

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Corso di Laurea in Ingegneria dell'Informazione

Tesi di Laurea Triennale

**PROGETTAZIONE DI UN SISTEMA DI
CONTROLLO PER UNA VALVOLA
ELETTROMAGNETICA PER UN MOTORE A
COMBUSTIONE INTERNA**

Candidato

Lorenzo Franceschetti

2000263

Relatore

Prof.ssa Maria Elena Valcher

ANNO ACCADEMICO 2022/2023

25 SETTEMBRE 2023

Sommario

L'elaborato si propone di studiare un attuatore elettromagnetico per l'azionamento di una valvola per motori a combustione interna e progettare un controllore in grado di garantire il soddisfacimento delle specifiche date, limitando gli effetti dei disturbi di attuazione e di misura. La progettazione viene effettuata sfruttando gli strumenti messi a disposizione dall'ambiente MATLAB, in particolare SISOtool e Control System Toolbox per la progettazione del controllore e Simulink per la verifica del rispetto delle specifiche per quanto riguarda sia il sistema linearizzato che quello non lineare.

Indice

Introduzione	1
Attuatori	2
1 Modello della valvola elettromagnetica	5
1.1 Derivazione del modello	5
1.1.1 Calcolo dell'induttanza	7
1.1.2 Calcolo della forza magnetica e modello finale	8
1.2 Rappresentazione in spazio di stato	8
1.3 Identificabilità a priori del modello	9
1.3.1 Studio dell'identificabilità	9
2 Analisi del sistema	11
2.1 Linearizzazione del modello	11
2.1.1 Calcolo dei punti di equilibrio del sistema	12
2.1.2 Linearizzazione intorno al punto di equilibrio	12
2.2 Funzione di trasferimento	13
2.2.1 Stabilità del modello linearizzato	13
3 Progettazione del controllore	15
3.1 Stabilizzazione del processo	15
3.2 Luoghi delle radici	16
3.2.1 Luoghi delle radici di $G(s)$	16
3.3 Controllo in retroazione	17
3.3.1 Specifiche sul sistema controllato	18
3.3.2 Considerazioni sulle specifiche	18
3.3.3 Tipo del sistema e forma del compensatore	19
3.3.4 Reiezione dei disturbi di attuazione	19
3.3.5 Reiezione dei disturbi di misura	20
3.4 Progettazione del controllore	21
4 Analisi del sistema controllato	23
4.1 Sistema lineare	23
4.1.1 Risposta a segnali a gradino	24
4.1.2 Reiezione dei disturbi di attuazione	24

4.1.3	Reiezione dei disturbi di misura	25
4.2	Sistema non lineare	26
4.2.1	Risposta a segnali a gradino	27
4.3	Conclusioni	29

Introduzione

Nel corso degli anni, le diverse case automobilistiche hanno studiato sistemi che migliorassero le prestazioni dei motori e, in particolare negli ultimi tempi, anche l'efficienza, riducendo consumi ed emissioni inquinanti. Per questo scopo, si sono adottate tecnologie come l'iniezione diretta, l'accensione elettronica e la distribuzione a fasatura variabile, quest'ultima per di migliorare i meccanismi di scambio dei gas tra la camera di combustione e gli impianti di alimentazione e di scarico. Infatti, al variare del regime di rotazione del motore, diventa necessario modulare la quantità di aria immessa nel cilindro e per questo occorre modificare i tempi di apertura delle valvole.

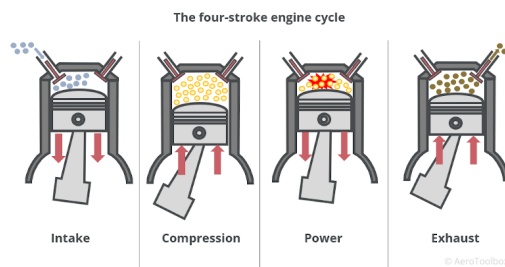


Figura 1: Ciclo di un motore a quattro tempi¹

Il primo sistema di modulazione della fasatura delle valvole adottato su una vettura di serie è stato il VCT (Variable Camshaft Timing) [2], sviluppato da Alfa Romeo e montato per la prima volta sulla Spider Duetto 1750 nel 1980 per rispettare le normative anti-inquinamento emanate negli Stati Uniti in quegli anni. Questo sistema agisce sugli alberi a camme sfasando la rotazione rispetto alla loro posizione naturale, così da variare l'istante di apertura delle valvole.

Nello stesso periodo, Honda sviluppò il sistema VTEC (Variable Valve Timing and Lift Electronic Control) [3] che, a differenza del VCT, agisce sui profili delle camme per modulare i tempi di apertura.

¹Immagine presa da [1]

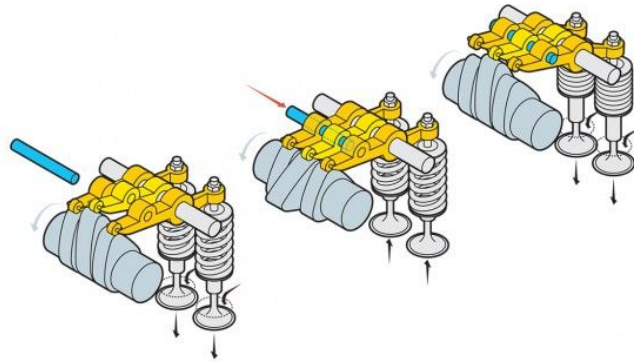


Figura 2: Funzionamento del VTEC²

Tale sistema, rappresentato in Figura 2, prevede due profili di camme diversi per ogni valvola. Al variare del regime del motore, la centralina, tramite un sistema idraulico, spinge un perno che permette di selezionare il profilo che agisce sulle valvole.

Negli ultimi anni, alcune aziende hanno iniziato a studiare soluzioni che agiscono su ciascuna valvola separatamente. Questo permette di adattare la fasatura in maniera molto più precisa rispetto alle tecniche con alberi a camme, migliorando ulteriormente l'efficienza ai diversi regimi e riducendo di conseguenza i consumi e le emissioni inquinanti. Al momento, la tecnologia di controllo più diffusa prevede attuatori idraulico-pneumatici, come nel caso dei motori prodotti dall'azienda FreeValve [4], ma sono allo studio anche sistemi basati su attuatori elettromagnetici. [5] [6] [7]

Attuatori

Generalmente, con il termine attuatore si indica un elemento in grado di convertire un segnale elettrico in un'azione fisica. Nel caso di sistemi di distribuzione privi di camme, le tipologie di attuatori più diffuse sono pneumatici, idraulici ed elettromagnetici. I primi due sfruttano la pressione prodotta da fluidi per generare movimento. Nel primo caso, il fluido è aria compressa, mentre gli attuatori idraulici utilizzano un fluido idraulico incompressibile, generalmente oli minerali o sintetici, e riescono a generare forze molto elevate. Gli attuatori elettromagnetici sfruttano la forza di attrazione di uno o più elettromagneti per generare movimento e sono caratterizzati da una risposta molto veloce.

Una possibile configurazione di un attuatore elettromagnetico per una valvola a fungo di un motore endotermico è riportata in Figura 3. L'elettroma-

²Immagine presa da [3]

gnete superiore viene impiegato per spostare l'armatura verso l'alto, mentre quello inferiore per gli spostamenti verso il basso. Due molle identiche e antagoniste sono utilizzate in modo da mantenere l'armatura a uguale distanza dai due elettromagneti quando questi sono spenti.

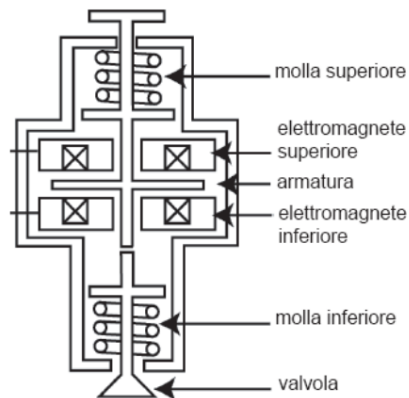


Figura 3: Esempio di valvola elettromagnetica

Nei prossimi capitoli, si studierà un controllore per l'attuatore in Figura 3 in grado di garantire il corretto posizionamento dell'armatura e la reiezione dei disturbi che possono presentarsi. L'analisi del modello e la progettazione avverranno nell'ipotesi in cui agisca il solo elettromagnete inferiore.

Capitolo 1

Modello della valvola elettromagnetica

Prima di procedere alla progettazione del controllore, è necessario disporre di un modello in grado di descrivere il comportamento della valvola rappresentata in Figura 3.

1.1 Derivazione del modello

Prendendo come riferimento l'elettromagnete inferiore, sia z la distanza tra esso e la faccia inferiore dell'armatura. Indicando con L metà dell'escursione possibile dell'armatura, si ha $0 \leq z \leq 2L$.

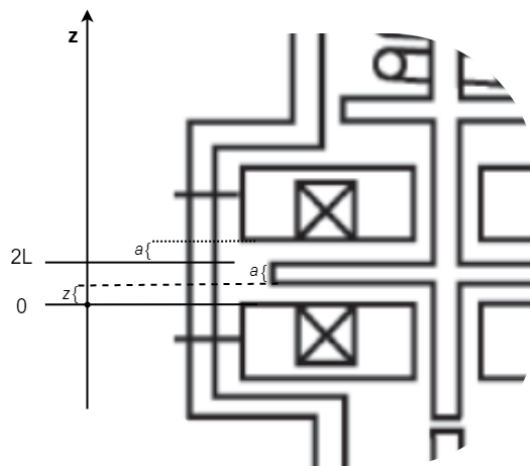


Figura 4: Dettaglio dell'attuatore

Chiamando \bar{k}_s la costante elastica delle due molle, si suppone che siano tali da essere sempre compresse durante il moto. Chiamata $z_r > L$ la loro compressione quando il sistema è a riposo, si ricava che le deformazioni delle due

molle in funzione della posizione dell'armatura sono pari a $\Delta z_{inf} = z - z_r - L$ e $\Delta z_{sup} = L - z_r - z$

In totale, sull'armatura agiscono quattro forze:

- la forza magnetica attrattiva F_{mag} , dovuta all'interazione dell'armatura con il campo magnetico prodotto dall'elettromagnete
- la forza elastica $F_{el_{inf}} = -\bar{k}_s \Delta z_{inf}$ dovuta alla molla inferiore
- la forza elastica $F_{el_{sup}} = -\bar{k}_s \Delta z_{sup}$ dovuta alla molla superiore
- la forza di attrito viscoso, di modulo $F_{att} = b\dot{z}$ con b coefficiente di attrito viscoso, opposta al moto

Applicando la seconda legge della dinamica si ottiene

$$\begin{aligned} m\ddot{z} &= -F_{mag} + F_{el_{inf}} - F_{el_{sup}} - F_{att} \\ &= -F_{mag} - \bar{k}_s (\Delta z_{inf} - \Delta z_{sup}) - b\dot{z} \\ &= -F_{mag} + k_s (L - z) - b\dot{z} \end{aligned} \quad (1.1)$$

dove m è la massa complessiva dell'armatura e della valvola e $k_s = 2\bar{k}_s$, costante elastica combinata delle due molle.

Dalla legge di Ohm, si ha che la caduta di tensione v ai capi della bobina in funzione della corrente i che la attraversa è pari a

$$v = ri \quad (1.2)$$

dove r è la resistenza dell'avvolgimento.

Secondo la legge di Faraday-Lenz, la forza elettromotrice \mathcal{E} indotta ai capi della bobina da una variazione del flusso magnetico Φ risulta

$$\mathcal{E} = -\dot{\Phi} \quad (1.3)$$

da cui si deriva, applicando la legge di Kirchhoff alle maglie al circuito controllore-elettromagnete,

$$V + \mathcal{E} = ri \quad (1.4)$$

con V tensione applicata dal controllore ai capi dell'elettromagnete.

Tenendo conto del fatto che l'induttanza \mathcal{L} del sistema bobina-armatura è per definizione pari a

$$\mathcal{L} = \frac{\Phi}{i} \quad (1.5)$$

è possibile riscrivere l'equazione (1.4) come

$$\dot{\Phi} = V - r \frac{\Phi}{\mathcal{L}} \quad (1.6)$$

1.1.1 Calcolo dell'induttanza¹

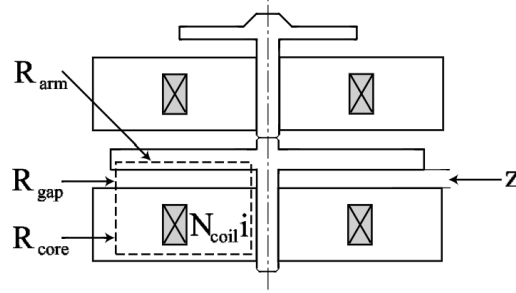


Figura 5: Dettaglio del circuito magnetico

Con riferimento al circuito magnetico indicato in tratteggio in Figura 5, sia N_{coil} il numero di spire dell'avvolgimento e siano \mathcal{R}_{core} , \mathcal{R}_{gap} e \mathcal{R}_{arm} la riluttanza lungo il circuito rispettivamente dell'elettromagnete, del traferro e dell'armatura.

Dalla legge di Hopkinson si ricava che

$$N_{coil}i = \frac{\Phi}{\mathcal{R}_t} \quad (1.7)$$

dove $\mathcal{R}_t = \mathcal{R}_{core} + \mathcal{R}_{gap} + \mathcal{R}_{arm}$ è la riluttanza complessiva del circuito magnetico.

Per i tre tratti considerati valgono le seguenti relazioni

$$\mathcal{R}_{core} = \frac{l_{core}}{\mu_{core}S_{core}} = C_1 \quad (1.8)$$

$$\mathcal{R}_{gap} = \frac{l_{gap}}{\mu_{gap}S_{gap}} = C_2 z \quad (1.9)$$

$$\mathcal{R}_{arm} = \frac{l_{arm}}{\mu_{arm}S_{arm}} = C_3 \quad (1.10)$$

dove, per ciascun tratto, l è la lunghezza media, S la sezione media e μ la permeabilità magnetica. Ne deriva che C_2 e C_3 sono costanti legate alla geometria e ai materiali dell'attuatore, mentre C_1 risente delle variazioni di μ_{core} legate alla saturazione del nucleo dell'elettromagnete, particolarmente evidente per valori di i elevati o per posizioni dell'armatura $z \approx 0$ prossime all'elettromagnete. Assumendo di lavorare con un materiale ideale², senza saturazione o con ampia zona a μ_{core} costante, è possibile trascurare questi effetti e supporre anche C_1 costante.

¹I calcoli e le immagini riportati in questa sezione sono ripresi da [8]

²Si veda [8] per una trattazione completa

Usando le equazioni (1.5) e (1.7), si può verificare come tra induttanza e riluttanza valga la seguente relazione

$$\mathcal{L} = \frac{N_{coil}^2}{\mathcal{R}_t} \quad (1.11)$$

da cui

$$\mathcal{L} = \frac{N_{coil}^2}{C_1 + C_3 + C_2 z} = \frac{k_1}{k_2 + z} \quad (1.12)$$

dove k_1 e k_2 sono costanti, da ricavare sperimentalmente.

1.1.2 Calcolo della forza magnetica e modello finale

La forza F_{mag} può essere ottenuta partendo dall'espressione dell'energia magnetica immagazzinata nel sistema, pari a

$$W_{mag} = \frac{1}{2} \mathcal{L} i^2 = \frac{1}{2} \frac{k_1}{k_2 + z} i^2 \quad (1.13)$$

La forza risulta essere

$$F_{mag} = -\frac{\partial W_{mag}}{\partial z} = \frac{1}{2} \frac{k_1}{(k_2 + z)^2} i^2 = \frac{\Phi^2}{2k_1} \quad (1.14)$$

essendo $\Phi = \mathcal{L}i = \frac{k_1 i}{k_2 + z}$.

Sostituendo le espressioni (1.12) e (1.14) nelle equazioni (1.1) e (1.6), si ottiene il seguente modello

$$\begin{cases} m\ddot{z} &= -\frac{\Phi^2}{2k_1} + k_s(L - z) - b\dot{z} \\ k_1\dot{\Phi} &= k_1V - r(k_2 + z)\Phi \end{cases} \quad (1.15)$$

1.2 Rappresentazione in spazio di stato

Definendo opportune variabili ausiliarie, dette variabili di stato, si può riscrivere il modello (1.15) come un sistema di equazioni differenziali del primo ordine, chiamato rappresentazione in spazio di stato. Per un sistema tempo invariante, come quello in esame, la forma generale è

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = \underline{f}(\underline{x}, \underline{u}) \\ \underline{y} = \underline{h}(\underline{x}, \underline{u}) \end{cases} \quad (1.16)$$

dove $\underline{x} = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ è il vettore di stato, $\underline{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m)^T$ il vettore degli ingressi e $\underline{y} = (y_1, y_2, \dots, y_p)^T$ il vettore delle uscite. $\underline{f}(\underline{x}, \underline{u})$ e $\underline{h}(\underline{x}, \underline{u})$ sono opportune funzioni vettoriali che descrivono le relazioni tra ingressi, variabili di stato e uscite.

Per il sistema in esame, una possibile scelta delle variabili di stato è $x_1 = z$, $x_2 = \dot{z}$ e $x_3 = \Phi$. Assumendo $u = V$ come ingresso del sistema e $y = x_1 = z$ come uscita, la sua rappresentazione in spazio di stato diventa

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = \frac{1}{m} \left[-\frac{x_3^2}{2k_1} + k_s(L - x_1) - bx_2 \right] \\ \dot{x}_3 = -r \frac{k_2 + x_1}{k_1} x_3 + V \\ y = x_1 \end{cases} \quad (1.17)$$

1.3 Identificabilità a priori del modello³

Nel modello (1.17) sono presenti due parametri k_1 e k_2 che devono essere stimati a partire dall'attuatore scelto. Prima di procedere, è necessario valutare l'identificabilità a priori del modello per assicurarsi che questa stima possa essere fatta.

Partendo dal modello, si ricava un insieme di funzioni ρ_1, \dots, ρ_q dette parametri osservazionali, aventi come argomento il vettore dei parametri da stimare θ . Il problema di identificabilità si riduce a individuare le soluzioni del sistema

$$\begin{cases} \rho_1(\theta) = \hat{\rho}_1 \\ \dots \\ \rho_q(\theta) = \hat{\rho}_q \end{cases} \quad (1.18)$$

chiamato sommario esaustivo, dove $\hat{\rho}_1, \dots, \hat{\rho}_q$ sono valori misurabili dell'uscita.

In funzione del numero di soluzioni trovate, si individuano tre tipi di identificabilità

- Globale a priori, se si ha una e una sola soluzione per θ
- Locale a priori, se il numero di soluzioni è finito ma non unico
- Non identificabilità, se esiste un numero infinito di soluzioni

Se il modello risulta non identificabile, non sarà possibile ricavare il valore di tutti i parametri qualunque sia il numero e il tipo di esperimenti fatti.

1.3.1 Studio dell'identificabilità

Per poter studiare l'identificabilità del modello, è necessario fissare la forma dell'ingresso e le condizioni iniziali delle variabili di stato. Una scelta comune per l'ingresso è quella dell'impulso di Dirac $\delta(t)$, mentre per le condizioni iniziali si utilizzano quelle relative all'equilibrio con ingresso nullo, in questo caso $\underline{x}(0^-) = (L, 0, 0)^T$.

³La teoria dell'identificabilità è ripresa da [9]

Poiché il modello (1.17) non è lineare, per ricavare il sommario esaustivo occorre ricorrere allo sviluppo in serie di Taylor della variabile di uscita y . Supponendo che questa sia analitica in un intorno di $t = 0$, come parametri osservazionali si possono prendere le sue derivate dei vari ordini in $t = 0^+$, un istante dopo l'applicazione dell'ingresso.

Nel nostro caso, arrestando lo studio alla derivata terza, il sommario esaustivo risulta essere

$$\begin{cases} y(0^+) = x_1(0^+) = L = \hat{\rho}_0 \\ \dot{y}(0^+) = \dot{x}_1(0^+) = 0 = \hat{\rho}_1 \\ \ddot{y}(0^+) = \ddot{x}_1(0^+) = -\frac{1}{2k_1m} = \hat{\rho}_2 \\ \dddot{y}(0^+) = \dddot{x}_1(0^+) = 4\hat{\rho}_2^2m(k_2 + L) - \frac{b}{m}\hat{\rho}_2 = \hat{\rho}_3 \end{cases} \quad (1.19)$$

da cui si ricava che

$$\begin{cases} k_1 = -\frac{1}{2\hat{\rho}_2m} \\ k_2 = \frac{1}{4\hat{\rho}_2^2m} (\hat{\rho}_3 + \frac{b}{m}\hat{\rho}_2) - L \end{cases} \quad (1.20)$$

Avendo il sistema una sola soluzione, si può concludere che il modello risulta globalmente identificabile a priori a partire dalla sola misura della posizione dell'armatura x_1 .

Capitolo 2

Analisi del sistema

Il sistema rappresentato dal modello non lineare (1.17) risulta essere SISO (Single-Input Single-Output), in quanto presenta come unico ingresso la tensione V e come unica uscita la posizione dell'armatura z . Per procedere con la progettazione in frequenza del controllore, occorre partire da un'approssimazione lineare del modello nell'intorno di un punto di equilibrio. Da questa approssimazione è possibile poi effettuare considerazioni sulla stabilità del sistema e ottenere la sua funzione di trasferimento da utilizzare per lo sviluppo del controllore.

2.1 Linearizzazione del modello

Per un generico sistema nella forma (1.16), un punto dello spazio di stato \underline{x}_{eq} viene definito di equilibrio in corrispondenza di un ingresso costante \underline{u}_0 se il sistema, partendo da tale stato e sollecitato dall'ingresso $\underline{u}(t) = \underline{u}_0$ per ogni $t \geq 0$, in assenza di disturbi esterni evolve mantenendo immutato lo stato.

Una volta scelto un punto di equilibrio, è possibile approssimare le funzioni \underline{f} e \underline{h} con le loro espansioni in serie di Taylor intorno a tale punto. Arrestando gli sviluppi al primo ordine, si ottiene un'approssimazione lineare del modello che si presenta nella forma

$$\begin{cases} \dot{\tilde{\underline{x}}} &= \underline{F}\tilde{\underline{x}} + \underline{G}\tilde{\underline{u}} \\ \tilde{\underline{y}} &= \underline{H}\tilde{\underline{x}} + \underline{J}\tilde{\underline{u}} \end{cases} \quad (2.1)$$

dove le variabili di ingresso $\tilde{\underline{u}}$, quelle di stato $\tilde{\underline{x}}$ e quelle di uscita $\tilde{\underline{y}}$ rappresentano le variazioni delle corrispondenti grandezze rispetto ai loro valori di equilibrio, mentre le matrici $\underline{F}, \underline{G}, \underline{H}, \underline{J}$, costanti, risultano essere le matrici

giacobiane di \underline{f} e \underline{h} rispetto a \underline{x} e \underline{u} calcolate in $(\underline{x}_{eq}, \underline{u}_0)$, cioè

$$\begin{aligned} F_{ij} &= \left. \frac{\partial f_i}{\partial x_j} \right|_{\underline{x}=\underline{x}_{eq}, \underline{u}=\underline{u}_0}, & G_{ij} &= \left. \frac{\partial f_i}{\partial u_j} \right|_{\underline{x}=\underline{x}_{eq}, \underline{u}=\underline{u}_0} \\ H_{ij} &= \left. \frac{\partial h_i}{\partial x_j} \right|_{\underline{x}=\underline{x}_{eq}, \underline{u}=\underline{u}_0}, & J_{ij} &= \left. \frac{\partial h_i}{\partial u_j} \right|_{\underline{x}=\underline{x}_{eq}, \underline{u}=\underline{u}_0} \end{aligned} \quad (2.2)$$

2.1.1 Calcolo dei punti di equilibrio del sistema

La condizione da soddisfare per essere punto di equilibrio in presenza dell'ingresso costante \underline{u}_0 è

$$\underline{f}(\underline{x}_{eq}, \underline{u}_0) = 0 \quad (2.3)$$

equivalente a chiedere che la derivata del vettore di stato sia nulla.

Applicando questa condizione al modello (1.17), si ottiene il sistema

$$\begin{cases} z_{eq} = \frac{L}{2} \\ \dot{z}_{eq} = 0 \\ \frac{1}{m} \left[-\frac{\Phi_{eq}^2}{2k_1} + k_s(L - z_{eq}) - b\dot{z}_{eq} \right] = 0 \\ -r \frac{k_2 + z_{eq}}{k_1} \Phi_{eq} + V_{eq} = 0 \end{cases} \quad (2.4)$$

avendo scelto $z_{eq} = \frac{L}{2}$ come posizione di equilibrio per l'armatura, intermedia tra $z = 0$, corrispondente all'elettromagnete inferiore, e $z = L$, posizione di equilibrio con entrambi gli elettromagneti a riposo.

Risolvendo il sistema, si ricava $\underline{x}_{eq} = (z_{eq}, \dot{z}_{eq}, \Phi_{eq})^T = (\frac{L}{2}, 0, \sqrt{k_1 k_s L})^T$, avendo imposto $\Phi_{eq} > 0$ come da specifiche. L'ingresso richiesto per mantenere il sistema in questo stato risulta essere $\underline{u}_0 = V_{eq} = r \frac{2k_2 + L}{2k_1} \sqrt{k_1 k_s L}$.

2.1.2 Linearizzazione intorno al punto di equilibrio

Applicando le relazioni (2.2) al modello (1.17) nel punto di equilibrio individuato $(\underline{x}_{eq}, V_{eq})$, le matrici del sistema linearizzato risultano

$$\begin{aligned} \underline{F} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k_s}{m} & -\frac{b}{m} & -\frac{\sqrt{k_1 k_s L}}{m k_1} \\ -\frac{r \sqrt{k_1 k_s L}}{k_1} & 0 & -r \frac{2k_2 + L}{2k_1} \end{bmatrix}, & \underline{G} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \\ \underline{H} &= [1, 0, 0], & \underline{J} &= 0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

Utilizzando le sostituzioni $\tilde{x} = x - x_{eq}$, $\tilde{u} = V - V_{eq}$ e $\tilde{y} = y - z_{eq}$, il modello (1.17) può essere quindi approssimato come

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}} &= \underline{F}\tilde{x} + \underline{G}\tilde{u} \\ \tilde{y} &= \underline{H}\tilde{x} \end{cases} \quad (2.6)$$

2.2 Funzione di trasferimento

Una volta ricavate le matrici $\underline{F}, \underline{G}, \underline{H}, \underline{J}$ dell'approssimazione lineare del modello, la funzione di trasferimento $G(s)$ dall'ingresso \tilde{u} all'uscita \tilde{y} si ottiene dalla relazione

$$G(s) = \underline{H} (s\underline{I} - \underline{F})^{-1} \underline{G} + \underline{J} \quad (2.7)$$

Sviluppando i calcoli, si ottiene

$$G(s) = \frac{-\frac{\sqrt{Lk_1k_s}}{k_1m}}{s^3 + \frac{Lmr+2bk_1+2k_2mr}{2k_1m}s^2 + \frac{Lbr+2bk_2r+2k_1k_s}{2k_1m}s + \frac{2k_2-L}{2k_1m}k_sr} \quad (2.8)$$

Sostituendo nella relazione (2.8) i valori dei parametri dell'attuatore

m	$0.27kg$
k_s	$158 \cdot 10^3 \frac{N}{m}$
k_1	$29.92 \cdot 10^{-6} \frac{Nm^2}{A^2}$
k_2	$4 \cdot 10^{-5}m$
b	$7.53 \frac{kg}{s}$
L	$4 \cdot 10^{-3}m$
r	6Ω

Tabella 2.1: Parametri dell'attuatore

si ottiene la funzione di trasferimento dell'attuatore linearizzato

$$G(s) = -\frac{17022.133}{s^3 + 436.98s^2 + 5.966 \cdot 10^5s - 2.3 \cdot 10^8} \quad (2.9)$$

2.2.1 Stabilità del modello linearizzato

Il denominatore della funzione di trasferimento (2.9) presenta tre zeri, uno reale $p_1 = 286.2$ e due complessi coniugati $p_{2,3} = -361.6 \pm 820.27j$. Il sistema presenta quindi un polo reale non negativo e non gode perciò di stabilità BIBO (Bounded Input Bounded Output).

L'instabilità del modello è quindi dovuta al solo polo p_1 , che porta alla presenza di un modo divergente $m_1(t) = e^{p_1 t} = e^{286.2t}$. Gli altri due poli danno origine a due modi convergenti $m_2(t) = e^{p_2 t} = e^{(-361.6+820.27j)t}$ e $m_3(t) = e^{p_3 t} = e^{(-361.6-820.27j)t}$ con andamento oscillatorio legato alla componente immaginaria. L'insieme dei tre modi, linearmente indipendenti tra loro, forma una base dello spazio delle uscite. Da questa è possibile ricavare una base equivalente sostituendo i modi complessi m_2 e m_3 con i modi reali $m'_2(t) = e^{-361.6t} \cos(820.27t)$ e $m'_3(t) = e^{-361.6t} \sin(820.27t)$.

Di seguito le evoluzioni dei tre modi reali così ottenuti insieme alla risposta impulsiva del sistema.

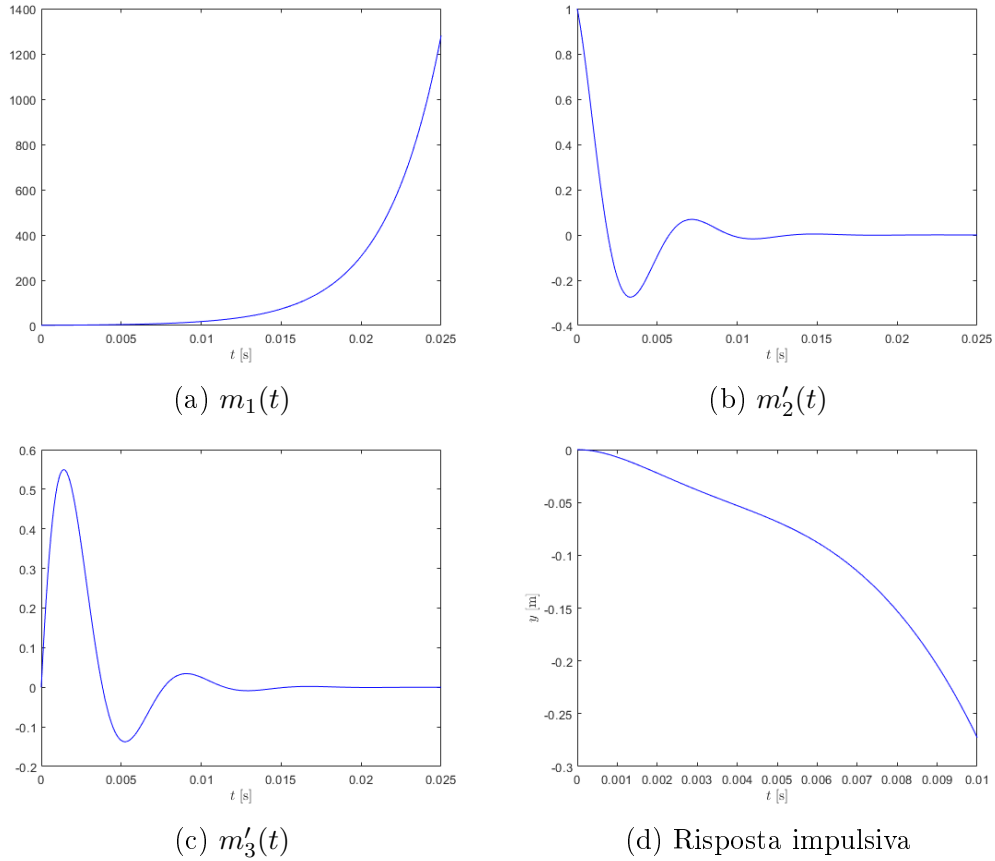


Figura 6: Modi propri del sistema

Le Figure 6b e 6c mettono in evidenza i caratteri oscillatori dei modi m_2' e m_3' , che vengono smorzati velocemente a causa del termine $e^{-361.6t}$. La risposta impulsiva, riportata in Figura 6d, diverge velocemente a causa del modo m_1 , con l'armatura che si avvicina accelerando all'elettromagnete inferiore. Tale risposta impiega circa $0.5ms$ per assumere valori inferiori a $-\frac{L}{2} = -2mm$, oltre il quale il modello diventa privo di significato in quanto prevederebbe che l'armatura oltrepassi l'elettromagnete.

Capitolo 3

Progettazione del controllore

Come evidenziato nello studio di $G(s)$, il processo linearizzato non gode di BIBO stabilità, pertanto risulta conveniente prevedere due anelli di retroazione, un primo interno con lo scopo di stabilizzare il processo e un secondo esterno che permetta di garantire il soddisfacimento delle specifiche date, preservando la stabilità.

3.1 Stabilizzazione del processo

In Figura 7 viene rappresentato lo schema del primo controllore in retroazione unitaria negativa

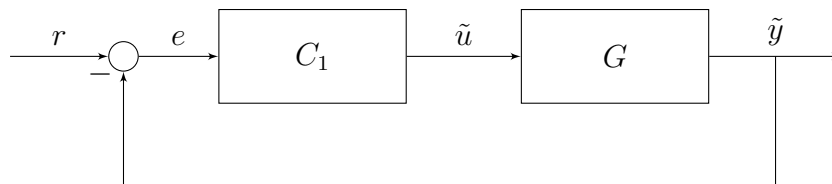


Figura 7: Schema della retroazione

la cui funzione di trasferimento, dal segnale di riferimento r all'uscita \tilde{y} , è

$$\bar{G}(s) = \frac{C_1(s)G(s)}{1 + C_1(s)G(s)} \quad (3.1)$$

Come prima scelta, si valuta l'implementazione di un controllore proporzionale $C_1(s) = K$, data la possibilità di studiare rapidamente la stabilità del sistema in retroazione con il metodo del luogo delle radici.

3.2 Luoghi delle radici

Nel caso di un controllore $C_1(s)$ proporzionale, la funzione di trasferimento $\bar{G}(s)$ può essere scritta come

$$\bar{G}(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} \quad (3.2)$$

dove $G(s) = K_E(G) \frac{n(s)}{d(s)}$, con $n(s)$ e $d(s)$ coprimi tra loro e monici e $K_E(G)$ guadagno di Evans di $G(s)$. Posto $K' = KK_E(G)$ il prodotto tra il guadagno di Evans e il controllore $C_1(s)$, la (3.2) può essere riscritta come

$$\bar{G}(s) = \frac{K'n(s)}{d(s) + K'n(s)} \quad (3.3)$$

I poli di $\bar{G}(s)$ corrispondono quindi agli zeri di $p(s) = d(s) + K'n(s)$. Al variare di $K' \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, i poli così individuati tracciano sul piano complesso un insieme di curve dette rami, che danno origine al luogo delle radici. In particolare, i rami tracciati per $K' > 0$ formano il luogo positivo, mentre quelli per $K' < 0$ formano il luogo negativo. In ciascuno dei due luoghi, i rami sono in numero pari al grado del denominatore $d(s)$ e, per valori di $|K'|$ crescenti, si muovono dai poli verso gli zeri di $G(s)$. Se il numero dei poli è maggiore di quello degli zeri, un numero di rami pari alla loro differenza va all'infinito secondo direzioni ben definite.

3.2.1 Luoghi delle radici di $G(s)$

Si riportano di seguito i due luoghi delle radici, positivo e negativo, relativi alla funzione di trasferimento $G(s)$.

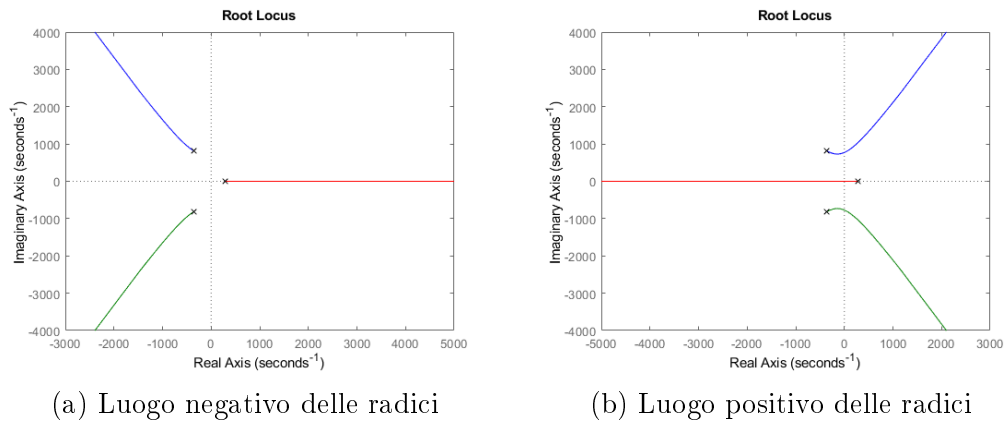


Figura 8

dove le croci indicano i poli di $G(s)$, da cui partono i tre rami. Non avendo $G(s)$ zeri, ciascun ramo tende all'infinito. Dal momento che $K_E(G) < 0$, il luogo positivo corrisponde a valori negativi di K e viceversa.

Come si ricava dalla Figura 8a, per $K > 0$ uno dei tre rami coincide con l'asse reale positivo a partire dal polo $p_1 = 286.2$, come atteso trattandosi del luogo delle radici negativo di una funzione di trasferimento strettamente propria. Pertanto non esiste alcun valore $K > 0$ per cui tutti e tre i poli si trovano nel semipiano a parte reale negativa, condizione necessaria e sufficiente affinché il sistema sia BIBO stabile. Si deduce quindi che non è possibile stabilizzare il processo con un controllore proporzionale a guadagno positivo.

Per $K < 0$, l'andamento è quello riportato in Figura 8b. Numericamente è possibile verificare che per $-2.8827 \cdot 10^4 < K < -1.3512 \cdot 10^4$ tutti e tre i poli di $\bar{G}(s)$ si trovano nel semipiano a parte reale negativa. Prendendo quindi un guadagno in questo intervallo, il sistema retroazionato risulterà BIBO stabile. Cercando per tentativi il valore di K per cui i tre poli sono più lontani possibile dall'asse immaginario, si sceglie $K = -1.8 \cdot 10^4$, per il quale la funzione di trasferimento in catena chiusa risulta essere

$$\bar{G}(s) = \frac{KG(s)}{1 + KG(s)} = \frac{3.064 \cdot 10^8}{s^3 + 436.98s^2 + 5.966 \cdot 10^5s + 7.639 \cdot 10^7} \quad (3.4)$$

il cui poli sono $p_1 = -137.54$ e $p_{2,3} = -149.72 \pm 730.06j$, tutti e tre a parte reale negativa.

Si riportano di seguito la posizione dei poli sul piano complesso e la risposta al gradino di $\bar{G}(s)$.

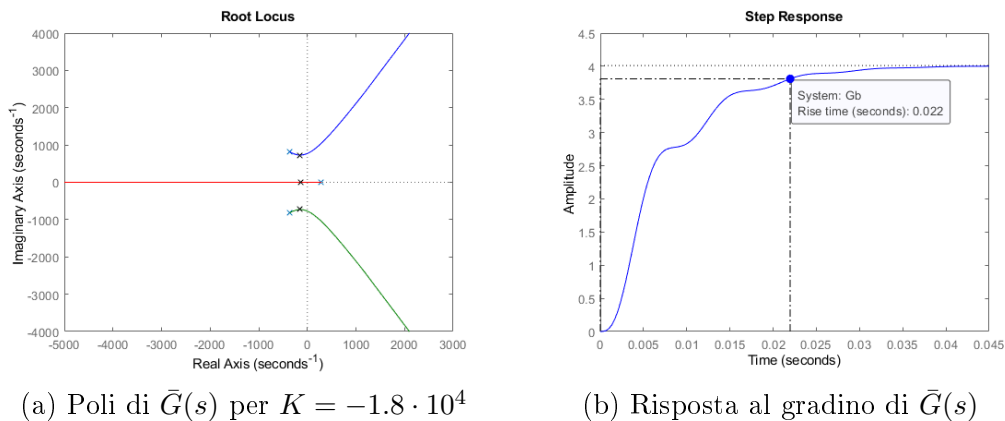


Figura 9

3.3 Controllo in retroazione

Associando al sistema in Figura 7 un secondo controllore, si ottiene lo schema finale di controllo riportato in Figura 10. $C_1(s) = K = -1.8 \cdot 10^4$ è il

compensatore progettato nella sezione precedente che permette di stabilizzare il processo $G(s)$. $C_2(s)$ è il controllore aggiuntivo con l'obiettivo di assicurare il rispetto delle specifiche, mentre i segnali $d(t)$ e $n(t)$ indicano i disturbi rispettivamente di attuazione e di misura.

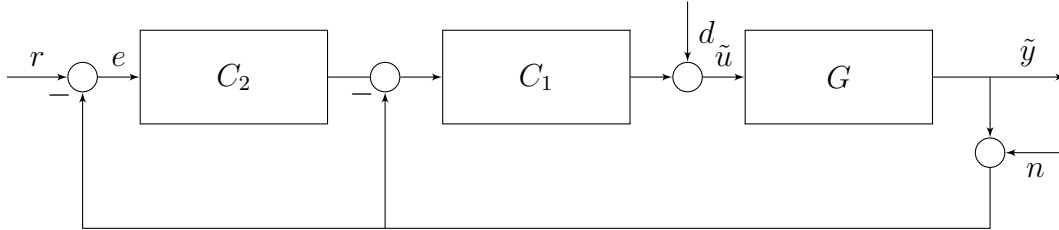


Figura 10: Schema della retroazione

3.3.1 Specifiche sul sistema controllato

Come da specifiche, il sistema finale deve rispettare le seguenti condizioni

1. La posizione \tilde{y} deve inseguire un riferimento costante pari a $2mm$, raggiungendo e rimanendo sopra i $1.9mm$ in meno di $0.05s$, senza superare il valore di regime
2. Supponendo che sulla tensione di controllo agisca un disturbo additivo $d(t) = A_d \sin(\omega_d t)$ con $A_d = 15 \cdot 10^{-2}V$ e $0 \leq \omega_d \leq 10rad/s$, l'effetto su \tilde{y} deve essere minore di $0.1mm$
3. Supponendo che l'errore di misura della posizione sia nullo per pulsazioni minori di $\omega_n < 2 \cdot 10^3 rad/s$ e non superiore a $0.1mm$ per pulsazioni maggiori, l'errore su \tilde{y} deve essere inferiore a $5 \cdot 10^{-3}mm$.

In aggiunta a questi vincoli, il sistema risultante deve risultare BIBO stabile.

3.3.2 Considerazioni sulle specifiche

Le tre specifiche sopra riportate si riferiscono a tre aspetti diversi del comportamento del sistema. La prima fa riferimento alla risposta a un segnale di riferimento $r(t)$ a gradino. La seconda si riferisce alla capacità di limitare l'effetto di un disturbo di attuazione $d(t)$. La terza impone un vincolo alla reiezione dei disturbi di misura $n(t)$.

Il sistema in esame è lineare, pertanto risulta applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti, per il quale in presenza di più ingressi l'uscita è data dalla somma delle uscite che si avrebbero se ciascun ingresso agisse singolarmente. Si possono quindi valutare separatamente le tre condizioni

date, ricavando da ciascuna i vincoli da applicare al controllore $C_2(s)$ o alla funzione di trasferimento in catena aperta $L(s) = C_2(s)\bar{G}(s)$.

Svolgendo i calcoli sul modello in Figura 10, si ricavano le tre funzioni di trasferimento $W_r(s)$, $W_d(s)$ e $W_n(s)$, tra gli ingressi r , d e n e l'uscita \tilde{y} .

$$\begin{cases} W_r(s) = \frac{KG(s)C_2(s)}{1+KG(s)(1+C_2(s))} & = \frac{C_2(s)\bar{G}(s)}{1+C_2(s)\bar{G}(s)} \\ W_d(s) = \frac{G(s)}{1+KG(s)(1+C_2(s))} & = \frac{\bar{G}(s)/K}{1+C_2(s)\bar{G}(s)} \\ W_n(s) = -\frac{KG(s)(1+C_2(s))}{1+KG(s)(1+C_2(s))} & = -\frac{(1+C_2(s))\bar{G}(s)}{1+C_2(s)\bar{G}(s)} \end{cases} \quad (3.5)$$

dove $\bar{G}(s) = \frac{KG(s)}{1+KG(s)}$ è la funzione di trasferimento dell'attuatore stabilizzato.

Come si può notare, le tre funzioni di trasferimento hanno lo stesso denominatore, pertanto la BIBO stabilità del sistema $W_r(s)$ assicura anche la BIBO stabilità di $W_d(s)$ e $W_n(s)$.

3.3.3 Tipo del sistema e forma del compensatore

La prima condizione richiede che il sistema assicuri un perfetto inseguimento a regime di un segnale costante a gradino, dunque deve risultare almeno di tipo 1. Il vincolo richiede inoltre che sia il tempo di salita al 5% che quello di assestamento al 5% risultino inferiori a 0.05s, mentre la sovraelongazione deve essere nulla.

Per assicurare che il sistema risultante sia di tipo 1, è necessario che la funzione di trasferimento in catena aperta presenti almeno un polo nell'origine, che dovrà essere fornito da $C_2(s)$ essendone $\bar{G}(s)$ priva. Il controllore, nella forma più semplice, risulterà quindi

$$C_2(s) = \frac{K_B(C_2)}{s} C_2'(s) \quad (3.6)$$

dove $C_2'(0) = 1$ e $K_B(C_2)$ è il guadagno di Bode del compensatore, che deve essere ricavato in modo da soddisfare i vincoli sui tempi di salita e di assestamento e sulla sovraelongazione.

3.3.4 Reiezione dei disturbi di attuazione

Per il principio di sovrapposizione degli effetti, supponendo presente il solo disturbo di attuazione $d(t) = A_d \sin(\omega_d t)$, la risposta $\tilde{y}(t)$ risulta a regime

$$\tilde{y}(t) = |W_d(j\omega_d)| A_d \sin(\omega_d t + \angle W_d(j\omega_d)) \quad (3.7)$$

in quanto, per le considerazioni fatte in precedenza, è ragionevole supporre che $W_d(s)$ sia BIBO stabile.

Come richiesto, l'ampiezza della risposta $M_d = |W_d(j\omega_d)| A_d$ deve risultare inferiore a $M_{d_{max}} = 0.1mm$ per $0 \leq \omega_d \leq 10rad/s$ e pertanto

$$|W_d(j\omega_d)| \leq \frac{M_{d_{max}}}{A_d}$$

$$\left| \frac{\bar{G}(j\omega_d)}{1 + C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)} \right| \leq \frac{|K| M_{d_{max}}}{A_d}$$

Analizzando il diagramma di Bode di $\bar{G}(j\omega)$, si vede che il modulo risulta sempre minore di 4.02 per pulsazioni inferiori a $10rad/s$, per cui è possibile sostituire l'ultima relazione con una condizione più forte

$$\left| \frac{4.02}{1 + C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)} \right| \leq \frac{|K| M_{d_{max}}}{A_d}$$

$$|1 + C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)| \geq \frac{4.02A_d}{|K| M_{d_{max}}}$$

che in decibel diventa

$$|1 + C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)|_{dB} \geq 20 \log_{10} \left(\frac{4.02A_d}{|K| M_{d_{max}}} \right) = -9.499dB$$

che può essere sostituita dalla seguente condizione ancora più forte

$$|C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)|_{dB} \geq -9.499dB \quad (3.8)$$

per $\omega_d \leq 10rad/s$.

3.3.5 Reiezione dei disturbi di misura

Un procedimento analogo a quello usato nella sezione precedente può essere applicato per ottenere il vincolo sulla funzione di trasferimento in catena aperta $L(s)$ che assicuri il rispetto della specifica sulla reiezione del disturbo di misura. Supponendo che sul sistema agisca solo il disturbo $n(t) = A_n \sin(\omega_n t)$, la risposta del sistema a regime è

$$\tilde{y}(t) = |W_n(j\omega_n)| A_n \sin(\omega_n t + \angle W_n(j\omega_n)) \quad (3.9)$$

Operando in maniera analogo a quanto fatto per la reiezione del disturbo di attuazione, si ottiene che per $\omega_n \geq 2 \cdot 10^3 rad/s$ deve valere

$$|W_n(j\omega_n)| \leq \frac{M_{n_{max}}}{A_n}$$

$$\left| \frac{(1 + C_2(j\omega_n))\bar{G}(j\omega_n)}{1 + C_2(j\omega_d)\bar{G}(j\omega_d)} \right| \leq \frac{M_{n_{max}}}{A_n}$$

Nella regione di frequenze considerata, si ha $|\bar{G}(j\omega_n)| \leq 0.044$. Supponendo che $C_2(s)$ sia tale per cui $|C_2(j\omega_n)\bar{G}(j\omega_n)| \ll 1$ per $\omega_n \geq 2 \cdot 10^3 rad/s$, è

possibile approssimare il denominatore di $W_n(j\omega_n)$ con 1, ottenendo la nuova condizione

$$|(1 + C_2(j\omega_n)) \bar{G}(j\omega_n)| \leq \frac{M_{nmax}}{A_n}$$

Applicando la disuguaglianza triangolare al primo termine si ha che

$$|(1 + C_2(j\omega_n)) \bar{G}(j\omega_n)| \leq |\bar{G}(j\omega_n)| + |C_2(j\omega_n) \bar{G}(j\omega_n)|$$

Sostituendo nella precedente, si ricava per il vincolo una condizione più stringente

$$|C_2(j\omega_n) \bar{G}(j\omega_n)| \leq 0.05 - |\bar{G}(j\omega_n)|$$

Sapendo che nell'intervallo di frequenze considerato $|\bar{G}(j\omega_n)|$ ha valore massimo pari a 0.044, si può sostituirlo nella disequazione precedente ottenendo la seguente più stringente

$$|C_2(j\omega_n) \bar{G}(j\omega_n)| \leq 0.006$$

che in decibel diventa

$$|C_2(j\omega_n) \bar{G}(j\omega_n)|_{dB} \leq -44.44dB \quad (3.10)$$

per $\omega_n \geq 2 \cdot 10^3 rad/s$.

3.4 Progettazione del controllore

Le disuguaglianze (3.8) e (3.10) permettono di individuare delle regioni proibite sul diagramma di Bode del modulo della funzione di trasferimento in catena aperta $L(j\omega)$. Si riporta in Figura 11 il diagramma di Bode di $\bar{G}(j\omega)$ completo dei vincoli imposti.

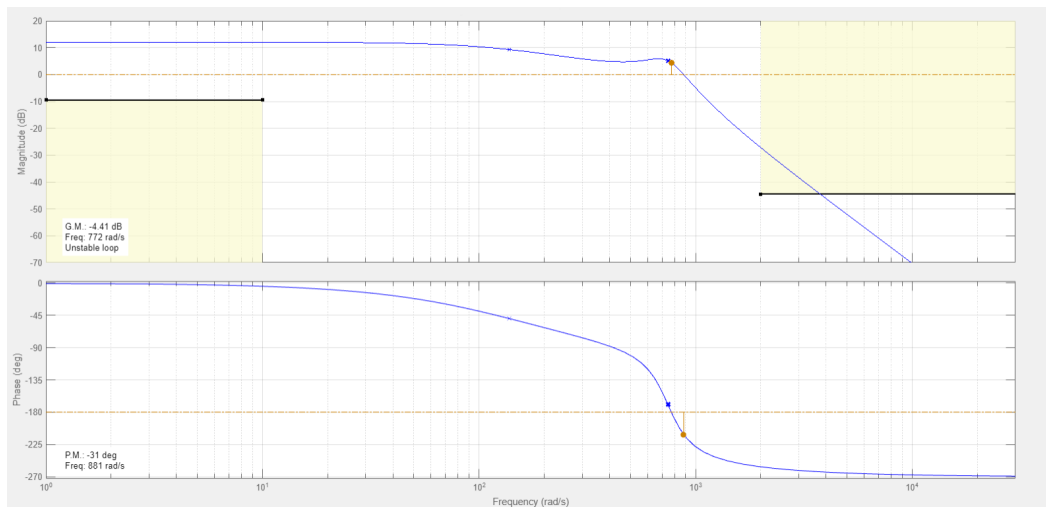


Figura 11: Diagramma di Bode di $\bar{G}(j\omega)$ con i vincoli

Operando tramite SISOTool, è possibile individuare la forma e i parametri del controllore $C_2(s)$ che assicurino il rispetto delle regioni proibite e dei tempi di salita e di assestamento al 5%, oltre all'assenza di sovraelongazione, ottenendo il seguente controllore

$$C_2(s) = 14 \frac{1 + \frac{s}{200}}{s} \quad (3.11)$$

La presenza del polo nell'origine garantisce il perfetto inseguimento a regime di un segnale di riferimento a gradino e il guadagno di Bode $K_B(C_2) = 14$ permette di soddisfare le specifiche sui tempi di assestamento e salita e sulla mancanza di sovraelongazione. Ponendo $K_P = 0.07$ e $K_I = 14$, la funzione (3.11) può essere riscritta come

$$C_2(s) = K_P + K_I \frac{1}{s} \quad (3.12)$$

risultando quindi un controllore di tipo PI. La funzione di trasferimento così ottenuta è propria ed è quindi fisicamente realizzabile. $L(s)$ non presenta poli a parte reale positiva e il margine di fase è pari a $\psi_m = 82^\circ > 0$ per cui, per il criterio di Bode, il sistema in retroazione risulta BIBO stabile. È quindi soddisfatta l'ipotesi di BIBO stabilità fatta nelle sezioni 3.3.4 e 3.3.5 per valutare la risposta a segnali sinusoidali. Inoltre, per pulsazioni maggiori di $2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$, il modulo della funzione in catena aperta $|L(j\omega)| = |C_2(j\omega) \bar{G}(j\omega)|$ è sempre minore di 0.0031 e pertanto anche la semplificazione fatta nel paragrafo 3.3.5 risulta valida.

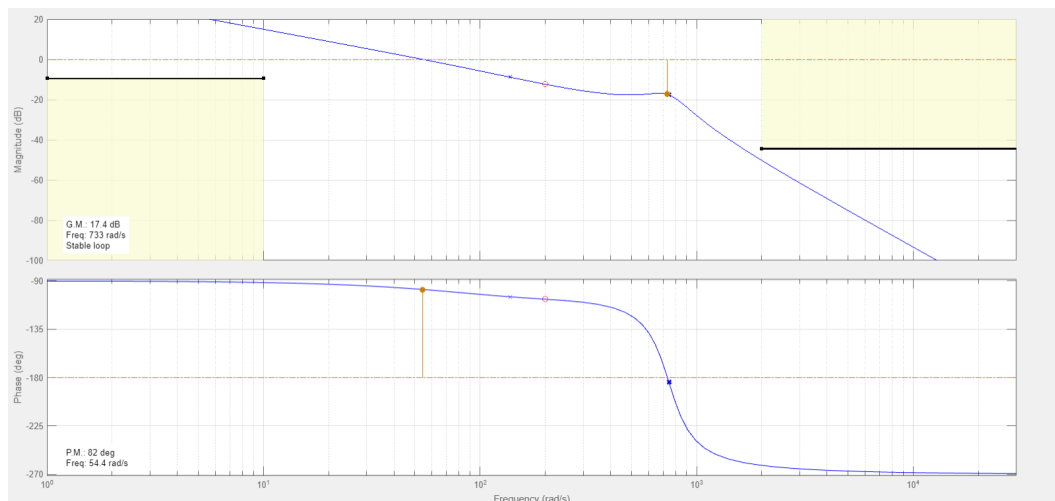


Figura 12: Diagramma di Bode di $L(j\omega)$

In Figura 12 è riportato il diagramma di Bode di $L(j\omega)$, dove si può notare che il controllore $C_2(s)$ così individuato consente al sistema in catena aperta di rispettare i vincoli rappresentati dalle regioni vietate.

Capitolo 4

Analisi del sistema controllato

4.1 Sistema lineare

Lo schema utilizzato per effettuare le simulazioni sul sistema lineare è riportato di seguito in Figura 13.

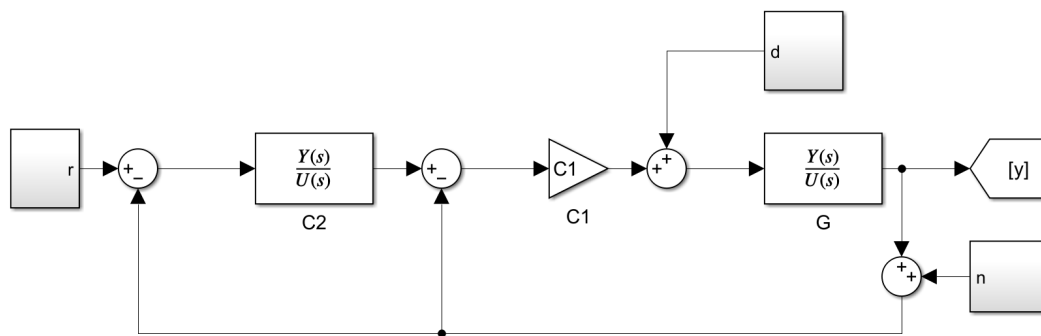


Figura 13: Schema Simulink del sistema lineare

Per la simulazione numerica si è utilizzato il metodo a passo variabile *ode45*, con passo massimo pari a 0.000001.

Come esposto nel capitolo precedente, per il principio di sovrapposizione degli effetti è possibile valutare la risposta del sistema ai diversi ingressi facendoli agire uno per volta.

4.1.1 Risposta a segnali a gradino

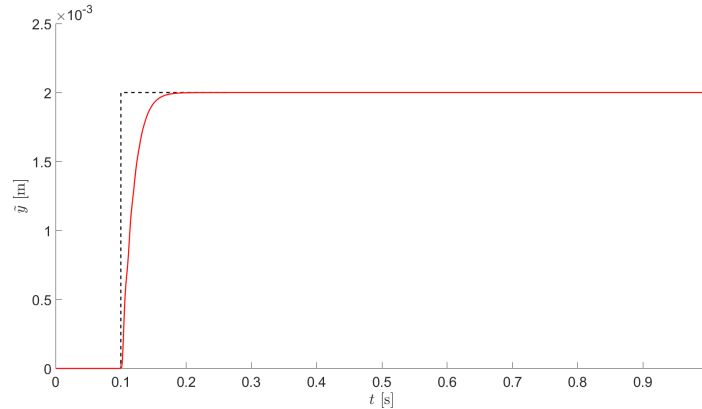


Figura 14: Risposta a un segnale a gradino

In Figura 14 è riportato il segnale di ingresso a gradino, rappresentato dalla linea tratteggiata nera, di ampiezza 2mm applicato in $t = 0.1\text{s}$, sovrapposto al segnale di uscita rappresentato dalla linea continua rossa. Analizzando i dati della simulazione con la routine *stepinfo*, si ricavano i tempi di salita e assestamento al 5% che risultano uguali e pari a 0.047s , confermando così il rispetto del vincolo imposto.

Per quanto riguarda la sovraelongazione e sottoelongazione, i valori ricavati risultano non nulli anche se talmente piccoli da poterli ritenere conseguenza di errori numerici durante la simulazione. In particolare, la sottoelongazione vale $\tilde{y}_{min} = -2.0360 \cdot 10^{-40}\text{m}$, mentre la sovraelongazione è pari a $\Delta y_{max} = 1.8841 \cdot 10^{-14}\text{m}$.

4.1.2 Reiezione dei disturbi di attuazione

Secondo specifica, il sistema retroazionato deve reagire a un segnale sinusoidale di disturbo, di ampiezza pari a $15 \cdot 10^{-2}\text{V}$ e pulsazione inferiore a 10rad/s , applicato al segnale di attuazione, con una risposta di ampiezza inferiore a 0.1mm .

Dal momento che la risposta in frequenza tra il segnale di attuazione e l'uscita $W_d(j\omega)$ è crescente in modulo nell'intervallo di frequenze considerato $0 \leq \omega \leq 10\text{rad/s}$, si può ritenere che la risposta a un segnale di frequenza $\omega = 10\text{rad/s}$ rappresenti il caso peggiore e pertanto che nell'intervallo considerato il modulo del guadagno sia inferiore o al più pari a $|W_d(j10)| = 3.9208 \cdot 10^{-5}$.

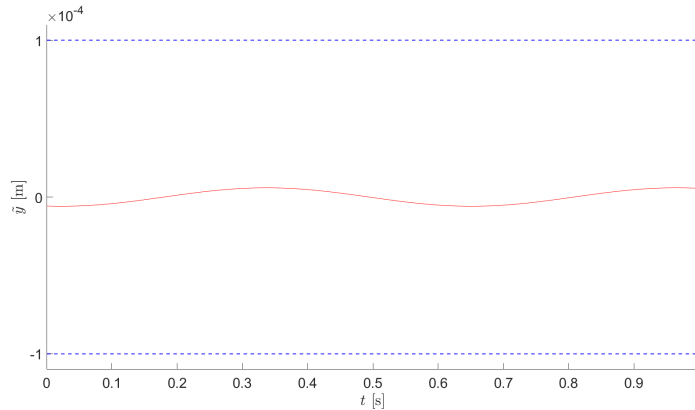


Figura 15: Risposta al disturbo di attuazione sinusoidale con $\omega_d = 10 \text{ rad/s}$

In Figura 15 è riportata in rosso la risposta $\tilde{y}(t)$ del sistema al segnale di disturbo e in blu i vincoli all'ampiezza dell'uscita a $\pm 0.1 \text{ mm}$. Numericamente risulta che l'ampiezza dell'uscita vale $5.8812 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$, inferiore al limite imposto dalle specifiche. Per consentire alla simulazione di esaurire l'effetto del transitorio iniziale, si è scelto di anticipare la partenza del segnale di disturbo a $t = -1 \text{ s}$ e di visualizzare solo la risposta per tempi positivi.

4.1.3 Reiezione dei disturbi di misura

Dal momento che la risposta in frequenza tra il disturbo di misura e l'uscita $W_n(j\omega)$ risulta in modulo strettamente decrescente per $\omega \geq 2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$, il caso peggiore si ha all'inizio dell'intervallo, per il quale il guadagno in modulo è massimo e vale $|W_n(j2 \cdot 10^3)| = 0.0468$. In Figura 16 è riportato in rosso l'effetto a regime di un disturbo sinusoidale di ampiezza $A_n = 0.1 \text{ mm}$ e pulsazione $2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$ confrontato con i limiti $\pm 5 \cdot 10^{-3} \text{ mm}$ riportati in blu.

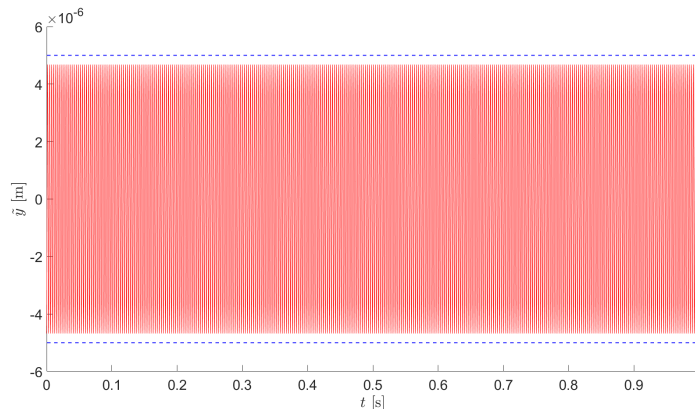


Figura 16: Risposta a un disturbo di misura a pulsazione $\omega = 2 \cdot 10^3 \text{ rad/s}$

Pertanto l'effetto di un qualsiasi disturbo di misura di ampiezza non superiore a $0.1mm$ risulterà in un errore sulla posizione \tilde{y} non superiore a $A_n |W_n(j2 \cdot 10^3)| = 4.68 \cdot 10^{-3}mm$, rientrando nel limite richiesto.

Si è provveduto anche a simulare la risposta del sistema al seguente disturbo $n(t)$ composto da tre componenti in frequenza

$$n(t) = \frac{0.1mm}{a_1 + a_2 + a_3} \left(a_1 \sin(\omega_1 t) + a_2 \cos(\omega_2 t) + a_3 \sin\left(\omega_3 t + \frac{\pi}{4}\right) \right) \quad (4.1)$$

dove $\omega_1 = 2 \cdot 10^4 rad/s$, $\omega_2 = 3.5 \cdot 10^3 rad/s$ e $\omega_3 = 2.5 \cdot 10^3 rad/s$ e a_1 , a_2 e a_3 sono coefficienti generati casualmente nell'intervallo $[0, 1]$. La risposta di regime permanente al segnale così costruito è riportata in rosso in Figura 17

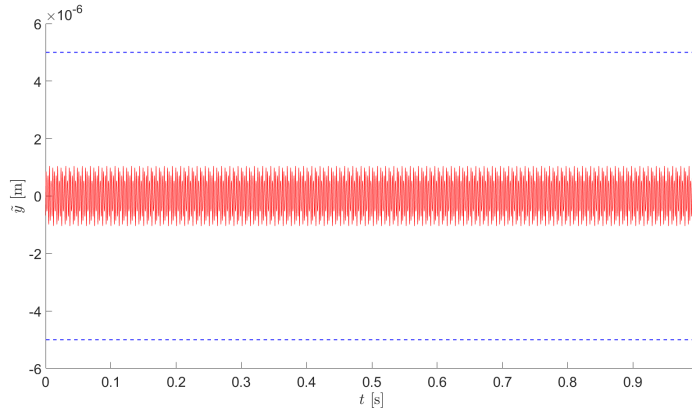


Figura 17: Risposta a un disturbo di misura della forma (4.1)

dove risulta che l'ampiezza della risposta $\tilde{y}(t)$ è pari a $7.518 \cdot 10^{-4}mm$, al di sotto del limite fissato.

4.2 Sistema non lineare

Per completare l'analisi, si è scelto di valutare l'effetto dello schema di controllo sviluppato nel capitolo precedente applicato al sistema originale non lineare

$$\begin{cases} m\ddot{z} &= -\frac{\Phi^2}{2k_1} + k_s(L - z) - b\dot{z} \\ k_1\dot{\Phi} &= k_1V - r(k_2 + z)\Phi \end{cases} \quad (4.2)$$

In Figura 18 è riportato lo schema Simulink equivalente.

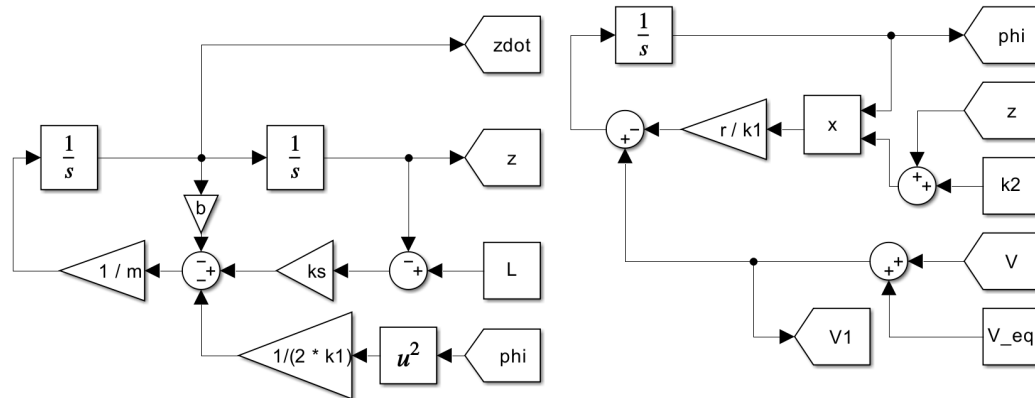


Figura 18: Schema Simulink del sistema non lineare

Per consentire allo schema di controllo di lavorare con le grandezze assolute utilizzate dal modello non lineare, si è provveduto a modificare opportunamente lo schema Simulink riportato in Figura 13 ottenendo il seguente

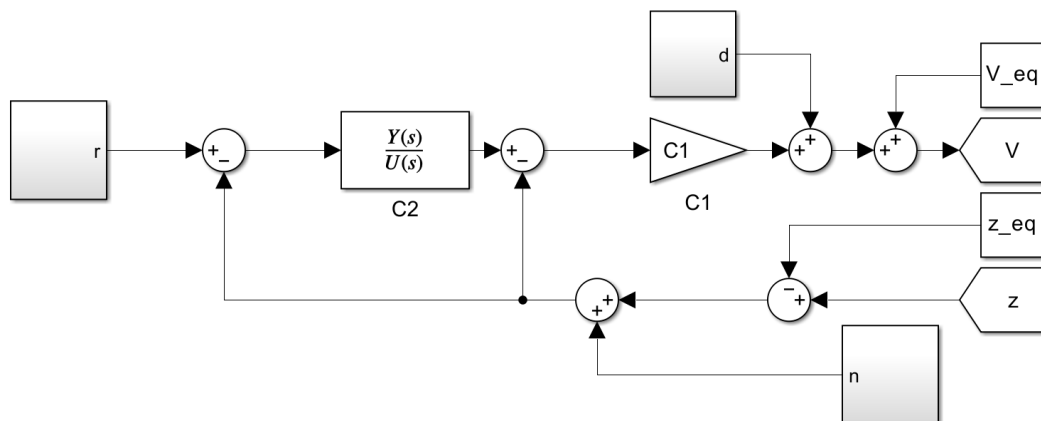


Figura 19: Schema Simulink del sistema di controllo relativo

Come condizioni iniziali per le simulazioni si è scelto di utilizzare quelle relative al punto di equilibrio intorno al quale si è linearizzato il modello. Si è scelto di continuare a esprimere il riferimento $r(t)$ come variazione rispetto al valore di equilibrio $\frac{L}{2} = 2mm$.

Da notare che, essendo il sistema non lineare, non è più applicabile il principio di sovrapposizione degli effetti per valutare la risposta combinata dei disturbi, che andrà eventualmente calcolata caso per caso.

4.2.1 Risposta a segnali a gradino

In Figura 20 è riportata in rosso la risposta del sistema a un segnale di riferimento $r(t)$ a gradino applicato in $t = 0.1s$ di ampiezza $\frac{L}{2} = 2mm$, rappresentato dalla linea tratteggiata nera, che dovrebbe portare l'armatura dalla

posizione z_{eq} a $z = L$, corrispondente alla posizione di equilibrio a magneti spenti.

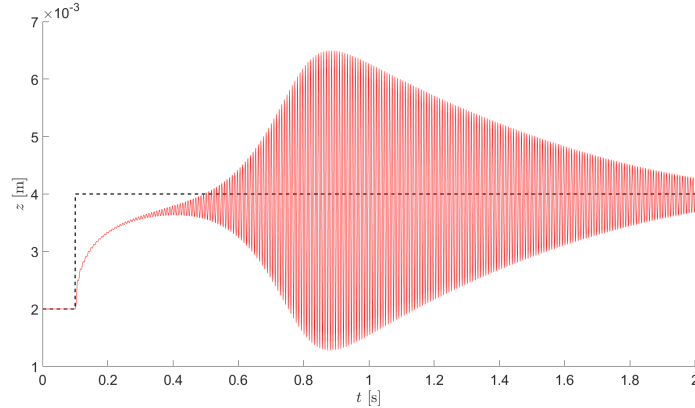


Figura 20: Risposta al segnale a gradino

L'uscita z presenta oscillazioni molto ampie, non superando mai comunque i limiti fisici posti all'escursione dell'armatura, confinata tra $z = 0\text{mm}$ e $z = 2L = 8\text{mm}$. La risposta raggiunge il picco intorno a $t = 0.8\text{s}$, diminuendo poi progressivamente la sua ampiezza e convergendo verso $z = L = 4\text{mm}$, valore desiderato.

In Figura 21 è riportata la risposta del sistema controllato al segnale di riferimento a gradino $r(t) = -\frac{L}{2}$, che cerca di portare l'armatura a contatto con l'elettromagnete inferiore.

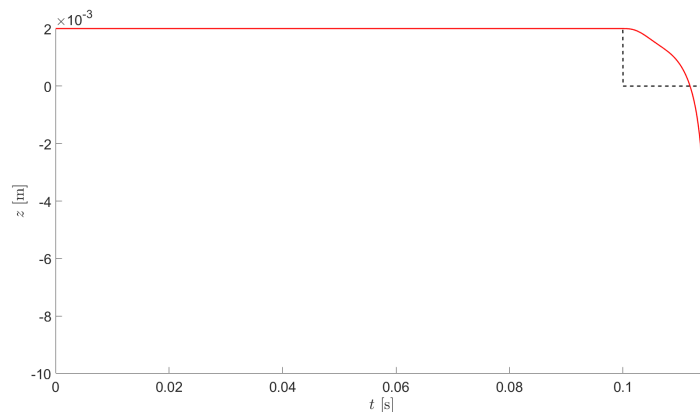


Figura 21: Risposta al segnale a gradino

A fronte di questo ingresso, la risposta del sistema diverge molto rapidamente e già dopo $t \approx 0.112\text{s}$ la posizione dell'armatura oltrepassa quella dell'elettromagnete inferiore $z = 0$, facendo perdere significato al modello.

Adottando particolari accorgimenti, rappresentati in rosso in Figura 22, è stato possibile imporre un limite alla posizione dell'armatura, cambiando

istantaneamente la sua velocità nel valore opposto quando l'armatura arriva a contatto con gli elettromagneti, simulando così un urto elastico.

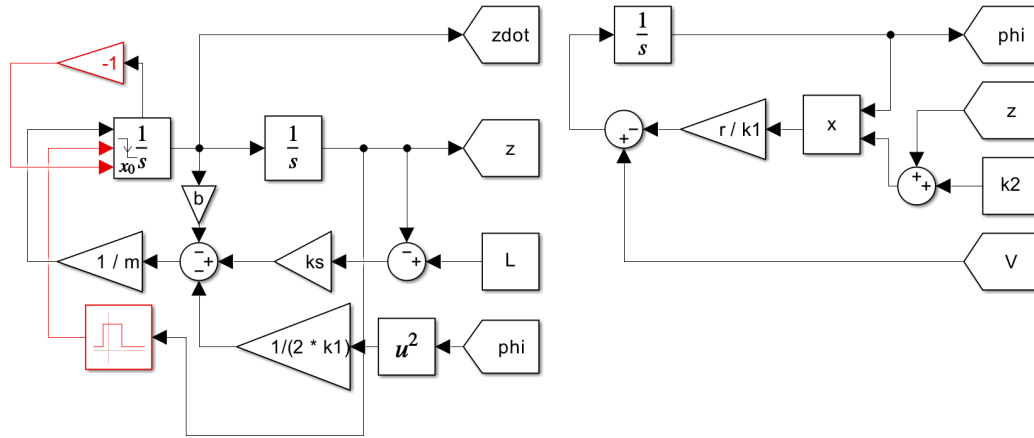


Figura 22: Schema Simulink del sistema non lineare

In Figura 23 è riportata la risposta al gradino $r(t) = -\frac{L}{2}$ dove sono presenti una serie di rimbalzi smorzati, segno dell'incapacità del controllore di governare adeguatamente il moto dell'armatura.

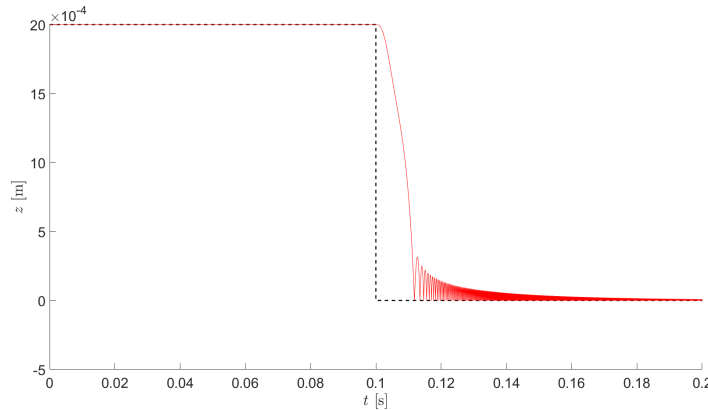


Figura 23: Risposta al segnale a gradino

Lo schema di controllo adottato non riesce neanche a garantire l'inseguimento di un segnale a gradino e non ha quindi senso procedere con la valutazione degli altri requisiti.

4.3 Conclusioni

Lo schema di controllo progettato nel capitolo precedente per il sistema linealizzato rispetta perfettamente i vincoli imposti dalle specifiche.

Tuttavia, quando viene applicato al sistema non lineare originale non riesce a garantire l'inseguimento di un segnale a gradino e quindi non ne costituisce una strategia di controllo valida. Le informazioni raccolte permettono comunque di comprendere alcuni aspetti particolari del funzionamento del sistema e possono essere utili per guidare lo sviluppo di un controllore più complesso che possa adattarsi alla grande sensibilità del sistema alla variazione dei parametri mostrata durante le simulazioni.

Bibliografia

- [1] AeroToolbox. The four stroke engine cycle. <https://aerotoolbox.com/four-stroke-engine/>, 2022.
- [2] Motor1.com Italia Redazione. La fasatura variabile. <https://it.motor1.com/news/199722/la-fasatura-variabile/>, 2010.
- [3] Caranddriver. Timing Changes: How Honda's VTEC Variable-Timing System Works. <https://www.caranddriver.com/news/a15353612/timing-changes-how-hondas-vtec-variable-timing-system-works/>, 2015.
- [4] FreeValve. Freevalve engines. <https://www.freevalve.com/>, 2020.
- [5] L.S. Peterson, A. Stefanopoulou, and J.s Freudenberg. Current versus flux in the control of electromechanical valve actuators. *Proceedings of the American Control Conference*, 7, 2005.
- [6] Z. Dimitrova, T. Massinissa, P. Lanusse, F. Aioun, and X. Moreau. Development and control of a camless engine valvetrain. *IFAC-PapersOnLine*, 52, 2019.
- [7] Y. Wang, T. Megli, M. Haghgoie, K. Peterson, and A. Stefanopoulou. Modeling and control of electromechanical valve actuator. *SAE 2002 World Congress and Exhibition*, 2002.
- [8] Y. Wang et al. Modeling of an electromechanical valve actuator for a camless engine. *5th International Symposium on Advanced Vehicle Control, Ann Arbor, Michigan USA*, 2000.
- [9] M. Bisiacco and G. Pilonetto. *Sistemi e Modelli*. Società Editrice Esculapio s.r.l., 2017.