UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA



Facoltà di Ingegneria Corso di Laurea in Ingegneria dell'Automazione a.a. 2011/12

Tesi di laurea magistrale

Relatore: Prof. Silverio Bolognani Correlatore: Ing. Mosé Castiello Correlatore: Ing. Mattia Morandin

Studio e implementazione di un algoritmo Sensorless per la stima delle posizione e velocità di un Brushless SPM Ringed-pole per la regolazione di velocità di un motore Diesel

Autore:

Favero Alessandro (621422 IAM)

Ш

Indice

In	trodu	izione	V		
	0.1	Stato dell'arte	V		
	0.2	Sommario	VI		
	0.3	Risultati del lavoro svolto	VIII		
1	Descrizione dell'apparato sperimentale				
	1.1	Banco di prova	1		
	1.2	Azionamento	4		
2	Modellistica del motore Brushless SPM				
	2.1	Modello elettrico di un motore sincrono SPM	7		
	2.2	Estensione al Ringed-pole	12		
3	Modellistica del motore Diesel				
	3.1	Analisi trigonometrica	17		
	3.2	Analisi termica e della pressione di ciascuna fase del motore	20		
		3.2.1 Calcolo del lavoro termico prodotto dal motore	24		
	3.3	Analisi dinamica	26		
	3.4	Motore Hatz IB27	28		
		3.4.1 Condizioni di idealità	31		
	3.5	Simulazioni modello ICE	32		
		3.5.1 Risultati delle simulazioni	32		
4	Modellistica del motore Diesel con fasce elastiche				
	4.1	Risultati delle simulazioni	44		
	4.2	Confronto tra simulazioni e prove sperimentali	49		
5	Controllo del motore Diesel tramite motore sincrono Ringed-pole				
	5.1	Controllo PI simulativo	53		
		5.1.1 Anello di corrente	54		
		5.1.2 Anello di velocità	58		
	5.2	Risultati delle simulazioni	60		
		5.2.1 Controllo di corrente	60		
		5.2.2 Controllo di velocità	62		

 6 Controllo Sensorless 6.1 Parte teorica: studio del sistema in controllo Sensorle 6.1.1 Stimatore in spazio di stato a due stati 6.1.2 Stimatore in spazio di stato a tre stati 6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati 6.2 Parte sperimentale: risultati ottenuti con il controllo 8 6.2.1 Controllo Sensorless 6.2.2 Controllo Sensorless funzionante 6.2.3 Controllo Sensorless funzionante 6.2.4 Compensazione della coppia di disturbo	ess	69 70 73 75 76 5 78 79 86 92 97 97					
 6.1 Parte teorica: studio del sistema in controllo Sensorla 6.1.1 Stimatore in spazio di stato a due stati 6.1.2 Stimatore in spazio di stato a tre stati 6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati 6.2 Parte sperimentale: risultati ottenuti con il controllo 8 6.2.1 Controllo Sensorless 6.2.2 Controllo Sensorless funzionante	ess	70 73 75 76 5 78 79 86 92 97 101					
 6.1.1 Stimatore in spazio di stato a due stati 6.1.2 Stimatore in spazio di stato a tre stati 6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati 6.2 Parte sperimentale: risultati ottenuti con il controllo 2 6.2.1 Controllo Sensored 6.2.2 Controllo Sensorless	Sensorless	73 75 76 78 79 86 92 97 101					
 6.1.2 Stimatore in spazio di stato a tre stati 6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati	Sensorless	75 76 78 79 86 92 97 101					
 6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati	Sensorles: Sensorles: rico sin- orless a	76 5 78 79 86 92 97 101					
 6.2 Parte sperimentale: risultati ottenuti con il controllo 5 6.2.1 Controllo Sensored	Sensorles	s 78 79 86 92 97 101					
 6.2.1 Controllo Sensored	rico sin- orless a	79 86 92 97 101					
 6.2.2 Controllo Sensorless	rico sin- orless a	86 92 97 101					
 6.2.3 Controllo Sensorless funzionante	rico sin- orless a	92 97 101					
 6.2.4 Compensazione della coppia di disturbo 6.2.5 Strategia per riconoscere se a un motore elett crono è possibile applicare il controllo Sens bassi giri	rico sin- orless a	97 101					
 6.2.5 Strategia per riconoscere se a un motore elett crono è possibile applicare il controllo Sens bassi giri	rico sin- orless a	101					
 crono è possibile applicare il controllo Sens bassi giri	orless a	101					
 bassi giri	· · · · ·	101 106					
 6.2.6 Luogo dei punti della macchina elettrica (MT 7 Conclusioni e sviluppi futuri 7.1 Considerazioni sulla modellizazione del motore Die 7.2 Considerazioni sulla stima Sensorless 7.3 Considerazioni sul metodo che riconosce l'applicab 	(אמי	106					
 7 Conclusioni e sviluppi futuri 7.1 Considerazioni sulla modellizazione del motore Die 7.2 Considerazioni sulla stima Sensorless 7.3 Considerazioni sul metodo che riconosce l'applicab 	PA)	100					
 7.1 Considerazioni sulla modellizazione del motore Die 7.2 Considerazioni sulla stima Sensorless 7.3 Considerazioni sul metodo che riconosce l'applicab 	Conclusioni e sviluppi futuri 107						
7.2 Considerazioni sulla stima Sensorless	sel	107					
7.3 Considerazioni sul metodo che riconosce l'applicab		109					
	ilità del						
controllo Sensorless a bassi giri in un azionamento .		111					
7.4 Sviluppi futuri		112					
Modellistica motore ICE 115							
A.1 Approfondimento sui rapporti di velocità		115					
A.2 Tabella parametri motore Hatz IB27 usati nel modell	0	117					
Motore elettrico SPM Ringed-pole 119							
B.1 Tabella parametri motore Ringed-pole e Inverter		119					
Approfondimento sulla stima Sensorless 12							
C.1 Sensorless con iniezioni di tensioni sull'asse "d" e "c		121					
C.2 Stimatore discreto a tre stati	ſ″ · · · ·	122					
C.3 Iniezione impulsiva	l″ · · · ·						
C.4 Variazione di i_{pol} al variare della frequenza di iniezio	Ι″ · · · · · · · · · · ·	124					

Introduzione

Per effettuare un controllo di coppia, di posizione o di velocità di un motore sincrono Brushless è sempre necessaria la conoscenza della posizione assoluta del rotore, ovvero dell'angolo θ_{me} , questa è una caratteristica degli azionamenti con macchina sincrona. Tale angolo costituisce la posizione dell'asse diretto del sistema di riferimento nel quale sono definite le correnti da imporre allo statore per avere la desiderata coppia. La posizione viene di norma determinata con un trasduttore di posizione che può essere: un resolver, sonde ad effetto Hall o un encoder. La necessità di un trasduttore di posizione assoluta costituisce uno svantaggio in termini di costo, ingombro, affidabilità e complessità circuitale degli azionamenti e dei motori. Inoltre la loro manutenzione o sostituzione risulta difficoltosa in particolari applicazioni, per esempio nelle macchine elettriche usate in sistemi eolici oppure nelle pompe a sommerse. L'eliminazione di tali dispositivi ricorrendo all'utilizzo di una posizione stimata invece che misurata, ha assunto un interesse pratico crescente e ha stimolato negli ultimi anni diverse soluzioni di tipo Sensorless che permettono la stima della posizione rotorica, diversificando però le tecniche per la regione di funzionamento in alta velocità da quelle in bassa velocità.

0.1 Stato dell'arte

Nel campo della ricerca sono state sviluppate diverse strategie Sensorless, distinguendo fra quelle che sono adatte ai motori con rotore isotropo detti motori SPM (surface permanet magnet), e quelle che richiedono invece un rotore anisotropo nominati IPM (interior permanet magnet), ed inoltre fra quelle che funzionano solo con velocità elevate e altre che invece possono funzionare anche a velocità nulla o prossima a zero. La tabella seguente (1) classifica alcune delle principali soluzioni trovate in letteratura. Come si può osservare non è ancora noto alcun algoritmo di stima in grado di determinare il valore della posizione rotorica a velocità di rotazione nulla o limitata di un motore avente rotore isotropo. Per quanto riguarda velocità sostenute è possibile stimare l'angolo θ_{me} sfruttando le equazioni che descrivono il motore elettrico, ciò è possibile sia con rotore a magneti per-

manenti superficiali (SPM), sia con magneti permanenti interni (IPM). Tale soluzione può essere sviluppata in diverse configurazioni, la meno utilizzata è quella nominata a "catena aperta", che utilizza un modello del motore elettrico che contiene la posizione rotorica e che quindi risulta ricavabile a partire dalle grandezze che si misurano (ad esempio si può partire dal bilancio delle tensioni statoriche scritte nel sistema di riferimento stazionario), per maggiori chiarimenti si veda in [2] e [3]. La soluzione più

	Funzionamento a velocità nulla	Funzionamento a velocità
	o limitata	sostenuta
Motori SPM	Soluzioni Sensorless non	Stimatori basati sulle equazioni
	disponibili	fondamentali che descrivono il
		motore:
		a catena aperta, a catena chiusa
Motori IPM	Stima basata sul riconoscimen-	Stimatori basati sulle equazioni
	to dell'anisotropia rotorica	fondamentali che descrivono il
		motore:
		a catena aperta, a catena chiusa

Tabella 1: Soluzioni utilizzate nel campo della ricerca per la realizzazione di azionamenti Sensorless.

utilizzata invece nella stima ad alti giri è quella definita "in catena chiusa", più precisamente tramite la tecnica *MRAS* (Model Reference Adaptive System) che permette di stimare la posizione rotorica confrontando tramite un opportuno *meccanismo di aggiustamento* una stessa variabile \overline{x} del motore, ottenuta mediante due modelli differenti. Il primo modello nominato *modello di riferimento* restituisce la variabile \overline{x} indipendente dalla posizione rotorica, il secondo modello chiamato *modello adattivo* fornisce sempre il valore di \overline{x} ma dipendente dalla posizione θ_{me} . Il *modello di riferimento* e quello *adattivo* possono essere implementati a partire dal vettore spaziale del flusso concatenato totale o da quello del magnete permanente, oppure ancora dal vettore della forza elettromotrice. La tecnica MRAS viene ampiamente discussa in [4].

L'ultimo algoritmo di stima introdotto è quello che interessa la stima della posizione assoluta del rotore a bassi giri di rotazione, si veda [5]. Tale strategia si basa sul riconoscimento dell'anisotropia del rotore (e quindi interessa solo motori IPM) iniettando delle opportune tensioni ad alta frequenza negli avvolgimenti statorici.

0.2 Sommario

L'obiettivo della tesi consiste nell'implementare un algoritmo Sensorless funzionante a ridotte velocità di rotazione dell'albero motore per macchine SPM. Ciò è possibile andando a modificare la configurazione rotorica di un normale motore a magneti permanenti superficiali, realizzando una gabbia di rotore definita Ringed-pole, inserendo degli anelli di rame cortocircuitati attorno a ciascun magnete permanente. Tale soluzione altera il comportamento magnetico dell'asse diretto alle alte frequenze, mantenendo invariato quello di quadratura. In questo modo si viene a creare un comportamento anisotropo appunto alle alte frequenze, mantenendo però il comportamento isotropo della macchina per le basse frequenze. Questa caratteristica permette quindi di sfruttare lo stimatore basato sull'iniezione di tensioni sinusoidali per la stima di posizione anche nel caso di motori SPM. Tale soluzione è stata puoi implementata in pratica con lo scopo di azionare e controllare la velocità dell'albero motore di un motore Diesel monocilindrico a iniezione diretta. Questo dispositivo meccanico essendo un sistema fortemente non lineare e inoltre presentando durante il suo normale funzionamento degli elevati picchi di coppia sia positivi (' 'comportamento da motore ") che negativi (" comportamento frenante "), risulta essere un ottimo sistema per verificare la bontà della stima Sensorless appena enunciata.

Gli argomenti trattati in questa tesi si suddividono nel seguente ordine:

Capitolo 1 Descrizione dell'apparato sperimentale

Viene descritto il banco di lavoro e l'apparato sperimentale utilizzato nelle prove pratiche.

Capitolo 2 Modellistica del motore Brushless SPM

Nella prima parte è presente la modellizzazione matematica di un generico motore sincrono SPM, sia nel sistema di riferimento statorico che in quello rotante. Nella seconda parte si estendono le equazioni al caso del motore Ringed-pole.

Capitolo 3 Modellistica del motore Diesel

Viene riportato in modo dettagliato l'algoritmo necessario per la modellizzazione del motore Diesel. Approfondendo gli aspetti legati la dinamica, la combustione e la termodinamica del motore stesso.

Capitolo 4 Modellistica del motore Diesel con fasce elastiche

Il modello ottenuto nel capitolo 3 è poi stato ampliato in modo da tenere in considerazione la presenza delle fasce elastiche disposte sul pistone.

Capitolo 5 **Controllo del motore Diesel tramite motore sincrono Ringed-pole** Progettazione, simulazione e sperimentazione di sistemi di controllo con sensore di posizione per regolare la velocità dell'albero motore del motore Diesel.

Capitolo 6 Controllo Sensorless

Progettazione e sperimentazione del controllo Sensorless basato sull'iniezione in alta frequenza. Vengono affrontati diversi problemi, tra cui: l'inizializzazione della posizione rotorica, la correzione della stima quando si verifica un errore tra valore stimato e valore "vero" superiore a $\frac{\pi}{2}[rad]$ e la compensazione della coppia di carico. Al termine del capitolo è riportato un metodo per identificare se a una certa macchina elettrica è possibile applicare una stima Sensorless a bassi giri e determinare in modo approssimativo il range di utilizzo della macchina stessa, in altre parole qual è il limite di funzionamento del motore elettrico con controllo Sensorless.

Capitolo 7 Conclusioni e sviluppi futuri

E' riportato un riassunto dei risultati ottenuti seguito da alcuni suggerimenti per possibili sviluppi futuri.

0.3 Risultati del lavoro svolto

Il modello matematico del motore Diesel sviluppato in questa tesi rispecchia molto bene il comportamento "vero" del motore stesso, questo è stato provato confrontando i risultati delle simulazioni con quelli ottenuti sperimentalmente. Si è osservato tuttavia che tale modello non è ancora perfetto in quanto sono presenti delle anomalie durante la fase di avviamento (in simulazione è necessaria una coppia per la messa in moto maggiore rispetto al caso pratico). Per quanto riguarda lo sviluppo del controllo Sensorless si è riuscito a farlo funziona perfettamente fino a un certo range di velocità (più precisamente fino a 120|rad/s|). E' stato risolto il problema dell'inizializzazione della posizione rotorica tramite il metodo suggerito da Lorenz riportato in [8]. Infine è stato realizzato un sistema innovativo che sfrutta le conoscenze acquisite nella realizzazione dell'algoritmo Sensorless a bassi giri, in grado di determinare se è possibile realizzare un azionamento senza sensore a una determinata macchina elettrica. Ciò è stato possibile andando a misurare l'induttanza differenziale (data dalla differenza tra l'induttanza in quadratura e l'induttanza diretta divisa per due) e verificare quando essa si annulla lungo la curva di funzionamento MTPA.

Capitolo 1

Descrizione dell'apparato sperimentale

1.1 Banco di prova

Il banco di prova utilizzato per realizzare le prove pratiche trattate in questa tesi è costituito da tre *flange triangolari*, fissate tra loro tramite delle *aste metalliche* che danno robustezza alla struttura , come si vede in figura (1.1) e (1.2). Tali flange possono scorrere lungo dei *binari* presenti alla loro base per poter essere posizionate in modo agevole nella posizione desiderata. In questo modo è possibile utilizzare il banco prova per diverse applicazioni, in quanto tramite questa struttura è possibile connettere più *motori elettrici* in serie tra loro (come si vede nelle figure di riferimento) oppure introdurre altri elementi quali ad esempio un volano per la simulazione di un carico inerziale. Il motore *Diesel* e il *motore SPM Ringed-pole* sono tra loro



Figura 1.1: Rappresentazione schematica del banco di prova.

accoppiati e sono presenti sulla destra dello schema tramite un blocco gri-



Figura 1.2: Rappresentazione schematica del montaggio del banco di prova.

gio. L'intera struttura è fissata su un *pianale in ghisa* che ha la funzione di smorzare le vibrazioni prodotte dal motore Diesel e di ancorarlo in modo che esso non si sposti durante il funzionamento.



Figura 1.3: Piano di lavoro.

Il piano di lavoro è alloggiato all'interno di una cabina insonorizzata e dotata di un sistema di aspirazione dei gas di combustione. Il motore Diesel *HATZ IB27* a quattro tempi utilizzato nelle prove pratiche è a iniezione diretta, monocilindrico con cilindrata di $267[cm^3]$, presenta una potenza massima pari a 4[kW] a 3600[rpm] e infine sviluppa una coppia massima a 2500[rpm] di 12.5[Nm]. In figura (1.4) è riportata una immagine del motore endotermico e una sua rappresentazione illustrativa.



Figura 1.4: Motore HATZ IB27.

Il motore elettrico considerato è un motore sincrono con 27 cave statoriche a magneti permanenti SPM con rotore esterno in cui sono alloggiati 18 poli. Tale motore presenta una corrente nominale (I_N) di 10[A] a cui corrisponde una coppia nominale (M_N) di 10[Nm]. In figura (1.5) è presente l'immagine del motore elettrico descritto.



Figura 1.5: Motore Brushless sinusoidale con rotore esterno.

L'approfondimento del motore elettrico SPM e del motore Diesel con relative modellizzazioni matematiche sono riportate nei capitoli (2) e (3).

1.2 Azionamento

Lo schema di principio dell'azionamento con motore sincrono a magneti permanenti, utilizzato nelle prove sperimentali che seguono, è riportato nella seguente figura.



Figura 1.6: Schema di principio dell'azionamento utilizzato.

Il sistema è alimentato da un autotrasformatore trifase chiamato *variac* che altera la tensione AC all'ingresso del ponte a diodi.



Figura 1.7: Schema base del variac.

Dalla rete trifase di alimentazione si ottiene una tensione continua U_{DC} mediante un *raddrizzatore a diodi*. Sulla rete continua dopo il raddrizzatore è presente un *condensatore di livellamento* (C_{DC}) della tensione raddrizzata. La tensione continua alimenta un invertitore trifase OPD F-32A (detto comunemente *inverter*) e in grado di fornire una tensione massima di 460[V] e avente corrente nominale $I_{N_{Inv}}$ pari a 33.7[A]. I comandi dell'inverter provengono dal *sistema di controllo* implementato. Tale controllo è di fatto un controllo vettoriale di corrente basato sulla modulazione PWM. In parallelo al Bus DC è connessa tramite un *interruttore statico comandato* (S_j) la resistenza di frenatura (R_f). L'interruttore viene chiuso quando la tensione a monte dell'inverter è maggiore di una certa soglia imposta dal blocco di controllo, l'interruttore viene poi riaperto quando la tensione ritorna al di sotto di un secondo minore livello predefinito. L'intervento del sistema di frenatura dissipativa si rende necessario quando il motore funziona da freno e la potenza di frenatura viene trasferita, mediante il motore e l'inverter, dal carico meccanico al Bus in continua. Il blocco di controllo è implementato dal DSP 1104 contenuto nell'inverter: il DSP elabora come ingressi le correnti di fase, la posizione meccanica del rotore e la tensione del Bus DC, inoltre controlla l'inverter tramite i segnali U_{α} e U_{β} . Per effettuare un efficace controllo di coppia (senza utilizzare algoritmi Sensorless) viene misurato tramite un encoder incrementale calettato all'albero, l'angolo meccanico formato dal rotore dal quale si ricava facilmente θ_{me} ¹ La velocità invece è rilevata da letture, in un determinato intervallo di tempo, dello spostamento angolare misurato dell'albero motore. In genere le correnti delle tre fasi sono calcolate misurandone solo due di esse, potendo ricavare la corrente della terza fase dal principio di Kirchhoff, come somma delle prime due cambiate di segno. In queste prove si è adottato un sistema leggermente differente in grado di rilevare un eventuale corto della fase "c". Lo schema di principio è riportato nella figura (1.8) dove valgono le seguenti equazioni

$$B = A + C \quad ; \quad A = C + B.$$



Figura 1.8: Schema di principio per la rilevazione delle correnti di fase.

Gli algoritmi di controllo scritti in linguaggio di programmazione *C* e che verranno esaminati nel seguito, vengono memorizzati nella memoria interna del DSP, questi sono trasferiti mediante un calcolatore attraverso un opportuno cavo di connessione. La scheda di acquisizione dSpace è dotata di 8 uscite (i canali *DACH*) che variano tra i $\pm 10[V]$ e di 8 ingressi (i canali *ADCH*) che variano tra 0 e 5[V] entrambi numerati da 1 a 8. I collegamenti effettuati sono:

- ingresso ADCH5. Tensione Bus DC.
- ingresso ADCH6. Corrente fase "a".
- ingresso ADCH7. Corrente fase "b".

 $^{{}^{1}\}theta_{me}$ è l'angolo elettro-meccanico formato dall'asse polare della macchina, pari al prodotto tra il numero di poli *p* e l'angolo meccanico del rotore θ_{m} .

- uscita *DACH1*. Segnale di inizio e fine ciclo (usato per misurare la durata di un ciclo macchina).

La scheda è inoltre dotata di ulteriori collegamenti come: il *Digital I/O* necessario per abilitare e disabilitare l'inverter, lo *Slave I/O PWM* che fornisce all'inverter il segnale per la modulazione PWM e *Inc1* usato come ingresso per la lettura dell'encoder. In figura (1.10) è presente l'immagine della scheda dSpace utilizzata con i diversi collegamenti effettuati.



Figura 1.9: Scheda di acquisizione dSpace.

Infine nella seguente figura è riportata l'immagine dell'inverter utilizzato nelle prove.



Figura 1.10: Inverter OPD-32A.

Capitolo 2

Modellistica del motore Brushless SPM

2.1 Modello elettrico di un motore sincrono SPM

Un motore Brushless a magneti permanenti di tipo SPM (Surface Permanent Magnet) è costituito da uno statore composto da lamierini di materiale ferromagnetico e un rotore contenete i magneti permanenti. Nello statore sono presenti delle cave nelle quali sono alloggiate degli avvolgimenti tutti composti dallo stesso materiale conduttore, aventi il medesimo numero di spire e distribuite spazialmente in modo sinusoidale come si vede nell'immagine di sinistra in figura (2.1). Gli avvolgimenti sono tre, uno per ciascuna fase e ciascuno di essi è sfasato spazialmente di 120° l'uno dall'altro (immagine di destra in figura (2.1)). Il rotore presenta superficialmente dei magneti disposti in modo da minimizzare la tendenza del rotore ad assumere alcune specifiche posizioni a causa dell'attrazione fra magneti di rotore e denti di statore. Il numero di coppie polari indicato con *p* dipende dal motore elettrico utilizzato. Le equazioni elettriche di statore sono:

$$\begin{cases} u_a = Ri_a + \frac{d\lambda_a}{dt} \\ u_b = Ri_b + \frac{d\lambda_b}{dt} \\ u_c = Ri_c + \frac{d\lambda_c}{dt} \end{cases} \implies \overline{u} = \frac{2}{3} \left(u_a + u_b e^{j\frac{2}{3}\pi} + u_c e^{j\frac{4}{3}\pi} \right) := R\overline{i} + \frac{d\overline{\lambda}}{dt}, \quad (2.1)$$

dove *R* è la resistenza di fase ¹ e λ_x è il flusso concatenato della fase "*x*". L'equazione di destra presente in (2.1) è espressa mediante vettori spaziali la cui teoria non è riportata in questa tesi.

Supponendo che la macchina sia magneticamente lineare (i.e. niente saturazione del materiale ferromagnetico), possiamo applicare la sovrapposizione degli effetti al flusso concatenato e scomporlo in due componenti,

¹Essendo le tre fasi uguali la loro resistenza elettrica è sempre la stessa.



Figura 2.1: A sinistra è rappresentata la geometria sinusoidale della sola fase "*a*", le rimanenti sono analoghe. A destra è riportata la disposizione delle tre fasi "*a*", "*b*", "*c*", rappresentate per semplicità da un unico filo conduttore. La notazione adottata per indicare il verso di avvolgimento delle spire è "X" se entrante, "•" se uscente.

la prima dovuta al magnete permanente, la seconda alle correnti circolanti nelle fasi.

$$\begin{cases} \lambda_a = \lambda_{a,mg} + \lambda_{a,i} \\ \lambda_b = \lambda_{b,mg} + \lambda_{b,i} \implies \overline{\lambda} = \overline{\lambda}_{mg} + \overline{\lambda_i} \\ \lambda_c = \lambda_{c,mg} + \lambda_{c,i} \end{cases}$$
(2.2)

La distribuzione sinusoidale dei conduttori di ciascuna fase consente di ottenere dei flussi concatenati dovuti ai magneti permanenti del tipo:

$$\begin{cases} \lambda_{a,mg} = \Lambda_{mg}\cos(\theta_{me}) \\ \lambda_{b,mg} = \Lambda_{mg}\cos(\theta_{me} - \frac{2}{3}\pi) \implies \overline{\lambda}_{mg} = \Lambda_{mg}e^{j\theta_{me}} , \qquad (2.3) \\ \lambda_{c,mg} = \Lambda_{mg}\cos(\theta_{me} - \frac{4}{3}\pi) \end{cases}$$

dove Λ_{mg} è il valore massimo del flusso concatenato per effetto dei magneti permanenti e θ_{me} è l'angolo meccanico-elettrico del rotore formato dall'asse polare rispetto l'asse "a".²

Si osservi che se si pone l'asse " α " lungo la fase "a" e a $\frac{\pi}{2}$ l'asse " β " si ha che il vettore $\overline{\lambda}_{mg}$ indica proprio il verso dell'asse polare della macchina. La componente di flusso concatenato dipendente dalle correnti statoriche

 $^{^{2}\}theta_{me}$ è pari al prodotto tra il numero di coppie polari *p* e l'angolo meccanico θ_{m} .

può essere a sua volta scomposta nel seguente modo:

$$\begin{cases} \lambda_{a,i} = L_a i_a + L_{Mab} i_b + L_{Mac} i_c \\ \lambda_{b,i} = L_{Mba} i_a + L_b i_b + L_{Mbc} i_c \\ \lambda_{c,i} = L_{Mca} i_a + L_{Mcb} i_b + L_c i_c \end{cases}$$

$$(2.4)$$

Per costruzione $L_a = L_b = L_c := L_{ss}$ e $L_{Mab} = L_{Mac} = L_{Mba} = L_{Mbc} = L_{Mca} = L_{Mcb} := L_{Mss}$, inoltre per la prima legge di *Kirchhoff* $i_a + i_b + i_c = 0$ quindi ponendo $L := L_{ss} - L_{Mss}$ e rielaborando le equazioni (2.4) si ottiene il sistema di equazioni seguente:

$$\begin{cases} \lambda_{a,i} = Li_a \\ \lambda_{b,i} = Li_b \implies \overline{\lambda}_i = L\overline{i} \\ \lambda_{c,i} = Li_c \end{cases}$$
(2.5)

Sostituendo la (2.3) e la (2.5) nella (2.2) e quest'ultima nella (2.1) si rivava:

$$\overline{u} = R\overline{i} + L\frac{d\overline{i}}{dt} + \frac{d\overline{\lambda}_{mg}}{dt} = R\overline{i} + L\frac{d\overline{i}}{dt} + \Lambda_{mg}j\omega_{me}e^{j\theta_{me}}$$

Tale equazione di vettori spaziali riscritta in forma di sistema assume la forma:

$$\begin{cases} u_a = Ri_a + L\frac{di_a}{dt} + e_a \\ u_b = Ri_b + L\frac{di_b}{dt} + e_b \\ u_c = Ri_c + L\frac{di_c}{dt} + e_c \end{cases} \quad \text{dove} \quad \begin{cases} e_a = \omega_{me}\Lambda_{mg}\cos(\theta_{me} + \frac{\pi}{2}) \\ e_b = \omega_{me}\Lambda_{mg}\cos(\theta_{me} - \frac{2}{3}\pi + \frac{\pi}{2}) \\ e_c = \omega_{me}\Lambda_{mg}\cos(\theta_{me} - \frac{4}{3}\pi + \frac{\pi}{2}) \end{cases}.$$

Effettuando il bilanciamento delle potenze si osserva che la potenza istantanea è data dalla somma di tre termini: la prima dovuta alle perdite per effetto *Joule* sulle resistenze di fase (P_j), la seconda è la potenza assorbita, positiva o negativa, impegnata per produrre le variazioni dell'energia magnetica connessa con il campo magnetico generato dalle correnti di fase ($\frac{dW_m}{dt}$), infine l'ultimo termine rappresenta la potenza che viene convertita in potenza meccanica nominata potenza elettromeccanica (P_{em}).

$$P_{istantanea} = u_{a}i_{a} + u_{b}i_{b} + u_{c}i_{c} = \\ = \underbrace{R(i_{a}^{2} + i_{b}^{2} + i_{c}^{2})}_{:=P_{j}} + \underbrace{\frac{d}{dt}\left(L\frac{i_{a}^{2}}{2} + L\frac{i_{b}^{2}}{2} + L\frac{i_{c}^{2}}{2}\right)}_{:=\frac{dW_{m}}{dt}} + \underbrace{e_{a}i_{a} + e_{b}i_{b} + e_{c}i_{c}}_{:=P_{em}}.$$

La potenza elettromeccanica è anche pari a al prodotto tra coppia torcente sviluppata (*m*) e la velocità di rotazione (ω_m), di conseguenza

Di conseguenza la coppia motrice nasce per iterazione delle tre correnti di fase.

Se si applicano delle opportune correnti sincronizzate con la posizione meccanicaelettrica è possibile ottenere una coppia costante rispetto alla posizione assunta dal rotore, infatti se

$$\begin{cases} i_a = I_M \cos(\theta_{me} + \frac{\pi}{2} - \Psi) \\ i_b = I_M \cos(\theta_{me} + \frac{\pi}{2} - \frac{2}{3}\pi - \Psi) \implies m = p\Lambda_{mg}I_M\frac{3}{2}\cos\Psi, \\ i_c = I_M \cos(\theta_{me} + \frac{\pi}{2} - \frac{4}{3}\pi - \Psi) \end{cases}$$

dove I_m è il valore massimo di corrente e Ψ supposto costante è lo sfasamento tra la terna di correnti e la terna delle fem. Si osservi che si ha coppia massima a parità di I_M se $\Psi = 0$.

Lo studio del motore sincrono SPM può essere condotto in altra via, e come si vedrà quella che ora viene presentata risulta essere la strada migliore per sviluppare sistemi di controllo semplici e performanti. Si considera ora il sistema di riferimento il cui asse diretto "d" si sovrappone all'asse polare della macchina e a $\frac{\pi}{2}$ da quest'ultimo si definisce l'asse in quadratura "q", entrambi passanti per il centro del rotore e complanari, allora è possibile definire un vettore \overline{g}^{s} espresso nel sistema di riferimento stazionario " α "," β " ³ nel sistema di riferimento "d","q". Guardando la figura (2.2) si



Figura 2.2: Rappresentazione di un generico vettore con due sistemi di riferimento, uno fisso " α "," β " e l'altro rotante "d","q".

ottiene che:

$$\overline{g}^s = \overline{g}^r e^{j\theta_{me}}$$
,

e sostituendo nell'equazione vettoriale presente nella formula (2.1) si ricava 4

$$\overline{u}^{s} = R\overline{i}^{s} + \frac{d\overline{\lambda}^{s}}{dt} = \overline{u}^{r}e^{j\theta_{me}} = R\overline{i}^{r}e^{j\theta_{me}} + e^{j\theta_{me}}\frac{d\overline{\lambda}^{r}}{dt} + \overline{\lambda}^{r}j\omega_{me}e^{j\theta_{me}}.$$

³Per convenzione l'asse " α " giace sull'asse della fase "a" mentre l'asse " β " interseca con un angolo di $\frac{\pi}{2}$ il primo asse, entrambi passanti per il centro del rotore e complanari.

⁴D'ora in poi per comprendere il sistema di riferimento scelto si deve introdurre l'apice: "s" per quello stazionario, "r" per quello rotante.

Si ottiene così

$$\overline{u}^{r} = R\overline{i}^{r} + \frac{d\overline{\lambda}^{r}}{dt} + j\omega_{me}\overline{\lambda}^{r} \Longrightarrow \begin{cases} u_{d} = Ri_{d} + \frac{d\lambda_{d}}{dt} - \omega_{me}\lambda_{q} \\ u_{q} = Ri_{q} + \frac{d\lambda_{q}}{dt} + \omega_{me}\lambda_{d} \end{cases}$$
(2.6)

Ricordando che la macchina è isotropa e supponendo che essa sia lineare si ricava dall'espressione (2.2) l'espressione del flusso concatenato espressa nel sistema di riferimento rotante

$$\overline{\lambda}^{s} = L\overline{i}^{s} + \overline{\Lambda}^{s}_{mg} = \overline{\lambda}^{r} e^{j\theta_{me}} = L\overline{i}^{r} e^{j\theta_{me}} + \overline{\Lambda}^{r}_{mg} e^{j\theta_{me}}$$

⁵ e quindi

$$\overline{\lambda}^{r} = L\overline{i}^{r} + \Lambda_{mg} \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_{d} = Li_{d} + \Lambda_{mg} \\ \lambda_{q} = Li_{q} \end{cases}$$
(2.7)

Sostituendo la (2.7) nella (2.6) si ottiene il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} u_d = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} - \omega_{me}Li_q \\ u_q = Ri_q + L\frac{di_q}{dt} + \omega_{me}Li_d + \omega_{me}\Lambda_{mg} \end{cases}.$$
 (2.8)

L'espressione della coppia in funzione delle correnti i_q e i_d viene ricavata dalla (2.6) effettuando il bilanciamento delle potenze, cioè

$$P_{istantanea} = \frac{3}{2}(u_d i_d + u_q i_q) = \underbrace{\frac{3}{2}R(i_d^2 + i_q^2)}_{:=P_j} + \underbrace{\frac{3}{2}\left(i_d \frac{d\lambda_d}{dt} + i_q \frac{d\lambda_q}{dt}\right)}_{:=\frac{dWm}{dt}} + \underbrace{\frac{3}{2}\omega_{me}(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d)}_{:=P_{em}}.$$

⁶ Dato che la potenza elettro-meccanica è pari al prodotto tra coppia erogata dal motore (*m*) e velocità di rotazione del rotore (ω_m) si ha che

$$m = \frac{3}{2}p(\lambda_d i_q - \lambda_q i_d) = \frac{3}{2}p\left[(Li_d + \Lambda_{mg})i_q - (Li_q)i_d\right] = \frac{3}{2}p\Lambda_{mg}i_q$$

quindi la coppia esercitata dal motore può essere controllata esclusivamente manipolando la corrente i_q . Nella seguente figura è riportato lo schema a

$$\overline{\lambda}_{mg}^{r} = \Lambda_{mg} \Longrightarrow \begin{cases} \lambda_{mg,d} = \Lambda_{mg} \\ \lambda_{mg,q} = 0 \end{cases},$$

proprio perché l'asse diretto coincide con l'asse polare.

⁶Dalla definizione di vettore spaziale usata in questo studio (i.e. data una terna g_a , g_b e g_c allora $\overline{g} = \frac{2}{3} \left(g_a + g_b e^{j\frac{2}{3}\pi} + g_c e^{j\frac{4}{3}\pi} \right)$) si ha che tale trasformazione non è conservativa per le potenze. Quindi quando si calcola la potenza nel sistema di riferimento rotante si deve aggiungere il termine correttivo $\frac{3}{2}$.

⁵In precedenza si era già visto che $\overline{\lambda}_{mg}^{s} = \Lambda_{mg} e^{j\theta_{me}}$, ma con il sistema di riferimento rotante "d", "q" si ha che

blocchi di un motore SPM generico, si osservi che sussiste un accoppiamento incrociato tra gli assi "d" e "q". Per semplicità si pone che la coppia erogata dalla macchina elettrica deve vincere una coppia di disturbo m_L , una coppia di attrito viscoso (con coefficiente *B*) e una coppia inerziale (di un corpo con inerzia *J*)

$$m = m_L + B\omega_m + J \frac{d\omega_m}{dt}.$$



Figura 2.3: Schema a blocchi di un generico motore brushless SPM.

2.2 Estensione al Ringed-pole

Quanto qui enunciato è stato estratto dall'articolo [9] riportato nella bibliografia.

Il motore SPM utilizzato (i cui dati tecnici sono riportati in (B.1)) è stato modificato in modo da presentare a una determinata frequenza di alimentazione una certa anisotropia nel rotore, in altre parole l'induttanza statorica diretta e quella in quadratura differiscono a una determinata frequenza del segnale di iniezione. Per ottenere tale comportamento sono state perforate longitudinalmente le *tegole* che compongono i *poli* del rotore e sono state fatte passare dei *conduttori di rame*, in modo che ciascun polo sia avvolto da una spira. Tali spire sono poi state saldate tra di loro da una *pista in rame*. In tal modo ciascun polo è ingabbiato in un *anello di rame* che va a influenzare solo l'asse "d" del rotore, lasciando inalterato quello dell'asse "q". Le correnti indotte nella gabbia metallica sono di ridotta intensità, quindi le perdite elettriche dovute al circuito che circonda i poli possono essere trascurate. Il motore così ottenuto prende il nome di Ringed-pole e la raffigurazione del suo rotore è riportata nella figura 2.4. Le equazioni che descrivono la macchina elettrica nel sistema di riferimento "d","q"sono:

$$\begin{cases} \lambda_d = Li_d + L_M i_r + \Lambda_{mg} \\ \lambda_q = Li_q \end{cases}$$



Figura 2.4: Rotore del motore Ringed-pole.

Si osservi che tali equazioni sono molto simili a quelle ottenute per il motore SPM (formula (2.7)) con l'unica differenza che ora compare nell'espressione del flusso concatenato del solo asse "d" il termine $L_M i_r$, dovuto alla presenza della corrente i_r indotta sugli anelli della "gabbia" di rame, tramite il mutuo accoppiamento definito dal parametro L_M detto mutua induttanza. Si evince chiaramente che la presenza degli anelli di rame non vanno a influire il flusso dell'asse in quadratura, la cui espressione rimane inalterata. Sostituendo le precedenti espressioni nell'equazione di bilanciamento delle tensioni statoriche espresse nella formula (2.6) si ricava il seguente sistema di equazioni:

$$\begin{cases} u_d = Ri_d + L\frac{di_d}{dt} + L_M\frac{di_r}{dt} - \omega_{me}Li_q \\ u_q = Ri_q + L\frac{di_q}{dt} + \omega_{me}Li_d + \omega_{me}L_Mi_r + \omega_{me}\Lambda_{mg} \end{cases}$$

Si osservi che tale sistema presenta due equazioni e tre incognite, di conseguenza il numero di soluzioni sarebbe infinito se non fosse che in realtà è presente una ulteriore equazione, quella che descrive il bilanciamento della tensione sulla "gabbia" di anelli:

$$0 = R_r i_r + L_r \frac{di_r}{dt} + L_M \frac{di_d}{dt},$$

dove L_r è l'induttanza equivalente della "gabbia" stessa. In simulazione applicando al circuito statorico un vettore di corrente pulsante avente una certa ampiezza e con frequenza variabile da 0[Hz] a 10[kHz], si generano dei flussi lungo l'asse "d" e lungo l'asse "q" il cui andamento è riportato nella figura (2.5).



Figura 2.5: Simulazione dei flussi concatenai del motore Ringed-pole in funzione della frequenza. Nel grafico in alto è riportato l'andamento del flusso relativo l'asse "q", nel grafico sottostante è presente il flusso dell'asse "d".

In figura (2.6) è presente l'andamento della salienza definita come il rapporto tra flusso dell'asse "q" e il flusso dell'asse "d", a diverse frequenze di iniezione. Si osservi da tale figura che l'anisotropia del rotore è massima



Figura 2.6: Andamenti simulati della salienza in funzione della frequenza ottenuti sia con motore Ringed-pole, sia con rotore classico SPM.

attorno a 900[*Hz*] della frequenza di iniezione, mentre per frequenze comprese nel range [0, 100][*Hz*] la salienza è circa unitaria, ciò significa che il sistema di controllo di corrente può essere progettato considerando l'induttanza diretta complessiva uguale a quella in quadratura. Infine nell'ultima figura (2.7) viene riportato l'andamento dell'induttanza di fase in funzione della posizione meccanica-elettrica sia con il motore SPM classico, sia con i poli avvolti da anelli di rame. Si fa presente che l'induttanza dell'asse "d" corrisponde al valore assunto quando il rotore è posizionato a $\frac{\pi}{2}[rad.el.]$.



Figura 2.7: Andamenti simulati dell'induttanza di fase in funzione della posizione meccanica-elettrica del rotore sia con motore Ringed-pole , sia con rotore classico SPM.

In conclusione modificando il rotore di un motore SPM aggiungendo degli anelli di rame attorno ai poli magnetici si crea una anisotropia del rotore a una certa frequenza di sollecitazione e quindi è possibile sviluppare un algoritmo Sensorless a bassi giri tramite iniezione in alta frequenza (tale strategia è stata implementata nel capitolo (6)).

Capitolo 3

Modellistica del motore Diesel

La modellizzazione di un motore a combustione interna (ICE: Internal Combustion Engine) a quattro tempi alimentato a gasolio, si suddivide nei seguenti punti:

- Analisi trigonometrica;
- Analisi termica e della pressione di ciascuna fase del motore;
- Analisi dinamica;

Per semplicità di esposizione lo studio qui condotto è limitato al caso di un motore dotato di un singolo pistone ¹, l'estensione al caso di un motore a *n* cilindri si ottiene semplicemente sfasando di $2 * \pi/n$ radianti le dinamiche, in seguito ricavate di ciascun pistone.

3.1 Analisi trigonometrica

Nella figura (3.1) in seguito riportata è presente in forma schematica la sezione di un motore Diesel a quattro tempi.

Prima di addentrarci nello studio approfondito del motore ICE vengono elencate le notazioni utilizzate in questa trattazione :

- L'asse *x* è l'asse del cilindro;
- L'asse *y* è l'asse perpendicolare all'asse *x* e all'asse di rotazione dell'albero a gomito;
- L'asse *z* è l'asse orizzontale complanare con *x* e *y*;
- *x_{max}*[*m*] distanza tra l'asse di rotazione dell'albero a gomito e la testa del cilindro;

¹Come si vedrà nella sezione (3.4) il motore usato nell'esperienza ha un solo pistone.



Figura 3.1: Sezione motore ICE.

- $x_c[m]$ distanza corrente tra l'asse di rotazione dell'albero a gomito e l'estremità della biella incernierata al pistone;
- *α*[*rad*] angolo corrente formato dall'asse passante per la manovella e l'asse *x*, crescente in senso orario (nullo quando la manovella si sovrappone all'asse del cilindro);
- $\theta[rad]$ angolo corrente formato dagli assi *x* e *z*, crescente in senso antiorario (nullo quando l'asse *z* si sovrappone all'asse *x*);
- β[*rad*] angolo corrente formato dall'asse passante per la biella e l'asse *x*, crescente in senso antiorario (nullo quando l'asse della biella si sovrappone all'asse *x*);
- *r*[*m*] lunghezza manovella;
- c[m] lunghezza biella;
- *a*[*m*] e *b*[*m*] coordinate del baricentro della biella rispetto ai suoi estremi;
- G centro di massa della biella.

L'analisi cinematica consiste nel determinare l'andamento del pistone e del baricentro della biella in funzione dell'angolo α . La coordinata x_c è data dalla semplice relazione

$$x_c = r\cos(\alpha) + c\cos(\beta)$$

si osserva tuttavia che

$$r\sin(\alpha) = c\sin(\beta) \Longrightarrow \sin(\beta) = \frac{r}{c}\sin(\alpha).$$

Sostituendo l'ultima espressione con la prima si ottiene

$$x_c(\alpha) = rcos(\alpha) + c\sqrt{1 - \frac{r^2}{c^2}sin(\alpha)^2}.$$

² Si osservi che la notazione $x_c(\alpha)$ evidenzia il fatto che tale variabile dipende dall'angolo formato dall'albero a gomito (i.e. da α). Derivando la precedente equazione in funzione del tempo si ottiene l'andamento di velocità della testa della biella

$$\dot{x_c}(\alpha) = \left(-r\sin(\alpha) - \frac{r^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{\sqrt{c^2 - r^2\sin(\alpha)^2}}\right)\dot{\alpha}.$$

Derivando ulteriormente si ottiene l'espressione dell'accelerazione del pistone

$$\ddot{x}_c(\alpha) = \left[-r\cos(\alpha) - \frac{r^2(2c^2\cos(\alpha)^2 + r^2\sin(\alpha)^4 - c^2)}{(c^2 - r^2\sin(\alpha)^2)}\right]\dot{\alpha}^2 + \frac{\dot{x}_c}{\dot{\alpha}}\ddot{\alpha}.$$

Il centro di massa della biella al variare di α varia sia secondo l'asse x, indicato con $x_G(\alpha)$, sia secondo l'asse y, indicato con $y_G(\alpha)$. Tale punto forma rispetto all'asse x un angolo denominato σ , pari all'opposto dell'angolo β

$$\sigma(\alpha) = -\arcsin\left(\frac{r}{c}\sin(\alpha)\right),\,$$

la derivata prima e seconda di tale angolo sono descritte delle seguenti relazioni:

$$\begin{split} \dot{\sigma}(\alpha) &= -\frac{\frac{r}{c}\cos(\alpha)}{\sqrt{1 - (\frac{r}{c}\sin(\alpha)^2)}}\dot{\alpha}, \\ \ddot{\sigma}(\alpha) &= \left[\frac{\frac{r}{c}\sin(\alpha)\sqrt{1 - (\frac{r}{c}\sin(\alpha))^2} - \frac{r^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)^2}{c\sqrt{c^2 - r^2\sin(\alpha)^2}}}{1 - (\frac{r}{c}\sin(\alpha))^2}\right]\dot{\alpha}^2 + \ddot{\alpha}\frac{\dot{\sigma}}{\dot{\alpha}}. \end{split}$$

²Il segno più che precede la radice quadrata è dovuto al fatto che β è compreso tra $[-90^{\circ};90^{\circ}]$ e quindi *cos* β è sempre maggiore di zero.

La dinamica della coordinata x del punto G è

$$\begin{aligned} x_G(\alpha) &= r\cos(\alpha) + a\cos(\sigma) = r\cos(\alpha) + a\sqrt{1 - \left(\frac{r}{c}\sin(\alpha)\right)^2}, \\ \dot{x_G}(\alpha) &= \left(-r\sin(\alpha) - a\frac{r^2}{c^2}\frac{\cos(\alpha)\sin(\alpha)}{\sqrt{1 - (\frac{r}{c}\sin(\alpha))^2}}\right)\dot{\alpha}, \\ \ddot{x_G}(\alpha) &= -\left[r\cos(\alpha) + ar^2\frac{2c^2\cos(\alpha)^2 + r^2\sin(\alpha)^4 - c^2}{\sqrt{1 - (\frac{r}{c}\sin(\alpha))^2}}\right]\dot{\alpha}^2 + \frac{\dot{x_G}\ddot{\alpha}\ddot{\alpha}. \end{aligned}$$

Analogamente la dinamica della coordinata y del punto G è:

$$y_{G} = b\frac{r}{c}\sin(\alpha),$$

$$\dot{y}_{G} = b\frac{r}{c}\cos(\alpha)\dot{\alpha},$$

$$\ddot{y}_{G} = b\frac{r}{c}\left[-\sin(\alpha)\dot{\alpha}^{2} + \cos(\alpha)\ddot{\alpha}\right]$$

3.2 Analisi termica e della pressione di ciascuna fase del motore

Come già detto il motore ICE trattato è a quattro tempi, ciò significa che per avere una combustione sono necessarie le seguenti fasi:

- 1. *Aspirazione*. La valvola di aspirazione è aperta e il movimento del pistone dal punto morto superiore ³ al punto morto inferiore ⁴ permette l'introduzione di aria nel cilindro;
- 2. *Compressione*. Le valvole di aspirazione e scarico sono entrambe chiuse e la salita del pistone dal PMI al PMS comprime volumetricamente l'aria all'interno del cilindro;⁵
- 3. *Espansione*. Le valvole rimangono entrambe serrate come nella fase precedente e si ha una espansione volumetrica a causa dei gas combusti, comportando un movimento del pistone dal PMS al PMI, la combustione interessa solo la parte iniziale di questa fase e si conclude prima della completa espansione del pistone;

³Punto Morto Superiore (PMS), indica la posizione del pistone quando si trova alla minima espansione volumetrica.

⁴Punto Morto Inferiore (PMI), indica la posizione del pistone quando si trova alla massima espansione volumetrica.

⁵In pratica la combustione del carburante avviene già al termine di questa fase, ma tal fatto non viene preso in considerazione.

4. *Scarico.* Viene aperta solo la valvola di scarico e il pistone completando il ciclo espelle i gas esausti.



Figura 3.2: Fasi di un motore a quattro tempi. In ordine: 1 Aspirazione, 2 compressione, 3 Espansione, 4 Scarico.

Si osserva dunque che per compiere un ciclo intero l'albero motore deve percorrere ben due giri, inoltre è facile comprendere che il motore esercita una coppia motrice non nulla solo per un breve istante (i.e. durante la combustione del carburante), mentre per il resto del ciclo il motore si comporta come una carico resistente. Tale fenomeno comporta delle oscillazioni di velocità sull'albero del motore in funzione dell'angolo α .⁶ Conoscendo la posizione della testa della biella in funzione di α è possibile ricavare il volume interno al cilindro tramite la seguente relazione

$$V_i(\alpha) = (X_{max} - l_p - x_c(\alpha)) \left(\frac{A}{2}\right)^2 \pi,$$
(3.1)

dove $l_p[m]$ è la lunghezza del pistone e A[m] è l'alesaggio del cilindro. Il passo successivo consiste nell'analizzare l'andamento della pressione e della temperatura in ogni singola fase. Si fa presente che in seguito per semplificare la notazione non si riporta nelle formule la dipendenza della variabile α .

⁶Per ridurre questo problema, i motori Diesel usati nei trasporti sono dotati di due o più pistoni tra loro sincronizzati, in modo tale che gli impulsi di coppia vengono meglio distribuiti lungo tutto il ciclo. Per lo scopo di questo progetto tale soluzione non viene adottata, in quanto ciò comporta un maggiore costo del motore e una potenza dello stesso eccessiva, si preferisce agire tramite un motore elettrico sulla stabilizzazione delle oscillazioni di velocità.

Primo Tempo: $0 < \alpha \leq \pi$. In questa fase viene aspirata l'aria esterna utilizzata come comburente per la successiva combustione. Si suppone per semplicità che l'aria in ingresso al motore sia a temperatura ambiente $T_{amb}|K|$, per quanto riguarda l'andamento di pressione si può adottare una delle seguenti due soluzioni. Quella più semplice e tipicamente anche quella più utilizzata consiste nel considerare la pressione interna del cilindro costante, e pari alla pressione atmosferica $p_{atm}[Pa]$. La seconda soluzione invece tiene conto della depressione causata dal movimento del pistone durante la discesa. Tale depressione dipende dal tipo e dalla forma della valvola di aspirazione presente nel motore, infatti se la valvola permette un buon passaggio di aria la pressione calerà poco rispetto alla pressione ambiente, se al contrario la valvola ostruisce di molto il flusso di aria, si avrà una diminuzione maggiore della pressione. Anche se i normali motori Diesel sono progettati per facilitare l'ingresso dell'aria durante la fase di aspirazione⁷, trascurare tale fenomeno può comportare delle anomalie nelle simulazioni.8

Secondo Tempo: $\pi < \alpha \le 2\pi$. In tale fase l'aria viene compressa comportando un aumento di pressione e di temperatura. Si può supporre di trascurare lo scambio termico con l'ambiente esterno dato che tale fase è molto breve, dunque essa è caratterizzata da una trasformazione adiabatica reversibile in cui valgono le seguenti equazioni di *Poisson* :

$$PV^{\gamma} = K_{1P} \quad e \quad TV^{\gamma-1} = K_{1T},$$
 (3.2)

dove *P* è la pressione dell'aria interna misurata in [*Pa*], *V* è il volume in [*m*³] compreso tra il pistone e la testa del cilindro, γ è il rapporto tra il calore specifico a pressione costante $c_p[\frac{I}{mol-K}]$ e il calore specifico a volume costante $c_v[\frac{I}{mol-K}]$, *T* è la temperatura dell'aria compressa misurata in [*K*], infine K_{1P} e K_{1T} sono due opportune costanti.

Se si considerano due istanti consecutivi *i* e *j* appartenenti alla fase di compressione si ottiene che

$$P_i V_i^{\gamma} = P_j V_j^{\gamma}$$
 e $T_i V_i^{\gamma-1} = T_j V_j^{\gamma-1}$.

Sapendo che all'inizio della fase di compressione il volume è pari al valore massimo V_{max} , mentre l'aria interna si trova alla pressione P_{atm} e a temperatura T_{amb} , si ottengono le seguenti due equazioni:

$$P_{i} = \left(\frac{V_{max}}{V_{i}}\right)^{\gamma} p_{atm},$$
$$T_{i} = \left(\frac{V_{max}}{V_{i}}\right)^{\gamma-1} T_{amb}$$

⁷Anche la sagoma della testa del pistone è realizzata in modo da migliorare l'aspirazione.

⁸Si vedrà nella sottosezione (3.5.1) le differenze tra queste due soluzioni.

Si ha così che la pressione varierà secondo una certa dinamica dal valore p_{atm} a un valore massimo⁹

$$P_2 := \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma} p_{atm}$$

e la temperatura andrà dal valore T_{amb} al valore¹⁰

$$T_2 := \left(\frac{V_{max}}{V_{min}}\right)^{\gamma - 1} T_{amb}.$$

Terzo Tempo: $2\pi < \alpha \leq 3\pi$. In questa fase si ha l'espansione del volume comportando un moto discendente del pistone. Nei motori Diesel la combustione del carburante non avviene istantaneamente (come si verifica nei motori a benzina), ma avviene per un certo tempo di discesa del motore, cioè fino a quando il rotore non si trova a un determinato angolo ϕ rispetto all'asse x, dunque si può ipotizzare che in questo intervallo di tempo l'aumento di volume non contribuisca a una variazione di pressione. La trasformazione che ha così luogo è di natura isobara (intervallo $2\pi < \alpha \leq 2\pi + \phi$), e in tale condizione valgono le seguenti leggi fisiche:

$$P = Cost$$
 e $\frac{V}{T} = Cost$.

Sapendo che la pressione e la temperatura al termine della fase di compressione è pari a P_2 e T_2 si ha che

$$P_i = P_2$$
 e $T_i = \frac{V_i}{V_{min}}T_2$.

Al termine della fase di scoppio il volume continua ad espandersi e la trasformazione risulta di tipo adiabatica (intervallo $2\pi + \phi < \alpha \leq 3\pi$). In tale condizione valgono le equazioni (3.2) e l'andamento di pressione e temperatura saranno descritte dalle funzioni:

$$P_i = \left(\frac{V_3}{V_i}\right)^{\gamma} P_3, \qquad (3.3)$$

$$T_i = \left(\frac{V_3}{V_i}\right)^{\gamma-1} T_3, \qquad (3.4)$$

⁹La pressione massima all'interna di un cilindro di un motore Diesel oscilla normalmente tra i [40;70][*bar*], tale valore dipende dal rapporto di compressione del motore.

 $^{^{10}}$ Il gasolio per uso automobilistico deve essere portato a una temperatura compresa tra i 400 – 600°C per poter essere bruciato.

dove V_3 e T_3 sono rispettivamente il volume e la temperatura raggiunti al termine della combustione:

$$V_3 = (x_{max} - l_p - x_c(2\pi + \phi)) \left(\frac{A}{2}\right)^2 \pi$$

$$T_3 = \left(\frac{V_3}{V_{min}}\right)^{\gamma - 1} T_2.$$

Se la combustione non ha luogo allora la trasformazione isobara è assente e in tal caso $V_3 = V_2$, $T_3 = T_2$, $P_3 = P_2$ e la fase di espansione è governata tutta dalle equazioni (3.3) e (3.4).

Quando il pistone raggiunge nuovamente il punto morto inferiore la valvola di scarico si apre ed istantaneamente la pressione dei gas interni al pistone si porta dal valore

$$P_4 = \left(\frac{V_3}{V_{max}}\right)^{\gamma} P_3$$

al valore p_{atm} .

La temperatura invece passa del valore

$$T_4 = \left(\frac{V_3}{V_{max}}\right)^{\gamma - 1} T_3$$

al valore T_{amb} . Questa trasformazione prende il nome di trasformazione isocora ed in essa valgono le seguenti relazioni

$$\frac{P}{T} = Cost$$
 e $V = Cost$.

Quarto Tempo: $3\pi < \alpha \le 4\pi$. La quarta e ultima fase serve a scaricare i gas esausti, prima che il motore Diesel ricominci il suo ciclo. Tale fase può essere modellizzata come nel primo Tempo, e quindi la temperatura dell'aria del cilindro assume il valore T_{amb} e la pressione pari a quella atmosferica P_{atm} . Anche in questo caso si può raffinare il modello tenendo conto che il pistone risalendo lungo la sua corsa comprime leggermente l'aria pur essendo aperta la valvola di scarico, comportando in analogia alla fase di aspirazione una oscillazione di pressione positiva rispetto alla pressione esterna.

3.2.1 Calcolo del lavoro termico prodotto dal motore

Se si rappresenta la pressione interna del cilindro in funzione del volume ottenuto variando α di 4π , si ottiene il ciclo termodinamico rappresentato in figura (3.3). Si osservi che il ciclo non è regolare e ogni punto di spezzamento è contrassegnato da un numero, questo serve per mettere in evidenza le varie trasformazioni termodinamiche presenti nel sistema. Inoltre dalla modellizzazione appena descritta si ha che:



Figura 3.3: Rappresentazione ciclo Diesel. A sinistra si ha nella fase di aspirazione e di scarico una pressione costante. Sempre in tali fasi nella figura di destra si hanno delle variazioni di pressione.

- Punto 1 $V_1 = V_{max}$, $P_1 = p_{atm}$, $T_1 = T_{amb}$;
- Punto 2. $V_2 = V_{min}$, P_2 , T_2 ;
- Punto 3. V_3 , $P_3 = P_2$, T_3 ;
- Punto 4. $V_4 = V_{max}$, P_4 , T_4 ;
- Punto 5. $V_5 = V_{min}$, $P_5 = p_{atm}$, $T_5 = T_{amb}$;

Il lavoro termico compiuto dalla macchina è dato dalla somma dei flussi di calore scambiati nelle varie trasformazioni del ciclo Diesel. Supponendo di trascurare il lavoro consumato durante le fase di aspirazione 1-5 e di scarico 5-1, si ha che il calore ceduto durante la trasformazioni adiabatiche 1-2 (Compressione) e 3-4 (Espansione senza combustione) è nullo, mentre il calore scambiato durante la trasformazione 2-3 (Isobara) è pari a:

$$Q_{23} = c_p n (T_3 - T_2), (3.5)$$

dove n è il numero di moli di aria presenti nel pistone. Nella fase 4-1 (Isocora) il flusso di calore è espresso da

$$Q_{41} = c_v n (T_4 - T_1). \tag{3.6}$$

Il lavoro così prodotto (senza considerare aspirazione e scarico) risulta essere

$$L_t = Q_{23} - Q_{41}. \tag{3.7}$$

Infine è possibile calcolare il rendimento della macchina ricordando che Q_{23} è il calore sviluppato durante la combustione

$$\eta = \frac{L_t}{Q_{23}}.$$

Nello studio qui presentato si è sorvolato su una questione che potrebbe far sorgere un dilemma. Ci si potrebbe chiedere come mai nel calcolo del lavoro si utilizza il numero di moli di aria *n* interni al pistone, senza considerare l'aumento di moli dovuti all'iniezione di carburante. Questa approssimazione la si può considerare corretta in quanto le moli di gasolio iniettate ad ogni ciclo sono sempre di almeno tre ordini di grandezza inferiori rispetto alle moli di aria presente nel pistone. Inoltre tale approssimazione, mascherata però in altra forma, era già stata utilizzata quando sono state studiate le trasformazioni isobare e isocore. Infatti dall'equazione di stato dei gas perfetti si ha che

$$PV = nRT$$

¹¹da cui si erano ricavate le equazioni per l'isobara

$$\frac{V}{T} = Cost,$$

e per la trasformazione isocora

$$\frac{P}{T} = Cost,$$

ma questo è possibile solo se *n* e una costante. Dunque come si può osservare ipotizzare che la combustione sia isobara e l'istante prima che precede lo scarico sia isocora è dovuto solo al fatto che *n* non varia.

3.3 Analisi dinamica

Si definisce $F_p[N]$ la forza agente sul pistone dovuta alla pressione interna del cilindro, essa è data dal prodotto tra l'area del cilindro e la pressione *P*.

$$F_p = P_i \pi \left(\frac{A}{2}\right)^2 - p_{atm} \pi \left(\frac{A}{2}\right).$$

In questa formula si è tenuto conto anche della forza esercitata dalla pressione esterna sul pistone.

La forza peso dovuta al pistone risulta essere

$$F_{m_p} = m_p g \cos\left(\theta - \frac{\pi}{2}\right)$$
,

dove ovviamente m_p è la massa del pistone in [kg] e g è l'accelerazione di gravità espressa in $\left[\frac{m}{s^2}\right]$. L'energia cinetica posseduta dal sistema è data dalla somma delle energie cinetiche dovute alle traslazioni e alle rotazioni dei

¹¹dove *R* è la costante universale dei gas pari a 8.314472 $\left[\frac{Pa}{mol} \frac{m^3}{K}\right]$

vari corpi rigidi che costituiscono il motore. Poiché il motore qui analizzato può essere considerato come un sistema dotato di un solo grado di libertà è possibile ridurlo a un sistema costituito da una unica componente rotativa. I parametri che descrivono il nuovo sistema ridotto vengono chiamati *coppia ridotta*, indicata con $M^*[Nm]$ e *inerzia ridotta* $I^*[kg m^2]$. La potenza del sistema complessivo può essere espressa dalla seguente relazione

$$P = M^* \dot{\alpha},$$

che è pari alla somma delle potenze generate dalle forze applicate al sistema stesso

$$P = M_{est}\dot{\alpha} - F_p\dot{x}_c - F_{m_p}\dot{x}_c - P_{b_{orto}}\dot{y}_G - P_{b_{varallel}}\dot{x}_G.$$

 $M_{est}[Nm]$ è la coppia applicata alla manovella dall'esterno, $P_{b_{orto}}$ e $P_{b_{parallel}}$ sono le componenti della forza peso della biella (avente massa m_b) rispettivamente secondo la componente y e x.¹² Dalle precedenti relazioni si ottiene:

$$M^{*} = \frac{P}{\dot{\alpha}} = \underbrace{M_{est}}_{\text{Coppia esterna}} - \underbrace{F_{p}\frac{\dot{x}_{c}}{\dot{\alpha}}}_{\text{Coppia forza pressione}} - \underbrace{F_{m_{p}}\frac{\dot{x}_{c}}{\dot{\alpha}}}_{\text{Coppia peso pistone}} - \underbrace{P_{b_{orto}}\frac{\dot{y}_{G}}{\dot{\alpha}} - P_{b_{parallel}}\frac{\dot{x}_{G}}{\dot{\alpha}}}_{\text{Coppia peso biella}} = \underbrace{M_{est}}_{:= -M_{p}\tau_{x_{c}}} - F_{m_{p}}\tau_{x_{c}} - P_{b_{orto}}\tau_{y_{G}} - P_{b_{parallel}}\tau_{x_{G}}}_{:= -M_{meccanismo}}.$$
(3.8)

¹³ L'energia cinetica complessiva è data dalla relazione

$$E_{c} = \frac{1}{2}I^{*}\dot{\alpha}^{2} =$$

$$= \underbrace{\frac{1}{2}m_{b}\dot{x_{G}}^{2} + \frac{1}{2}m_{b}\dot{y_{G}}^{2} + \frac{1}{2}I_{b}\dot{\sigma}^{2}}_{\text{Energia cinetica biella}} + \underbrace{\frac{1}{2}m_{p}\dot{x_{c}}^{2}}_{\text{Energia cinetica pistone}} + \underbrace{\frac{1}{2}I_{m}\dot{\alpha}^{2}}_{\text{Energia cinetica manovella, volano, albero}}$$

$$(3.9)$$

dove I_b è l'inerzia della biella il cui asse di rotazione passa per il suo centro di massa¹⁴ e I_m è la somma delle inerzie della manovella, del volano e dell'albero motore. Manipolando la precedente equazione ed usando

¹²i.e. $P_{b_{orto}} = m_b g \cos(\theta) e P_{b_{parallel}} = m_b g \sin(\theta)$

¹³I parametri del tipo τ vengono detti rapporti di velocità e saranno utili in seguito.

¹⁴Nella (3.9) si è usato il secondo teorema di Konig per calcolare l'energia cinetica della biella. Infatti tale teorema afferma che se *B* è il baricentro di un oggetto di massa m_B che ruota e trasla allora la sua energia cinetica è data da due componenti. La prima è l'energia cinetica dovuta alla traslazione di un punto infinitesimo di massa m_B posizionato in *B*, la seconda è l'energia cinetica di rotazione dell'oggetto attorno a B.

la definizione di rapporto di velocità si ricava la relazione che descrive l'inerzia ridotta rispetto all'angolo α ,

$$I^{*} = \frac{E_{c} - 2}{\dot{\alpha}^{2}} =$$

$$= \underbrace{m_{b}\tau_{x_{G}}^{2} + m_{b}\tau_{y_{G}}^{2} + I_{b}\tau_{\sigma}^{2}}_{\text{Inerzia biella}} + \underbrace{m_{p}\tau_{x_{c}}^{2}}_{\text{Inerzia pistone}} + \underbrace{I_{m}}_{\text{Inerzia manovella, volano, albero}}$$

In seguito sarà utile calcolare il seguente parametro

$$\frac{1}{2}\frac{dI^*}{d\alpha} = m_b \frac{d\tau_{x_G}}{d\alpha} \tau_{x_G} + m_b \frac{d\tau_{y_G}}{d\alpha} \tau_{y_G} + I_b \frac{d\tau_{\sigma}}{d\alpha} \tau_{\sigma} + m_p \frac{d\tau_{x_c}}{d\alpha} \tau_{x_c}.$$

¹⁵ La potenza del sistema può essere ricavata nel seguente modo:

$$P = \frac{dE_c}{dt} = \underbrace{\frac{d\left(\frac{1}{2}I^*\dot{\alpha}^2\right)}{dt}}_{\text{Potenza per vincere l'inerzia}} + \underbrace{\underline{B\dot{\alpha}^2}}_{\text{Potenza dissipata dall'attrito}} = M^*\dot{\alpha},$$

dove B[Nms] è il coefficiente di attrito del motore.¹⁶ Si ottiene così che

$$M^* = \frac{P}{\dot{\alpha}} = \frac{1}{2} \frac{dI^*}{d\alpha} \dot{\alpha}^2 + I^* \ddot{\alpha} + B \dot{\alpha}.$$
(3.10)

Uguagliando le relazioni (3.8) e (3.10) si ottiene la seguenete equazione fondamentale

$$M_{est} - M_{meccanismo} = \frac{1}{2} \frac{dI^*}{d\alpha} \dot{\alpha}^2 + I^* \ddot{\alpha} + B \dot{\alpha}.$$
(3.11)

3.4 Motore Hatz IB27

Il motore ICE al quale si fa riferimento è un Hatz modello IB27. Dato che la maggior parte dei parametri usati nel modello non sono presenti nel manuale messo a disposizione dall'azienda Hatz [1], si è reso necessario valutare tali grandezze o tramite la misura diretta oppure tramite una stima a partire da altre grandezze fisiche.

I parametri noti nel manuale sono l'alesaggio, la corsa, la cilindrata e il rapporto di compressione.

 $\frac{15}{\frac{d\tau_{x_G}}{d\alpha}} = \frac{\dot{x_G} - \tau_{x_G}\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} := \dot{\tau_{x_G}}, \quad \frac{d\tau_{y_G}}{d\alpha} = \frac{\dot{y_G} - \tau_{y_G}\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} := \dot{\tau_{y_G}}, \quad \frac{d\tau_{\sigma}}{d\alpha} = \frac{\dot{\sigma} - \tau_{\sigma}\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} := \dot{\tau_{\sigma}}, \quad \frac{d\tau_{x_c}}{d\alpha} = \frac{\dot{x_c} - \tau_{x_c}\ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} := \dot{\tau_{x_c}}.$ Nella trattazione condotta si è sorvolato sulla indeterminazione dei rapporti di velocità e delle loro derivate. Tale aspetto viene approfondito in appendice (A.1).

¹⁶In realtà nel motore sono presenti numerosi attriti: *attrito radente* dovuto allo sfregamento del pistone all'inteno del cilindro; *attrito volvente* dovuto ai cuscinetti che consentono la rotazione del rotore, *attrito statico* presente ogni volta in cui il pistone arresta il suo movimento. Tuttavia per lo scopo di questo progetto è sufficiente considerare *B* costante.
- Volumi

Quando il pistone raggiunge il PMS allora l'aria all'interno del cilindro è contenuta in un certo volume chiamato V_{min} , viceversa quando il pistone raggiunge il PMI nel cilindro è presente un volume chiamato V_{max} . Definendo *lasco* la distanza che intercorre tra il pistone e la testa del cilindro quando quest'ultimo si trova nel PMS si ha:

$$rap_comp = \frac{V_{max}}{V_{min}} = \frac{(Corsa + lasco)\left(\frac{A}{2}\right)^2 \pi}{lasco\left(\frac{A}{2}\right)^2 \pi}$$

Da questa espressione si determina così le variabili *lasco*, V_{max} e V_{min} .

- Manovella

Per semplicità la manovella è approssimata a un cilindro di lunghezza r e raggio r_m . E' facile intuire che la corsa del pistone necessariamente è pari al doppio della lunghezza della manovella. Dopo aver stimato in modo ragionevole r_m , si calcola la massa della manovella m_c moltiplicando il suo volume per la densità dell'acciaio. Infine l'inerzia della manovella è determinata dalla formula¹⁷

$$I_c = \frac{1}{3}m_c r^2 + \frac{1}{4}m_c r_m^2.$$
(3.12)

- Biella

Anche in questo caso tale componente meccanica è approssimata a un cilindro di lunghezza c e raggio r_b . Tipicamente il rapporto tra la lunghezza della biella e la lunghezza della manovella è compreso tra 3 e 5. Dopo aver imposto c = 4r e stimato r_b , si calcola la massa della manovella m_c e la sua inerzia I_c . Attenzione che in questo caso l'espressione dell'inerzia è differente rispetto alla (3.12) in quanto ora l'asse di rotazione si trova sul baricentro della biella e non su un suo estremo.

$$I_b = \frac{1}{12}m_bc^2 + \frac{1}{4}m_br_b^2.$$
 (3.13)

- Pistone

Il pistone è approssimato a un cilindro di lunghezza l_p e diametro pari all'alesaggio. La sua massa viene quindi calcolata moltiplicando il volume del pistone per la densità dell'acciaio.

- Volano

Il volano è costituito dal rotore del motore sincrono SPM. Esso viene

¹⁷Tale equazione è quella che permette di calcolare l'inerzia di un cilindro che ruota attorno a un suo estremo. Si è usato dunque il teorema di *Huygens-Steiner* il quale afferma: Sia I_{CM} l'inerzia di un corpo rigido rispetto a un asse trasversale passante per il suo centro di massa, sia *d* la distanza dell'asse di rotazione del corpo rispetto al centro di massa. Allora l'inerzia complessiva è data da $I = I_{CM} + md^2$ dove *m* è la massa del cilindro.

suddiviso in tre parti, come si vede in figura (3.4): una corona, un anello e una staffa. Note le le quote delle varie parti e sapendo che esso è costituito prevalentemente da ghisa si calcola la massa e l'inerzia complessiva.¹⁸

- Albero a gomito

La massa e l'inerzia dell'albero a gomito, supposto di forma cilindrica, viene calcolato a partire delle misure effettuate sul componente meccanico.

- Moli di aria

Il calcolo delle moli di aria viene effettuato calcolando prima la massa di aria contenuta nel cilindro.¹⁹ Infine nota la massa molare dell'aria M si ottiene

$$n=\frac{m}{M}.$$

- Calori specifici

L'aria presente nell'atmosfera si può supporre essere costituita da un gas biatomico, in tal caso

$$c_p = \frac{7}{2}R \quad \text{e} \quad c_v = \frac{5}{2}R,$$

dove *R* è la costante universale dei gas.

Tutti i parametri usati nel modello sono riportati in appendice (A.2) e a ciascuno di essi è associato il corrispondente valore e unità di misura.



Figura 3.4: Rotore del motore SPM usato in questo contesto come volano.

¹⁸Le numerose formule non vengono riportate in quanto appesantiscono ulteriormente la trattazione e non introducono nulla di concettualmente nuovo.

¹⁹i.e. moltiplicando V_{max} per la densità dell'aria (a temperatura ambiente e a pressione atmosferica).

3.4.1 Condizioni di idealità

Per rendere la modellizazione del motore ICE la più semplice possibile si è dovuto supporre numerose idealità. Vengono ora elencate quelle già ampiamente discusse nelle precedenti sezioni:

- Trasformazioni 1-2 e 3-4 adiabatiche;
- Trasformazione 2-3 isobara;
- Trasformazione 4-1 isocora;
- Coppia di attrito proporzionale alla velocità;
- Invarianza del numero di moli di gas presenti nella camera di combustione durante la fase di iniezione.

Le rimanenti ipotesi semplificative vengono ora trattate:

- Il cielo²⁰ è supposto piatto, in realtà il comportamento del motore (soprattutto durante la fase si scoppio) è influenzato dalla forma di tale componente;
- La lubrificazione del pistone non è tenuta in considerazione, in pratica il sistema di lubrificazione è indispensabile per ridurre al minimo l'attrito del pistone sul cilindro;
- Si suppone che le fasce elastiche²¹ mantengono perfettamente la pressione interna della camera di combustione. In pratica ciò non avviene, infatti tali fasce sono spinte sulla parete del cilindro dalla pressione stessa che devono contenere e quindi più la pressione aumenta e più tengono le fasce. Inoltre la tenuta dei segmenti è influenzata anche dalla velocità di rotazione del rotore, infatti per velocità basse il pistone si muove lentamente e quindi l'aria che riesce a trafilare sarà maggiore rispetto a quella che trafila quando il pistone si muove velocemente.

Nella seguente sezione sono riportate le simulazioni ottenute con il modello del motore Diesel Hatz IB27 implementato a partire dalla teoria fin qui trattata, e si è osservato che il suo comportamento si discosta da quello reale in particolare durante la fase di avviamento. Queste differenze sono dovute prevalentemente dal fatto che in pratica parte dell'aria presente tra pistone e la testa del cilindro viene persa a causa della non perfetta tenuta delle fascette elastiche.

²⁰Faccia superiore del pistone che determina parte della forma della camera di combustione.

²¹Dette anche *segmenti di tenuta*, sono degli anelli inseriti nella testa del pistone per far in modo che quest'ultimo combaci alla perfezione con la superficie del cilindro.

3.5 Simulazioni modello ICE

La teoria riportata nel capitolo precedente è stata utilizzata per ottenere il modello matematico del motore Diesel Hatz IB27. Il software utilizzato è stato sviluppato in ambiente *Matlab* e poi implementato in *Simulink*. Dallo schema si evidenzia come sia possibile applicare una coppia ester-



Figura 3.5: Schema *Simulink* utilizzato per implementare il modello del motore Diesel a combustione interna.

na (indicata con "*M_est*" all'albero del motore), e inoltre regolare il flusso della combustione (tramite il riferimento "*phi*"). Per far in modo che non sia possibile applicare una accelerazione infinita al motore si è deciso di introdurre una saturazione nel comando di accelerazione. Per impostare la condizione iniziale con la quale si desidera effettuare la simulazione è necessario accedere all'interno degli integratori, e in "*alpha1*" si imposta la velocità di rotazione iniziale, e in "*alpha*" si sceglie la posizione iniziale dell'albero motore.

3.5.1 Risultati delle simulazioni

Le seguenti simulazioni sono state ottenute impostando una coppia esterna di 24[*Nm*] all'albero del motore per 0.23[*s*] (tempo di messa in moto). Le condizioni iniziali sono: velocità di rotazione nulla (i.e. $\dot{\alpha} = 0$) e pistone posizionato nel punto morto superiore, all'inizio della fase di aspirazione (i.e. $\alpha = 0$). Il termine "phi" che imprime una accelerazione dovuta alla combustione del carburante è scelta in modo che la velocità a regime sia minima.



Figura 3.6: Andamento della velocità dell'albero motore con comando di accelerazione al minimo.

Si osservi che in corrispondenza della prima compressione della camera di scoppio (picco verso il basso a circa 0.17[s]) la velocità è inferiore a una certa soglia minima necessaria per mettere in moto spontaneamente il motore tramite la combustione del carburante. Tale soglia ottenuta sperimentalmente è stata fissata a 500[rpm].

L'andamento della pressione figura (3.7) è composto da dei picchi con forma differente a seconda se è avvenuta o meno la combustione all'interno del cilindro. Fatto interessante consiste nell'osservare che i picchi presentano tutti lo stesso valore massimo. Ciò è spiegato in quanto, nel modello considerato quando il motore si trova nella fase di scoppio la trasformazione che ha luogo è isobara e ciò comporta nessuna variazione di pressione rispetto al valore raggiunto nell'istante esattamente prima della combustione. Nella sezione seguente il modello del motore Diesel verrà migliorato in modo che tali andamenti siano più simili a quelli reali.



Figura 3.7: Andamento della pressione all'interno del cilindro con comando di accelerazione al minimo.

E' interessante osservare dalla simulazione come la pressione rimane costante durante la fase di scoppio e come varia la pressione durante la fase di scarico e aspirazione.



Figura 3.8: Sono riportati gli andamenti della pressione: a sinistra durante la fase di scoppio, a destra durante la fase di scarico ed espansione.

Nel grafico (3.10) si osserva che la temperatura minima è pari a T_{amb} (prima linea dal basso), il primo picco raggiunge e non supera la tem-



Figura 3.9: Andamento del volume compreso tra il cielo del pistone e la testa del cilindro con comando di accelerazione al minimo.



Figura 3.10: Andamento della temperatura dei gas interni al cilindro con comando di accelerazione al minimo.

peratura denominata T_2 (terza linea dal basso) in quanto è si avvenuta la compressione della camera di scoppio, ma non avendo raggiunto in tale istante una velocità sufficiente per la messa in moto, non ha luogo l'iniezione del carburante e quindi niente combustione. I picchi successivi invece si contraddistinguono dal primo per il fatto che grazie alla combustione la temperatura raggiunge il valore massimo denominato T_3 (quarta linea dal basso). Si osserva infine che tutti i picchi, tranne il primo, presentano l'istante immediatamente prima dell'apertura della valvola di scarico una temperatura T_4 diversa da T_{amb} (seconda linea dal basso), inoltre è evidente che la trasformazione isocora fa precipitare la temperatura al valore ambiente. Il primo picco è leggermente diverso anche in tale istante del ciclo e ciò è dovuto al fatto che non si è verificata alcuna combustione. Seppur complesso il modello ottenuto è molto semplificato rispetto alla realtà e risulta naturale, trascurando le dispersioni termiche, che se non avviene combustione (trasformazione isobara nulla) la temperatura raggiunta alla fine della fase di espansione coinciderà con quella dell'ambiente esterno $T_4 = T_{amb}$ (in altre parole quando non avviene combustione l'area inclusa nel ciclo di istersi percorso in senso positivo è nulla, quindi niente lavoro prodotto implica niente variazione di calore e perciò nessuna variazione di temperatura).



Figura 3.11: Andamento della componente di forza esercitata dalla pressione dei gas sul pistone con comando di accelerazione al minimo.



Figura 3.12: Andamento dell'inerzia ridotta con comando di accelerazione al minimo.



Figura 3.13: Andamento di $\frac{1}{2} \frac{dI^*}{d\alpha}$ con comando di accelerazione al minimo.



Figura 3.14: Andamento di $M_{meccanismo}$ con comando di accelerazione al minimo.



Figura 3.15: Ciclo di Isteresi ottenuto con comando di accelerazione al minimo.

Si ricorda che $M_{meccanismo}$ è la somma delle coppie dovute alla pressione interna al cilindro e alla forza peso del pistone e della biella. Per calcolare l'area del ciclo di isteresi si è deciso di trascurare l'area formata durante la fase di aspirazione e scarico e approssimare la rimanente area con cinque trapezi e un triangolo. Tale strategia risulta tanto più precisa tanto più grande è l'area da misurare. I risultati ottenuti coincidono con un margine di errore tollerabile ai valori ottenuti analiticamente tramite il calcolo del lavoro compiuto dalla macchina mediante le equazioni (3.5),(3.6) e (3.7). Ciò sta a indicare che l'analisi termica del motore Diesel, riportata nel capitolo precedente, è dal punto di vista teorico corretta.

I grafici che seguono riguardano le simulazioni ottenute applicando la massima accelerazione all'albero motore. Vengono solo riportati gli andamenti di velocità e la riproduzione del ciclo di isteresi.



Figura 3.16: Andamento della velocità dell'albero motore con comando di accelerazione al massimo.

Si vede molto bene che la velocità converge a un valore costante e tanto più essa aumenta tanto più le oscillazioni di velocità risultano attenuate. A differenza del caso precedente l'area formata dal ciclo Diesel è maggiore e questo indica che è stata prodotta una maggiore quantità di lavoro della macchina (tramite le approssimazioni condotte nel caso di minima accelerazione vale 21.7[J], nel caso di massima accelerazione vale 105.4[J]).



Figura 3.17: Ciclo di Isteresi ottenuto con comando di accelerazione al massimo.

Si mette infine in evidenza l'effetto della variazione di pressione dovuta dalle valvole di aspirazione e scarico. Se le valvole permettono un perfetto passaggio dei gas, e quindi nessuna variazione di pressione, allora il lobo secondario presente nel ciclo Diesel (quello orizzontale) assume area nulla e solo il termine di attrito viscoso comporterà una perdita di energia del sistema, viceversa se le valvole non consentono un buon flusso dei gas si generano delle variazioni di pressione sia nella fase di aspirazione che di scarico e in tal caso il lobo percorso in senso antiorario presenterà un' area negativa generando così una perdita di lavoro utile. Per mettere in evidenza questo aspetto vengono riportati gli andamenti di velocità nelle due configurazioni, durante il transitorio in cui l'albero motore si porta dalla velocità di 2000[*rpm*] a quella nulla non essendoci più alcuna combustione.



Figura 3.18: Confronto degli andamenti di velocità ottenuti durante lo spegnimento del motore supponendo prima la pressione variabile durante la fase di aspirazione e scarico, e poi imponendo la pressione costante in tali fasi.

La differenza tra questi due modelli non è trascurabile, si è quindi deciso di utilizzare d'ora in poi il modello Diesel che tiene in considerazione la maggiore perdita di energia della macchina, in quanto essa risulta essere quella che meno si discosta dalle prove pratiche.

Capitolo 4

Modellistica del motore Diesel con fasce elastiche

La modellizzazione del motore Diesel può essere migliorata considerando l'influenza delle fasce elastiche sulla variazione di pressione all'interno del cilindro. L'analisi rigorosa però risulta molto complessa e articolata, si è deciso quindi di attuare degli accorgimenti relativamente semplici che pur non valendosi di leggi fisiche, permettono di ottenere un modello che rispecchia in modo più appropriato il comportamento vero del motore. Per prima cosa si tiene presente che tanto più la pressione interna al cilindro è alta maggiore è la dispersione di gas trafilante dalle fasce elastiche. Quindi indicando con $\eta_P(P)$ la percentuale di pressione dispersa a una certa pressione si ha che in prima approssimazione

 $\eta_P(P) = aP + b$ per $P_{atm} \le P \le P_{max}$, $\eta_P(P) = 1$ per $0[atm] \le P \le P_{atm}$. Dove *a* e *b* sono i coefficiente della retta calcolati nel seguente modo

$$a = \frac{\zeta - 1}{P_{max} - P_{min}}, \quad b = 1 - aP_{atm}$$

e ξ è il valore del rendimento η_P alla pressione P_{max} . La percentuale di gas disperso a causa delle fascette elastiche dipende non solo dalla pressione, ma anche dalla velocità di rotazione dell'albero motore. Tale fatto può essere tenuto in considerazione semplicemente variando ξ in funzione di $\dot{\alpha}$. Se la velocità di rotazione è elevata allora $\xi(\dot{\alpha})$ è prossimo a 1, viceversa se la velocità $\dot{\alpha}$ è bassa allora $\xi(\dot{\alpha})$ diminuisce discostandosi da tal valore. La variabile $\xi(\dot{\alpha})$ viene quindi approssimata a una retta data dall'equazione

$$\xi(\dot{\alpha}) = c\dot{\alpha} + d,$$

dove c e d sono i coefficienti della retta ottenuti da

$$c=\frac{\xi_1-\xi_2}{\dot{\alpha}_{max}}, \quad d=\xi_2$$

e ξ_1 e ξ_2 sono il valore del rendimento di pressione quando quest'ultima assume il suo valore massimo (i.e. alla massima compressione) rispettivamente quando $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{max}$ e $\dot{\alpha} = 0$.



Figura 4.1: Andamento di $\eta_P(P, \dot{\alpha})$ in funzione della pressione *P* e della velocità $\dot{\alpha}$.

Per l'implementazione di tale modellizzazione è necessario dopo aver calcolato la pressione *P* alla velocità $\dot{\alpha}$ (come visto nel capitolo dedicato allo studio del motore Diesel), porre la pressione interna del pistone pari a

$$P_{vera} = P \quad \eta_P(P, \dot{\alpha})$$

e da questa calcolare le forze, coppie, etc. sviluppate dal motore.

4.1 Risultati delle simulazioni

Le differenze sostanziali tra il modello del motore Diesel senza l'influenza delle fasce elastiche (che d'ora in poi verrà chiamato per semplicità *modello semplificato*) e il modello del motore Diesel in cui sono presenti tali componenti (nominato *modello migliorato*) si manifestano prevalentemente durante la fase di avviamento. Per presentare le differenze viene riportata una tabella in cui si mette a confronto la coppia minima necessaria per mettere in moto il motore in quattro posizioni iniziali differenti dell'albero motore,

	Modello semplificato	Modello migliorato
α	Coppia di avviamento [Nm]	Coppia di avviamento [Nm]
$\alpha = 0$	24	21.5
$\alpha = \pi$	46.8	39.5
$\alpha = 2\pi$	7	6.5
$\alpha = 3\pi$	23	19.7

sia nel caso di *modello semplificato* sia nel caso di *modello migliorato*. Tutti i seguenti risultati sono ottenuti impostando tramite taratura $\xi_1 = 1$ e $\xi_2 = 0.5$, già definiti precedentemente.

Tabella 4.1: Coppie minime di spunto, a varie condizioni iniziali, per mettere in moto il motore Diesel tramite il *modello semplificato* e tramite il *modello migliorato*.

In pratica il motore Diesel si avvia con coppie di ingresso non superiori ai [20;22][*Nm*], quindi il *modello migliorato* risulta essere il più corretto tra i due implementati.¹ Le simulazioni che seguono mettono in evidenza altre differenze riscontrate confrontando tra loro i due modelli. Esse sono ottenute impostando al *modello migliorato* una coppia di avviamento pari a 21.5[*Nm*] per 0.23[*s*], con condizione iniziale dell'albero motore $\alpha = 0$ e $\dot{\alpha} = 0$ e comando di accelerazione al minimo².

Osservando la figura (4.2) si evince che la prima oscillazione (che avviene a circa 0.17[s]) è molto più attenuata rispetto al caso del *modello semplificato* figura (3.6). Infatti nel primo caso risulta essere di circa 450[rpm], nel secondo caso 650[rpm]. Anche i picchi successivi presentano una maggiore

- $\alpha(0) = 0$ il motore si trova nella sua fase di aspirazione e quindi per avviarlo è necessaria una coppia non elevata.
- $\alpha(0) = \pi$ il motore si trova inizialmente durante la fase di compressione, quindi la coppia di avviamento deve vincere oltre le inerzie in gioco anche la forza di pressione dovuta alla compressione dell'aria interna al pistone.
- $\alpha(0) = 2\pi$ il motore si trova a cavallo tra la fase di compressione e di espansione, ed essendo tale punto instabile, è sufficiente una coppia relativamente piccola per far avviare la combustione all'interno del cilindro.
- $\alpha(0) = 3\pi$ il motore si trova nella fase di scarico quindi esattamente come nel caso $\alpha(0) = 0$ è sufficiente una coppia non elevata per mettere in moto il motore.

²In questo caso il parametro *phi* che indica l'accelerazione del motore endotermico risulta essere maggiore rispetto alle simulazioni ottenute con il *modello semplificato: modello migliorato "phi"* = 8.0°, *modello semplificato "phi"* = 6.9°.

¹I diversi valori della coppia di avviamento ottenuti in simulazione con diverse posizioni iniziali dell'albero motore, sono dovuti alla presenza del pistone, in quanto:



Figura 4.2: Andamento della velocità dell'albero motore con comando di accelerazione al minimo.

attenuazione rispetto al *modello semplificato*, anche se in maniera meno marcata, dato che come visto nella trattazione teorica l'effetto delle fascette si fa sentire sempre meno all'aumentare della velocità.

Il contributo della perdita di pressione è ben evidente in figura (4.3) dove il primo picco è visibilmente più attenuato rispetto a quelli successivi, mentre nel caso del *modello semplificato* essi erano tutti della stessa ampiezza e di valore nettamente maggiore (da oltre 70[atm] si è passati a meno di 45[atm]). La diminuzione di pressione si fa risentire anche nella dinamica della forza di pressione figura (4.4), e nella componente $M_{meccanismo}$ figura (4.5).

Come ovvio anche il ciclo di isteresi risente della perdita di pressione delle fascette elastiche. Si osservi che il ciclo non sarà più identico ad ogni giro in cui avviene combustione del carburante, ma sarà dato da una collezione di cicli quasi sovrapposti che differiscono dal fatto che la velocità durante la fase di scoppio non è costante ad ogni giro.



Figura 4.3: Andamento della pressione interna al cilindro con comando di accelerazione al minimo.



Figura 4.4: Andamento della componente di forza esercitata dalla pressione dai gas sul pistone con comando di accelerazione al minimo.



Figura 4.5: Andamento di $M_{meccanismo}$ con comando di accelerazione al minimo.



Figura 4.6: Ciclo di Isteresi ottenuto con comando di accelerazione al minimo.

La figura seguente mette in evidenza l'aumento di pressione durante la fase di scoppio. Ciò è dovuto dal fatto che in tale intervallo di tempo (seppur piccolo non nullo) il pistone acquista velocità e quindi il rendimento $\eta_P(P, \dot{\alpha})$ aumenta comportando un incremento di pressione. Tale comportamento sarebbe teoricamente sbagliato, se non fosse che in pratica in quel intervallo di tempo a causa dell'iniezione di carburante la pressione presenta veramente una leggero incremento.³ Quindi in conclusione il *modello migliorato* è quello che si discosta meno dal sistema reale.



Figura 4.7: Ingrandimento del ciclo di Isteresi ottenuto con comando di accelerazione al minimo.

4.2 Confronto tra simulazioni e prove sperimentali

In questa sezione si mette a confronto i risultati ottenuti in simulazione con il *modello migliorato* e i dati raccolti da prove sperimentali riguardanti il motore Diesel Hatz IB27. L'albero del motore Diesel è calettato ad un encoder in grado di misurare il suo angolo di rotazione e da questo è possibile calcolare la sua velocità. Non si hanno a disposizione altri dati sperimentali, quindi il confronto è limitato esclusivamente sulla dinamica di velocità.

³Gli andamenti veri di una macchina termica Diesel non presentano mai trasformazioni isobare. Tipicamente in presenza di tali fasi gli andamenti risultano tondeggianti.



Figura 4.8: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione con accelerazione al minimo.



Figura 4.9: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione con $\dot{\alpha}_{media} = 1850[rpm]$.



Figura 4.10: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione con $\dot{\alpha}_{media} = 2820[rpm]$.



Figura 4.11: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione con accelerazione al massimo.

Globalmente gli andamenti di velocità ottenuti tramite il *modello migliorato* sono molto simili alle dinamiche reali di velocità. Ciò sta a indicare che tale modello raggiunge un buon grado di accuratezza e quindi può essere usato per sviluppare eventuali sistemi di controllo. Seppur minime le differenze riscontrate tra le dinamiche di velocità vere e simulate sono presenti e possono essere riportate nel seguente elenco:

- Tanto minore è la velocità di rotazione e tanto maggiore è la differenza del valore picco-picco delle oscillazioni di velocità.
- Gli andamenti veri di velocità presentano delle oscillazioni ad alta frequenza sempre più marcate all'aumentare della velocità.
- Le differenze più evidenti sono presenti durante i transitori di velocità, infatti come si vede nella figura (4.12) il motore dopo essere stato portato alla sua velocità massima gli viene interrotto il flusso di carburante, di conseguenza la velocità di rotazione dell'albero motore tenderà ad annullarsi. Come si vede l'andamento ottenuto in simulazione presenta un comportamento meno smorzato, presentando così un rallentamento della dinamica rispetto al caso vero.



Figura 4.12: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione durante la fase di spegnimento del motore.

Capitolo 5

Controllo del motore Diesel tramite motore sincrono Ringed-pole

Il motore Diesel Hatz IB27 viene controllato tramite il motore elettrico sincrono Ringed-pole, entrambi già presentati precedentemente nei capitoli (2) e (3). Il sistema di controllo implementato si suddivide in due parti: la prima consiste in un regolatore interno di tipo PI per il controllo della corrente (e quindi della coppia fornita al motore Diesel), la seconda è costituita da un controllore di tipo PI per la regolazione della velocità. Lo scopo di tale lavoro consiste nel mettere in moto il motore Diesel tramite il motore elettrico e inoltre quest'ultimo ha il compito di effettuare una regolazione della velocità di rotazione dell'albero a camme in modo da portare il motore ICE alla velocità corrispondente alla massima produzione di coppia. L'azionamento elettrico svilupperà inizialmente una coppia motrice e in seguito una coppia resistente, l'energia utilizzata in questa seconda fase per frenare il motore Diesel verrà recuperata dal motore elettrico stesso e dissipata per effetto Joule in calore tramite opportune resistenze.

5.1 Controllo PI simulativo

Le simulazioni sono effettuate tramite il software *Simulink* e con l'ausilio di *Matlab* sono state implementate le funzioni per la progettazione dei vari controllori. Il sistema di controllo è costituito da due anelli: uno di corrente per la regolazione di coppia, e uno di velocità.

5.1.1 Anello di corrente

Lo schema simulink utilizzato è riportato in figura (5.1), si osservi che esso



Figura 5.1: Schema Simulink dell'anello di corrente.

è costituito da:

- Due riferimenti uno per l'asse "d" e l'altro per l'asse "q";
- Un blocco del primo ordine che rappresenta la funzione di trasferimento dell'inverter¹ e due blocchi nominati "*Rate*" che trasformano i segnali digitali provenienti dai corrispondenti regolatori in segnali analogici;
- Due regolatori di corrente "Reg_id" e 'Reg_iq' ;

$$e^{s\tau} \simeq \frac{1}{1+s\tau}.$$

¹L'inverter con frequenza di switching $\frac{1}{t_s}$ può essere modellizzato come un ritardo con costante di tempo $\tau = \frac{t_s}{2}$ ed essere approssimato a una funzione di trasferimento del primo ordine del tipo:

- Due anelli di retroazione in cui sono presenti altri due blocchi "Rate", questa volta per la conversione da analogico in digitale;
- Quattro nodi sommatori, due per le retroazioni degli anelli di corrente e due per il disaccoppiamento degli assi e per per la compensazione della FEM, anche in questo caso sono presenti i blocchi di conversione da analogico in digitale;
- Il parametro di accelerazione del motore Diesel denominato "phi".
- Il blocco "Motore SPM+ICE" che rappresenta la modellizzazione del motore sincrono e di quello endotermico.²

Il disaccoppiamento degli assi consente di semplificare la progettazione del sistema di controllo in quanto con tale strategia i due rami non sono più influenzati l'uno dall'altro e quindi è possibile realizzare per ciascun di essi il corrispondente controllore .³ La compensazione della FEM ha un effetto benefico nella progettazione del controllore di corrente in quanto nell'asse "q" non si ha più l'effetto del carico meccanico, in questo caso costituito dal motore Diesel che ha un comportamento tutt'altro che lineare. I due assi di corrente possono essere considerati come in figura seguente:



Figura 5.2: Schema *Simulink* equivalente dopo il disaccoppiamento degli assi.

Si osservi che i blocchi "*Rate*" sono stati sostituiti dalle funzione di trasferimento "*fdt_holder1*" e "*fdt_holder2*" con costante di tempo $t_{holder} = \frac{Tc}{2}$, dove T_c è il periodo di campionamento del sistema digitale. Dal punto

²Tale blocco è ottenuto a partire dallo schema *Simulink* del motore elettrico riportato in figura (2.3), sostituendo al blocco $\frac{1}{B+sJ}$ lo schema del motore a combustione interna presente in figura (3.5).

³In realtà l'accoppiamento tra i due assi ha poca influenza, quindi in molti casi pratici si può fare a meno del disaccoppiamento.



Figura 5.3: Schema *Simulink* equivalente con disaccoppiamento degli assi e compensazione della FEM nel controllo di corrente.

di vista controllistico i due assi sono identici, quindi è sufficiente progettare solo uno dei due (i.e. $Reg_{id} = Reg_{iq}$). Il regolatore Reg_{id} ha una funzione di trasferimento costituita da una parte proporzionale e una parte integrale:

$$R_{id} = kp_{id} + \frac{ki_{id}}{s} = ki_{id}\frac{\tau_{r_id}s + 1}{s},$$

dove $\tau_{r_id} := \frac{kp_{id}}{ki_{iq}}$ viene posto pari alla costante di tempo elettrica del motore, i.e. $\tau_{r_id} = \frac{L}{R} := \tau_{elet}$. Tale scelta permette di cancellare un polo della funzione di trasferimento in catena aperta.⁴ Per determinare i guadagni del controllore è sufficiente porre a uno il modulo della funzione di trasferimento ad anello aperto, valutata alla frequenza di taglio B_w ; manipolando tale equazione si ricava:

$$ki_{id} = \left| \frac{jB_w}{(\tau_{r_id}jB_w + 1)G_d} \right|$$

dove G_d è la funzione di trasferimento dell'inverter, dell'oldere e del blocco del primo ordine con costante di tempo τ_{elet} , infine si ricava:

$$kp_{id} = \tau_{r_{id}}ki_{id}.$$

L'unico grado di libertà cade dunque sulla scelta della frequenza di taglio B_w , essa non può essere troppo bassa altrimenti il sistema risponde lentamente alle variazioni di ingresso della corrente di riferimento, viceversa non può essere di valore troppo elevato altrimenti si hanno dinamiche oscillanti con il rischio di perdere la stabilità; dopo diverse simulazioni si è fissata tale frequenza al valore: $B_w = 2000[rad/s]$, ottenendo così un margine di fase pari a $m_{\phi} = 78.58^{\circ}$

⁴In pratica non si ha mai una cancellazione effettiva di un polo dato che le costanti di tempo della macchina elettrica non sono mai note con precisione.



Figura 5.4: Diagramma di Bode vero e asintotico dell'anello di corrente in catena aperta: a sinistra senza il controllore, a destra con il controllore. Il pallino indica la posizione di $\frac{1}{\tau_{r,ij}}$.

Dai diagrammi di Bode riportati precedentemente si osserva come il controllore progettato ha contribuito ad aumentare la banda passante del sistema in catena aperta e il suo margine di fase. Si fa infine presente che dopo aver calcolato i diversi guadagni dei regolatori ($kp_{id} = kp_{iq} = 6.6$ e $ki_{id} = ki_{iq} = 1.68$ 10⁴) si è passato alla discretizzazione di quest'ultimi semplicemente ponendo $s = \frac{z-1}{zT_c}$, ottenendo lo schema di figura (5.5).



Figura 5.5: Schema del controllore di corrente discretizzato.

Si osservi che all'uscita del regolatore è presente un saturatore⁵ che limita la tensione di uscita in modo che il controllore non fornisca un riferimento di tensione troppo elevato al motore. Tale soluzione presenta però un comportamento non lineare nel caso in cui l'uscita assume un valore non compreso entro i limiti di tensione imposti, e si possono così innescare delle oscillazioni indesiderate. Questo fenomeno è dovuto all'azione integrale che integra l'errore tra riferimento e valore vero, per risolvere parzialmente il problema si è aggiunto un'ulteriore saturazione all'uscita del l'integratore. Questo accorgimento che si basa sulla saturizzazione dell'azione integrale prende il nome di configurazione *ANTI WIND-UP*.

5.1.2 Anello di velocità

L'anello di velocità è costituito da un regolatore PI composto in analogia a quello di corrente, da una parte proporzionale e una parte integrale:

$$Reg_{\omega} = kp_{\omega} + \frac{ki_{\omega}}{s} := ki_{\omega}\frac{\tau_{r_{-}\omega}s + 1}{s}$$

Tale regolatore non può essere progettato utilizzando i diagrammi di Bode, come si è fatto poc'anzi, perché nell'anello a catena aperta del controllo di velocità è presente (anche compensando la FEM) la dinamica del motore Diesel, il quale ha un comportamento fortemente non lineare. Pertanto si è deciso di tarare i guadagni di tale regolatore tramite simulazioni, cercando un compromesso tra prontezza e attenuazione dei picchi di velocità. I valori dei coefficienti del controllore di velocità sono: $kp_{\omega} = 15$ e $ki_{\omega} = 22$. Anche in questo caso il controllore è stato discretizzato in modo da poterlo implementare via software, e per la limitazione della corrente di riferimento in uscita al regolatore⁶ si è adottata la configurazione ANTI-WIND-UP aggiungendo però un ulteriore anello di regolazione. Si osserva dalla figura (5.8) che la differenza tra la corrente "iq" di riferimento prima e dopo la saturazione viene moltiplicata per un guadagno "kw" e poi sommata all'ingresso dell'integratore, in questo modo la somma del contributo proporzionale e integrale tenderà essere uguale all'uscita "Ref_iq" prevenendo la crescita non controllata dell'uscita stessa con velocità proporzionale al parametro "kw".⁷ Tale strategia permette di migliorare ulteriormente la dinamica di inseguimento del riferimento di velocità. Questo accorgimento che si basa sulla desaturizzazione dell'azione integrale prende il nome di configurazione ANTI RESET WIND-UP.

⁵Con limite positivo pari alla tensione $U_{lim} = \frac{U_{DC}}{\sqrt{3}}$ e limite negativo pari alla tensione $-U_{lim}$.

⁶Il limite superiore di corrente è posto pari a $I_{lim} = 18.5[A]$ e il limite inferiore a $-I_{lim}$. ⁷Nelle simulazioni "kw" è posto pari a 0.01.



Figura 5.6: Schema Simulink dell'anello di velocità

Tramite la compensazione della FEM e il disaccoppiamento degli assi lo schema precedente può essere semplificato nel seguente modo



Figura 5.7: Schema *Simulink* equivalente con disaccoppiamento degli assi e compensazione della FEM del controllo di tensione.



Figura 5.8: Schema Simulink del controllore di velocità discretizzato.

5.2 Risultati delle simulazioni

Vengono ora riportati i grafici ottenuti in simulazione con il controllo di corrente e tramite il controllo di velocità. Tutte le simulazioni sono effettuate con le seguenti condizioni iniziali del motore Diesel: velocità di rotazione nulla e $\alpha = 0$.

5.2.1 Controllo di corrente

I riferimenti di corrente sono scelti in modo che il motore elettrico si muova lungo i punti di lavoro appartenenti alla curva MTPA, ed essendo il motore elettrico di tipo SPM si imposta "*Ref_id*" pari a zero e la corrente "Ref_iq" al valore desiderato.

I grafici seguenti sono ottenuti fissando "*Ref_iq*" pari a 18.4[*A*] per 0.23[*s*] e poi a zero per il resto della simulazione, il termine di accelerazione "*phi*" è impostato a 8° .⁸

Si osservi in figura (5.9) che l'andamento della velocità dell'albero a camme è identico a quello ottenuto nella sezione (4.1) in cui erano riportati i risultati delle simulazioni del *modello migliorato* del motore Diesel. Ciò è dovuto dal fatto che il controllo di corrente è molto pronto e quindi la coppia applicata per la messa in moto è quasi istantanea. Tale aspetto è messo in

$$M_{est} = \frac{3}{2}p\Lambda Ref_iq = 21.5[Nm].$$

⁸La durata, il valore del riferimento della corrente *"iq"* e il termine di accelerazione sono scelti in modo da ottenere le stesse condizioni di lavoro viste nella sezione (4.1) con la differenza che ora è presente un controllo di corrente, mentre prima si fissava una determinata coppia di accensione. Si osserva infatti che la coppia iniziale prodotta dal motore elettrico è pari a :

evidenza in figura (5.10) dove la corrente "iq" raggiunge il suo valore di riferimento con un transitorio dell'ordine del millesimo di secondo.



Figura 5.9: Andamento della velocità dell'albero motore con controllo di corrente.



Figura 5.10: Andamento della corrente *"iq"* misurata durante il transitorio iniziale e durante il transitorio finale.



Figura 5.11: Andamento della corrente *"id"* misurata, visualizzata nell'istante in cui viene portato il riferimento di corrente dell'asse *"q"* dal valore massimo a zero.

Il grafico (5.11) mette in evidenza che l'asse "d" è influenzato dall'asse "q" pur essendoci il disaccoppiamento degli assi, infatti in corrispondenza della variazione del riferimento di corrente "*iq*" da 18.4[*A*] a zero la corrente "*id*" assume una evidente variazione di ampiezza. Il motivo di tale dipendenza è dovuta dal fatto che il disaccoppiamento degli assi non avviene istantaneamente ma con un ritardo pari a t_{holder} .

I riferimenti di tensione " uq_ref " e " ud_ref " che vengono applicati all'inverter (dopo essere stati convertiti nel sistema di riferimento $\alpha \in \beta$) non vengono riportati perché sono poco rilevanti, si fa solo presente che i controllori di corrente in questa simulazione non vanno mai in saturazione.

5.2.2 Controllo di velocità

Anche il controllo di velocità è predisposto in modo che il motore elettrico si muova lungo la curva MTPA, come già enunciato nella sottosezione precedente; la velocità di riferimento è pari a "speed_ref" = 2500[rpm] e il comando di accelerazione viene impostato a "phi" = 14° .

E' interessante osservare da queste simulazioni come tale controllore sia in grado di portare la velocità dell'albero motore al valore di riferimento in circa 0.5[s]. I ripple di velocità non sono particolarmente ridotti in quanto



Figura 5.12: Andamento della velocità dell'albero motore con il controllo di velocità.



Figura 5.13: Andamento delle correnti misurate: a sinistra "id" a destra "iq".



Figura 5.14: Andamento delle correnti nel regolatore di velocità: a sinistra a monte e a valle del saturatore dell'azione integrale, a destra prima e dopo il saturatore all'uscita del regolatore.



Figura 5.15: Andamento delle tensioni di riferimento in uscita ai regolatori di corrente: a sinistra asse "d" a destra asse "q".
in quegli istanti il regolatore si trova in saturazione, questo lo si vede bene sul secondo grafico di figura (5.14). E' dunque evidente che con i limiti di corrente imposti usando il motore SPM Ringed-pole non si è in grado di attenuare di molto le oscillazioni di velocità. Per quanto riguarda le tensioni di riferimento sui due assi, esse rimangono sempre entro i limiti di tensione impostati e quindi non vanno mai in saturazione.

5.3 Risultati prove sperimentali

Per verificare la bontà del modello matematico del motore Diesel si sono confrontati gli andamenti di velocità meccanica ottenuti sperimentalmente con quelli ottenuti mediante simulazione. Si è osservato che effettuando un controllo di corrente gli andamenti pratici e sperimentali riportati nel grafico (5.16) differiscono solo durante la fase di avvio, in quanto in pratica per mettere in moto il motore endotermico è necessaria una coppia non inferiore a 17.5[Nm], mentre nelle simulazioni la coppia minima per la messa in moto è di 21.5[Nm]. Tale differenza è dovuta alla non perfetta modellizzazione delle fasce elastiche.⁹ I parametri impostati sono:

- Prova sperimentale

$$. Ref_id = 0[A];$$

.
$$Ref_{iq} = 15[A];$$

- . durata impulso *Ref_iq* pari a 0.23[*s*];
- . $kp_{id} = kp_{id} = 6.4;$
- . $kp_{iq} = kp_{iq} = 1600;$
- . compensazione FEM, disaccoppiamento assi;
- . iniezione di carburante.
- Simulazione
 - . $Ref_{id} = 0[A];$
 - . $Ref_iq = 18.4[A];$
 - . durata impulso *Ref_iq* pari a 0.23[*s*];
 - . $kp_{id} = kp_{id} = 6.4;$
 - . $kp_{iq} = kp_{iq} = 1600;$
 - . compensazione FEM, disaccoppiamento assi;

⁹Si osservi che se nelle simulazioni si fosse usato il *modello semplificato* (i.e. senza tenere in considerazione le fasce elastiche) allora la coppia per avviare il motore Diesel sarebbe stata maggiore, ottenendo così differenze più marcate rispetto gli andamenti osservati in pratica.

. iniezione di carburante.

Si osserva che in queste prove si è dovuto diminuire il guadagno integrale dei controllori di corrente rispetto al progetto esposto nella sottosezione (5.1.1), altrimenti in pratica le correnti che si generano nelle fasi del motore elettrico superano il limite massimo consentito dalla macchina. Lo stes-



Figura 5.16: Confronto tra l'andamento della velocità meccanica ottenuta sperimentalmente e in simulazione con controllo di corrente.

so confronto è stato ripetuto con il controllo di velocità, grafico (5.17), e si è osservato che per ottenere in pratica un controllo sufficientemente robusto è necessario ridurre i guadagni dei controllori dell'anello di velocità rispetto a quanto ottenuto nel progetto riportato nella sottosezione (5.1.2). I parametri impostati sono:

- Prova sperimentale
 - . $speed_ref = 1000[rpm];$
 - . $kp_{id} = kp_{id} = 6.4;$
 - . $kp_{iq} = kp_{iq} = 1600;$
 - . $kp_{\omega} = 0.15;$
 - . $ki_{\omega} = 0.22;$
 - . compensazione FEM, disaccoppiamento assi;

- . iniezione di carburante.
- Simulazione
 - . $speed_ref = 1000[rpm];$
 - . $kp_{id} = kp_{id} = 6.4;$
 - . $kp_{iq} = kp_{iq} = 1600;$
 - . $kp_{\omega} = 4;$ ¹⁰
 - . $ki_{\omega} = 0.22;$
 - . compensazione FEM, disaccoppiamento assi;
 - . iniezione di carburante.



Figura 5.17: Confronto tra l'andamento della velocità meccanica ottenuta sperimentalmente e in simulazione con controllo di velocità.

Dai precedenti due grafici si evince che gli andamenti della velocità meccanica ottenuti in simulazione sia con il controllo di corrente che con il controllo di velocità differiscono dal comportamento "vero" ottenuto in pratica, ciò è dovuto oltre alle condizioni di idealità utilizzate per ricavare il

¹⁰Tale guadagno risulta essere circa 27 volte più grande del guadagno proporzionale utilizzato nell'implementazione pratica, ciò è dovuto al fatto che in simulazione è necessaria una coppia maggiore per la messa in moto rispetto a quella usata nelle prove sperimentali. Se in simulazione si impone $kp_{\omega} = 0.15$ il motore elettrico non riesce ad avviare il motore Diesel innescando delle oscillazioni periodiche dell'albero motore.

modello matematico del motore Diesel¹¹ anche dalla non perfetta modellizzazione del motore SPM, dalle approssimazioni effettuate nell'implementazione *Simulink* dell'inverter e dalla quantizzazione. Tali differenze però risultano essere comunque accettabili dal punto di vista controllistico, in quanto per questo scopo non è necessario un modello perfettamente identico a quello reale¹² ma un modello che rispecchia in linea di massima gli andamenti di velocità e di coppia del motore Diesel, poi sarà compito del sistema di controllo essere abbastanza robusto da funzionare anche se il sistema "vero" non è esattamente uguale a quello realizzato in simulazione.

 $^{^{11}}$ Già ampiamente discusse nella sottosezione (3.4.1).

¹²Cosa tra l'altro impossibile in pratica.

Capitolo 6

Controllo Sensorless

L'obiettivo di questo capitolo consiste nell'effettuare un controllo di velocità del motore Diesel tramite il motore Ringed-pole SPM, non utilizzando più per il controllo la posizione angolare dell'albero ottenuta mediante encoder, ma stimando tale informazione dalle correnti circolanti nel motore elettrico. Questo tipo di di strategia risulta essere più onerosa dal punto di vista computazionale, ma presenta alcuni vantaggi di carattere commerciale:

- Come tutti i dispositivi meccanici-elettrici l'encoder può essere soggetto dopo ore di lavoro a rottura, tale aspetto produce la sgradevole conseguenza da parte dei produttori di azionamenti elettrici di effettuare manutenzioni e riparazioni comportando un aumento notevole dei costi.
- La perdita di informazione dell'angolo meccanico dovuto a un guasto dell'encoder non consente più al controllore di funzionare correttamente e se si verifica tale mal funzionamento si ha una perdita effettiva di robustezza dell'impianto, determinando un peggioramento dell'immagine del prodotto da parte dei possibili clienti.
- In genere seppur non elevato il costo dell'encoder rispetto a quello dell'azionamento elettrico, esso non è trascurabile, di conseguenza eliminare tale componente e sostituirlo con un algoritmo risulta una strada vincente nel caso vengono prodotte grosse quantità di dispositivi.

In letteratura esistono diversi metodi per stimare la posizione angolare di un motore elettrico e ciascuno di essi funziona solo in determinate condizioni di lavoro della macchina elettrica. Ad esempio in [2], [3] e [4] si fa presente che la velocità rotorica deve essere diversa da zero e per un corretto funzionamento deve essere maggiore di una certa soglia minima. In [5] invece viene implementato un algoritmo in grado di stimare la posizione rotorica anche a velocità nulla, sottolineando però che tale metodo non funziona per velocità elevate. Si è deciso di partire da quest'ultima soluzione in quanto il punto più critico per lo sviluppo di un sistema di controllo in grado di azionare un motore Diesel consiste proprio nella sua fase di avviamento.

Il capitolo si suddivide in due parti, la prima è finalizzata a descrivere dal punto di vista teorico lo studio condotto sul controllo Sensorless, la seconda presenta i risultati ottenuti sperimentalmente.

6.1 Parte teorica: studio del sistema in controllo Sensorless

Il metodo di stima qui presentato si basa sul riconoscimento dell'anisotropia del rotore. Si fa presente che il motore utilizzato è di tipo SPM, quindi in pratica esso presenterebbe una minima salienza tra l'asse "d" e "q" se non fosse che sono stati inseriti degli opportuni anelli conduttori attorno ai poli presenti nel rotore, e come spiegato nel capitolo (2) ciò determina una differenza tra l'induttanza dell'asse diretto (L_d) rispetto quella in quadratura (L_q) a una certa frequenza delle correnti circolanti.

Per determinare l'angolo di rotazione del rotore si introducono i seguenti sistemi di riferimento: "d" e "q" indicano l'asse diretto e in quadratura veri della macchina elettrica, mentre "d^x" e "q^x" rappresentano gli assi diretti e in quadratura stimati della macchina, la stima converge al valore vero quando "d^x"="d" e quando "q^x"="q". L'equazione della terna di tensioni statoriche espressa secondo il sistema di riferimento stazionario è:

$$\overline{u^s} = R\overline{i^s} + \frac{d\overline{\lambda^s}}{dt}$$

che può essere riscritta nel sistema di riferimento "d^x", "q^x" come segue

$$\overline{u^x} = R\overline{i^x} + \frac{d\overline{\lambda^x}}{dt} + j\omega_x\overline{\lambda^x},$$

dove ω_x è la velocità del sistema di riferimento "d^x", "q^x". Iniettando due tensioni sinusoidali di pulsazione ω_h , una sull'asse "d" denominata u_{hd}^x e una sull'asse "q" chiamata u_{hd}^x , descritte dalle equazioni:

$$u_{hd}^x = U_{hd}\cos(\omega_h t)$$
; $u_{hq}^x = U_{hq}\sin(\omega_h t)$.

si ricava a regime e trascurando la caduta di tensione sulla resistenza R

$$\begin{cases} \lambda_{hd}^{x} = \Lambda_{hd} \sin(\omega_{h}t) \\ \lambda_{hq}^{x} = \Lambda_{hq} \cos(\omega_{h}t) \end{cases}$$
(6.1)

¹ Sostituendo in $\overline{u^x} \simeq \frac{d\overline{\lambda^x}}{dt} + j\omega_x\overline{\lambda^x}$ le soluzioni (6.1) si ricava una coppia di equazioni in due incognite, usando *Crammer* si perviene finalmente alle espressioni dei termini Λ_{hd} e Λ_{hq} :

$$\Lambda_{hd} = \frac{U_{hd}\omega_h - U_{hq}\omega_x}{\omega_h^2 - \omega_x^2} \quad \text{e} \quad \Lambda_{hq} = \frac{U_{hd}\omega_x - U_{hq}\omega_h}{\omega_h^2 - \omega_x^2}.$$
 (6.2)

Scegliendo U_{hd} costante e $U_{hq} = \frac{U_{hd}\omega_x}{\omega_h}$ si ottiene una semplificazione dei coefficienti dei flussi: $\Lambda_{hd} = \frac{U_{hd}}{\omega_h}$ e $\Lambda_{hq} = 0.^2$ Sfruttando la relazione tra flussi e correnti data dalla³:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d^x \\ \lambda_q^x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\Sigma} - L_{\Delta} \cos(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Delta} \sin(2\Delta\theta_{me}) \\ L_{\Delta} \sin(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Sigma} + L_{\Delta} \cos(2\Delta\theta_{me}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d^x \\ i_q^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg,d}^x \\ \lambda_{mg,q}^x \end{bmatrix}$$

dove $L_{\Sigma} = \frac{L_d + L_q}{2}$, $L_{\Delta} = \frac{L_q - L_d}{2}$ e $\Delta \theta_{me} = \hat{\theta}_{me} - \theta_{me}$ è la differenza tra la posizione elettro-meccanica nel sistema di riferimento "d^x", "q^x" e quello nel sistema di riferimento "d", "q", si possono calcolare le correnti i_{hd} e i_{hq} dovute all'iniezione in alta frequenza trascurando il termine legato al flusso del magnete permanente:

$$\begin{pmatrix}
i_{hd}^{x} = \frac{U_{hd}}{\omega_{h}L_{d}L_{q}} \left(L_{\Sigma} + L_{\Delta}\cos(2\Delta\theta_{me})\right)\sin(\omega_{h}t) \\
i_{hq}^{x} = \underbrace{-\frac{U_{hd}}{\omega_{h}L_{d}L_{q}} \left(L_{\Delta}\sin(2\Delta\theta_{me})\right)\sin(\omega_{h}t)}_{:=I_{hq}^{(\Delta\theta_{me})}},$$
(6.3)

che rappresentano le equazioni di un vettore pulsante nel piano "d^x", "q^x". Per ottenere il valore di $\Delta \theta_m$ si procede nel seguente modo:

- si filtra con un filtro passa alto la corrente i_q ottenendo i_{hq}^x ;
- si demodula il segnale i_{hq}^{x} moltiplicandolo per sin($\omega_{h}t$). Così facendo si ottengono due componenti, una continua e una ad alta frequenza,

- parte immaginaria con termini in seno (i.e. $sin(\omega_h t)$), che è possibile solo se λ_{hq}^x è della forma $\Lambda_{hq} cos(\omega_h t)$.

²In pratica si è annullato il flusso sull'asse "q".

¹Le precedenti soluzioni dell'equazione differenziale $\overline{u^x} \simeq \frac{d\overline{\lambda^x}}{dt} + j\omega_x\overline{\lambda^x}$, possono essere ricavate con il seguente ragionamento: u_{hd}^x contiene il termine $\cos(\omega_h t)$, mentre u_{hq}^x contiene $\sin(\omega_h t)$ ciò significa che $\frac{d\overline{\lambda^x}}{dt} + j\omega_x\overline{\lambda^x}$ deve avere:

parte reale con dei termini in coseno (i.e. cos(ω_ht)), e questo è possibile solo se λ^x_{hd} è del tipo Λ_{hd} sin(ω_ht),

³In appendice sezione (C.1) sono riportati i passaggi per ottenere tale espressione.

infatti

$$egin{aligned} &i_{hq}^{x}\sin(\omega_{h}t)=I_{hq}^{(\Delta heta_{m})}\sin^{2}(\omega_{h}t)=\ &=I_{hq}^{(\Delta heta_{me})}\left(rac{1-\cos(2\omega_{h}t)}{2}
ight)=rac{I_{hq}^{(\Delta heta_{me})}}{2}-rac{I_{hq}^{(\Delta heta_{me})}}{2}\cos(2\omega_{h}t); \end{aligned}$$

- si ottiene la componente continua $\frac{I_{hq}^{(\Delta\theta_{me})}}{2}$ filtrando $i_{hq}^x \sin(\omega_h t)$ con un filtro passa basso;
- si moltiplica il segnale uscente dal filtro passa basso per il termine

$$\widehat{K} = rac{-2\omega_h L_d L_q}{U_{hd} L_\Delta},$$

il segnale così ottenuto a meno di approssimazioni è pari proprio a $sin(2\Delta\theta_{me})$;

- per piccole variazioni di $\Delta \theta_{me}$ si ha che sin $(2\Delta \theta_{me})$ può essere approssimata a $2\Delta \theta_{me}$ e quindi dividendo per 2p il segnale filtrato e moltiplicato per \hat{K} si ottiene proprio la stima di $\Delta \theta_m = \hat{\theta}_m - \theta_m$, in formule risulta:

$$rac{I_{hq}^{(\Delta heta_{me})}}{2} \underbrace{\hat{K} rac{1}{2p}}_{:=K} \simeq \Delta heta_m$$

- il segnale $\Delta \theta_m$ ottenuto al passo precedente viene poi elaborato da uno stimatore il quale ha il compito di stimare la posizione meccanica del rotore annullando il segnale $\Delta \theta_m$.

Nella descrizione del procedimento appena riportato per determinare $\Delta \theta_m$ si è tralasciato un aspetto molto importante che ora viene richiamato. Il termine $\sin(2\Delta\theta_{me})$ si annulla non solo quando $\Delta\theta_{me}$ è pari a 0[rad], ma anche quando esso vale $\frac{\pi}{2}[rad]$, $\pi[rad]$ e $\frac{3}{2}\pi[rad]$. Ciò significa che se lo stimatore è asintoticamente stabile, tale sistema presenta quattro punti di equilibrio, si osserva però che due di essi sono instabili (precisamente per $\Delta \theta_{me} = \frac{\pi}{2} [rad]$ e per $\Delta \theta_{me} = \frac{3}{2} \pi [rad]$) e i rimanenti due sono invece stabili $(\Delta \theta_{me} = 0[rad] \text{ e per } \Delta \theta_{me} = \pi[rad])$. Ciò significa che se $\Delta \theta_{me}$ si trovasse in una configurazione instabile allora anche il più piccolo scostamento da tale punto di lavoro farebbe allontanare la stima facendola convergere su uno dei due punti di equilibrio stabili. Nasce così il problema che indipendentemente dallo stimatore usato non è possibile capire se la stima di θ_m è esatta o sbagliata di π [*rad*]. Questo dilemma verrà lasciato in sospeso e risolto esplicitamente nella sezione (C.3). Prima di presentare i risultati ottenuti in pratica vengono riportati gli stimatori implementati nel controllo Sensorless.

6.1.1 Stimatore in spazio di stato a due stati

Il modello del motore Diesel è molto complesso e articolato, risulta quindi impossibile esprimerlo esplicitamente tramite equazioni differenziali del primo ordine e lineari. Per realizzare lo stimatore si è pensato di usare le seguenti equazioni che semplificano di molto la modellizzazione del carico meccanico:

$$\left\{ egin{array}{cc} \dot{ heta}_m(t) &= \omega_m(t) \ \dot{\omega}_m(t) &= 0 \end{array}
ight.$$

Definendo lo stato $x(t) = \begin{bmatrix} \theta_m(t) & \omega_m(t) \end{bmatrix}^T$ e u(t) l'ingresso del sistema si possono riscrivere le equazioni precedenti in spazio di stato

$$\dot{x}(t) := \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t) := Fx(t) + Gu(t).$$

Dato che la variabile di interesse è $\theta_m(t)$ si pone l'uscita del sistema pari a:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} x(t) := Hx(t).$$

Lo stimatore realizzato è uno stimatore "a catena chiusa" e di ordine intero⁴ avente struttura del tipo:

$$\begin{cases} \hat{x}(t) = F\hat{x}(t) + Gu(t) + \overline{L}\left(\hat{y}(t) - y(t)\right) \\ \hat{y}(t) = H\hat{x}(t) \end{cases}$$

dove i simboli con il cappuccio indicano la variabile stimata e $\overline{L} := \begin{bmatrix} l_1 & l_2 \end{bmatrix}^T$ è un elemento statico che caratterizza lo stimatore. Se si definisce l'errore di stima $e(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ si ottiene che la dinamica dell'errore è espressa dall'equazione:

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \dot{x}(t) - \hat{x}(t) = F\left[x(t) - Gu(t)\right] - \left[F\hat{x}(t) + Gu(t) + \overline{L}\left(\hat{y}(t) - y(t)\right)\right] = \\ &= F\left[x(t) - \hat{x}(t)\right] - \overline{L}\left[\hat{y}(t) - y(t)\right] = Fe(t) - \overline{L}\left[H\hat{x}(t) - Hx(t)\right] = \\ &= Fe(t) + \overline{L}He(t) = \left[F + \overline{L}H\right]e(t) \end{aligned}$$

e quindi la dinamica dell'errore è descritta dagli autovalori della matrice $F + \overline{L}H$, i.e.

$$e(t) = e^{(F + \overline{L}H)^t} e(0).$$

Per assicurarsi che sia possibile osservare ogni stato e che quindi ogni componente di e(t) possa tendere a zero asintoticamente è necessario calcolare la matrice di osservabilità, che in questo caso risulta essere:

$$\Theta = \begin{bmatrix} H \\ HF \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \Longrightarrow Rango \left[\Theta\right] = 2 \tag{6.4}$$

⁴Si dice a "catena chiusa" perché per determinare lo stato c'è il bisogno della conoscenza dell'uscita stimata e dell'uscita "vera" del sistema. Si dice di ordine intero perché lo stimatore ha dimensione uguale a quella del sistema.

e quindi il sistema è completamente osservabile. Per allocare gli autovalori desiderati a_1 e a_2 si procede risolvendo l'equazione:

$$det \left[sI - (F + \overline{L}H) \right] = (s - a_1)(s - a_2)$$

Si ottiene così il seguente sistema in due equazioni e in due incognite:

$$\begin{cases} l_1 = a_1 + a_2 \\ l_2 = -a_1 a_2 \end{cases}$$

Attenzione che la scelta degli autovalori deve essere condotta in modo che la parte reale sia negativa, inoltre essa più grande è in modulo e più velocemente tendono a zero gli errori di stima dei vari stati del sistema. In pratica però non è possibile scegliere tali autovalori con parte reale in modulo troppo elevata, altrimenti si innescano dei comportamenti anomali che possono far perdere la stima a causa delle condizioni di non idealità presenti nel sistema "vero".



Figura 6.1: Scelta allocazione autovalori.

Lo schema complessivo dello stimatore a due stati è riportato in seguito



Figura 6.2: Schema a blocchi dello stimatore a due stati.

Per implementare via software lo stimatore vengono discretizzate le seguenti equazioni ponendo $s = \frac{1-z^{-1}}{T_c}$:

,

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m(t) &= \frac{1}{s}(l_1 \Delta \theta_m(t) + \hat{\omega}_m(t)) \\ \hat{\omega}_m(t) &= \frac{1}{s}l_2 \Delta \theta_m(t) \end{cases}$$

ottenendo

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m(t) &= \hat{\theta}_m(t-1) + T_c \left[l_1 \Delta \theta_m(t) + \hat{\omega}_m(t) \right] \\ \hat{\omega}_m(t) &= \hat{\omega}_m(t-1) + T_c l_2 \Delta \theta_m(t) \end{cases}$$

6.1.2 Stimatore in spazio di stato a tre stati

E' possibile migliorare lo stimatore precedente aggiungendo informazione sul carico meccanico nella struttura dello stimatore stesso. Per far questo è necessario riscrivere le equazioni fondamentali dello stimatore come se il carico fosse un albero di inerzia *J*, con coefficiente di attrito viscoso *B*, trainato da una coppia di ingresso m(t) a cui viene applicata una coppia di disturbo $m_L(t)$:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_m(t) &= \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) &= -\frac{B}{J}\omega_m(t) + \frac{1}{J}m_L(t) + \frac{1}{J}m(t) \\ \dot{m}_L(t) &= 0 \end{cases}$$
(6.5)

L'ultima equazione descrive la dinamica della coppia di disturbo che essendo molto complessa viene posta costante per semplicità. Come si sa i parametri *B* e *J* non sono noti con precisione, ma se lo fossero allora la variabile $m_L(t)$ ingloberebbe tutto ciò che non è previsto nella dinamica dello stimatore e quindi in teoria in essa si avrebbe una stima della somma delle coppie esercitate dalla variazione della pressione interna al pistone, dall'inezia variabile della biella e dell'inerzia ridotta e della massa del pistone. Definendo lo stato $x(t) := [\theta_m(t) \quad \omega_m(t) \quad m_L(t)]^T$ si riscrivono le precedenti equazioni nel seguente sistema:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} & \frac{1}{J} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{J} \\ 0 \end{bmatrix} m(t) := Fx(t) + Gu(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) := Hx(t).$$

Il progetto dello stimatore è identico a quanto visto nella sottosezione precedente e quindi si riportano solo i passaggi fondamentali. Ora per vedere se il sistema è osservabile si procede calcolando il rango della matrice di osservabilità

$$\Theta = \begin{bmatrix} H \\ HF \\ HF^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B}{J} & \frac{1}{J} \end{bmatrix} \Longrightarrow Rango \left[\Theta\right] = 3.$$
(6.6)

Essendo il rango uguale alla dimensione del sistema allora quest'ultimo è osservabile. Per allocare gli autovalori a_1 , a_2 e a_3 si risolve il polinomio:

$$det \left[sI - (F + \overline{L}H) \right] = (s - a_1)(s - a_2)(s - a_3)$$



Figura 6.3: Schema a blocchi dello stimatore a tre stati.

determinando così i coefficienti l_1 , l_2 e l_3 del termine statico \overline{L} .⁵

Per l'implementazione software si procede discretizzando tramite *Eulero* le equazioni:

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m(t) &= \frac{1}{s} \left(l_1 \Delta \theta_m(t) + \hat{\omega}_m(t) \right) \\ \hat{\omega}_m(t) &= \frac{m(t) + l_2 J \Delta \theta_m(t) + \hat{m}_L(t)}{sJ + B} \\ \hat{m}_L(t) &= l_3 \frac{1}{s} \Delta \theta_m(t) \end{cases}$$

ottenendo

$$\begin{cases} \hat{\theta}_m(t) &= \hat{\theta}_m(t-1) + T_c l_1 \Delta \theta_m(t) + T_c \hat{\omega}_m(t) \\ \hat{\omega}_m(t) &= \frac{\hat{\omega}_m(t-1)J + m(t)T_c + l_2 J \Delta \theta_m(t)T_c + \hat{m}_L(t)T_c}{J + BT_c} \\ \hat{m}_L(t) &= l_3 T_c \Delta \theta_m(t) + \hat{m}_L(t-1) \end{cases}$$

Gli stimatori realizzati a due e a tre stati sono progettati in tempo continuo e poi discretizzati per essere implementati sperimentalmente; in appendice (C.2) è riportato il progetto di uno stimatore discreto che però ha dato risultati insoddisfacenti sia in simulazione che in pratica.

6.1.3 Bontà dello stimatore a tre stati

Per verificare la bontà dello stimatore a tre stati vengono ora presentati gli andamenti di posizione angolare θ_m , velocità ω_m e coppia di carico m_L ottenuti sia direttamente tramite il *modello migliorato* del motore Diesel implementato in *Simulink* e sia stimando tali valori mediante lo stimatore a tre stati appena discusso. Si fa presente che la parte relativa all'iniezione in alta frequenza è stata tralasciata in modo da osservare solo il comportamento dello stimatore. Infine per comprendere al meglio la dinamica dello stimatore si impone a quest'ultimo una condizione iniziale di posizione diversa

⁵Il comando *Matlab* per ricavare tali valori è: $L = -place(F', H', [a_1 \ a_2 \ a_3])$.

dal valore "vero". Gli autovalori scelti per la simulazione sono: a1 = -450, a2 = -500, a3 = -550.



Figura 6.4: Confronto tra l'andamento della posizione meccanica ottenuta in simulazione e la corrispondente stima.

Si osserva infatti che il transitorio iniziale dura di circa 0.02[s], tutti gli stati sono osservati correttamente tranne la stima della coppia di carico, e ciò e dovuto al fatto che le equazioni di stato (6.5) sono molto semplificate rispetto al *modello migliorato* descritto nel capitolo (4).



Figura 6.5: Confronto tra l'andamento della velocità meccanica del rotore ottenuta in simulazione e la corrispondente stima.



Figura 6.6: Confronto tra l'andamento della coppia di disturbo ottenuta in simulazione e la corrispondente stima.

6.2 Parte sperimentale: risultati ottenuti con il controllo Sensorless

I risultati sono presentati secondo un certo ordine in modo tale da mettere in evidenza gli aspetti più importanti rilevati durante le prove. Salvo dove diverso indicato i successivi andamenti sono ricavati con i seguenti parametri:

- Controllori PI

Corrente $\implies Kp_{id} = 10$, $Ki_{id} = 500$, $Kp_{iq} = 15$ e $Ki_{iq} = 500$; Velocità $\implies Kp_{\omega} = 0.05$, $Ki_{\omega} = 0.1$;

Tipo iniezione

$$U_{hd}=40[V], \hspace{1em} U_{hq}=rac{U_{hd}\hat{\omega}_{me}}{\omega_h}, \hspace{1em} \omega_h=2\pi 600[rac{rad}{s}];$$

- Funzionamento motore elettrico

lungo il luogo dei punti appartenenti all'MTPA;

- Motore ICE

senza iniezione di carburante;⁶

⁶Dato l'elevato numero di prove si è preferito non alimentare il motore con il combustibile Diesel; tale modalità di funzionamento risulta la più difficile dal punto di vista controllistico, perché il motore si comporta mediamente come un carico resistente e non

- Configurazione del sistema di controllo

disaccoppiamento degli assi e compensazione FEM;

- Filtri

tutti i filtri realizzati sono del primo ordine e hanno una frequenza di taglio a un decimo della frequenza di iniezione.

6.2.1 Controllo Sensored

Per prima cosa vengono presentati gli andamenti ottenuti in configurazione Sensored, il cui schema a blocchi è riportato in figura (6.7). Tale configurazione prevede che il controllo è effettuato con il sistema di riferimento "d","q" "veri" mentre la parte di stima lavora usando il sistema di riferimento stimato "d^x","q^x". In questo modo lo stimatore ha la funzione esclusivamente di osservatore non contribuendo in alcun modo sulla dinamica del sistema. ⁷



Figura 6.7: Schema a blocchi del controllo di corrente Sensored con iniezione di tensioni in alta frequenza.

come un carico motrice. I risultati ottenuti con accensione del motore a combustione interna sono riportati in seguito.

⁷In realtà per usare lo stimatore è necessario abbassare notevolmente la prontezza del regolatore di velocità, altrimenti c'è il rischio che lo stimatore perda la stima della posizione angolare.

80

Si osservi che per eliminare le componenti in alta frequenza nella catena di retroazione dell'anello di corrente sono necessari dei filtri passa basso. Inoltre non solo i'_q viene filtrato con un filtro passa alto, ma anche la funzione sin $(\omega_h t)$ in modo che entrambi presentino lo stesso sfasamento. Lo stimatore a due stati viene qui progettato considerando il coefficiente di attrito viscoso e l'inerzia dell'albero motore a vuoto come se del motore Diesel non si sapesse nulla. Quindi B = 0.0023[Nms] e J = $0.0033[kgm^2]$. Gli autovalori allocati ottenuti manualmente dopo diverse prove sono: $a_1 = -725$ e $a_2 = -95$. Gli andamenti ottenuti sono:



Figura 6.8: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.

Si osserva dai grafici (6.8) e (6.9) che lo stimatore progettato insegue abbastanza bene gli andamenti di velocità di rotazione meccanica dell'albero e la posizione meccanica-elettrica del rotore.

Il seguente grafico mette in evidenza il confronto tra posizione meccanicaelettrica del rotore con la sua relativa stima solo durante la fase di avviamento, in quanto essa risulta la più critica per lo stimatore. 6.2. PARTE SPERIMENTALE: RISULTATI OTTENUTI CON IL CONTROLLO SENSORLESS



Figura 6.9: Andamento della posizione meccanica-elettrica del rotore.

Dopo lo stimatore a due stati si è utilizzato lo stimatore a tre stati progettato sempre con *B* e *J* a vuoto. Gli autovalori allocati ottenuti mediante taratura sono: $a_1 = -450$, $a_2 = -50$ e $a_3 = -18$.



Figura 6.10: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.

Si osserva come la stima dell'angolo θ_{me} sia migliore rispetto a quanto ottenuto con lo stimatore a due stati.

81



Figura 6.11: Andamento della posizione meccanica-elettrica del rotore.

Viceversa la stima della velocità è notevolmente peggiorata, ciò è dovuto al fatto che lo stimatore a tre stati è realizzato con almeno un autovalore lento e probabilmente la dinamica della velocità ne eredita uno di essi. Diminuendo solo l'autovalore più grande da $a_3 = -18$ a $a_3 = -180$ e mantenendo invariati i rimanenti si è conseguito:



Figura 6.12: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.

Come si vede l'inseguimento è notevolmente migliorato, tuttavia sono nate delle dinamiche oscillanti (figura (6.14)). Si è quindi ricompiuta la prova variando solo il modo relativo l'autovalore a_3 questa volta scegliendolo non troppo rapido, i.e. $a_3 = -100$. I risultati raggiunti sono:



Figura 6.13: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.



Figura 6.14: Oscillazioni ottenute: a sinistra con modi veloci (i.è $a_3 = -180$), a destra con modi più lenti (i.e. $a_3 = -100$).



Figura 6.15: Confronto delle coppie stimate ottenute con diversi valori dell'autovalore a_3 .

Anche dagli andamenti di coppia si osserva che all'aumentare in valore assoluto dell'autovalore a₃ le dinamiche presentano oscillazioni più marcate. In conclusione per tarare i modi dello stimatore è necessario non sceglierli troppo lenti rispetto alle dinamiche del sistema, altrimenti si ottengono pessime stime, ma nemmeno troppo veloci altrimenti si generano fastidiose oscillazioni.⁸ In ultima analisi guardando ulteriormente la figura (6.15) si evince che durante il transitorio iniziale di velocità si ha una sottoelongazione della coppia di carico stimata, mentre a regime il suo valore medio si stabilizza a circa -3[Nm]. Questo comportamento è dovuto al fatto che lo stimatore è stato progettato con B e J a vuoto e non con quelli del motore ICE, quindi l'algoritmo di stima considera come coppia di disturbo sia la coppia inerziale che la coppia di attrito del motore Diesel. Per migliorare tale aspetto e quindi per considerare come disturbo di coppia solo le componenti dovute alle variazioni di pressione all'interno del cilindro, si è nuovamente progettato lo stimatore aggiungendo ulteriore informazione sul carico meccanico, in altre parole si è posto J pari al valore medio dell'inerzia ridotta (i.e. $J = 0.045[kgm^2]$) e B pari a tre volte il valore dell'attrito viscoso ottenuto nella modellizzazione del motore Diesel (i.e. B = 0.045[Nms]), quest'ultima scelta è stata effettuata per tenere in considerazione non solo la perdita di energia dovuta all'attrito, ma anche quella dovuta all'apertura e chiusura delle valvole di aspirazione e scarico. Dopo

⁸Tali oscillazioni risultano degenerative per il controllo Sensorless.

diverse tarature si è scelto di allocare i seguenti autovalori: $a_1 = -450$, $a_2 = -50$ e $a_3 = -100$.



Figura 6.16: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.

L'andamento della posizione meccanica-elettrica durante la fase di avviamento è riportata nella seguente figura.



Figura 6.17: Andamento della posizione meccanica-elettrica del rotore.



Figura 6.18: Coppia di carico stimata.

Confrontando la figura precedente con la (6.15) si osserva che la coppia di carico stimata non presenta più la componente dovuta all'inerzia, ma solo i picchi dovuti alla compressione e espansione del pistone.⁹ Dato che lo stimatore a tre stati rispetto quello a due, presenta un maggiore grado di libertà nella scelta dei suoi coefficienti, migliori dinamiche di stima e infine fornisce una migliore comprensione del carico andando ad osservare anche la coppia di disturbo generato dal pistone, si decide di proseguire lo studio solo con tale stimatore ottenuto con *B* e *J* a carico.

6.2.2 Controllo Sensorless

Per realizzare il controllo Sensorless si è implementato lo schema *Simulink* (6.7) con la differenza che nei blocchi di conversione da sistema di riferimento fisso a quello rotante, e viceversa, si è utilizzato sempre la posizione meccanica-elettrica stimata e non quella "vera". Nel caso di controllo di velocità nell'anello di retroazione la velocità ω_m è stata sostituita con quella stimata.

Il controllo Sensorless presenta maggiori difficoltà di implementazione rispetto a quello Sensored, in quanto piccoli errori sulla stima di θ_{me} comportano errori nelle conversioni e quindi nel sistema di controllo che a sua volta può produrre ulteriori errori di stima dell'angolo meccanico-elettrico e nel caso

⁹In realtà è presente a regime una coppia media di carico positiva, e questo significa che è stato sovradimensionato il coefficiente d'attrito viscoso *B*.

peggiore portare il sistema verso l'instabilità. Per questo motivo vengono riportati per prima i risultati ottenuti con controllo Sensorless di corrente. Gli autovalori allocati sono come nell'ultima prova riportata: $a_1 = -450$, $a_2 = -50$ e $a_3 = -100$.



Figura 6.19: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.



Figura 6.20: Andamento della posizione meccanica-elettrica del rotore.

Si osservi che al manifestarsi del primo contraccolpo, esattamente quando il pistone si trova alla fine della fase di compressione, si ha una inversione della velocità rotorica che comporta la perdita da parete dello stimatore della stima dell'angolo meccanico-elettrico, andando a convergere esattamente a π [*rad*] dal valore "vero". Tale errore di stima è intrinseco nel metodo basato sull'iniezione in alta frequenza come già enunciato in precedenza. Nel tentativo di risolvere questo problema si è cercato di modificare il tipo di iniezione, più precisamente ponendo U_{hd} costante a 40[V] e U_{hq} nulla, tale strategia prende il nome di iniezione impulsiva. In questo modo è possibile estrarre dalla corrente i_d l'informazione necessaria per comprendere se la stima è corretta o sbagliata di π [*rad*]. In appendice (C.3) è riportata la procedura di filtraggio e demodulazione della corrente i_d necessaria per ricavare una opportuna corrente nominata i_{pol} la quale: se è negativa allora la stima di θ_{me} è corretta, viceversa se è positiva allora tale stima è ruotata di π [*rad*] rispetto al valore "vero". Effettuando nuovamente un controllo di coppia si osserva che in corrispondenza del contraccolpo del pistone si verifica ancora la perdita della stima della posizione meccanicaelettrica e in corrispondenza di tale istante si ha il passaggio per lo zero della corrente i_{pol} .



Figura 6.21: A sinistra dinamica della posizione meccanica-elettrica del rotore. A destra andamento della corrente i_{vol} .

Il problema della perdita della stima di θ_{me} sembrerebbe dunque risolvibile semplicemente aggiungendo a tale variabile il contributo di un termine correttivo (i.e. $\hat{\theta}_{me} = \hat{\theta}_{me} + termine_corr$) calcolato nel seguente modo:

- se
$$i_{pol} < 0 \Longrightarrow termine_corr = 0;$$

88

- se $i_{pol} > 0 \Longrightarrow termine_corr = \pi$.

Dalla precedente figura si osservano però alcuni problemi che rendono questa soluzione non idonea per risolvere tale inconveniente:

- l'errore di $\pi[rad]$ sulla stima avviene solo una volta eppure i_{pol} attraversa numerose volte lo zero e ciò comporterà numerose variazioni del termine correttivo. Questo è dovuto al fatto che tale corrente è disturbata da una componente in alta frequenza, che non può essere ridotta ulteriormente (altrimenti si enfatizza il problema enunciato al passo successivo). Per risolvere parzialmente tale inconveniente si può procedere inserendo un ritardo (nominato $delay_corr$) di durata opportuna che maschera tutti i passaggi indesiderati di i_{pol} per lo zero, considerando valido solo il primo. La durata di tale ritardo non è semplice da tarare, infatti se troppo breve allora il termine correttivo varierà anche quando effettivamente la stima è stata corretta, viceversa se è di durata eccessiva allora un eventuale errore della stima verrà mascherato comportando nessuna correzione;
- i_{pol} cambia di segno 0.0325[s] in ritardo rispetto a quando effettivamente dovrebbe avvenire, ciò comporta che il sistema seppur per un breve periodo di tempo non si accorge dell'errore e prosegue come se la stima fosse corretta. Questo ritardo è causato dai filtri presenti lungo l'asse di demodulazione della corrente i_d , il quale non può essere ulteriormente ridotto altrimenti le componenti in alta frequenza aumenterebbero e andrebbero a disturbare il passaggio per lo zero di i_{pol} (peggiorando il precedente punto).

Le seguenti figure sono ottenute con controllo Sensorless di corrente con iniezione impulsiva aggiustando la stima quando i_{pol} cambia di segno. In figura (6.22) è messo in evidenza che la correzione della stima non ha sempre esito positivo, infatti si vede chiaramente sul grafico di sinistra che la correzione di π [*rad*] avviene dopo circa un giro elettrico del rotore e in questo caso il termine correttivo riesce a riportare la stima al valore corretto (lo si vede molto bene a circa 0.27[s]). Anche nel grafico di destra la correzione giunge in ritardo, questa volta però il termine correttivo riesce solo per un brevissimo intervallo di tempo ad aggiustare la stima che poi viene persa nuovamente e più corretta.

Nel grafico di sinistra in figura (6.23) è riportato l'andamento di i_{pol} durante l'intera prova, si vede chiaramente come in corrispondenza degli errori di stima si ha che i_{pol} da valore negativo diventa positivo. Nel grafico di destra, sempre in figura (6.23) si vede che al verificarsi della perdita della stima il termine correttivo non è costantemente pari a $\pi[rad]$, ma presenta numerose oscillazioni di frequenza tale da far apparire nel grafico una linea continua molto spessa. La variabile "masc" serve a mascherare le



Figura 6.22: Andamento dell'angolo meccanico-elettrico: a sinistra quando la correzione ha esito positivo, a destra quando essa non contribuisce alla correzione della stima.



Figura 6.23: A sinistra è riportato l'andamento di i_{pol} . A destra è riportato l'andamento del termine correttivo.

variazioni del termine correttivo; si osservi che la durata degli impulsi rettangolari generati da tale variabile sono costanti e coincidono con il ritardo *delay_corr* definito precedentemente.

Ci si potrebbe chiedere quale sia la ragione per cui anche correggendo $\hat{\theta}_{me}$ con il termine correttivo la stima converge a volte sul valore corretto e a volte sul punto di equilibrio stabile errato. La spiegazione di ciò sta nel fatto che l'ingresso dello stimatore non corrisponde esattamente alla differenza tra angolo meccanico-elettrico stimato e quello misurato, ma solo a una sua approssimazione ottenuta tramite opportuni filtraggi, che inoltre risulta tanto migliore tanto più tale differenza è piccola. Infatti come si vede nella seguente figura, l'ingresso dello stimatore al verificarsi della variazione del termine correttivo presenta dei picchi continui e non variazioni istantanee di ampiezza.



Figura 6.24: Andamento dell'ingresso dello stimatore: in alto è riportata l'intera dinamica ottenuta durante la prova, in basso sono focalizzati solo gli istanti dove viene applicato il termine correttivo.

In conclusione tale metodo di correzione non è efficace e non può essere usato durante la rotazione dell'albero motore. Tuttavia tale approccio può tornare utile in un'altra condizione, infatti per effettuare il controllo Sensorless serve inizializzare l'algoritmo di stima altrimenti essa potrebbe convergere a $\pi[rad]$ dal valore "vero" e quindi non si riuscirebbe ad effettuare nessun controllo. Si può quindi adottare la seguente strategia:

* Inizializzazione

- da rotore fermo tramite iniezione impulsiva determinare se la stima è corretta (*termine_corr* = 0) o sfasata di π[*rad*] (*termine_corr* = π);
- correggere la stima con il termine correttivo;
- * Controllo Sensorless di corrente o velocità.

Esistono diversi metodi per inizializzare la stima prima di effettuare il controllo di corrente o velocità, ad esempio in [6] si adotta la strategia di iniettare due tensioni impulsive, una positiva e una negativa sull'asse "d" del motore elettrico di ampiezza tale da far saturare i ponticelli presenti nel rotore e misurando le ampiezze delle correnti generate sull'asse "d" è possibile comprendere se la stima è corretta oppure sfasata di π [rad]. Questo metodo però risulta poco robusto in quanto se la variazione del flusso sull'asse "d" ha pendenza circa costante al variare della corrente si ha che tale strategia non funziona correttamente. Poi ci sono altri inconvenienti di natura tecnica, ad esempio gli impulsi di tensione devono essere in valore assoluto elevati per osservare differenze nei due picchi di corrente i_d , ma non troppo altrimenti le correnti circolanti nelle tre fasi superano il limite massimo consentito dal motore. Quest'ultimo metodo è stato implementato con il motore ringed ma non ha dato buoni risultati, viceversa l'inizializzazione mediante iniezione impulsiva funziona perfettamente e non presenta grosse difficoltà di realizzazione in quanto i problemi prima presentati (ritardi di propagazione e farfallamenti della corrente i_{vol}) non sussistono a rotore fermo. In appendice C.4 si riportano alcune osservazioni sulla corrente i_{pol} ottenute variando la frequenza di iniezione.

6.2.3 Controllo Sensorless funzionante

Nella sottosezione precedente si è osservato come già nel controllo di corrente utilizzando la strategia Sensorless si generano degli errori di stima della posizione meccanica-elettrica in corrispondenza dei contraccolpi del pistone, tali errori fanno convergere la stima a $\pi[rad]$ rispetto al valore "vero". L'approccio di correggere tale sfasamento durante la rotazione del rotore (osservando quando la corrente i_{pol} cambia di segno) non sembra rappresentare la strada migliore per risolvere il problema. Si è quindi deciso di aumentare la robustezza di stima iniettando tensioni sull'asse "d" di maggiore intensità e si è osservato che in questo modo, sempre con controllo di corrente, si riesce a far compiere qualche giro al rotore prima di perdere la stima. La tensione di iniezione però non può essere aumentata fino al valore dell'uscita del Bus DC, altrimenti le tre fasi vengono percorse da correnti troppo elevate che a loro volta potrebbero causare un eccessivo surriscaldamenti del motore elettrico e quindi produrre dei guasti. Per risolvere tale problema si può aumentare la frequenza di iniezione in modo che a parità del modulo delle tensioni iniettate l'effetto passa basso del Ringed-pole fa passare correnti di minore intensità. Con questo semplice stratagemma è possibile mettere in moto il motore Diesel in configurazione Senorless anche effettuando un controllo di velocità. Aumentando la frequenza di iniezione si ottengono diversi vantaggi: anzitutto la frequenza di taglio dei filtri nella catena di demodulazione aumentano essendo proporzionali a tal valore e quindi si riducono i ritardi di propagazione, inoltre si ha una maggiore salienza il cui picco si manifesta attorno a 1000[Hz], come si vede nella seguente figura.



Figura 6.25: Simulazione della variazione della salienza in funzione della frequenza di iniezione sia con motore Ringed, sia con rotore classico SPM.

I seguenti grafici sono ottenuti con i seguenti parametri tranne dove diversamente indicato:

- Stimatore a 3 stati;
- B = 0.045[Nms], $J = 0.045[kgm^2]$;
- Autovalori allocati: $a_1 = -450, a_2 = -50, a_3 = -100;$
- Tipo iniezione impulsiva: $U_{hd} = 90[V], U_{hq} = 0[V], \omega_h = 2\pi 1000[\frac{rad}{s}];$
- Controllo di velocità:

$$Kp_{id} = kp_{iq} = 15$$
, $Ki_{id} = Ki_{iq} = 500$;
 $kp_{\omega} = 0.1$, $ki_{\omega} = 0.08$.

- Compensazione della fem e disaccoppiamento degli assi;
- Carico Diesel senza accensione.

L'andamento della velocità rotorica e della posizione meccanica-elettrica in funzione del tempo sono riportate in figura (6.26) e (6.27), si osservi che



Figura 6.26: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.



Figura 6.27: Andamento della posizione meccanica-elettrica del rotore, a sinistra durante la fase di avviamento, in centro con velocità a regime, a destra durante la fase di spegnimento.

l'inseguimento del riferimento funziona non solo per incrementi di velocità ma anche in seguito a decrementi di velocità.

L'elevato valore della tensione di iniezione non permette di raggiungere velocità sostenute¹⁰, infatti aumentando la prontezza del controllore di velocità ($kp_{\omega} = 0.4$ e $ki_{\omega} = 0.02$) e mantenendo invariati i rimanenti parametri si è potuto portare la velocità rotorica del motore non oltre i 120[rad/s]. Si può inoltre osservare che è stato necessario per mantenere la stabilità del sistema applicare un riferimento a rampa per portare il rotore alla velocità di regime.



Figura 6.28: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore.

Iniettando solo sull'asse "d" si è in grado di portare il rotore a velocità maggiori rispetto al caso di iniezione basata sull'annullamento del flusso dell'asse "q" (i.e. $U_{hq} = \frac{U_{hd}\widehat{\omega}_{me}}{\omega_h}$). Questo è spiegato dal fatto che iniettando sui due assi si ha meno margine di tensione a disposizione per aumentare la velocità rotorica. Per dimostrare questo fatto dopo aver portato il rotore a 70[rad/s] con iniezione impulsiva si è passato alla iniezione sui due assi, si vede chiaramente che in tale istante la tensione totale pari a $u_{TOT} = \sqrt{3}\sqrt{u_d^2 + u_q^2}$ supera di molto la tensione U_{DC} di conseguenza le

¹⁰La velocità e la tensione di alimentazione si possono considerare proporzionali, quindi avendo un elevato valore di iniezione per rimanere entro i limite di tensione del Bus DC non si possono raggiungere grandi velocità.

tensioni iniettate non sono più sinusoidali, ma troncate dalla saturazione del Bus DC. Le distorsioni così generate causano degli errori di stima che possono portare alla instabilità del sistema.



Figura 6.29: Andamento della tensione totale e della tensione U_{DC} . A sinistra dell'istante 2.7[*s*] l'iniezione è di tipo impulsiva, a destra l'iniezione interessa entrambi gli assi.

In conclusione per effettuare un controllo Sensorless per regolare la velocità di rotazione dell'albero motore di un motore Diesel è necessario adottare una iniezione di tipo impulsiva a elevata frequenza.

Mantenendo inalterati rispetto alla caso appena trattato i parametri dei regolatori e il tipo di iniezione in alta frequenza si è ripetuta la prova sperimentale alimentando il motore Diesel con il carburante, in modo che alla messa in moto avvenga la combustione. Impostando il comando di accelerazione del motore endotermico al minimo ¹¹ si è potuto regolare la velocità dell'albero motore alla velocità desiderata, entro il limite dei 120[*rad*/*s*], oltre il quale come già detto il controllo Sensorless qui implementato non funziona più correttamente.

¹¹Si è provato anche ad aumentare l'accelerazione del motore Diesel agendo sul comando di iniezione del carburante, ma non si è riuscito a imporre valori sostenuti a causa del limitato range di velocità nel quale funziona il controllo Sensorless e il sottodimensionamento del motore elettrico.

Nel seguente grafico vengono riportati gli andamenti di velocità meccanica "vera" e stimata ottenuti con l'algoritmo di controllo Sensorless a bassi giri con motore Diesel alimentato.



Figura 6.30: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore con iniezione di carburante.

Dal punto di vista della stima Sensorless, la combustione dovuta all'iniezione del carburante nella camera di scoppio non comporta problemi di stabilità o robustezza.

6.2.4 Compensazione della coppia di disturbo

Lo stimatore a tre stati fornisce un'indicazione sull'intensità della coppia di disturbo esercitata dalla compressione ed espansione del pistone. Si è cercato di usare tale informazione per compensare le oscillazioni di velocità utilizzando come volano virtuale il motore Ringed-pole. L'idea più semplice è quella di calcolare la corrente necessaria per compensare la coppia di disturbo m_L , e ciò è possibile usufruendo della seguente equazione:

$$i_q_mL = \frac{2}{3} \frac{1}{p\Lambda_{mg}}$$

L'implementazione del sistema di compensazione è riportato nel seguente schema a blocchi.



Figura 6.31: Schema a blocchi per la compensazione della coppia di carico.

Si osserva che sono presenti due saturatori, il primo nominato "lim_sat_1" rappresenta il limite della corrente in uscita dal regolatore di velocità, che può essere posta al valore della corrente nominale del Ringed-pole. Il secondo saturatore "lim_sat_2" invece limita la corrente di riferimento dell'asse "q" entro valori ben maggiori della corrente nominale del motore elettrico.¹² Il filtro passa basso serve a eliminare le componenti in alta frequenza presenti nell'andamento di iq_mL le quali possono portare il sistema verso l'instabilità.¹³ Tutti i seguenti risultati sono stati ottenuti mediante controllo Sensored di velocità. Nella figura (6.32) sono riportati gli andamenti della corrente iq_mL filtrata confrontata con la velocità meccanica dell'albero motore, quest'ultima avente un offset di -100[rad/s], tali andamenti sono ottenuti portando il rotore alla velocità di 100[rad/s]e compensando la coppia di disturbo solo dopo l'istante di tempo pari a 2.8[s]. Nel grafico superiore di tale figura sono riportati gli andamenti enunciati sia prima della compensazione, sia dopo la compensazione. Nei grafici sottostanti sono presenti solo gli andamenti ottenuti durante un ciclo Diesel prima della compensazione grafico di sinistra, dopo la compensazione grafico di destra. Si osservi che la dinamica del termine di compensazione presenta un ritardo rispetto alla dinamica della velocità di rotazione dell'albero motore, di conseguenza il contributo di corrente *iq_mL* non è in grado di annullare il picco di velocità che si verifica durante la fase di compressione. Questo ritardo nominato t_delay si vede molto chiaramente osservando la differenza temporale tra i due picchi negativi presenti nei grafici inferiori della figura seguente. Si può osservare inoltre che il ritardo tra *iq_mL* e velocità meccanica del rotore contribuisce ad aumentare il valore medio di velocità, questo è spiegato dal fatto che l'azione della corrente proporzionale alla coppia di carico causa una lieve riduzione del

¹²I seguenti risultati sono stati ottenuti imponendo al saturatore "*lim_sat_1*" il limite di corrente [-14; 14][A], mentre al secondo saturatore il limite [-18; 18][A].

¹³Infatti $\widehat{m_L}$ è soggetta a oscillazioni di frequenza elevata dovute alle dinamiche dello stimatore, che ripercuotendosi sulla corrente iq_mL causa delle variazioni indesiderate sulla corrente di riferimento i_q , quest'ultima può comportare delle oscillazioni dell'albero motore, che infine comporta maggiori variazioni della stima m_L . E' chiaro che con tale filtro si evita l'innescarsi di loop instabili.

picco inferiore di velocità, ma allo stesso tempo crea un aumento del picco superiore, che si riduce molto lentamente a causa della bassa prontezza dei controllori.¹⁴



Figura 6.32: Confronto tra la corrente iq_mL filtrata e la velocità meccanica di rotazione dell'albero motore con offset di -100[rad/s].

Di conseguenza questa strategia per attenuare le oscillazioni di velocità dovute alla compressione e all'espansione del pistone non ha presentato nessun risultato soddisfacente.

Per ridurre il ritardo t_delay si è deciso di sommare direttamente sulla tensione u_q un termine proporzionale alla coppia di carico, in modo che i ritardi introdotti dal filtraggio passa basso della iq_mL e il ritardo del regolatore di corrente Reg_iq vengano meno. Ponendo:

$$u_{q_ref} = u_q + k_{m_L} m_L, (6.7)$$

dove u_{q_ref} è la componente di tensione in quadratura che insieme alla componente di tensione diretta vengono convertite nel sistema di riferimento α , β e poi fornite all'inverter, u_q invece è l'uscita del regolatore di corrente Reg_iq ; infine con $k_{m_L} = 4$ e applicando la compensazione solo dopo l'istante temporale pari a 1.5[s] si sono ottenuti i grafici di figura (6.33).

¹⁴Si ricorda che il controllore di velocità risulta essere piuttosto lento in modo tale che il sistema di controllo possa funzionare in versione Sensored.



Figura 6.33: Confronto tra la coppia di disturbo \hat{m}_L e la velocità meccanica di rotazione dell'albero motore con offset di -100[rad/s].

Pur essendosi ridotto il ritardo t_delay le oscillazioni di velocità rotorica non vengono attenuate. In conclusione con i due approcci qui riportati non si è in grado di realizzare un volano virtuale dato che la compensazione della coppia di carico (sia agendo con la corrente che con la tensione) agisce in ritardo rispetto alla dinamica della velocità, quindi finché t_delay non è nullo non sarà mai possibile attenuare le oscillazioni di velocità in modo significativo. Per risolvere il problema si potrebbe realizzare uno stimatore predittivo che vada a stimare la m_L con un certo anticipo, in modo che la compensazione avvenga esattamente in sincronia con la dinamica della velocità.¹⁵

¹⁵Si osservi che se la velocità rotorica si trova a regime la stima di un periodo della m_L ottenuta con lo stimatore a tre stati riportato in questo studio, è identica a quella ottenuta al periodo successivo, quindi sarebbe sufficiente implementare un sistema in grado memorizzare il periodo della coppia di carico e che fornisca la compensazione nell'istante corretto.
6.2.5 Strategia per riconoscere se a un motore elettrico sincrono è possibile applicare il controllo Sensorless a bassi giri

In questa sottosezione viene presentato un metodo per determinare se è possibile implementare uno controllo Sensorless a bassi giri a un motore elettrico di tipo sincrono. Questo metodo si basa sulla strategia di riconoscere il valore dell'induttanza differenziale $L_{\Delta} := \frac{L_q - L_d}{2}$ del motore lungo i punti della curva MTPA e rilevare quando essa si azzera. Si osserva infatti che se L_{Λ} si annulla in un qualsiasi punto della curva MTPA si ha che in tale punto di lavoro la corrente i_{ha}^x si annulla e in questo modo lo stimatore non è più in grado di osservare gli stati del sistema, comportando così un inevitabile errore di stima.¹⁶ Per determinare L_d e L_q si procede utilizzando una configurazione Sensored leggermente modificata rispetto a quanto visto finora. Il blocco di conversione dal sistema di riferimento fisso a quello rotante presente nell'anello di stima, riceve come riferimento di posizione l'angolo elettro-meccanico "vero" sommato a un certo $\Delta \theta_{me}$. Dato che ai blocchi di conversione presenti sia prima dell'inverter e sia nell'anello di controllo di corrente viene applicata la posizione angolare "vera" del rotore, allora l'equazione che descrive la variazione del flusso in funzione della corrente è data da:¹⁷

$$\begin{bmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{hd} \\ i_{hq} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg,d} \\ \lambda_{mg,q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos \Delta \theta_{me} & -\sin \Delta \theta_{me} \\ \sin \Delta \theta_{me} & \cos \Delta \theta_{me} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg,d} \\ \lambda_{mg,q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d \cos \Delta \theta_{me} & -L_d \sin \Delta \theta_{me} \\ L_q \sin \Delta \theta_{me} & L_q \cos \Delta \theta_{me} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{hd}^x \\ i_{hq}^x \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg,d} \\ \lambda_{mg,q} \end{bmatrix}.$$

Ora trascurando il flusso del magnete permanente si ricava la corrente in funzione del flusso concatenato

$$\begin{bmatrix} i_{hd}^{x} \\ i_{hq}^{x} \end{bmatrix} = \frac{1}{L_q L_d} \begin{bmatrix} L_q \cos \Delta \theta_{me} & L_d \sin \Delta \theta_{me} \\ -L_q \sin \Delta \theta_{me} & L_d \cos \Delta \theta_{me} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_{hd} \\ \lambda_{hq} \end{bmatrix}.$$

Si ottiene così che la corrente passante nell'asse "q" presente nell'anello di stima è data da:

$$i_{hq}^{x} = \frac{1}{L_{d}L_{q}} \left[-L_{q} \sin(\Delta \theta_{me}) \lambda_{hd} + L_{d} \cos(\Delta \theta_{me}) \lambda_{hq} \right].$$
(6.8)

Si osserva nell'espressione (6.8) che non compare mai ne il termine $sin(2\Delta\theta_{me})$ ne il termine $cos(2\Delta\theta_{me})$, come si presentava nell'espressione (6.3). Ciò è spiegato dal fatto che le equazioni di partenza in questa trattazione che descrivono flussi e correnti valgono nel sistema di riferimento "d", "q" e non

¹⁶Se nel caso peggiore il parametro L_{Δ} diventasse negativo allora lo stimatore risulterebbe addirittura instabile.

¹⁷Si osservi che la prima equazione non presenta l'apice "x" in quanto il sistema di riferimento rotante utilizzato è quello "vero".

su quello " $d^{x''}$," $q^{x''}$. Ricordando che iniettando due tensioni sinusoidali sul sistema di riferimento "vero" del tipo:

$$u_{hd} = U_{hd} \cos(\omega_h t), \quad u_{hq} = U_{hq} \sin(\omega_h t),$$

si ha che

$$\begin{cases} \Lambda_{hd} = \Lambda_{hd} \sin \omega_h t \\ \Lambda_{hq} = \Lambda_{hq} \cos \omega_h t \end{cases} \text{ dove } \begin{cases} \Lambda_{hd} = \frac{U_{hd}\omega_h - U_{hq}\widehat{\omega}_{me}}{\omega_h^2 - \widehat{\omega}_{me}^2} \\ \Lambda_{hq} = \frac{U_{hd}\widehat{\omega}_{me} - U_{hq}\omega_h}{\omega_h^2 - \widehat{\omega}_{me}^2} \end{cases}$$

Impostando $U_{hq} = 0$, $U_{hd} = Cost e \Delta \theta_{me} = 90^{\circ}$ con rotore bloccato (quindi $\hat{\omega}_{me} = 0$) si annulla il flusso sull'asse "q" e si ottiene:

$$\left\{egin{array}{ll} \lambda_{hd}&=rac{U_{hd}}{\omega_h}\ \lambda_{hq}&=0 \end{array}
ight.
ight.$$

Filtrando e demodulando la corrente i_{hq}^x si ricava come al solito il termine $I_{hq}^{\prime(\Delta\theta_{me})}$, dal quale si determina in questo caso il parametro L_d essendo nota la pulsazione ω_h e l'ampiezza U_{hd} del segnale iniettato.

Se invece si imposta $U_{hd} = 0$, $U_{hq} = Cost \in \Delta\theta_{me} = 0^{\circ}$ con rotore bloccato (quindi $\hat{\omega}_{me} = 0$) si annulla il flusso sull'asse "d"

$$\begin{cases} \lambda_{hd} = 0\\ \lambda_{hq} = -\frac{U_{hq}}{\omega_h} \implies i_{hq}^x = -\frac{U_{hq}}{\omega_h} \frac{1}{L_q} \cos(\omega_h t) := I_{hq}^{\prime\prime(\Delta\theta_{me})} \cos(\omega_h t). \end{cases}$$

Filtrando e demodulando ¹⁸ i_{hq}^x si ricava $I_{hq}^{\prime\prime(\Delta\theta_{me})}$ dal quale si ottiene l'induttanza in quadratura L_q , infine noti L_q e L_d si calcola il termine $L_{\Delta} = \frac{L_q - L_d}{2}$. E' possibile ottenere una controprova dei risultati ottenuti semplicemente implementando lo schema a blocchi riportato in figura (6.34). A differenza di quanto implementato per stimare L_d e L_q nel quale si inietta due tensioni nel sistema di riferimento "vero" "'d", "q", ora si procede iniettando nel sistema di riferimento stimato "d^x" e "q^x". In questo modo le equazioni che descrivono il flusso sono:¹⁹

$$\begin{bmatrix} \lambda_{hd}^{x} \\ \lambda_{hq}^{x} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_{\Sigma} - L_{\Delta} \cos(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Delta} \sin(2\Delta\theta_{me}) \\ L_{\Delta} \sin(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Sigma} + L_{\Delta} \cos(2\Delta\theta_{me}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{hd}^{x} \\ i_{hq}^{x} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \lambda_{mg,d} \\ \lambda_{mg,q} \end{bmatrix}$$

Esattamente come si è visto nella sezione (6.1) iniettando delle tensioni sinusoidali una sull'asse "d^x" ($u_{hd} = U_{hd} \cos(\omega_h t)$) e una sull'asse "q^x" ($u_{hq} = U_{hq} \sin(\omega_h t)$) e scegliendo $U_{hd} = Cost$ e $U_{hq} = \frac{U_{hd} \widehat{\omega}_{me}}{\omega_h}$ si ottiene:

$$i_{hq}^{x} = -\frac{U_{hd}}{\omega_{h}L_{d}L_{q}} \left(L_{\Delta}\sin(2\Delta\theta_{me})\right)\sin(\omega_{h}t) := I_{hq}^{(\Delta\theta_{me})}\sin(\omega_{h}t).$$

¹⁸In questo caso per demodulare il segnale è necessario moltiplicare il segnale i_{hq}^{x} filtrato con un filtro passa alto per cos($\omega_{h}t$).

¹⁹Si osserva che ora compaiono gli apici "x" che indicano il sistema di riferimento stimato.



Figura 6.34: Schema utilizzato per la stima "diretta" di L_{Δ} .

Impostando $\Delta \theta_{me} = 45^{\circ}$ con rotore bloccato (quindi $\hat{\omega}_{me} = 0$) in modo da porre a 1 il termine in seno e infine moltiplicando $I_{hq}^{(\Delta \theta_{me})}$ per i parametri L_d e L_q calcolati al passo precedente e per $-\frac{\omega_h}{U_{hd}}$, si ottiene direttamente il valore di L_{Δ} .

Vengono ora presentati i risultati sperimentali ottenuti prima con il motore elettrico Ringed-pole e successivamente con il motore ISA di tipo IPM.²⁰ Entrambi i motori sono stati testati lungo la curva MTPA delle macchine (descritta nella sottosezione (6.2.6)) e l'andamento di L_{Δ} è stato calcolato in due modi distinti: il primo metodo nominato "indiretto" consiste nella determinazione di L_q e L_d e successivamente utilizzando la definizione di induttanza differenziale viene calcolato $L_{\Delta} = \frac{L_q - L_d}{2}$. Il secondo approccio invece calcola "direttamente" tale valore dalla misura di $I_{hq}^{\Delta\theta_{me}}$.²¹ Infine si fa presente che i termini acquisiti durante le prove (L_d , L_q e $I_{hq}^{\Delta\theta_{me}}$) sono state filtrate con filtri passa basso del primo ordine, perché soggetti a elevate

103

²⁰Lo studio del motore ISA e i risultati pratici ottenuti tramite controllo Sensorless si trovano in [6]. L'algoritmo di stima in bassa frequenza e il progetto degli stimatori è identico a quanto trattato in questa tesi.

²¹Come già discusso in precedenza quest'ultimo metodo presuppone comunque la conoscenza di L_q e L_d . Quindi tale approccio può essere visto come una controprova per determinare la validità del primo metodo.



oscillazioni che non permettevano una facile lettura del valore.

Figura 6.35: Andamento di L_{Δ} lungo la curva MTPA del motore Ringedpole. Il grafico di sinistra è ottenuto con frequenza di iniezione pari a 750[*Hz*], quello centrale a 1000[*Hz*] e a destra 1200[*Hz*]. Ampiezza iniezione 90[*V*].



Figura 6.36: Andamento di L_{Δ} lungo la curva MTPA del motore ISA. Il grafico di sinistra è ottenuto con frequenza di iniezione pari a 400[*Hz*], quello centrale a 600[*Hz*] e a destra 900[*Hz*]. Ampiezza iniezione 60[*V*].

La corrente di riferimento indicata con I_{ref} è calcolata tramite l'espres-

sione $\sqrt{i_q^2 + i_d^2}$, dove i_q e i_d sono determinate in modo da avere il massimo rapporto coppia su corrente (i.e. lungo la curva MTPA della macchina in esame).

Dai grafici (6.35) e (6.36) si osserva che l'andamento della induttanza differenziale calcolata in modo "diretto" rispecchia abbastanza bene l'andamento ottenuto tramite modo "indiretto". Ciò sta a significare che lo studio qui condotto può essere considerato corretto non solo dal punto di vista matematico ma anche da quello sperimentale.

Gli andamenti di L_{Δ} ottenuti con il motore Ringed-pole si differenziano da quelli del motore ISA per i seguenti punti:

- Nel motore Ringed-pole il valore di L_{Δ} è nettamente inferiore rispetto al medesimo parametro ottenuto tramite motore ISA, ciò non comporta necessariamente una peggiore stima per il Brushless SPM in quanto l'aspetto importante consiste nel fatto che l'induttanza differenziale non si annulli mai;
- Nel motore IPM L_{Δ} decresce quasi monotonamente all'aumentare di I_{ref} , fino ad annullarsi in corrispondenza di [7;8][A]. Ciò sta a indicare che con questo motore non è possibile in teoria applicare un controllo Sensorless che richieda correnti superiori a tale intervallo. Addirittura per correnti prossime a 10|A| l'induttanza differenziale diventa negativa, e questo comporta l'instabilità dello stimatore. In pratica la stima Sensorless effettuata tramite more ISA non funziona correttamente già a [5;6][A] e non a [7;8][A] come ci si potrebbe aspettare. Ciò è spiegato dal fatto che L_{Δ} non si presenta esattamente come in figura (6.36), infatti in tali grafici è riportato solo il valore medio. In pratica L_{Δ} è soggetta a variazioni sostenute e già a 5|A|pur essendo il suo valore medio diverso da zero, essa può assumere valori nulli (o negativi). Invece nel motore Ringed-pole l'induttanza differenziale presenta un andamento di tipo parabolico con concavità verso il basso, e assume valore massimo in corrispondenza di circa 8[A]. Si vede molto chiaramente che L_{Δ} non si annulla mai nell'intervallo di corrente scelto, infatti in pratica non si ha alcuna difficoltà ad azionare il motore elettrico in configurazione Sensorless per correnti inferiori a 10[A].

In conclusione con il metodo qui presentato è possibile realizzare un test per comprendere non solo se un motore elettrico sincrono può essere controllato mediante algoritmo Sensorless a bassi giri, ma anche avere una indicazione della coppia massima esercitata dal motore prima di perdere la stima. In tal modo si riesce a valutare se un dato azionamento elettrico può essere usato in configurazione Sensorless e quali applicazioni esso è in grado di svolgere. Si evidenzia inoltre che il termine L_{Δ} calcolato con questo metodo è proprio il valore che influisce lo stimatore progettato e tiene conto anche dei tempi morti dell'inverter, delle quantizzazioni, del campionamento e da tutto ciò che contribuisce ad alterare l'ingresso dello stimatore. Si fa infine presente che nel controllo Sensorless esposto nella sezione (6.1) per ricavare $\Delta \theta_m$ da fornire allo stimatore si è moltiplicato $I_{hq}^{\Delta \theta_{me}}$ per $K = \frac{-2\omega_h L_d L_q}{U_{hd} L_{\Delta}} = Cost$ dove L_d , L_q e L_{Δ} venivano posti per semplicità costanti. In base a quanto qui enunciato ora è possibile fornire i parametri corretti all'algoritmo di stima e quindi calcolare in modo preciso $K(L_d, L_q, L_{\Delta})$. In questo modo gli autovalori allocati dallo stimatore risultano essere costanti e non variabili a seconda del punto di lavoro della macchina elettrica.

6.2.6 Luogo dei punti della macchina elettrica (MTPA)

Il luogo dei punti di lavoro della macchina elettrica nel quale si manifesta il *massimo rapporto coppia su corrente* (Max Torque Per Amper, MTPA) è riportata nel grafico (6.37) per il motore Ringed-pole e in figura (6.38) per il motore IPM.



Figura 6.37: Curva MTPA del motore Ringed-pole.

Per quanto riguarda la curva MTPA del motore ISA essa è stata approssimata mediante due segmenti spezzati come si vede nella figura seguente.



Figura 6.38: Curva MTPA del motore ISA.

Capitolo 7

Conclusioni e sviluppi futuri

Vengono ora riportati solo i risultati più significativi della tesi tralasciando quelli marginali oppure quelli che grazie a essi hanno permesso di giungere al risultato finale. Le notazioni usate sono quelle utilizzate nell'elaborato.

7.1 Considerazioni sulla modellizazione del motore Diesel

Il confronto tra gli andamenti di velocità ottenuti in simulazione mediante *modello migliorato* del motore Diesel e quelli ricavati dalle rispettive prove



Figura 7.1: Confronto tra gli andamenti di velocità dell'albero motore ottenuti in simulazione e in pratica.

pratiche dimostra che per quanto riguarda la parte cinematica del modello realizzato esso rispecchia piuttosto bene il comportamento "vero" del motore endotermico.

Maggiori differenze si riscontrano durante i transitori di velocità come nel caso del rallentamento della velocità rotorica per attrito. Ciò significa che per perfezionare il modello bisogna tenere in conto oltre alla perdita di energia cinetica della macchina dovuta all'attrito e alla variazione di pressione durante l'apertura e chiusura delle valvole, anche la perdita di energia dovuta alla movimentazione di tutte quelle parti meccaniche che non sono state tenute in considerazione (i.e. sistema di lubrificazione, ingranaggi per la sincronizzazione delle valvole, etc.).



Figura 7.2: Confronto velocità ottenute sperimentalmente e in simulazione durante la fase di spegnimento del motore Diesel.

Le differenze principali tra andamenti "veri" e simulati sono stati osservati effettuando il controllo di coppia e di velocità. Nel primo caso si è riscontrato che in pratica per mettere in moto il motore Diesel è sufficiente una coppia di 17.5[Nm], mentre in simulazione è necessaria una coppia non inferiore a 21.5[Nm]. Tale differenza è imputabile a numerose cause, le più probabili sono la presenza nel modello di condizioni di idealità troppo stringenti, come la perfetta adiabaticità della trasformazione che interessa le fasi di espansione e compressione, la presenza di una trasformazione puramente isobara durante la fase di scoppio, la variazione sinusoidale di pressione durante la fase di aspirazione e scarico, infine la non perfetta modellizzaione delle fasce elastiche. Quest'ultimo aspetto è senza dubbio il più critico, infatti variando anche di poco ξ_1 e ξ_2 si hanno comportamenti differenti proprio durante la messa in moto del motore.



Figura 7.3: Confronto andamenti velocità rotorica del motore Diesel in simulazione e in pratica. A sinistra ottenute con controllo di corrente, a destra con controllo di velocità.

7.2 Considerazioni sulla stima Sensorless

Tramite un osservatore di ordine intero a tre stati si è potuto implementare il controllo Sensorless a bassi giri per la messa in moto e il controllo di velocità del motore Diesel Hatz IB27. Si è riscontrato che la taratura degli autovalori deve essere eseguita con cura, evitando quelli prossimi all'asse immaginario, altrimenti gli errori di stima ¹ possono convergere troppo lentamente a zero, e viceversa non devono essere scelti con parte reale in valore assoluto troppo elevato, altrimenti c'è il rischio dell'innescarsi di oscillazioni dell'errore di stima che nel caso peggiore porta il controllo Sensorless verso l'instabilità. Anche i guadagni dei controllori, sia dell'anello di corrente che dell'anello di velocità, non possono essere scelti in modo che il sistema risponda in maniera troppo pronta, in quanto si è osservato che il controllo Sensorless presenta un minor grado di robustezza rispetto al classico controllo basato sulla misura della posizione meccanica-elettrica.

¹Gli errori di stima riguardano: la posizione meccanica dell'albero θ_m , la velocità rotorica ω_m e la coppia di disturbo m_L .



Figura 7.4: Andamento della velocità meccanica dell'albero motore con iniezione di carburante ottenuta con controllo Sensorless.

La velocità massima raggiunta con questo strategia di controllo è pari a 120[rad/s] è ciò è spiegato dal fatto che la tensione iniettata sull'asse "d" deve assumere un valore molto elevato (pari a 90[V]) per poter applicare la stima Sensorless a bassi giri, quindi non è possibile portare la velocità rotorica a valori sostenuti senza superare il limite di tensione imposto dal Bus DC. Si è provato anche a diminuire l'ampiezza del segnale iniettato ma si è riscontrato che il valore scelto risulta essere il migliore per avere sia un certo grado di robustezza del sistema e sia una discreta velocità massima raggiungibile dal motore.

Il problema dell'inizializzazione dell'angolo meccanico-elettrico è stato risolto sfruttando i risultati ottenuti da *Lorenz* presente in [8]. Tale metodo sfrutta l'informazione contenuta nella corrente presente sull'asse "d" per comprendere se è presente o meno l'errore di π sulla stima della posizione assoluta θ_{me} . Tale informazione viene poi usata per correggere la stima dello stimatore. Se la correzione viene eseguita finché il rotore è in movimento allora non sempre lo stimatore tende a convergere verso il valore corretto², se invece la correzione viene eseguita a rotore fermo tale inconveniente non sussiste. Quindi in conclusione la correzione mediante metodo di Lorenz può essere usata solo durante la fase di inizializzazione a rotore fermo e non durante la rotazione del rotore.

Infine la compensazione della coppia di carico non ha dato i risultati sperati,

²Tale anomalia è imputabile allo stimatore e non al metodo di Lorenz

perché la stima della m_L viene ricavata con un certo ritardo rispetto alla dinamica "vera" della coppia del motore. Di conseguenza per poter migliorare tale aspetto è necessario realizzare un filtro predittore in grado di stimare con un certo anticipo i disturbi di coppia (magari sfruttando il modello meccanico del motore Diesel realizzato nella tesi). Si osserva tuttavia che fissata una certa velocità di rotazione dell'albero motore gli andamenti dei disturbi di coppia sono costanti, e quindi con l'osservatore a tre stati progettato nella sezione (6.1.2) si potrebbe comunque sfruttare l'informazione ricavata in un periodo di rotazione per compensare il periodo successivo. La difficoltà nasce nel determinare l'istante esatto in cui applicare la compensazione.

7.3 Considerazioni sul metodo che riconosce l'applicabilità del controllo Sensorless a bassi giri in un azionamento

Bloccando il rotore della macchina elettrica ed iniettando una opportuna tensione sinusoidale sull'asse "d" si è riuscito a calcolare l'induttanza diretta L_d e l'induttanza in quadratura L_q lungo la curva MTPA della macchina.



Figura 7.5: Andamenti di L_{Δ} lungo la curva MTPA, in alto quelli relativi al motore ISA, rispettivamente con ampiezza di iniezione di 60[V] e frequenza: a sinistra 400[Hz], centrale 600[Hz] e a destra 900[Hz]. I grafici sottostanti sono relativi alla macchina Ringed-pole ottenuti con ampiezza di iniezione 90[V] e frequenza: a sinistra con 750[Hz], centrale con 1000[Hz]e a destra con 1200[Hz].

Dalla conoscenza di tali parametri si è poi calcolata l'induttanza differenziale L_{Δ} , data dall'espressione $L_{\Delta} = \frac{L_q - L_d}{2}$ (tale metodo è stato definito "indiretto"). L'informazione di questo parametro consente di determinare il limite di funzionamento dell'azionamento in configurazione Sensorless, cioè di determinare la coppia massima che può erogare il motore prima che si verifichi la perdita della stima della posizione meccanica-elettrica. Infatti finché L_{Λ} rimane positivo lo stimatore rimane stabile, se invece si annulla allora lo stimatore non è più in grado di correggere la stima, infine se nel caso peggiore esso diventa negativo, allora lo stimatore risulta instabile. Per controprova si sono ripetute le misure sperimentali calcolando in modo alternativo l'induttanza differenziale rispetto al caso precedente (nominato metodo "diretto") e si sono osservati gli stessi andamenti di L_{Δ} riscontrati con il metodo "indiretto". Tale procedura di diagnosi è stata applicata sia al motore Ringed-pole di tipo SPM sia a un motore IPM nominato ISA. Si è osservato che con il motore ISA per una corrente di riferimento prossima a |7,8||A| l'induttanza differenziale si annulla, infatti applicando una corrente maggiore rispetto a tale intervallo il controllo di corrente Sensorless non funziona più in modo appropriato, comportando così delle sovracorrenti che mandano, per mezzo dell'algoritmo di controllo, il motore in protezione. Viceversa con il motore Ringed-pole l'induttanza differenziale non si annulla mai nel range di corrente scelto ([0, 10][A]), infatti in configurazione Sensorless lo stimatore non perde mai la stima e mantiene l'errore della posizione rotorica entro valori accettabili. In conclusione tale metodo risulta molto utile per comprendere se è possibile applicare un controllo Sensorless a bassi giri a un azionamento e verificare i corrispondenti limiti di lavoro della macchina.

7.4 Sviluppi futuri

Vengono ora elencati gli sviluppi futuri che possono essere affrontati per migliorare il controllo Sensorless in un azionamento elettrico in grado di regolare la velocità dell'albero motore di un motore endotermico:

Implementare un controllo Sensorless in grado di funzionare sia per velocità nulle o ridotte e sia per velocità sostenute. Ciò è possibile integrando al controllo Sensorless a bassi giri presentato in questa tesi, un controllo Sensorless ad alti giri (e.g. metodo MRAS, vedere [6]). Il primo permetterà di portare il motore fino a una certa soglia minima di velocità, il secondo invece prevarrà solo oltre una seconda soglia minima. Nel range compreso tra le due soglie la stima della posizione rotorica potrebbe essere fatta effettuando una media pesata tra le stime fornite dai due metodi.



Figura 7.6: Sensorless a bassi giri integrato con Sensorless ad alti giri.

In questo modo è possibile regolare la velocità di rotazione dell'albero motore a partire da velocità nulla fino a velocità elevate in modo da sfruttare a pieno la potenza del motore endotermico.³

- Con il metodo qui implementato, l'ingresso dello stimatore non viene corretto della variazione dell'induttanza differenziale lungo la curva a massimo rapporto coppia su corrente, in altre parole la variabile $K = -\frac{\omega_h L_d L_q}{U_{hd} L_{\Delta}}$ è fissa in ogni punto di lavoro della curva MTPA perché L_d e L_q sono supposti costanti. Ciò significa che i poli dello stimatore non sono esattamente pari al valore di progetto, anzi variano a seconda del punto di lavoro della macchina. Per ovviare a tale inconveniente è possibile calcolare in modo preciso l'induttanza in quadratura e quella diretta con il metodo descritto nella sezione (6.2.5) e sfruttare tale informazione per fornire allo stimatore il valore di θ_m nel modo più preciso possibile.
- Il modello matematico del motore Diesel può essere migliorato andando ad modificare i seguenti punti:
 - . La coppia d'attrito è stata considerata per semplicità proporzionale alla velocità meccanica dell'albero motore (attrito viscoso). In realtà essa dipende anche dal rotolamento tra una parte meccanica e un'altra (attrito volvente), dall'attrito dovuto allo sfregamento tra due corpi (attrito radente), dall'attrito presente quando un corpo fermo si mette in moto rispetto un altro corpo (attrito statico).
 - . La perdita di energia durante la fase di aspirazione e scarico deve essere misurata in modo da poter essere riprodotta nel modello matematico in modo preciso.

³Ad esempio i motori Diesel tradizionali presentano potenza massima attorno ai [2000; 2500] [*rpm*], mente quelli a benzina presentano potenza massima approssimativamente sui [3500; 4000] [*rpm*].

- . Tenere in considerazione la perdita di energia dovuta ai meccanismi supplementari, quali sistema di movimentazione delle valvole di aspirazione e scarico, ingranaggi e alberi di trasmissione del moto (e.g. l'albero a gomito che sostiene la manovella), pompa dell'olio, il sistema di iniezione, etc.
- . Curare la parte relativa l'iniezione del carburante, andando ad approfondire il fenomeno della combustione del carburante Diesel.
- . Studiare la perdita di pressione all'interno del cilindro a causa delle fasce elastiche.
- Migliorare il modello del motore Diesel confrontando non solo le velocità dell'albero motore ottenute in simulazione e in pratica, ma anche altri parametri quali: pressione interna al cilindro, variazioni di coppia sviluppate all'albero, temperatura dei gas nella camera di combustione, etc.⁴ In questo modo si può comprendere meglio il funzionamento della macchina termica e quindi perfezionare il modello.

Tali miglioramenti saranno indispensabili per poter implementare un sistema Sensorless in azionamenti commerciali. Si pensi ad esempio nelle macchine ibride o elettriche le quali se dotate di motori sincroni non sarà più necessario l'utilizzo di un misuratore di posizione angolare, e quindi non ci sarà più il rischio che tale componente possa danneggiarsi o rompersi andando ad aumentare i costi di riparazione. Oppure nel caso di motori elettrici poco accessibili ad esempio quelli presenti all'interno degli impianti eolici dove il costo di manutenzione è molto elevato, e quindi l'eliminazione di un componente soggetto a rottura risulta essere economicamente molto conveniente. Le applicazioni si possono ritrovare anche nel caso di sistemi di dimensioni ridotte come gli impianti di micro-CHP (Combined Heat and Power, vedere [10]), i quali sfruttano l'energia meccanica di un motore (Diesel, Gas, di Stirling o altro) per produrre sia calore che energia elettrica. In questo caso la sostituzione di un componente meccanico per misurare la posizione angolare con un semplice algoritmo può risultare interessante per ridurre i costi sia di produzione che di eventuali manutenzioni.

⁴Tali misure però risultano tutt'altro che semplici da effettuare.

Appendice A

Modellistica motore ICE

A.1 Approfondimento sui rapporti di velocità

I rapporti di velocità definiti nella sezione (3.3) assumono la forma indeterminata $\frac{0}{0}$ quando il rotore è fermo. Infatti questa è l'unica condizione in cui sia la velocità di rotazione dell'albero a gomito che le velocità \dot{x}_c , \dot{y}_G , \dot{x}_G e $\dot{\sigma}_G$ sono nulle. Ciò potrebbe sembrare un problema irrisorio dato che interessa solo tale condizione di funzionamento, tuttavia se non si considera questa situazione non è possibile effettuare delle simulazioni a partire da rotore fermo (i.e. con $\dot{\alpha}$ nulla).¹

Per risolvere il problema sarà sufficiente, quando $\dot{\alpha}$ è nullo, esprimere il numeratore che costituisce il rapporto di velocità con la sua espressione diretta, ad esempio per τ_{x_c} si ottiene:

$$\tau_{x_c} = \frac{\dot{x}_c}{\dot{\alpha}} = \frac{\left(-r\sin(\alpha) - \frac{r^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{\sqrt{c^2 - r^2\sin(\alpha)^2}}\right)\dot{\alpha}}{\dot{\alpha}} = \left(-r\sin(\alpha) - \frac{r^2\sin(\alpha)\cos(\alpha)}{\sqrt{c^2 - r^2\sin(\alpha)^2}}\right)$$

e andando a sostituire α con la sua corrispondente condizione iniziale si ottiene una quantità tutt'altro che indeterminata.

Per quanto riguarda i rimanenti rapporti di velocità valgono i medesimi passaggi e quindi vengono tralasciati.

Le derivate dei rapporti di velocità presentano anche loro una forma indeterminata del tipo $\frac{0}{0}$ quando il rotore è fermo, che può essere risolta semplicemente andando a sostituire tutte le variabili in gioco con la loro forma esplicita e poi effettuando delle semplificazioni. Per completezza viene

¹Se si usa il software Matlab per implementare il modello del motore ICE si verificano degli errori di esecuzione del programma.

riportato solo il calcolo di $\dot{\tau}_{x_c}$

$$\begin{aligned} \dot{\tau}_{xc} &= \frac{\ddot{x_c} - \dot{\tau}_{x_c} \ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} = \frac{\left[-r\cos(\alpha) - \frac{r^2 \left[2c^2\cos(\alpha)^2 + r^2\sin(\alpha)^4 - c^2 \right]}{(c^2 - r^2\sin(\alpha))^3} \right] \dot{\alpha}^2 + \frac{\dot{x_c}}{\dot{\alpha}} \ddot{\alpha} - \frac{\dot{x_c}}{\dot{\alpha}} \ddot{\alpha}}{\dot{\alpha}^2} \\ &= -r\cos(\alpha) - \frac{r^2 \left[2c^2\cos(\alpha)^2 + r^2\sin(\alpha)^4 - c^2 \right]}{(c^2 - r^2\sin(\alpha))^3}. \end{aligned}$$

Variabile	Significato	Valore
Ν	Numero pistoni	1[ad]
Corsa	Corsa	62 $10^{-3}[m]$
Α	Alesaggio	74 $10^{-3}[m]$
lasco	Distanza tra pistone e testa del cilindro nel PMS	0.003[m]
V_{max}	Volume massimo	2.797 $10^{-4} [m^3]$
V_{min}	Volume minimo	$1.304910^{-5}[m^3]$
rap_comp	Rapporto compressione	21.5[<i>ad</i>]
x_{max}	Distanza tra l'origine degli assi e la testa del cilindro	0.1765[m]
r	Lunghezza manovella	0.031[m]
r_m	Raggio manovella	0.015[m]
S_m	Sezione manovella	7.0686 $10^{-4}[m^2]$
С	Lunghezza biella	0.124[m]
r _b	Raggio biella	0.012[m]
S_b	Sezione biella	4.5239 $10^{-4}[m^2]$
l_p	Lunghezza pistone	0.0185[m]
S_p	Sezione pistone	$0.0043[m^2]$
а	Distanza baric. biella dalla giunzione con la manovella	0.0496[<i>ad</i>]
b	Distanza baric. biella dalla testa del pistone	0.0744[<i>ad</i>]
Ro_f	Densità ferro	7.85 $10^3 [kg/m^3]$
<i>Ro_{ac}</i>	Densità acciaio	7.6 $10^3 [kg/m^3]$
Ro _{al}	Densità alluminio	2.6 $10^3 [kg/m^3]$
Ro _{ghi}	Densità ghisa	6.8 $10^3 [kg/m^3]$
Ro _{ar}	Densità aria	$1.205[kg/m^3]$
m_b	Massa biella	0.4263[kg]
m_c	Massa manovella	0.1665[<i>kg</i>]
m_p	Massa pistone	0.6047[kg]
m_{vol}	Massa volano	5.7435[<i>kg</i>]
m_{alb}	Massa albero a camme	0.7354[kg]
m _{ar}	Massa aria interna al pistone	$3.3704 10^{-4}[kg]$
Mar	Massa molare	0.028[kg/mol]
п	Numero moli di aria interni al cilindro quando il	0.012[mol]
	pistone si trova nel PMI	

A.2 Tabella parametri motore Hatz IB27 usati nel modello

I_c	Inerzia manovella	$6.2715 10^{-4} [kgm^2]$
I_b	Inerzia biella	5.6162 $10^{-4}[kgm^2]$
I_m	Inerzia totale vista dalla manovella	$0.0391[kgm^2]$
Ivol	Inerzia volano	$0.039[kgm^2]$
I _{alb}	Inerzia albero a camme	$3.6769 10^{-5} [kgm^2]$
θ	Angolo formato tra l'asse <i>x</i> e il piano tangente al suolo	$\pi/2[rad]$
R	Costante universale dei gas	$8.314472[\frac{Pam^{3}}{molK}]$
Cp	Calore specifico a pressione costante	$29.1007[\frac{1}{molK}]$
C_v	Calore specifico a volume costante	$20.7862[\frac{J}{molK}]$
γ	Rapporto calori specifici	1.4[<i>ad</i>]
В	Coefficiente di attrito	0.015[Nms]
T_{amb}	Temperatura ambiente	25 + 273.15[K]
P_{atm}	Pressione atmosferica	101325[<i>Pa</i>]
ξ_1	Rendimento pressione quando $P = P_{max}$ e $\dot{\alpha} = \dot{\alpha}_{max}$	1[ad]
ξ_2	Rendimento pressione quando $P = P_{max}$ e $\dot{\alpha} = 0$	0.5[<i>ad</i>]

Tabella A.1: Variabili usate nel modello del motore Diesel Hatz IB27.



Figura A.1: Andamenti "veri" della coppia e della potenza del motore Diesel Hatz IB27 in funzione della velocità.

Appendice B

Motore elettrico SPM Ringed-pole

B.1 Tabella parametri motore Ringed-pole e Inverter

Variabile	Significato	Valore
р	Numero coppie polari	9[<i>ad</i>]
L	Induttanza sincrona	3.3[mH]
R	Resistenza di fase	$1.2[\Omega]$
Λ	Flusso	0.0866[Vs]
I_n	Corrente nominale	10[A]
t _{elet}	Costante di tempo elettrica	$\frac{L}{R} = 2.97 10^{-}4[s]$

Tabella B.1: Parametri motore Ringed-pole.

Variabile	Significato	Valore
f_s	Frequenza di switching	$10^{3}[Hz]$
t_s	Periodo di switching	$100 10^{-6}[s]$
fc	Frequenza di campionamento	$10^{3}[Hz]$
Тс	Periodo di campionamento	$100 10^{-6}[s]$
t _{hold}	Costante di tempo dell'holder	$\frac{T_c}{2} = 50 10^{-6}[s]$
U_{DC}	Tensione massima BUS-DC	350[V]

Tabella B.2: Parametri inverter.

Appendice C

Approfondimento sulla stima Sensorless

C.1 Sensorless con iniezioni di tensioni sull'asse "d" e "q"

Definendo \overline{g}^{y} un generico vettore rispetto al sistema di riferimento ortogonale "d" e "q" esso può essere riscritto rispetto a un altro sistema di riferimento "d^x" e "q^x" nel seguente modo:

$$\overline{g}^{y} = \overline{g}^{x} e^{j(\theta_{me} - \theta_{me})} := \overline{g}^{x} e^{j\Delta\theta_{me}} = (g_{d}^{x} + jg_{q}^{x})e^{j(\Delta\theta_{me})} = = \left(g_{d}^{x} \cos(\Delta\theta_{me}) - g_{q}^{x} \sin(\Delta\theta_{me})\right) + j\left(g_{q}^{x} \cos(\Delta\theta_{me}) + g_{d}^{x} \sin(\Delta\theta_{me})\right).$$

In altra forma tale vettore risulta essere:

$$\overline{g}^{y} = \begin{bmatrix} g_{d} \\ g_{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_{me}) & -\sin(\Delta\theta_{me}) \\ \sin(\Delta\theta_{me}) & \cos(\Delta\theta_{me}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} g_{d}^{x} \\ g_{q}^{x} \end{bmatrix} := [T] \overline{g}^{x}.$$
(C.1)



Figura C.1: Sistema di riferimento "d", "q" e sistema di riferimento " $d^{x''}$, " $q^{x''}$.

Ora considerando una macchina magneticamente lineare, ma con rotore anisotropo si ha che il flusso sull'asse diretto "d" e in quadratura "q" può essere espresso nella forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \lambda_d \\ \lambda_q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ L_q & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_d \\ i_q \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{mg} \\ 0 \end{bmatrix} := \begin{bmatrix} L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Lambda_{mg} \\ 0 \end{bmatrix}$$

e applicando la relazione di cambiamento di base vista nella formula (C.1), si ottiene:

$$[\lambda] = [T] [\lambda^{x}] = [L] [T] [i^{x}] + \begin{bmatrix} \Lambda_{mg} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Premoltiplicando per $[T]^{-1}$ si ricava:

$$[\lambda^x] = [L_x] [i^x] + \left[\lambda^x_{mg}\right],$$

e ricordando che $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$, $\sin(x)\cos(x) = \frac{\sin(2x)}{2}$ e $\sin^2(x) = \frac{1-\cos(2x)}{2}$ si ottiene infine la matrice $[L_x]$ data da :

$$\begin{bmatrix} L_x \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_{me} & \sin(\Delta\theta_{me})) \\ -\sin(\Delta\theta_{me})) & \cos(\Delta\theta_{me} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} L_d & 0 \\ 0 & L_q \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \cos(\Delta\theta_{me} & -\sin(\Delta\theta_{me})) \\ \sin(\Delta\theta_{me})) & \cos(\Delta\theta_{me}) \end{bmatrix} = \\ = \begin{bmatrix} L_{\Sigma} - L_{\Delta}\cos(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Delta}\sin(2\Delta\theta_{me}) \\ L_{\Delta}\sin(2\Delta\theta_{me}) & L_{\Sigma} + L_{\Delta}\cos(2\Delta\theta_{me}) \end{bmatrix},$$

dove $L_{\Sigma} = \frac{L_d + L_q}{2}$ e $L_{\Delta} = \frac{L_q - L_d}{2}$.

C.2 Stimatore discreto a tre stati

Per implementare uno stimatore discreto si parte sempre dalle equazioni continue che descrivono il sistema meccanico in esame:

$$\begin{cases} \theta_m(t) &= \omega_m(t) \\ \dot{\omega}_m(t) &= -\frac{B}{T}\omega_m(t) + \frac{1}{T}m_L(t) + \frac{1}{T}m(t) \implies \begin{cases} \dot{x}(t) &= Fx(t) + Gu(t) \\ y(t) &= Hx(t) \end{cases} \\ \psi(t) &= Hx(t) \end{cases}$$

dopodiché tali equazioni vengono discretizzate

$$\begin{cases} x(t+1) &= \Phi x(t) + \Gamma u(t) \\ y(t) &= H x(t) \end{cases}$$

ricordando che $\Phi = e^{FT_c}x(t) \in \Gamma = \int_0^{T_c} e^{F\sigma}Gd_{\sigma}$. Si procede poi come nel caso continuo, cioè ci si assicura che il sistema è osservabile e poi si allocano gli autovalori a_1 , a_2 e a_3 tramite l'espressione:

$$det\left[zI-(\Phi+\overline{L}H)\right]=(z-a_1)(z-a_2)(z-a_3).$$

Dal punto di vista teorico ponendo i tre autovalori a zero si ottiene uno stimatore *dead-beat* e quindi l'errore di stima converge a zero in non più di tre passi di campionamento (essendo il sistema discreto osservabile). Tale stimatore è stato implementato in pratica ma non si è riuscito a rendere la stima sufficientemente stabile, nemmeno in configurazione Sensored con motore fermo. Per cercare di capire la causa di questo problema si è implementato via Simulink il modello del motore elettrico aggiungendo la parte in alta frequenza (si veda [6] per la parte di simulazioni). Dalle simulazioni effettuate, sempre a rotore fermo, si è osservato che la stima della posizione angolare dell'albero motore è incredibilmente peggiorata rispetto a quanto ottenuto tramite gli stimatori progettati in tempo continuo, infatti dalle dinamiche risulta che lo stimatore discreto è stabile solo per autovalori molto lenti. Dato che come si vedrà nel capitolo (6.2.2) lo stimatore continuo funziona perfettamente dando buoni risultati pure in pratica, allora a rigore di logica dovrebbe funzionare anche quello discreto. Ciò non avviene probabilmente per il seguente motivo: $\Delta \theta_m(t)$ ricavato tramite iniezione ad alta frequenza è diverso dalla differenza vera tra angolo meccanico stimato e angolo meccanico misurato dall'encoder, di conseguenza l'allocazione dei poli è molto sensibile a questa discordanza. Nel discreto gli autovalori si posizionano all'interno del cerchio di raggio unitario e se l'ingresso dello stimatore differisce troppo da $\Delta \theta_m(t)$ "vero" allora gli autovalori dello stimatore non sono più quelli allocati da progetto ma si spostano uscendo dal cerchio di raggio unitario, determinando instabilità. Per evitare tale problema si possono allocare gli autovalori vicino all'origine degli assi, ma così facendo vengono a determinarsi dinamiche troppo veloci rispetto al tempo di campionamento T_c utilizzato e questo comporta una perdita di informazione tale da far diventare la stima instabile. Esiste poi un ulteriore problema, se si riuscisse a risolvere la questione precedente si dovrebbe poi limitare $\hat{\theta}_m(t)$ nel range $[0; 2\pi][rad]$ tramite la funzione "mod", in modo che l'elaboratore non vada in overflow. Tale limitazione introduce un blocco non lineare nella dinamica dello stimatore (si vede chiaramente nello schema (C.2) che $\hat{\theta}_m(t)$ entra tramite Φ_{11} nell'algoritmo di stima), cosa che non si verifica nello stimatore continuo (infatti F ha la prima colonna interamente nulla). Tale non linearità risulta devastante per lo stimatore discreto, perché quando $\hat{\theta}_m(t)$ esce dal limite $[0; 2\pi][rad]$ allora nello stimatore non agirà più $\Phi_{11}\hat{\theta}_m(t)$ come dovrebbe essere ma $\Phi_{11}mod |\hat{\theta}_m(t)|$, stravolgendo la dinamica lineare dell'algoritmo di stima, inoltre quando avviene il salto di 2π dell'angolo meccanico stimato anche l'andamento di $\hat{\omega}_m(t)$ viene influenzata determinando proprio in corrispondenza di tali punti variazione infinite di velocità.



Figura C.2: Schema a blocchi dello stimatore discreto a tre stati. Le variabili Γ_1 e Γ_2 sono le componenti del vettore Γ, mentre Φ_{11} , Φ_{12} , etc. sono gli elementi della matrice Φ .

C.3 Iniezione impulsiva

L'iniezione in alta frequenza per la stima Sensorless può essere condotta in differenti modi, in questa sezione si studierà il caso di iniezione impulsiva riportando solo i concetti base necessari per la comprensione della parte pratica, l'analisi rigorosa e dettagliata la si può trovare in [7] e [8].

Quando viene applicata una tensione sinusoidale solo sull'asse "d" di pulsazione ω_h del tipo $u_{hd}^x = U_{hd} \cos(\omega_h t)$, si generano delle correnti sinusoidali la cui ampiezza contiene l'informazione:

- sull'asse "q" relativa la differenza tra l'angolo meccanico-elettrico stimato e quello "vero";
- sull'asse "d" relativa l'errore commesso sulla stima.

Di conseguenza per estrarre tale informazione è necessario demodulare le correnti i_d e i_q e poi filtrarle. Lo schema di principio è riportato in seguito. Per non appesantire la figura sono riportati solo i due rami relativi l'elaborazione delle due correnti (sono state utilizzate le stesse notazioni utilizzate in figura (6.7)). Si osservi che nella catena di demodulazione dell'asse "q" è presente lo stesso termine visto nella sezione (6.1) ottenuta con iniezione di tensione su entrambi gli assi. Il segnale ottenuto sull'asse "q" viene



Figura C.3: Schema a blocchi del controllo Sensorless mediante iniezione impulsiva.

moltiplicato per la costante K^1 e inviato come ingresso allo stimatore per determinare $\Delta \theta_{me}(t)$. Il segnale ricavato dall'asse "d" invece è negativo se $\Delta \theta_{me}(t)$ è compreso tra $\left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$; risulta positivo se $\Delta \theta_{me}(t)$ è compreso tra $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3}{2}\pi\right]$. Quest'ultimo fatto può essere sfruttato per comprendere quando lo stimatore converge nel punto di equilibrio stabile errato (i.e. a $\pi[rad]$ dal valore "vero".). Il filtro passa basso presente sull'anello di demodulazione dell'asse "d" deve essere progettato molto selettivo, altrimenti la corrente i_{pol} che contiene l'informazione sull'errore di stima, viene disturbata da un segnale in alta frequenza di ampiezza elevata rispetto al valore medio di tale corrente.

C.4 Variazione di *i*pol al variare della frequenza di iniezione

Variando la frequenza di iniezione si è osservato che la corrente i_{pol} ottenuta alla fine della catena di demodulazione dell'asse "d" descritta in C.3 aumenta all'aumentare della frequenza di iniezione, e a 800[*Hz*] si annulla per poi diventare positiva. Questo comportamento è dovuto al termine $\frac{d_{id}^2}{d_{\lambda_d^2}}$ (che è pari al reciproco della derivata dell'induttanza dell'asse "d" al variare della corrente i_d) che è in funzione della frequenza. Infatti supponendo L_q costante allora la variazione di salienza può essere interpretata come la variazione di L_d , che assume il suo valore minimo proprio in corrispondenza degli 800[*Hz*]. In conclusione se si inietta:

- a frequenze minori di 800[Hz]

se $i_{pol} < 0 \implies termine_corr = 0$, se $i_{pol} > 0 \implies termine_corr = \pi$;

 $^{1}K:=-rac{\omega_{h}L_{d}L_{q}}{U_{hd}L_{\Delta}p}.$

- a frequenze maggiori di 800[Hz]

se $i_{pol} < 0 \Longrightarrow termine_corr = \pi$,

se $i_{pol} > 0 \Longrightarrow termine_corr = 0$;



Figura C.4: Variazione della corrente i_{pol} al variare della frequenza di iniezione.

Bibliografia

- [1] Manuale d'uso HATZ DIESEL serie IB20-IB27-IB30-IB40-IB50.
- [2] Dispensa del corso di Azionamenti elettrici, Autore: Silverio Bolognani, sezione 6.10-6.10.1.
- [3] Dispensa del corso di Azionamenti elettrici, Autore: Silverio Bolognani, sezione 6.11.1.
- [4] Model-based Sensorless Control of an SPM Synchronous Motor Drive for a Hybrid Catamaran. Silverio Bolognani, Adriano Faggion, Luca Sgarbossa. Department of Electrical Engineering, University of Padova. Italy.
- [5] Sensorless Control of IPM Motors in the Low-Speed Range and at Standstill by HF Injection and DFT Processing. Silverio Bolognani, Member, IEEE, Sandro Calligaro, Roberto Petrella, Member, IEEE, and Marco Tursini ,Member, IEEE.
- [6] Studio ed implementazione di tecniche di controllo sensorless di una machina sincrona trifase brushless per applicazioni starter-alternator in veicoli ibridi. Tesi Fabio Baro, A.A. 2011-2012.
- [7] Initial Rotor Position Estimation of an Interior Permanent Magnet Synchronous Machine Using Carrier-Frequency Injection Methods. Y.Jeong, R.D. Lorenz, T.M. Jahans, S.Sul. 2003.
- [8] Initial Rotor Position Estimation of an Interior Permanent-Magnet Synchronous Machine Using Carrier-Frequency Injection Methods. Y.Jeong, R.D. Lorenz, T.M. Jahans, S.Sul. 2005.
- [9] Outer-Rotor Ringed-pole SPM Starter-Alternator Suited for Sensorless Drives. Mattia Morandin, Silverio Bolognani and Adriano Faggion, Department of Electrical Engineering, University of Padova. Italy.
- [10] Nano-CHP Home application: Control and Electric drive Design. Mattia Morandin and Silverio Bolognani, Department of Industrial Engineering, University of Padova. Italy.

[11] *Meccanica applicata alle macchine*. Vittore Cassalter con Mauro Da Lio e Alberto Doria.