

Università degli Studi di Padova

SCUOLA DI SCIENZE
DIPARTIMENTO DI FISICA ED ASTRONOMIA
“GALILEO GALILEI”



LAUREA TRIENNALE IN ASTRONOMIA

La massa della Galassia

Relatore: Prof. Sergio Ortolani

Laureando: RICCARDO BALDO

A.A. 2014 - 2015

Indice

1	Introduzione	7
2	Cenni storici	9
3	I tipi di massa	13
3.1	Massa gravitazionale	13
3.1.1	Massa della Galassia dalla curva di rotazione	21
3.1.2	Massa viriale	26
3.2	Massa barionica	27
4	Confronto con M31	33
5	Conclusioni	39
6	Appendice	41

Abstract

Nel presente lavoro viene analizzata la massa della nostra Galassia attraverso la revisione di articoli da letteratura e l'elaborazione di dati tratti da cataloghi aggiornati. La massa della Galassia si stima essere compresa tra $7 \cdot 10^{11}$ masse solari e $2 \cdot 10^{12}$ masse solari. L'incertezza è dovuta sia agli errori delle misure sia a diverse assunzioni sull'omogeneità dell'alone; sull'estensione di corpi gravitazionalmente legati al campo gravitazionale galattico e sui parametri orbitali dei satelliti.

La precisione delle misure di distanze e moti propri degli oggetti vincolati gravitazionalmente alla nostra Galassia è fondamentale per ottenere stime più precise. L'analisi dei dati che forniranno le future spedizioni spaziali, Gaia su tutte, risulta indispensabile per completare il lavoro.

Nel Capitolo 2 viene fatta un'analisi storica sulle stime della massa della Galassia negli articoli dell'ultimo secolo.

Nel Capitolo 3 si sono analizzate le metodologie possibili per stimare il contributo in massa della Galassia: stima di massa barionica da conteggi, campo gravitazionale dal teorema del viriale e da orbite di ammassi globulari e galassie nane.

Nel Capitolo 4 si è andati a confrontare il contributo in massa delle due componenti principali del Gruppo Locale, la nostra Galassia e M31.

Capitolo 1

Introduzione

La Via Lattea è una galassia a spirale di tipo SBbc formata da un bulge di 1-2 kpc, un disco stellare con un raggio di circa 15-20 kpc e un alone che può estendersi anche oltre i 100 kpc. Il sistema solare si trova alla distanza di circa 8.0 kpc dal centro galattico (Sofue et al.(2009), Chemin et al.(2015)).

La Via Lattea possiede molteplici satelliti che orbitano a grandi distanze, come gli ammassi globulari e le galassie nane. Le proprietà cinematiche e dinamiche di questi satelliti possono essere usate per studiare il potenziale gravitazionale dell'intero sistema e da questo definire un profilo di massa che si possa estendere anche a grandi distanze. Conoscere con esattezza il contributo in massa di tutte le stelle appartenenti alla Galassia è determinante per poter andare a studiare effetti di cinematica, mareali e l'eventuale presenza di materia oscura. Capire quale sia la massa della Galassia è utile per studiare anche strutture extragalattiche come M31 e il Gruppo Locale nonché le proprietà della Galassia rispetto alle altre di analoga morfologia.

Non esiste una naturale e precisa definizione di massa per una Galassia come la nostra perché dipende dalla definizione dell'estensione della Galassia. In particolare l'estensione dell'alone non è ben determinata, così come il suo contributo in massa. Definire con precisione qual è il raggio dell'alone esterno della Galassia è vincolante per la stima della sua massa, che si ritiene dominata dalla materia oscura. Una volta definito un limite fisico all'alone possiamo associare una stima realistica della massa.

Capitolo 2

Cenni storici

La prima rivoluzione dell'astronomia nel '900 in campo galattico è stata compiuta nel 1928 da Oort che studiò gli effetti della rotazione della Galassia sulle stelle vicine e definì le costanti cinematiche A e B utili a calcolare la rotazione nei dintorni del Sole della nostra Galassia. Fu un passo importante perché la comprensione del moto solare è fondamentale per interpretare le osservazioni cinematiche della Via Lattea.

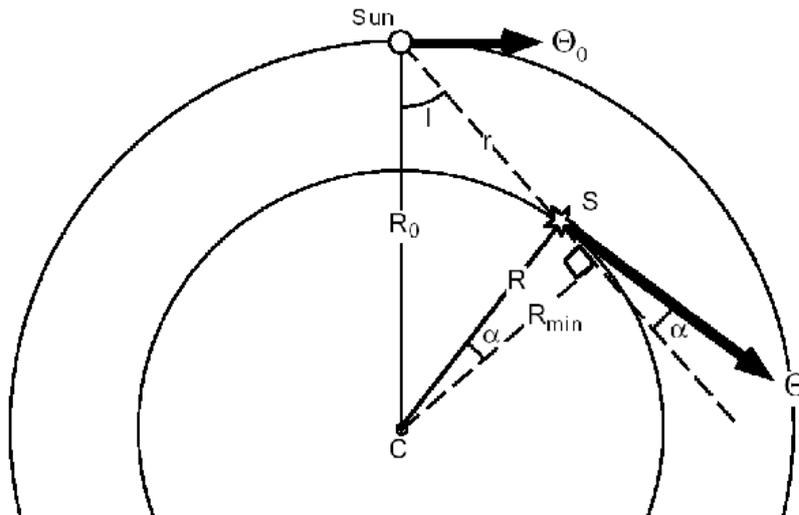


Figura 2.1: Schema del moto locale delle stelle studiato da Oort.

Oort riuscì anche a fare una stima approssimata della massa dinamica della Galassia pari a $8 \cdot 10^{10} M_{\odot}$.

Bucierius nel 1936 fu il primo a costruire un modello di distribuzione della massa della Galassia e a confrontare questa densità di distribuzione con i parametri di rotazione locali. Dal suo modello, utilizzando un $R_{\odot} = 10$ kpc e $\Theta_{\odot} = 278$ km/s derivò una massa Galattica di $2.4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Plaskett & Pearce (1936) analizzarono le velocità radiali e i moti propri di stelle O e B in prossimità del Sole per arrivare ad una massa di $1.65 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Negli anni '70 gli astronomi dedicano maggiormente i loro sforzi nello studio della massa della via Lattea.

La presenza di materia oscura a grandi distanze dal centro della Galassia viene approfondita da Ostriker et al. nel 1974 seguendo l'idea dell'esistenza di un alone massivo

nel quale $M(r)$ aumenti linearmente con r fino a distanze di 100 kpc. Stimarono la massa totale dell'ordine di 10^{12} masse solari.

Nel 1978 Hartwick & Sargent da un pionieristico studio statistico sulle velocità radiali degli ammassi globulari e galassie satellite nane trovarono un contributo di $3.4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ fino a 60 kpc. Paragonarono i loro dati di velocità con quelli previsti dal modello di Lynden-Bell (1976), vedi figura 2.2, trovando delle differenze notevoli.

Object	Observed V_r (km s $^{-1}$)	Predicted V_r (km s $^{-1}$)
Pal 1	+4 \pm 34	-160 \pm 40
Pal 13	-29 \pm 37	-360 \pm 15
Draco	-277 \pm 35	-150 \pm 20
Ursa Minor .	-188 \pm 70	-130 \pm 20
Sculptor	+196::	(-100 \pm 20)

Figura 2.2: Velocità radiali osservate da Hartwick & Sargent (1978) messe a confronto con quelle ipotizzate dal modello di Lynden-Bell. Da Hartwick & Sargent (1978).

Nel 1985 Peterson misura la velocità radiale di stelle individuali di 6 ammassi globulari lontani fino a 115 kpc: AM-1, Eridanus, NGC 2149, Pal 3, Pal 4, Pal 14 (vedi fig 2.3). Da queste propone una stima di 10^{12} masse solari.

Il suo studio era però affetto da notevoli incertezze nel calcolo delle velocità radiali dovuto alla notevole distanza dei sistemi osservati. Altre incertezze sono dovute all'appartenenza delle stelle brillanti agli ammassi globulari e all'ipotesi che tutti gli ammassi siano vincolati gravitazionalmente o meno alla nostra galassia.

Ulteriore incertezza è dovuta all'assunzione dell'eccentricità delle orbite (vedi cap. 3 per una discussione).

GALACTIC REST FRAME VELOCITIES

Cluster	V_{rest}	σ	R	$R(V^2 - \sigma^2)$
AM-1	-40.5	20	115	1.43 E5
Eridanus	-160.9	34.7	84	2.07 E6
NGC 2149 ..	-16.8	15.5	80	3.36 E3
Pal 3	-49.6	10.4	95	2.23 E5
Pal 4	+14.6	16.0	100	-4.28 E3
Pal 14	+108.6	19.6	70	7.99 E5
Mean			91	5.5 E5

Figura 2.3: Dati sugli ammassi globulari da Peterson (1985). Velocità in km/s, raggio in kpc.

Un lavoro pionieristico, originale, è quello di Innanen et al. (1988) che sfrutta i raggi mareali degli ammassi.

Per calcolare la massa ipotizzò che un sistema satellite, in questo caso un ammasso globulare, per resistere alla distruzione mareale dovesse avere una densità media superiore ad un certo coefficiente rispetto alla densità media della galassia all'interno dell'orbita del satellite:

$$\left(\frac{m}{r^3}\right) \geq \left(\frac{kM}{R^3}\right) \quad (2.1)$$

dove con m si intende la massa dell'ammasso globulare, r il raggio mareale dell'ammasso, R la distanza dell'ammasso dal centro galattico, M la massa della galassia all'interno di R , e k una costante il cui valore lo stesso Innanen definì controverso.

Si ricava così m , r , R e k , ma con notevole incertezza a causa delle incertezze nella misura di r e della propagazione degli errori. Il lavoro portò ad una stima di $3.26 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ entro 20 kpc. Il risultato di Innanen et al.(1988) è stato penalizzato dalla mancanza di moti propri.

Nel 1990 Carney, Latham, Laird affrontano il problema sotto un diverso punto di vista. Usano la massa degli ammassi come traccianti per la densità delle stelle di alone. E' un metodo diametralmente opposto da quelli fin qui utilizzati. Nel procedimento per calcolare la massa della galassia si inizia a parlare di conteggio di stelle: Carney et al.(1990) utilizzano gli ammassi globulari presenti nell'alone per determinare empiricamente la distribuzione di massa dell'alone galattico. Calcolo che portò ad una stima di $1.5 \cdot 10^9 M_{\odot}$.

Dauphole & Colin nel 1995 seguono il lavoro di Peterson (1985) aggiungendo i dati relativi ai moti propri degli ammassi. Utilizzano il moto degli ammassi globulari come riferimento per stabilire la distribuzione di massa della galassia. Presero spunto dall'idea che in quegli anni andava sempre più a diffondersi, ovvero una galassia composta da un disco, bulge e alone (vedi fig. 2.4) e il risultato ottenuto fu $7.9 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

Nel 2009 Sofue et al. decomposero la curva di rotazione aggiornata della Galassia (vedi fig 2.5) e provarono ad applicare la legge di de Vaucouleurs alla nostra galassia, ottenendo un risultato di $2 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ nel raggio di 20 kpc. Nel successivo lavoro Sofue (2013) stabilirà la massa della Galassia essere pari a $4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ entro 300 kpc.

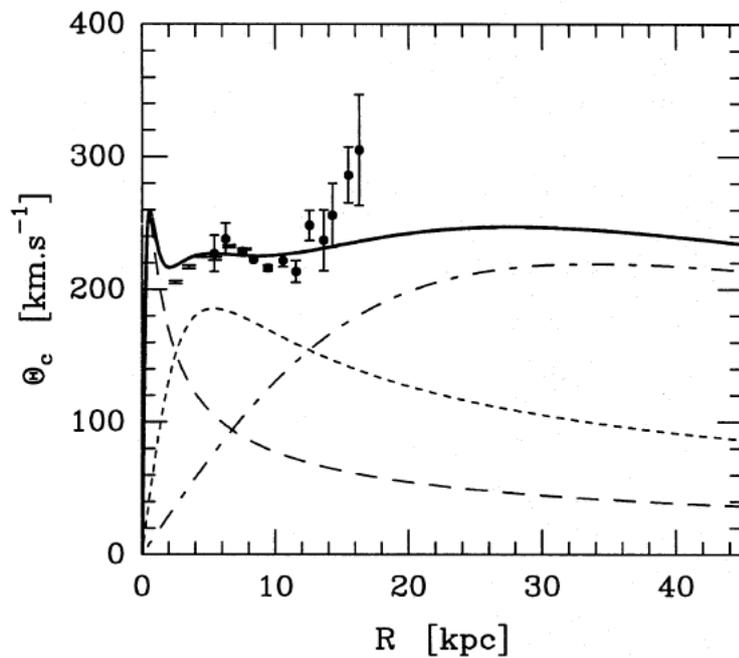


Figura 2.4: La linea continua rappresenta la curva totale, la linea tratteggiata è il bulge, la linea a punti è il disco e la linea punto-trattino è l'alone. Dati presi da Brand & Blitz(1993). Grafico da Dauphole et al. (1995).

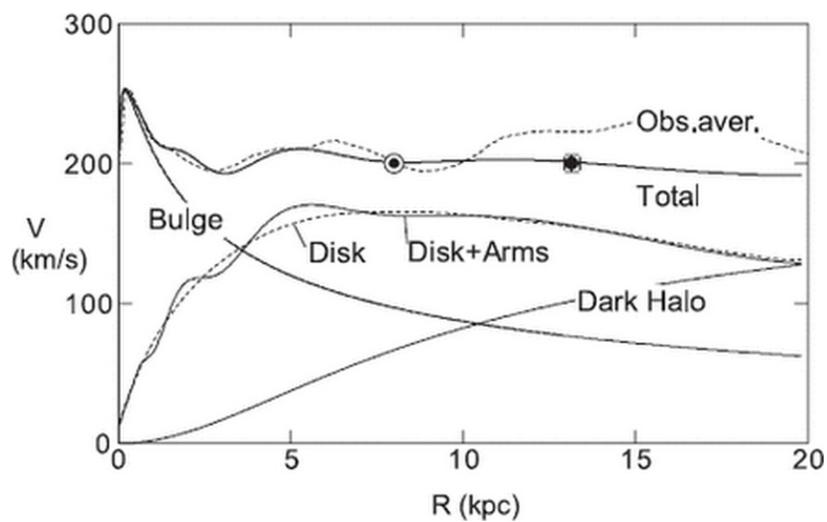


Figura 2.5: Curva di rotazione con le varie componenti. Sofue et al.(2009).

Capitolo 3

I tipi di massa

Si nota come le metodologie utilizzate fino ad ora per calcolare la massa della Galassia siano fondamentalmente tre: la prima consiste nello sfruttare il campo gravitazionale (Peterson 1985), la seconda si basa sul teorema del viriale (McMillan 2011), la terza utilizza i conteggi delle stelle (Carney et al. 1989).

3.1 Massa gravitazionale

Il primo metodo si basa sullo studio delle proprietà cinematiche e dinamiche di strutture galattiche remote legate gravitazionalmente, in particolare gli ammassi globulari.

La distribuzione degli ammassi globulari è approssimativamente sferica, con gli ammassi più lontani, come AM-1 ed Eridanus, situati attorno a 100 kpc dal centro galattico.

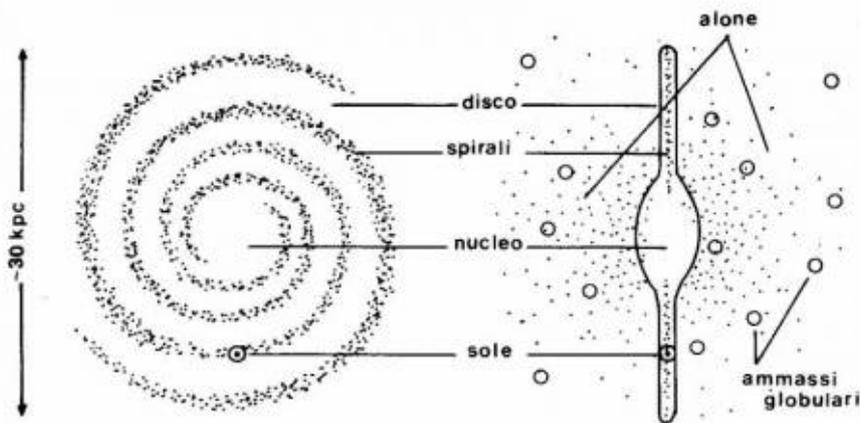


Figura 3.1: Schema della Via Lattea.

Gli ammassi globulari di alone si muovono in orbite ellittiche (vedi fig. 3.2) e non partecipano alla rotazione del disco. Hanno quindi una velocità relativa al Sole elevata.

I primi studi si basarono esclusivamente su una componente del moto, le velocità radiali, poiché erano gli unici dati disponibili: Peterson (1985) ricavò le velocità radiali dagli spettri di stelle singole di 6 ammassi lontani (vedi fig. 3.3 e 3.4): AM-1, Eridanus,

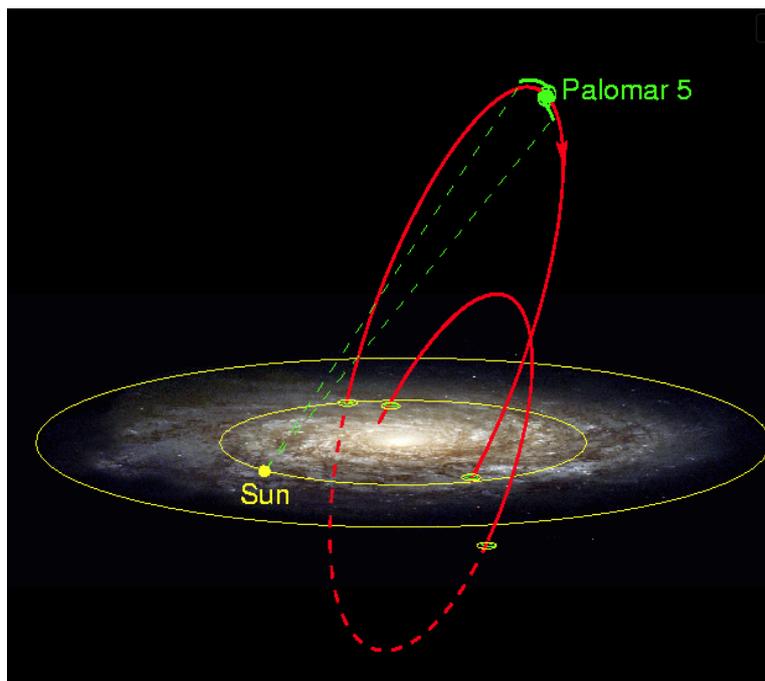


Figura 3.2: Esempio di orbita dell'ammasso globulare Palomar 5.

NGC 2149, Pal 3, Pal 4, Pal 14. Le stelle osservate sono deboli e gli spettri sono stati presi a bassa dispersione, questo comporta un'incertezza sulla misura, dovuta soprattutto a "line blending". Va menzionato il problema della presenza di stelle non appartenenti all'ammasso in questione che contaminano il campione (Olszewski et al. 1986).

CLUSTER	V_{hel}	σ_{int}	σ_{tot}	CLUSTER STARS	FIELD STARS	OTHER	
						V_{hel}	σ
Eridanus	-55.7	21.7	33.3	4	0	-40.5	9.7
NGC 1904 ..	+202.0	12.7	28.4	5	0	+185.5	6.9
NGC 2419 ..	-28.0	6.0	11.8	8	1	-20.	10.
Pal 3	+26.0	11.9	26.0	5	1	+22.	28.
Pal 4	+32.2	7.4	12.5	6	0	+168.	57.
NGC 4147 ..	+152.9	9.5	17.0	5	1	+182.7	9.9
M3 gt	-155.2	15.7	19.3	6	1	-147.1	0.5
M3 subgt ...	-147.6	14.0	17.2	3	0	-147.1	0.5
NGC 5634 ..	-26.0	13.0	16.4	5	0	-63.	12.
Pal 5	-55.4	11.0	15.7	7	0
Pal 14	+27.1	9.1	16.8	6	1	+81.0	2.8

Figura 3.3: Tabella riassuntiva delle velocità radiali nel riferimento locale ottenute da Peterson (1985) messe a confronto con i dati di Webbink 1981, M3 è invece preso da Gunn and Griffin (1979).

Dalla fig 3.3 di nota come il valore di Pal 4 risulti circa l'80% rispetto a stime precedenti mentre Pal 14 di circa il 70%. Le altre velocità differiscono al massimo di 30 km/s.

Una volta stimate le velocità radiali degli ammassi globulari si può costruire una stima della massa della Galassia; infatti un oggetto orbitante con una data velocità è legato gravitazionalmente da una massa minima per poter rimanere vincolato al sistema.

GALACTIC REST FRAME VELOCITIES				
Cluster	V_{rest}	σ	R	$R(V^2 - \sigma^2)$
AM-1	-40.5	20	115	1.43 E5
Eridanus	-160.9	34.7	84	2.07 E6
NGC 2149 ..	-16.8	15.5	80	3.36 E3
Pal 3	-49.6	10.4	95	2.23 E5
Pal 4	+14.6	16.0	100	-4.28 E3
Pal 14	+108.6	19.6	70	7.99 E5
Mean			91	5.5 E5

Figura 3.4: Velocità nel sistema di riferimento galattico da Peterson(1985).

Dalla fig 3.4 presa da Peterson (1985) si osserva come Eridanus possiede le velocità più estreme. Venne quindi stimato un contributo pari ad almeno 10^{12} masse solari. Il calcolo venne fatto prima includendo anche le galassie nane Leo I e Leo II, ma data la notevole distanza, > 200 kpc, e quindi l'incertezza sull'effettiva appartenenza alla nostra Galassia, venne fatto un altro calcolo escludendole. In questo caso la massa della Galassia è determinata in parte dall'ammasso globulare Eridanus, che si trova a 84 kpc ed ha un'alta velocità, pari a $V = -161$ km/s. Il calcolo portava di nuovo a una massa di 10^{12} masse solari.

L'esclusione di Leo I è stata esaminata anche da Sakamoto et al. (2003), la stima della massa totale fatta passa da $2.5 \cdot 10^{12}$ a $1.8 \cdot 10^{12}$ masse solari.

Questo risultato concorda con gli studi fatti sulle velocità radiali delle galassie orbitanti attorno alla nostra Galassia di Li & White (2008), come vedremo più avanti.

Negli stessi anni, Lynden-Bell, assumendo che tutti i sistemi osservati da Peterson fossero legati e facendo delle assunzioni sulle eccentricità limite per le loro orbite, calcolarono una stima della massa totale della galassia usando la seguente formula:

$$M = \left(\frac{\langle R(V^2 - a^2) \rangle}{G \langle e^2 \rangle} \right) \quad (3.1)$$

dove M è la massa contenuta all'interno del raggio medio R , G la costante di gravitazione, V la velocità del sistema a riposo con a l'incertezza ed e l'eccentricità dell'orbita. Venne stimata una massa di $2.6 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ assumendo una distribuzione di velocità isotropica, con $\langle e^2 = 1/2 \rangle$. Ma sistemi così remoti hanno una densità superficiale di massa bassa a tal punto da essere totalmente disintegrati da un eventuale singolo passaggio vicino al centro galattico a causa di forze mareali. Fu per questo fatta un'altra stima per escludere le orbite radiali, quelle a più alta eccentricità, e venne utilizzato come dato $\langle e^2 = 1/8 \rangle$. La stima ottenuta fu di $10^{12} M_{\odot}$.

Il problema dell'ellitticità delle orbite è un punto critico per i modelli di Galassia. La determinazione dell'ellitticità richiede i moti propri oltre alle velocità radiali.

I moti propri di 63 ammassi globulari sono stati recentemente riassunti da Moreno et

al. (2014) (vedi Appendice 1). I dati relativi ai moti propri degli ammassi provengono da studi di Dinescu et al.(1997, 1999, 2001, 2003) e Casetti-Dinescu et al. (2007, 2010, 2013).

Moreno et al. (2014) hanno calcolato le orbite degli ammassi per un potenziale simmetrico e uno asimmetrico (dovuto alla barra). Dalla tabella 2 riassuntiva di Moreno et al. (2014), vedi Appendice 1, abbiamo calcolato l'eccentricità media al quadrato $\langle e^2 \rangle$ nei due casi. Essa risulta pari a $\langle e^2 \rangle = 0.32$ per il potenziale asimmetrico e $\langle e^2 \rangle = 0.31$ per quello simmetrico. Quindi il valore medio aggiornato dell'eccentricità $\langle e^2 \rangle = 1/3$, si pone a metà tra i due valori utilizzati da Lynden-Bell.

Nella tabella di Moreno et al. (2014) sono presenti numerosi ammassi con $e^2 = 1/2$ posti tra i 5 kpc e i 26 kpc di distanza dal centro galattico, il problema della distruzione degli ammassi rimane.

La formula 3.1 fu usata anche da Olszewski & Peterson et al.(1986) su 16 oggetti (vedi fig. 3.5), compresi quelli utilizzati da Peterson (1985), posti a oltre 50 kpc. Notiamo come i dati relativi alle distanze e alle velocità radiali per i 6 oggetti in comune agli studi di Peterson (1985) e Olszewski & Peterson non differiscano molto. Si nota però come il valore di $R_{\odot} = 6.5$ kpc utilizzato da Olszewski et al. (1986) sia molto diverso da quello utilizzato da Peterson pari a $R_{\odot} = 10$ kpc. Il calcolo venne fatto per orbite isotropiche $\langle e^2 \rangle = 1/2$.

CLUSTER	HELIOCENTRIC VELOCITY			GALACTOCENTRIC VELOCITY (km s ⁻¹)	HELIOCENTRIC DISTANCE		GALACTOCENTRIC DISTANCE (kpc)
	Value (km s ⁻¹)	Reference	σ (km s ⁻¹)		Value (kpc)	Reference	
AM-1.....	+116	1	15	-42	116	10	117
Eridanus.....	-20	2	5	-137	81	11	85
	-100	3	40	-217			
NGC 2419.....	-20	2	5	-26	90	12	96
Pal 3.....	+89	2	9	-59	91	13	94
Pal 4.....	+75	2	5	+54	105	14	108
Pal 14.....	+73	2	8	+167			
	+0	3	40	+94	75	15,16	71
Pal 15.....	-47	2	6	+32			
	+71	2	9	+150	95	15,17	90
LMC.....	+270	4	5	+76			
SMC.....	+163	4	5	+28	63	18	61
Draco.....	-289	5	1	-95	75	19	75
Ursa Minor.....	-249	5	1	-88	63	20	65
Sculptor.....	+20	6	15	-13	79	21	79
Carina.....	+230	7	1	+14	91	22	92
Fornax.....	+55	5	5	-34	138	23,24	140
Leo I.....	+185	8,9	25	+77	220	25	220
Leo II.....	+95	8,9	25	+41	220	25,26	220

Figura 3.5: Tabella riassuntiva del lavoro di Olszewski & Peterson et al.(1986). Da Olszewski & Peterson et al.(1986).

Il risultato fu di $6.9 \cdot 10^{11} M_{\odot}$. Dalla tabella si nota come Eridanus, Pal 14, Pal 15, Leo I, Draco e Ursa Minor possano influenzare maggiormente la stima della Galassia essendo gli oggetti con le velocità più estreme (Olszewski & Peterson et al. 1986). Il calcolo venne quindi ripetuto escludendo però dal campione Eridanus, Pal 14 e Pal 15. La stima scese a $2.9 \cdot 10^{11}$ masse solari.

Questo dato pone l'attenzione su come la massa della galassia vari molto a seconda dei limiti fisici che le imponiamo. Il problema nasce sull'effettiva estensione dell'alone.

Non conosciamo quali siano le sue reali dimensioni e l'inclusione o meno di sistemi orbitanti può portare a una variazione di fattore 2 nella massa della Galassia.

Di seguito si elencano alcuni esempi di limiti per l'alone utilizzati in diversi studi: Allen & Martos (1986) e Allen & Santillan (1991) assumono arbitrariamente che l'alone finisca a 100 kpc. Usando un metodo statistico Little & Tremaine (1987) proposero un limite di 50 kpc mentre Lin & Lynden-Bell (1982) trovarono 70 kpc analizzando il Magellanic Stream.

Una più accurata e affidabile stima della massa della Galassia fu possibile solo dopo che vari studi permisero di determinare i moti propri di ulteriori ammassi globulari (Dauphole et al. 1996) e le corrispettive velocità spaziali (Johnson & Soderblom 1987). Questi dati permisero di calcolare le orbite degli ammassi globulari (Allen & Martos 1988).

Visto che un ammasso trascorre la maggior parte del suo periodo orbitale vicino al suo apocentro, ci si aspetterebbe di osservare molti ammassi lontani dal centro galattico. Colin e Dauphole (1995), osservarono un "cut-off" (vedi fig 3.6) per quanto riguarda la presenza di ammassi globulari, a 40 kpc di distanza dal centro galattico (poterono avvalersi dei dati di Dauphole et al. 1996 poiché l'articolo era disponibile già nel 1994, ma venne accettato solo nel 1996).

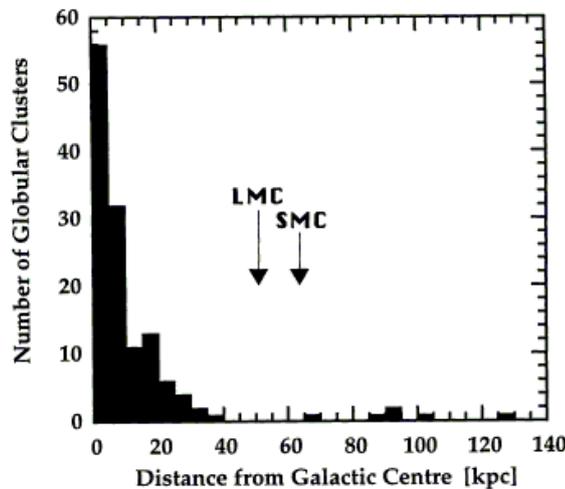


Figura 3.6: La figura illustra la distribuzione delle posizioni di 135 ammassi globulari in funzione della distanza dal centro galattico. Da Colin & Dauphole (1995).

Va menzionato il fatto che a 50 kpc si trova la Grande Nube di Magellano che potrebbe indicare un limite alla presenza di oggetti vincolati alla nostra galassia oltre tale distanza. Nessuno studio al momento ha però trovato corrispondenza tra la mancanza di ammassi e la presenza della Nube di Magellano (Colin & Dauphole 1995). Infatti le ellitticità delle orbite degli ammassi e delle Nubi di Magellano rendono improbabile questa motivazione (Colin & Dauphole 1995). Una spiegazione potrebbe essere quella suggerita da Law & Majevski (2010), propongono un modello di alone non sferico ma prolato, allungato in direzione dei poli galattici e con un rigonfiamento anche in direzione della Grande Nube di Magellano.

Per verificare se la distribuzione degli ammassi globulari in funzione del centro galat-

tico sia stata modificata con il miglioramento delle tecniche di osservazione, abbiamo rifatto il grafico nel presente lavoro (vedi fig. 3.7), utilizzando il catalogo aggiornato di Harris (2010) che comprende un campione di 153 ammassi globulari.

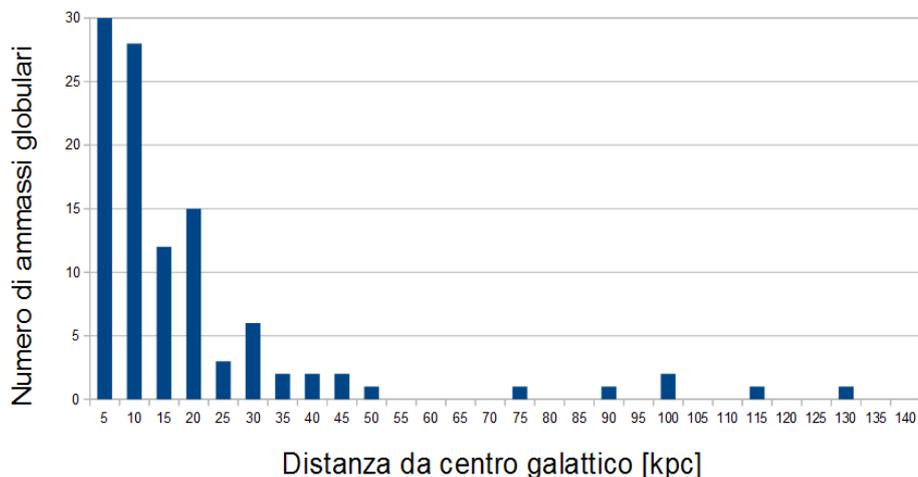


Figura 3.7: Distribuzione scalata degli ammassi in funzione della distanza dal centro galattico.

In generale la distribuzione non si discosta da quella trovata da Colin & Dauphole (1995). Si nota come vi sia un forte aumento di ammassi globulari scoperti di recente a breve distanza dal centro galattico nell'intervallo 0-5 kpc. Ma non si riscontra la stessa evidenza a 40 kpc, il “cut-off” sembrerebbe presente a 50 kpc.

Colin & Dauphole (1995) costruirono un modello galattico che prevedesse un forte potenziale in modo da concordare con la rarefazione di ammassi oltre la distanza limite di 40 kpc e impedire agli ammassi globulari di avere distanze apocentriche superiori ai 40 kpc. Evidenziarono delle problematiche nella distanza apogalattica di NGC 4147 e NGC 5466 poiché risultavano comunque oltre il limite dei 40 kpc nel nuovo potenziale, rispettivamente a 52 e 51.8 kpc ma con errori di incertezza enormi, superiori al 600%. Il calcolo della massa a partire da tale modello portò a un contributo totale pari a $7.9 \cdot 10^{11}$ masse solari entro 40 kpc.

E' interessante andare a confrontare i moti propri utilizzati da Colin & Dauphole (1995) per costruire il loro potenziale, che riportiamo in figura 3.8, con il catalogo aggiornato di Moreno et al. (2014), vedi tabella in Appendice 1.

Per prima cosa notiamo come le velocità radiali, quindi le distanze, e i relativi errori trovano riscontro nei due lavori. Si nota quindi come in vent'anni le distanze e le velocità radiali non siano variate. Per i moti propri invece le differenze sono evidenti, i valori non coincidono a eccezione di NGC 6205, il cui valore si ritrova uguale nei due cataloghi. I valori di Colin & Dauphole sono tendenzialmente maggiori ma non sufficienti a suggerire la presenza di errori sistematici. Da notare il caso di NGC 4147, per il quale una delle due componenti varia il verso del moto nei due cataloghi.

Per quanto gli errori in Colin & Dauphole (1995) le incertezze sulle componenti del moto proprio sono grandi: per NGC 4147 si arriva ad un errore relativo del 50% mentre per NGC 6779 e NGC 7078 si supera il 100%. Vi è quindi una forte incertezza.

Table 4. Basic data for the studied globular clusters

Name	α	δ	d (kpc)	V_{rad} (km.s ⁻¹)	$\mu_{\alpha} \cos \delta$ (" cent ⁻¹)	μ_{δ} (" cent ⁻¹)	ref.	U	V	W	Π		Θ
	(h m s)	(° ' ")									(km.s ⁻¹)		
NGC 4147	12 07 33.3	+18 49 12	18.8 ±1.9	183.0 ±1.0	-0.27 ±0.13	+0.09 ±0.13	1	-250.5 ±118.3	157.9 ±113.3	160.4 ±25.8	167.4 ±153.5	244.3 ±57.2	
NGC 5272	13 39 52.9	+28 37 38	10.1 ±1.0	-146.6 ±0.3	-0.31 ±0.02	-0.23 ±0.04	5	-55.1 ±14.8	43.7 ±23.7	-105.5 ±3.5	62.7 ±9.7	31.9 ±26.2	
NGC 5466	14 03 12.4	+28 46 22	15.8 ±1.6	107.1 ±0.2	-0.54 ±0.13	+0.06 ±0.13	1	-286.8 ±100.6	35.3 ±98.3	224.9 ±29.8	260.8 ±31.9	-124.6 ±137.0	
NGC 5904	15 16 01.9	+02 15 51	7.6 ±0.8	54.3 ±0.4	+0.67 ±0.05	-0.78 ±0.04	6	316.7 ±30.8	194.7 ±16.9	202.0 ±28.6	-290.1 ±28.5	232.4 ±20.6	
NGC 6205	16 39 54.2	+36 33 16	7.2 ±0.7	-246.4 ±0.6	-0.09 ±0.10	+0.55 ±0.20	2	-260.3 ±63.6	145.3 ±37.6	-113.9 ±26.6	290.7 ±22.3	-65.7 ±70.5	
NGC 6779	19 14 38.4	+30 05 40	9.8 ±1.0	-135.9 ±0.9	+0.21 ±0.22	+0.54 ±0.29	4	-291.5 ±118.7	240.2 ±59.0	14.6 ±108.5	333.0 ±9.3	-178.1 ±132.2	
NGC 6934	20 31 44.5	+07 13 55	14.9 ±1.5	-412.2 ±1.6	-0.11 ±0.09	+0.14 ±0.07	7	-240.0 ±46.4	-10.7 ±32.0	254.3 ±58.2	-24.8 ±34.7	-239.0 ±44.4	
NGC 7078	21 27 33.2	+11 56 49	10.5 ±1.1	-108.1 ±0.7	-0.10 ±0.14	-1.02 ±0.14	3	296.9 ±73.1	-144.4 ±51.7	-196.5 ±67.4	-258.7 ±15.0	205.2 ±88.3	
NGC 7089	21 30 54.9	-01 02 44	11.9 ±1.2	-3.1 ±0.9	+0.55 ±0.14	-0.42 ±0.14	2	-107.1 ±70.1	40.1 ±63.2	-306.2 ±71.6	68.3 ±41.2	-91.7 ±84.9	

Figura 3.8: Tabella riassuntiva del lavoro di Colin & Dauphole (1995).

Questo dato è propagato nell'errore nella stima delle distanze apocentriche di Colin & Dauphole (1995) che riportiamo nella figura 3.9 .

Name	R_{GC} (kpc)	R_{apo} (kpc)	
		AM86	This model
NGC 4147	20.9	84.7	52.0 \pm $\begin{matrix} \infty \\ 24.3 \end{matrix}$
NGC 5272	11.9	12.8	12.5 \pm $\begin{matrix} 0.3 \\ 0.2 \end{matrix}$
NGC 5466	16.2	90.1	51.8 \pm $\begin{matrix} 346.9 \\ 21.8 \end{matrix}$
NGC 5904	6.2	69.8	37.3 \pm $\begin{matrix} 17.1 \\ 10.0 \end{matrix}$
NGC 6205	8.4	30.6	21.4 \pm $\begin{matrix} 14.5 \\ 7.8 \end{matrix}$
NGC 6779	9.4	53.5	33.4 \pm $\begin{matrix} 148.6 \\ 15.8 \end{matrix}$
NGC 6934	12.1	53.3	31.7 \pm $\begin{matrix} 28.0 \\ 12.5 \end{matrix}$
NGC 7078	10.5	66.6	37.0 \pm $\begin{matrix} 95.4 \\ 19.0 \end{matrix}$
NGC 7089	10.6	42.0	27.7 \pm $\begin{matrix} 30.8 \\ 11.2 \end{matrix}$

Figura 3.9: Confronto tra distanze apogalattiche calcolate da Colin & Dauphole (1995) e Allen & Martos (1986).

Si nota come gli errori sulle distanze apocentriche siano elevati, in particolare per NGC 4147 e NGC 5466. Non bisogna stupirsi di questo perché gli errori sul moto proprio sono proporzionali alla distanza dell'ammasso globulare: errori minimi sul moto proprio di ammassi globulari molto distanti si propagano e generano grandi errori sulle

distanze apogalattiche (Colin & Dauphole 1995). Infatti NGC 4147 e NGC 5466 sono gli ammassi globulari più distanti.

I moti propri di Moreno et al. (2014) presentano un errore relativo che oscilla tra il 10% e il 30%. Le stime fatte sulla massa da Colin & Dauphole risentono quindi fortemente degli errori sui moti propri.

Questo pone l'attenzione sulla necessità di poter fruire di dati sui moti propri molto precisi di ammassi globulari e anche di stelle, come vedremo in seguito, per stime accurate della massa della Galassia.

Per quanto riguarda gli ammassi globulari le attuali osservazioni da terra possono raggiungere un'accuratezza di 10-15 mas pari ad un errore del 15% sul moto proprio. Percentuale che è importante se consideriamo il 50% e oltre relativo trovato da Colin & Dauphole (1995).

Oltre al moto proprio di ammassi globulari è possibile studiare il moto proprio di singole stelle per determinare un limite inferiore alla massa. Przybilla et al. (2010) hanno studiato e misurato il moto proprio completo di SDSSJ153935.67+023909.8 (J1539+0239 abbreviato), una stella BHB di popolazione II (vedi fig. 3.10). Tale stella è risultata essere situata a $d = 12$ kpc e avere la più alta velocità radiale negativa nell'alone, 649 km/s.

Przybilla et al. (2010) dal moto proprio sono riusciti a ricostruire la traiettoria 3D completa della stella oltre che la distanza, misurata conoscendo la massa, la temperatura effettiva, la gravità superficiale e la magnitudine corretta per estinzione, seguendo il metodo illustrato da Ramspeck et al. (2001).

E' stato infine utilizzato il potenziale di Allen & Santillan (1991) di cui abbiamo parlato nel Capitolo 1 e il moto della stella attraverso l'alone è stato ricostruito usando il programma di Odenkirchen & Brosche (1992). E' stata avanzata l'ipotesi che la sua elevata cinematica possa essere il risultato dell'interazione con il probabile buco nero super massiccio posto al centro della nostra galassia, che risulta essere il principale meccanismo di generazione di stelle di alta velocità (Hills 1988).

L'estrema cinematica di questa stella permette di stabilire un significativo limite inferiore alla massa dell'alone per poterla rendere gravitazionalmente legata, pari ad almeno $1.7 \cdot 10^{12}$ masse solari, che è tra i più elevati tra quelli esaminati, ovviamente nell'ipotesi che sia gravitazionalmente legata.

Quantity	Value	Quantity	Value
V (mag)	15.72 ± 0.02	$E(B - V)$ (mag)	0.04 ± 0.03
$\mu_\alpha \cos \delta$ (mas yr ⁻¹)	-10.6 ± 1.6	μ_δ (mas yr ⁻¹)	-10.0 ± 2.3
l (deg)	8.9836	b (deg)	+42.9515
$\mu_l \cos b$ (mas yr ⁻¹)	-14.3 ± 2.1	μ_b (mas yr ⁻¹)	$+2.8 \pm 1.9$
T_{eff} (K)	7700 ± 250	$\log g$ (cgs)	3.00 ± 0.15
$[M/H]$	-2.0α	$[\alpha/Fe]$	+0.4
M/M_\odot	0.68 ± 0.05	d (kpc)	12.0 ± 2.3
v_{rad} (km s ⁻¹)	-372.6 ± 5.8	v_{GRF} (km s ⁻¹)	694^{+300}_{-221}
v_{esc} (km s ⁻¹)	519		

Figura 3.10: Risultati dell'analisi spettroscopica e cinematica di J1539+0239 da Przybilla et al. (2010).

Questo lavoro illustra come se le misure sono precise, anche stelle individuali possono essere usate per stabilire un limite inferiore alla massa dell'alone e alla Galassia. Il dato determinante è la completa conoscenza delle informazioni cinematiche. Questo studio illustra alcuni possibili sviluppi per quello che potrà essere il lavoro nel futuro prossimo. Nel 2018 ci potremmo avvalere come già detto dell'enorme mole di dati che ci fornirà la missione spaziale Gaia. Gaia fornirà misure di posizione, moto proprio e distanza molto precise, si parla di $24\mu\text{as}$ a 15 mag, e $200\mu\text{as}$ a 20 mag, di circa un miliardo di stelle nella nostra Galassia. Ciò equivale all' 1% della popolazione stellare galattica. Con un'accuratezza di oltre due ordini di grandezza rispetto alle misure da terra.

3.1.1 Massa della Galassia dalla curva di rotazione

La curva di rotazione della Via Lattea è crescente fino a circa 0.5 kpc, decrescente da 0.5 kpc a 2 kpc e poi è piatta o leggermente crescente oltre 2 kpc (vedi fig. 2.4 e 2.5). L'andamento è simile alle curve di altre galassie a spirale (Casertano & Albada 1990).

La forza gravitazionale derivante dal disco visibile e dalle componenti sferoidali non può produrre una curva di rotazione con le caratteristiche descritte.

Per questo in molti dei più recenti modelli della Galassia è stata inserita una componente in massa di "dark matter" che si estende a grandi distanze, per ovviare all'evidenza sperimentale.

Per lo studio della curva di rotazione della nostra Galassia gli oggetti candidati devono essere sufficientemente brillanti per poter essere osservati a grandi distanze, inoltre devono avere dei buoni indicatori di distanza e avere delle velocità radiali ben definite: tutte queste caratteristiche si possono riscontrare tra le altre nelle stelle al carbonio (Schechter 1988), nelle cefeidi (Caldwell 1987) e negli ammassi globulari.

La curva di rotazione della galassia è uno strumento fondamentale ed è stata utilizzata in maniera ripetuta per calcolare la struttura in massa della Via Lattea (Fich & Tremaine 1991, Sofue & Rubin 2001). Considerando che il 70% della luminosità è contenuta nel raggio solare, la massa della Galassia è esprimibile secondo Fich & Tremaine (1991) come:

$$M = f \left(\frac{\Theta_o^2 R_o}{G} \right)$$

dove f è un coefficiente vicino all'unità, Θ_o la velocità radiale, R_o il raggio preso in considerazione e G la costante di gravitazione universale. La formula precedente è valida solo per distanze maggiori di R_\odot . Questo perché la curva di rotazione della Galassia non si ottiene da un singolo metodo: la parte interna della curva ($R < R_\odot$) è ottenibile con il metodo delle velocità terminali applicato alle osservazioni in radio (Burton 1998). Tale metodo fallisce però per quanto riguarda la parte esterna ($R > R_\odot$).

E' difficile ottenere informazioni sui vincoli della struttura della Galassia a grandi distanze, dai dati osservativi con questa tecnica. Qualsiasi popolazione di traccianti soffre di bassi numeri statistici e/o limitati dati dinamici, oltre alle incertezze sui vincoli

gravitazionali con la nostra Galassia. Sofue e Honma utilizzarono nel 1997 il metodo del “disk-thickness” per studiare la struttura esterna, in alternativa è possibile sfruttare le distanze ottiche combinate con le linee CO (Blitz 1986).

Nonostante si ritenga che le maggiori incertezze si trovino nella parte esterna della curva di rotazione della Galassia, un recente studio di Chemin et al. (2015) focalizza l’attenzione anche sull’incertezza nella parte interna, come vedremo più avanti.

Le curve di rotazione delle galassie sono solitamente decomposte nelle loro componenti. Quelle più utilizzate per le galassie a spirale e quindi per la nostra galassia sono: bulge, disco e alone (vedi fig. 2.5). Sofue et al.(2009) ottenne una curva di rotazione aggiornata integrando i più recenti studi dell’epoca, utilizzando le costanti galattiche $R_{\odot} = 8\text{kpc}$ e $V_{\odot} = 200\text{ km/s}$, costanti che trovano conferme anche al giorno d’oggi. Propose per la prima volta un profilo di de Vaucouleurs per il bulge di massa pari a $1.8 \cdot 10^{10}$ masse solari, mentre per il disco propose un modello esponenziale $6.5 \cdot 10^{10}$ masse solari e uno isoterma per l’alone di 10^{11} masse solari entro 20 kpc. In un successivo studio Sofue et al.(2009) stimarono una massa totale pari a $8.7 \cdot 10^{11}$ masse solari entro 385 kpc, che corrisponde a metà della distanza che vi è tra la nostra Galassia e M31.

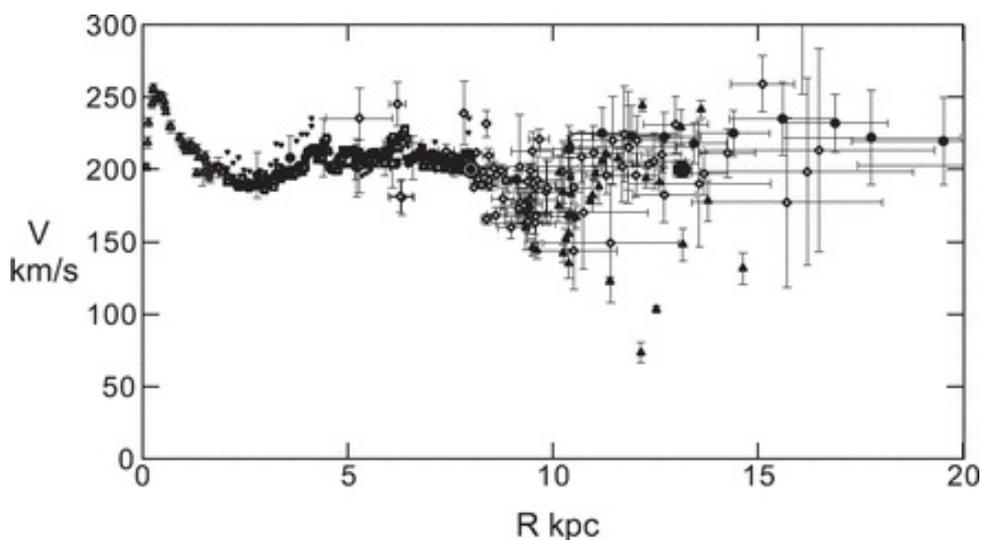


Figura 3.11: Curva di rotazione della Galassia da Sofue et al. (2009)

Recenti sviluppi sulla massa interna

Si presenta ora brevemente un riesame critico della massa interna dalla curva di rotazione della Galassia da un recente articolo di Chemin et al. (2015).

Si nota come le curve di rotazione finora studiate presentino un’accuratezza relativamente buona nella parte interna ma grandi barre d’errore nella parte esterna, che è quella più critica per la massa dell’alone. Questo è dovuto alla diversa tecnica di analisi: nella parte interna della Galassia (vedi fig. 3.12) la curva di rotazione è definita dal metodo del “tangent-point” (TP), che utilizza le velocità lungo la linea di vista terminali. Per la parte esterna $R > R_{\odot}$ il TP non può essere applicato, misurare $V(R)$ richiede una misura delle velocità radiali da oggetti la cui distanza può essere determinata direttamente, ad esempio le cefeidi. Visto che le stime di distanza di singoli

oggetti sono sempre affetti da incertezze, la curva di rotazione per grandi valori di R è meno precisa rispetto alla parte interna.

Altre motivazioni sono: la mancanza di dati osservativi come le informazioni sui moti propri, la debolezza delle sorgenti luminose dovute alla distanza e alla scarsa presenza statistica delle popolazioni di traccianti.

In un recente studio Chemin et al. (2015) hanno posto degli interrogativi anche sull'accuratezza della parte interna della curva di rotazione della Galassia.

Usare una curva di rotazione non corretta presenta delle conseguenze sulla forma della distribuzione di massa, in particolare per quanto riguarda la componente del bulge di cui vedremo gli effetti.

Le velocità radiali delle stelle che portano a stime indirette delle distanze non sono efficaci per definire la regione interna della curva di rotazione. Le osservazioni CO e HI del mezzo interstellare sono state a lungo utilizzate come punto di riferimento per stabilire la parte interna della curva di rotazione della Via Lattea (Burton & Gordon 1978, Gunn et al. 1979, Clemens 1985, Fich et al. 1989, McClure-Griffiths & Dickey 2007, Levine et al. 2008, Sofue et al. 2009, Marasco & Fraternali 2012). Stime indirette delle velocità di rotazione e delle distanze sono ottenute col metodo del "tangent-point", che utilizza le velocità lungo le linee di vista terminali.

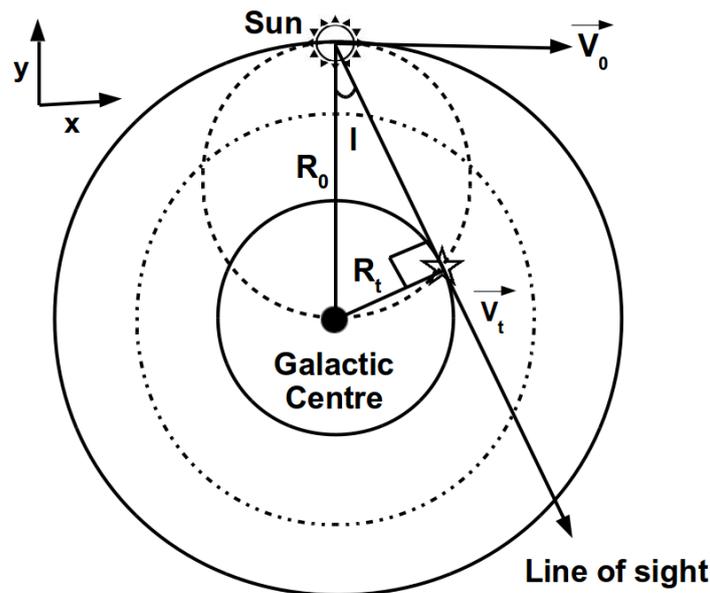


Figura 3.12: Schema del metodo del tangent-point utilizzabile nella parte interna della Galassia.

Queste velocità e la curva di rotazione che deriva dal metodo TP sono le basi cinematiche di molti modelli di massa della Galassia (Merrifield 1992, Dehen & Binney 1998, Kalberla 2003, Famaey & Binney 2005, Sofue et al. 2009, Sofue 2013).

La critica deriva dal fatto che la distribuzione del gas e le sue cinematiche su cui si basa il metodo del TP sono perturbate dalla barra Galattica.

Gli effetti della barra sulle velocità terminali del gas furono mostrate per primi da Liszt & Burton (1980) e Blitz & Spergel (1991). Simulazioni del mezzo interstellare

Galattico hanno mostrato la dipendenza delle velocità terminali rispetto alla posizione dell'osservatore nel disco (Fux 1999, Englmaier & Gerhard 1999, Bissantz et al. 2003, Rodriguez-Fernandez & Combes 2008).

Per vedere quindi se il metodo TP fornisce una ragionevole curva di rotazione Chemin et al. (2015) lo hanno applicato utilizzando la simulazione della Galassia di Renaud et al. (2013). Questa simulazione riproduce la struttura principale, composta di barra e spirali, sia in termini cinematici che morfologici. La distanza del Sole assunta dal centro galattico è di $R_{\odot} = 8$ kpc.

Le simulazioni sono state ripetute mantenendo la distanza dal centro galattico costante, ma variando la posizione del Sole, questo per monitorare gli effetti dell'orientazione della barra sui risultati scaturiti dal metodo TP.

Le curve di rotazione per le varie orientazioni della barra sono illustrate in figura 3.13.

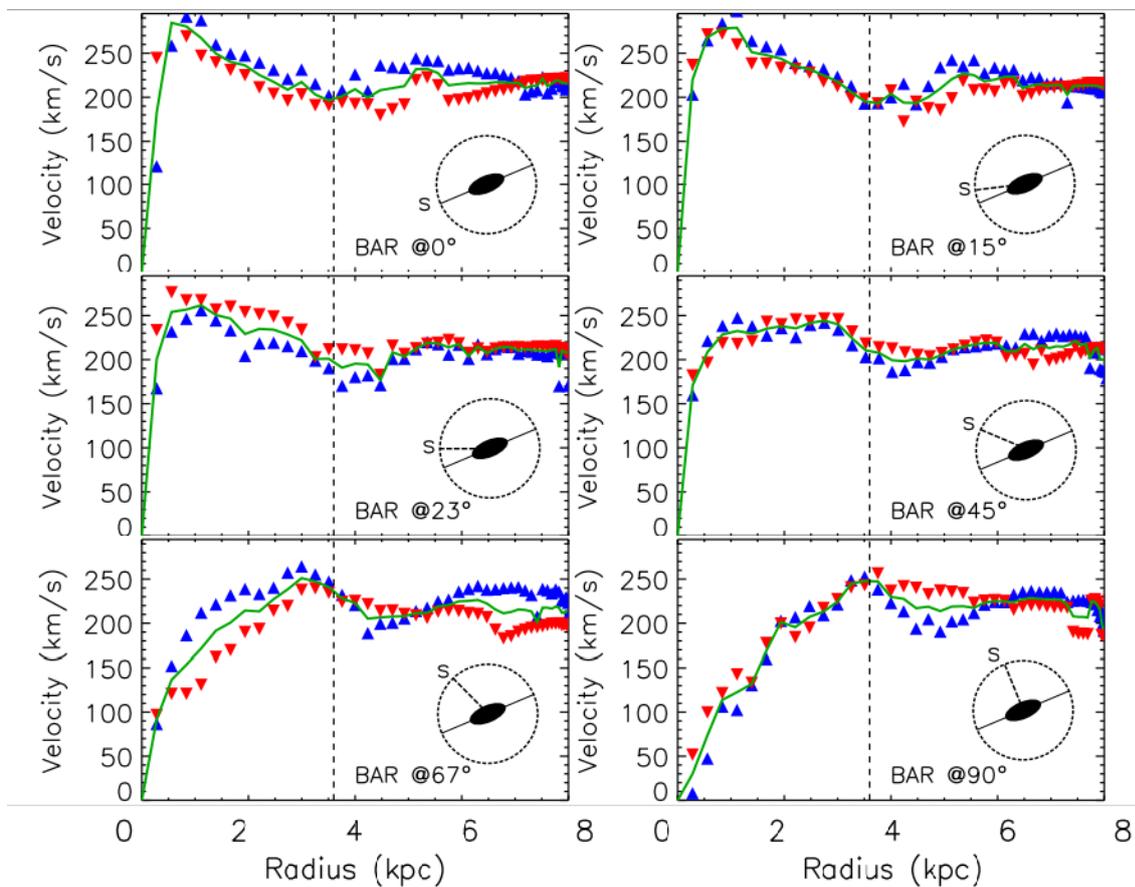


Figura 3.13: Curve di rotazione prese a varie inclinazioni della barra. La linea tratteggiata indica il raggio corotante definito da Chemin et al. (2015).

Si nota come le velocità concordino bene con la curva di rotazione della Galassia (vedere Fig 3.11) per quanto riguarda $R > 4.5$ kpc. Inoltre le curve di rotazione risultano costanti oltre i 5.5 kpc.

Si nota come siano presenti forti asimmetrie per la parte interna $R < 4.5$ kpc. Il confronto con la curva di rotazione della Galassia mostra come il metodo TP raramente combacia con i vari profili.

Da questo confronto nascono dei dubbi sull'effettiva validità del metodo TP per calco-

lare la parte interna della curva di rotazione della Galassia. L'orientazione della barra rispetto all'osservatore influenza fortemente la forma del profilo di velocità.

La differenza quindi nella curva di rotazione non è direttamente legata al metodo TP stesso, ma una combinazione di più fattori come la natura asimmetrica del disco e la posizione del Sole.

Una diretta conseguenza nell'utilizzare un'incorretta curva di rotazione basata sulle misure del metodo TP consiste in un'incorretta distribuzione di massa al centro della Galassia. Molti modelli prevedono un contributo in massa dominante del bulge stellare per le regioni centrali per spiegare il picco di velocità nel profilo (Merrifield 1992, Sofue et al. 2009, Sofue 2013).

Si confronta ora in fig. 3.14 la curva di rotazione incorretta e la curva di rotazione mediata dai vari profili ottenuti dalle simulazioni e corretta per le perturbazioni asimmetriche della barra calcolata da Chemin et al. (2015).

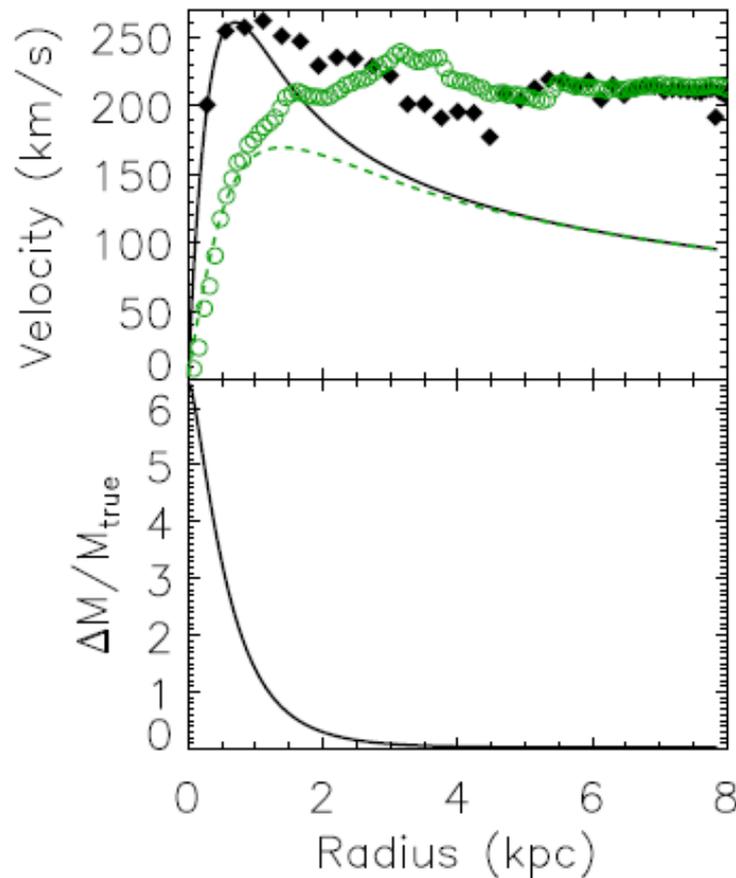


Figura 3.14: Sopra: modelli di distribuzione di massa con la curva corretta da Chemin et al.(2015). I simboli aperti e la linea tratteggiata verde rappresentano la curva di rotazione corretta e il contributo del bulge, i simboli pieni e la linea nera rappresentano la curva di rotazione tradizionale e il contributo del bulge. I contributi di disco e alone non sono riportati.

Sotto: errore sulla massa integrata del bulge. $\Delta M = M_{inc} - M_{true}$, dove M_{inc} è la massa dedotta dal bulge tradizionale e M_{true} è la massa del bulge corretto.

Il picco di velocità per il bulge tradizionale si vede a circa 260 km/s, posto a $d =$

0.7 kpc, che risulta essere il 54% maggiore e racchiuso in un raggio più piccolo di un fattore 2 rispetto al picco della curva di rotazione ottenuta mediando i vari profili alle varie inclinazioni.

Il vero bulge risulta essere quindi più grande e leggermente meno denso del bulge incorretto. La sua distribuzione di massa è meno concentrata e questo comporta una modifica della massa della Galassia da $1.7 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ per il bulge tradizionale a $1.6 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ per quello vero entro 8 kpc. Una variazione di circa il 5 % entro il raggio dell'orbita solare, un contributo relativamente modesto ma comunque da tenere in considerazione. Infatti l'errore entro la distanza $d = 0.5$ kpc risulta essere del 330% rispetto alla vera massa e del 140 % entro $d = 1$ kpc (Chemin et al. 2015). Quindi la massa del bulge tradizionale risulta essere 4.3 volte e 2.4 volte più grande.

Si nota come tuttavia per quanto riguarda il disco e l'alone il contributo rimane inalterato in entrambi i modelli di massa.

Visti i risultati, possiamo dire come il metodo TP e le velocità terminali forniscano una curva di rotazione entro i 4.5 kpc dal centro galattico non corretta.

Quindi possiamo dire come i modelli di distribuzione della massa che si basano su questo metodo risultano da correggere nelle parti interne, con un bulge stimato pari a 1 kpc di raggio.

Si ricorda come tutte le simulazioni concordino oltre la distanza $d = 4.5$ kpc, e non vi siano cambiamenti per quanto riguarda il profilo piatto oltre i 6 kpc.

La conclusione è che questo lavoro suggerisce una importante redistribuzione delle masse ma la massa totale rimane invariata.

3.1.2 Massa viriale

Il teorema del viriale può essere applicato anche alle galassie a spirale. Le ipotesi da tenere conto sono le stesse di quelle per le galassie ellittiche: si deve ipotizzare uno stato stazionario, nessuna espansione quindi né contrazione nel tempo scala di osservazione. Il sistema deve essere distribuito secondo una distribuzione sferica. Si utilizza quindi la formula: $2T + W = 0$ dove T è l'energia cinetica mentre W quella potenziale. Conoscendo la distribuzione di luce e con un M/L definito e costante, possiamo quindi passare da un profilo di luce ad un profilo di massa.

McMillan (2011) utilizzando uno schema con bulge, disco e alone oscuro arriva a calcolare una massa viriale pari a $1.26 \cdot 10^{12}$ masse solari. La massa è definita viriale poiché compresa in un sistema di dimensioni finite, il cui limite è il raggio viriale, ovvero il raggio a cui la densità locale all'interno della sfera è 200 volte la densità critica dell'universo.

McMillan arriva a calcolare anche il contributo di massa barionica: partendo dalla massa viriale ottiene la massa stellare attraverso un coefficiente calibrato da altre galassie.

$$M_* = M_v \cdot A \left[\left(\frac{M_v}{M_0} \right)^{-\alpha} + \left(\frac{M_v}{M_0} \right)^{\beta} \right]^{-\gamma}$$

dove M_* è la massa stellare, M_v massa viriale, $M_0 = 10^{11}$ masse solari e i coefficienti sono: $A = 0.129$, $\alpha = 0.321$, $\beta = 0.261$, $\gamma = 2.440$.

Il risultato fu pari a $6.43 \cdot 10^{10}$ masse solari. Tale stima però risulta in disaccordo per difetto con la relazione Tully-Fisher, applicata sempre dallo stesso McMillan utilizzando

una velocità circolare pari a 239 km/s. La Tully-Fisher prevederebbe una minor velocità di rotazione o una maggiore massa barionica.

Kaffe et al. (2012) hanno presentato uno studio cinematico sull'alone galattico fino a 60 kpc circa, utilizzando 4664 BHB, stelle blu del ramo orizzontale per determinare le proprietà dinamiche della Galassia. Hanno costruito un profilo di velocità radiale, ma a causa della mancanza di dati sul moto proprio un'analisi completa è resa possibile solo entro i 25 kpc.

La massa all'interno di 25 kpc è stimata in $2.1 \cdot 10^{11} M_{\odot}$ e la massa viriale dell'alone oscuro della Via Lattea è stimata essere $0.9 \cdot 10^{12}$ masse solari con un raggio viriale $R_v = 250$ kpc. Dagli studi di popolazioni di stelle simili (BHB), il risultato in massa viriale è concorde con quello di Xue et al. (2008).

3.2 Massa barionica

Il terzo metodo consiste nel calcolare la massa barionica della Galassia dalla stima della massa stellare. Si precisa come con il termine massa barionica ci si riferisca alla massa delle stelle, escludendo il mezzo interstellare oltre che tutti gli oggetti non visibili nelle vicinanze del Sole: "remnants" tipo BH, stelle a neutroni spente e nane bianche al termine della loro evoluzione.

La ridotta densità del mezzo interstellare attorno al Sole permette di studiare le stelle vicine senza l'influenza delle polveri, che si concentrano sul piano galattico, dove le informazioni si ottengono grazie alle osservazioni in radio.

La popolazione stellare di campo in prossimità del Sole è costituita prevalentemente da popolazione I, mentre le stelle povere di metalli e di alta velocità (popolazione II appartenenti all'alone) risultano essere molto rare invece, circa il 2%.

L'alone galattico è costituito da stelle di campo e ammassi globulari, gli ammassi globulari sono considerati tra i migliori traccianti della popolazione di alone per via della possibilità di misurarne con precisione posizione, età e metallicità, dato che sono costituiti da popolazioni stellari omogenee. Le stelle di campo invece sono difficili da misurare a più di 10 kpc poiché deboli e isolate.

Sfruttando queste informazioni la massa dell'alone galattico è stata stimata da Carney et al. (1989) dal conteggio degli ammassi globulari poveri di metalli fino a 35 kpc integrato dalle stelle di campo di alone ricavate dal rapporto locale rispetto agli ammassi globulari.

Il risultato finale di $1.5 \cdot 10^9 M_{\odot}$ non dista molto dal limite inferiore ipotizzato da Mihalas & Binney (1981), che stimarono la massa dell'alone compresa tra $2 \cdot 10^9 M_{\odot}$ fino a $9 \cdot 10^9 M_{\odot}$, ma posero l'attenzione sul fatto che le loro stime erano incerte. Incertezza che viene confermata da recenti studi Licquia et al. (2015) come vedremo in seguito.

Per ottenere la distribuzione di massa dell'alone si utilizzano i globular cluster ivi presenti e si calcola la densità empiricamente. Una volta fatto questo si determina la parte mancante dovuta alle stelle di campo facendo l'assunzione che il loro rapporto sia equivalente a quello locale tra stelle di campo e gli ammassi globulari dove il discriminante per per le stelle di campo rimane la velocità.

L'ipotesi è che il rapporto tra stelle e ammassi globulari nell'alone sia uguale a quello nelle vicinanze nel Sole.

Con tale ipotesi possiamo andare a fare una stima della massa.

Per determinare la massa cumulativa e la distribuzione di densità di massa seguiamo la metodologia di Saha (1985), la massa totale di un sistema a simmetria sferica contenuta all'interno di un raggio R è:

$$M(R) = \int 4\pi r^2 \rho(r) dr = M(r_1) = \int_{r_1}^R 4\pi r^2 \rho(r) dr$$

dove la densità ρ è sconosciuta e r_1 rappresenta un ipotetico raggio interno del quale si conosca la massa cumulativa.

Per conoscere la densità si deve differenziare la distribuzione di massa cumulativa e compararla a $R = R_\odot$ con la densità locale di stelle di campo. Per sapere $M(r)$ è stata compilata una lista di ammassi entro 40 kpc (vedi fig. 3.15 e 3.16), oltre questa distanza vi è un cambio di distribuzione di densità dei globular cluster (Zinn 1985). L'attenzione è inoltre rivolta solo agli ammassi globulari con $[Fe/H] < -1.0$ poiché ammassi più metallici appartengono ad un'altra popolazione (Zinn 1985).

Le magnitudini integrate in banda V degli ammassi globulari sono state stimate da diagrammi colore-magnitudine e funzioni di luminosità: in particolare Palomar 12 da Ortolani & Gratton (1988). Da questi dati è stata calcolata una distanza galattocentrica e una magnitudine assoluta in banda V corretta, per ogni ammasso globulare. La massa totale degli ammassi è stata stimata utilizzando $(M/L)_v = 2.5$ (Meylan 1989). Il risultato trovato da Carney è mostrato in figura 3.13.

Abbiamo aggiornato il grafico in questo lavoro (vedi fig. 3.18) utilizzando il catalogo di Harris del 2010 con 157 globular cluster.

Si nota come l'andamento risulti pressoché invariato nonostante l'aumento di campione. Dalle magnitudini assolute in banda V del catalogo si sono ottenute le relative luminosità, da queste sempre utilizzando un $(M/L)_v = 2.5$ si è costruito il grafico escludendo gli ammassi all'interno di 5 kpc come fatto da Carney et al. (1989).

Dal grafico si ottiene $M(r)$ e quindi la densità di ammassi globulari locale pari a $1.46 \cdot 10^3 M_\odot / kpc^3$ entro 8 kpc (distanza galattocentrica del sole assunta da Carney et al. (1989)). Per la densità stellare locale adottarono $1.0 \cdot 10^5 M_\odot / kpc^3$, un valore medio tra il valore proposto da Eggen (1987) di $6 \cdot 10^5 M_\odot / kpc^3$ e quello molto inferiore proposto da Bahcall e Casertano (1986) pari a $3.8 \cdot 10^4 M_\odot / kpc^3$.

Le differenze tra le due densità sono da ricondurre ai diversi modelli utilizzati, anche se i dati di Bahcall e Casertano furono in parte smentiti da Friel (1987).

La massa stimata degli ammassi risulta quindi essere pari a 1.5% del totale, recentemente Gratton et al. (2012) hanno stimato questa percentuale essere 1.2%. Questa nuova percentuale deriva dalle assunzioni sulla perdita di massa nelle prime fasi di vita degli ammassi globulari. La massa totale risulta quindi aumentata del 20%.

Utilizzando le densità sopraelencate la massa barionica totale dell'alone stimata da Carney fu di $1.5 \cdot 10^9 M_\odot$ con un alone che si estende per 40 kpc. È un valore che concorda con recenti studi fatti da Licquia et al. (2015) sulla massa dell'alone, pari a $10^9 M_\odot$. I dati indicano che l'alone possiede poca massa barionica perché dominato dalla materia oscura.

Si ipotizza che il contribuente principale nella massa barionica della Galassia sia il disco: la materia oscura è concentrata nell'alone e poco presente nel disco, ne è la prova lo studio di Moni Bidin et al. (2014) che hanno calcolato la densità locale di materia oscura pari ad un massimo di $3.5 m M_\odot / pc^3$. Stima molto bassa se paragonata alle densità di $10^4 - 10^5 M_\odot / pc^3$ sopracitate.

AM-4	13	53	30.0	-26	55	0	-2.00	0.06	17.58	17.78
NGC 5466	14	3	12.4	28	46	22	-2.22	0.00	15.95	9.12
NGC 5634	14	26	59.4	-5	45	15	-1.82	0.04	17.01	9.70
NGC 5694	14	36	41.6	-26	19	25	-1.92	0.10	17.69	10.17
IC 4499	14	52	9.3	-82	0	49	-1.50	0.24	16.79	10.70
NGC 5824	15	0	53.8	-32	52	23	-1.87	0.14	17.27	8.96
Pal 5	15	13	31.5	0	4	20	-1.47	0.03	16.48	11.00
NGC 5897	15	14	31.3	-20	49	39	-1.68	0.06	15.46	8.32
NGC 5904 M5	15	16	1.9	2	15	51	-1.40	0.03	14.22	5.85
NGC 5946	15	31	49.5	-50	29	37	-1.37	0.53	16.30	9.11
NGC 5986	15	42	46.8	-37	37	51	-1.67	0.29	15.70	7.49
Pal 14	16	8	48.0	15	5	0	-1.47	0.03	19.21	14.50
NGC 6093 M80	16	14	3.4	-22	51	9	-1.68	0.16	15.03	7.21
NGC 6101	16	20	5.7	-72	5	14	-1.81	0.04	16.05	8.90
NGC 6121 M4	16	20	31.4	-26	24	36	-1.28	0.40	12.44	5.81
NGC 6139	16	24	17.4	-38	44	16	-1.65	0.78	16.70	8.99
NGC 6144	16	24	10.5	-25	54	48	-1.75	0.36	15.83	8.91
NGC 6171 M107	16	29	43.9	-12	56	54	-1.00	0.31	14.60	8.07
NGC 6205 M13	16	39	54.2	36	33	16	-1.65	0.02	14.15	5.80
NGC 6218 M12	16	44	38.6	-1	51	34	-1.61	0.17	14.08	6.63
NGC 6229	16	45	34.4	47	36	57	-1.54	0.00	17.26	9.36
NGC 6235	16	50	25.6	-22	5	45	-1.40	0.34	15.81	9.60
NGC 6254 M10	16	54	30.7	-4	1	21	-1.60	0.28	13.83	6.55
Pal 15	16	57	27.0	0	28	0	-1.90	0.40	19.08	12.80
NGC 6266 M62	16	58	1.5	-30	2	23	-1.29	0.48	15.02	6.55
NGC 6273 M19	16	59	32.1	-26	11	50	-1.68	0.36	16.16	6.78
NGC 6284	17	1	25.2	-24	41	46	-1.24	0.29	15.96	8.86
NGC 6287	17	2	8.5	-22	38	25	-2.05	0.62	15.86	9.36
NGC 6293	17	7	4.1	-26	31	11	-1.92	0.37	15.42	8.33
NGC 6325	17	14	56.6	-23	42	48	-1.44	0.89	16.42	10.76
NGC 6333 M9	17	16	16.0	-18	27	55	-1.78	0.34	15.33	7.70
NGC 6341 M92	17	15	35.0	43	11	21	-2.24	0.02	14.50	6.46
NGC 6355	17	20	52.2	-26	18	29	-1.50	0.78	16.34	9.66
NGC 6362	17	26	44.8	-67	0	39	-1.08	0.11	14.30	8.11
NGC 6366	17	25	4.7	-5	2	10	-1.00	0.65	14.67	10.06
NGC 6397	17	36	37.1	-53	38	52	-1.91	0.18	12.19	6.00
NGC 6401	17	35	33.7	-23	52	52	-1.13	0.84	16.32	9.70
NGC 6402 M14	17	34	58.6	-3	13	2	-1.39	0.59	16.61	7.44
NGC 6426	17	42	24.6	3	11	24	-2.20	0.43	17.39	11.00
NGC 6453	17	47	31.9	-34	35	8	-1.53	0.60	16.85	9.70
NGC 6517	17	59	6.3	-8	57	34	-1.34	1.08	17.09	10.26
NGC 6522	18	0	21.7	-30	2	11	-1.44	0.45	15.37	8.52
NGC 6535	18	1	16.6	0	18	0	-1.75	0.32	15.03	10.28
NGC 6541	18	4	24.6	-43	42	47	-1.83	0.18	14.46	6.46
NGC 6544	18	4	15.7	-25	0	16	-1.56	0.79	14.17	8.17
NGC 6584	18	14	37.9	-52	14	7	-1.54	0.11	15.96	8.86
NGC 6626	18	21	28.3	-24	53	52	-1.44	0.40	14.72	6.85
NGC 6638	18	27	50.8	-25	31	55	-1.15	0.41	15.52	9.06
NGC 6642	18	28	51.7	-23	30	47	-1.29	0.36	14.57	9.20
NGC 6656 M22	18	33	21.1	-23	56	44	-1.75	0.32	13.43	4.99
NGC 6681 M70	18	39	57.3	-32	20	32	-1.51	0.08	14.55	8.10
NGC 6712	18	50	20.5	-8	46	6	-1.01	0.48	15.08	8.02
NGC 6715 M54	18	51	51.2	-30	32	34	-1.43	0.15	16.83	7.58
NGC 6723	18	56	11.2	-36	42	4	-1.09	0.00	14.48	7.13
NGC 6752	19	6	27.3	-60	3	51	-1.54	0.04	12.96	5.37
NGC 6779 M56	19	14	38.4	30	5	40	-1.94	0.21	15.50	6.12
NGC 6809 M55	19	36	49.1	-31	4	41	-1.82	0.06	13.66	6.23
NGC 6864 M75	20	3	7.9	-22	3	55	-1.32	0.17	16.53	8.51
NGC 6934	20	31	44.5	7	13	55	-1.54	0.15	15.96	9.04
NGC 6981 M72	20	50	43.2	-12	43	37	-1.54	0.04	16.01	9.36
NGC 7006	20	59	9.3	15	59	25	-1.59	0.05	17.90	10.64
NGC 7078 M15	21	27	33.4	11	56	49	-2.15	0.10	15.23	6.29
NGC 7089 M2	21	30	54.9	-1	2	44	-1.62	0.02	15.24	6.45
NGC 7099 M30	21	37	31.6	-23	24	23	-2.13	0.04	14.56	7.53
Pal 12	21	47	18.0	-21	28	0	-1.14	0.02	16.12	12.20
Pal 13	23	4	14.2	12	30	5	-1.79	0.05	16.95	14.49
NGC 7492	23	5	48.6	-15	52	57	-1.51	0.00	16.26	11.61

Figura 3.15: Lista di ammassi globulari poveri in metalli da Carney et al.(1989).

Si nota come le stime di materia barionica tendano ad essere inferiori anche di un'ordine di grandezza rispetto a quelle viriali e gravitazionali. Oltre alla "dark matter" si deve tener conto di una presenza di materia barionica oscura intesa come pianeti non visibili, "remnants" e "brown dwarfs".

CLUSTER	R.A. (1950)	DEC.	[Fe/H]	E(B-V)	(m-M)	V
NGC 288	0 50 21.2	-26 51 41	-1.40	0.04	14.41	7.97
NGC 362	1 1 32.6	-71 6 59	-1.27	0.06	14.49	6.42
NGC 1261	3 10 53.2	-55 24 13	-1.29	0.00	15.71	8.25
AM-1	3 53 36.0	-49 46 0	-1.69	0.00	20.93	15.89
Eridanus	4 22 0.0	-21 18 0	-1.35	0.03	19.36	14.79
NGC 1851	5 12 27.6	-40 6 13	-1.33	0.02	15.14	6.70
NGC 1904 M79	5 22 7.0	-24 34 8	-1.68	0.01	15.41	7.84
NGC 2298	6 47 12.9	-35 56 50	-1.81	0.08	15.47	9.44
NGC 2419	7 34 45.5	38 59 44	-2.10	0.03	19.85	10.80
NGC 2808	9 11 3.9	-64 39 23	-1.37	0.22	15.30	6.13
Pal 3	10 2 57.5	0 18 54	-1.78	0.03	19.72	14.67
NGC 3201	10 15 33.5	-46 9 38	-1.56	0.21	13.93	6.66
Pal 4	11 26 37.9	29 14 57	-2.20	0.00	19.84	14.14
NGC 4147	12 7 33.3	18 49 12	-1.80	0.02	16.10	10.19
NGC 4372	12 22 49.2	-72 22 56	-2.08	0.45	14.85	8.00
NGC 4590 M68	12 36 48.7	-26 28 6	-2.09	0.03	14.95	8.24
NGC 4833	12 56 13.4	-70 36 18	-1.86	0.32	14.72	6.97
NGC 5024 M53	13 10 28.3	18 26 2	-2.04	0.00	16.27	7.69
NGC 5053	13 14 0.1	17 57 41	-2.58	0.01	16.15	9.83
NGC 5139 om Cen	13 23 45.8	-47 13 3	-1.59	0.11	13.70	3.54
NGC 5272 M3	13 39 52.9	28 37 38	-1.66	0.01	14.80	6.31
NGC 5286	13 43 16.0	-51 7 25	-1.79	0.27	15.45	7.49

Figura 3.16: Lista di ammassi globulari poveri in metalli da Carney et al.(1989).

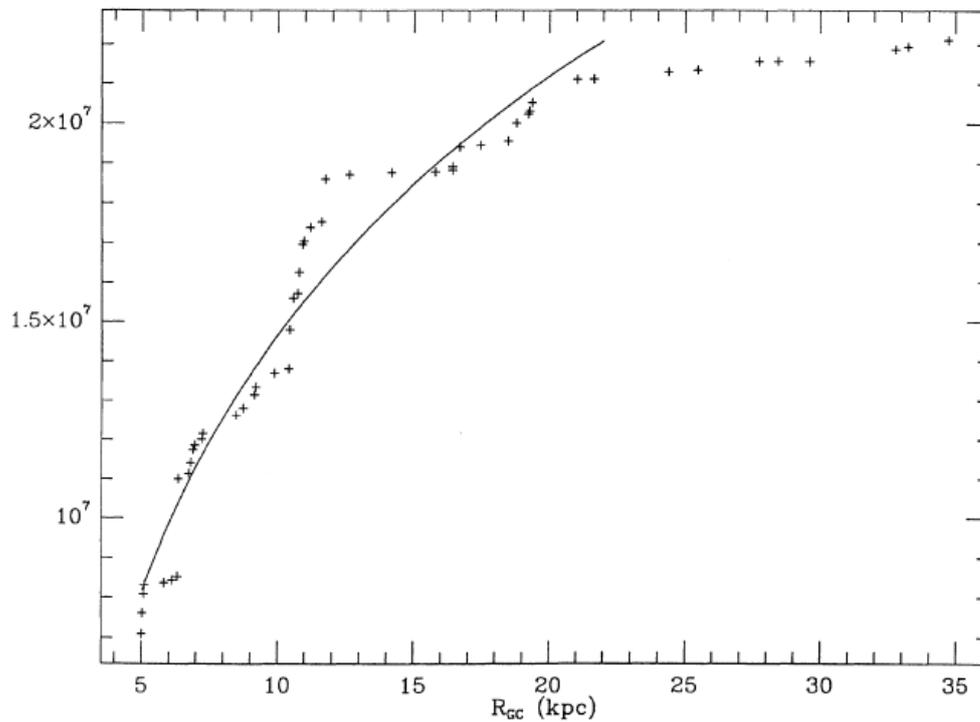


Figura 3.17: In figura mostriamo l'andamento per la massa cumulativa partendo da 5 kpc, distanza critica oltre la quale vi sono forti incertezze dovute alla distanza. La linea continua nera rappresenta un "fit" logaritmico con $M(r) \propto 9.40 \cdot 10^6 \cdot \ln(R)$ con R in kpc. In ordinata l'unità di misura sono M_{\odot} . Carney et al. (1989).

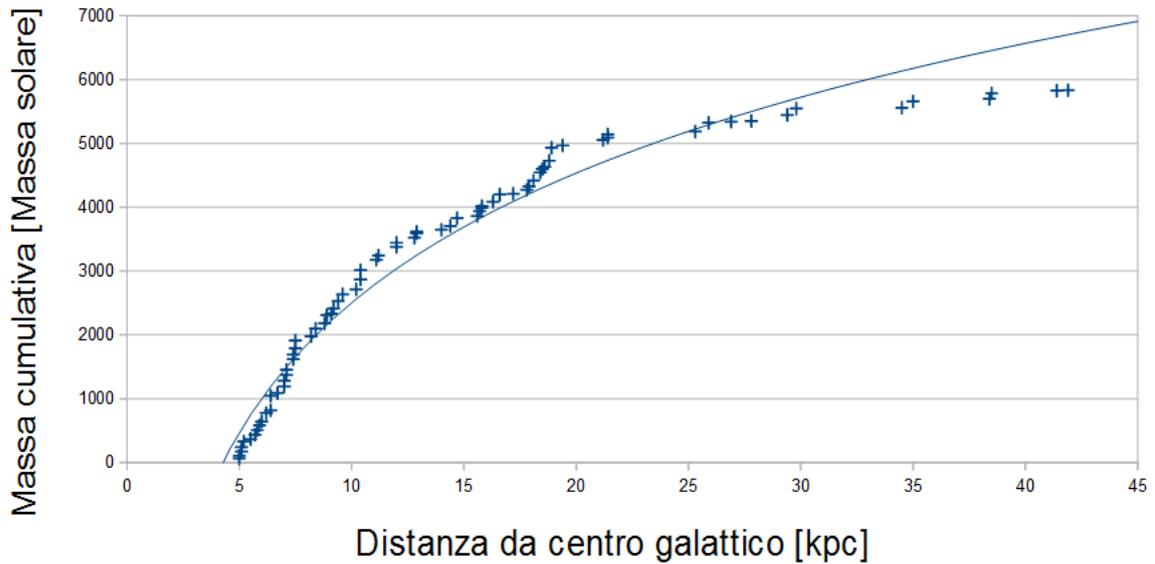


Figura 3.18: Massa cumulativa degli ammassi globulari, ai dati si deve sommare il contributo in massa della parte interna $R < 5$ kpc della Galassia che venne quantificato da Carney in $4 \cdot 10^6 M_{\odot}$. Le croci rappresentano la somma parziale cumulativa, la linea continua blu è un “fit” logaritmico.

Licquia et al. (2015) dopo aver esaminato 20 metodi indipendenti per la stima della massa della Galassia e le sue componenti (vedi fig. 3.19), costruiscono dei profili della Galassia usando modelli statistici.

Reference	$M_{\star}^B \pm 1\sigma$ ($10^{10} M_{\odot}$)	R_0 assumed (kpc)	Constraint type	$M_{\star}^B \pm 1\sigma(R_0 = 8.33\text{kpc})$ ($10^{10} M_{\odot}$)
Kent (1992)	1.69 ± 0.85	8.0	Dynamical	1.76 ± 0.88
Dwek et al. (1995)	2.11 ± 0.81	8.5	Photometric	2.02 ± 0.78
Han & Gould (1995)	1.69 ± 0.85	8.0	Dynamical	1.76 ± 0.88
Blum (1995)	2.63 ± 1.32	8.0	Dynamical	2.74 ± 1.37
Zhao (1996)	2.07 ± 1.03	8.0	Dynamical	2.15 ± 1.08
Bissantz et al. (1997)	0.81 ± 0.22	8.0	Microlensing	0.81 ± 0.22
Freudenreich (1998) ^b	0.48 ± 0.65	...	Photometric	0.48 ± 0.65
Dehnen & Binney (1998)	0.61 ± 0.38	8.0	Dynamical	0.62 ± 0.38
Sevenster et al. (1999)	1.60 ± 0.80	8.0	Dynamical	1.66 ± 0.83
Klypin et al. (2002)	0.94 ± 0.29	8.0	Dynamical	0.98 ± 0.31
Bissantz & Gerhard (2002) ^c	0.84 ± 0.09	8.0	Dynamical	0.87 ± 0.09
Han & Gould (2003)	1.20 ± 0.60	8.0	Microlensing	1.20 ± 0.60
Picaud & Robin (2004)	0.54 ± 1.11	8.5	Photometric	0.54 ± 1.11
Hamadache et al. (2006)	0.62 ± 0.31	None	Microlensing	0.62 ± 0.31
Wyse (2006)	1.00 ± 0.50	None	Historical review	1.00 ± 0.50
López-Corredoira et al. (2007)	0.60 ± 0.30	8.0	Photometric	0.65 ± 0.33
Calchi Novati et al. (2008)	1.50 ± 0.38	8.0	Microlensing	1.50 ± 0.38
Widrow et al. (2008)	0.90 ± 0.11	7.94	Dynamical	0.95 ± 0.12

Figura 3.19: Tabella riassuntiva degli studi presi in considerazione da Licquia et al. (2015).

Da questi stimano la massa del bulge pari a $0.91 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ con buon accordo a Widrow et al. (2008). Si nota come il solo bulge supera la stima barionica prevista per l'intero alone da Carney et al. (1989). Questo non ci deve stupire perché è la conferma che la massa dell'alone è dominata dalla materia oscura.

La massa del disco trovata da Licquia et al.(2015), da uno studio statistico di valori di letteratura, risulta $5.17 \cdot 10^{10} M_{\odot}$. La componente barionica stellare dell’alone della Galassia è stimata in 10^9 masse solari. Il contributo dominante alla massa totale stellare è dato quindi dal disco. La somma totale è pari quindi a $6.08 \pm 1 \cdot 10^{10}$ masse solari. Il fattore di incertezza maggiore sulla stima della massa del disco e quindi della Galassia è legato al raggio dell’orbita solare R_{\odot} , Licquia et al.(2015) utilizzano il dato calcolato da Gillessen et al.(2009) di $R_{\odot} = 8.33$ kpc. Dato che deriva dalla determinazione diretta della distanza da *SgrA**(il centro della Galassia) basato sulle orbite delle stelle vicine al centro. Andando a vedere la letteratura risulta essere un buon compromesso tra valori bassi pari a 8 kpc (Sofue et al.2009) e valori alti 8.5 kpc (Moreno et al.2014) presenti in altri studi.

La dipendenza dall’orbita solare R_{\odot} coinvolge tutte le stime di massa della Galassia. Utilizzando ad esempio il teorema del viriale si può dimostrare come le stime cinematiche del bulge siano direttamente proporzionali a R_{\odot} . Stime fotometriche della luminosità del bulge basate sul flusso misurato dalla nostra posizione scalano invece con R_{\odot}^2 . La massa del bulge misurata usando il “microlensing” ha una dipendenza da R_{\odot} invece ancora incerta (Licquia et al. 2015).

Le incertezze su R_{\odot} andranno sempre più a diminuire, grazie ai metodi geometrici sempre più precisi e alle missioni spaziali, abbiamo già citato Gaia precedentemente, che andranno a fornirci importanti dati per migliorarne la stima.

Property	Fiducial Result	$\partial/\partial R_{\odot}$	$\partial/\partial L_d$
M_{\star}^B	$0.91 \pm 0.07 \times 10^{10} M_{\odot}$	$0.093 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$	$0.004 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$
M_{\star}^D	$5.17 \pm 1.11 \times 10^{10} M_{\odot}$	$3.000 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$	$0.469 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$
M_{\star}	$6.08 \pm 1.14 \times 10^{10} M_{\odot}$	$3.093 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$	$0.473 \times 10^{10} M_{\odot} \text{ kpc}^{-1}$
B/T	$0.150^{+0.028}_{-0.019}$	-0.061 kpc^{-1}	-0.011 kpc^{-1}
SFR	$1.65 \pm 0.19 M_{\odot} \text{ yr}^{-1}$	$0 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$	$0 M_{\odot} \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
sSFR	$2.71 \pm 0.59 \times 10^{-11} \text{ yr}^{-1}$	$-1.381 \times 10^{-11} \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$	$-2.111 \times 10^{-12} \text{ yr}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$

Figura 3.20: Tabella riassuntiva dei risultati ottenuti da Licquia et al. (2015).

Facendo dei paragoni la massa barionica calcolata da Mcmillan (2011) è pari a $6.43 \cdot 10^{10} M_{\odot}$. La stima di Licquia et al. (2013) è in linea con questo studio. Entrambi sono elevate rispetto a studi del passato (Carney et al.1989).

Questo dato è importante perché aumentando la massa barionica diminuisce il contributo e la percentuale di materia oscura della Galassia, componente che sappiamo essere dominante nell’alone.

Capitolo 4

Confronto con M31

M31 è una galassia a spirale facente parte del Gruppo Locale, ed è insieme alla Via Lattea uno dei suoi elementi più massivi (Sofue 2013), attorno ai quali orbitano molti satelliti e galassie nane (Mateo 1998). La massa totale di queste è almeno due ordini di grandezza meno massiva delle due galassie principali (Sofue 2013). Per questo motivo possiamo considerare che la massa di LG sia rappresentata da quelle di M31 e della nostra Galassia. Le due galassie si trovano a 750 kpc di distanza dalla nostra Galassia.

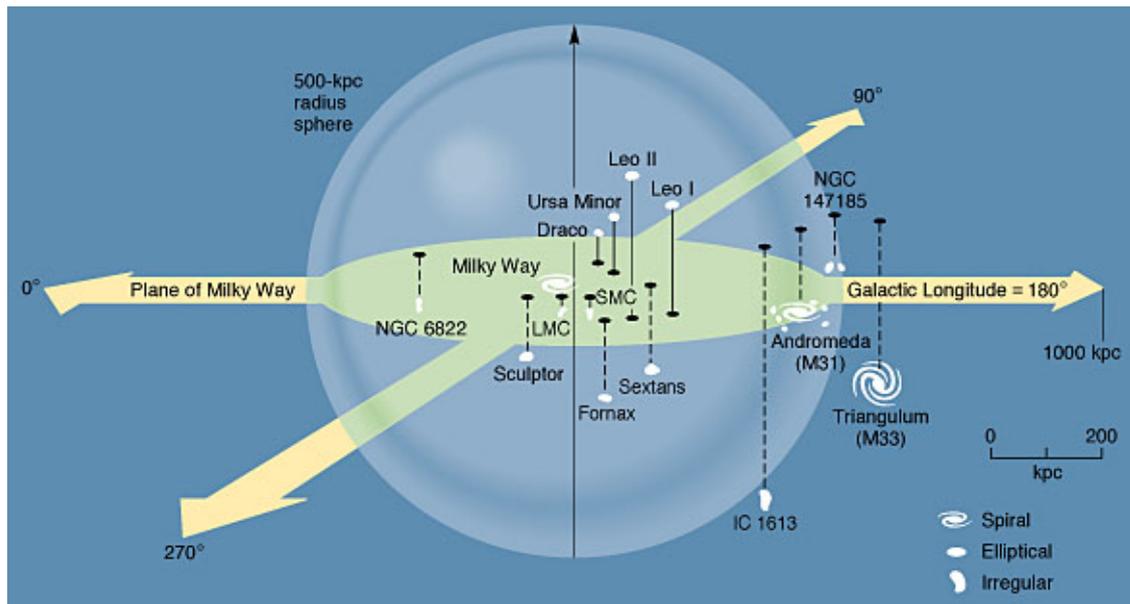


Figura 4.1: Schema del Gruppo Locale

Le loro masse e l'estensione dei relativi aloni oscuri sono vitali per comprendere la struttura e la dinamica del Gruppo Locale anche se la loro stima è molto complessa, questo perché non si conosce l'estensione dell'alone di materia oscura nel quale esse sono presumibilmente immerse (Phelps 2013). La dinamica dei satelliti e dei membri delle galassie nel Gruppo Locale è un valido aiuto per conoscere informazioni sui vincoli della sua massa.

La prima misura della somma delle due masse calcolata a partire dai loro moti relativi fu pari a $3 \cdot 10^{12} M_{\odot}$ (Kahn & Woltjer 1959). Stimarono una velocità radiale negativa di M31 pari a $V_{rad} = -296$ km/s, utilizzando una velocità circolare attorno al sole

$V_{\odot} = 216$ km/s stabilirono che i centri delle due galassie si stanno avvicinando a 125 km/s. Utilizzarono questa analisi per sostenere che le due galassie non dovevano essersi formate a grande distanza l'una dall'altra. Facendo l'ipotesi che i due sistemi abbiano percorso la maggior parte della loro orbita attorno al loro centro di gravità in circa 10^{10} anni. Di conseguenza il loro periodo orbitale non deve essere superiore a 15 miliardi di anni. Da questo ottennero la massa. Impostarono la terza legge di Keplero:

$$P^2 = \left(\frac{4\pi^2}{GM^*} \right) a^3 \leq 2 \cdot 10^{35} \text{ sec}^2$$

dove M^* è la massa ridotta del sistema, P il periodo, a parametro e G costante di gravitazione. La conseguente conservazione dell'energia, assumendo che non vi fosse nel sistema momento angolare, risulta:

$$\left(\frac{GM^*}{2a} \right) = \left(\frac{GM^*}{D} \right) - E_k$$

Da qui ottennero una stima di $3 \cdot 10^{12} M_{\odot}$. Tale stima è però influenzata dalla non correttezza dei dati di base utilizzati: Kahn & Woltjer 1959 assunsero una massa della Via Lattea di sole $1 \cdot 10^{11}$ masse solari e una distanza tra le due galassie di soli 600 kpc. Così come viene fatto per la Via Lattea, anche di M31 è possibile comporre la curva di rotazione e scomporla nelle varie componenti.

La curva di rotazione di M31 è studiata grazie alle osservazioni HI. Carignan et al. (2006) ne hanno analizzato la forma (vedi fig. 4.2). Il suo profilo è stato studiato fino a 35 kpc, è risultato essere piatto a circa 226 km/s tra i 20 kpc e i 35 kpc. La massa prevista in 35 kpc è $3.4 \cdot 10^{11} M_{\odot}$.

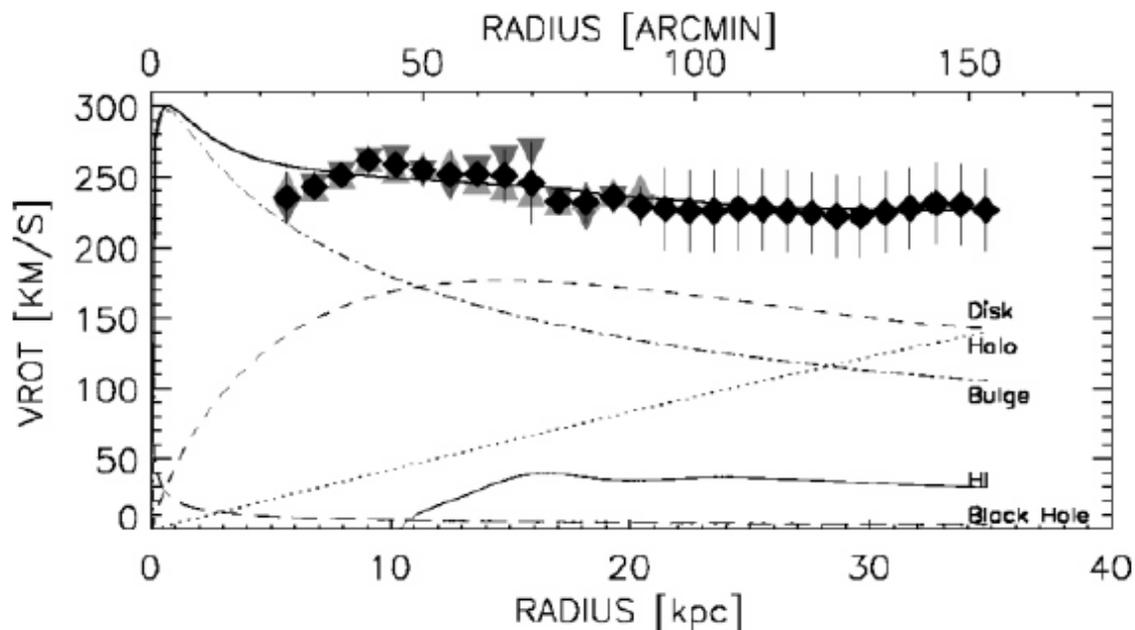


Figura 4.2: Curva di rotazione di M31 da Carignan et al. (2006). Le varie componenti sono riportate in figura.

Ipotizzando però che le due Galassie possano avere lo stesso profilo e siano distanti 700 kpc servirebbe una componente in massa extra di alone che circonda le due galassie dell'ordine di 10^{12} masse solari per stabilizzare il Gruppo Locale e vincolarsi a vicenda (Sofue 2013).

La massa totale sembra però essere dello stesso ordine di grandezza della Via Lattea, essa è compresa tra $(1.5 - 5.5) \cdot 10^{12} M_{\odot}$ secondo Phelps, Nusser, Desjacques (2013). Van der Marel e Guhathakurta (2008) hanno analizzato le velocità radiali delle galassie satellite che ruotano attorno alla Galassia e a M31, che hanno portato ad una stima della massa totale di almeno 10^{12} masse solari.

Sofue (2013) ha costruito una pseudo curva di rotazione per il Gruppo Locale, trovando una massa per la Via Lattea pari a $8.7 \cdot 10^{11}$ entro un raggio di 750 kpc, circa la distanza da M31. Questo valore è di un'ordine di grandezza inferiore alla massa totale richiesta per legare gravitazionalmente il Gruppo Locale (Sofue 2013). Assumendo che le due galassie siano gravitazionalmente legate al Gruppo Locale, la massa totale deve essere dell'ordine di $4 \cdot 10^{12}$ masse solari, con una forte presenza di materia oscura (Sofue 2013).

Un altro metodo per calcolare la massa del Gruppo Locale è possibile a partire dalla dispersione di velocità, quindi utilizzando il teorema del viriale e le sue ipotesi. Il calcolo fatto fu pari a $2.3 \cdot 10^{12}$ masse solari (Phelps et al. 2013). Risultato che non si discosta molto da quello trovato da Boylan-Kolchin et al. (2013) di $1.6 \cdot 10^{12}$ masse solari sempre utilizzando il metodo viriale.

Van der Marel et al. (2012) riescono a misurare per la prima volta il moto proprio completo di M31. Grazie ai dati ad alta precisione presi con due strumenti ACS/WFC e WFC3/UVIS dell'Hubble Space Telescope in due periodi diversi tra il 2002 e il 2010 van der Marel et al. (2012) misurano la posizione di migliaia di stelle appartenenti ad M31 e la posizione di galassie compatte in "background".

Per determinare il moto proprio delle stelle di M31 si parte dal determinare la disposizione del moto proprio delle galassie in "background" che fungono da riferimento. Da queste si deriva il moto proprio delle stelle di M31. Il moto proprio è stato misurato in 3 diversi campi (vedi fig. 4.3): nel disco lungo l'asse maggiore, nello sferoide vicino all'asse minore e il terzo sul Giant Southern Stream. Ogni campo è stato osservato per un periodo superiore ai 40 giorni.

Il moto proprio medio di ogni campo di osservazione è stato ottenuto dal moto medio delle di M31 nei due periodi di osservazione in funzione delle galassie di riferimento.

Il moto proprio (μ_w, μ_n) per ognuno di loro è risultato in unità mas yr^{-1} : $(-0.0458, -0.0376) \pm (0.0165, 0.0154)$, $(-0.0533, -0.0104) \pm (0.0246, 0.0244)$, e $(-0.0179, -0.0357) \pm (0.0278, 0.0272)$.

Il moto proprio in ogni campo è la somma di 3 componenti: il moto di M31, la prospettiva di vista di M31 e le cinematiche interne a M31. Per correggere questi contributi sono stati costruiti dei modelli a N corpi. I modelli includevano disco, bulge, sferoide e alone oscuro. Nonostante le velocità interne a M31 siano dell'ordine di centinaia di km/s gli errori trovati sono piccoli (< 25 km/s) questo è dovuto alla accurata scelta dei campi di osservazione, di cui si conoscono bene le proprietà.

Si riporta in figura 4.4 la tabella riassuntiva del lavoro di Van der Marel et al. (2012) con le velocità corrette da errori sopracitati e convertite in km/s.

Riportiamo in figura 4.5 i moti propri ottenuti nei 3 field convertiti in km/s usando una distanza di M31 pari a 770 kpc e il moto proprio medio pesato.

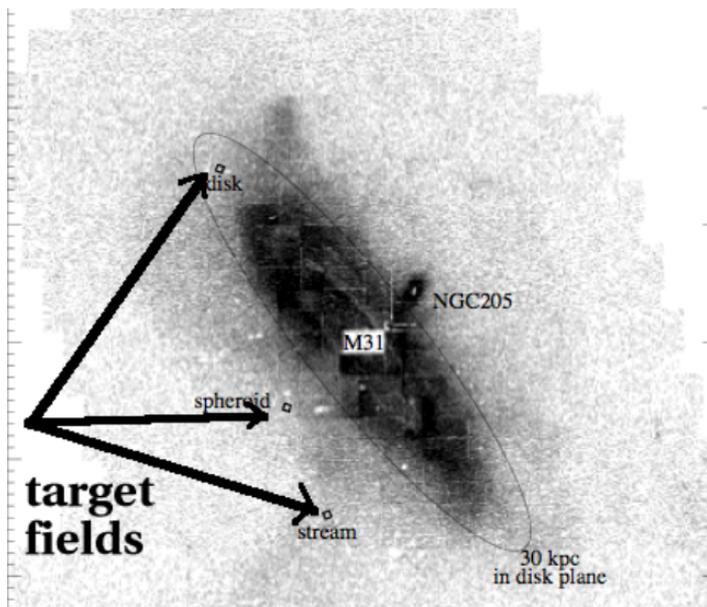


Figura 4.3: Punti di osservazione del moto proprio di stelle di M31 studiati da Van del Marel et al.(2012).

Method	v_{LOS} km/s	v_W km/s	v_N km/s
(1)	(2)	(3)	(4)
<i>HST PMs + Internal Kinematics Model + Viewing Perspective</i>			
Spheroid Field	...	-179.1 ± 64.1	-122.6 ± 60.0
Disk Field	...	-158.0 ± 92.4	-0.5 ± 91.3
Stream Field	...	-126.3 ± 103.6	-247.5 ± 102.1
Weighted Av.	...	-162.8 ± 47.0	-117.2 ± 45.0
<i>Analysis of Satellite LOS Kinematics</i>			
M31 Satellites	-279.3 ± 16.4	-176.1 ± 144.1	8.4 ± 85.4
M33 PM	-183.1 ± 84.9	-47.7 ± 88.2	70.9 ± 91.5
IC 10 PM	-346.1 ± 84.8	-16.2 ± 88.0	-47.3 ± 89.3
Outer LG Galaxies	-361.3 ± 83.6	-140.5 ± 58.0	-102.6 ± 52.5
Weighted Av.	-281.1 ± 15.6	-97.0 ± 40.7	-45.1 ± 36.6
<i>All methods combined</i>			
Weighted Av.	...	-125.2 ± 30.8	-73.8 ± 28.4

Figura 4.4: Colonna (1): oggetto osservato. Colonna (2): velocità radiale. Colonna (3)-(4): componenti moto proprio.

Il risultato generale per il moto di M31 è di $v_w = -125 \pm 31$ km/s e $v_n = -74 \pm 28$ km/s. Questo è stato un grande risultato perché da uno studio di oltre 15.000 stelle si è riusciti ad ottenere, grazie alla strumentazione del telescopio Hubble, un errore di soli $12 \mu\text{as/yr}$.

Questo ha permesso di definire con alta precisione il moto relativo tra la nostra Galassia e M31 pari a una velocità radiale $V_{\text{rad}} = -109.2 \pm 4.4$ km/s. Da questo dato si può dedurre una possibile collisione futura tra la nostra Galassia e M31. Questa collisione

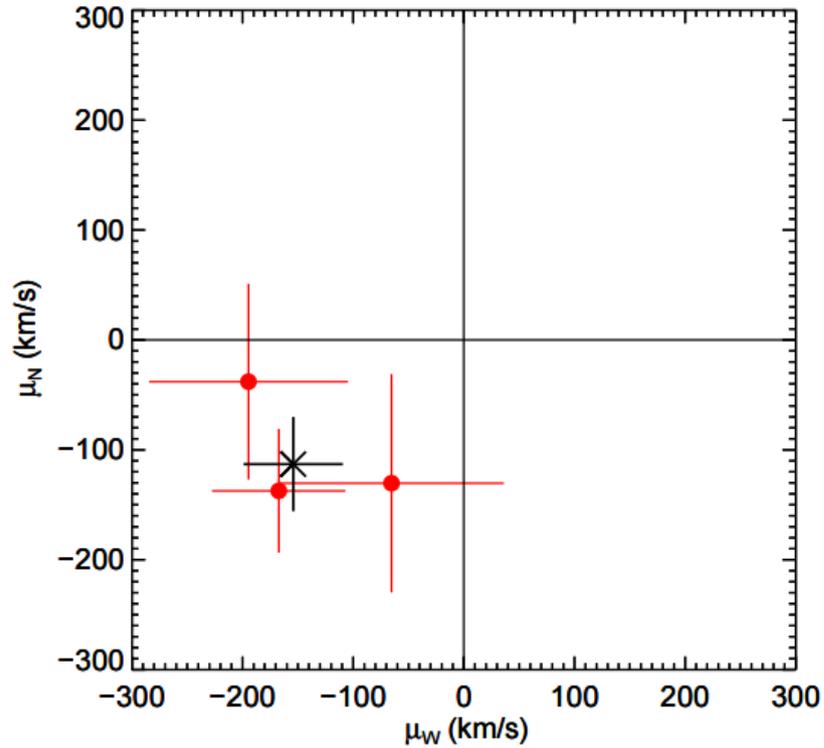


Figura 4.5: Moto proprio medio nei 3 field di osservazione di M31 in rosso, in nero il moto proprio medio pesato.

potrebbe avvenire non prima di 4 miliardi di anni.

Avendo a disposizione dati riguardanti le velocità radiali molto precisi, si è potuto costruire un modello in massa sia per M31 che per il Gruppo Locale. Van der Marel et al. (2012) hanno proposto una massa totale viriale per il Gruppo Locale pari a $4.93 \cdot 10^{12} M_{\odot}$, una stima elevata ma in linea con quanto predetto da Sofue (2013).

Si nota come i vari studi concordino con una massa minima totale dell'ordine di 10^{12} masse solari, le stime fatte tenendo conto solo delle masse calcolate non riescono a mantenere vincolate M31 e la Via Lattea, non viene quindi giustificata l'esistenza del Gruppo Locale. Si deve parlare di materia oscura da aggiungere alla massa minima per poter vincolare il sistema. E' per questo difficile poter stimare una massa limite superiore per il Gruppo Locale.

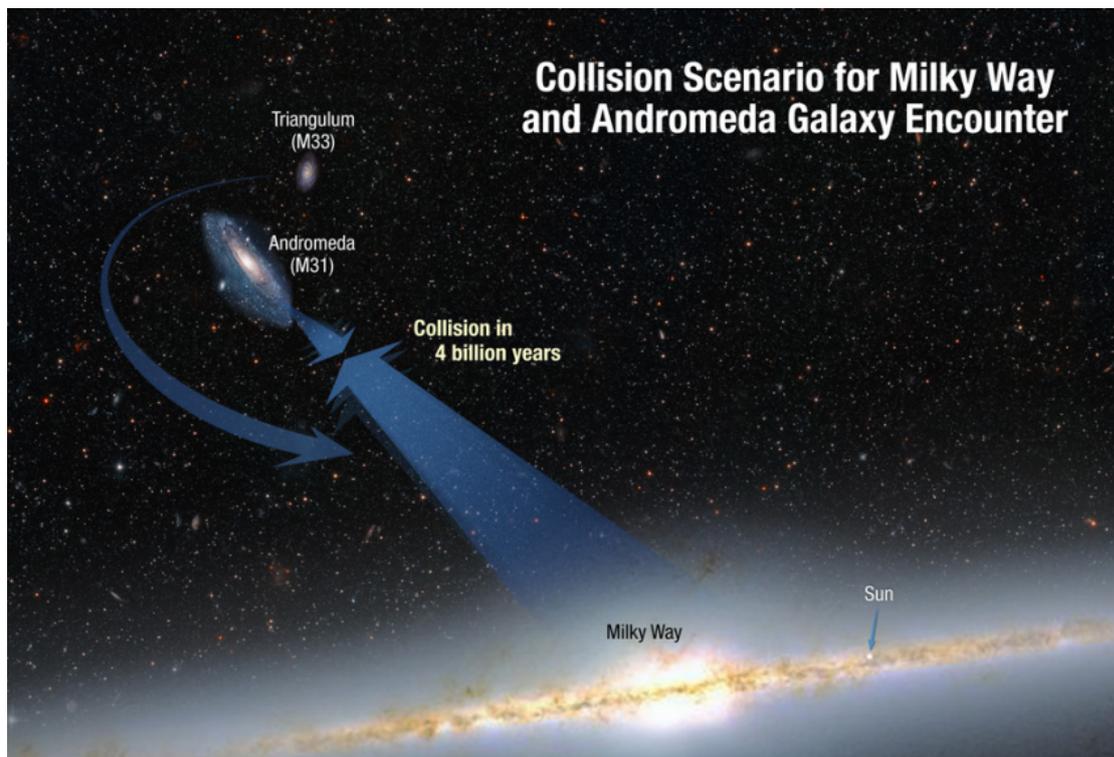


Figura 4.6: Scenario di possibile collisione tra M31 e Via Lattea presentato da van der Marel et al. (2012).

Capitolo 5

Conclusioni

Abbiamo visto come è possibile stimare la massa analizzando i moti propri degli oggetti che orbitano attorno alla Galassia, nella fattispecie abbiamo studiato principalmente le proprietà degli ammassi globulari, evidenziando come l'esclusione o meno di ammassi lontani come Eridanus, Pal 14 e Pal 15, oltre che alle galassie nane Leo I e Leo II, alteri notevolmente la stima finale.

Abbiamo studiato la distribuzione degli ammassi globulari in funzione della distanza dal centro galattico, evidenziando come il “cut-off” osservato da Colin & Dauphole (1995) a 40 kpc sia spostato invece a 50 kpc.

Abbiamo confrontato i dati sugli ammassi globulari provenienti da più lavori, e determinato l'assenza di errori sistematici nelle differenti misure.

Abbiamo calcolato le eccentricità per gli ammassi globulari provenienti dal lavoro di Moreno et al. (2014) verificando come le assunzioni fatte da Peterson (1985) furono ragionevoli, l'unica differenza con i dati di oggi è che possiamo disporre del moto proprio in 3 vettori.

Abbiamo analizzato la massa cumulativa degli ammassi globulari a partire dalla distanza critica di 5 kpc, notando come alla distanza di 20 kpc la massa risulti raddoppiata rispetto a Carney et al. (1989). Questo è dovuto all'utilizzo di un maggior numero di ammassi globulari dal catalogo aggiornato di Harris (2010).

Abbiamo visto come è possibile stimare la massa della Galassia esaminando la reciproca interazione che vi è tra la Via Lattea, il Gruppo Locale e le sue componenti (M31). Abbiamo riassunto le stime degli articoli più importanti in figura 5.1 . Si nota come le stime della massa totale tendano a crescere col tempo.

Si nota come i minimi del grafico rappresentino stime di massa barionica. Abbiamo visto come queste risultino essere inferiori di almeno un'ordine di grandezza rispetto a stime gravitazionali e viriali. Questo perché il contributo barionico dell'alone è minimo rispetto a quello viriale e gravitazionale. La massa dinamica e gravitazionale è dominante nell'alone poiché si ritiene essere composto da “dark matter”. Un recente studio di Moni Bidin et al. (2014) ha stimato la densità di materia oscura nei dintorni del Sole pari ad un massimo di $3.5 mM_{\odot}/pc^3$, evidenza del fatto che il disco contiene poca materia oscura, ed è invece dominato dalla massa barionica.

Si riporta in tabella un riassunto dei valori in massa delle componenti della Galassia, dove con M_* si intende la materia barionica:

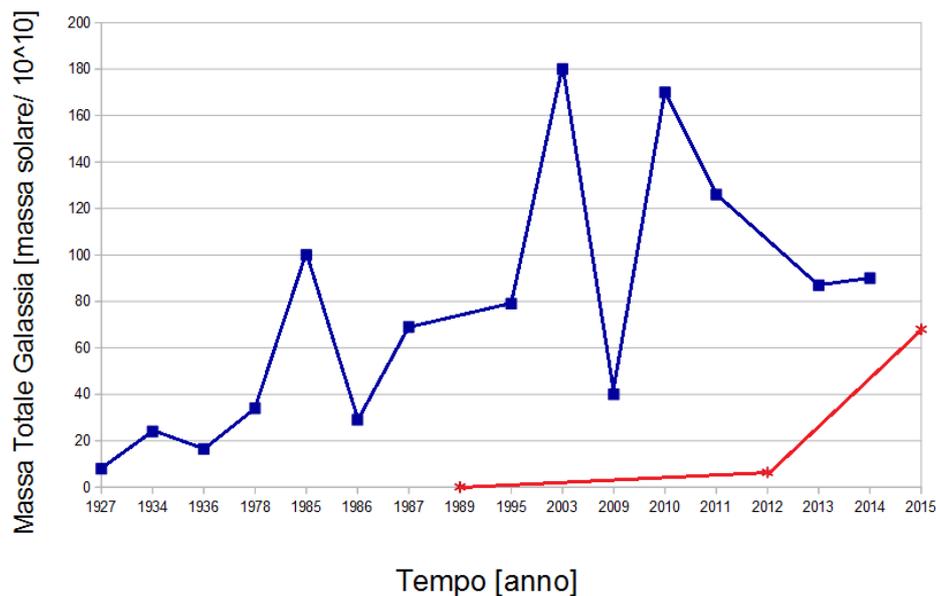


Figura 5.1: Evoluzione della stima della massa della Galassia, i punti rossi indicano stime di massa barionica della Galassia.

	Bulge	Disco	Alone	B+D+A
M_*	$0.91 \cdot 10^{10} M_{\odot}$	$5.17 \cdot 10^{10} M_{\odot}$	$10^9 M_{\odot}$	$6.08 \cdot 10^{10} M_{\odot}$
M_{TOT}	$1.60 \cdot 10^{10} M_{\odot}$	$2.10 \cdot 10^{11} M_{\odot}$	$0.90 \cdot 10^{12} M_{\odot}$	$1.12 \cdot 10^{12} M_{\odot}$

Le componenti di materia barionica sono tutte prese da Licquia et al. (2015). Il bulge totale da Chemin et al. (2015), il disco totale da Sofue (2009) e l'alone oscuro da Kafle et al. (2009).

Nei vari studi presi in esame si nota come la massa della Galassia si assesti in un intervallo compreso tra $7 \cdot 10^{11}$ e $2 \cdot 10^{12}$ masse solari. Per quanto riguarda l'incertezza è difficile ricavare informazioni poiché molti studi omettono l'errore sulla loro stima: Olszewski et al. (1986) riportarono un errore del 50% sulla stima totale, dato che scese prima con Xue et al. (2008) con un errore del 30% e poi con Mcmillan (2011) che stimò la massa viriale con un errore del 10% e quella viriale del 20%. Sofue (2013) riporta un errore del 14% sulla massa totale mentre Licquia et al. (2015) presentano una stima barionica di $6 \pm 1 \cdot 10^{10} M_{\odot}$ con un errore del 18%.

La differenza sulle misure prese in considerazione dipende anche dalla precisione delle distanze. Abbiamo visto che lo studio di R_{\odot} influisce sulla stima. Definire però la dipendenza della massa da R_{\odot} risulta complicato in quanto molti studi omettono l'incertezza sulla stima di R_{\odot} .

Evidenziamo quindi la necessità di ottenere maggiori e precisi dati sulle distanze e i moti propri degli oggetti orbitanti attorno alla Galassia per poter definire in maniera più accurata la massa. Si ricorda come le future survey, tra le quali menzioniamo Gaia, forniranno maggiori informazioni al riguardo che permetteranno di stabilire stime più precise della massa della Galassia.

Capitolo 6

Appendice

Cluster	α_{2000} (deg)	δ_{2000} (deg)	r (kpc)	v_r (km/s)	μ_x (mas)	μ_y (mas)	M_c (M_\odot)	r_K (pc)	r_h (pc)
NGC 104	6.02363	-72.08128	4.5±0.45	-18.0±0.1	5.64±0.20	-2.02±0.20	0.10E+07	55.37	4.15
NGC 288	13.18850	-26.58261	8.9±0.89	-45.4±0.2	4.67±0.42	-5.62±0.23	0.86E+05	34.15	5.77
NGC 362	15.80942	-70.84878	8.6±0.86	223.5±0.5	5.07±0.71	-2.55±0.72	0.40E+06	26.61	2.05
NGC 1851	78.52817	-40.04655	12.1±1.21	320.5±0.6	1.28±0.68	2.39±0.65	0.37E+06	22.95	1.80
NGC 1904	81.04621	-24.52472	12.9±1.29	205.8±0.4	2.12±0.64	-0.02±0.64	0.24E+06	30.90	2.44
NGC 2298	102.24754	-36.00531	10.8±1.08	148.9±1.2	4.05±1.00	-1.72±0.98	0.57E+05	23.36	3.08
NGC 2808	138.01292	-64.86350	9.6±0.96	101.6±0.7	0.58±0.45	2.06±0.46	0.97E+05	25.35	2.23
Pal 3	151.38292	0.07167	92.5±9.25	83.4±8.4	0.33±0.23	0.30±0.31	0.32E+05	107.81	17.49
NGC 3201	154.40342	-46.41247	4.9±0.49	494.0±0.2	5.28±0.32	-0.98±0.33	0.56E+06	36.13	4.42
NGC 4147	182.52625	18.54264	19.3±1.93	183.2±0.7	-1.85±0.82	-1.30±0.82	0.50E+05	34.16	2.69
NGC 4372	186.43917	-72.65900	5.8±0.58	72.3±1.2	-6.49±0.33	3.71±0.32	0.22E+06	58.91	6.60
NGC 4590	189.86658	-26.74406	10.3±1.03	-94.7±0.2	-3.76±0.66	1.79±0.62	0.15E+06	44.67	4.52
NGC 4833	194.89133	-70.87650	6.6±0.66	200.2±1.2	-8.11±0.35	-0.96±0.34	0.32E+06	34.14	4.63
NGC 5024	198.23021	18.16817	17.9±1.79	-62.9±0.3	0.50±1.00	-0.10±1.00	0.52E+06	95.64	6.82
NGC 5139	201.69683	-47.47958	5.2±0.52	232.1±0.1	-5.08±0.35	-3.57±0.34	0.22E+07	73.19	7.56
NGC 5272	205.54842	28.37728	10.2±1.02	-147.6±0.2	-1.10±0.51	-2.30±0.54	0.61E+06	85.22	6.85
NGC 5466	211.36371	28.53444	16.0±1.60	110.7±0.2	-4.65±0.82	0.80±0.82	0.11E+06	72.98	10.70
Pal 5	229.02188	-0.11161	23.2±2.32	-58.7±0.2	-1.78±0.17	-2.32±0.23	0.20E+05	51.17	18.42
NGC 5897	229.35208	-21.01028	12.5±1.25	101.5±1.0	-4.93±0.86	-2.33±0.84	0.13E+06	36.88	7.49
NGC 5904	229.63842	2.08103	7.5±0.75	53.2±0.4	5.07±0.68	-10.70±0.56	0.57E+06	51.55	3.86
NGC 5927	232.00288	-50.67303	7.7±0.77	-107.5±0.9	-5.72±0.39	-2.61±0.40	0.23E+06	37.45	2.46
NGC 5986	236.51250	-37.78642	10.4±1.04	88.9±3.7	-3.81±0.45	-2.99±0.37	0.41E+06	24.15	2.96
NGC 6093	244.26004	-22.97608	10.0±1.00	8.1±1.5	-3.31±0.58	-7.20±0.67	0.33E+06	20.88	1.77
NGC 6121	245.89675	-26.52575	2.2±0.22	70.7±0.2	-12.50±0.36	-19.93±0.49	0.13E+06	33.16	2.77
NGC 6144	246.80775	-26.02350	8.9±0.89	193.8±0.6	-3.06±0.64	-5.11±0.72	0.94E+05	86.35	4.22
NGC 6171	248.13275	-13.05378	6.4±0.64	-34.1±0.3	-0.70±0.90	-3.10±1.00	0.12E+06	35.33	3.22
NGC 6205	250.42183	36.45986	7.1±0.71	-244.2±0.2	-0.90±0.71	5.50±1.12	0.45E+06	43.39	3.49
NGC 6218	251.80908	-1.94853	4.8±0.48	-41.4±0.2	1.30±0.58	-7.83±0.62	0.14E+06	24.13	2.47
NGC 6254	254.28771	-4.10031	4.4±0.44	75.2±0.7	-6.00±1.00	-3.30±1.00	0.17E+06	23.64	2.50
NGC 6266	255.30333	-30.11372	6.8±0.68	-70.1±1.4	-3.50±0.37	-0.82±0.37	0.80E+06	23.10	1.82
NGC 6273	255.65750	-26.26797	8.8±0.88	135.0±4.1	-2.86±0.49	-0.45±0.51	0.77E+06	37.30	3.38
NGC 6284	256.11879	-24.76486	15.3±1.53	27.5±1.7	-3.66±0.64	-5.39±0.83	0.26E+06	102.72	2.94
NGC 6287	256.28804	-22.70836	9.4±0.94	-288.7±3.5	-3.68±0.88	-3.54±0.69	0.15E+06	19.02	2.02
NGC 6293	257.54250	-26.58208	9.5±0.95	-146.2±1.7	0.26±0.85	-5.14±0.71	0.22E+06	39.32	2.46
NGC 6304	258.63438	-29.46203	5.9±0.59	-107.3±3.6	-2.59±0.29	-1.56±0.29	0.14E+06	22.74	2.44
NGC 6316	259.15542	-28.14011	10.4±1.04	71.4±8.9	-2.42±0.63	-1.71±0.56	0.37E+06	22.97	1.97
NGC 6333	259.79692	-18.51594	7.9±0.79	229.1±7.0	-0.57±0.57	-3.70±0.50	0.26E+06	18.39	2.21
NGC 6341	259.28079	43.13594	8.3±0.83	-120.0±0.1	-3.30±0.55	-0.33±0.70	0.33E+06	30.05	2.46
NGC 6342	260.29200	-19.58742	8.5±0.85	115.7±1.4	-2.77±0.71	-5.84±0.65	0.63E+05	36.74	1.80
NGC 6356	260.89554	-17.81303	15.1±1.51	27.0±4.3	-3.14±0.68	-3.65±0.53	0.43E+06	41.01	3.56
NGC 6362	262.97913	-67.04833	7.6±0.76	-13.1±0.6	-3.09±0.46	-3.83±0.46	0.10E+06	30.73	4.53
NGC 6388	264.07179	-44.73550	9.9±0.99	80.1±0.8	-1.90±0.45	-3.83±0.51	0.99E+06	19.43	1.50
NGC 6397	265.17538	-53.67433	2.3±0.23	18.8±0.1	3.69±0.29	-14.88±0.26	0.77E+05	29.79	1.94
NGC 6441	267.55442	-37.05144	11.6±1.16	16.5±1.0	-2.86±0.45	-3.45±0.76	0.12E+07	24.11	1.92
NGC 6522	270.89175	-30.03397	7.7±0.77	-21.1±3.4	6.08±0.20	-1.83±0.20	0.20E+06	36.82	2.24

Cluster	α_{2000} (deg)	δ_{2000} (deg)	r (kpc)	v_r (km/s)	μ_x (mas)	μ_y (mas)	M_c (M_\odot)	r_K (pc)	r_h (pc)
NGC 6528	271.20683	-30.05628	7.9±0.79	206.6±1.4	-0.35±0.23	0.27±0.26	0.73E+05	9.45	0.87
NGC 6553	272.32333	-25.90869	6.0±0.60	-3.2±1.5	2.50±0.07	5.35±0.08	0.22E+06	13.37	1.80
NGC 6584	274.65667	-52.21578	13.5±1.35	222.9±15.0	-0.22±0.62	-5.79±0.67	0.20E+06	30.13	2.87
NGC 6626	276.13671	-24.86978	5.5±0.55	17.0±1.0	0.63±0.67	-8.46±0.67	0.31E+06	17.96	3.15
NGC 6656	279.09975	-23.90475	3.2±0.32	-146.3±0.2	7.37±0.50	-3.95±0.42	0.43E+06	29.70	3.13
NGC 6712	283.26792	-8.70611	6.9±0.69	-107.6±0.5	4.20±0.40	-2.00±0.40	0.17E+06	17.12	2.67
NGC 6723	284.88813	-36.63225	8.7±0.87	-94.5±3.6	-0.17±0.45	-2.16±0.50	0.23E+06	30.20	3.87
NGC 6752	287.71712	-59.98456	4.0±0.40	-26.7±0.2	-0.69±0.42	-2.85±0.45	0.21E+06	40.48	2.22
NGC 6779	289.14821	30.18347	9.4±0.94	-135.6±0.9	0.30±1.00	1.40±0.10	0.16E+06	28.86	3.01
NGC 6809	294.99879	-30.96475	5.4±0.54	174.7±0.3	-1.42±0.62	-10.25±0.64	0.18E+06	24.07	4.45
NGC 6838	298.44371	18.77919	4.0±0.40	-22.8±0.2	-2.30±0.80	-5.10±0.80	0.30E+05	10.35	1.94
NGC 6934	308.54738	7.40447	15.6±1.56	-411.4±1.6	1.20±1.00	-5.10±1.00	0.16E+06	33.83	3.13
NGC 7006	315.37242	16.18733	41.2±4.12	-384.1±0.4	-0.96±0.35	-1.14±0.40	0.20E+06	52.37	5.27
NGC 7078	322.49304	12.16700	10.4±1.04	-107.0±0.2	-0.95±0.51	-5.63±0.50	0.81E+06	63.23	3.03
NGC 7089	323.36258	-0.82325	11.5±1.15	-5.3±2.0	5.90±0.86	-4.95±0.86	0.70E+06	41.65	3.55
NGC 7099	325.09217	-23.17986	8.1±0.81	-184.2±0.2	1.42±0.69	-7.71±0.65	0.16E+06	37.43	2.43
Pal 12	326.66183	-21.25261	19.0±1.90	27.8±1.5	-1.20±0.30	-4.21±0.29	0.10E+05	105.56	9.51
Pal 13	346.68517	12.77200	26.0±2.60	25.2±0.3	2.30±0.26	0.27±0.25	0.54E+04	16.59	2.72

Figura 6.1: Tabella 1 Moreno et al. (2014).

Cluster	$\langle r_{min} \rangle$ (kpc)	$\langle r_{max} \rangle$ (kpc)	$\langle z _{max} \rangle$ (kpc)	$\langle e \rangle$	E ($10kms^{-1}$) ²	h ($10kms^{-1}kpc$)	$\langle r_{K1} \rangle$ (pc)	$\langle r_{*} \rangle$ (pc)
NGC 104	5.78	8.30	3.13	0.177			91.6	102.9
	6.25	7.57	3.16	0.095	-1482.12	134.55	98.3	112.4
NGC 288	2.60	12.38	6.40	0.654			23.6	22.8
	2.78	12.25	6.70	0.632	-1384.68	-46.38	24.5	23.5
NGC 362	1.39	9.28	3.85	0.736			24.3	20.7
	0.74	11.09	2.16	0.877	-1492.42	-12.56	17.1	15.9
NGC 1851	6.66	33.28	7.61	0.667			70.1	68.2
	6.73	31.75	7.59	0.650	-939.52	238.99	71.5	69.5
NGC 1904	5.25	18.85	5.54	0.563			51.4	51.4
	5.19	20.52	5.37	0.596	-1137.89	173.68	52.0	51.6
NGC 2298	3.18	20.38	11.49	0.731			22.0	20.8
	3.20	17.90	9.52	0.698	-1212.81	-56.36	22.7	21.3
NGC 2808	2.27	10.74	2.39	0.649			46.0	43.4
	2.73	12.74	2.59	0.647	-1395.39	94.19	53.3	51.4
NGC 3201	9.00	16.86	4.54	0.304			67.5	72.3
	8.99	17.12	4.52	0.311	-1151.30	-251.56	67.8	72.5
NGC 4147	3.89	27.33	13.97	0.750			25.0	22.8
	3.78	28.64	14.73	0.766	-1001.35	66.83	25.4	22.8
NGC 4372	2.39	5.30	1.57	0.386			30.4	33.2
	3.19	7.41	1.60	0.397	-1624.75	95.34	37.7	39.9
NGC 4590	9.60	30.81	11.86	0.525			67.5	68.6
	9.57	30.40	11.82	0.521	-932.42	264.42	68.0	68.6
NGC 4833	1.04	8.41	1.54	0.778			22.1	18.3
	0.98	7.43	1.93	0.767	-1685.97	26.11	18.3	17.3
NGC 5024	16.43	36.30	24.34	0.377			155.4	161.6
	16.44	36.46	24.44	0.379	-811.52	143.90	155.7	161.9
NGC 5139	1.49	5.81	1.69	0.592			47.5	47.4
	0.98	6.45	1.16	0.737	-1770.34	-34.25	36.7	35.5
NGC 5272	5.61	13.28	8.77	0.404			76.3	80.2
	5.60	14.22	8.99	0.435	-1267.90	79.36	76.7	79.4
NGC 5466	6.81	60.45	36.45	0.797			48.8	44.1
	6.85	60.20	36.33	0.796	-663.05	-32.56	49.1	44.2
Pal 5	3.80	18.74	10.93	0.663			19.2	18.5
	3.97	18.88	10.92	0.653	-1179.26	54.78	19.6	18.7
NGC 5897	1.89	7.95	5.09	0.621			23.4	22.5
	1.48	8.94	4.49	0.719	-1552.41	23.18	17.5	16.6
NGC 5904	2.65	36.80	17.89	0.866			46.5	40.4
	2.76	37.35	18.11	0.863	-888.65	40.12	46.6	40.5
NGC 5927	3.44	4.64	0.80	0.150			41.4	48.8
	4.50	5.45	0.79	0.095	-1693.39	110.15	48.7	57.3
NGC 5986	1.05	3.97	1.33	0.562			24.7	24.6
	0.46	4.90	1.31	0.831	-1904.82	1.51	12.9	12.4
NGC 6093	2.07	3.11	3.02	0.201			34.1	37.0
	2.01	3.78	3.14	0.311	-1867.55	10.18	31.7	32.8

Cluster	$\langle r_{min} \rangle$ (kpc)	$\langle r_{max} \rangle$ (kpc)	$\langle z _{max} \rangle$ (kpc)	$\langle e \rangle$	E ($10kms^{-1}$) ²	h ($10kms^{-1}kpc$)	$\langle r_{K_1} \rangle$ (pc)	$\langle r_* \rangle$ (pc)
NGC 6121	0.39	5.95	0.49	0.874			11.6	7.7
	0.55	5.47	2.11	0.827	-1824.59	-1.58	9.8	8.7
NGC 6144	2.14	2.99	2.64	0.166			22.2	24.9
	2.08	2.66	2.33	0.123	-1981.75	-20.51	22.1	23.3
NGC 6171	2.28	3.14	2.34	0.157			25.1	28.4
	2.70	3.31	2.41	0.104	-1886.70	39.42	28.3	31.2
NGC 6205	5.35	21.93	13.90	0.609			67.7	67.2
	5.30	22.61	14.22	0.621	-1087.59	-30.31	67.1	66.4
NGC 6218	2.76	5.94	2.21	0.363			30.0	32.1
	2.73	5.32	2.56	0.323	-1744.69	59.13	29.5	31.2
NGC 6254	3.86	5.84	2.43	0.204			38.8	43.5
	3.46	4.93	2.40	0.175	-1737.04	71.23	37.3	41.9
NGC 6266	1.52	2.63	0.83	0.276			37.2	43.6
	1.41	2.22	0.85	0.223	-2167.78	33.20	32.8	34.9
NGC 6273	1.28	2.40	1.28	0.304			34.4	38.4
	1.35	1.83	1.60	0.153	-2169.73	-11.81	32.0	33.2
NGC 6284	6.34	8.52	2.78	0.147			62.2	69.7
	6.40	8.10	2.68	0.117	-1461.17	148.72	64.3	73.3
NGC 6287	0.91	5.03	2.82	0.707			16.3	14.2
	0.87	4.30	2.44	0.671	-1895.79	-3.07	8.7	7.7
NGC 6293	0.32	3.34	0.46	0.826			14.2	8.9
	0.37	2.67	1.19	0.756	-2168.38	-3.58	8.6	7.7
NGC 6304	1.90	3.25	0.53	0.276			23.7	27.4
	1.84	3.09	0.57	0.253	-2054.85	48.88	22.8	24.3
NGC 6316	0.72	3.07	1.18	0.626			19.9	19.2
	0.96	2.59	0.83	0.460	-2170.75	-26.10	18.2	19.0
NGC 6333	1.44	5.32	1.53	0.582			21.5	21.5
	1.02	4.37	1.34	0.623	-1937.01	27.83	15.3	15.1
NGC 6341	1.20	10.43	2.43	0.793			22.9	20.6
	1.30	10.86	2.59	0.786	-1496.54	30.29	21.6	20.1
NGC 6342	1.29	2.09	1.37	0.245			14.9	17.1
	0.73	1.68	1.13	0.401	-2304.73	10.92	8.3	8.6
NGC 6356	2.45	7.94	2.08	0.528			38.2	39.6
	2.30	7.74	1.98	0.542	-1637.01	67.45	37.3	37.8
NGC 6362	2.31	5.05	1.98	0.374			22.4	24.0
	2.28	5.80	1.70	0.436	-1760.08	62.23	23.4	24.4
NGC 6388	0.70	3.03	1.10	0.627			27.6	26.1
	0.53	2.95	0.88	0.696	-2148.65	-13.57	16.2	16.2
NGC 6397	2.53	5.12	1.46	0.344			23.1	25.4
	3.33	6.42	1.66	0.317	-1672.42	91.10	27.4	29.7
NGC 6441	0.57	3.97	0.87	0.751			27.6	22.5
	0.48	3.15	1.45	0.742	-2082.24	-2.77	16.9	15.7
NGC 6522	0.37	3.87	0.57	0.831			13.4	8.9
	0.81	2.23	1.16	0.471	-2199.97	18.26	13.2	13.4

Cluster	$\langle r_{min} \rangle$ (kpc)	$\langle r_{max} \rangle$ (kpc)	$\langle z _{max} \rangle$ (kpc)	$\langle e \rangle$	E $(10kms^{-1})^2$	h $(10kms^{-1}kpc)$	$\langle r_{K_t} \rangle$ (pc)	$\langle r_* \rangle$ (pc)
NGC 6528	0.81	2.85	1.20	0.571			12.5	12.0
	0.57	1.51	0.77	0.454	-2399.18	14.31	7.3	7.6
NGC 6553	2.09	8.75	0.33	0.615			28.9	28.1
	2.31	12.02	0.52	0.677	-1445.87	97.14	30.2	28.0
NGC 6584	1.38	12.43	4.43	0.804			21.7	19.4
	1.06	12.20	3.11	0.843	-1434.63	24.27	15.3	14.5
NGC 6626	1.03	2.82	0.85	0.472			21.7	24.0
	0.74	3.09	0.88	0.613	-2111.49	21.96	14.2	14.3
NGC 6656	2.85	7.96	1.18	0.472			42.9	45.1
	3.10	9.18	1.28	0.495	-1542.68	105.56	45.7	46.8
NGC 6712	0.60	5.56	1.14	0.809			15.9	13.6
	0.91	6.34	1.86	0.749	-1767.49	13.60	12.9	12.5
NGC 6723	2.00	3.25	3.03	0.242			29.1	31.4
	2.06	2.66	2.65	0.127	-1969.12	-0.19	30.1	30.8
NGC 6752	4.65	6.71	1.75	0.180			45.8	52.7
	4.74	5.81	1.72	0.102	-1640.42	109.14	48.9	56.8
NGC 6779	0.62	12.52	0.77	0.906			15.2	10.7
	0.84	12.49	2.44	0.875	-1428.17	-24.15	11.7	10.5
NGC 6809	1.98	5.95	3.87	0.508			25.5	26.1
	1.78	5.61	3.59	0.526	-1741.44	19.74	22.9	22.7
NGC 6838	5.01	6.56	0.33	0.131			25.2	29.4
	4.88	6.98	0.29	0.177	-1599.94	134.92	25.8	29.6
NGC 6934	6.88	34.87	20.35	0.670			54.6	52.3
	6.83	35.12	20.60	0.674	-892.95	-56.25	54.6	52.4
NGC 7006	17.89	79.15	26.93	0.631			115.4	111.1
	17.90	79.32	26.97	0.632	-514.26	572.52	115.7	111.4
NGC 7078	6.12	10.89	5.25	0.281			91.5	98.5
	6.48	11.00	5.45	0.259	-1347.69	139.60	94.4	103.1
NGC 7089	6.10	33.12	18.03	0.689			83.4	78.9
	6.14	34.19	18.77	0.695	-908.90	-67.44	84.1	79.3
NGC 7099	3.16	6.91	4.20	0.373			32.6	35.0
	3.09	7.38	4.70	0.412	-1584.65	-46.62	32.9	34.0
Pal 12	15.19	19.64	15.76	0.128			40.3	44.7
	15.25	19.86	15.90	0.131	-1010.08	165.80	40.4	44.8
Pal 13	11.84	88.01	38.03	0.763			25.4	23.5
	11.86	88.13	38.24	0.763	-485.90	-329.53	25.5	23.6

Figura 6.2: Tabella 2 Moreno et al.(2014).

Bibliografia

- [Aaronson et al.(1984)] Aaronson, M., Schommer, R. A., & Olszewski, E. W. 1984, ApJ, 276, 221
- [Allen & Martos(1986)] Allen, C., & Martos, M. A. 1986, RMxAA, 13, 137
- [Allen & Martos(1988)] Allen, C., & Martos, M. A. 1988, RMxAA, 16, 25
- [Allen & Santillan(1991)] Allen, C., & Santillan, A. 1991, RMxAA, 22, 255
- [Bahcall & Casertano(1986)] Bahcall, J. N., & Casertano, S. 1986, ApJ, 308, 347
- [Bissantz & Gerhard(2002)] Bissantz, N., & Gerhard, O. 2002, MNRAS, 330, 591
- [Bissantz et al.(1997)] Bissantz, N., Englmaier, P., Binney, J., & Gerhard, O. 1997, MNRAS, 289, 651
- [Bissantz et al.(2003)] Bissantz, N., Englmaier, P., & Gerhard, O. 2003, MNRAS, 340, 949
- [Blitz & Spergel(1991)] Blitz, L., & Spergel, D. N. 1991, ApJ, 370, 205
- [Blitz et al.(1986)] Blitz, L., Mathieu, R. D., & Bally, J. 1986, ApJ, 311, 142
- [Blum(1995)] Blum, R. D. 1995, ApJ, 444, L89
- [Boylan-Kolchin et al.(2013)] Boylan-Kolchin, M., Bullock, J. S., Sohn, S. T., Besla, G., & van der Marel, R. P. 2013, ApJ, 768, 140
- [Brand & Blitz(1993)] Brand, J., & Blitz, L. 1993, VizieR Online Data Catalog, 327, 50067
- [Bucerus(1936)] IN TEDESCO]1936AN....259..365B Bucerus, H. 1936, Astronomische Nachrichten, 259, 365
- [Burton & Gordon(1978)] Burton, W. B., & Gordon, M. A. 1978, A&A, 63, 7
- [Burton et al.(1998)] Burton, M. G., Howe, J. E., Geballe, T. R., & Brand, P. W. J. L. 1998, PASA, 15, 194
- [Calchi Novati et al.(2008)] Calchi Novati, S., de Luca, F., Jetzer, P., Mancini, L., & Scarpetta, G. 2008, A&A, 480, 723
- [Caldwell & Coulson(1987)] Caldwell, J. A. R., & Coulson, I. M. 1987, AJ, 93, 1090

- [Carignan et al.(2006)] Carignan, C., Chemin, L., Huchtmeier, W. K., & Lockman, F. J. 2006, *ApJ*, 641, L109
- [Carney et al.(1990)] Carney, B. W., Latham, D. W., & Laird, J. B. 1990, *AJ*, 99, 572
- [Casertano & van Albada(1990)] Casertano, S., & van Albada, T. S. 1990, *NATO Advanced Science Institutes (ASI) Series C*, 306, 159
- [Casetti-Dinescu et al.(2007)] Casetti-Dinescu, D. I., Girard, T. M., Herrera, D., et al. 2007, *AJ*, 134, 195
- [Casetti-Dinescu et al.(2010)] Casetti-Dinescu, D. I., Girard, T. M., Korchagin, V. I., van Altena, W. F., & López, C. E. 2010, *AJ*, 140, 1282
- [Casetti-Dinescu et al.(2013)] Casetti-Dinescu, D. I., Girard, T. M., Jílková, L., et al. 2013, *AJ*, 146, 33
- [Chemin et al.(2015)] Chemin, L., Renaud, F., & Soubiran, C. 2015, *A&A*, 578, A14
- [Clemens(1985)] Clemens, D. P. 1985, *ApJ*, 295, 422
- [Dauphole & Colin(1995)] Dauphole, B., & Colin, J. 1995, *A&A*, 300, 117
- [Dauphole et al.(1996)] Dauphole, B., Geffert, M., Colin, J., et al. 1996, *A&A*, 313, 119
- [Dauphole et al.(1996)] Dauphole, B., Colin, J., Geffert, M., Odenkirchen, M., & Tucholke, H.-J. 1996, *Unsolved Problems of the Milky Way*, 169, 697
- [Dehnen & Binney(1998)] Dehnen, W., & Binney, J. 1998, *MNRAS*, 294, 429
- [Dinescu et al.(1997)] Dinescu, D. I., Girard, T. M., van Altena, W. F., Mendez, R. A., & Lopez, C. E. 1997, *AJ*, 114, 1014
- [Dinescu et al.(1999)] Dinescu, D. I., Girard, T. M., & van Altena, W. F. 1999, *AJ*, 117, 1792
- [Dinescu et al.(2001)] Dinescu, D. I., Majewski, S. R., Girard, T. M., & Cudworth, K. M. 2001, *AJ*, 122, 1916
- [Dinescu et al.(2003)] Dinescu, D. I., Girard, T. M., van Altena, W. F., & López, C. E. 2003, *AJ*, 125, 1373
- [Dwek et al.(1995)] Dwek, E., Arendt, R. G., Hauser, M. G., et al. 1995, *ApJ*, 445, 716
- [Eggen(1987)] Eggen, O. J. 1987, *AJ*, 93, 393
- [Englmaier & Gerhard(1999)] Englmaier, P., & Gerhard, O. 1999, *MNRAS*, 304, 512
- [Famaey & Binney(2005)] Famaey, B., & Binney, J. 2005, *MNRAS*, 363, 603
- [Fich & Tremaine(1991)] Fich, M., & Tremaine, S. 1991, *ARA&A*, 29, 409
- [Fich et al.(1989)] Fich, M., Blitz, L., & Stark, A. A. 1989, *ApJ*, 342, 272

- [Freudenreich(1998)] Freudenreich, H. T. 1998, ApJ, 492, 495
- [Friel(1987)] Friel, E. D. 1987, AJ, 93, 1388
- [Fux(1999)] Fux, R. 1999, A&A, 345, 787
- [Gillessen et al.(2009)] Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S., et al. 2009, ApJ, 692, 1075
- [Gratton et al.(2012)] Gratton, R. G., Carretta, E., & Bragaglia, A. 2012, A&A, 547, 50
- [Gratton & Ortolani(1988)] Gratton, R. G., & Ortolani, S. 1988, A&AS, 73, 137
- [Gunn et al.(1979)] Gunn, J. E., Knapp, G. R., & Tremaine, S. D. 1979, AJ, 84, 1181
- [Gunn & Griffin(1979)] Gunn, J. E., & Griffin, R. F. 1979, AJ, 84, 752
- [Hamadache et al.(2006)] Hamadache, C., Le Guillou, L., Tisserand, P., et al. 2006, A&A, 454, 185
- [Han & Gould(1995)] Han, C., & Gould, A. 1995, ApJ, 447, 53
- [Han & Gould(2003)] Han, C., & Gould, A. 2003, ApJ, 592, 172
- [Harris(2010)] Harris, W. E. 2010, arXiv:1012.3224
- [Hartwick & Sargent(1978)] Hartwick, F. D. A., & Sargent, W. L. W. 1978, ApJ, 221, 512
- [Hills(1988)] Hills, J. G. 1988, Nature, 331, 687
- [Honma & Sofue(1997)] Honma, M., & Sofue, Y. 1997, PASJ, 49, 453
- [Innanen(1988)] Innanen, K. A. 1988, The Harlow-Shapley Symposium on Globular Cluster Systems in Galaxies, 126, 423
- [Johnson & Soderblom(1987)] Johnson, D. R. H., & Soderblom, D. R. 1987, AJ, 93, 864
- [Kaffe et al.(2012)] Kaffe, P. R., Sharma, S., Lewis, G. F., & Bland-Hawthorn, J. 2012, ApJ, 761, 98
- [Kahn & Woltjer(1959)] Kahn, F. D., & Woltjer, L. 1959, ApJ, 130, 705
- [Kalberla(2003)] Kalberla, P. M. W. 2003, ApJ, 588, 805
- [Kent(1992)] Kent, S. M. 1992, ApJ, 387, 181
- [Klypin et al.(2002)] Klypin, A., Zhao, H., & Somerville, R. S. 2002, ApJ, 573, 597
- [Law & Majewski(2010)] Law, D. R., & Majewski, S. R. 2010, ApJ, 714, 229

- [López-Corredoira et al.(2007)] López-Corredoira, M., Cabrera-Lavers, A., Mahoney, T. J., et al. 2007, *AJ*, 133, 154
- [Levine et al.(2008)] Levine, E. S., Heiles, C., & Blitz, L. 2008, *ApJ*, 679, 1288
- [Li & White(2008)] Li, Y.-S., & White, S. D. M. 2008, *MNRAS*, 384, 1459
- [Licquia & Newman(2015)] Licquia, T. C., & Newman, J. A. 2015, *ApJ*, 806, 96
- [Lin & Lynden-Bell(1982)] Lin, D. N. C., & Lynden-Bell, D. 1982, *MNRAS*, 198, 707
- [Lynden-Bell(1976)] Lynden-Bell, D. 1976, *MNRAS*, 174, 695
- [Liszt & Burton(1980)] Liszt, H. S., & Burton, W. B. 1980, *ApJ*, 236, 779
- [Little & Tremaine(1987)] Little, B., & Tremaine, S. 1987, *ApJ*, 320, 493
- [Lynden-Bell et al.(1983)] Lynden-Bell, D., Cannon, R. D., & Godwin, P. J. 1983, *MNRAS*, 204, 87P
- [Marasco & Fraternali(2012)] Marasco, A., & Fraternali, F. 2012, *European Physical Journal Web of Conferences*, 19, 08007
- [Mateo(1998)] Mateo, M. L. 1998, *ARA&A*, 36, 435
- [McClure-Griffiths & Dickey(2007)] McClure-Griffiths, N. M., & Dickey, J. M. 2007, *ApJ*, 671, 427
- [McMillan(2011)] McMillan, P. J. 2011, *MNRAS*, 414, 2446
- [Moni Bidin et al.(2015)] Moni Bidin, C., Smith, R., Carraro, G., Méndez, R. A., & Moyano, M. 2015, *A&A*, 573, A91
- [Merrifield(1992)] Merrifield, M. R. 1992, *AJ*, 103, 1552
- [Meylan(1989)] Meylan, G. 1989, *A&A*, 214, 106
- [Mihalas & Binney(1981)] Mihalas, D., & Binney, J. 1981, San Francisco, CA, W. H. Freeman and Co., 1981. 608 p.,
- [Moreno et al.(2014)] Moreno, E., Pichardo, B., & Velázquez, H. 2014, *ApJ*, 793, 110
- [Odenkirchen & Brosche(1992)] Odenkirchen, M., & Brosche, P. 1992, *Astronomische Nachrichten*, 313, 69
- [Olszewski et al.(1986)] Olszewski, E. W., Aaronson, M., & Peterson, R. C. 1986, *ApJ*, 302, L45
- [Oort(1928)] Oort, J. H. 1928, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 4, 269
- [Ostriker et al.(1974)] Ostriker, J. P., Peebles, P. J. E., & Yahil, A. 1974, *ApJ*, 193, L1
- [Peterson(1985)] Peterson, R. C. 1985, *ApJ*, 297, 309

- [Peterson(1993)] Peterson, C. J. 1993, Structure and Dynamics of Globular Clusters, 50, 337
- [Phelps et al.(2013)] Phelps, S., Nusser, A., & Desjacques, V. 2013, ApJ, 775, 102
- [Picaud & Robin(2004)] Picaud, S., & Robin, A. C. 2004, A&A, 428, 891
- [Plaskett & Pearce(1936)] Plaskett, J. S., & Pearce, J. A. 1936, Publications of the American Astronomical Society, 8, 19
- [Przybilla et al.(2010)] Przybilla, N., Tillich, A., Heber, U., & Scholz, R.-D. 2010, ApJ, 718, 37
- [Ramspeck et al.(2001)] Ramspeck, M., Heber, U., & Moehler, S. 2001, A&A, 378, 907
- [Renaud et al.(2013)] Renaud, F., Bournaud, F., Emsellem, E., et al. 2013, MNRAS, 436, 1836
- [Rodriguez-Fernandez & Combes(2008)] Rodriguez-Fernandez, N. J., & Combes, F. 2008, A&A, 489, 115
- [Saha(1985)] Saha, A. 1985, ApJ, 289, 310
- [Sakamoto et al.(2003)] Sakamoto, T., Chiba, M., & Beers, T. C. 2003, A&A, 397, 899
- [Schechter et al.(1988)] Schechter, P. L., Aaronson, M., Cook, K. H., & Blanco, V. M. 1988, The Outer Galaxy, 306, 31
- [Schmidt(1959)] Schmidt, M. 1959, The Hertzsprung-Russell Diagram, IAU symposium no. 10 held in Moscow, 15, 16 August, 1958
- [Sevenster et al.(1999)] Sevenster, M., Saha, P., Valls-Gabaud, D., & Fux, R. 1999, MNRAS, 307, 584
- [Sofue & Rubin(2001)] Sofue, Y., & Rubin, V. 2001, ARA&A, 39, 137
- [Sofue et al.(2009)] Sofue, Y., Honma, M., & Omodaka, T. 2009, PASJ, 61, 227
- [Sofue(2009)] Sofue, Y. 2009, PASJ, 61, 153
- [Sofue(2013)] Sofue, Y. 2013, PASJ, 65, 118
- [Sohn et al.(2012)] Sohn, S. T., Anderson, J., & van der Marel, R. P. 2012, ApJ, 753, 7
- [Unavane et al.(1996)] Unavane, M., Wyse, R. F. G., & Gilmore, G. 1996, MNRAS, 278, 727
- [van der Marel & Guhathakurta(2008)] van der Marel, R. P., & Guhathakurta, P. 2008, ApJ, 678, 187
- [van der Marel et al.(2012)] van der Marel, R. P., Fardal, M., Besla, G., et al. 2012, ApJ, 753, 8

[Webbink(1981)] Webbink, R. F. 1981, ApJS, 45, 259

[Widrow et al.(2008)] Widrow, L. M., Pym, B., & Dubinski, J. 2008, ApJ, 679, 1239

[Xue et al.(2008)] Xue, X. X., Rix, H. W., Zhao, G., et al. 2008, ApJ, 684, 1143

[Zhao(1996)] Zhao, H. 1996, MNRAS, 283, 149

[Zinn(1985)] Zinn, R. 1985, ApJ, 293, 424

Ringraziamenti

Ringrazio il Prof. Ortolani per la disponibilità e il supporto dimostrati.

Ringrazio il Prof. Corsini per il tempo concesso.

Ringrazio il Prof. Gratton per il materiale cortesemente fornito.

Ringrazio Franco, Rita e Ilaria.

Ringrazio gli amici che mi sopportano.

Ringrazio il lettore di questa tesi.