



Università degli Studi di Padova
Facoltà di Ingegneria

Corso di Laurea Triennale in Ingegneria
dell'Informazione

Tesi di laurea triennale

Analisi dinamica di volo e progetto controllore d'imbardata per un Boeing 747

Candidato:
Marco Gambarotto
Matricola 610479

Relatore:
Maria Elena Valcher

Anno Accademico 2011–2012

Indice

1	Dinamica di un Boeing 747	1
1.1	I moti di un aeroplano	1
1.2	Equazioni e modelli	2
1.2.1	Moto longitudinale	2
1.2.2	Moto laterale	4
2	Analisi open-loop	5
2.1	Pitch	5
2.2	Yaw	6
3	Progetto yaw damper	11
3.1	Problema e specifiche	11
3.2	Controllo Proporzionale	12
3.3	Controllo PID	13
3.4	Sintesi per tentativi	18
3.5	Filtro washout	25
3.6	Yaw dampers in azione	26
4	Conclusioni	27
4.1	Prestazioni	27
4.2	Semplicità di progetto	28
4.3	Semplicità realizzativa	28
4.4	Scelta finale	28
	Bibliografia	29

Introduzione

Il presente elaborato si pone l'obiettivo di studiare le principali caratteristiche dei moti a cui è soggetto in volo un aeroplano di tipo Boeing 747, per poterne dedurre gli effetti e progettare una soluzione che cerchi di limitare gli inconvenienti provocati da tali moti: infatti aerei di grandi dimensioni risulterebbero logoranti da pilotare senza strumentazioni di controllo di tipo automatico, a causa della moltitudine di movimenti generati da agenti atmosferici (come venti laterali, per esempio) e dalla dinamica di volo dell'aereo stesso. In particolare la prima parte di tale tesina tratta l'analisi del moto laterale e di quello longitudinale, arrivando, per entrambi, alla derivazione di un modello matematico in forma di sistema lineare, del quale si studieranno varie caratteristiche. La seconda (e più consistente) parte si concentra sul moto laterale (in particolare sul modello in sistema di esso), per il quale si procederà al progetto di un adeguato controllore. Tale progetto è sviluppato seguendo metodologie differenti (nell'ordine: controllo proporzionale, PID, sintesi per tentativi, soluzione alternativa), prendendo le mosse da tipologie 'standard' per poi arrivare a studiare una soluzione ad hoc. Ovviamente alla fine saranno confrontati i vari risultati ottenuti, evidenziando i pro e i contro di ciascun compensatore, per poter valutare quale possa essere la scelta migliore. Come strumenti di studio e analisi si è fatto largo uso dei software *Matlab* e *SISOTool* (appartenente sempre al pacchetto *Matlab*).

Capitolo 1

Dinamica di un Boeing 747

1.1 I moti di un aeroplano

Il volo di un aeroplano è sicuramente un moto estremamente complicato da descrivere, nel quale entrano in gioco numerosissimi fattori e parametri. L'approccio allo studio di tale dinamica è basato sulla fondamentale (e consistente) approssimazione di un velivolo con un corpo rigido sul quale agiscono le forze gravitazionali, aerodinamiche e propulsive. L'aereo presenta, inoltre, un piano di simmetria geometrica destra-sinistra e, secondo le coordinate NASA standard, questo viene assunto come piano $x - z$ degli assi del corpo, con l'asse x che punta in avanti, l'asse z in giù e l'asse y perpendicolare a tale piano. Inoltre i moti a cui è soggetto il velivolo sono classificabili in due categorie principali, per ciascuno dei quali sono presenti degli attuatori:

- moti longitudinali: agiscono lungo gli assi x e z e influenzano l'angolo di beccheggio (pitch) del velivolo; gli attuatori che agiscono su tali moti sono:
 - gli equilibratori (elevators), che modificano l'angolo di inclinazione rispetto all'asse orizzontale;
 - la manetta (throttle), che è la valvola del carburante in ingresso, la quale consente quindi di regolare la potenza in ingresso e far variare quindi la velocità;
- moti laterali: influenzano il moto di rollio e d'imbardata (yaw); gli attuatori sono:
 - gli alettoni (ailerons), che causano l'inclinazione del vettore portanza. Essi si usano per virare (coordinatamente al timone) e per controllare il rollio; da notare che hanno un effetto collaterale sull'imbardata;
 - il timone (rudder), che contrasta l'imbardamento laterale agendo in direzione opposta all'angolo di variazione misurato dai sensori.

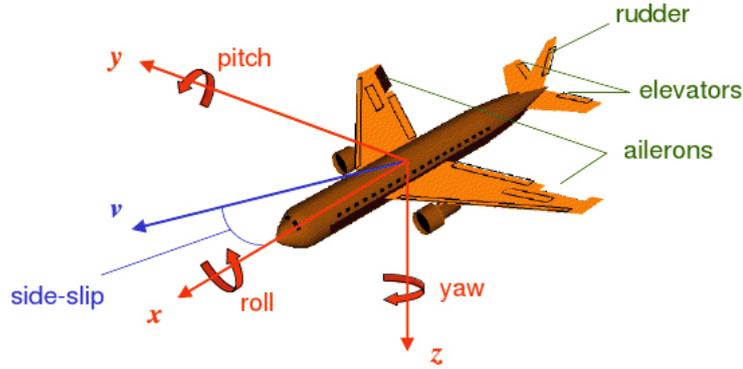


Figura 1.1: Dinamica di volo di un Boeing 747.

1.2 Equazioni e modelli

L'approssimazione del velivolo mediante un corpo rigido porta a un insieme di equazioni differenziali non lineari difficile da risolvere. Al fine di linearizzare tali equazioni, in modo da poter ottenere una conseguente descrizione mediante un sistema lineare, si considera il volo in stato stazionario, cioè rettilineo con velocità e altitudine costanti. Inoltre non si considera il piccolo accoppiamento tra i moti longitudinali e quelli laterali: in questo modo è possibile progettare due controllori ad hoc, uno per il beccheggio (pitch controller) e uno per l'imbardata (yaw damper). Infine, c'è da introdurre un'approssimazione sulla struttura delle ali, le quali sono appunto considerate piatte. Tali assunzioni ci permettono quindi di ricavare i seguenti due modelli matematici di sistema.

1.2.1 Moto longitudinale

Le equazioni che descrivono il moto longitudinale del velivolo risultano essere:

$$\begin{aligned}\dot{\alpha} &= \mu\Omega\sigma \left[-(C_L + C_D)\alpha + \left(\frac{1}{\mu} - C_L\right)q - C_W \sin(\gamma_e)\theta + C_L \right] \\ \dot{q} &= \frac{\mu\Omega}{2T_y} \{ [C_M - \eta(C_L + C_D)]\alpha + [C_M + \sigma C_M(1 - \mu C_L)]q + \eta C_W \sin(\gamma_e)\delta_e \} \\ \dot{\theta} &= \Omega q\end{aligned}$$

con:

α = angolo d'attacco (angle of attack);

q = indice di beccheggio (pitch rate);

θ = angolo di beccheggio (pitch angle);

δ_e = angolo di deflessione dell'elevatore (elevator deflection angle);

$\mu = \frac{\rho_e S \bar{c}}{4m}$, dove:

ρ_e = densità dell'aria circostante;

S = superficie dell'ala;

\bar{c} = lunghezza media della corda alare;

m = massa dell'aereo;

$\Omega = \frac{2U}{\bar{c}}$, dove:

U = velocità di volo all'equilibrio;

C_D = coefficiente di resistenza dell'aria;

C_L = coefficiente di portanza;

C_W = coefficiente di peso;

C_M = coefficiente del momento di beccheggio;

γ_e = angolo della rotta di volo ($\theta - \alpha$);

I_y = momento d'inerzia normalizzato;

$\sigma = \frac{1}{1 + \mu C_L}$;

$\eta = \mu \sigma C_M$.

Ora, per ottenere da tali equazioni la funzione di trasferimento del sistema d'interesse, bisogna assegnare dei valori ad alcuni parametri; pertanto, in accordo con i dati forniti dalla Boeing per il 747, risulta:

$$\dot{\alpha} = -0.313\alpha + 56.7q + 0.232\delta_e$$

$$\dot{q} = -0.0139\alpha - 0.426q + 0.0203\delta_e$$

$$\dot{\theta} = 56.7q$$

Questo insieme d'equazioni è già nella forma di stato, perciò si può immediatamente ottenere il sistema in spazio di stato:

$$\begin{bmatrix} \dot{\alpha} \\ \dot{q} \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.313 & 56.7 & 0 \\ -0.0139 & -0.426 & 0 \\ 0 & 56.7 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ q \\ \theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.232 \\ 0.0203 \\ 0 \end{bmatrix} [\delta_e]$$

A questo punto si osserva che il controllore responsabile del moto longitudinale è il pitch controller, perciò l'unico output di nostro interesse è il pitch angle θ , riducendo così il nostro sistema al tipo SISO. Per ricavare la FDT d'interesse, si può ricorrere all'aiuto di Matlab, inserendo il sistema in spazio di stato e convertendolo nella forma transfer function (comando *ss2tf*); selezioniamo infine la $G(s)$ corrispondente al nostro output, ottenendo così:

$$G_{pitch}(s) = \frac{\theta(s)}{\delta_e(s)} = \frac{1.151s + 0.1774}{s^3 + 0.739s^2 + 0.921s} \quad (1.1)$$

1.2.2 Moto laterale

Per quanto riguarda il moto laterale, dal processo di linearizzazione e con le assunzioni fatte in precedenza, si ottiene il seguente modello in spazio di stato:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_v & -U_0 & V_0 & g_0 \cos \theta_0 \\ N_v & N_r & N_p & 0 \\ L_v & L_r & L_p & 0 \\ 0 & \tan \theta_0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_{\delta_r} & Y_{\delta_a} \\ N_{\delta_r} & N_{\delta_a} \\ L_{\delta_r} & L_{\delta_a} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

con:

β = angolo di derapata laterale, $\beta = \frac{v}{U_0}$, dove:

$$\beta = \tan^{-1} \left(\frac{V}{U} \right);$$

U, V = componenti rispetto agli assi x e y della velocità del centro di massa;

U_0 = velocità di riferimento;

$$v = U - U_0;$$

r = velocità d'imbardata;

p = velocità di rollio;

ϕ = angolo di rollio;

$Y_{v, \delta_r, \delta_a}$ = derivata parziale della forza aerodinamica, in direzione y , rispetto alle perturbazioni $\beta, \delta_r, \delta_a$;

$N_{v, r, p, \delta_r, \delta_a}$ = derivate di stabilità del momento aerodinamico (imbardata);

$L_{v, r, p, \delta_r, \delta_a}$ = derivate di stabilità del momento aerodinamico (rollio);

δ_r = deflessione del timone;

δ_a = deflessione dell'alettone.

Per procedere con l'analisi, è necessario assegnare dei valori ai parametri. Consideriamo quindi una condizione di volo orizzontale a quota 40000 ft e velocità di 0.8 Mach, dalla quale si ottiene:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{r} \\ \dot{p} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.0558 & -0.9968 & 0.0802 & 0.0415 \\ 0.598 & -0.115 & -0.0318 & 0 \\ -3.05 & 0.388 & -0.465 & 0 \\ 0 & 0.0805 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ r \\ p \\ \phi \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0.0729 & 0.0001 \\ -4.75 & 1.23 \\ 1.53 & 10.63 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \delta_r \\ \delta_a \end{bmatrix}$$

Semplifichiamo ora il sistema al tipo SISO, considerando solo il timone come attuatore, riducendo così l'ingresso al solo δ_r . In questo modo, procedendo con Matlab in modo analogo a quanto fatto in precedenza per ottenere $G_{pitch}(s)$, si ricava la FDT desiderata:

$$G_{yaw}(s) = \frac{r(s)}{\delta_r(s)} = \frac{-4.75s^3 - 2.479s^2 - 1.187s - 0.5633}{s^4 + 0.6358s^3 + 0.9389s^2 + 0.5116s + 0.003674} \quad (1.2)$$

Capitolo 2

Analisi open-loop

Procediamo ora all'analisi open-loop dei due sistemi, caratterizzati rispettivamente dalle FDT $G_{pitch}(s)$ e $G_{yaw}(s)$. L'obiettivo è analizzare le principali proprietà del sistema, quali: stabilità (asintotica e BIBO), parametri della risposta al gradino e della risposta in frequenza, tipo del sistema.

2.1 Pitch

È immediato notare che l'espressione (1.1) della $G_{pitch}(s)$ è riscrivibile nel modo seguente:

$$G_{pitch}(s) = \frac{1.51s + 0.1774}{s(s^2 + 0.739s + 0.921)}$$

dalla quale si evince chiaramente la presenza di un polo semplice nell'origine, responsabile dell'instabilità del sistema. Come prova visiva, si riporta la risposta al gradino ottenuta con Matlab, utilizzando il seguente codice:

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
%% Pitch step response %%%  
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%  
5 num=[1.151 0.1774];  
  den=[1 0.739 0.921 0];  
  pitchtf=tf(num,den); %FDT del sistema pitch  
  de=0.2; % ampiezza del gradino in rad (corrispondente ad un angolo di 11 deg  
  )  
  sys=de*pitchtf;  
10 t=0:0.1:20; %intervallo di tempo considerato di 20s  
   step(sys,t)
```

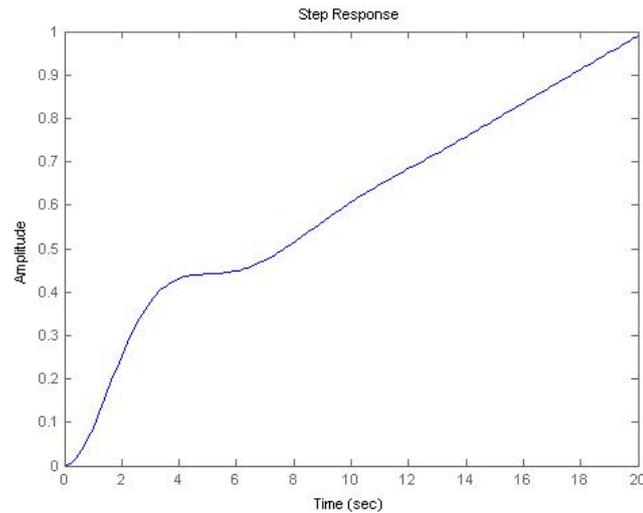


Figura 2.1: Risposta al gradino di $G_{pitch}(s)$.

Poichè il sistema è instabile, non è possibile definirne nessuno dei parametri citati in apertura.

2.2 Yaw

Innanzitutto andiamo a studiare il denominatore della $G_{yaw}(s)$ per vedere se contiene poli instabili. Naturalmente ricorriamo all'aiuto di Matlab, che grazie al comando *damp* restituisce i poli della FDT desiderata. I poli risultano quindi essere:

s	ξ	$\omega(rad/s)$
$-7.28 \cdot 10^{-3}$	1.00	$7.28 \cdot 10^{-3}$
$-5.63 \cdot 10^{-1}$	1.00	$5.63 \cdot 10^{-1}$
$-3.29 \cdot 10^{-2} + j9.47 \cdot 10^{-1}$	$3.48 \cdot 10^{-2}$	$9.47 \cdot 10^{-1}$
$-3.29 \cdot 10^{-2} - j9.47 \cdot 10^{-1}$	$3.48 \cdot 10^{-2}$	$9.47 \cdot 10^{-1}$

Si nota che tutti i poli hanno parte reale negativa e che la rappresentazione della funzione di trasferimento è coprime, pertanto il sistema è asintoticamente stabile e pure BIBO-stabile. Il guadagno di Bode, inoltre, è $k_B = -153.3039$; risulta negativo in quanto il timone funziona in meccanica oppositiva: una rotazione oraria (verso sinistra) del timone, comporta una rotazione antioraria (verso sinistra) della prua. Per mezzo di Matlab, ricaviamo la risposta al gradino di $G_{yaw}(s)$.

Nota: l'ampiezza del gradino è stata impostata a 0.0873, corrispondente a 5° (la massima variazione consentita al timone per specifica di costruzione); inoltre è stata invertita di segno, in modo da ottenere una raffigurazione 'convenzionale'.

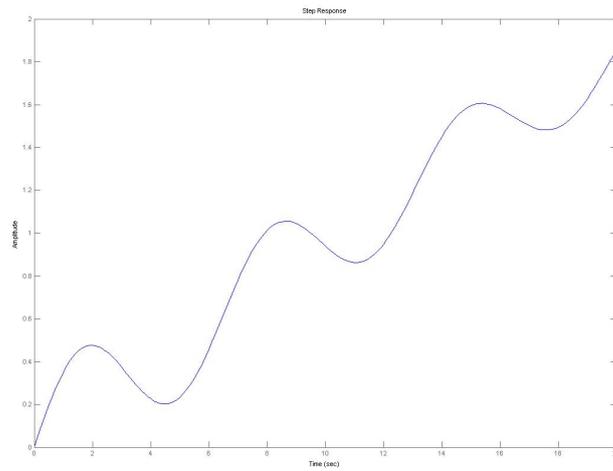


Figura 2.2: Risposta al gradino di $G_{yaw}(s)$ nei primi 20 sec.

Dalla figura 2.2 la stabilità BIBO (ovvero il fatto di rispondere a ingresso limitato, quale il gradino, con uscita limitata) non è per niente evidente, poichè l'intervallo di tempo considerato è troppo breve: infatti, a causa del basso valore del coefficiente di smorzamento, il sistema ha tempo di salita e d'assestamento enormemente elevati. La figura seguente prende in considerazione un intervallo di tempo molto ampio ed è quindi possibile riconoscere la proprietà di stabilità BIBO.

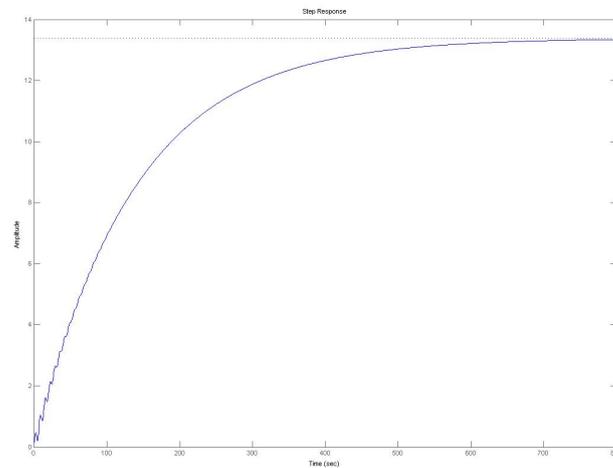


Figura 2.3: Risposta al gradino completa di $G_{yaw}(s)$.

Da quest'ultima figura, Matlab fornisce le seguenti caratteristiche:

tempo di salita $t_r = 316s$;

tempo d'assestamento $t_s = 316s$;

sovraelongazione assente.

Andiamo ora ad analizzare la risposta in frequenza, plottando il diagramma di Bode:

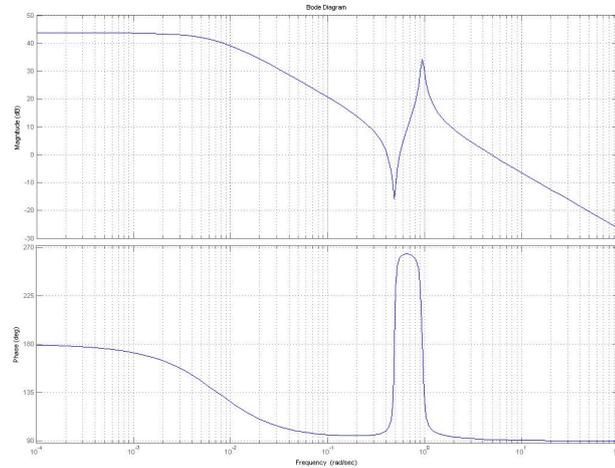


Figura 2.4: Diagramma di Bode $G_{yaw}(s)$

Utilizzando tale diagramma e il comando *bandwidth*, si ottengono i seguenti valori:

pulsazione di risonanza (e conseguentemente picco relativo) assente;

banda passante $B_p = 0.0073$ rad/s.

Infine, essendo $G(0) = k_B = -153.3039 \neq 1$, il sistema è di tipo 0.

È interessante fare un'osservazione sul denominatore di $G_{yaw}(s)$: esso presenta 2 radici reali e 2 complesse coniugate; a tali radici sono associati quattro modi elementari diversi, i quali caratterizzano tre diversi tipi di moti (in quanto i modi complessi caratterizzano lo stesso moto), la cui composizione va a creare il moto complessivo in esame. Analizzare in dettaglio i moti elementari ci aiuterà a capire su quali aspetti dovrà agire il controllore che vogliamo progettare (si veda Cap.3):

moto di rollio: è determinato dal polo reale di modulo maggiore ($s = -0.563$); consiste semplicemente in uno smorzamento del moto di rollio e viene arginato con soluzioni strutturali, quali ali alte, angoli diedrici o altro;

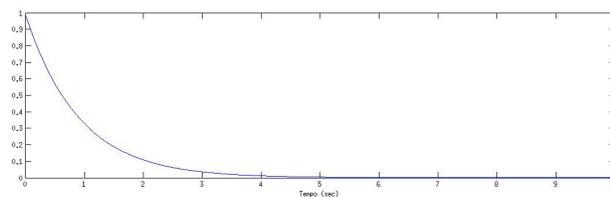


Figura 2.5: Riposta impulsiva della componente di rollio

moto a spirale: è dato dal polo reale di modulo minore ($s = -0.00728$); come si intuisce dal nome, si tratta di un moto con traiettoria a forma di spirale che il velivolo inizia a percorrere se soggetto a correnti o altri disturbi. Anch'esso viene contenuto con soluzioni strutturali;

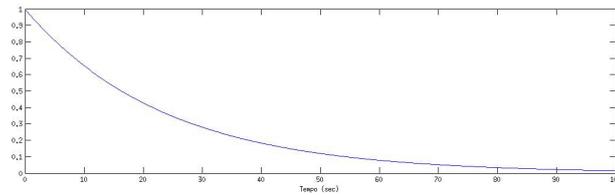


Figura 2.6: Riposta impulsiva della componente a spirale

moto di dutch roll: è caratterizzato dai poli complessi coniugati ($s = -0.0329 \pm j0.947$); come si nota dalla figura, è un moto oscillatorio poco smorzato ed è dato dalla combinazione di rollio e imbardata. L'effetto può essere descritto come un rollio e un'imbardata da una parte (per esempio verso destra), seguito da un ripristino della condizione d'equilibrio, la quale risulta però momentanea poiché l'overhoot causa un'imbardata e un rollio dalla parte opposta (verso sinistra nel nostro caso) e così via: in pratica non si riesce a mantenere una condizione d'equilibrio costante a causa del carattere oscillatorio di tale moto. Per controllarlo sono necessari gli yaw dampers.

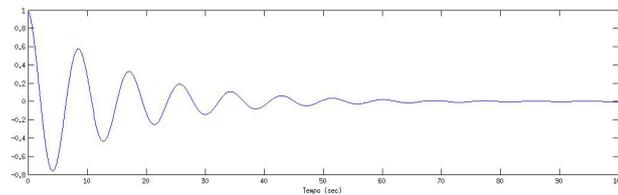


Figura 2.7: Riposta impulsiva della componente dutch roll

Capitolo 3

Progetto yaw damper

3.1 Problema e specifiche

Nel capitolo precedente si è visto come il moto del nostro sistema sia in realtà il risultato della composizione di tre moti distinti, ognuno associato ad un modo elementare. Poichè i moti di rollio e a spirale sono descritti dagli esponenziali convergenti, non hanno effetti particolarmente dannosi sulla difficoltà di guida del velivolo; il problema risulta invece essere il dutch roll: il suo carattere oscillatorio con smorzamento molto basso (nel nostro caso $\xi = 0.0348$) rende pressochè impossibile la guida dell'aereo senza un controllore automatico che ne addolcisca il comportamento. Pertanto l'obiettivo primario del progetto del nostro compensatore è quello di aumentare il fattore di smorzamento: una specifica ragionevole è quella di imporre $\xi \geq 0.5$; ciò porterà benefici sulla facilità di governo del velivolo e sarà identificabile con un miglioramento del tempo d'assestamento t_s . L'obiettivo secondario, ma non trascurabile, è quello di diminuire il valore della pulsazione naturale dei poli in catena chiusa, per migliorare il tempo di salita t_r : quindi la seconda specifica è $\omega_n \leq 0.5$ rad/s. Il sistema che consideriamo per il progetto del controllore è raffigurato dal seguente schema a blocchi:

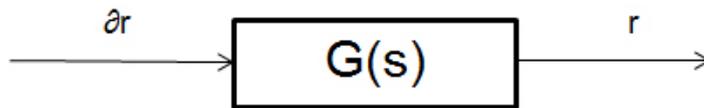


Figura 3.1: Sistema open loop.

Il sistema retroazionato con controllore sarà invece:

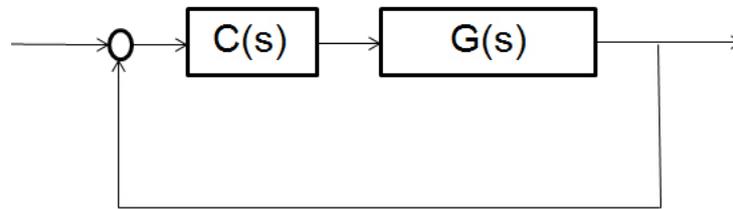


Figura 3.2: Sistema controllato.

3.2 Controllo Proporzionale

Come primo passo, vediamo l'effetto che ha un semplice controllore proporzionale del tipo $C(s) = k$. Visto il tipo di specifiche, il metodo migliore per trovare il valore di k che permetta di soddisfarle maggiormente è quello di operare basandoci sul luogo delle radici, in particolare operando con il software SISOtool. Plottiamo innanzitutto il luogo delle radici del nostro sistema (negativo in quanto $k_B < 0$):

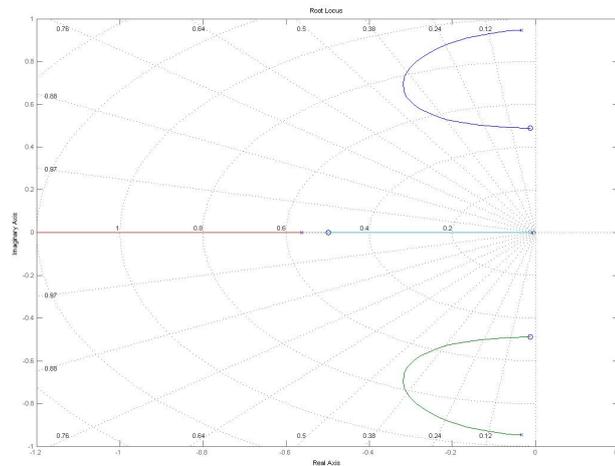


Figura 3.3: Luogo delle radici.

Inserendo le specifiche (rappresentate dalle curve nere in figura 3.4; le rette rappresentano il valore $\xi = 0.5$, mentre la semi-ellisse rappresenta $\omega_n = 0.5$) nel luogo delle radici plottato da SISOtool, si ottiene che il valore massimo raggiungibile del coefficiente di smorzamento è $\xi = 0.441$, che si consegue con $k = -0.27841$; con tale compensatore, si ottiene inoltre un avvicinamento alla seconda specifica, in quanto la frequenza naturale risulta essere $\omega_n = 0.685$ rad/s. Dall'analisi della risposta al gradino del sistema retroazionato, emerge che $t_s = 14.8s$ e $t_r = 7.29s$, con overshoot=3.22%.

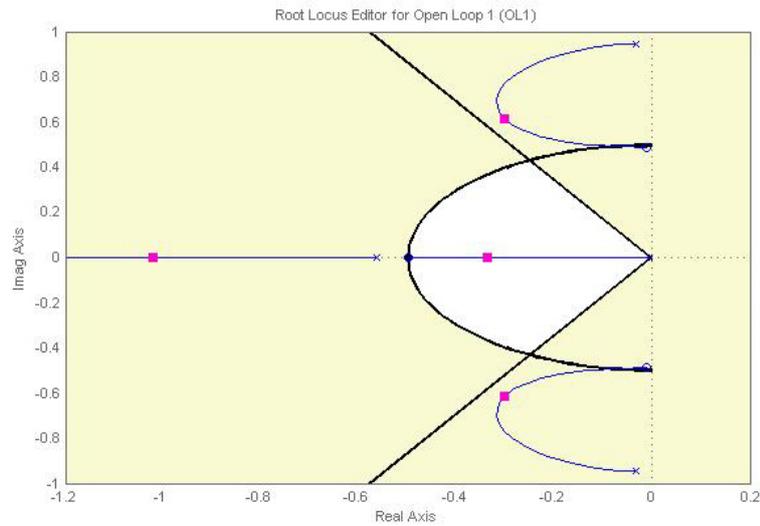


Figura 3.4: Luogo delle radici in SISOTool. I punti rosa rappresentano la posizione dei poli per $k=-0.27841$

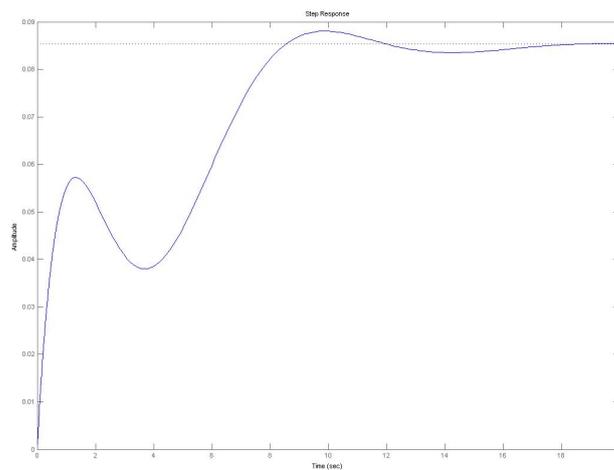


Figura 3.5: Risposta al gradino di $W(s)$ con $C(s) = k$.

Pertanto il controllore proporzionale migliore è $C_P(s) = -0.27841$.

3.3 Controllo PID

Il controllo di tipo PID effettua sul segnale in ingresso un'azione che è il risultato della combinazione lineare di tre componenti distinte: una di tipo proporzionale (P), una integrativa (I) e una derivativa (D). Pertanto un controllore PID presenta una FDT del tipo:

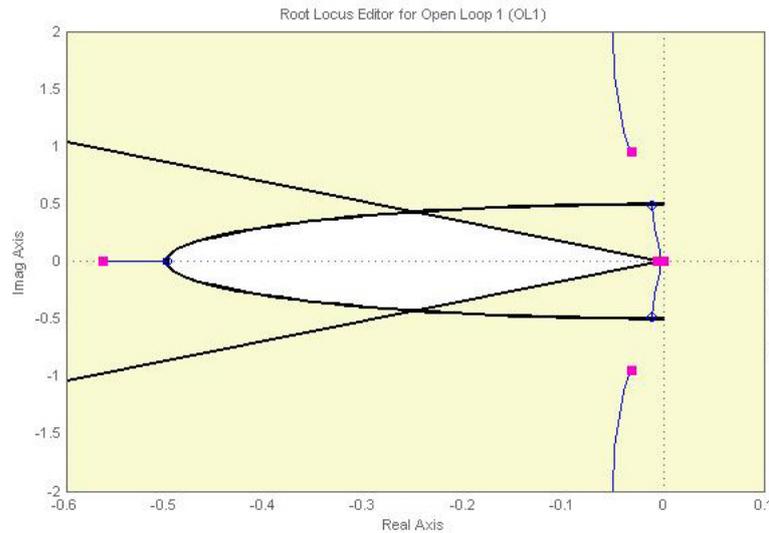
$$C_{PID}(s) = K_p + \frac{K_i}{s} + K_d s, \quad K_p, K_i, K_d \in \mathbb{R}. \quad (3.1)$$

La 3.1 può essere riscritta in una forma più immediata al fine del progetto del controllore, assumendo che i due zeri siano reali:

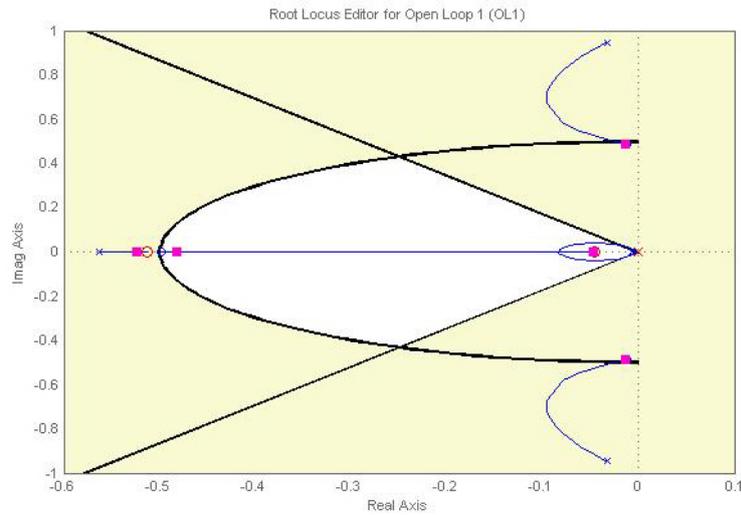
$$C_{PID}(s) = \frac{K_i}{s} (1 + s\tau_1)(1 + s\tau_2)$$

In pratica, per progettare tale controllore dovremo verificare, una volta fissato il polo nell'origine, dove sarà più conveniente collocare i due zeri per soddisfare al meglio le specifiche; infine, essendo la $C_{PID}(s)$ impropria, sarà necessario aggiungere un polo in alta frequenza per rendere il compensatore fisicamente realizzabile. Naturalmente conduciamo l'analisi basandoci sul luogo delle radici, in particolare ricorrendo nuovamente a SISOTool.

Analogamente a quanto fatto in precedenza, plottiamo il luogo delle radici, con la caratterizzazione grafica delle specifiche; inserendo poi un polo nell'origine, il luogo si modifica nel seguente modo:



Da notare che l'integratore ha fatto peggiorare di molto il fattore di smorzamento dei poli complessi (osservabile dall'allontanamento, verso valori minori, dalla retta che rappresenta $\xi = 0.5$). Ora dobbiamo capire dov'è più conveniente collocare gli zeri. Come primo tentativo, puntiamo alla semplificazione del sistema retroazionato: pertanto inseriamo il primo zero vicino al polo reale, per ottenere una quasi cancellazione zero-polo, e il secondo in bassa frequenza, per compensare l'effetto negativo dell'integratore sullo ξ . Il PID risultante è quindi $C_1(s) = -\frac{(1+1.9s)(1+21s)}{s}$, che produce il seguente luogo:



E' immediato osservare che i benefici si hanno solo sulle frequenze naturali, ma il fattore di smorzamento rimane ancora molto piccolo, causando oscillazioni inaccettabili e un transitorio eccessivamente lungo; dalla risposta al gradino emerge infatti $t_s = 281s$, anche se $t_r = 7.12s$.

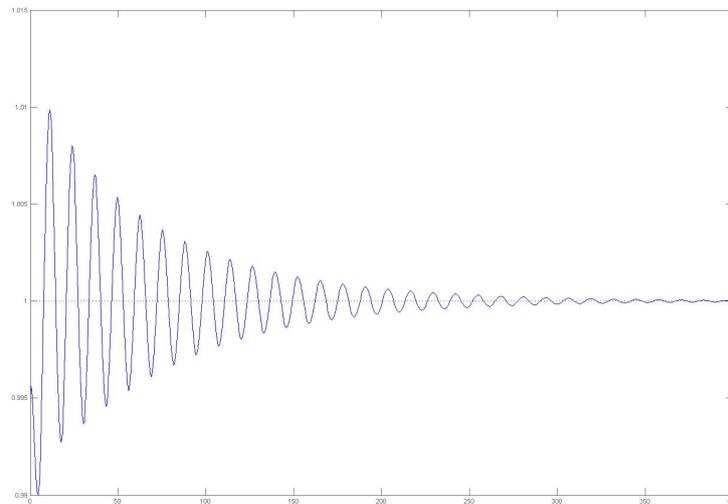
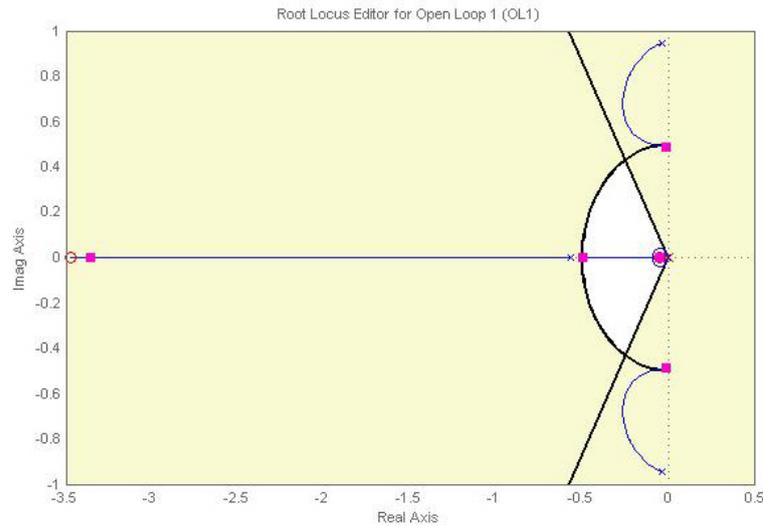


Figura 3.6: Risposta al gradino primo tentativo PID.

Per capire quale potrebbe essere la strada giusta per migliorare il compensatore, ci concentriamo innanzitutto sullo zero di modulo maggiore: si nota che avvicinandolo all'origine, i rami dei poli complessi si avvicinano sempre più all'asse Im , peggiorando così il fattore di smorzamento; al contrario, aumentando il modulo dello zero, i rami complessi del luogo si avvicinano alle rette $\xi = 0.5$.



Dall'analisi del luogo ottenuto fissando lo zero in $s = -3.47$, si evince che il massimo ξ ottenibile (anche sacrificando un po' la specifica su ω_n) è pari a 0.377 (per $k = -0.014299$), quindi ancora troppo piccolo. Ciononostante, si è ottenuto un notevole miglioramento nelle caratteristiche della risposta al gradino, in quanto $t_s = 49.1s$ (e $t_r = 6.94s$).

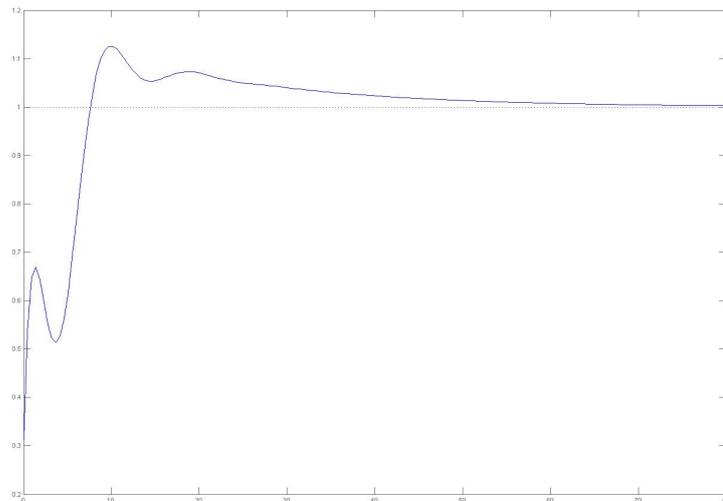


Figura 3.7: Risposta al gradino secondo tentativo PID.

Vediamo ora di agire sul secondo zero per ottimizzare definitivamente il controllore. Anche in questo caso abbiamo due scelte: allontanarlo o avvicinarlo all'origine. La prima opzione in realtà non lascia molto margine, in quanto lo zero è già in bassa frequenza; in ogni caso si nota che fa avvicinare i rami complessi all'asse Im , peggiorando quindi lo smorzamento. La seconda, invece, risulta efficace, in quanto, man mano che lo zero aumenta in modulo, i rami complessi si avvicinano alle rette $\xi = 0.5$, rendendo possibili valori dello smorzamento anche maggiori della specifica

minima. Dopo qualche tentativo, si ottiene che il miglior trade-off si ottiene fissando lo zero in $s = -0.244$; rimane solo da determinare il k ottimo. Facendo variare i poli lungo i rami, si osserva il compromesso fra le due specifiche: un aumento di ξ , comporta un peggioramento sulle ω_n e viceversa. Comunque un valore di k che permette di soddisfare entrambe le specifiche ($\xi_1 = 0.51$ per una coppia di rami complessi, $\xi_2 = 0.736$ per l'altra; $\omega_{n1} = 0.448$ e $\omega_{n2} = 0.467$) è $k = -0.11343$. Dall'analisi della risposta al gradino per il compensatore trovato, si ricava: $t_s = 22.1s$ e $t_r = 5.5s$.

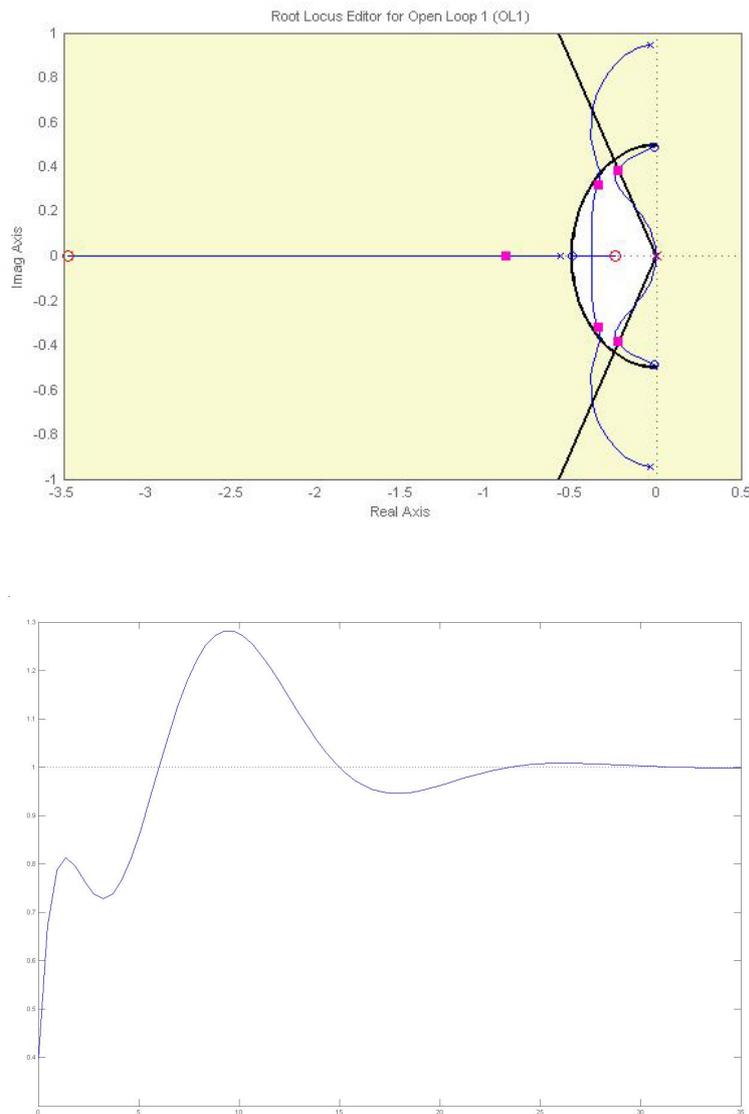


Figura 3.8: Risposta al gradino PID.

Ovviamente, come discusso ad inizio paragrafo, bisogna aggiungere un polo in alta frequenza per rendere il controllore fisicamente realizzabile; quindi la FDT finale è:

$$C_{PID}(s) = -0.11343 \frac{(1 + 4.1s)(1 + 0.29s)}{s(1 + \frac{s}{\tau})}, \quad \tau \geq 20.$$

3.4 Sintesi per tentativi

In questo paragrafo ci occuperemo di progettare il controllore seguendo la strada della sintesi per tentativi, però con una piccola differenza rispetto al metodo ‘classico’: infatti normalmente questa metodologia di progetto prende le mosse dai diagrammi di Bode di modulo e fase; noi invece continueremo a basare il nostro studio sul luogo delle radici. Questa scelta è giustificata da due fatti:

- le nostre specifiche fissano ξ e ω_n , parametri difficilmente valutabili da Bode;
- per il sistema che stiamo esaminando non vale la relazione $B_p \{C(s)G(s)\} \simeq \omega_a \{W(s)\}$.

Pertanto cominciamo la nostra analisi plottando in SISOTool il luogo delle radici, con le caratterizzazioni grafiche delle nostre specifiche, in analogia a quanto fatto finora.

Come primo caso, consideriamo una rete ritardatrice, cioè un compensatore proprio (con inversa propria) in cui il valore dello zero è maggiore di quello del polo. Si osserva senza difficoltà che con questo tipo di rete, la distanza tra lo zero e il polo è poco determinante: infatti, fintanto che il polo si mantiene a sinistra di -0.5 , i poli dominanti del sistema retroazionato soddisfano abbastanza bene le specifiche per qualche valore di k ; le conseguenze sulla risposta al gradino sono:

- tempo di salita dell'ordine dei 6-8s;
- tempo d'assestamento dell'ordine dei 10-15s;
- overshoot $< 7\%$.

Agendo sulla distanza tra lo zero e il polo e facendo variare opportunamente il valore di k , si possono preferire alcuni parametri a discapito degli altri, rendendo cioè il sistema più veloce in risposta (peggiorando però t_s e overshoot) o privo di overshoot, ecc. Riportiamo qui un caso medio, i cui poli dominanti soddisfano bene le specifiche ($\omega_n = 0.505$, $\xi = 0.505$); i parametri della relativa risposta al gradino sono: $t_r = 6.95s$, $t_s = 12.8s$, $overshoot = 6.13\%$:

$$C_{rit}(s) = -0.31946 \frac{1 + 0.21s}{1 + 0.51s}$$

Nota: in realtà si è fatto un leggero abuso di definizione, in quanto la rete ritardatrice dovrebbe avere guadagno unitario. Analoga osservazione vale per le successive reti anticipatrice e a sella.

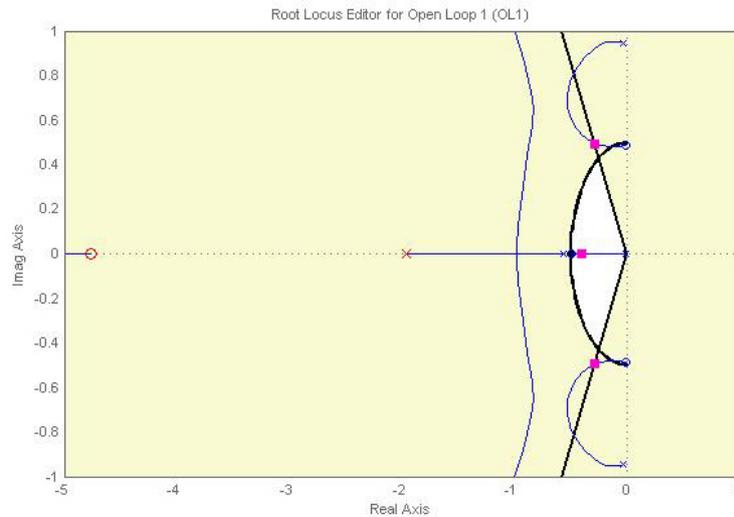


Figura 3.9: Luogo radici con rete ritardatrice.

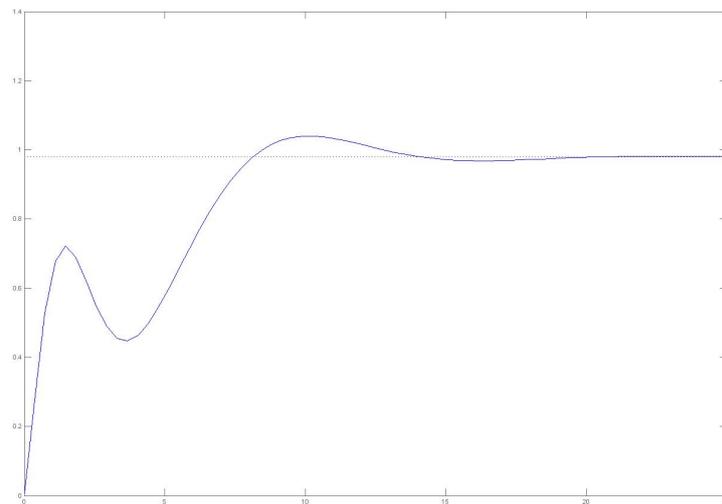


Figura 3.10: Risposta al gradino con rete ritardatrice.

Il secondo caso che prendiamo in esame è quello di una rete anticipatrice, cioè nient'altro che l'inverso di una ritardatrice. In questo caso, però, si osserva che la distanza tra il polo e lo zero è determinante: infatti, più essi sono lontani, più i rami complessi si avvicinano all'asse Im , peggiorando addirittura la situazione rispetto al sistema di partenza. L'unico modo per avvicinarsi al raggiungimento delle specifiche è porre il polo e lo zero molto vicini tra loro, creando in pratica una quasi cancellazione: è facilmente intuibile, quindi, che questo compensatore non potrà dare un contributo tanto più significativo rispetto a quello proporzionale. Tale intuizione è facilmente provata dalle simulazioni, che mostrano come ω_n rimanga sempre maggiore di 0.5 rad/s e $\xi < 0.5$. Per i parametri della risposta al gradino, si ha:

- $t_r \simeq 7s$;
- tempo d'assestamento dell'ordine dei 14-16s;
- overshoot $\simeq 4\%$.

Una nota rilevante è il fatto che, con questo tipo di rete, il margine di fase risulta sempre negativo. Riportiamo anche in questo caso un esempio 'medio' per questo tipo di controllore:

$$C_{ant}(s) = -0.29026 \frac{1 + 0.52s}{1 + 0.48s}.$$

Effetti:

$$\omega_n = 0.67 \text{ rad/s};$$

$$\xi = 0.424;$$

$$t_r = 7.22s;$$

$$t_s = 15.2s;$$

$$\text{overshoot} = 4.19\%.$$

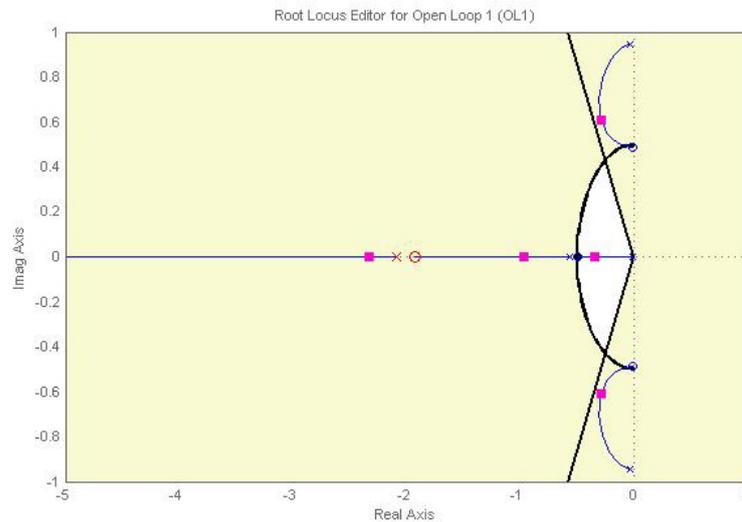


Figura 3.11: Luogo radici con rete anticipatrice.

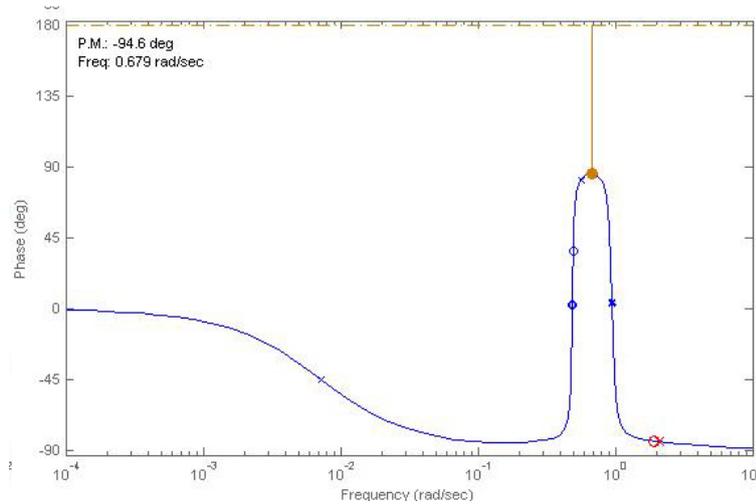


Figura 3.12: Margine di fase con rete anticipatrice.

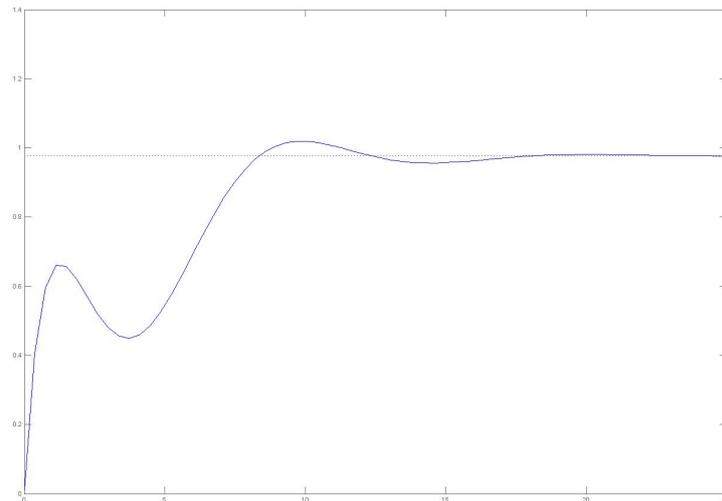


Figura 3.13: Risposta al gradino con rete anticipatrice.

A questo punto è naturale chiedersi se la combinazione di una rete ritardatrice e un'anticipatrice, cioè una rete a sella, potrebbe migliorare ulteriormente le prestazioni. Inserendo entrambe le reti, non cambiano le 'regole' verificate in precedenza: la distanza tra zero e polo nella rete ritardatrice non è determinata, polo e zero della rete anticipatrice devono ancora essere molto vicini. Ciò che ora domina le caratteristiche del sistema è la distanza tra i poli delle due reti: infatti facendo variare la loro posizione reciproca, si riscontrano cambiamenti significativi nelle prestazioni del sistema retroazionato. Comunque si osserva che, nella maggior parte dei casi, i miglioramenti non sono poi così significativi, essendo le prestazioni paragonabili a quelle ottenibili con una rete ritardatrice (e ha logicamente senso poichè la rete anticipatrice in sè è in pratica una quasi cancellazione zero-polo). Ciononostante, esiste

un piccolo intervallo di distanze tra i due poli per cui si riesce a migliorare di un buon valore percentuale il tempo d'assestamento: infatti con qualche simulazione si verifica che con il polo della rete ritardatrice posto in un piccolo intorno di $s = -1.82$ e quello della rete anticipatrice circa in $s = -0.8$, il tempo d'assestamento diventa dell'ordine degli 8.5s. Notiamo infine che il margine di fase rimane positivo ed abbastanza elevato, come nel caso della rete ritardatrice. Riportiamo qui di seguito un esempio:

$$C_{sella}(s) = -0.25353 \frac{(1 + 0.17s)(1 + 1.5s)}{(1 + 1.3s)(1 + 0.54s)}.$$

Effetti:

$$t_r = 7.39s;$$

$$t_s = 8.73s;$$

$$\text{overshoot} = 0.9\%;$$

poli dominanti: $\omega_n = 0.652 \text{ rad/s}$, $\xi = 0.516$.

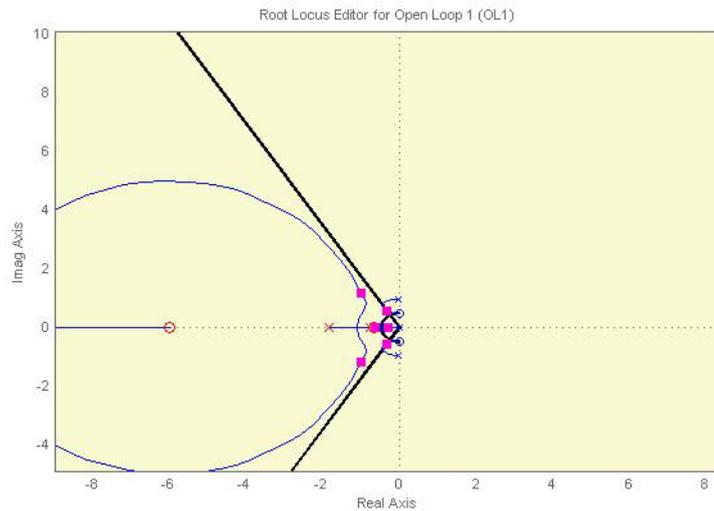


Figura 3.14: Luogo radici con rete a sella.

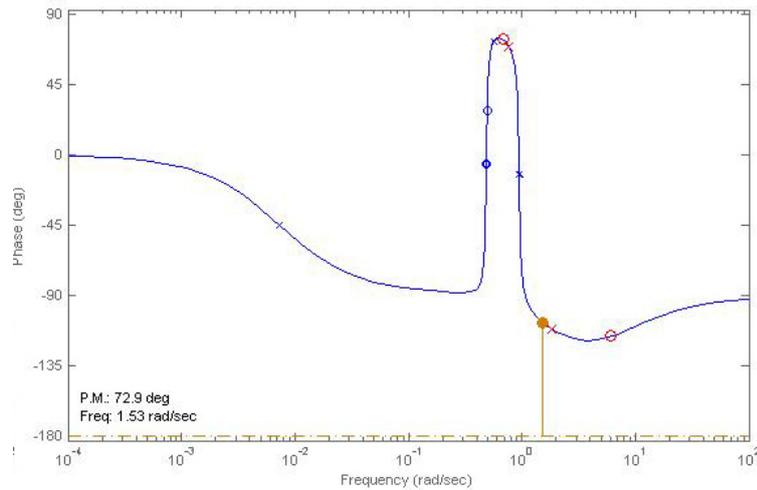


Figura 3.15: Margine di fase con rete a sella.

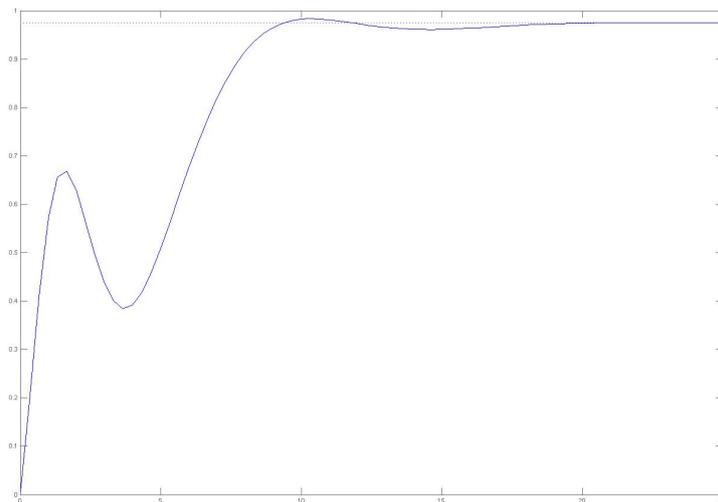


Figura 3.16: Risposta al gradino con rete a sella.

Alla fine di tutti questi passi di progetto, è interessante fare un'osservazione conclusiva: finora abbiamo studiato gli effetti che vari tipi di rete hanno sul nostro sistema, limitandoci ad applicare schemi 'standard' e analizzare quale fosse il più adatto; ora che però le dinamiche del sistema sono abbastanza chiare, possiamo provare a verificare se esiste una soluzione più semplice, ma al contempo ugualmente (o addirittura maggiormente) efficace. Procediamo per gradi. Il compensatore più semplice è sicuramente quello proporzionale ed è stato, appunto, il primo a essere stato studiato. Però subito dopo il proporzionale, in scala di complessità crescente, troviamo il compensatore con un unico polo, il quale diventa quindi il nostro oggetto di studio attuale. Basandoci sempre sul luogo delle radici, andiamo a verificare cosa succede inserendo un polo: è immediato verificare che più tale polo è vicino

all'origine, più i rami dei poli dominanti sono vicini all'asse Im (osservazione già fatta nel progetto del controllore PID), mentre, allontanandolo, i poli dominanti si avvicinano alle specifiche. Esiste però un limite alla distanza dall'origine del polo del compensatore: infatti oltre a $s \simeq -8.5$, i rami dei poli dominanti ricominciano ad allontanarsi dalle rette $\xi = 0.5$, tendendo nuovamente all'asse Im . Comunque per un ampio intervallo di valori possibili per il polo di $C(s)$, le prestazioni risultano migliori rispetto a quelle ottenibili con la rete ritardatrice e, per un sottointervallo non trascurabile, addirittura confrontabili con quelle della molto più complicata rete a sella. Come prova ed esempio riportiamo il seguente controllore, ottenuto dopo qualche tentativo d'ottimizzazione:

$$C_{easy}(s) = -0.261 \frac{1}{1 + 0.21s}.$$

Effetti:

$$t_r = 7.18s;$$

$$t_s = 8.29s;$$

$$\text{overshoot} = 1.66\%;$$

$$\text{poli dominanti: } \omega_n = 0.681 \text{ rad/s, } \xi = 0.528.$$

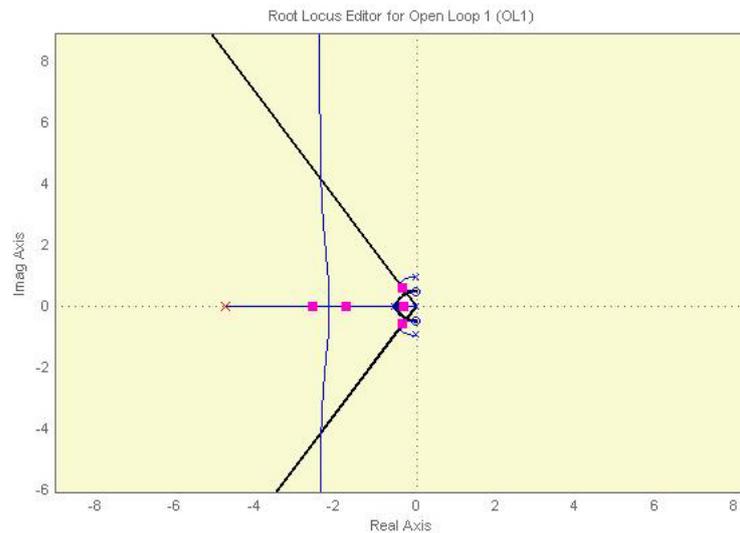


Figura 3.17: Luogo radici con compensatore semplice.

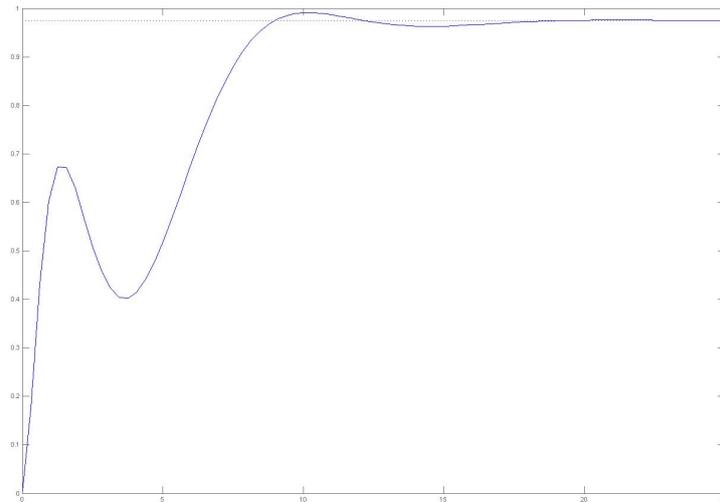


Figura 3.18: Risposta al gradino con compensatore semplice.

3.5 Filtro washout

Il progetto dei controllori finora svolto, è stato sviluppato in un ambito in realtà troppo semplicistico: infatti non è stato considerato il caso di curva costante (cioè di manovra programmata e comandata dal pilota). In questa circostanza, il valore dello yaw rate r non è 0, pertanto lo yaw damper comanda una deflessione del timone, causando così un errore sull'angolo impostato per la curva programmata. Considerando, per esempio, una curva verso destra, lo yaw damper produrrebbe sempre una deflessione del timone verso sinistra, mentre ne sarebbe richiesta una a destra: è evidente che questa caratteristica è molto poco desiderabile. Per risolvere il problema, normalmente viene introdotto un filtro passa-alto (detto filtro 'washout'), che ha guadagno nullo in stato stazionario e guadagno unitario in alta frequenza: il guadagno nullo in stato stazionario permette di eliminare completamente la retroazione in caso di curva costante. Quindi lo schema complessivo del controllore risulta il seguente, con $H(s) = \frac{s}{s+a}$; per aeroplani di grandi dimensioni come il Boeing 747, si assume una costante di tempo pari a 0.33s, quindi $a = 0.33$.

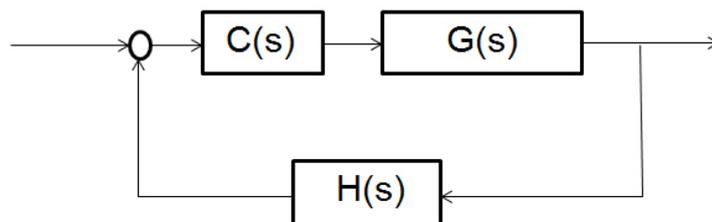
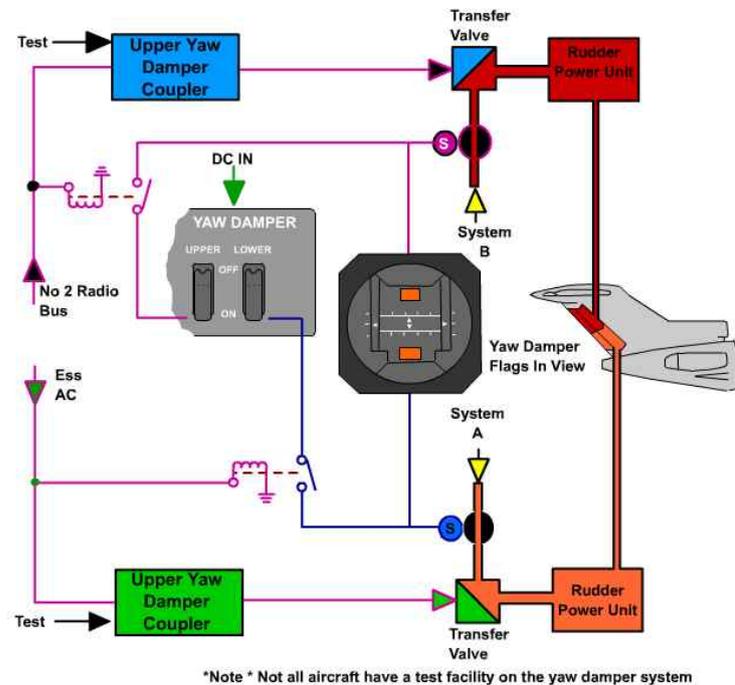


Figura 3.19: Sistema completo.

3.6 Yaw dampers in azione

Nel Boeing 747, per motivi di sicurezza, il timone non è blocco unico: infatti è diviso in due parti (una superiore e una inferiore), ognuna funzionante indipendentemente dall'altra; normalmente i due timoni sono accoppiati, ma in caso di guasto è possibile disattivare quello malfunzionante e mantenere comunque il controllo del velivolo. Ognuno dei due timoni è ovviamente controllato dal proprio yaw damper, che quindi risultano essere due per ogni velivolo. Quelli rappresentati in figura hanno un accoppiatore associato che lavora come un sensore d'imbardata e un misuratore giroscopico. Il sistema di smorzamento è quello che fornisce il necessario movimento del timone per opporsi e smorzare l'imbardata. Il piegamento del timone è limitato a 5 gradi, questo per evitare che sia applicato tutto timone o a destra o a sinistra in caso di malfunzionamento del sistema stesso. Lo smorzatore inferiore è alimentato elettricamente dall' Essential Radio Bus, mentre quello superiore dal No2 Radio Bus. I controlli degli smorzatori sono associati al timone attraverso una valvola di trasferimento nell'unità di alimentazione del timone stesso. Lo smorzatore superiore utilizza il System B, quello inferiore il System A. La perdita della pressione idraulica del sistema sfocia nella perdita di "accoppiamento" degli smorzatori. Se si incorre in questa perdita di pressione idraulica e risulta necessario disattivare questo sistema non ci si imbatte in una situazione di emergenza. L'unica operazione che occorre fare tra pilota automatico e YD è quella che quest'ultimo sia attivato prima che venga attivato il pilota automatico.



Capitolo 4

Conclusioni

È d'obbligo, alla fine del progetto dei vari tipi di controllore, esplicitare un confronto tra i vari risultati ottenuti, al fine di analizzarne i lati positivi e negativi di ognuno di essi. Per condurre un'analisi sistematica, ci baseremo su delle figure di merito che esulano da uno studio prettamente teorico e cercano di calare questo semplice elaborato in un'ottica concreta di mercato. Pertanto le figure di merito prese in considerazione sono:

- **prestazioni:** ovviamente un controllore non può prescindere dal soddisfare i requisiti per i quali è necessario il suo utilizzo;
- **semplicità di progetto:** ciò è legato ai costi di progettazione del controllore;
- **semplicità di realizzazione:** questo aspetto è invece legato ai costi di produzione, nonchè all'affidabilità del controllore (un dispositivo semplice è meno esposto al pericolo di guasti).

4.1 Prestazioni

Per quanto riguarda le prestazioni, è immediato notare come tutti i controllori discussi nel capitolo precedente soddisfino in modo accettabile le specifiche, in particolare il controllore PID e la rete ritardatrice. Osserviamo però che uno stretto raggiungimento di entrambe le specifiche non implica prestazioni ottime: infatti il controllore PID, nonostante sia il più veloce in risposta all'ingresso, è quello che presenta tempo d'assestamento maggiore (infatti ha anche un overshoot nettamente maggiore degli altri). Considerando quindi le prestazioni in risposta al gradino, il controllore migliore risulta essere quello a singolo polo (informalmente denominato 'easy'): infatti, benchè non abbia un particolare vantaggio in velocità di risposta, risulta nettamente più conveniente per quanto riguarda il tempo d'assestamento. Si potrebbe obiettare che tali prestazioni sono raggiungibili anche dalla rete a sella: anch'essa infatti risulta essere una buona scelta, però il range di valori in cui collocare i due poli per ottenere le prestazioni ottime, è molto più ristretto rispetto al range di collocazione del polo dell' 'easy'. A questo punto, però, tale figura di merito potrebbe apparire ambigua: infatti i controllori che rispettano pienamente le specifiche non risultano essere i migliori in termini di prestazioni in risposta al

gradino. Il motivo è che la specifica principale da tenere in considerazione è il valore del coefficiente di smorzamento ξ (pienamente soddisfatto, infatti, dall' 'easy' e dalla rete a sella); il limite su ω_n va invece preso come un indicatore dell'ordine di grandezza del tempo di salita: per quanto il controllore PID sia il più veloce, si vede chiaramente come tale differenza sia in realtà piccola rispetto alla diversità dei tempi d'assestamento.

4.2 Semplicità di progetto

La fase di progettazione ha un'influenza non trascurabile sul costo finale di un controllore. Pertanto le metodologie preferite solitamente sono quelle del controllo proporzionale o PID, le quali permettono una progettazione sistematica che, generalmente, in pochi passi porta alla soluzione desiderata. Anche le reti sono mediamente di facile progettazione, però comunque comportano qualche osservazione in più e quindi una spesa di tempo maggiore: infatti per il nostro progetto, non potevamo (al contrario di quanto succede in molti altri casi) capire a priori quale rete sarebbe stata adatta ai nostri scopi e quindi ottimizzare solo quella. Infine, il compensatore 'easy' merita un discorso a sè: esso infatti rappresenta una soluzione alternativa rispetto agli schemi standard. Nel nostro progetto era sicuramente di facile identificazione, però bisogna tenere conto che ci siamo mossi in ipotesi abbastanza semplificative, quindi non è detto che in generale sia sempre così immediato trovare tale tipo di soluzione.

4.3 Semplicità realizzativa

Un aspetto fondamentale sulla bontà di un controllore è sicuramente la semplicità di esso: infatti la complessità è, generalmente, inversamente proporzionale ai costi di produzione; inoltre i dispositivi semplici hanno, solitamente, meno probabilità di esporsi all'inconvenienza di guasti, diventando perciò più affidabili. Pensando che gli yaw dampers sono imprescindibili sistemi per garantire governabilità di velivoli su cui viaggiano centinaia di persone, è immediato rendersi conto di come l'affidabilità (derivata dalla semplicità) sia un parametro irrinunciabile. Quindi è chiaro come i migliori, in base a questa figura di merito, siano senz'altro il compensatore proporzionale e quello 'easy' a singolo polo.

4.4 Scelta finale

Sulla base dell'analisi delle varie figure di merito considerate, è immediato evincere come il miglior trade-off sia il compensatore a singolo polo, denominato 'easy': esso infatti garantisce le migliori prestazioni ottenibili ed è ottimo in termini di semplicità; da notare inoltre che, per quanto teoricamente "fuori dalle righe", la sua progettazione non richiede nemmeno sforzi maggiori rispetto agli altri tipi di controllori. Tali aspetti positivi hanno fatto sì che un compensatore di questo tipo (unitamente al filtro washout) siano diventati lo schema di controllo adottato per la realizzazione degli yaw dampers in velivoli di grandi dimensioni, come i Boeing 747 appunto.

Bibliografia

M. Bisiacco, M.E. Valcher, *Controlli Automatici*, Libreria Progetto Padova, Padova, 2008;

B. Etkin, L.D. Reid, *Dynamics of Flight – stability and control*, 3a ed., John Wiley and Sons, USA, 1996;

A.E. Bryson Jr., *Control of Spacecraft and Aircraft*, Princeton University Press, Princeton, 1994;

Yaw Damper: <http://www.md80.it/approfondimenti-2/lo-yaw-damper/>;

Moti associati ai modi: <http://en.wikipedia.org/wiki/Shortperiod>;

Modello moto longitudinale: <http://www.engin.umich.edu/class/ctms/examples/pitch/mpitch.htm>;

Parametri moto laterale: <http://home.dei.polimi.it/rocco/bovisa/linfa6.pdf>.