esplicita è, in ogni caso, la distorsione degli elementi più che la loro dimensione; infatti, per esempio, se consideriamo elementi tetraedrici e passiamo da una lunghezza per lato di 6 mm ad una di 3 mm dimezziamo il tempo di incremento stabile e raddoppiamo il numero di elementi quadruplicando, in teoria, il tempo di simulazione; tuttavia, se con gli elementi da 6 mm la mesh risulta molto distorta il limite di stabilità potrebbe essere molto basso perché la lunghezza caratteristica dell'elemento potrebbe diventare molto piccola. A questo punto, utilizzare una mesh con elementi da 3 mm potrebbe tradursi in una diminuzione della distorsione della mesh e, di conseguenza, un aumento del limite di stabilità che potrebbe portare ad una diminuzione dei tempi di simulazione. In ogni caso, anche a parità di tempo globale di simulazione, limiti di stabilità più grandi corrispondono a risultati numerici più precisi perché richiedono un numero inferiore di integrazioni e quindi un accumulo di errori più piccolo. Poiché il limite di stabilità è influenzato anche da un singolo elemento distorto, è fondamentale in questo tipo di analisi avere mesh quanto più regolari possibili e può risultare più vantaggioso, ai fini della durata dell'analisi, non raffinare la mesh solo in alcune zone poiché l'interfaccia tra elementi grandi e piccoli può essere causa di distorsione; per tenere sotto controllo questo aspetto Abaqus fornisce nello *status file* (.sta) la possibilità di consultare la lista dei dieci elementi che hanno il limite di stabilità più basso.

4.3.2 Effetto del materiale

Il modello di materiale influenza il limite di stabilità poiché la velocità di propagazione delle onde dilatazionali è una caratteristica del materiale stesso. Se il modello è elastico la velocità di propagazione è costante e il tempo di incremento stabile dipende dal materiale più rigido presente; se, invece, si entra in campo plastico, la rigidità diminuisce e la velocità di propagazione diminuisce, aumentando il limite di stabilità.

4.3.3 Scaling della massa

Poiché la densità influenza il limite di stabilità, ci possono essere dei casi in cui effettuare uno scaling della massa può aumentare l'efficienza dell'analisi. Per esempio, alcuni modelli, a causa della loro complessità geometrica, presentano delle regioni caratterizzate da elementi molto piccoli o ampiamente distorti che possono influenzare drasticamente il limite di stabilità pur essendo una piccolissima percentuale dell'intero modello ed essendo localizzati in aree concentrate. L'idea che sta alla base dello scaling della massa è semplicemente aumentare la densità di questi pochi elementi in modo da aumentare il limite di stabilità pur non influenzando significativamente la dinamica dell'intera struttura. In Abaqus ci sono due modalità per effettuare lo scaling della massa; si può definire direttamente un fattore di scala per gli elementi in questione oppure indicare un tempo di incremento stabile che si desidera sia rispettato e, di conseguenza, il programma calcola automaticamente il fattore di scala da applicare; poiché il software segnala gli elementi distorti e nello status file viene indicata la media del limite di stabilità di tutti gli elementi presenti, questo secondo approccio appare più appropriato perché evita di scalare la densità di un fattore esageratamente elevato che potrebbe influenzare la dinamica dell'intera struttura o, al contrario, in modo non sufficiente non garantendo i vantaggi ricavabili da questa opzione.

Nell'applicazione che verrà affrontata in questo lavoro di tesi verranno messi a confronto i risultati e i tempi di simulazione ottenuti sia con lo scaling della massa, sia senza per valutare se effettivamente, per la geometria in questione, si possano sfruttare i vantaggi che derivano da questa opzione.

4.4 Damping

Le ragioni fondamentali per cui viene introdotto il damping in una simulazione agli elementi finiti sono la necessità di limitare le oscillazioni numeriche e, inoltre, di aggiungere uno smorzamento al sistema, sempre presente nella realtà. In Abaqus/Explicit sono presenti diversi metodi per introdurre il damping nell'analisi che verranno introdotti di seguito.

4.4.1 Viscosità volumetrica

La viscosità volumetrica (*bulk viscosity*) introduce un effetto smorzante legato alla deformazione volumetrica e migliora il comportamento fisico dei sistemi sottoposti ad eventi ad alta velocità, come, per esempio, alcune tipologie di impatto. Abaqus/Explicit contiene al suo interno sia una formulazione lineare sia una quadratica della viscosità che hanno anche compiti differenti. È importante sottolineare che la pressione che viene generata dalla viscosità artificiale è solo un effetto numerico e non viene inclusa nel calcolo delle tensioni dovute alle forze esterne.

La **viscosità volumetrica lineare** è sempre inclusa nell'analisi per smorzare le eccessive oscillazioni del sistema alle alte frequenze e genera una pressione che è lineare con la deformazione volumetrica, secondo la seguente equazione:

$$p_1 = b_1 \rho c_d L^e \dot{\epsilon}_{vol}$$

4-8

in cui b_1 è il coefficiente di damping che viene inserito dall'utente, ρ è la densità del materiale, c_d è la velocità di propagazione delle onde dilatazionali, L^e è la lunghezza caratteristica dell'elemento al quale viene applicata questa pressione e $\dot{\epsilon}_{vol}$ è la velocità di deformazione volumetrica.

La **viscosità volumetrica quadratica** viene applicata solo nel caso in cui la deformazione volumetrica sia di compressione.

La pressione generata da questa viscosità artificiale è quadratica nella velocità di deformazione volumetrica secondo la seguente relazione:

4-9

$$p_2 = \rho(b_2 L^e)^2 |\dot{\epsilon}_{vol}| \min(0, \dot{\epsilon}_{vol})$$

dove b_2 è il coefficiente di smorzamento inserito da tastiera.

Questa viscosità diventa fondamentale nel caso in cui si formino delle onde d'urto e permette di prevenire il collasso di alcuni elementi quando questi ultimi sono sottoposti a gradienti di velocità elevatissimi.

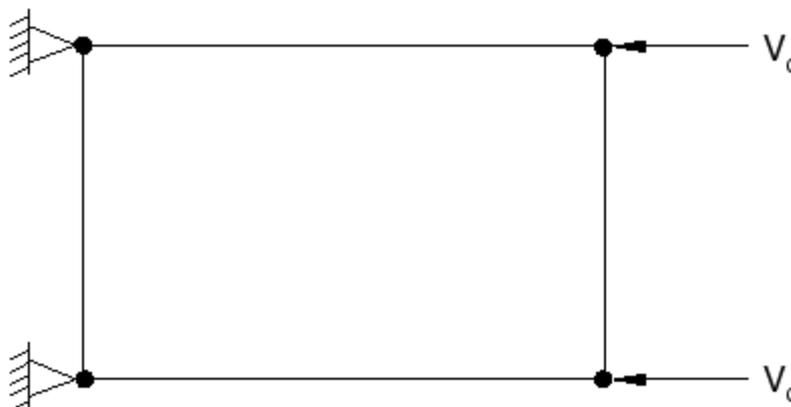


Figura 4-1: Elemento piano a quattro nodi [1]

Consideriamo l'elemento di Figura 4-1, in cui i nodi di sinistra siano incastrati mentre quelli di destra sono sottoposti ad una velocità V_0 in direzione del lato vincolato. Abbiamo detto che il limite di stabilità è il tempo di transito di un'onda dilatazionale lungo l'elemento; quindi, se la velocità V_0 fosse uguale alla velocità di propagazione ondosa,

l'elemento collasserebbe in un incremento di tempo. La viscosità artificiale, introducendo una pressione resistente, previene proprio questa tipologia di problematiche. I due contributi appena visti si traducono in un coefficiente di smorzamento che è calcolabile dalla seguente espressione:

$$\xi = b_1 - b_2^2 \frac{L^e}{c_d} \min(0, \dot{\epsilon}_{vol})$$

4.4.2 Damping del materiale

Oltre alla viscosità artificiale è possibile introdurre anche un fattore di smorzamento dovuto al materiale che può riprodurre la dissipazione di energia dovuta, per esempio, all'isteresi del materiale. E' noto che lo smorzamento di un sistema fisico dipende dalla velocità assoluta con cui si muove; uno dei modelli di damping più diffusi è quello di Rayleigh che prevede che la matrice di smorzamento sia una combinazione lineare delle matrici di massa e rigidità secondo la seguente relazione:

4-10

$$[C] = \alpha[M] + \beta[K]$$

dove α e β sono i coefficienti di smorzamento di Rayleigh che sono inseriti dall'utente.

Per un determinato modo di vibrare i -esimo, si può dimostrare che il rapporto di smorzamento derivante dall'espressione 4-10, è esprimibile mediante la relazione:

4-11

$$\xi_i = \frac{1}{2} \left(\frac{\alpha}{\omega_i} + \beta \omega_i \right)$$

dove ω_i indica la pulsazione naturale dell' i -esimo modo. Questa equazione implica che, in generale, il coefficiente proporzionale alla matrice di massa smorza le basse frequenze mentre quello proporzionale alla matrice di rigidità smorza le alte frequenze. In ogni caso

il coefficiente di damping proporzionale alla matrice di rigidità deve essere usato con cautela perché può ridurre in maniera significativa il valore del limite di stabilità. Per evitare una drammatica diminuzione del tempo di incremento stabile, il coefficiente β dovrebbe essere inferiore o, tutt'al più, dello stesso ordine di grandezza del valore iniziale del tempo di incremento stabile del sistema senza smorzamento.

4.5 Algoritmi di contatto

Quando si effettuano simulazioni in cui si vuole studiare il contatto tra due corpi, sia che esso avvenga in seguito ad un impatto o meno, si deve sempre definire quali superfici possono entrare in contatto. Abaqus, a questo proposito, prevede due diversi algoritmi da utilizzare una volta che siano state definite le varie proprietà di contatto in cui si indica, tra le altre cose, il valore del coefficiente di attrito tra le superfici in gioco.

Il **General (“automatic”) contact algorithm** prevede che tutte le superfici e gli spigoli che costituiscono il modello, possano entrare in contatto tra di loro; questo algoritmo è molto utile nei casi in cui, a priori, non si possono conoscere le superfici oggetto di contatto. Se, al contrario, questi ultime sono note e sono un numero molto inferiore rispetto alle n superfici che costituiscono l'intero modello, converrà utilizzare il **contact pair algorithm** in cui sarà necessario specificare coppia per coppia le superfici che vengono in contatto durante la simulazione. Il vantaggio di questo secondo approccio è senza dubbio un minore rallentamento dei calcoli poiché il programma non dovrà di volta in volta valutare tutti i possibili contatti in quanto questi saranno specificati dall'utente. In ogni caso anche con l'approccio generale vi è la possibilità di escludere alcune superfici dal contatto quando vi è la certezza che queste non possano in alcun modo collidere.

Poiché è impensabile esaurire lo studio di un fenomeno di impatto con un'unica simulazione, sarà sempre opportuno eseguire delle analisi utilizzando il General contact algorithm e una volta individuato il comportamento della struttura impattata si potranno, eventualmente, specificare le superfici che entrano in contatto.

Ora che sono stati sviluppati tutti gli aspetti fondamentali per poter affrontare l'analisi di un fenomeno di impatto, dall'introduzione delle grandezze fondamentali (Capitolo 1) allo studio della propagazione ondosa (Capitolo 2), dalla caratterizzazione dei materiali (Capitolo 3) agli aspetti fondamentali dei codici numerici, si può passare all'analisi oggetto di questo lavoro di tesi: il test di impatto cui sono sottoposte le ruote in lega leggera.

5 Capitolo

Test di impatto su ruote in lega leggera

5.1 Introduzione

L'industria automobilistica fa ampio uso di componenti in lega d'alluminio poiché questa assicura un elevato rapporto resistenza-peso, costi inferiori e minor consumo di combustibile oltre a garantire un'ampia riciclabilità nel momento in cui questi componenti terminano la loro vita utile.

Negli ultimi anni le leghe di alluminio sono state utilizzate anche per costruire le ruote delle automobili e poiché esse sono un componente critico per la sicurezza, è richiesta un'affidabilità sempre maggiore.

Le ruote di un veicolo hanno una geometria molto complicata e devono rispettare numerosi criteri di progettazione come peso, producibilità e prestazioni senza tralasciare l'aspetto esteriore che ricopre un ruolo fondamentale nell'attrarre l'attenzione dei clienti; questi componenti devono anche garantire la necessaria durabilità, cioè possedere la capacità di conservare nel tempo le caratteristiche fisiche e meccaniche dei materiali, proprietà essenziale affinché il livello di sicurezza desiderato venga mantenuto durante la loro vita utile. Inoltre, per assicurare un determinato livello di confort durante la guida e la necessaria tenuta di strada, le ruote devono essere il più leggere possibile per cui la riduzione di peso è uno degli aspetti di maggiore interesse nell'industria del settore considerando anche che, una diminuzione di peso, implica un risparmio di materiale e, di conseguenza, minori costi sul prodotto finale. E' evidente che questo non deve

pregiudicare le prestazioni meccaniche richieste alle ruote per resistere ai carichi di natura statica e dinamica cui sono sottoposte durante la vita utile delle automobili.

La progettazione e lo sviluppo delle ruote in lega leggera comportano un notevole investimento di tempo perché vi è la necessità di condurre parecchi test che devono essere ripetuti fintanto che la ruota non raggiunga i requisiti richiesti. Nel panorama economico mondiale, lo sviluppo di metodologie che permettano di ridurre i tempi di progettazione e della fase di testing assumono un ruolo fondamentale per un'azienda del settore; in quest'ottica, l'utilizzo di sistemi di progettazione, ingegnerizzazione e fabbricazione assistita dal calcolatore (CAD, CAE, CAM¹⁶) permette di ridurre costi e tempi con indubbio vantaggio economico. Per quanto riguarda l'esecuzione della fase di test, l'obiettivo è sostituirla nelle fase di progettazione tramite simulazioni effettuate al computer mediante software FEM in modo da prevedere quale possa essere il comportamento della ruota reale; quando l'esecuzione virtuale dei test condotti sul modello CAD della ruota ha dato esito positivo, si può passare alla realizzazione del prototipo sul quale verranno condotti tutti i test effettuati al computer per poter verificare il rispetto dei requisiti imposti dalla normativa e poter, così, avviare la produzione di massa. E' evidente il risparmio di tempo e materiale che questa metodologia comporta rispetto al classico sistema di "prova e errore" nel quale si realizza un prototipo della ruota sul quale vengono effettuati i necessari test; nel caso in cui questi non vengano superati vi è la necessità di modificare il progetto iniziale e, dopo aver costruito un altro prototipo, eseguire nuovamente tutti i test fintanto che questi diano esito positivo.

¹⁶ Computer aided design, Computer aided engineering, Computer aided manufacturing

5.2 Nomenclatura

Prima di passare alla descrizione dei test che subiscono le ruote in lega leggera per essere messe in produzione, è opportuno elencare alcuni dei parametri che identificano una ruota e le principali parti che la compongono.

Come si può notare dalla Figura 5-1 il canale è la parte esterna del cerchio dove viene fissato lo pneumatico e la sua lunghezza è espressa in pollici.

L'offset o ET è lo spazio, espresso in millimetri, fra la superficie d'appoggio dell'attacco del cerchio al mozzo del semiassale e il piano mediano (linea di centro) del cerchio stesso. L'offset può essere neutro, positivo o negativo, a seconda che il piano mediano del cerchio risulti coincidente, rientrante o sporgente rispetto all'attacco del cerchio al semiassale.

Ogni cerchio è caratterizzato da un numero di fori per il fissaggio e da un valore di interasse. In particolare, l'interasse è il diametro della circonferenza che taglia il centro di ogni foro. Il PCD¹⁷ è un dato molto importante per permettere il corretto fissaggio della

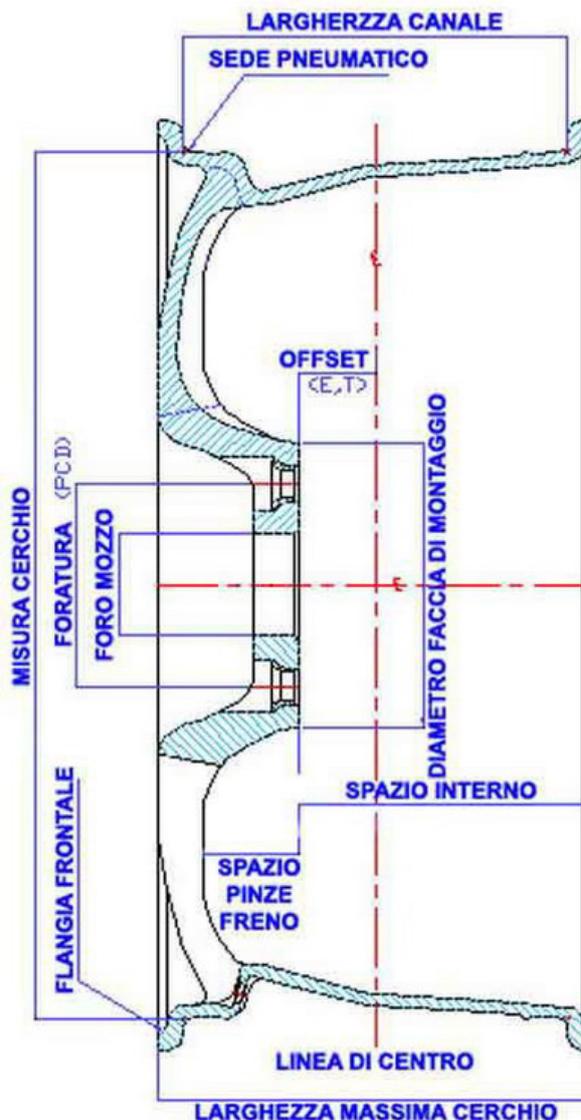


Figura 5-1: Principali caratteristiche di una ruota in lega leggera [25]

¹⁷ Foratura, vedi Figura 5-1

ruota al mozzo. Se il numero dei fori e il loro interasse non sono corretti, il cerchio non potrà essere avvitato al mozzo del semiassale, e quindi montato.

La Figura 5-2 mostra le parti principali che compongono una ruota;

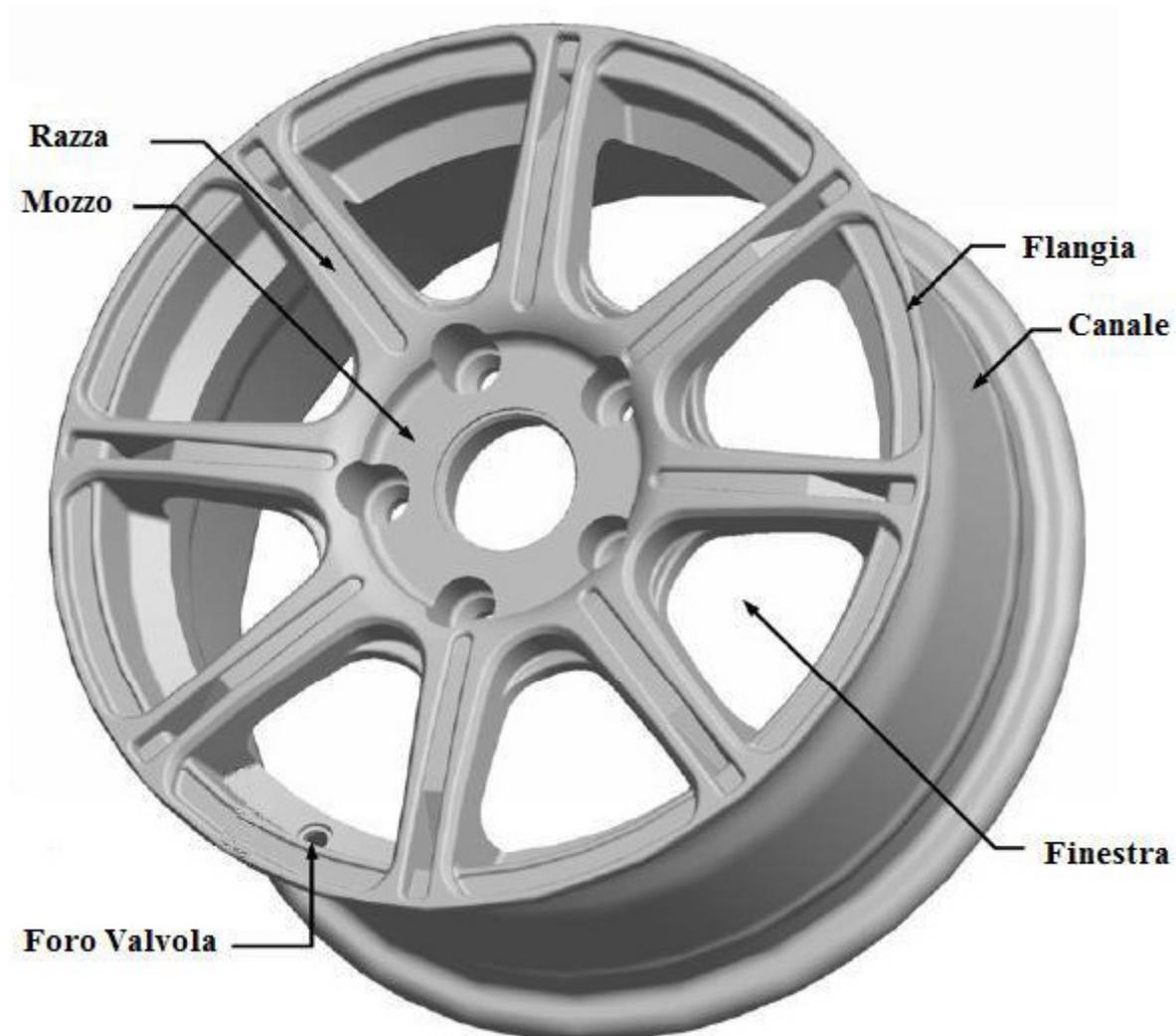


Figura 5-2: Parti principali di una ruota [7]

Ora che sono state introdotte le principali problematiche per cui si rende necessario eseguire diversi test sulle ruote in lega leggera e si sono evidenziate le parti principali che le compongono, possiamo passare alla descrizione delle prove.

5.3 Test condotti sulle ruote in lega leggera

I test cui sono sottoposte le ruote in lega leggera montate su autovetture sono standardizzati secondo la normativa ISO e sono tesi a verificarne le proprietà meccaniche; in particolare questi test si articolano in:

- test a fatica per flessione rotante;
- test a fatica radiale;
- test di impatto.

Il **test a fatica per flessione rotante** simula il carico cui viene sottoposta la ruota durante la percorrenza di una curva; infatti, nel suo moto attorno al semiasse della vettura, la ruota viene sottoposta ad una flessione causata dalla forza di attrito che si realizza nel punto di contatto tra terreno e pneumatico. La Figura 5-3 mostra uno schema dell'attrezzatura utilizzata per condurre il test che si rende necessario per valutare il comportamento a fatica della ruota nelle normali condizioni di guida per confermarne la durabilità di progetto. Il mozzo centrale della ruota viene collegato ad un albero, mentre la flangia inferiore viene fissata rigidamente alla macchina di prova tramite delle staffe bullonate. Il carico di prova viene applicato in direzione perpendicolare all'albero nella parte inferiore e a quest'ultimo viene impartito un moto circolare attorno all'asse della ruota in modo da ricreare le condizioni di

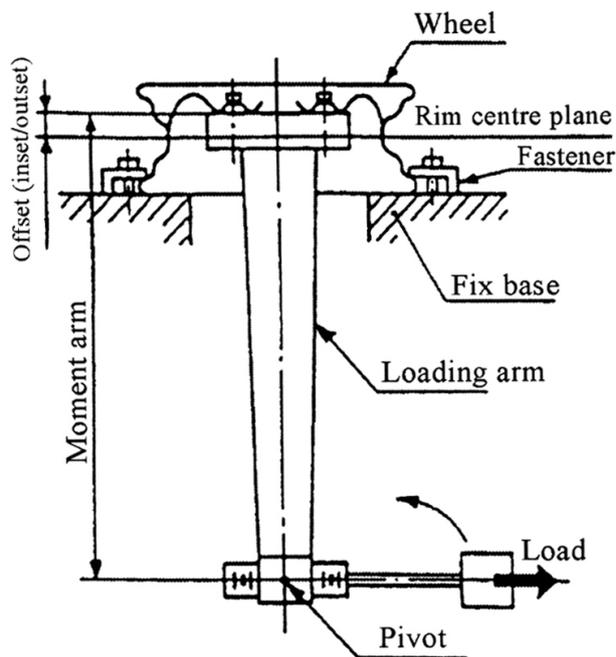


Figura 5-3: Macchina per test a fatica per flessione rotante [7]

flessione rotante. Secondo la normativa ISO, la ruota deve resistere ad almeno 100000 rotazioni e il test può considerarsi superato se, utilizzando la tecnica dei liquidi penetranti,

non si evidenziano cricche; inoltre il cerchione non deve presentare apparenti deformazioni e separazione dai dadi e bulloni di fissaggio all'albero.

Il **test a fatica radiale** è un ulteriore test dinamico cui sono sottoposte le ruote e viene condotto mediante un apparato simile a quella dello schema di Figura 5-4. Il test serve a simulare la forza di reazione dovuta al contatto col terreno che il cerchione deve sopportare a causa del peso della vettura durante tutta la sua vita utile; poiché viene interessata solamente la metà inferiore della ruota siamo in presenza di un carico ciclico e quindi di possibile rottura per fatica, essendo evidentemente esclusa la rottura statica. Questa forza di reazione, a differenza di quanto accadeva per il test a flessione rotante, è di tipo radiale; lo scopo del test è, quindi, la verifica dei requisiti di durabilità della ruota sottoposta a questo tipo di carico.

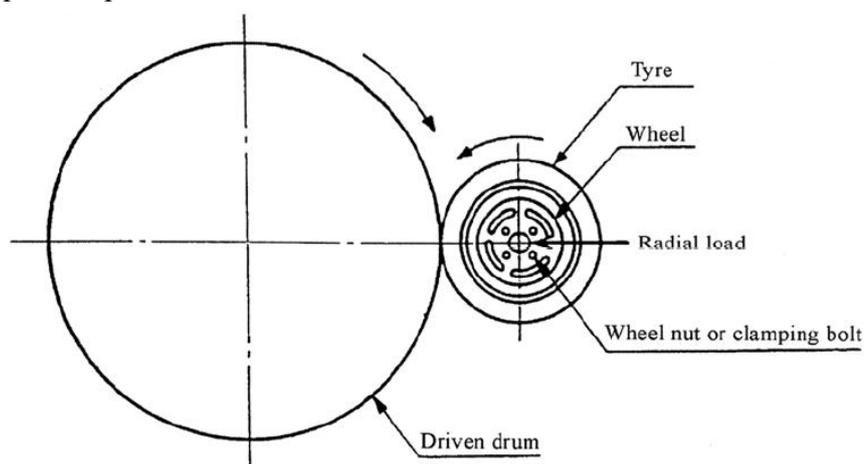


Figura 5-4: Macchina per test a fatica radiale [7]

Come evidenzia la Figura 5-4, la ruota completa di pneumatico, viene montata nell'attrezzatura per il test, nelle stesse condizioni in cui si troverà sul veicolo. Un tamburo motore viene premuto contro la ruota per ricreare le condizioni di carico statico di esercizio e messo in moto ad una velocità che varia tra 40 e 60 km/h. Secondo la normativa ISO, la ruota deve resistere ad almeno 500000 rotazioni e il test può considerarsi superato se, utilizzando la tecnica dei liquidi penetranti, non si evidenziano cricche; inoltre il cerchione non deve presentare apparenti deformazioni e separazione dai dadi e bulloni di fissaggio all'albero.

5.4 Test di impatto

Il test di impatto è utilizzato per verificare la resistenza a carichi impulsivi di tipo assiale (laterale) che la ruota potrebbe sperimentare durante la sua vita utile, sia a causa di collisioni accidentali con marciapiedi o barriere di altro tipo, sia per irregolarità del manto stradale (buche, rallentatori, ecc.). In Figura 5-5 è illustrato lo schema dell'attrezzatura utilizzata per condurre il test di impatto oltre alle caratteristiche che questa deve avere che sono specificate dalla normativa ISO 7141.

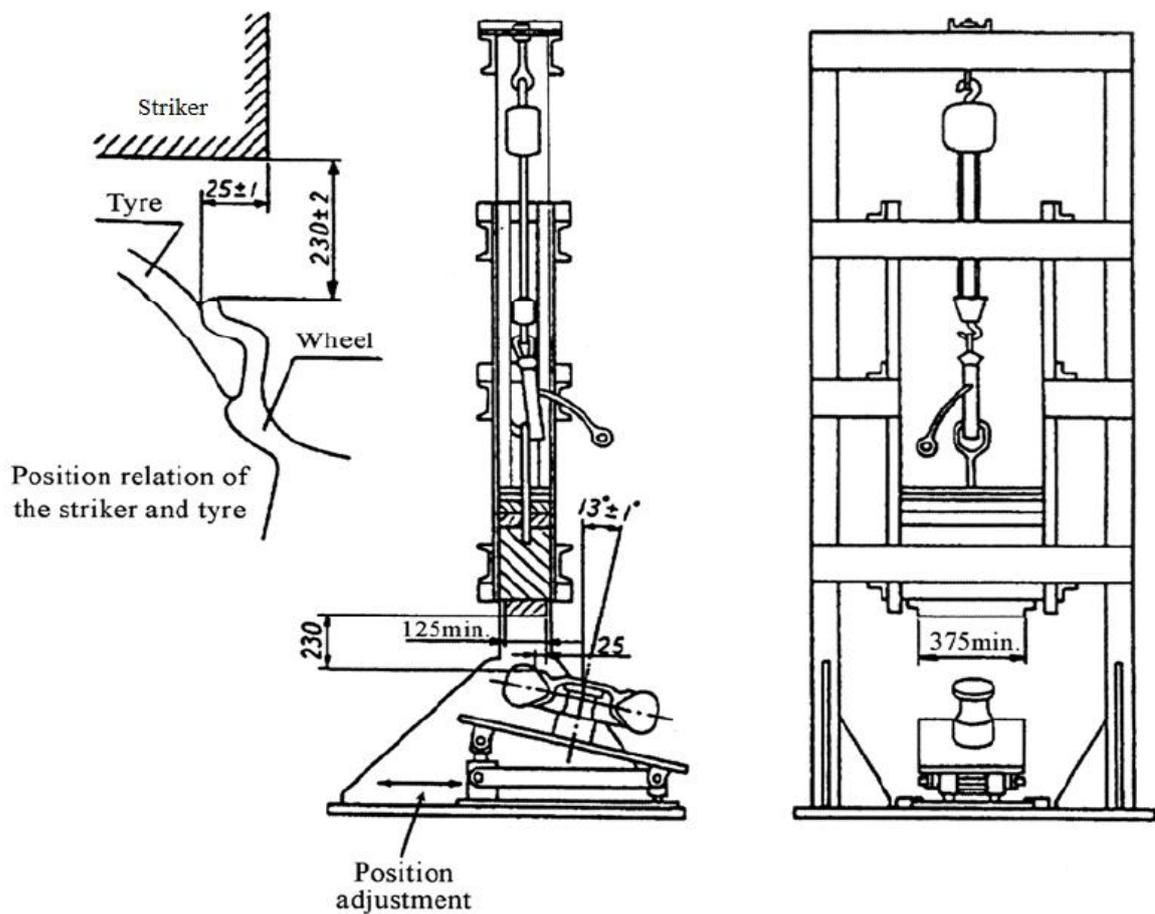


Figura 5-5: Macchina per test di impatto [7]

L'apparato per condurre il test di impatto è costituito da una massa impattante che viene fatta cadere liberamente da un'altezza di 230 ± 2 mm misurata rispetto al punto più alto dell'insieme cerchione-pneumatico. La pressione di gonfiaggio dello pneumatico

Capitolo 5

durante la prova deve essere pari a 200 kPa; la superficie della massa impattante deve avere una larghezza minima di 375 mm e una profondità minima di 125 mm ed essere sovrapposta di 25 ± 1 mm alla flangia del cerchione. L'attrezzatura di supporto ha un'inclinazione rispetto al piano orizzontale (quindi anche rispetto all'impattatore) di 13° . La normativa, inoltre prescrive una massa per l'impattante pari a:

5-1

$$M = 0.6W + 180 \text{ [kg]}$$

essendo W il massico carico statico, espresso in kg, a cui è sottoposta la ruota, indicato dal costruttore della stessa. È importante sottolineare che ogni volta che il test viene ripetuto è necessario utilizzare una ruota nuova che sia rappresentativa di quella verrà messa in produzione e che non potrà essere successivamente utilizzata su nessun veicolo. Poiché le ruote in lega leggera hanno design molto differenti è necessario ripetere la prova di impatto in diverse posizioni per assicurare la resistenza desiderata; di norma, infatti, l'impatto avviene sia in posizione intermedia tra due razze sia in corrispondenza a una razza singola.

L'attrezzatura, prima di essere utilizzata per il test dinamico, deve subire una calibrazione statica; per mezzo di un adattatore si posiziona, nel punto di fissaggio della ruota, una massa di 1000 kg. Sotto l'azione di questo peso, il punto centrale della piastra di supporto deve flettere verticalmente di 7.5 ± 0.75 mm (vedi schema pagina 108).

Il test deve considerarsi **non superato** se si verifica uno dei seguenti eventi:

- fratture visibili del membro centrale della ruota;
- il membro centrale si separa dal canale della ruota;
- lo pneumatico si sgonfia entro un minuto dalla fine del test.

Il test ha esito positivo anche in presenza di evidenti deformazioni plastiche o in caso di frattura nella zona del cerchione in cui è avvenuta la collisione con la superficie della massa impattante. Anche in questo caso si utilizzano liquidi penetranti per verificare la presenza di cricche.

5.5 Modello FEM

5.5.1 La ruota

Il test di impatto è stato condotto su una ruota in lega di alluminio da 15 pollici, la cui geometria è riportata in Figura 5-6.



Figura 5-6: Ruota da 15" utilizzata per la simulazione del test di impatto

Inizialmente si è utilizzata la lega d'alluminio AA 6061-T6 che è stata modellata come materiale elasto-plastico non lineare utilizzando il modello di Johnson & Cook per poter valutare l'influenza della velocità di deformazione e temperatura sulla resistenza del

Capitolo 5

materiale. Le principali caratteristiche fisiche della lega sono riassunte nella tabella seguente:

Caratteristica	Valore
E	70000 MPa
ρ	2700 kg/m ³
ν	0.33
Cal. specifico	900 J/kgK
Cond. termica	222 W/mK

mentre per le costanti del modello di Johnson & Cook caratterizzanti il tratto plastico si sono utilizzati i seguenti valori:

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>n</i>	<i>C</i>	$\dot{\epsilon}_0$	T_{melt}	T_{room}	<i>m</i>
270 MPa	189.5 MPa	0.35	0.011	0.002 s ⁻¹	925.37 K	294.26 K	1.34

Per valutare l'influenza del tipo di materiale sui risultati del test, è stata utilizzata anche la lega d'alluminio AA 5052-O, che presenta caratteristiche di resistenza molto diverse rispetto alla precedente, come appare evidente dalla seguente tabella:

Caratteristica	Valore
E	70000 MPa
ρ	2700 kg/m ³
ν	0.33
Tratto plastico	$\sigma = K\epsilon^n = 210\epsilon^{0.13}$ MPa
Snervamento	89.6 MPa

in cui, per il tratto plastico, si è fatto uso del modello di Hollomon che esprime il legame tensione deformazione mediante la seguente relazione:

5-2

$$\sigma = K\epsilon^n$$

in cui K è definito fattore di resistenza e n è il coefficiente di incrudimento.

A causa della complessità della geometria della ruota, soprattutto nelle zone delle flange, è stato necessario utilizzare elementi tetraedrici a 4 nodi con funzioni di forma lineari (C3D4), suggeriti anche dalla guida di Abaqus nello studio dei fenomeni di impatto; la mesh impiegata ha una dimensione definitiva di 6 mm ed è riportata nella Figura 5-7.

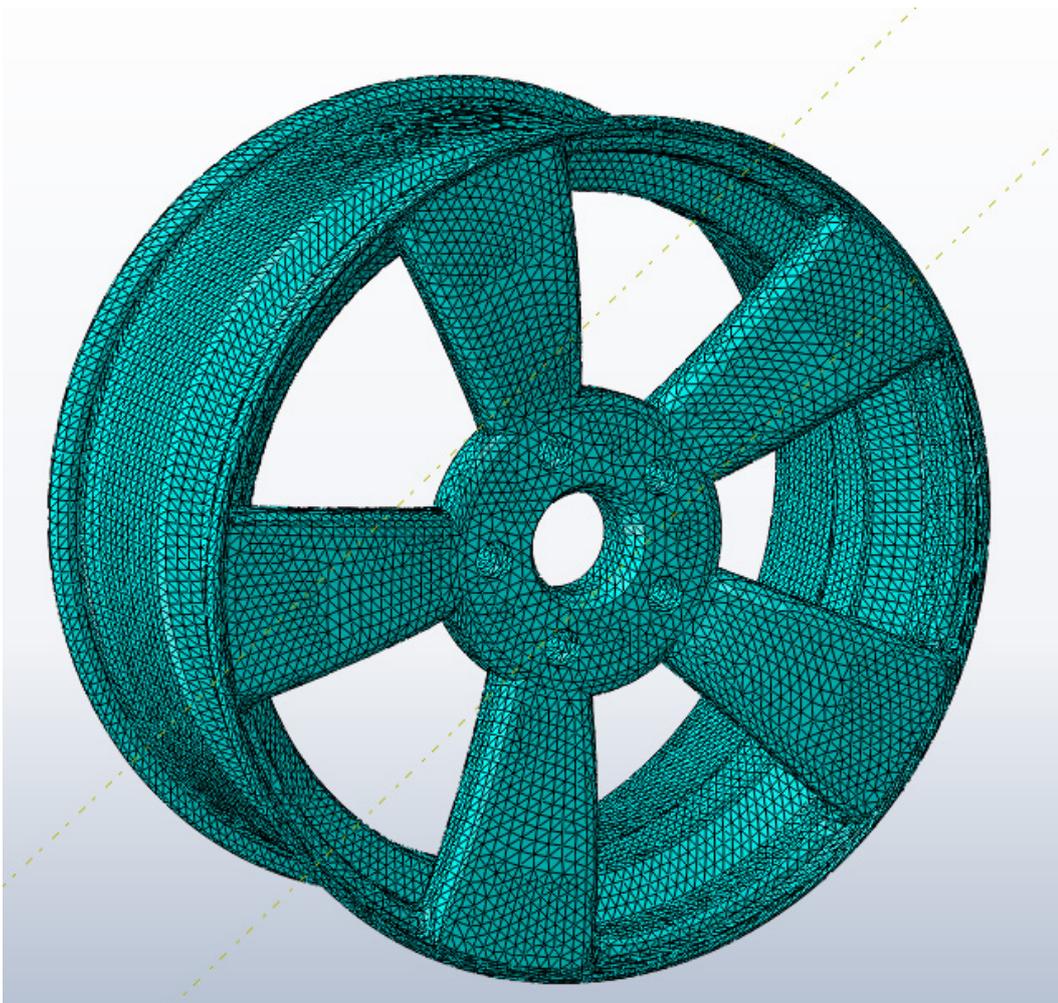


Figura 5-7: Discretizzazione della ruota con elementi tetraedrici (TET4)

5.5.2 L'attrezzatura di supporto

Il modello del supporto è stato creato mediante SolidWorks, software della Dassault Systèmes Simulia Corp, perché più funzionale rispetto al CAE di Abaqus. La geometria è stata costruita basandosi sulla rappresentazione schematica riportata dalla norma ISO e tenendo conto delle dimensioni specificate dalla stessa, riportate nella figura sottostante:

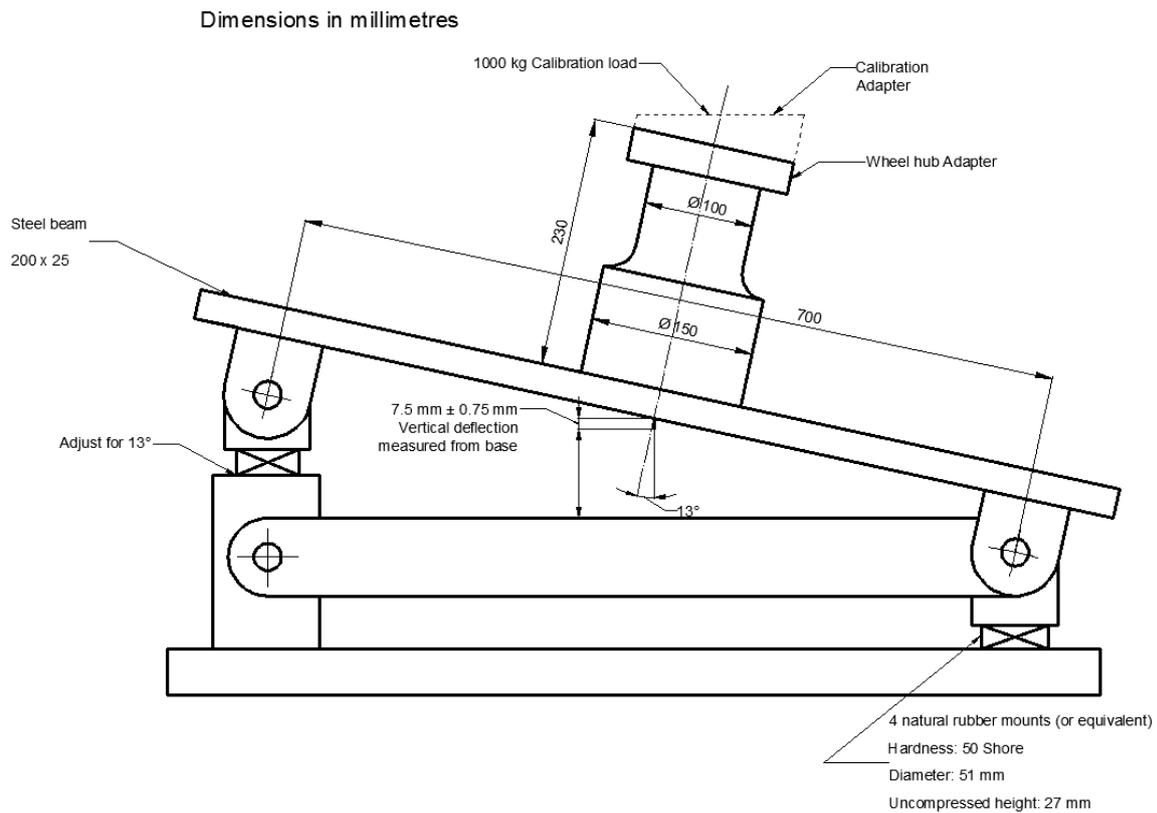


Figura 5-8: Rappresentazione schematica e dimensioni dell'attrezzatura di sostegno alla prova di impatto [11]

In particolare, i tre cilindri che costituiscono la superficie di appoggio per la ruota hanno le seguenti dimensioni:

Cilindro inferiore [d x h]	150 x 100 [mm]
Cilindro mediano [d x h]	100 x 100 [mm]
Cilindro superiore [d x h]	150 x 30 [mm]

La geometria finale è riportata in Figura 5-9:

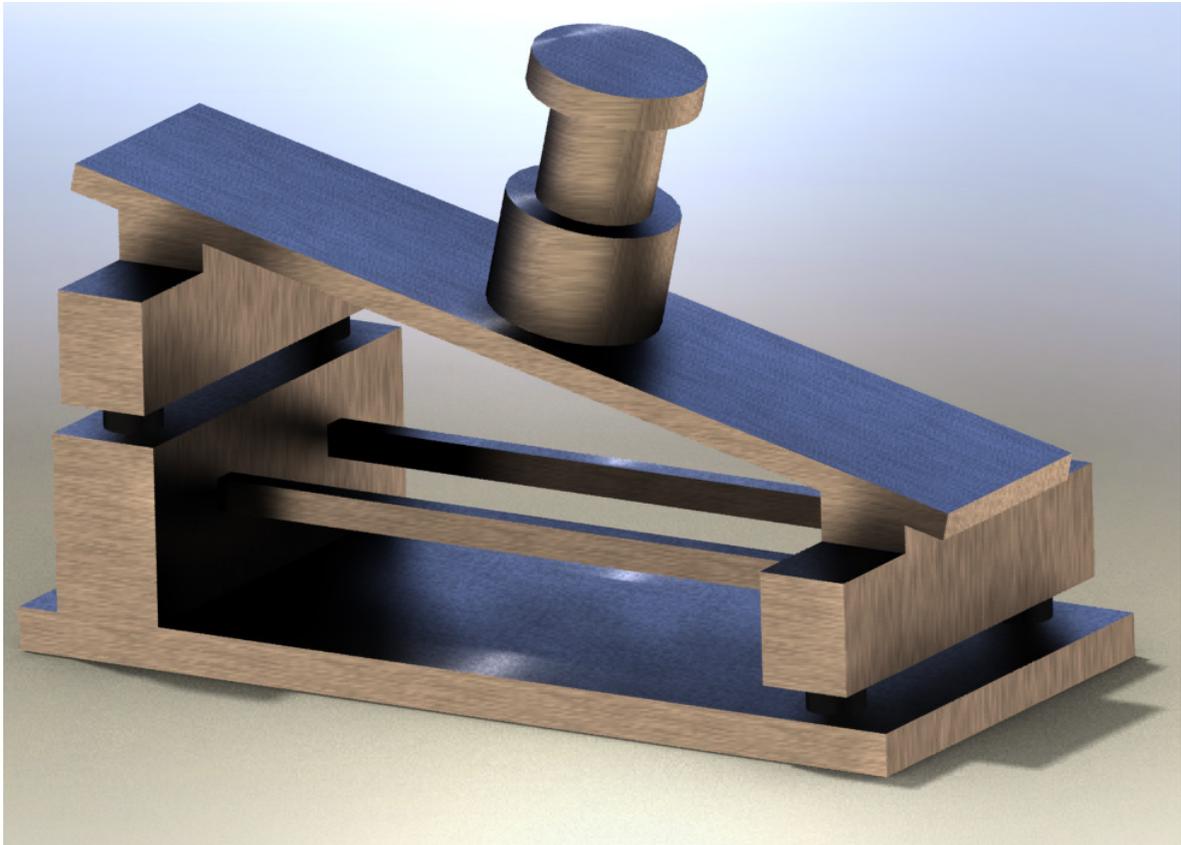


Figura 5-9: Attrezzatura di supporto per il test di impatto

La Figura 5-8 specifica per i quattro supporti di gomma, evidenti anche nella figura soprastante, una durezza di 50 Shore che può essere tradotta in un valore corrispondente del modulo elastico mediante varie formule empiriche. Chang e Yang [5] dichiarano di aver modellato il materiale come solido elastico con un valore di modulo di elasticità pari a 1.82 MPa che è stato preso come riferimento anche in questa simulazione. La tabella sottostante riassume le caratteristiche dei materiali utilizzati per modellare il supporto.

Materiale	E	ν	ρ
Acciaio	210000 MPa	0.3	7800 kg/m ³
Gomma	1.82 MPa	0.4	897 kg/m ³

L'acciaio è stato modellato come solido elastico poiché, essendo molto più rigido dell'alluminio, non supera mai la tensione di snervamento durante la prova e questo garantisce anche il mantenimento della forma prescritta dalla normativa per un numero molto elevato di test. La gomma è stata, in principio, modellata come solido elastico ma poiché la simulazione veniva interrotta dall'eccessiva distorsione degli elementi è stato necessario ricorrere ad un modello iperelastico. Si è scelta la formulazione di Ogden¹⁸ per l'energia di deformazione, ricreando un materiale con uguale comportamento elastico.

La geometria di Figura 5-9 è stata importata in Abaqus e suddivisa in varie regioni come evidenziato nella Figura 5-10.

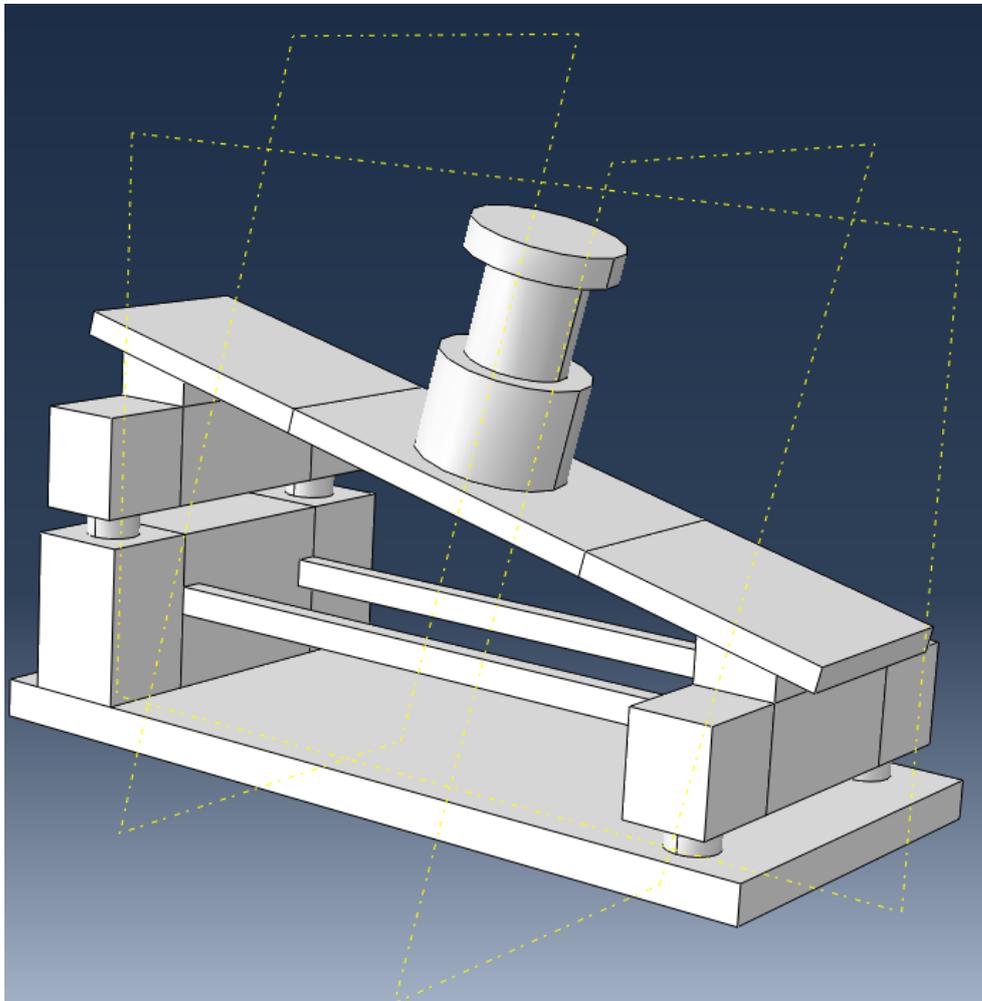


Figura 5-10: Suddivisione del modello CAD in regioni

¹⁸ Vedi appendice A per maggiori dettagli

Questa operazione si è resa necessaria per poter realizzare una mesh utilizzando l'algoritmo automatico in modalità sweep che, come noto, ha bisogno di superfici e solidi "semplici", cioè che non presentino discontinuità nelle sezioni o più di un'estrusione.

Per costruire la mesh sono stati utilizzati in tutto il supporto elementi tipo HEX a otto nodi in quanto il solutore esplicito di Abaqus non permette l'utilizzo di funzioni di forma quadratiche; in particolare, essendo la parte in gomma molto deformabile, è stato necessario utilizzare molti elementi per i supporti cilindrici costituiti da questo materiale come appare evidente dalla figura seguente:

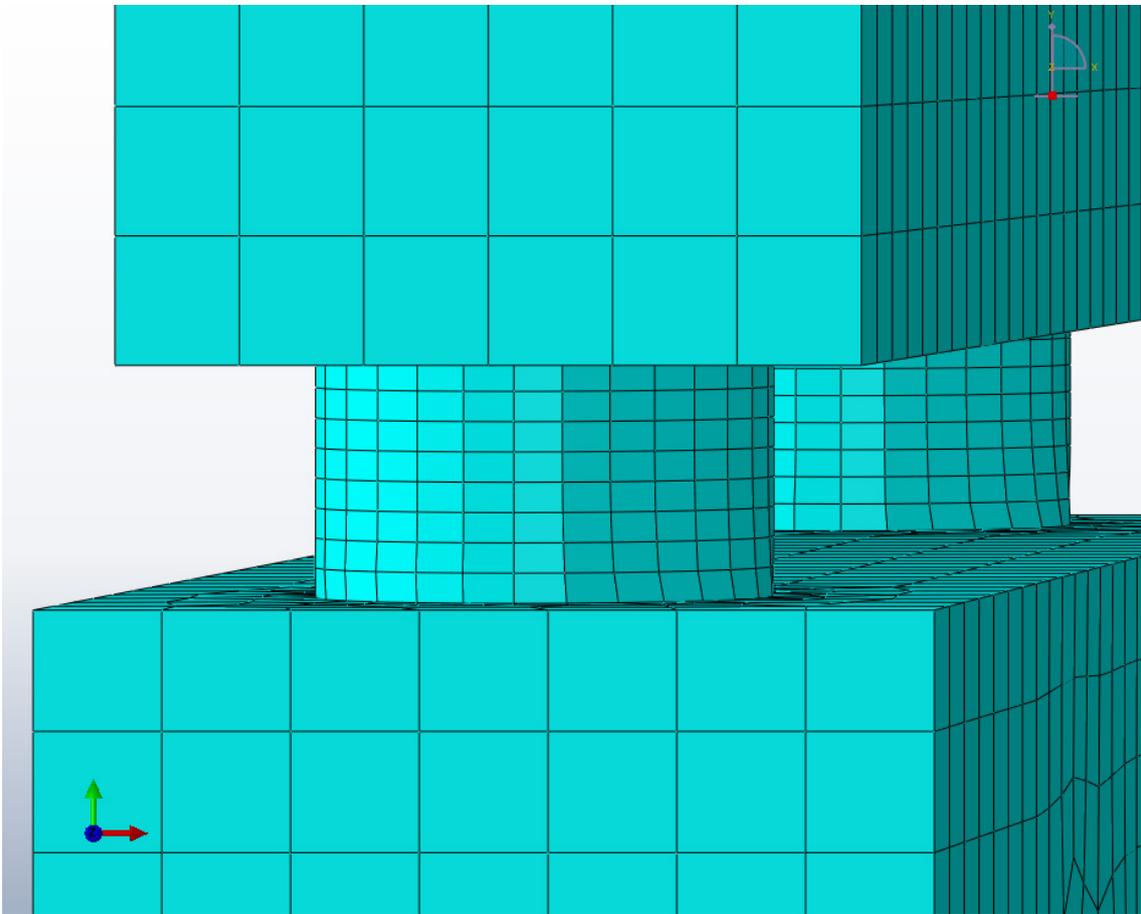


Figura 5-11: Particolare della mesh del supporto

Dopo aver costruito la mesh è stato necessario effettuare una verifica sulla rigidità del supporto. La norma ISO, come visto, prescrive che l'abbassamento nel punto centrale della piastra inclinata debba essere di 7.5 ± 0.75 mm caricando il supporto con una massa calibratrice di 1000 kg. Quest'ultima è stata, quindi, modellata come un cubo di lato 300 mm a cui è stata poi assegnata una densità tale da avere una massa pari a quella desiderata.

La Figura 5-12 mostra la dimensione definitiva delle due travi che garantiscono la rigidità richiesta; sono state, infatti, effettuate numerose prove con una mesh raffinata riducendo di volta in volta la sezione resistente fino ad ottenere l'abbassamento richiesto.

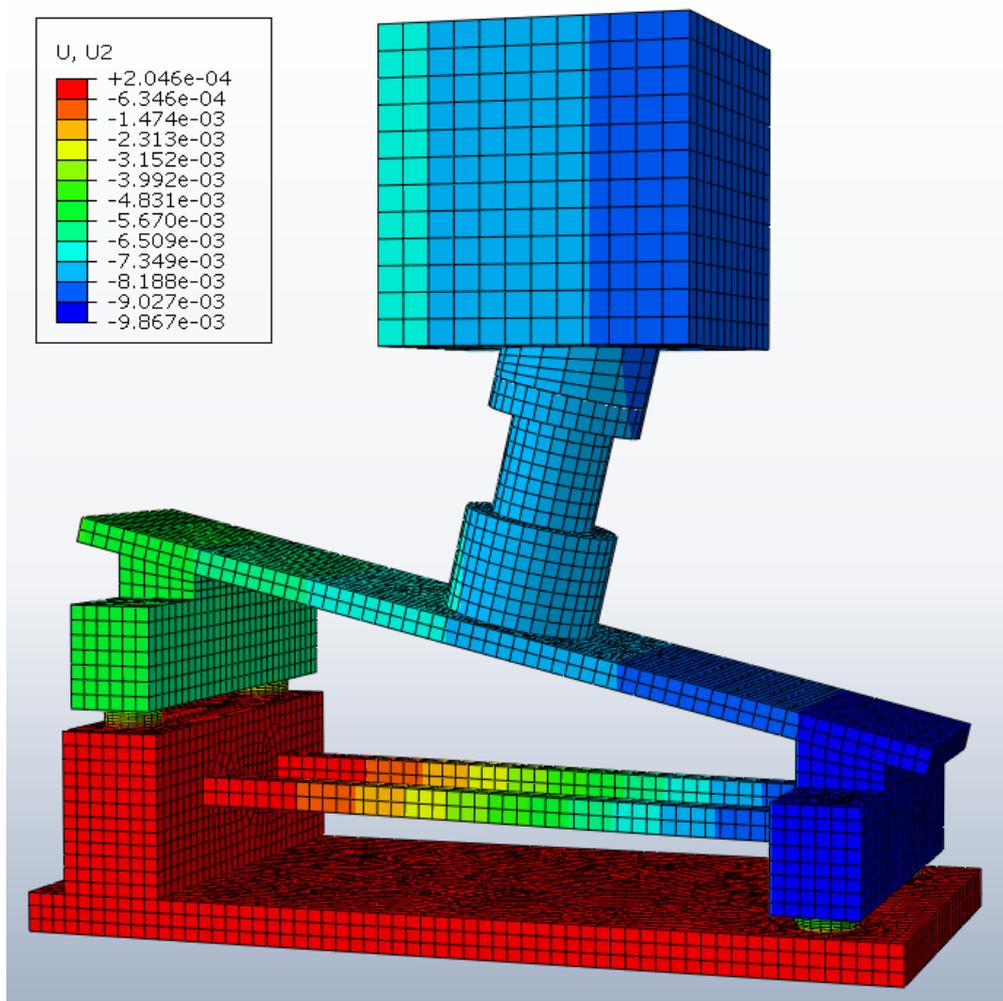


Figura 5-12: Supporto con massa calibratrice

E' stata poi effettuata un'analisi di convergenza per valutare se fosse possibile l'utilizzo di una mesh meno raffinata per poter diminuire i tempi di calcolo nella simulazione del test di impatto.

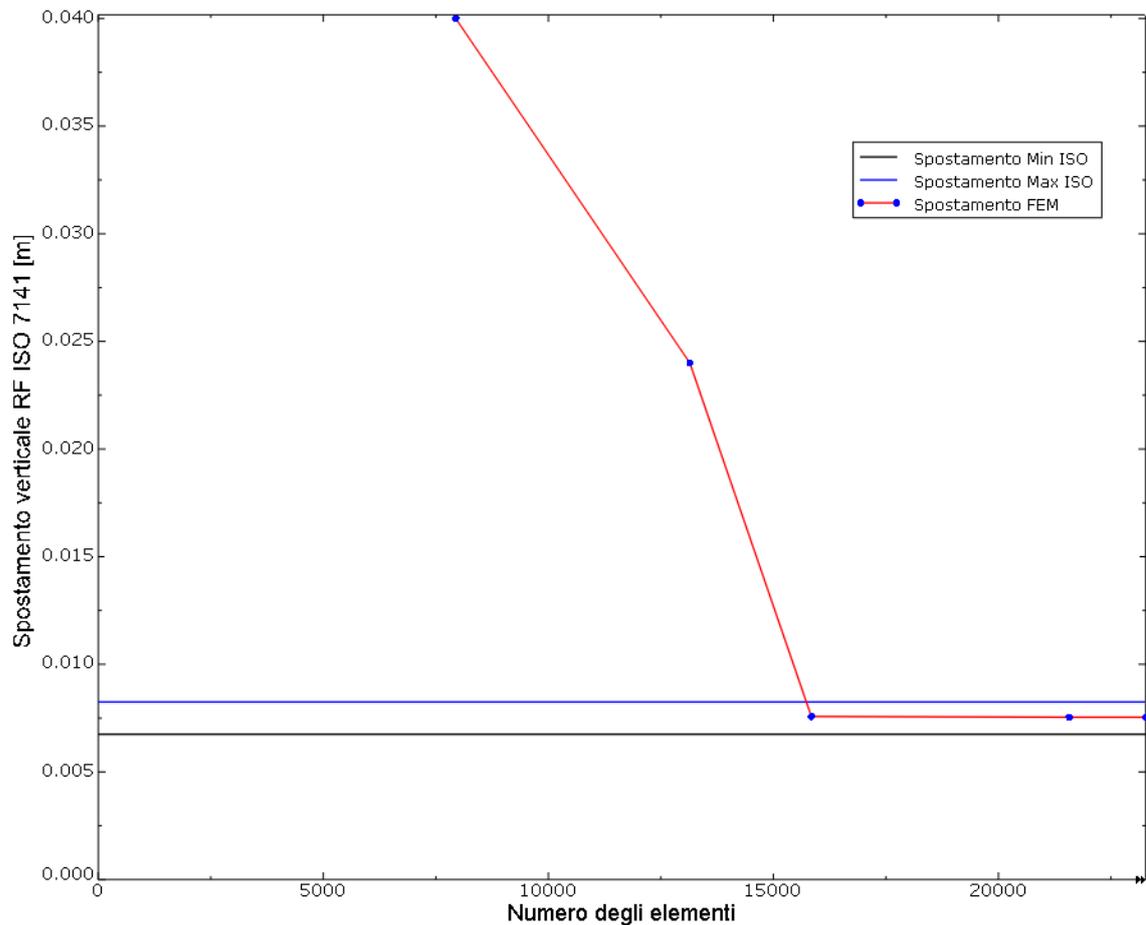


Figura 5-13: Analisi di convergenza sulla mesh del supporto

Come si può notare dalla Figura 5-13 sono necessari almeno 15000 elementi¹⁹ per avere lo spostamento desiderato, mentre mesh più grezze forniscono risultati completamente sballati.

¹⁹ 15000 elementi corrispondono ad una dimensione media di 16 mm per il singolo HEX

5.5.3 Massa impattante

L'impattatore è stato modellato come corpo rigido perché durante la simulazione non interessa valutare lo stato tensionale e deformativo di questa parte dell'attrezzatura; inoltre, così facendo, si è risparmiato anche un po' di tempo di calcolo, in quanto per un corpo rigido basta semplicemente calcolare il moto del suo punto di riferimento (RP).

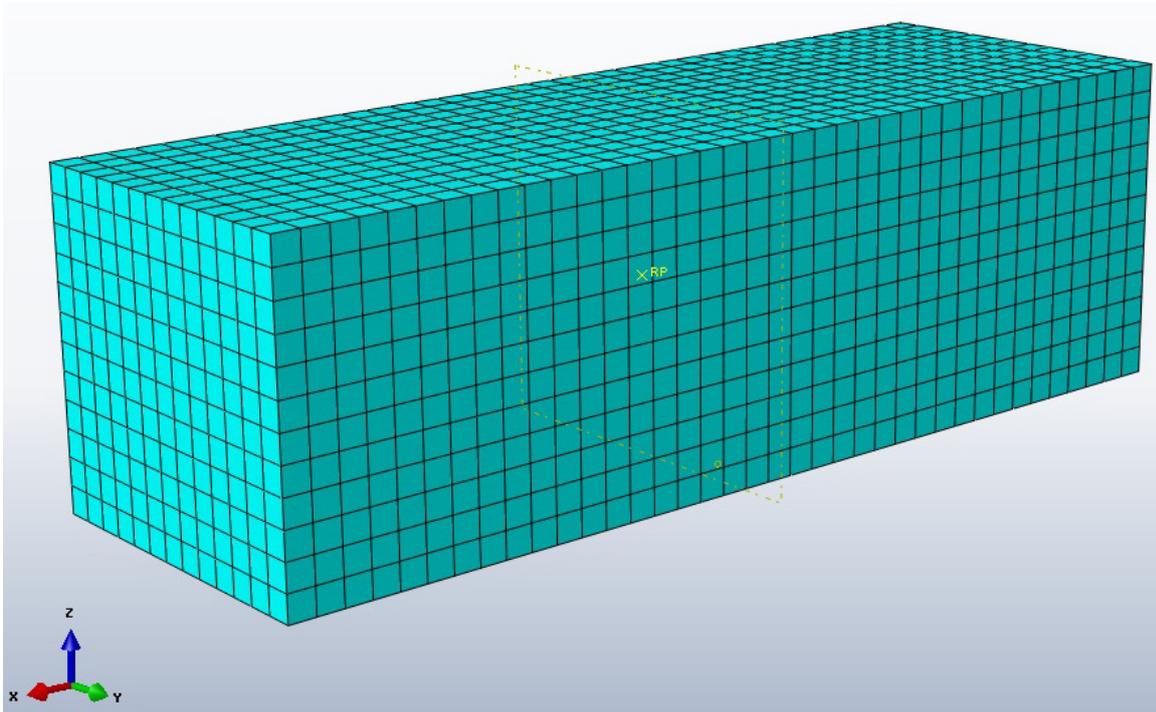


Figura 5-14: Geometria della massa impattante

A questo proposito c'è da sottolineare un aspetto importante del programma. Abaqus permette due modalità differenti per ottenere un corpo rigido. La prima è quella di dichiarare sin dall'inizio che la nostra geometria non sarà deformabile; in questo caso il solido è formato da una serie di superfici e si utilizzano *elementi bidimensionali rigidi* per discretizzarlo ed è necessario specificare la massa oltre ai momenti di inerzia mentre non è possibile assegnare un materiale di riferimento. La seconda possibilità è quella di dichiarare inizialmente un corpo deformabile a cui dovranno essere assegnate tutte le caratteristiche tipiche (modulo di Elasticità, densità, ecc.); in questo caso il programma calcola baricentro e momenti di inerzia automaticamente. La discretizzazione questa volta

avviene con *elementi tridimensionali deformabili*. E' sufficiente, poi, dichiarare per la geometria in questione un vincolo di corpo rigido ottenendo in modo più semplice quanto desiderato. In questa simulazione è stato seguito questo secondo approccio.

Il valore della massa impattante è stata calcolato tenendo in considerazione l'espressione 5-1 e considerando l'utilizzo della ruota su un'autovettura modello Golf che presenta un peso di 16700 N. Di conseguenza, ogni ruota dovrà sopportare 4170 N²⁰ e l'impattante dovrà avere una massa pari a:

5-3

$$M = 0.6 * 425 + 180 = 435 \text{ kg}$$

Per risparmiare sul numero di elementi necessari a discretizzare l'impattatore si è optato per una densità pari a 80000 kg/m³; l'altezza, pari a 116 mm, è stata calcolata in modo da ottenere la massa desiderata. Poiché la massa impattante deve essere fatta cadere liberamente da un'altezza H_0 di 230 mm, è stata calcolata la velocità che questa ha al momento dell'impatto mediante la seguente formula:

5-4

$$V_i = \sqrt{2 * (1 - \eta) * g * (H_0 - H)}$$

in cui V_i indica la velocità di impatto, η è la percentuale di riduzione dell'energia cinetica per compensare l'assenza dello pneumatico nel modello e H indica l'altezza di posizionamento modificata dell'impattante, trascurabile in questa simulazione. Quest'ultimo, infatti, è stato collocato a pochi micrometri dalla ruota e gli è stata assegnata come condizione iniziale la velocità V_i , scelta che ha permesso di risparmiare moltissimo tempo nella simulazione. Per quanto riguarda la riduzione di energia cinetica, alcuni studi [7] hanno dimostrato che l'assenza dello pneumatico può essere compensata riducendone il valore iniziale del 20% per cui, in questa simulazione, si è scelto $\eta = 0.2$. Inoltre, alla massa impattante è stata applicata la forza di gravità e un coefficiente di attrito con la superficie della ruota pari a 0.3 come suggerito da Chang & Yang [5].

²⁰ Questo peso corrisponde ad una massa di 425 kg mentre l'intera auto ha una massa di 1700 kg

5.6 Criteri di rottura

Per stabilire se una ruota abbia o meno superato il test di impatto, la norma prescrive, come visto, ispezioni di tipo visivo che difficilmente possono essere adattate al metodo FEM. Occorre, quindi, utilizzare dei metodi alternativi che permettano di stabilire con altrettanta efficacia il risultato del test, senza, tuttavia, pregiudicare la facilità di implementazione nel software. Abaqus, infatti, propone numerosi modelli di rottura per i metalli ma questi hanno bisogno di diversi parametri per poter essere utilizzati e, di conseguenza, potrebbero essere necessarie varie prove per determinarli. Dal punto di vista industriale è cruciale ottenere il risultato desiderato minimizzando il tempo necessario, esigenza che, in questo caso, si traduce nel ridurre al minimo le prove sperimentali sui materiali e rendere quanto più semplice possibile l'implementazione dei modelli di rottura nel software. A questo proposito sono stati sviluppati due diversi criteri di rottura [7] che si basano sul concetto di frattura duttile per l'alluminio.

Il primo si basa sul **lavoro di deformazione plastica** che può essere definito mediante la seguente relazione:

5-5

$$W_p = \int_0^{\varepsilon_f} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$$

in cui σ indica la tensione reale, ε la deformazione plastica e ε_f la deformazione a rottura ottenuta dalla prova monoassiale di trazione. Questa espressione coincide con quella della tenacità (3-6) e corrisponde quindi alla densità di energia²¹ che il materiale può dissipare plasticamente prima di arrivare a rottura. La relazione tra tensione e deformazione può essere espressa mediante una delle seguenti espressioni:

5-6

$$\sigma_H = K\varepsilon^n \qquad \sigma_{J.C.} = A + B\varepsilon^n$$

²¹ Per unità di volume

per cui si può ottenere una stima della densità di energia critica di deformazione plastica mediante

5-7

$$W_{pH} = \frac{K\varepsilon_f^{n+1}}{n+1} = \frac{\sigma_f\varepsilon_f}{n+1} \qquad W_{pJ.C.} = A\varepsilon_f + \frac{B\varepsilon_f^{n+1}}{n+1}$$

E' opportuno sottolineare che nella seconda delle 5-7 è conveniente inserire i valori di A e B relativi alla velocità di deformazione media che si raggiunge durante la simulazione se il suo effetto non è trascurabile. Se il valore dell'energia assorbita, per unità di volume, dalla ruota durante il test di impatto supera i valori calcolati dalla 5-7 allora il test deve considerarsi non superato.

Il secondo criterio di rottura si basa sulla **massima deformazione plastica** sopportabile dal materiale. E' importante sottolineare che lo stato di sforzo che si realizza durante il test di impatto è tridimensionale mentre i dati del test di trazione sono riferiti a geometrie monodimensionali; di conseguenza, viene introdotta una deformazione plastica equivalente, funzione delle deformazioni principali, calcolata secondo la seguente espressione:

5-8

$$\bar{\varepsilon}_p = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p2})^2 + (\varepsilon_{p2} - \varepsilon_{p3})^2 + (\varepsilon_{p1} - \varepsilon_{p3})^2}$$

in cui i pedici 1, 2, 3 indicano la direzione dei tre assi principali. Il test deve considerarsi non superato se il valore calcolato da questa espressione mediante software FEM è superiore a quello derivante dal test di trazione monoassiale. Come verrà messo in luce nel prosieguo, entrambi questi criteri possono essere utilizzati senza dover scrivere nessuna subroutine di calcolo ma semplicemente sfruttando le capacità di visualizzazione di Abaqus, tenendo anche conto che interessa solo verificare l'esito positivo o negativo del test e non lo studio del comportamento post rottura.

5.7 Simulazione del test

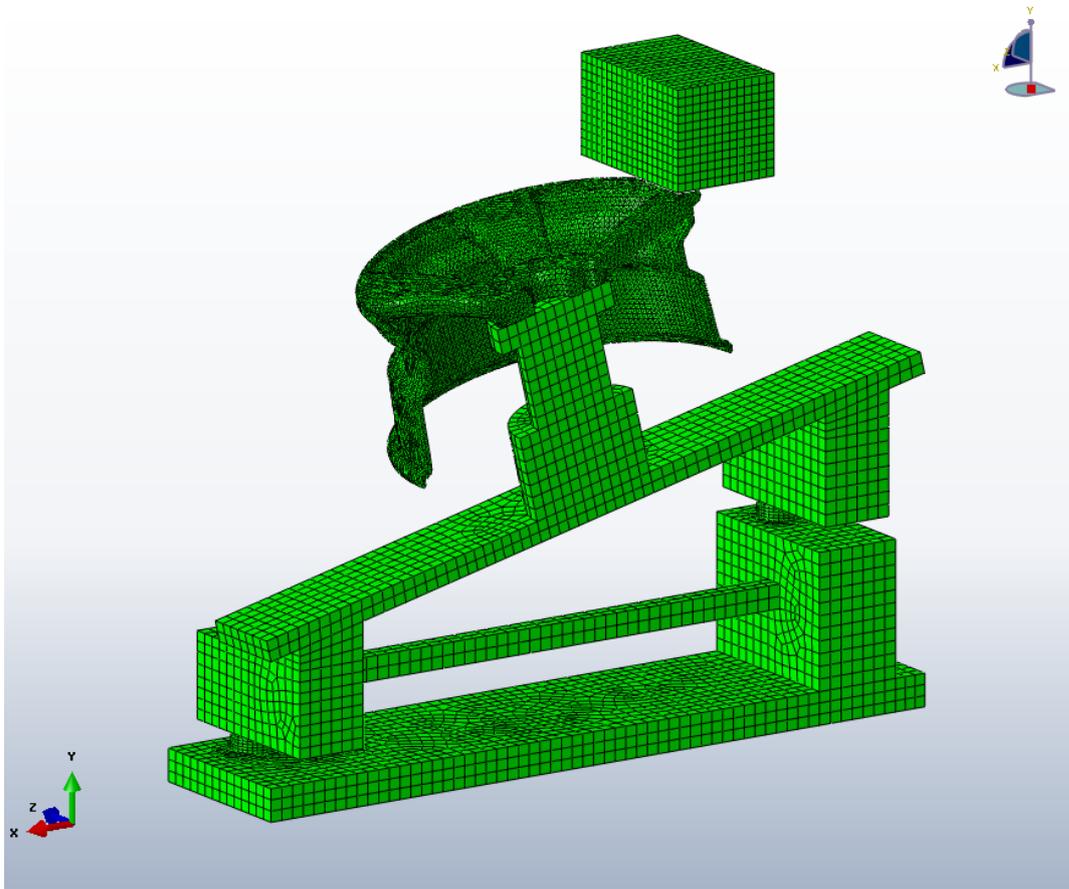


Figura 5-15: Modello FEM completo del test di impatto su ruote

Il modello completo, realizzato per simulare il test di impatto, è riportato in Figura 5-15. Sfruttando la simmetria della geometria, dei carichi e delle condizioni di vincolo è stato possibile effettuare le simulazioni considerando solo metà modello con notevole risparmio di tempo e, soprattutto, di spazio, inteso come memoria di massa impiegata. Per far questo è stato necessario ricorrere al comando *Virtual Topology: Automatic Create*, disponibile in Abaqus nel menu Mesh che permette di accorpate superfici con rapporto d'aspetto minore di un certo valore o spigoli di lunghezza inferiore a un certo limite che provocherebbero una distorsione eccessiva della mesh e, di conseguenza, rallentamenti non tollerabili nella simulazione. Poiché la simmetria si ha rispetto al piano x-y, come si vede dalla Figura 5-15, sono state vincolate le traslazioni lungo z dei nodi appartenenti a questo piano; infatti, è ben noto dalla teoria, che strutture simmetriche con carico simmetrico

presentano spostamenti e rotazioni nulle nel piano di simmetria. In questo caso è sufficiente eliminare le traslazioni poiché gli elementi di tipo HEX e TET non presentano gradi di libertà rotazionali.

La base del supporto è stata incastrata per simulare il contatto con il terreno mentre i nodi posti all'interfaccia tra la ruota e il cilindro sono stati vincolati in modo da avere gli stessi spostamenti per ricreare la situazione imposta dalle viti di fissaggio che non sono state modellate, né sono stati aggiunti i carichi che queste impongono sulla ruota come, invece, suggerito da Chang & Yang [6].

Per ricreare le condizioni del test reale, la massa impattante è stata vincolata a muoversi in direzione verticale; inoltre, è stata assegnata una velocità iniziale $V_i = 1.9 \text{ m/s}$ nella direzione negativa dell'asse y , valore calcolato in base all'espressione 5-4.

Durante la simulazione si è utilizzato il calcolo automatico del tempo di incremento stabile perché questa soluzione offre maggiori garanzie sulla qualità dell'analisi e quindi un minore accumulo numerico di errori in quanto il time step viene adattato in base alla deformazione subita dagli elementi; inoltre, come valutato da Chang & Yang [6], l'influenza del time step sulla bontà dei risultati è marginale. Tuttavia, calcolarne un valore affidabile che permetta di contenere l'errore numerico può non essere così semplice soprattutto considerando la deformazione degli elementi durante la simulazione.

Notevole importanza ai fini dell'analisi ricoprono le caratteristiche hardware del computer con cui si effettuano le simulazioni poiché, a parità di tempo di impatto da simulare, il tempo totale di simulazione diminuisce rapidamente con l'aumento della velocità del processore e in ambito industriale è necessario avere a disposizione una macchina che permetta di ottenere simulazioni in tempi rapidi. Attualmente vi è la possibilità di far lavorare più processori in parallelo e si possono raggiungere prestazioni elevatissime pur contenendo i costi delle macchine che lieviterebbero in caso di utilizzo di un unico processore molto potente. In Abaqus, una volta creato il job, sarà sufficiente

Capitolo 5

selezionare il menu *parallelization* e spuntare il flag *use multiple processors*. Le caratteristiche della macchina utilizzata per effettuare le analisi sono riportate di seguito:

- Processore: Intel® Core™2 Duo CPU T7250 @ 2.00GHz 2.00GHz;
- Memoria installata (RAM): 2,00 GB.

Questi dati saranno molto utili per effettuare delle stime sul livello di potenza di calcolo della macchina necessario per mantenere i tempi di simulazione all'interno del range desiderato dal singolo utente. A questo proposito c'è da sottolineare che non tutte le geometrie vengono discretizzate con lo stesso numero di elementi pur partendo dalla stessa dimensione di mesh. Infatti, per poter riprodurre alcuni particolari che presentano curvature pronunciate, i meshatori automatici, compreso quello di Abaqus, aumentano il numero di elementi diminuendone la dimensione. Questa opzione può essere disattivata ma se ne consiglia l'utilizzo perché, come ampiamente sottolineato nel capitolo precedente, è opportuno puntare ad una distorsione contenuta degli elementi piuttosto che a una loro riduzione in numero.

In generale, è stato sempre utilizzato il General contact algorithm poiché la ruota presenta una geometria, nelle vicinanze della zona di impatto, che non permetteva previsioni certe sulle superfici che sarebbero entrate in contatto; sono state, in ogni caso, condotte simulazioni anche specificando le superfici di contatto e effettivamente non si è riscontrata alcuna differenza per cui si può sicuramente utilizzare questo secondo approccio che presenta i vantaggi evidenziati nel capitolo precedente.

Un ultimo aspetto da sottolineare riguarda il fatto che, salvo diversamente indicato, tutti i risultati che verranno enunciati sono stati ottenuti utilizzando, per il materiale, il modello di Johnson & Cook e sono riferiti alla lega 6061-T6. Nell'ultima parte verranno presentati alcuni risultati ottenuti per la lega 5052-O che, come visto, utilizza un altro modello.

5.7.1 Analisi di convergenza

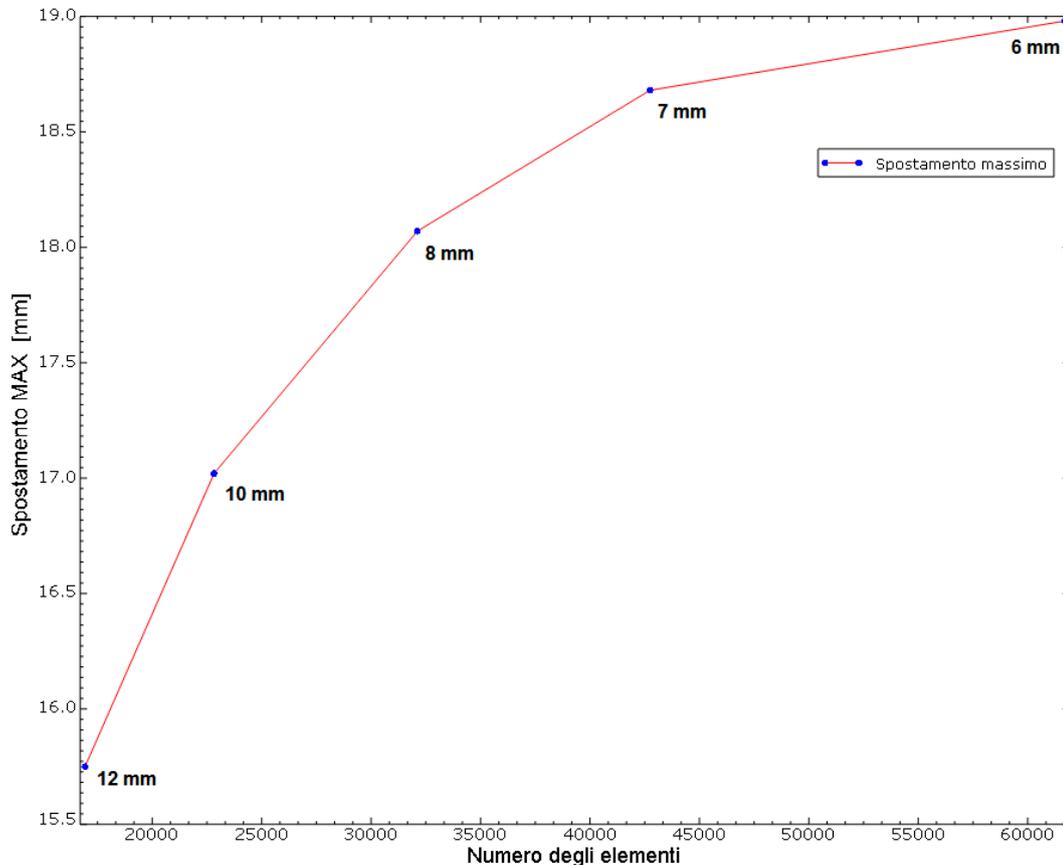


Figura 5-16: Spostamento massimo nel modello per varie dimensioni di mesh

Per valutare la qualità del modello e garantire l'utilizzo di una mesh di dimensione tale da assicurare risultati accurati senza pregiudicare i tempi di simulazione è stata condotta un'analisi di convergenza prendendo come parametro lo spostamento massimo del modello. Come si può notare dalla Figura 5-16 lo spostamento è pressoché convergente per una dimensione dei tetraedri pari a 6 mm che è anche la dimensione suggerita da Chang & Yang [5]. Utilizzando la singola precisione²², per effettuare una simulazione di 45 ms sono state necessarie 17 ore mentre la stessa simulazione con una mesh con elementi di 5 mm avrebbe impiegato circa 70 ore²³. Se consideriamo che la differenza percentuale tra lo spostamento misurato con la mesh da 7 mm e quella da 6 è circa dell'1,5% appare evidente l'inutilità, almeno in questo caso, di raffinare ulteriormente la mesh.

²² L'effetto della precisione di macchina verrà discusso nel prossimo paragrafo

²³ Questo tempo è facilmente stimabile consultando il monitor del job di Abaqus.

5.7.2 Singola e doppia precisione

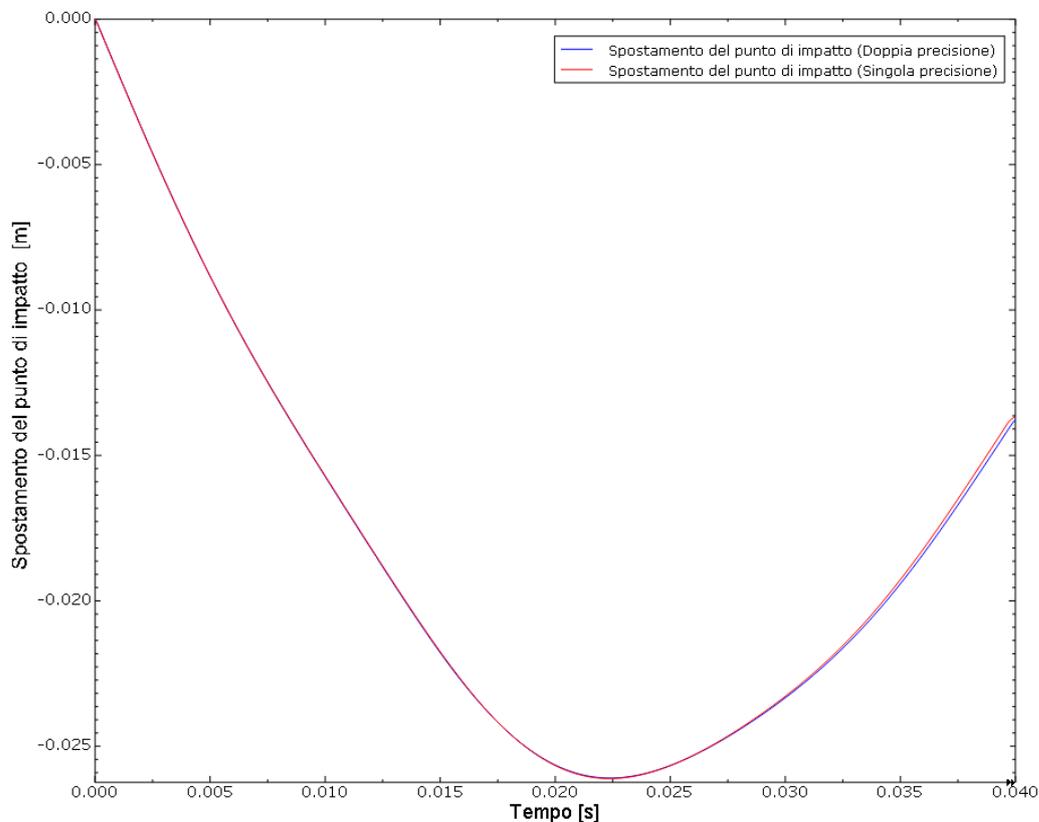


Figura 5-17: Andamento dello spostamento al punto di impatto ottenuto con singola e doppia precisione

Abbiamo visto che l'accumulo di errore numerico nelle analisi esplicite è un fattore da tenere sotto controllo; l'utilizzo della doppia precisione garantisce, in questo senso, maggiore affidabilità. Tuttavia, un'analisi che sia condotta utilizzando la doppia precisione necessita di tempi molto più lunghi, a parità di durata del fenomeno da analizzare. Per valutare l'incidenza dell'utilizzo della singola precisione in questo tipo di analisi è stata condotta la stessa simulazione con entrambe le modalità e i risultati ottenuti per lo spostamento del punto di impatto sono evidenziati in Figura 5-17. Si può notare che la differenza è trascurabile soprattutto se si considerano i tempi macchina in gioco; infatti, con la singola precisione sono necessarie 17 ore mentre con la doppia i tempi si dilatano a oltre 30 ore per cui non è conveniente utilizzarla visto l'esiguo vantaggio che offre²⁴.

²⁴ Non viene influenzato il time step ma diminuisce il numero di incrementi effettuati nell'unità di tempo per cui, a parità di numero di incrementi totale, è necessario un tempo maggiore

5.7.3 Effetto dei gommini

Abbiamo visto che la normativa impone una durezza di 50 Shore per i quattro supporti in gomma presenti nell'attrezzatura per il test di impatto; in una simulazione FEM, l'obiettivo è quello di modellare tutte e sole le caratteristiche necessarie a riprodurre la fisica del sistema che si sta studiando per evitare di appesantire inutilmente il modello. Uno degli aspetti di maggiore interesse è, senza dubbio, valutare la necessità o meno di riprodurre anche l'attrezzatura di supporto perché questo permetterebbe di risparmiare una quantità di tempo non indifferente; dalle prove effettuate si può stimare che la presenza del supporto allunga i tempi di simulazione di quasi il 40%²⁵. Nella Figura 5-11 era evidenziato un particolare della mesh utilizzata per discretizzare i gommini; poiché non è stato possibile ottenere una caratterizzazione sperimentale della gomma di cui sono costituiti, è stato necessario modificare la geometria del supporto per tenere conto del fatto che, raggiunta una determinata deformazione in compressione, la gomma va a saturazione.

Questo effetto è stato ricreato mediante l'utilizzo di un ulteriore elemento a forma di parallelepipedo (Figura 5-18), costituito da un materiale leggermente più rigido, modellato sempre come solido iperelastico. A questo proposito c'è da sottolineare che, per default, Abaqus attiva un'impostazione per il

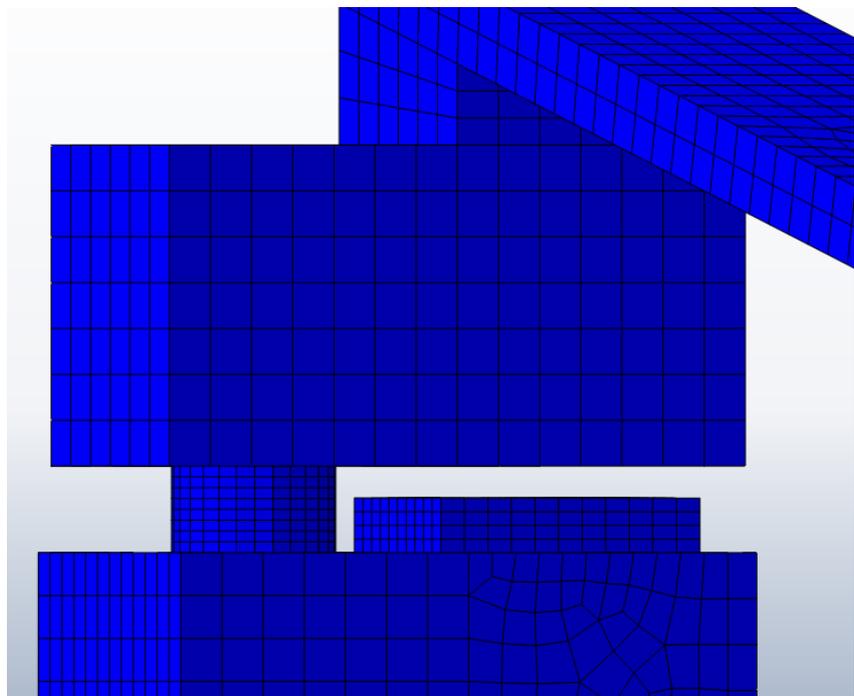


Figura 5-18: Particolare della mesh del supporto

²⁵ Con una mesh da 6 mm sulla ruota; al diminuire della dimensione della mesh l'effetto è sempre più ridotto

controllo della deformazione della mesh che porta ad un dimezzamento del tempo di incremento stabile e quindi ad un raddoppio dei tempi di simulazione. Con questa soluzione è stato possibile eliminare questa impostazione poiché la deformazione degli elementi rimane in un range che il programma, con questo modello di materiale, riesce a gestire tranquillamente; inoltre, se non fosse stato utilizzato questo sistema, i supporti in gomma avrebbero raggiunto un livello di deformazione che non si riscontra nella realtà.

L'andamento delle tensioni nel punto in cui queste sono massime è riportato, per i due casi, in Figura 5-19.

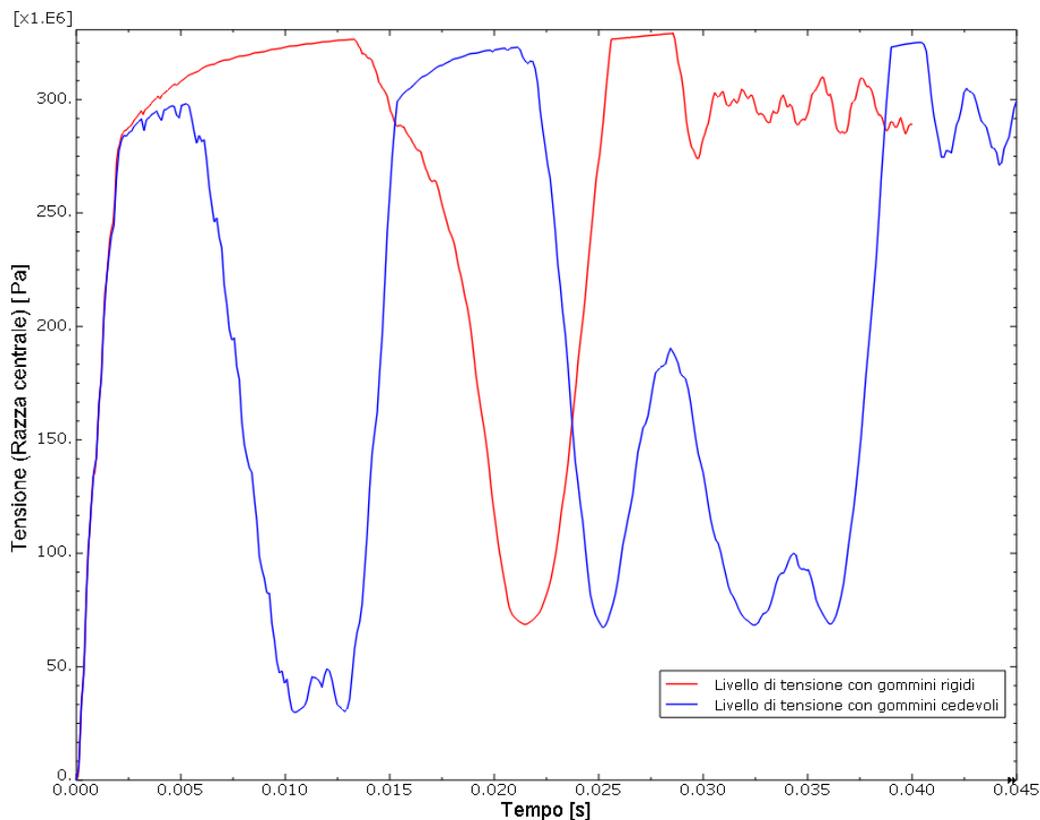


Figura 5-19: Andamento della tensione in un punto a centro razza

Come si può notare il livello di tensione massima nei due casi è praticamente lo stesso mentre cambia l'andamento nel tempo; quando si utilizzano i gommini rigidi²⁶ si può notare che la tensione raggiunge il suo massimo circa a 12 ms mentre successivamente si ha una fase di scarico poiché finisce la fase di compressione e inizia quella di restituzione.

²⁶ Situazione che equivale all'assenza del supporto

Si ha poi un ulteriore aumento della tensione che, come vedremo, è dovuto all'energia elastica accumulata che pone in flessione la ruota in direzione opposta alla precedente.

L'andamento della tensione con i gommini cedevoli risulta più articolato. Il primo scarico che si riscontra è legato al fatto che l'onda di tensione che si genera al momento dell'impatto tra la massa e la ruota non raggiunge immediatamente i gommini ma necessita di un certo lasso di tempo, trascorso il quale, essi si deformeranno molto più velocemente del resto della struttura causando una diminuzione della forza di contatto che produce questo primo profilo temporale. Successivamente entra in gioco l'irrigidimento di Figura 5-18 che causa il secondo innalzamento di tensione dove si raggiunge il livello massimo mentre lo scarico e i picchi successivi sono dovuti ad un assestamento della struttura; segue poi un'ulteriore fase di aumento della tensione analoga a quella del caso dei gommini rigidi. Entrambe le simulazioni terminano con una fase vibratoria destinata a attenuarsi per effetto del damping naturale del materiale.

Lo spostamento nel punto di impatto, per entrambi i casi studiati, è rappresentato in Figura 5-20.

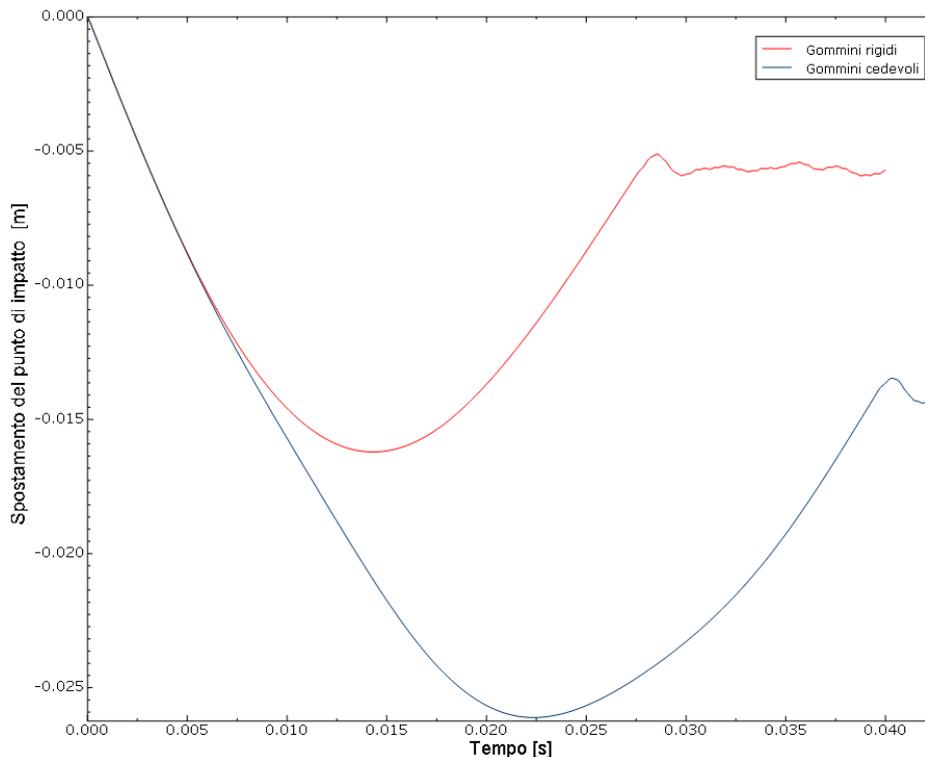


Figura 5-20: Spostamento del punto di impatto con gommini rigidi e cedevoli

E' evidente la differenza nei due casi che, tuttavia, è completamente legata alla deformabilità dei gommini; infatti, come si può notare dalla Figura 5-21, nel caso di gommini cedevoli la deformazione plastica è minore e questo corrisponde anche a spostamenti minori rispetto alla configurazione indeformata della ruota.

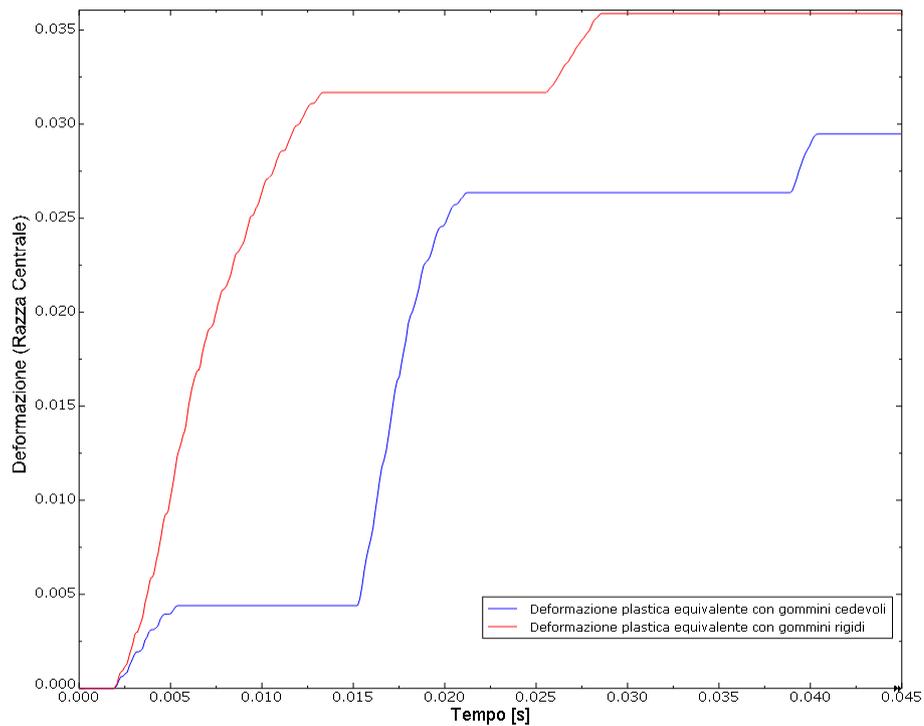


Figura 5-21: Andamento della deformazione plastica in un punto a centro razza

Quindi, pur raggiungendo in entrambi i casi circa lo stesso livello di tensioni, si realizzano deformazioni plastiche inferiori con i gommini cedevoli. Si può quindi concludere che non utilizzare la struttura di supporto garantisce risultati che, dal punto di vista del superamento del test, sono a favore di sicurezza e questa è, senza dubbio, una cosa favorevole. E', infatti, necessario che la simulazione sia tarata in modo da avere la certezza che se la ruota testata mediante simulazione FEM supera il test allora anche la ruota reale abbia il medesimo comportamento. Viceversa, se la simulazione dà esito negativo non è detto che il test reale non possa essere superato. In questo caso si possono apportare le opportune modifiche alla geometria per permettere alla ruota in questione di superare sia la simulazione che il test reale oppure, nel caso in cui la geometria della ruota sia definitiva, realizzare un prototipo della ruota per verificare se effettivamente il test dà esito negativo.

5.7.4 Effetto della velocità di deformazione e temperatura

Abbiamo visto che con il modello di Johnson & Cook è possibile tenere in considerazione anche l'effetto della velocità di deformazione e della temperatura che, in generale, non sono trascurabili in un fenomeno di impatto. Per valutare l'importanza dell'effetto della velocità di deformazione nel test di impatto vengono messe a confronto in Figura 5-22 le tensioni che si realizzano sia tenendo conto della strain rate sia tralasciandola. Per far questo si è utilizzato il modello di Johnson e Cook prima nella forma $[A + B\varepsilon^n]$ e, successivamente, nella forma $[A + B\varepsilon^n][1 + C\ln(\frac{\dot{\varepsilon}}{\dot{\varepsilon}_0})]$ con i valori indicati a pagina 106.

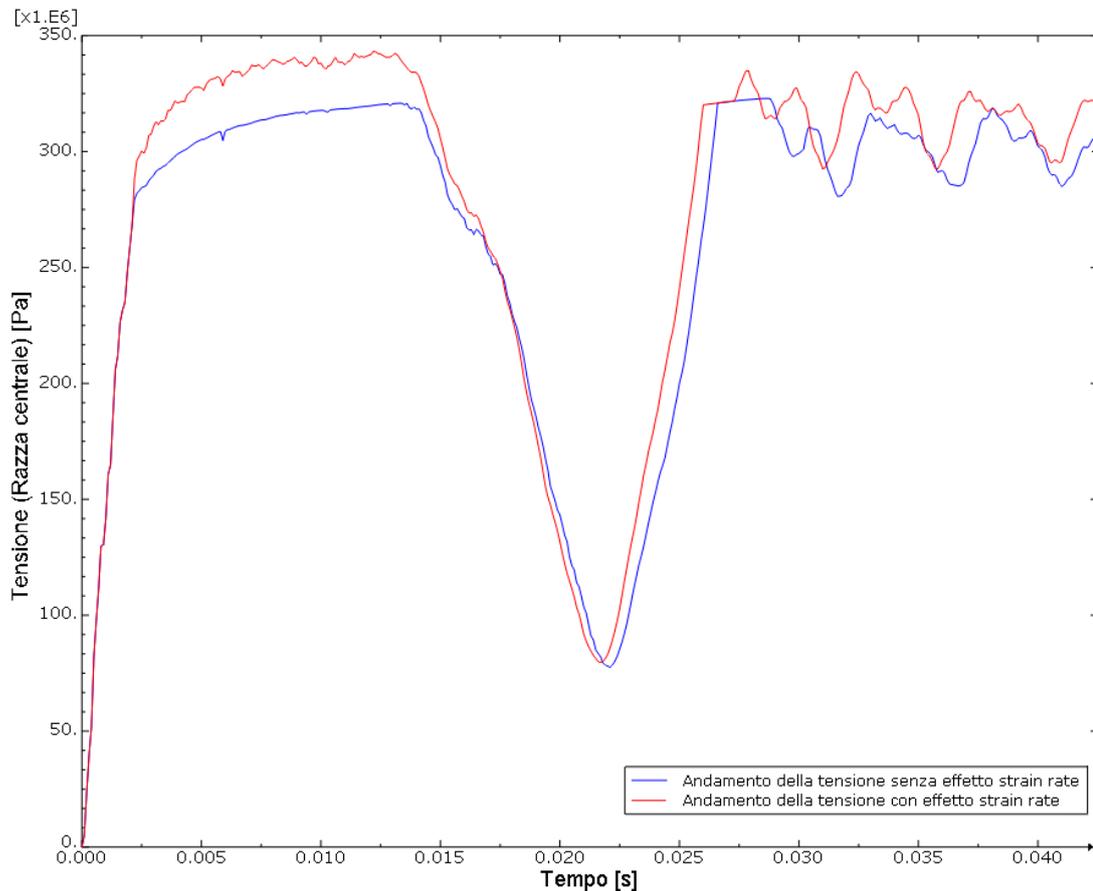


Figura 5-22: Effetto della strain rate sulla tensione

Come si può notare l'effetto non è particolarmente rilevante e si riscontrano differenze massime di circa il 7-8% che sembrano comunque non essere trascurabili. Se tuttavia

vengono osservate le velocità di deformazione che si realizzano in tutta la ruota, esclusa la zona di impatto, si potrà notare che il loro valore difficilmente supera $1 - 2 \text{ s}^{-1}$; queste velocità di deformazione sono tipicamente raggiungibili in un test di torsione per cui, come suggerito da Johnson & Cook [12], si può effettuare una media tra i valori tensione-deformazione ottenuti dal test di trazione classico e da quello di torsione, caratterizzando il materiale in modo ottimale. Partendo da questa considerazione iniziale, si può quindi affermare che l'effetto della strain rate può essere trascurato come suggerito da Chang & Yang [6], considerando anche che vi è una notevole incertezza nei parametri che vengono utilizzati per caratterizzare il materiale che non viene valutata durante l'esecuzione del test simulato e che sarebbero necessarie varie prove per ottenere tutti i dati indispensabili per stimare le costanti del modello utilizzato; inoltre, come descritto nel capitolo 3, l'effetto della velocità di deformazione sulle leghe di alluminio non è mai troppo accentuato ed è quindi trascurabile per questo tipo di impatti. Nella zona di impatto le velocità di deformazione hanno valori più elevati; tuttavia, come precedentemente descritto, questa porzione della ruota è la meno rilevante ai fini del test e quindi non sarà necessario caratterizzare il materiale in maniera più approfondita.

Per quanto riguarda la temperatura, si sono messe a confronto le tensioni nel medesimo punto utilizzando ancora il modello di Johnson & Cook, prima nella forma $[A + B\varepsilon^n]$ e, successivamente nella forma $[A + B\varepsilon^n][1 - T^{*m}]$. Com'era lecito attendersi, l'effetto della temperatura è completamente trascurabile poiché le energie in gioco sono molto contenute e, di conseguenza, anche le deformazioni plastiche. Le due curve risultano perfettamente sovrapposte per cui non vengono riportate.

5.7.5 Scaling della massa

Nel capitolo precedente abbiamo visto che aumentando la densità di alcuni elementi che risultano particolarmente penalizzanti dal punto di vista del tempo di incremento stabile, è possibile ridurre i tempi di simulazione, non influenzando, almeno in linea teorica, l'inerzia totale del sistema e, quindi, la sua dinamica. In questo caso, questi elementi sono stati individuati utilizzando il menu *mesh* → *verify* → *create set* che permette di creare un set (gruppo) che contiene solo gli elementi distorti. A questo punto per verificare quale sarebbe stato il tempo di incremento stabile senza questi elementi, si è scalata la massa di un fattore 1000, sufficiente perché altri elementi imponessero un nuovo limite di stabilità che è stato individuato e impostato come tempo di incremento stabile obiettivo; in questo modo la densità degli elementi viene scalata del fattore corretto per ottenere proprio il limite imposto e non di un fattore impostato dall'esterno che potrebbe essere erroneamente elevato. I risultati della simulazione, riportati in Figura 5-23 dimostrano che lo scaling della massa è utilizzabile in quanto l'andamento delle tensioni è pressoché identico. I tempi di simulazione, in questo caso, calano di circa il 50% poiché si passa da 17 ore a circa 10.

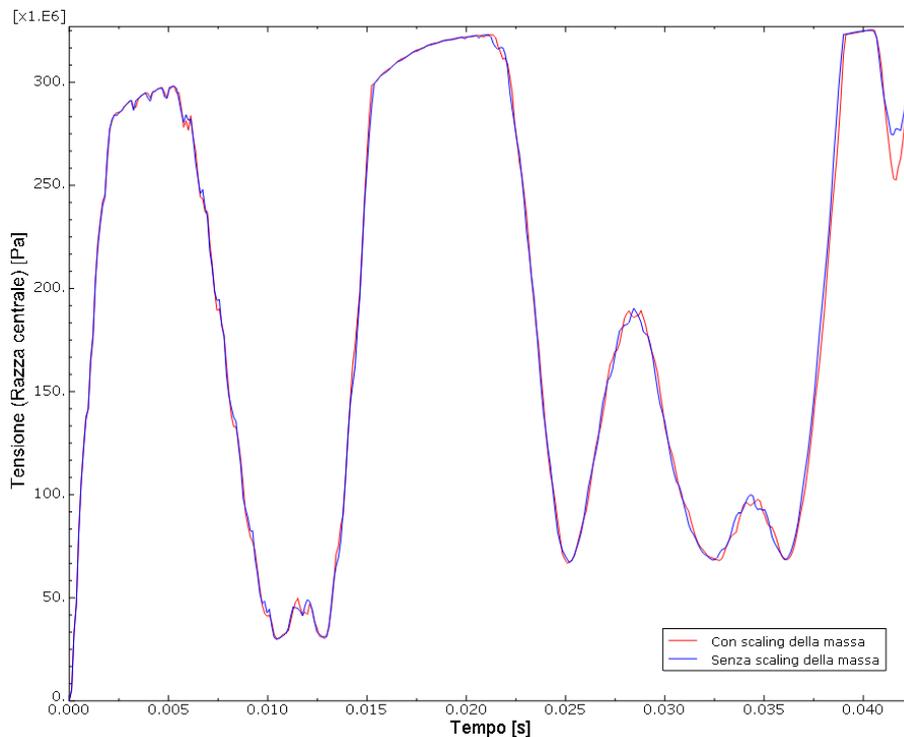
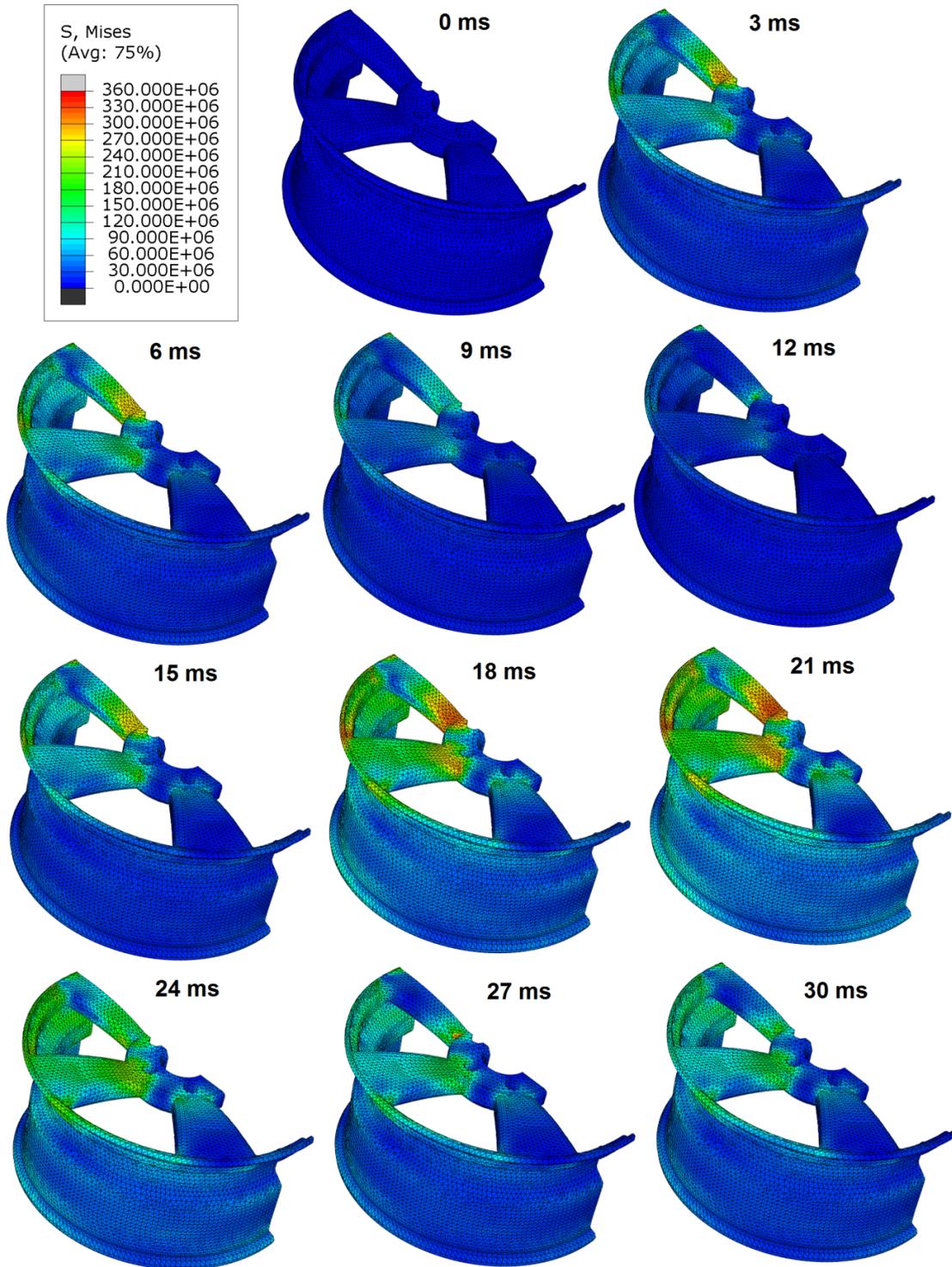


Figura 5-23: Andamento delle tensioni con e senza scaling della massa

5.7.6 L'andamento delle tensioni



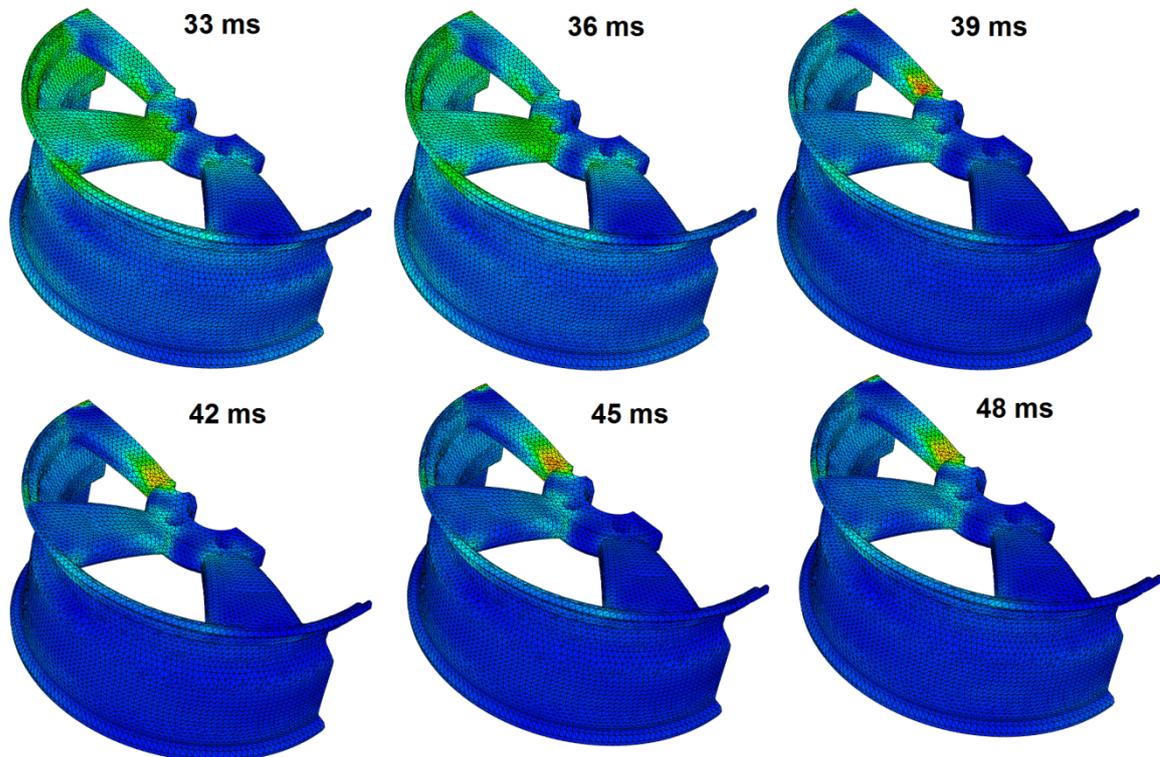


Figura 5-24: Andamento delle tensioni nel tempo con gommini cedevoli

In Figura 5-24 è evidenziato l'andamento delle tensioni sulla ruota durante il test di impatto a intervalli di 3 ms. Si può notare che i punti più sollecitati sono l'attacco tra mozzo e razza centrale e la zona attorno alla razza laterale; è importante sottolineare che quest'ultima, oltre che a flessione, è sottoposta a torsione. Anche da questa sequenza di immagini è evidente che esiste una prima fase di carico che va da 0 a circa 6 ms, cui segue una fase di scarico (figure 2-3, seconda riga, pagina precedente). Attorno ai 21 ms si arriva al picco massimo come era stato anticipato dalla Figura 5-23, dovuto alla saturazione della gomma e ha poi inizio la fase di scarico vera e propria finché si giunge, come accennato precedentemente, ad avere una concentrazione di tensioni (39 ms) quando la ruota si flette nella direzione opposta, grazie allo scarico elastico. La simulazione termina quando ha inizio la fase vibratoria post impatto.

5.7.7 Tempi di contatto e coefficienti di restituzione

Nel Capitolo 1 abbiamo visto che una delle caratteristiche più importanti che si vogliono conoscere di un fenomeno d'impatto è il tempo di contatto. Questo valore può essere ricavato graficando l'andamento della forza che si realizza all'interfaccia tra i due corpi; poiché l'impatto produce, nei primi istanti, vibrazioni di frequenza elevata la cui entità va diminuendo progressivamente, il segnale campionato è stato opportunamente filtrato ed è riportato in Figura 5-25.

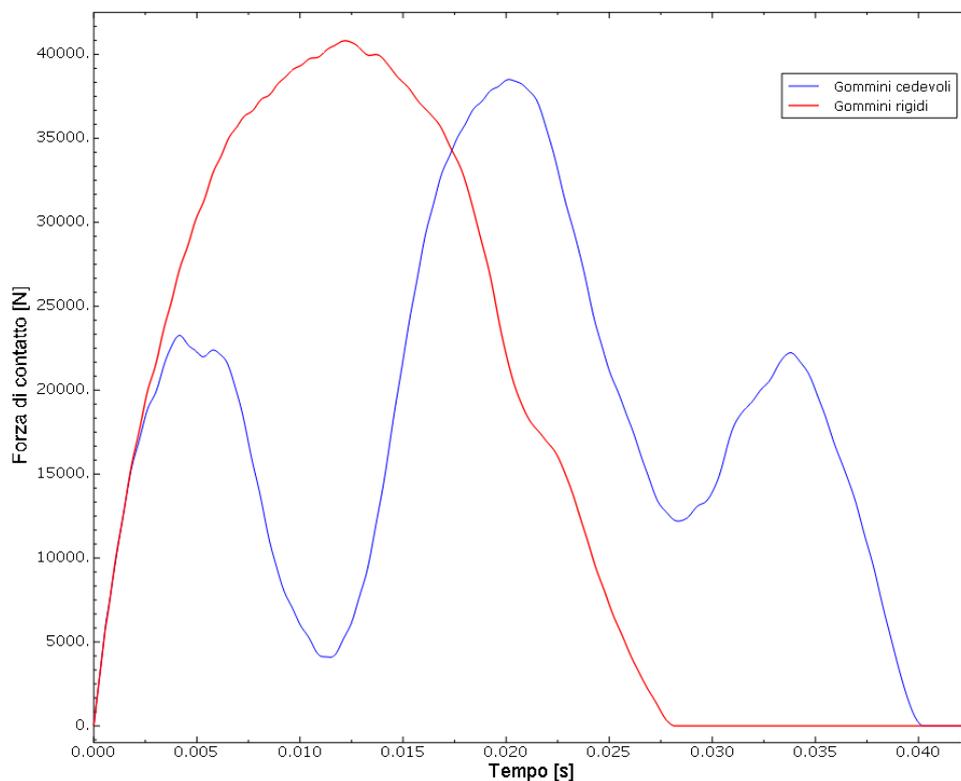


Figura 5-25: Andamento della forza di contatto durante il periodo d'impatto

In questa figura sono state messe a confronto le due soluzioni adottate durante tutta la simulazione; nel caso di gommini rigidi si notano nettamente la fase di compressione e restituzione che caratterizzano sempre un fenomeno d'impatto mentre utilizzando gommini cedevoli si vedono più fasi di compressione e restituzione nell'arco del periodo di contatto e questo è dovuto ai motivi evidenziati in precedenza durante l'analisi delle tensioni. Il picco di forza è circa 41000 N per i gommini rigidi con un periodo di contatto di 28 ms

mentre si aggira attorno ai 37500 N con un periodo di contatto di 40 ms per quelli cedevoli. Queste forze devono essere confrontate con la forza di contatto statica (peso) dovuta a metà massa impattante, poiché si è sfruttata la simmetria. Il peso della massa, in questo caso, è pari circa a 2135 N per cui si ha un fattore d'urto, per quanto riguarda le forze pari a 19.2 nel primo caso e 17.6 nel secondo. Anche questi valori confermano che la simulazione potrebbe essere condotta anche senza la struttura di supporto pur ottenendo risultati molto simili.

Per poter suddividere il periodo di contatto in compressione e restituzione con precisione e per valutare il coefficiente di restituzione dobbiamo ricorrere alla Figura 5-26.

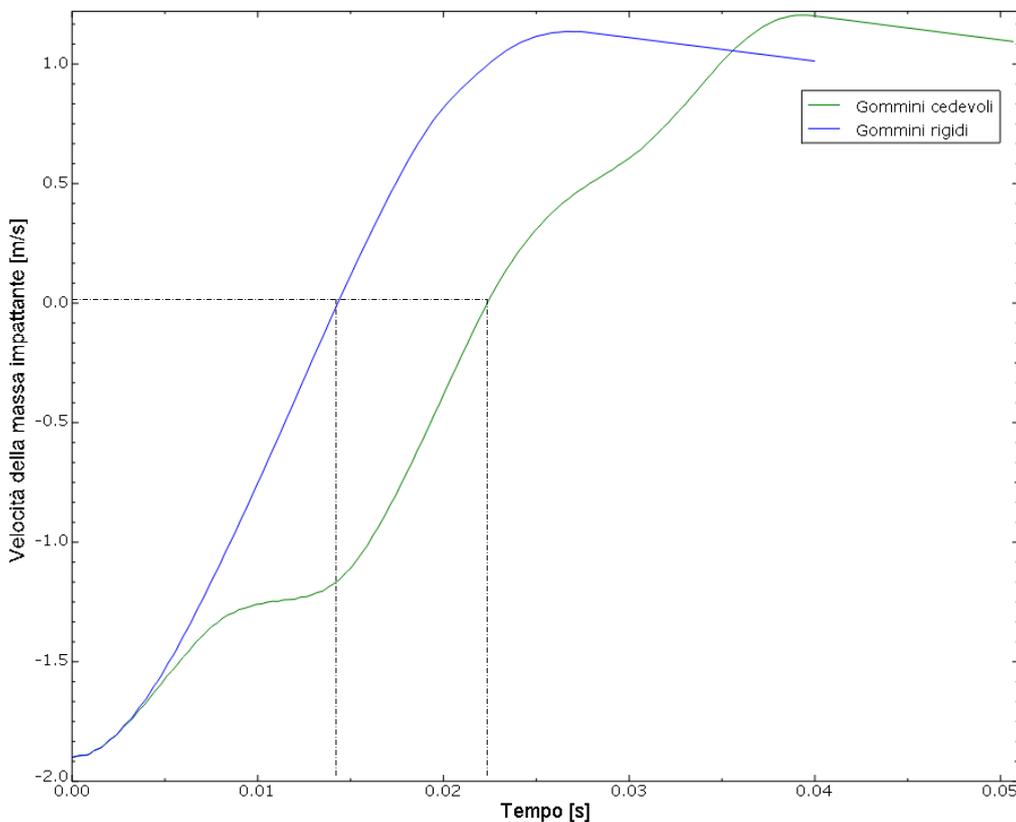


Figura 5-26: Velocità della massa impattante durante il periodo di contatto

La fase di compressione finisce quando l'impattante ha raggiunto velocità nulla e quindi si può stabilire che, utilizzando gommini rigidi, la fase di compressione ha una durata di 14 ms mentre, utilizzando gommini cedevoli, la fase di compressione vera e propria dura 22 ms; a questo punto, per valutare il valore del coefficiente di restituzione nei due casi,

Capitolo 5

sarà sufficiente valutare l'istante in cui la velocità della massa impattante è massima poiché quello è il momento in cui si annulla il lavoro della forza di restituzione che, come abbiamo visto nel capitolo 1, dà luogo ad una forza che garantisce recupero di parte dell'energia cinetica e, di conseguenza, agisce la sola forza peso così che la velocità inizia a diminuire (Figura 5-26).

Dal grafico si ottengono i seguenti valori:

5-9

$$v_{fC} = 1.20 \frac{m}{s} \qquad v_{fR} = 1.14 \frac{m}{s}$$

utilizzando, rispettivamente gommini cedevoli e rigidi. Poiché $v_i = 1.9 \frac{m}{s}$, il coefficiente di restituzione calcolato attraverso l'espressione 1-4 fornisce i seguenti valori:

5-10

$$e_C = 0.634 \qquad e_R = 0.598$$

avendo considerato che la fase vibratoria del sistema ruota-supporto si esaurisca in un breve lasso di tempo²⁷.

Come si può notare, l'energia dissipata nel primo caso è pari al 36% dell'energia totale mentre nel secondo caso si arriva al 40%; questo aspetto è legato al fatto che una parte dell'energia cinetica iniziale viene assorbita dalla deformazione dei gommini cedevoli e viene poi rilasciata durante la fase di restituzione diminuendo, quindi, quella dissipata dalle forze non conservative. In presenza di gommini rigidi, o in assenza dell'attrezzatura di supporto, tutta l'energia viene assorbita dalla ruota aumentando il lavoro dissipato per deformazione plastica.

²⁷ In questo caso si possono considerare le velocità relative, iniziale e finale, pari a quella della sola massa impattante

5.8 Esito del test simulato

Nel paragrafo 5.6 sono stati introdotti i criteri di rottura della massima deformazione plastica equivalente e della densità di energia di deformazione che vengono utilizzati per valutare se la ruota abbia o meno superato il test di impatto. Sono stati scelti questi criteri perché permettono un'implementazione molto semplice nel programma; infatti, basta richiedere in output le variabili PEEQ (sottomenu Strains) e ELEDEN (sottomenu Energy) dal campo *field output request* per ottenere, rispettivamente, la deformazione plastica equivalente e varie tipologie di densità di energia. Fra tutte quelle proposte nella schermata di output, si seleziona la variabile EPDDEN che corrisponde all'energia totale dissipata per unità di volume nei vari elementi per deformazione plastica. Ottenute queste informazioni in output, per ognuna delle due variabili, dal menu *Options* → *Contour* → *Limits* basta impostare il limite massimo che è considerato critico per il materiale. Abaqus assegna, in automatico, la scala di colori per i vari livelli della variabile considerata (deformazione o energia) riservando il rosso al limite stabilito dall'utente. Se, all'interno del modello, vi sono zone che superano la soglia critica vengono evidenziate, come vedremo, con il colore grigio e corrispondono alle zone in cui, effettuando il test reale, si ha rottura. Questo metodo, pur essendo semplicissimo da implementare, ha il difetto di non permettere lo studio dell'evoluzione post rottura della ruota; evidentemente, qualora interessasse studiare l'evoluzione della superficie di frattura, sarà necessario utilizzare uno degli altri modelli di rottura presenti nel programma o scrivere una subroutine che impieghi i due metodi appena visti cui dovrà essere abbinata una modalità di softening²⁸ del materiale oltre all'eliminazione degli elementi che hanno raggiunto rigidità nulla.

Per valutare l'eventuale influenza del materiale sui risultati del test sono stati scelti, come visto, due leghe di alluminio differenti, la 6061-T6 e la 5052-O. Poiché non è stata effettuata alcuna prova di caratterizzazione dei due materiali per determinarne le proprietà sarà necessario effettuare delle stime a riguardo. In un test condotto su ruote reali i dati

²⁸ Perdita di rigidità

Capitolo 5

riportati di seguito sono ricavabili dal test di trazione monodimensionale poiché, come sottolineato in precedenza, si può tralasciare il contributo della velocità di deformazione.

Per la lega **6061-T6** si può considerare una deformazione plastica a rottura pari a

5-11

$$\varepsilon_f = 0.07$$

che sostituita nella seconda delle 5-7 porge un valore per la densità di energia di deformazione plastica pari a

5-12

$$W_f = 22.7 * 10^6 \frac{J}{m^3}$$

Per la lega **5052-O** si può considerare una deformazione plastica a rottura pari a

5-13

$$\varepsilon_f = 0.15$$

che sostituita nella prima delle 5-7 porge un valore per la densità di energia di deformazione plastica pari a

5-14

$$W_f = 21.78 * 10^6 \frac{J}{m^3}$$

Questi sono i valori che andranno inseriti come limiti critici per il superamento del test con la necessaria accortezza di rispettare le unità di misura.

Nelle pagine seguenti sono riportati i risultati del test di impatto eseguito in due diverse posizioni della ruota, utilizzando i criteri sopraccitati per entrambe le leghe considerate.

Test di impatto su ruote in lega leggera

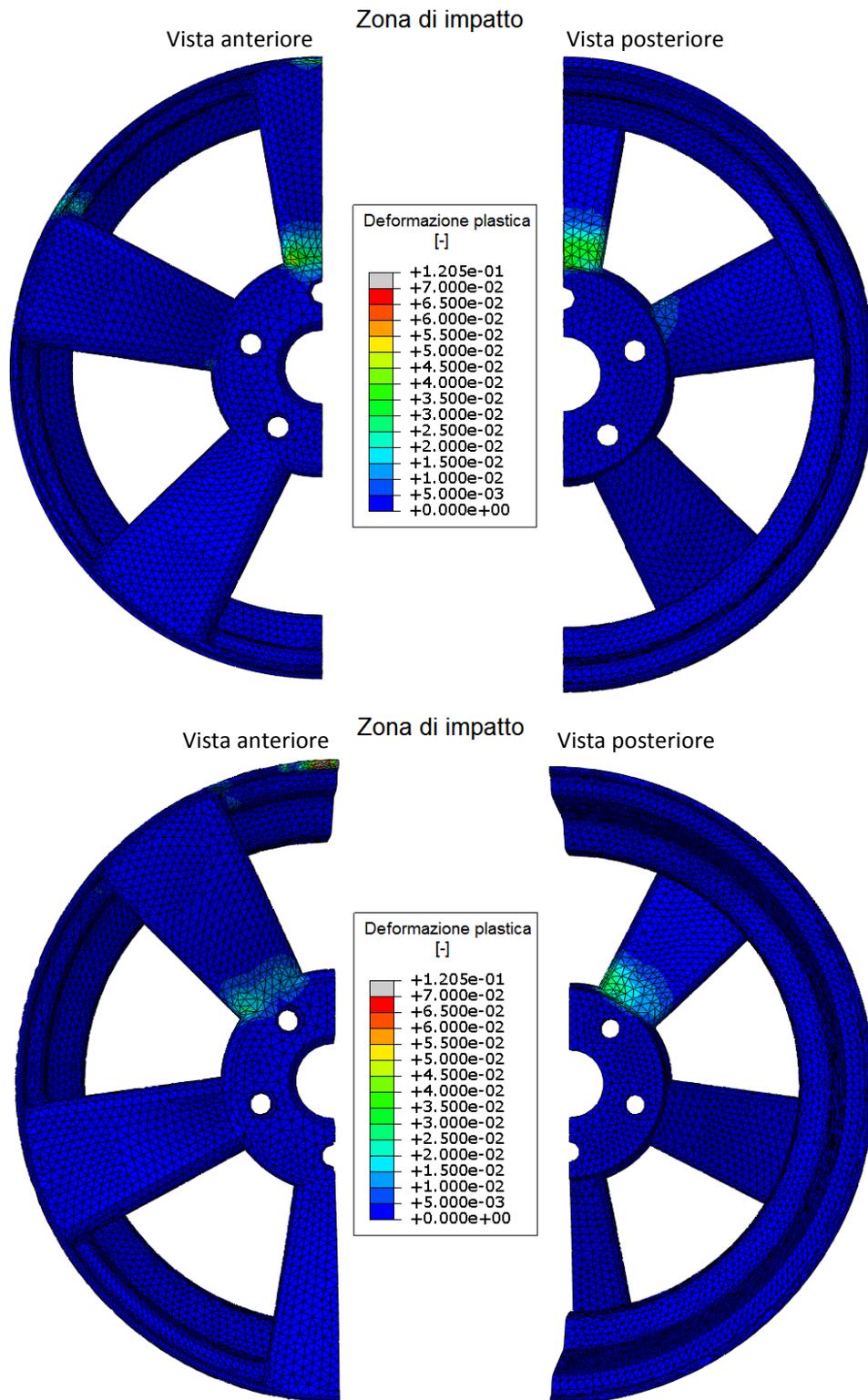


Figura 5-27: Distribuzione della deformazione plastica nelle due zone di impatto con lega 6061-T6

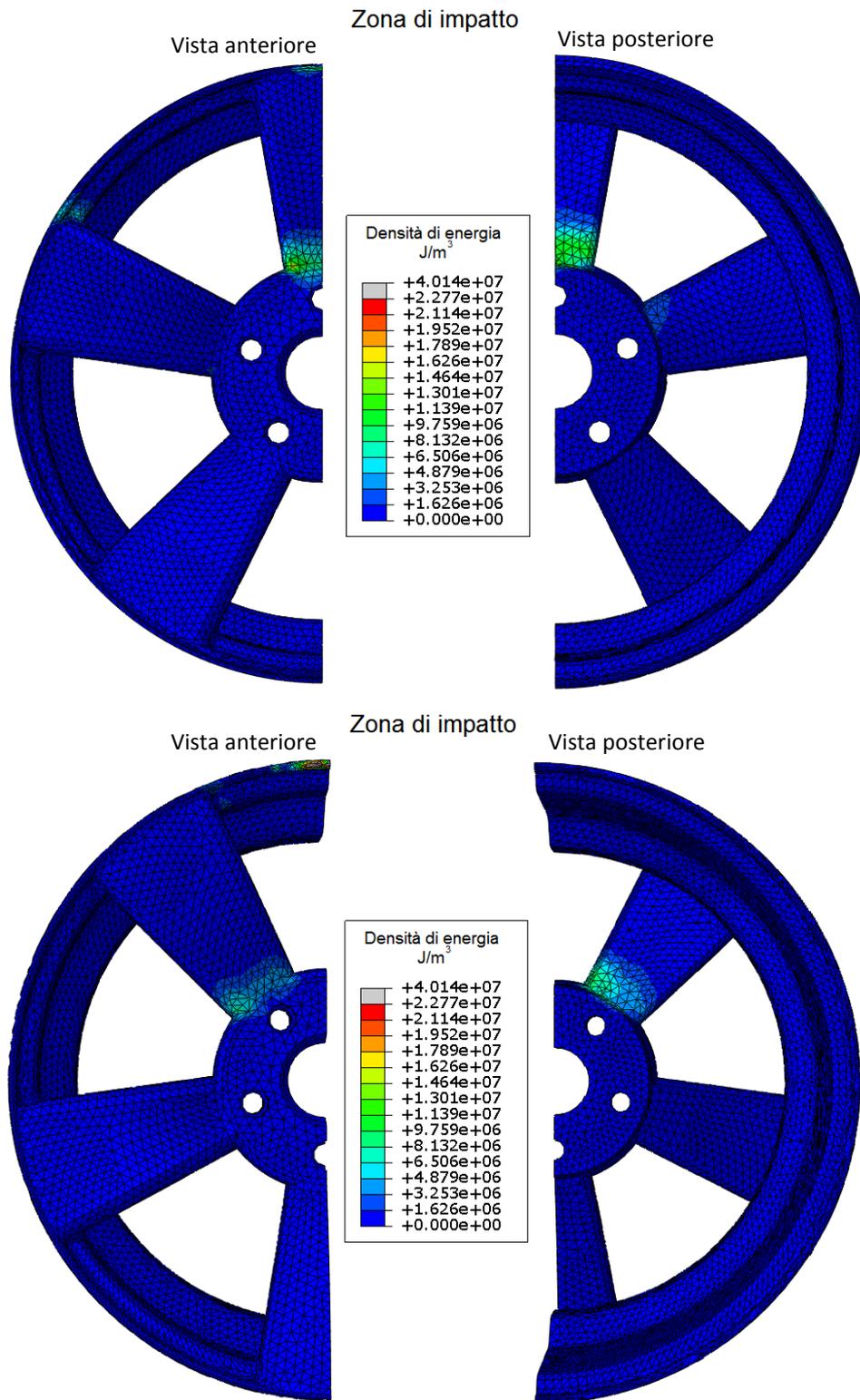


Figura 5-28: Distribuzione della densità di energia di deformazione nelle due zone di impatto con lega 6061-T6

Test di impatto su ruote in lega leggera

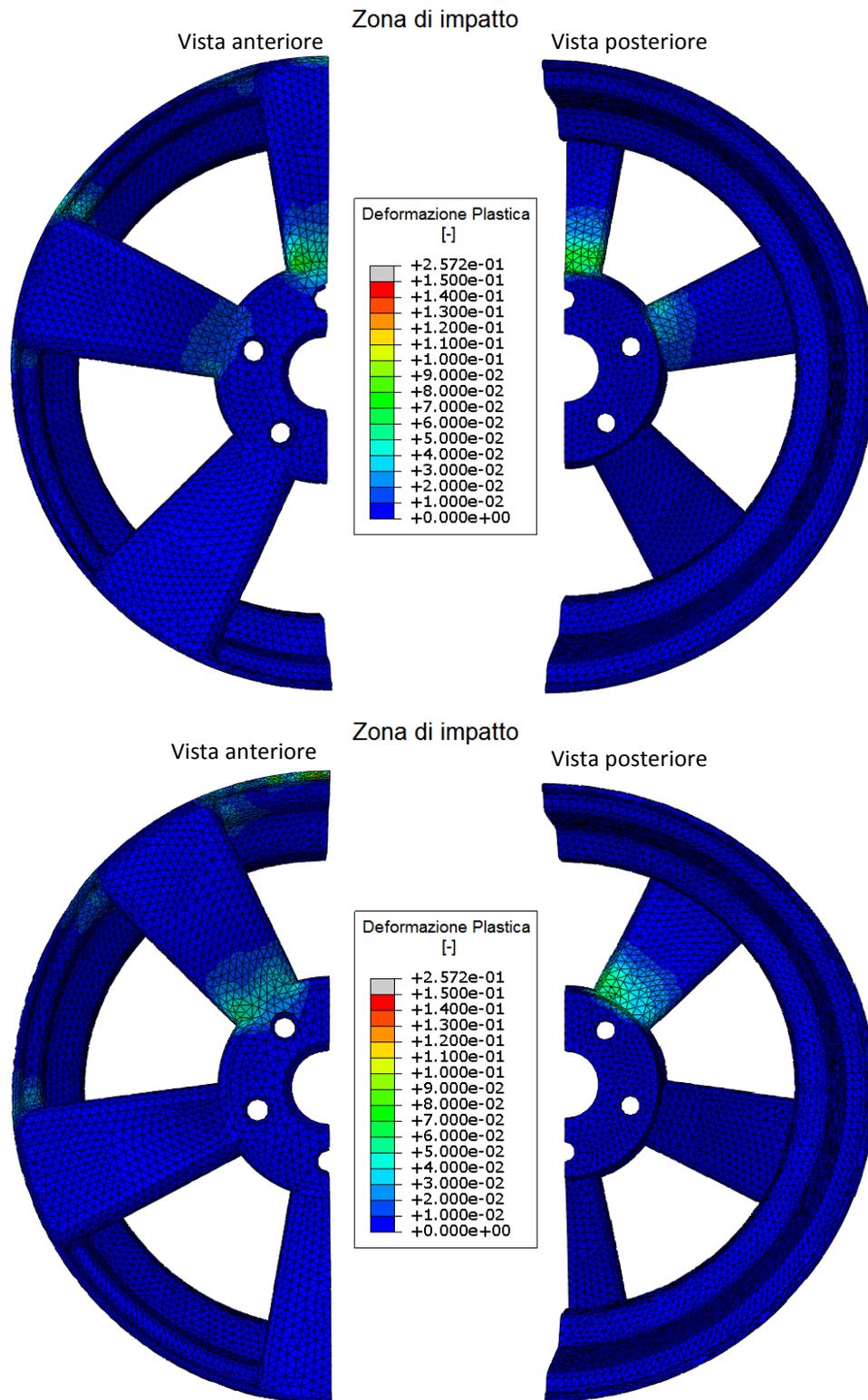


Figura 5-29: Distribuzione della deformazione plastica nelle due zone di impatto con lega 5052-O

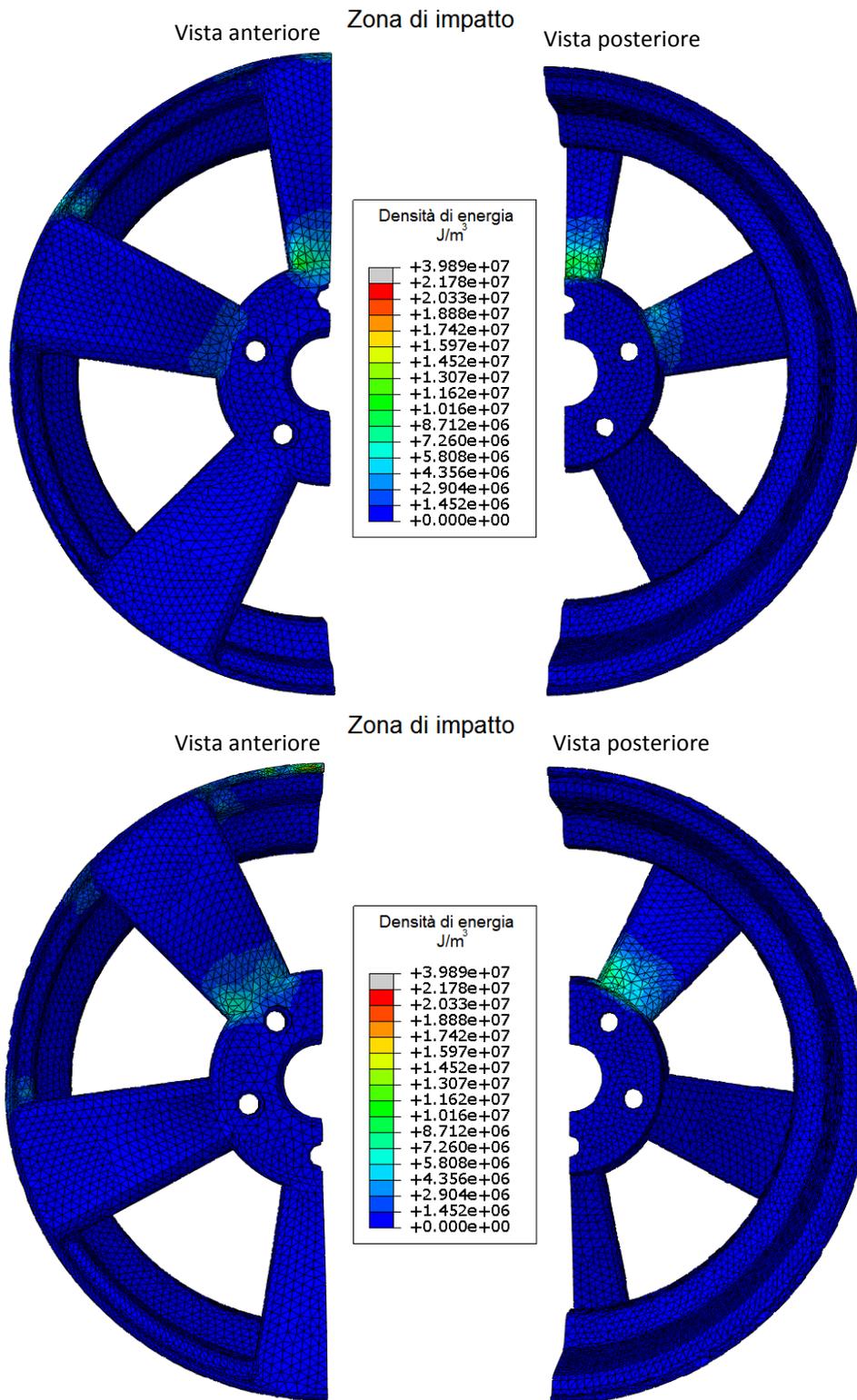


Figura 5-30: Distribuzione della densità di energia di deformazione nelle due zone di impatto con lega 5052-O

Dalle figure precedenti si può verificare che la ruota supererebbe il test sia se fosse prodotta utilizzando la lega d'alluminio 6061-T6, sia con la 5052-O. Una sottolineatura particolare merita l'area di impatto della ruota che, come si può notare dalla Figura 5-31, presenta delle zone in cui si è superato il valore critico della variabile, evidenziate da entrambi i criteri di rottura (evidenti in Figura 5-27, Figura 5-28 ma presenti anche nelle seguenti); tuttavia, come spiegato in precedenza, la rottura in prossimità di questa zona non comporta un esito negativo.

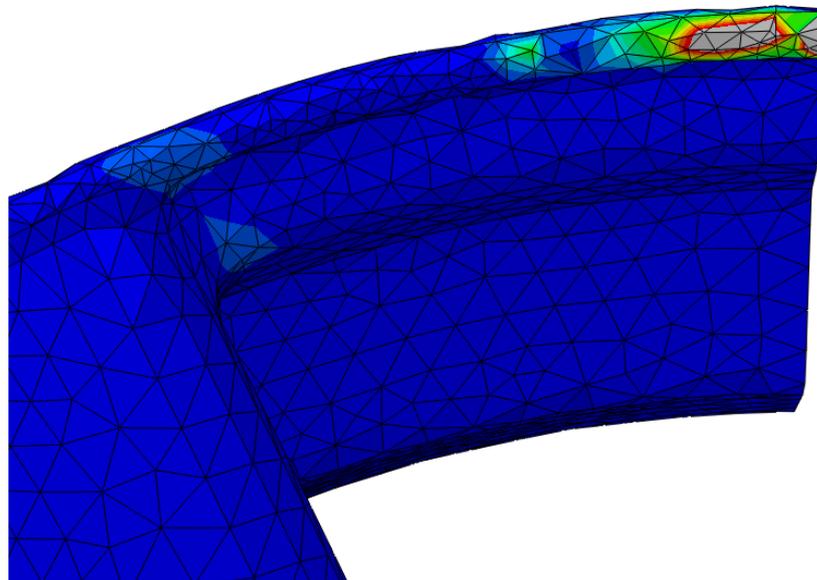


Figura 5-31: Particolare della zona di impatto, lega 6061-T6: superamento del valore critico della variabile utilizzata

In ogni caso, non è propriamente corretto parlare di superamento effettivo del test simulato, poiché non avendo a disposizione dati sperimentali, non vi è la possibilità di effettuare una taratura del modello su base sperimentale. Alcuni parametri, tra cui la viscosità volumetrica, influenzano in maniera drastica la qualità del risultato delle simulazioni di impatto per cui si dovrebbe tararli sulla base di evidenze sperimentali.

Conclusioni e sviluppi futuri

In questa tesi di laurea è stata fornita un'introduzione generale sugli aspetti principali da tenere in considerazione quando è necessario studiare un fenomeno di impatto. Trattandosi di un argomento molto complicato da illustrare esaustivamente si è cercato di dotare il lettore di una conoscenza teorica di base sulla meccanica degli impatti, sulla propagazione delle onde di sollecitazione e sulle problematiche fondamentali dei materiali metallici sottoposti a impatto; quanto esposto, ha permesso di comprendere i risultati della simulazione numerica del test di impatto sulle ruote in lega leggera. Anche se in questo lavoro di tesi non vi era a disposizione alcun dato sperimentale da confrontare con la simulazione e su cui tarare quest'ultima, esso costituisce comunque un solido punto di partenza per valutare tutte le problematiche di base inerenti la simulazione del test di impatto sulle ruote in lega leggera. L'obiettivo principale che ci si era posti per la simulazione del test, oltre all'implementazione dello stesso, riguardava l'analisi di tutti gli aspetti computazionali che permettessero una minimizzazione dei tempi di calcolo pur non inficiando la qualità dei risultati.

L'introduzione teorica sulla meccanica degli impatti e le successive simulazioni hanno permesso di verificare che materiali con resistenze specifiche più elevate presentano, partendo dalla stessa forma geometrica, tempi di contatto più brevi, sia a parità di volume, sia a parità di energia cinetica iniziale mentre le forze di contatto risultano più elevate; inoltre, con l'utilizzo del metodo energetico, si è messo in luce che un aspetto molto importante della progettazione strutturale di elementi sottoposti ad impatto, è la determinazione dei fattori d'urto che permettono di quantificare dei carichi statici equivalenti, utili per il dimensionamento delle strutture.

L'analisi, pur semplificata, della teoria delle onde di sollecitazione nei solidi ha evidenziato che la propagazione ondosa non può mai essere trascurata nello studio dei fenomeni impulsivi poiché essi non possono in alcun modo essere caratterizzati da

condizioni stazionarie. Dal punto di vista quantitativo abbiamo visto che lo stato tensionale diffonde in tempi più rapidi all'interno di strutture costituite da materiali con rigidzze specifiche più elevate; inoltre, sempre mediante l'utilizzo della simulazione numerica, si è verificata l'attendibilità del legame tra caratteristiche del materiale, velocità di impatto e tensione generata. Oltre a questo, è stato messo in luce che, anche nel caso di geometrie monodimensionali, il fenomeno di riflessione delle onde elasto-plastiche risulta intrattabile dal punto di vista analitico ed è sempre necessario ricorrere all'analisi computazionale per lo studio di fenomeni d'impatto.

Analizzando l'influenza della strain rate sulla resistenza del materiale si è visto come siano necessarie tipologie di prove sperimentali, diverse dalla prova di trazione, per caratterizzare i materiali utilizzati nelle strutture che subiscono degli impatti e valutarne l'effettiva importanza; di conseguenza, diventa di rilevanza fondamentale in fase progettuale stimare il valore della velocità di deformazione raggiunta durante la vita utile della struttura e questo può essere fatto solamente sfruttando le metodologie FEM e le capacità di calcolo che sono disponibili attualmente. In questo scenario appare evidente che il miglioramento delle performance strutturali richiesto, soprattutto in termini di rapporto prestazioni-peso, può essere raggiunto solo sviluppando l'interdipendenza tra prove sperimentali e simulazioni numeriche.

L'applicazione pratica della metodologia FEM al caso della prova di impatto cui vengono sottoposte le ruote in lega leggera ha permesso di valutare molteplici aspetti della prova stessa e le scelte più opportune da fare per effettuare la simulazione nel tempo più breve possibile; lo studio di convergenza sulla mesh ha confermato che gli elementi TET4 da 6 mm sono il giusto compromesso tra tempi di calcolo e qualità dei risultati come vari autori avevano già specificato. Per abbattere i tempi di simulazione si possono utilizzare sia la singola precisione che lo scaling della massa poiché non viene influenzata in alcun modo la qualità dei risultati ma si possono ottenere riduzioni temporali del 60-70%, aspetto industrialmente fondamentale poiché minori tempi di simulazione corrispondono a minori tempi di progettazione e quindi a costi inferiori. Per quanto riguarda questo tipo di test non è necessario tenere in considerazione la strain rate poiché, pur avendo un effetto

sulla resistenza, esso appare contenuto e può, dunque, essere trascurato. In alternativa, vi è la possibilità di caratterizzare il materiale con la prova di torsione che può essere condotta con velocità di deformazione caratteristiche della prova di impatto ($1 - 2 s^{-1}$). L'effetto della temperatura è nullo poiché l'impatto considerato è a bassissima energia e non dà luogo a nessun riscaldamento della ruota ma è stato studiato per sottolineare il fatto che questo effetto è assolutamente da valutare per ogni singola applicazione ingegneristica dove vi sia la presenza di impatti. Un ulteriore aspetto studiato riguarda la possibilità di eliminare dal modello l'attrezzatura di supporto al test per ridurre ulteriormente i tempi di simulazione; poiché in questo caso si registrano deformazioni maggiori si può affermare che effettuando il test in queste condizioni si è a favore di sicurezza in quanto l'esito positivo del test simulato darebbe garanzie sul superamento anche nella prova reale. Di conseguenza, dopo opportuna taratura sperimentale, si può eliminare l'attrezzatura di supporto. L'esito del test è stato valutato utilizzando i criteri della massima deformazione plastica e della densità di energia di deformazione perché facilmente implementabili nel software. Visti i risultati della simulazione si può concludere che il prototipo di ruota analizzato supererebbe il test di impatto sia se costruito con lega AA 6061-T6 sia con lega AA 5052-O.

Per le ulteriori tesi che saranno sviluppate sullo stesso argomento sarà necessario effettuare una modellizzazione migliore del supporto poiché in questo caso esso è stato realizzato partendo da un disegno bidimensionale e non da misure dirette sul macchinario reale; successivamente sarà opportuno effettuare una taratura del modello del solo supporto mediante misure sperimentali ottenute da accelerometri o altri strumenti simili. Questo aspetto si rende necessario poiché la verifica di rigidità statica dell'attrezzatura che è stata effettuata in questa tesi non è sufficiente per ottenere un comportamento simile a quello reale dei gommini il cui materiale deve essere caratterizzato dal punto di vista dinamico. Solo successivamente si potrà avere la conferma dell'effettiva possibilità di non considerare il supporto durante la simulazione. Uno studio sull'influenza della tipologia di elementi (TET4-TET10) richiede un hardware molto più spinto di quello a disposizione per questa tesi di laurea ma non è da escludere a priori l'utilizzo di elementi con funzioni di

forma di grado più elevato. Avendo a disposizione i dati sperimentali del test ottenuti mediante estensimetri, si potranno confrontare le deformazioni nei punti corrispondenti del prototipo e del modello e tarare i parametri di simulazione in base a questi. Uno strumento utile, da indagare in maniera approfondita, riguarda la possibilità di sostituire il test dinamico con uno statico equivalente in cui si rimpiazzano la massa impattante con una che abbia un peso pari ad un numero n di volte quella del test; questo strumento potrebbe essere utilizzato qualora il test dinamico desse esito negativo, se si trovasse una corrispondenza tra le deformazioni e/o la densità di energia di deformazione poiché effettuare un test statico richiede un tempo 50-60 volte inferiore rispetto alla ripetizione di quello dinamico. Avendo a disposizione dati sul comportamento della gomma che costituisce gli pneumatici si potrebbe inserirli nel modello senza dover stimare l'energia cinetica che essi assorbono; al contrario, non volendoli inserire o non avendo a disposizione le caratteristiche della gomma, si potrebbe valutare l'influenza della presenza degli pneumatici in funzione della larghezza dello stesso e dell'altezza della spalla, caratteristiche già, in parte, studiate da alcuni autori [7] e determinare per via sperimentale la percentuale di energia assorbita dallo pneumatico.

Appendice A

Un materiale si dice iperelastico se esiste una funzione di densità di energia interna, dipendente dal solo stato deformativo, dalla quale si deduce lo stato tensionale del materiale. Questa funzione di densità di energia ha le seguenti caratteristiche:

- Non varia il proprio valore se il corpo subisce delle rotazioni rigide;
- E' positiva per stati deformativi non nulli e si annulla se il materiale si trova nello stato indeformato;
- Può essere espressa in funzione delle deformazioni principali.

In questo lavoro di tesi si è scelto di utilizzare la funzione densità di energia nella formulazione di Ogden come riportata di seguito:

$$U = \sum_{i=1}^N \frac{2\mu_i}{\alpha_i^2} (\bar{\lambda}_1^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_2^{\alpha_i} + \bar{\lambda}_3^{\alpha_i} - 3) + \sum_{i=1}^N \frac{1}{D_i} (J^{el} - 1)^{2i}$$

dove con $\bar{\lambda}_i$ si è indicata la parte deviatorica della deformazione i-esima, essendo $\bar{\lambda}_i = J^{-\frac{1}{3}} \lambda_i$ con J Jacobiano della deformazione. N è il numero di termini della serie e dipende dal materiale mentre α_i, μ_i e D_i sono parametri dipendenti dalla temperatura che identificano completamente il comportamento del materiale; J^{el} è la deformazione volumetrica *elastica*.

In questa tesi, come ampiamente sottolineato, non erano a disposizione dati sperimentali ma si doveva ricreare il comportamento di un materiale elastico che avesse un modulo di Young pari a $E = 1.82 \text{ MPa}$; Abaqus dà la possibilità di inserire da tastiera dei valori tensione deformazione che poi utilizzerà per elaborare la funzione densità di energia del grado (N) e del tipo richiesto (Arruda-Boyce, Mooney-Rivlin, NeoHookean, Ogden, polinomiale, polinomiale ridotta, Yeoh, Van der Waals). A partire dai dati di pagina 109, ricavati dall'articolo di Chang & Yang [5] sono state ricavate le coppie tensione

deformazione per un materiale elastico lineare come se fossero state ottenute da un test sperimentale e inserite nel programma nella sezione:

Material → *Mechanical* → *Elasticity* → *Hyperelastic* →

Ogden → *Test Data* → *Uniaxial test data*

Successivamente è stato sufficiente, sempre dal menu *Material*, selezionare *Evaluate* per ottenere i coefficienti α_i, μ_i e D_i del materiale e il relativo grafico della densità di energia di deformazione. Poiché nella simulazione si sono utilizzati due materiali iperelastici differenti, è stato necessario ripetere due volte i passi descritti. Di seguito si riportano le caratteristiche del materiale elastico che si desiderava creare e i coefficienti che sono stati forniti dal programma e utilizzati per modellare i materiali iperelastici equivalenti.

Gommini cilindrici	
$E = 1.82 \text{ MPa}$	$\alpha = 3.79$ $\mu = 449213$ $D = 9.54 * 10^{-7}$
$\mu = 0.4$	
$\rho = 897 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	

Supporto extra	
$E = 9.1 \text{ MPa}$	$\alpha = 3.79$ $\mu = 4936415$ $D = 8.68 * 10^{-8}$
$\mu = 0.4$	
$\rho = 897 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	

Appendice B

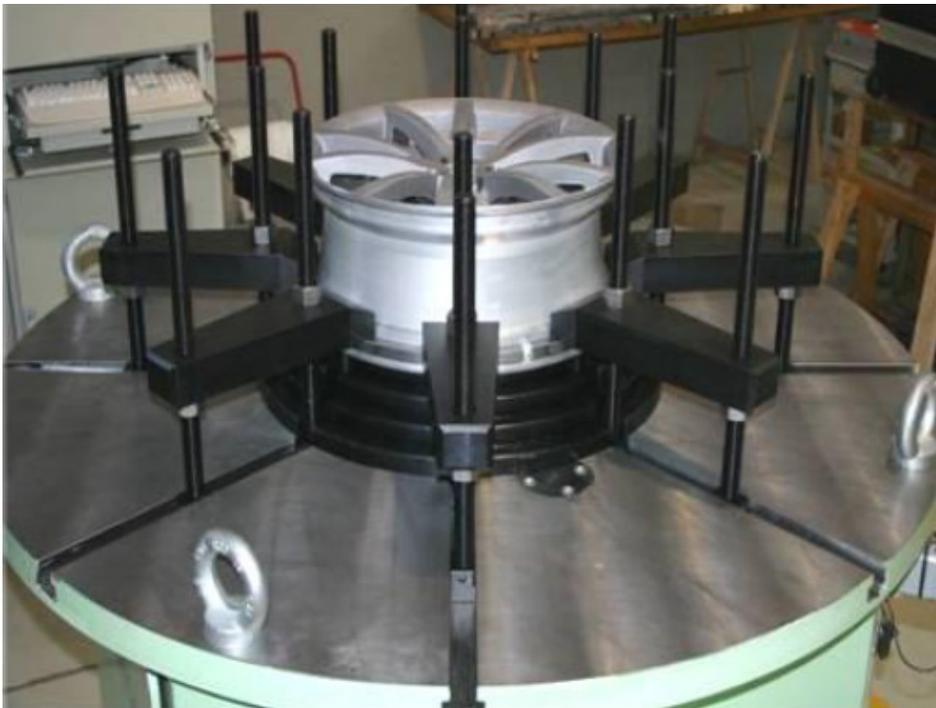
In questa appendice si riportano immagini reali dei macchina descritti.



Macchina utilizzata per condurre per il test di impatto [29]



Macchina utilizzata per condurre per a fatica radiale [29]



Macchina utilizzata per condurre il test a fatica per flessione rotante [29]

Bibliografia e Sitografia

- [1] Abaqus 6.10 Documentation, 2010, Abaqus/CAE User's Manual.
- [2] Belytschko T. and Moran B., *Nonlinear Finite Elements for Continua and Structures*. Chichester, West Sussex, England: John Wiley & Sons Ltd., 2000.
- [3] Bonora N. and Ruggiero A., *Slides del corso di dinamica dell'impatto 1*, Università degli studi di Cassino.
- [4] Cerit M., "Numerical simulation of dynamic side impact test for an aluminium alloy wheel," *Scientific Research and Essays*, vol. 5, no. 18, pp. 2694-2701, Settembre 2010.
- [5] Chang C.L and Yang S.H., "Finite element simulation of wheel impact test," *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, vol. 28, no. 2, 2008.
- [6] Chang C.L. and Yang S.H., "Simulation of wheel impact test using finite element method," *Engineerign failure analysis*, vol. 16, pp. 1711-1719, 2009.
- [7] Chang W.C., *Modeling for Impact Test of Aluminum Wheels*, luglio 21, 2008, Tesi di Laurea.
- [8] Cook R., Malkus D., and Plesha M., *Concepts and applications of finite element analysis*. New York, USA: John Wiley & Sons Ltd., 1989.
- [9] Fanti G., *Corso di Misurazione e Metrologia Generale Meccanica*. Padova, Italia: Libreria Progetto, 2009.
- [10] Goldsmith W., *Impact, the theory and physical behaviour of colliding solids*. London: Edward Arnold Ltd., 1960.
- [11] International standard, "Passengers cars- Light alloy wheels- Impact test," ISO 7141, 1995.

- [12] Johnson G.R. and Cook W.H., "A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures," in *Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistic*, La Hague, Netherlands, 1983, pp. 541-547.
- [13] Kalpakjian S. and Schmid S.R., *Tecnologia Meccanica*. Milano, Italia: Pearson Paravia Bruno Mondadori S.p.A., 2008.
- [14] Kolsky H., *Stress Waves in Solids*. New York: New York Dover Publications, Inc., 1963.
- [15] Lenci S., *Lezione di meccanica strutturale*. Bologna: Pitagora editrice, 2004.
- [16] Liangmo W., "Fatigue Life Analysis of Aluminum Wheels by Simulation of Rotary Fatigue Test," *Strojniški vestnik - Journal of Mechanical Engineering*, vol. 1, no. 57, pp. 31-39, 2011.
- [17] Mazzoldi P., Nigro M., and Voci C., *Elementi di Fisica-Meccanica Termodinamica*. Napoli, Italia: EdiSES, 2006.
- [18] Milella P.P., "Effetto del rateo di applicazione della deformazione sulla tensione di snervamento dei metalli a struttura cubica a corpo centrato," in *IGF-13*, Cassino, 1997.
- [19] Paolucci G.M., *Appunti di materiali metallici per il corso di chimica e materiali*. Padova, Italia: Libreria progetto, 1998.
- [20] Ruggiero A., *Dinamica dell'impatto: interpretazione, modellazione e simulazione numerica del comportamento meccanico dei metalli*, Tesi di dottorato, Università degli studi di Cassino.
- [21] Sasso M., "Caratterizzazione di leghe metalliche ad alta velocità di deformazione," in *XXXIV Convegno Nazionale 14-17 Settembre, Politecnico di Milano*, Milano, 2005.
- [22] Sierakowsk R.L., "Strain rate behavior of metals and composites," in *IGF-13*, Cassino, 1997.
- [23] Stronge W.J., *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University press, 2000.
- [24] Zukas J., *Impact Dynamics*. New York: John Wiley & Sons, 1982.

- [25] *Cerchi in lega.com*. <http://www.cerchi-inlega.com>
- [26] *ETBX Engineers Toolbox*. <http://www.fea-optimization.com/ETBX>
- [27] *Istituto Tecnico Industriale "A. Pacinotti"*. <http://www.itipacinotti.it>
- [28] *Istituto tecnico industriale statale "Guido Donegani"*. <http://www.itisdonegani.it>
- [29] *Leonardo-technological system integrator*. <http://www.leonardoautomation.com/>

Ringraziamenti

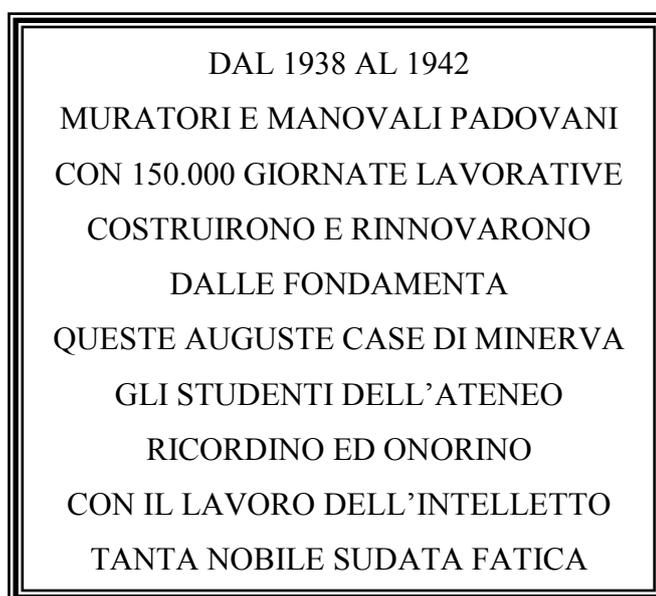
Dopo cinque anni di intenso studio è arrivato anche per me il momento di scrivere l'ultima pagina della tesi di laurea e porre la parola "fine" sulla mia carriera universitaria; inizierà per me un'altra vita, fatta di nuove sfide, di grandi sacrifici, e, spero, anche di ulteriori soddisfazioni. Quando si chiude un capitolo importante della propria vita, quale è lo studio universitario, si prova sempre un mix di sensazioni, gioia, orgoglio, speranza, malinconia, paura; sì, anche paura, perché dopo anni passati a costruire certezze ci si ritrova di nuovo fragili e questo spaventa sempre un po'. Fortunatamente io porterò sempre nel cuore tutti quelli che mi sono stati vicini nella mia vita, scolastica e non, tutti quelli che ne hanno fatto parte, anche per un solo secondo, che mi hanno regalato anche solo un piccolo sorriso. Grazie a queste persone io non sarò mai completamente solo, grazie a queste persone la mia vita è migliore di quanto mi sarei potuto aspettare solo qualche anno fa. I miei ringraziamenti non possono non cominciare dalle persone che hanno reso possibile il raggiungimento di questo titolo e a cui io devo tutto, i miei genitori Fernando e Assunta, un faro che ha sempre rischiarato tutti i periodi più bui che ho vissuto, anche e soprattutto durante la stesura di questo lavoro. Non ho mai saputo essere il figlio più educato, più gentile e più premuroso ma vi voglio bene quanto e più di chi queste qualità le possiede tutte insieme e mi auguro con tutto il cuore di potervi rendere ancora e sempre orgogliosi di ciò che sono diventato. Ringrazio infinitamente anche mia sorella che pur dalla lontana Sicilia mi è sempre vicina nel bisogno e per avermi regalato un fantastico nipotino che, anche se non vedrò crescere quotidianamente, amerò come e più che potrò. Ringrazio anche mio cognato, il mio cognato preferito, per la stima, l'affetto e l'infinita disponibilità che mi ha sempre dimostrato. Ringrazio con tutto il cuore i miei compagni di corso, quelli che mi hanno abbandonato dopo qualche mese e quelli che sono arrivati con me fino in fondo. In particolare ringrazio Marco Coccon per essere stato durante questi ultimi due anni un grande amico, un compagno di studio insostituibile, un appoggio per i momenti difficili che ho vissuto, Fjorim perché c'è sempre stato ogni volta in cui ho avuto bisogno

di lui, dalla prima volta che ci siamo incontrati in libreria Progetto, fino all'ultima linea tracciata insieme in Autocad, Carlovich la cui agitazione mi ha permesso sempre di rimanere calmo, le nostre tantissime telefonate durante i primi tre anni, la sua amicizia che mai si è spenta anche quando è andato a studiare a Lisbona e che, sono certo, mai si spegnerà perché, in fondo, *“i veri amici sono quelli che si scambiano reciprocamente fiducia, sogni e pensieri, virtù, gioie e dolori; sempre liberi di separarsi, senza separarsi mai”*, il mio grandissimo amico Fabio, il fratello che la vita non mi ha dato l'ho trovato in te, grazie per le risate, per i giri in bici, per ogni secondo che abbiamo passato insieme, per l'affetto e la stima che ogni giorno, ogni istante mi hai dimostrato. Non ti dimenticherò mai qualunque cosa la vita ci riservi. Grazie alla mia più grande amica, Tiziana, grazie anche per aver letto un capitolo della mia tesi sebbene so tu non apprezzassi minimamente; grazie anche alla mia piccola Alessandra, perché con il suo infinito affetto mantiene in piedi il nostro esasperatissimo rapporto, di amicizia o di amore che sia, che altrimenti cadrebbe a pezzi per colpa di chi è nato orso dentro e fuori, cioè io. Ti ringrazio per tutto quello che hai fatto per me e che, sono sicuro, avresti fatto se la vita te ne avesse dato la possibilità, sei speciale e lo sarai sempre. Ringrazio i miei amici di Campodoro che, comunque vada, non si dimenticano mai di me, ringrazio soprattutto Checco, per avermi fatto conoscere goalunited, per avermi sempre chiesto di uscire con lui sapendo che praticamente ogni volta gli avrei detto di no, sei davvero un grande amico, Ema perché nei momenti di difficoltà non ho mai trovato la porta chiusa quando ho bussato per un consiglio o una parola di conforto, grazie di cuore. Ringrazio la mia amica Morena che condivide con me una serata all'anno di chiacchiere che però mi accompagnano per gli altri 364 giorni. Ringrazio di cuore i miei professori della scuola serale “I.T.C.S. P.F. Calvi” perché senza di loro non sarei diventato la persona che sono e non avrei potuto raggiungere questo ambizioso traguardo; tra loro non posso non segnalare con immenso affetto e stima il professor Paolo Cianfrone cui devo tutto il mio amore per la letteratura, l'ingegner Marino Scarmozzino che è stato per me un grande modello di professionalità da imitare e la dottoressa Francesca de Apollonia, una donna che definire unica è limitativo, professoressa e amica allo stesso tempo, sappiate che non vi dimenticherò mai. Ringrazio tutti i miei colleghi di lavoro, quelli che hanno condiviso con me tredici lunghi anni da operario, in

particolare Andrea Ligas, Tobia, Matteo e la Sere con cui ho costruito un rapporto ancora più profondo, Daniel e Monica perché a loro devo tutta la perseveranza e la determinazione che possiedo, e di conseguenza parte di questo titolo. Ringrazio infinitamente il mio amico Andrea Tozzy per avermi prestato il suo pc e per essere sempre disponibile con me, grazie anche per la passione per la bici che condividiamo insieme. Allo stesso modo ringrazio la Ornella per avermi prestato il pc con cui ho scritto gran parte di questa tesi di laurea, volevo che sapessi che se dovessi immaginare una mamma diversa dalla mia, assomiglierebbe a te.

Dedico un “Grazie di cuore” a tutti quelli che hanno contato nella mia vita e che qui non ho citato per mancanza di spazio o poca memoria, sappiate che vi porto dentro sempre.

Un ultimo, immenso, ringraziamento va a chi ha permesso che questa lapide campeggiasse nel cortile dell’Università della mia città.



Spero con tutto il cuore di avervi onorato.

Alessandro