



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Fisica e Astronomia “Galileo Galilei”

Corso di Laurea in Fisica

Tesi di Laurea

Applicazioni del Rotating Vector Model all'emissione polarizzata
di stelle di neutroni

Relatore

Dott. Roberto Taverna

Correlatore

Prof. Roberto Turolla

Laureanda

Giulia Saveria Valli

Anno Accademico 2022/2023

Abstract

L'emissione in banda X proveniente da stelle di neutroni fortemente magnetizzate è attesa essere polarizzata in maniera sostanziale. Il recente lancio della missione NASA-ASI IXPE (Imaging X-ray Polarimetry Explorer) ha permesso di misurare la frazione e l'angolo di polarizzazione in diverse sorgenti astrofisiche che contengono stelle di neutroni (sia isolate che in sistemi binari). Nella quasi totalità dei casi, la variazione dell'angolo di polarizzazione con la fase rotazionale è in accordo con le predizioni del semplice modello del vettore rotante (rotating vector model, RVM), inizialmente proposto da Radhakrishnan & Cooke (1969) nel caso di emissione da una regione (quasi) puntiforme della superficie della stella. Scopo della tesi è quello di esplorare quali sono i casi in cui l'RVM predice correttamente l'evoluzione rotazionale dell'angolo di polarizzazione se la radiazione è emessa da una regione estesa della superficie.

Indice

Introduzione	1
1 Stelle di neutroni	3
1.1 Caratteristiche generali	3
1.1.1 Struttura interna di una NS	4
1.2 Campo magnetico di una stella di neutroni	5
1.2.1 Evoluzione magneto-rotazionale	5
1.3 Diagramma $P-\dot{P}$	8
1.3.1 Rotation Powered pulsars (PSRs)	8
1.3.2 Magnetars	9
1.3.3 RRATs e XDINSs	10
2 Polarizzazione di fotoni in campi magnetici forti	11
2.1 Modi di polarizzazione ed effetti della vacuum polarization	11
2.2 Parametri di Stokes	13
2.2.1 Parametri di Stokes per l'intera radiazione	14
2.2.2 Osservabili di polarizzazione	16
3 Rotating Vector Model	19
3.1 RVM applicato a regioni estese	20
3.1.1 Somma dei parametri di Stokes e angolo di polarizzazione	22
3.2 Osservazioni	26
3.3 Verifiche sperimentali	28
Discussione e conclusioni	31
Bibliografia	35

Elenco delle figure

1.1	Schema semplificato della struttura di una NS [1].	4
1.2	Schema illustrativo del SdR considerato.	6
1.3	Popolazioni di stelle di neutroni isolate nel piano P e \dot{P} ¹ . I vari tipi di NS, rotation powered PSRs, magnetars, RRATs e XDINSs, sono rappresentati con diversi simboli illustrati nella legenda. Le linee con pendenza negativa rappresentano il luogo dei punti dove il campo magnetico è costante, mentre quelle con pendenza positiva il luogo dei punti dove l'età caratteristica è costante.	8
1.4	In questa immagine, tratta dal National Radio Astronomy Observatory ² , si osserva la struttura di una pulsar. In blu viene mostrato il campo magnetico della stella, in giallo i fasci di radiazione e in rosso l'asse di rotazione della stella.	9
2.1	Rappresentazione schematica delle varie regioni che caratterizzano la polarizzazione della radiazione emessa da una NS che si propaga nel vuoto magnetizzato.	12
2.2	Grafico che mostra l'andamento del raggio adiabatico r_a in funzione dell'intensità del campo magnetico e dell'energia del fotone [26]. Sono mostrati, inoltre, i tipici range di B_P per differenti classi di NS, le magnetars, le X-ray Dim Isolated Neutron Stars (XDINSs), le radio pulsars (PSRs) e i Central Compact Objects (CCOs).	15
2.3	Rappresentazione grafica dei sistemi di riferimento introdotti nel testo.	16
3.1	Visualizzazione grafica del sistema di riferimento dell'osservatore.	20
3.2	Visualizzazione grafica dei sistemi di riferimento XYZ e uvw	21
3.3	Visualizzazione grafica del sistema di riferimento pqt	23
3.4	Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\chi = 90^\circ$ e $\xi = 15^\circ$ e $\xi = 75^\circ$	25
3.5	Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\chi = 90^\circ$ e $\xi = 45^\circ$ e $\xi = 60^\circ$	25
3.6	Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\xi = 45^\circ$ e $\chi = 45^\circ$ e $\chi = 75^\circ$	25
3.7	Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\xi = 45^\circ$ e $\chi = 60^\circ$ e $\chi = 15^\circ$	26
3.8	$\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". La geometria scelta è: $\chi = 60^\circ$, $\xi = 30^\circ$ e $\psi = 45^\circ$	26
3.9	$\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$	27
3.10	$\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". In questo caso la regione emittente è quasi puntiforme. La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$	27
3.11	$\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". In questo caso θ varia da 0° a 90° e la simmetria Nord-Sud non è preservata. La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$	28
3.12	Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su 1RXS J170849.0-400910 (vedi Zane et al. 2022 [33]). La curva rossa mostra il best fit del RVM.	28

3.13	Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su 4U 0142+61 (vedi Taverna et al. 2022 [27]). La curva arancione mostra il best fit del RVM.	29
3.14	Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su Her X-1 (vedi Doroshenko et al. 2022 [4]). La curva rossa rappresenta il best fit del RVM.	29

Introduzione

Le stelle di neutroni sono oggetti compatti magnetizzati, caratterizzati da veloce rotazione, nati nelle esplosioni di core-collapse supernova di stelle massive ($10 < M/M_{\odot} < 25$).

Si ritiene che la radiazione emessa dalla superficie di una stella di neutroni mostri un elevato grado di polarizzazione a causa del suo forte campo magnetico ($\approx 10^{12}$ – 10^{15} G). Le prime misure di polarizzazione della luce emessa da queste sorgenti sono state largamente possibili in banda radio e in parte nell'ottico. Dal lancio del satellite IXPE nel dicembre 2021 è stato possibile osservare anche la polarizzazione della radiazione X delle stelle di neutroni più magnetizzate, come le magnetars. Tuttavia, confrontare le proprietà di polarizzazione previste alla superficie dai modelli teorici finora a disposizione con le osservazioni richiede la conoscenza di come la polarizzazione dei fotoni evolve nel trasporto dalla sorgente all'infinito, influenzata da effetti geometrici e da quelli dell'elettrodinamica quantistica. Per stelle di neutroni altamente magnetizzate, come le magnetar, lo stato di polarizzazione dei fotoni emessi segue strettamente l'orientazione del campo magnetico al punto di emissione, essendo i fotoni polarizzati in due modi normali, ordinario (O-mode) e straordinario (X-mode). Nel primo modo, il campo elettrico oscilla nel piano contenente il vettore di propagazione \mathbf{k} e il campo magnetico locale \mathbf{B} , nel secondo il campo elettrico oscilla perpendicolarmente sia a \mathbf{k} che a \mathbf{B} . Quindi, se la radiazione viene emessa da una regione estesa della superficie ci si aspetta di raccogliere fotoni polarizzati in diverse direzioni nel piano del cielo e, sommando tutti i contributi all'infinito, ci si aspetta in generale un grado di polarizzazione molto basso.

Un modello per descrivere l'evoluzione della direzione di polarizzazione con la fase di rotazione nel caso in cui la radiazione proviene da una regione quasi puntiforme della superficie della stella è il Rotating Vector Model (RVM), proposto da Radhakrishnan & Cooke nel 1969 nel caso di emissione da una regione quasi puntiforme della superficie della stella.

Lo scopo della tesi è quello di dimostrare che, sotto certe ipotesi, l'andamento dell'angolo di polarizzazione in funzione della fase può essere spiegato con l'RVM anche nel caso in cui la radiazione provenga da regioni estese della superficie.

Il fatto che valga l'RVM anche se la radiazione proviene da una regione estesa potrebbe essere già stato osservato da IXPE nel caso di due magnetars, 4U 0142+61 e 1RXS J170849.0-400910 (vedi rispettivamente Taverna et al. (2022) [27] e Zane et al. (2023) [?]).

Nel capitolo 1 si andranno a delineare in breve le caratteristiche generali di una stella di neutroni, presentando la sua struttura interna, l'evoluzione magneto-rotazionale e il diagramma $P-\dot{P}$. Si parlerà in breve, dunque, della classificazione dei diversi tipi di stelle di neutroni presenti nel diagramma $P-\dot{P}$.

Nel capitolo 2 si studierà la polarizzazione dei fotoni in campi magnetici forti, tipici di una stella di neutroni. Si presenteranno i modi di polarizzazione considerando gli effetti della vacuum polarization per poi introdurre i parametri di Stokes, fondamentali per definire gli osservabili di polarizzazione.

Nel capitolo 3 verrà esposto il RVM e attraverso calcoli analitici si discuteranno le ipotesi in cui esso può essere generalizzato al caso di radiazione emessa da una regione estesa.

Capitolo 1

Stelle di neutroni

1.1 Caratteristiche generali

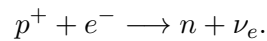
Le stelle di neutroni (NS) si formano nelle esplosioni di core-collapse supernova (SN) come il risultato del collasso di una stella di grande massa. Tali esplosioni rilasciano un'energia di $\approx 10^{53}$ erg, principalmente sotto forma di neutrini, e portano all'espulsione degli strati esterni della stella progenitrice. Le SNe si lasciano alle spalle resti compatti, come appunto le stelle di neutroni, se la massa del progenitore è $8 < M/M_{\odot} < 25$, o i buchi neri (BH) nel caso di una massa del progenitore $M \gtrsim 25\text{--}30M_{\odot}$. Mentre per le stelle più piccole come il nostro Sole il collasso gravitazionale che segue la fase di gigante rossa è fermato dalla pressione di degenerazione elettronica (dando origine a una nana bianca), per le stelle di massa maggiore neanche la pressione di degenerazione elettronica può fermare il collasso. Quindi la temperatura del nucleo sale fino a 10^9 K e la densità fino a 10^{13} kg m $^{-3}$. Nel caso di una NS, la pressione di gas degeneri di neutroni è in grado di sostenere la stella e contrastare il collasso gravitazionale. Infatti la densità che si raggiunge nel core è tale da indurre prima la completa degenerazione degli elettroni e successivamente anche di protoni e neutroni. Questi, essendo degeneri, possiedono un'energia di Fermi pari a:

$$E_F = mc^2(1 + x^2)^{1/2} \quad (1.1)$$

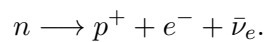
con

$$x \equiv \frac{p_F}{m} = \left(\frac{3}{8\pi}\right)^{1/3} \frac{h}{mc} n^{1/3} \quad (1.2)$$

dove p_F è il momento di Fermi e n è la densità in numero di particelle. Questa energia consente loro di colmare il difetto di massa tra la somma delle masse di un protone e un elettrone e la massa di un neutrone e quindi di innescare processi β inversi del tipo:



in cui un protone all'interno di un nucleo viene trasformato in un neutrone e viene emesso un neutrino. I neutroni, in condizioni normali, decadono secondo la reazione:



Ad alte densità, tuttavia, si raggiunge un equilibrio tra le reazioni di decadimento dei neutroni e i processi β inversi, fino a bilanciare la perdita di neutroni e ad invertire il processo.

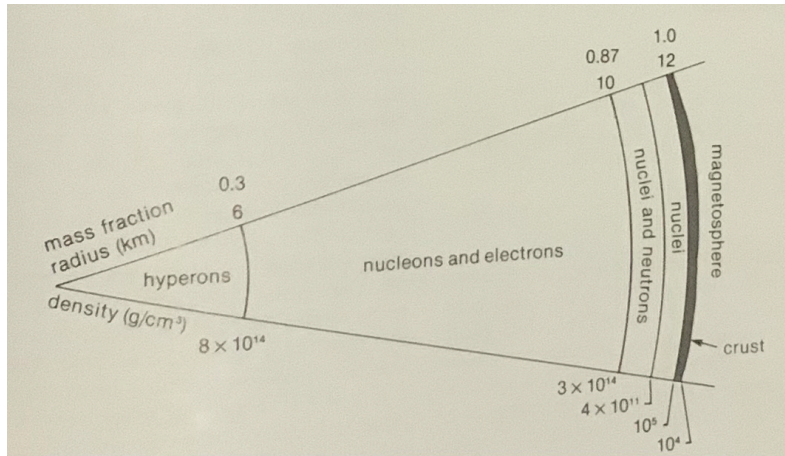


Figura 1.1: Schema semplificato della struttura di una NS [1].

1.1.1 Struttura interna di una NS

Come detto precedentemente, le NSs nascono negli eventi di core-collapse supernova a temperature dell'ordine di 10^{11} K. A mano a mano che il tempo passa, esse irradiano energia termica, raffreddandosi. Soprattutto nelle prime fasi, il raffreddamento è però dominato dall'emissione di neutrini. La storia termica di una stella di neutroni è, quindi, una storia di cooling. La figura 1.1 mostra la struttura interna di una NS. Essa ha tipicamente un diametro di $\approx 20\text{--}30$ km e può essere suddivisa essenzialmente in tre regioni [23]:

- una *crosta esterna*, formata da materia ordinaria, come elettroni, protoni, neutroni e ioni. Questi ultimi sono organizzati in un reticolo solido composto da elementi del gruppo del ferro, i quali si sono formati nelle ultime fasi della vita della stella progenitrice, arricchiti di neutroni;
- una *crosta interna* costituita da un reticolo di nuclei ricchi di neutroni insieme a gas superfluido di neutroni e gas di elettroni;
- il *core*, molto più esteso di entrambe le croste, con una fisica molto diversa. Può contenere nella parte centrale quark liberi o condensati pionici. La sua densità è maggiore di 10^{18} kg/m³.

Tra la crosta esterna e la crosta interna vi è una transizione di fase, con coesistenza tra fase liquida e fase cristallina. Ciò è possibile poiché il processo di neutronizzazione può avvenire anche all'interno degli stessi ioni, rendendo così instabili i nuclei. Quindi, mano a mano che si procede verso l'interno della stella, la densità è sufficientemente elevata da provocare il rilascio dei neutroni sovrabbondanti dai nuclei, fenomeno detto *neutron dripping*. Inoltre, si assume che la crosta esterna sia ricoperta da un *envelope*, ossia uno strato geometricamente sottile e otticamente spesso con un elevato gradiente di temperatura.

Crosta e core hanno storie termiche molto diverse. Dopo un primo assestamento della durata di non più un anno, il core si può considerare isoterma. L'energia di Fermi degli elettroni è maggiore dell'energia corrispondente al primo livello di Landau $\hbar\omega_B$, con ω_B frequenza di ciclotrone dell'elettrone, e ciò fa in modo che gli elettroni possano muoversi liberamente in direzione sia parallela che perpendicolare al campo magnetico. Nella crosta, invece, gli elettroni si muovono liberamente solamente nella direzione del campo magnetico. Ciò fa sì che si sviluppi un gradiente di temperatura tra crosta interna e crosta esterna.

1.2 Campo magnetico di una stella di neutroni

Le NSs sono dotate di grandi campi magnetici di ordini di grandezza superiori a quelli che si possono creare in laboratorio, che possono arrivare a $10^{10} - 10^{14}$ G. Ci si può aspettare che il flusso magnetico si conservi nell'evento di core-collapse:

$$B_i R_i^2 = B_f R_f^2, \quad (1.3)$$

dove R_i e B_i sono il raggio e il campo magnetico della stella progenitrice, mentre R_f e B_f sono il raggio e il campo magnetico finali. Considerando valori tipici ($R_i \simeq 10^6$ km, $R_f \simeq 10$ km e $B_i \simeq 100$ G) si ottiene:

$$\begin{aligned} B_f &= B_i \left(\frac{R_i}{R_f} \right)^2 \\ &\approx 100 \left(\frac{10^6}{10} \right)^2 \approx 10^{12} \text{ G}. \end{aligned} \quad (1.4)$$

Tale valore di B_f è paragonabile al campo critico quantistico, ovvero il campo magnetico a cui l'energia del primo livello di Landau o energia di ciclotrone di un elettrone è pari alla sua energia a riposo, corrispondente a $B_Q = 4.414 \times 10^{13}$ G. B_Q rappresenta la soglia alla quale i processi che coinvolgono radiazione e materia devono essere trattati nel limite di strong-field come, ad esempio, le sezioni d'urto per scattering: esse, così come per altri processi, oltre questa soglia, non sono più quelle valide in assenza di campo magnetico, ma ci sono sezioni d'urto apposite, che coinvolgono lo stato di polarizzazione dei fotoni incidenti (vedi [9], [30], [17] e [16]).

1.2.1 Evoluzione magneto-rotazionale

L'evoluzione di una stella di neutroni è governata dall'accoppiamento fra i forti campi magnetici e la rotazione. La modellizzazione del campo magnetico non è banale; si supponga che i protoni nel core formino un superconduttore e dunque che il campo magnetico si trovi sulla crosta, in quanto, per effetto Meissner, non potrebbe trovarsi all'interno di un superconduttore. Tipicamente si assume un campo magnetico dipolare, della seguente forma in coordinate sferiche:

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2} B_P \frac{R_{NS}^3}{r^3} \left(\cos \theta \mathbf{e}_r + \frac{\sin \theta}{2} \mathbf{e}_\theta \right); \quad (1.5)$$

dove B_P è l'intensità del campo ai poli, R_{NS} è il raggio della stella di neutroni ed r è la coordinata radiale. Il modulo del momento di dipolo magnetico è:

$$m = \frac{1}{2} B R_{NS}^3. \quad (1.6)$$

Sia inoltre ξ l'angolo tra i due vettori \mathbf{m} e $\boldsymbol{\Omega}$, con $\boldsymbol{\Omega}$ asse di rotazione della stella. Considerato quindi un sistema di riferimento con asse verticale coincidente con $\boldsymbol{\Omega}$, come illustrato in figura 1.2, il vettore \mathbf{m} ruota attorno a $\boldsymbol{\Omega}$ e può essere scomposto in questo sistema di riferimento (SdR) come:

$$\mathbf{m} = \frac{1}{2} B R^3 (\sin \xi \cos \Omega t, \sin \xi \sin \Omega t, \cos \xi); \quad (1.7)$$

dove la prima componente è riferita al versore \mathbf{e}_\perp , la seconda al versore \mathbf{e}'_\perp e la terza al versore \mathbf{e}_\parallel . Inoltre, un dipolo rotante emette energia elettromagnetica secondo la formula di Larmor [23]:

$$\dot{E}_{rad} = -\frac{2}{3c^3} |\ddot{\mathbf{m}}|^2 = -\frac{B_P^2 R_{NS}^6 \Omega^4 \sin^2 \xi}{6c^3}; \quad (1.8)$$

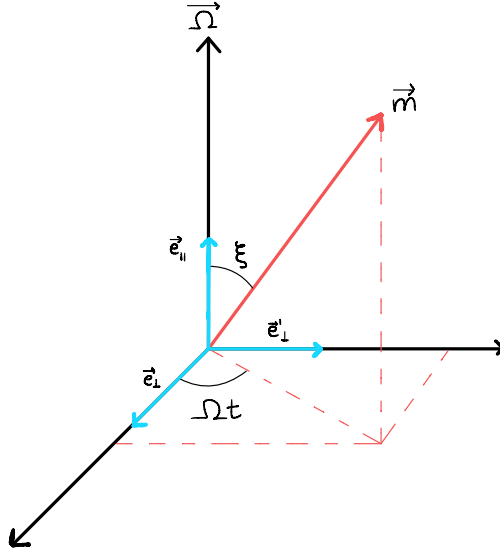


Figura 1.2: Schema illustrativo del SdR considerato.

dove \ddot{m} è la derivata temporale seconda del momento magnetico di dipolo e $\Omega = 2\pi/P$ è la velocità angolare di rotazione della stella, con P periodo di rotazione. Il segno meno dell'equazione 1.8 sta a significare che l'energia viene emessa, e dunque sottratta al sistema sotto forma di radiazione elettromagnetica. L'energia emessa deriva dall'energia cinetica rotazionale, data dalla formula:

$$E = \frac{1}{2}I\Omega^2 \quad (1.9)$$

dove I è il momento di inerzia della stella. Derivando l'equazione 1.9 e uguagliandola all'equazione 1.8 si ricava:

$$\dot{\Omega} = -\frac{B^2 R^6 \Omega^3 \sin^2 \xi}{6Ic^3}. \quad (1.10)$$

Integrando l'equazione 1.10 si ottiene quindi:

$$\frac{1}{\Omega^2} - \frac{1}{\Omega_0^2} = \frac{2B^2 R^6 \sin^2 \xi}{6Ic^3} t; \quad (1.11)$$

dove $t = 0$ è l'istante in cui è nata la stella di neutroni e $\Omega_0 = \Omega(t = 0)$ è la sua velocità angolare iniziale. Se t è il tempo attuale ed è passato un tempo sufficientemente lungo dalla nascita della stella è molto probabile che si verifichi la condizione:

$$\Omega_0 \gg \Omega(t > 0).$$

Se ciò è verificato allora si può trascurare il secondo addendo al membro sinistro dell'equazione 1.11, per cui, sostituendo il coefficiente di t con $-\dot{\Omega}/\Omega^3$ (vedi equazione 1.10) si ottiene:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Omega^2} &= -2\frac{\dot{\Omega}}{\Omega^3} t; \\ t &= -\frac{1}{2}\frac{\Omega}{\dot{\Omega}}. \end{aligned} \quad (1.12)$$

Conviene sostituire P a Ω , secondo la relazione $\Omega = 2\pi/P$. Si ricava che:

$$\frac{\dot{P}}{P} = -\frac{\dot{\Omega}}{\Omega},$$

e quindi

$$t = \frac{1}{2} \frac{P}{\dot{P}}. \quad (1.13)$$

Si deduce pertanto che, da una misura diretta di P e del tasso di rallentamento \dot{P} al tempo attuale, si può stimare l'età della stella di neutroni. La stima proposta dall'equazione 1.13 prende il nome di *età caratteristica*. Inoltre, poiché

$$\begin{aligned} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} &= -\frac{B^2 R^6 \Omega^2 \sin^2 \xi}{6Ic^3} \\ -\frac{\dot{P}}{P} &= -\frac{4\pi^2 B^2 R^6 \sin^2 \xi}{6Ic^3 P^2} \\ P\dot{P} &= \frac{4\pi^2 B^2 R^6 \sin^2 \xi}{6Ic^3}, \end{aligned}$$

se si misurano P e \dot{P} e si conoscono delle stime del raggio R della stella di neutroni e della sua massa (quindi del suo momento di inerzia), si può ricavare B .

Risulta infatti:

$$B^2 = \frac{6Ic^3}{4\pi^2 B^2 R^6 \sin^2 \xi} P\dot{P} \rightarrow B \propto \sqrt{P\dot{P}}. \quad (1.14)$$

1.3 Diagramma $P-\dot{P}$

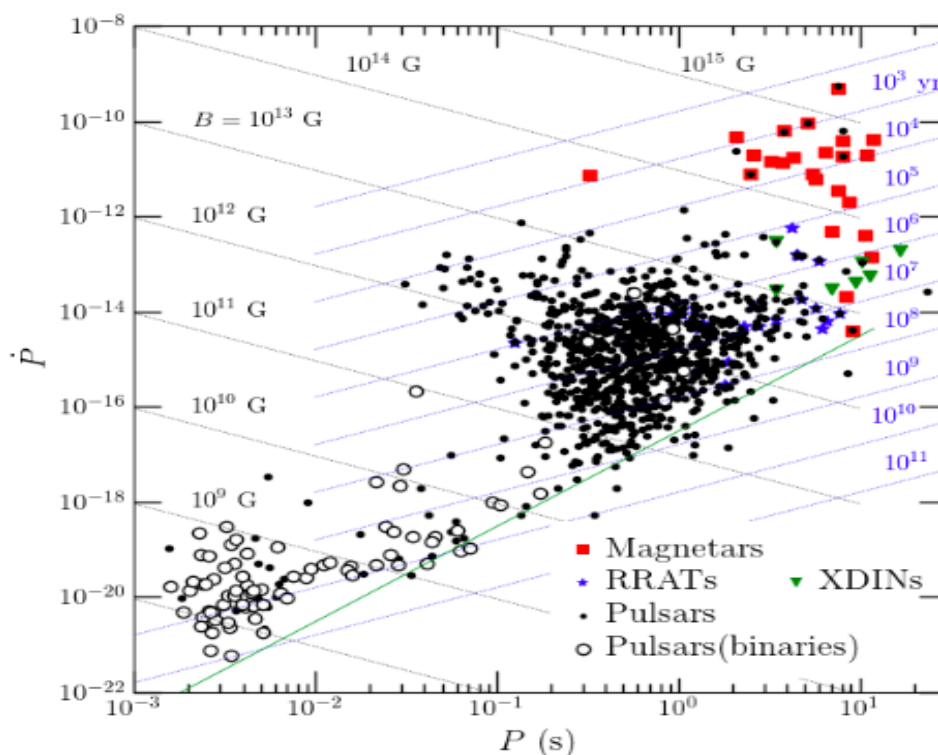


Figura 1.3: Popolazioni di stelle di neutroni isolate nel piano P e \dot{P} ¹. I vari tipi di NS, rotation powered PSRs, magnetars, RRATs e XDINs, sono rappresentati con diversi simboli illustrati nella legenda. Le linee con pendenza negativa rappresentano il luogo dei punti dove il campo magnetico è costante, mentre quelle con pendenza positiva il luogo dei punti dove l'età caratteristica è costante.

Come visto nella sezione 1.2.1, P e \dot{P} giocano un ruolo fondamentale nel caratterizzare le proprietà delle stelle di neutroni. La popolazione galattica di NSs è, infatti, generalmente rappresentata nel diagramma $P-\dot{P}$, mostrato in figura 1.3. Le rotation powered pulsars (PSRs), la parte più numerosa della popolazione, riempiono la parte centrale del diagramma $P-\dot{P}$, mentre le "millisecond" PSRs, caratterizzate da $P < 20$ ms, si posizionano nell'angolo in basso a sinistra, per bassi valori di P e \dot{P} . Le magnetars e altre classi di stelle di neutroni isolate si trovano invece nell'angolo opposto, per alti valori di P e \dot{P} .

1.3.1 Rotation Powered pulsars (PSRs)

Il numero di radio pulsars tracciate è di gran lunga il più grande. La scoperta delle radio pulsars nel 1968 è stata una delle più importanti e influenti osservazioni nell'astrofisica moderna. Questi oggetti unici hanno confermato l'esistenza delle NSs e la loro relazione con le SNe.

Le pulsars sono stelle di neutroni che ruotano velocemente ed emettono impulsi nella banda radio. Questo tipo di stelle di neutroni emette energia rotazionale a causa del frenamento provocato dal loro stesso campo magnetico secondo la legge 1.8. L'emissione è caratterizzata da un susseguirsi di impulsi regolari, dovuti alla combinazione tra la rotazione della stella e l'emissione di radiazione elettromagnetica concentrata all'interno di stretti coni in corrispondenza dei poli magnetici, come si può vedere in figu-

¹<https://neutronstars.utk.edu/code/nstar-plot/ppdot.html> e referenze ivi contenute.

ra 1.4. In un certo senso, le PSRs sono l'archetipo delle NS e gli strumenti usati per derivare le loro proprietà sono applicati anche alle altre classi di NS.

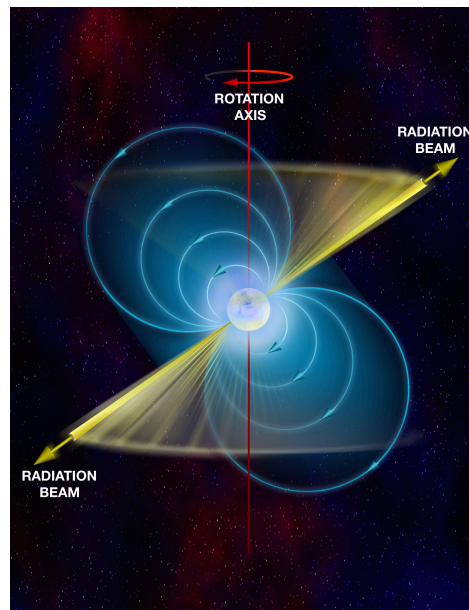


Figura 1.4: In questa immagine, tratta dal National Radio Astronomy Observatory ², si osserva la struttura di una pulsar. In blu viene mostrato il campo magnetico della stella, in giallo i fasci di radiazione e in rosso l'asse di rotazione della stella.

1.3.2 Magnetars

Le magnetars sono stelle di neutroni caratterizzate da un intensissimo campo magnetico, dell'ordine di $10^{14} - 10^{15}$ G. Si definisce infatti una magnetar una stella di neutroni la cui attività è alimentata dall'energia magnetica ed è contraddistinta dall'emissione di ripetuti bursts nelle bande degli X duri/gamma soffici. Questo tipo di stella ha un campo magnetico più intenso rispetto alla maggior parte delle radio pulsars. Osservativamente, le magnetars sono identificate con due classi di sorgenti: le "Anomalous X-Ray Pulsar" (AXP) e i "Soft Gamma-Ray Repeater" (SGRs). Inizialmente i SGRs vennero scambiati con bursts di raggi gamma (GRBs), ma il fatto che furono rivelati più eventi di questo genere dalla stessa sorgente esclude tale ipotesi in quanto i GRBs non si ripetono. Le AXP, invece, furono fin dal principio riconosciute come stelle di neutroni che emettono raggi X, ma di un tipo "anomalo". Esse possiedono infatti una luminosità X persistente molto intensa ($\approx 10^{34} - 10^{36}$ erg/s) e in molti casi questa è maggiore della perdita di energia dovuta alla rotazione (equazione 1.8). La rotazione da sola, dunque, non può spiegare la loro emissione come per le pulsar. I tentativi di interpretare questa fenomenologia in termini di accrescimento o con la presenza di pulsar wind nebulae fallirono quando le ricerche di una stella compagna o di un plasma circostante non diedero risultati positivi [15]. Negli ultimi anni, tuttavia, sono state scoperte alcune analogie tra le AXP e le SGRs, tra cui l'emissione di brevi bursts da parte di AXP. Pertanto la visione che le AXP e SGRs appartengano ad un'unica categoria di stelle di neutroni isolate (INSs), le magnetars, è comunemente accettata [21].

I fisici Duncan & Thompson (1992) [5] e Paczynski (1992) [18] sono stati i primi a proporre che l'attività delle AXP/SGRs sia sostenuta dall'energia magnetica. Nella maggioranza dei casi questi oggetti possiedono un campo magnetico superiore al campo magnetico critico $B_Q \equiv m_e^2 c^3 / \hbar e$, il che le rende

²<https://public.nrao.edu/radio-astronomy/pulsars/>

i magneti più potenti finora scoperti nell'universo. Esse hanno inoltre la caratteristica di avere periodi di rotazione molto lunghi, in un range di 1 – 12 s, e derivate prime di questi tra i $10^{-13} - 10^{-11} \text{ s s}^{-1}$, posizionandosi in alto a destra nel diagramma $P - \dot{P}$.

Per quanto riguarda gli spettri dell'emissione persistente delle magnetars, tra 0.5 e 10 keV sono formati dalla sovrapposizione di due componenti: una componente di blackbody alle energie più basse seguita da una coda di potenza. Mentre la parte termica si ritiene generata dal cooling della superficie, la coda di potenza si può pensare dovuta all'interazione dei fotoni con particelle cariche che fluiscono lungo le linee chiuse del campo magnetico nella magnetosfera [28].

1.3.3 RRATs e XDINSs

La scoperta delle Rotating radio transients (RRATs) è stata possibile grazie alla Parkes Multibeam Survey (vedi Keane & McLaughlin 2011 [13]). Esse sono caratterizzate da brevi impulsi radio della durata di $\approx 2-30$ ms, ma senza nessuna periodicità. Questo non significa che l'emissione non sia periodica, ma che le RRATs abbiano una frazione molto alta di "nulling", ovvero di cicli in cui non viene emesso nessun impulso radio (vedi Burke 2013 [2]).

Dal momento che queste non sembrano occupare una posizione particolare nel diagramma $P - \dot{P}$ (vedi figura 1.3), la definizione delle RRATs come un gruppo indipendente di INSs è ancora incerta.

Le X-ray dim isolated neutron stars (XDINSs) costituiscono un gruppo di sette oggetti, noti per questo con il nome di "Magnifici Sette" (vedi Haberl (2007) [7]; Turolla (2009) [29]), scoperti dalla ROSAT All Sky Survey. Questo tipo di stelle di neutroni mostra un'emissione più intensa in banda X, mentre la radiazione in banda radio è completamente assente. È presente, invece, una componente in ottico, ma molto debole rispetto a quella in banda X.

I loro spettri sono termici, tipicamente fittati da una o due componenti di blackbody, e in alcuni casi si osservano delle righe spettrali, forse provenienti da una sottile atmosfera presente sopra la superficie o da assorbimento di ciclotrone protonico.

Le XDINSs sono caratterizzate da periodi P più lunghi e da \dot{P} maggiori rispetto alle rotation powered PSRs: $P \approx 3-11$ s e $\dot{P} \approx 10^{-14}-10^{-13} \text{ s}^{-1}$. Questi valori definiscono una regione ben precisa nel diagramma $P-\dot{P}$ (vedi figura 1.3) e implicano un campo magnetico piuttosto intenso: $B \approx 10^{13}-10^{14}$ G. Da questo punto di vista le XDINSs sono molto simili alle AXPs e ai SGRs, perciò si ipotizza che ci sia un legame, anche se le XDINSs non mostrano l'attività osservata nelle magnetars. Non solo, dal momento che le età caratteristiche sono normalmente maggiori di quelle della magnetars, si può ipotizzare che possano essere delle magnetars invecchiate.

Capitolo 2

Polarizzazione di fotoni in campi magnetici forti

A causa del forte campo magnetico di una NS ($\approx 10^{12} - 10^{15}$ G), in grado di influenzare l'opacità del plasma negli strati più esterni della stella, ci si aspetta che la radiazione emessa dalla superficie presenti un alto grado di polarizzazione intrinseca. Gli osservabili di polarizzazione, ovvero l'angolo e la frazione di polarizzazione, possono essere espressi mediante i parametri di Stokes. Tuttavia le proprietà di polarizzazione osservate da polarimetri a raggi X come IXPE (realizzato in collaborazione tra NASA e ASI e lanciato il 9 dicembre 2021), non coincidono necessariamente con quelle intrinseche a causa, ad esempio, di effetti di depolarizzazione dovuti alla geometria del campo magnetico, alla geometria di vista e a effetti quantistici quali la polarizzazione del vuoto. In questa sezione sarà illustrato come evolve lo stato di polarizzazione della radiazione elettromagnetica che si propaga nel vuoto fortemente magnetizzato.

2.1 Modi di polarizzazione ed effetti della vacuum polarization

In presenza di forti campi magnetici ci si attende che i fotoni siano linearmente polarizzati in due modi normali (vedi ad esempio Harding & Lai (2006) [8]):

- il modo ordinario (O-mode), nel quale il campo elettrico oscilla nel piano contenente il vettore di propagazione \mathbf{k} e il campo magnetico locale \mathbf{B} ;
- il modo straordinario (X-mode), nel quale il campo elettrico oscilla perpendicolarmente sia a \mathbf{k} che a \mathbf{B} .

La definizione dei modi diventa ambigua alla cosiddetta risonanza del vuoto (vacuum resonance) dove i contributi del vuoto e quelli del plasma al tensore dielettrico, che compare nell'equazione d'onda, si equivalgono.

Lo stato iniziale di polarizzazione dei fotoni è influenzato dai processi radiativi che si verificano negli strati superficiali della NS. D'altra parte, in presenza di forti campi magnetici, le proprietà di polarizzazione dei fotoni possono essere modificate dagli effetti della "vacuum polarization" prevista dall'elettrodinamica quantistica (QED). Secondo la QED, infatti, i fotoni possono temporaneamente convertirsi in coppie virtuali elettrone-positrone. Il campo magnetico "polarizza" le coppie, modificando le componenti dei tensori dielettrico e di permeabilità magnetica nel vuoto, ϵ e μ , che altrimenti coinciderebbero con il tensore unitario.

Fissando un sistema di riferimento (x, y, z) con l'asse z lungo la direzione di propagazione \mathbf{k} e l'asse x nel piano \mathbf{kB} , l'evoluzione del campo elettrico è data dall'equazione d'onda che, nell'approssimazione dell'ottica geometrica, può essere ridotto al seguente sistema di equazioni differenziali (Fernández

& Davis (2011) [6]; Taverna et al. (2014) [24]; vedi Heyl & Shaviv (2002) [10] per una trattazione differente ma equivalente):

$$\begin{aligned}\frac{dA_x}{dz} &= \frac{ik_0\delta}{2}(MA_x + PA_y) \\ \frac{dA_y}{dz} &= \frac{ik_0\delta}{2}(PA_x + NA_y).\end{aligned}\quad (2.1)$$

Nell'equazione 2.1, $A = (A_x, A_y) = (a_x e^{-i\phi_x}, a_y e^{-i\phi_y})$ è l'ampiezza complessa del campo elettrico, $k_0 = \omega/c$, con ω la pulsazione del fotone e δ , M , N e P sono quantità adimensionali che dipendono dal campo magnetico (locale). Le espressioni complete per queste quantità adimensionali si possono trovare in Taverna et al. (2014) [24].

Dal precedente sistema notiamo che gli effetti del vuoto magnetizzato inducono variazioni nell'ampiezza del campo elettrico mentre l'onda si propaga. La lunghezza tipica per cui ciò si verifica è:

$$l_A = \frac{2}{k_0\delta} \simeq 100 \left(\frac{B}{10^{11}\text{G}} \right)^{-2} \left(\frac{E}{1\text{keV}} \right)^{-1} \text{ cm} \quad (2.2)$$

dove $E = \hbar\omega$ è l'energia del fotone. Il campo magnetico, a sua volta, varia lungo la traiettoria del fotone, su una lunghezza tipica l_B :

$$l_B = \frac{\mathbf{B}}{|\mathbf{k} \cdot \nabla \mathbf{B}|} \sim r \quad (2.3)$$

dove r è la distanza radiale.

Dalle equazioni 2.2 e 2.3 si evince che vicino alla superficie $l_A \ll l_B$ e la direzione del campo elettrico dell'onda può istantaneamente adattarsi alla variazione locale del campo magnetico, mantenendo lo stato di polarizzazione originale. In tali condizioni si dice che la polarizzazione del fotone evolve adiabaticamente, e la regione dove questo avviene viene chiamata regione adiabatica. Più il fotone si allontana dalla superficie, più l'intensità del campo magnetico diminuisce (se assumiamo un campo magnetico dipolare, essa segue un andamento proporzionale a $r^{-3}\sqrt{1+3\cos^2\theta}$, dove θ è la colatitudine magnetica) e l_A aumenta. Poiché l_B cresce più lentamente di l_A , c'è una regione intermedia nella quale il campo elettrico dell'onda non riesce più a seguire istantaneamente la variazione del campo magnetico. Infine, aumentando sempre di più la distanza, quando $l_A \gg l_B$, la direzione del campo elettrico si "congela", e i modi di polarizzazione cambiano al variare della direzione del campo magnetico lungo la traiettoria del fotone.

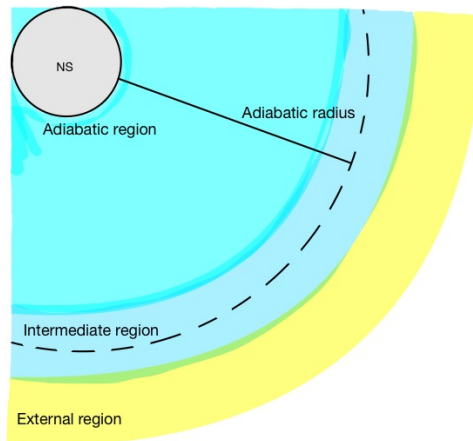


Figura 2.1: Rappresentazione schematica delle varie regioni che caratterizzano la polarizzazione della radiazione emessa da una NS che si propaga nel vuoto magnetizzato.

L'evoluzione dei modi di polarizzazione può essere calcolata integrando le equazioni 2.1 dalla superficie all'infinito (questo è stato l'approccio seguito da Heyl et al. (2003) [11], da Fernández & Davis (2011) [6] da Taverna et al. 2014 [24] e 2020 [25]), ma ciò comporta lunghi tempi computazionali, dato che l'integrazione andrebbe fatta per ogni raggio. Per cui, da ora in avanti, considereremo solo la regione adiabatica e la regione esterna, escludendo quella intermedia, divise nettamente dal raggio adiabatico r_a , definito implicitamente dalla condizione $l_A = l_B$. Considerando un campo magnetico dipolare e una traiettoria del fotone puramente radiale, si ottiene:

$$r_a \simeq 4.8 \left(\frac{B_P}{10^{11} \text{G}} \right)^{2/5} \left(\frac{E}{1 \text{keV}} \right)^{1/5} \left(\frac{R_{NS}}{10 \text{km}} \right)^{1/5} R_{NS} \quad (2.4)$$

dove viene assunto $\cos \theta \approx 1$, R_{NS} è il raggio della NS. Il raggio adiabatico cresce dunque con il campo magnetico e con l'energia dei fotoni, vedi figura 2.2.

2.2 Parametri di Stokes

Un modo conveniente per rappresentare le proprietà di polarizzazione è dato dai parametri di Stokes. Questi, utilizzando lo stesso sistema di riferimento (x, y, z) della sezione 2.1, sono legati alle componenti complesse del campo elettrico come:

$$\begin{aligned} \mathcal{I} &= A_x A_x^* + A_y A_y^* = a_x^2 + a_y^2; \\ \mathcal{Q} &= A_x A_x^* - A_y A_y^* = a_x^2 - a_y^2; \\ \mathcal{U} &= A_x A_y^* + A_y A_x^* = 2a_x a_y \cos(\phi_x - \phi_y); \\ \mathcal{V} &= i(A_x A_y^* - A_y A_x^*) = 2a_x a_y \sin(\phi_x - \phi_y) \end{aligned} \quad (2.5)$$

dove l'asterisco indica il complesso coniugato, \mathcal{I} è l'intensità totale dell'onda associata al fotone, \mathcal{Q} e \mathcal{U} descrivono la polarizzazione lineare e \mathcal{V} la polarizzazione circolare.

Il set dei quattro parametri di Stokes definito per ogni fotone soddisfa in generale la seguente relazione:

$$\mathcal{I}^2 \geq \mathcal{Q}^2 + \mathcal{U}^2 + \mathcal{V}^2;$$

dove l'uguaglianza è soddisfatta se la radiazione è 100% polarizzata e/o monocromatica.

Con la nostra scelta del sistema di riferimento, si ha che $a_x = 0$ per un fotone X-mode e $a_y = 0$ per un fotone O-mode. Normalizzando i parametri, possiamo associare a un fotone straordinario/ordinario i vettori:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathcal{Q}} \\ \bar{\mathcal{U}} \\ \bar{\mathcal{V}} \end{bmatrix}_X = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \begin{bmatrix} \bar{\mathcal{Q}} \\ \bar{\mathcal{U}} \\ \bar{\mathcal{V}} \end{bmatrix}_O = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.6)$$

Si definiscono inoltre i seguenti osservabili che determinano lo stato di polarizzazione: la frazione di polarizzazione:

$$\Pi = \frac{\sqrt{\mathcal{Q}^2 + \mathcal{V}^2 + \mathcal{U}^2}}{\mathcal{I}}, \quad (2.7)$$

e l'angolo di polarizzazione:

$$\chi_p = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{\mathcal{U}}{\mathcal{Q}} \right). \quad (2.8)$$

Nel caso di radiazione polarizzata al 100%, il vettore di polarizzazione descrive in generale un'ellisse nel piano perpendicolare alla direzione di propagazione, che diventa degenera se la polarizzazione è lineare. In ogni caso, assumendo che la radiazione termica sia polarizzata linearmente al 100% il parametro

di Stokes \mathcal{V} è sempre pari a zero all'interno della zona adiabatica. Ciò implica che la polarizzazione circolare può sorgere solo come una conseguenza dell'evoluzione dei modi di polarizzazione nella transizione tra la zona adiabatica e quella esterna. Inoltre, si verifica che, risolvendo le equazioni 2.1 per l'intera regione, la frazione di polarizzazione circolare risultante è molto piccola sia nella banda ottica che nell'X (Taverna et al. (2014) [24]).

2.2.1 Parametri di Stokes per l'intera radiazione

Il vantaggio di utilizzare i parametri di Stokes sta nel fatto che essi sono additivi (Rybicki & Lightman (2004) [22]). In questo modo si possono studiare le proprietà dell'intera radiazione sommando i parametri di ogni singolo fotone. C'è da notare, tuttavia, che le quantità in questione sono definite in un preciso sistema di riferimento, ovvero il sistema (x, y, z) definito sopra, con z lungo la direzione di propagazione e x nel piano $k-B$. Il sistema dunque cambia da fotone a fotone poiché per fotoni emessi da punti diversi della superficie, la direzione di oscillazione di un fotone ordinario (o straordinario) sarà in generale diversa (dal momento che la direzione di \mathbf{B} cambia in generale da un punto all'altro della regione emittente). Si dovrà dunque riportare i parametri di Stokes allo stesso sistema di riferimento prima di sommarli insieme.

Il campo magnetico non è generalmente uniforme, ma varierà a seconda della topologia. Essa, vicino alla superficie di una stella di neutroni, non è nota in generale. Ci si può aspettare che sia data dalla sovrapposizione di diversi multipoli, a partire dal dipolo. Tuttavia il dipolo scala come r^{-3} , mentre i multipoli successivi scalano con potenze inverse di r superiori a 3, quindi è ragionevole assumere che a distanze maggiori di R_{NS} sopravviva solo la componente di dipolo.

Dal momento che la direzione del campo elettrico nella regione adiabatica cambia istantaneamente, mentre è fissa nella regione esterna, ciò che è rilevante è la direzione di \mathbf{B} nel punto dove il fotone interseca il limite adiabatico r_a , non tanto quella nel punto di emissione. Il raggio adiabatico r_a può essere parametrizzato dall'equazione 2.4, pertanto sarà maggiore per stelle con campi magnetici più intensi, e, per B_P fissato, sarà minore per fotoni meno energetici, come si può notare in figura 2.2 (da Taverna et al. (2015) [26]).

Possiamo prendere in esame i sistemi di riferimento (x_i, y_i, z_i) dei singoli fotoni dove sono definiti i parametri di Stokes ad $r = r_a$. Gli assi z_i puntano tutti nella stessa direzione lungo \mathbf{k} , la quale coincide con la linea di vista (LOS) dell'osservatore, mentre gli assi x_i e y_i puntano ciascuno in una direzione diversa per ogni fotone. Come detto sopra, è necessario trovare un unico sistema di riferimento per poter sommare i parametri di Stokes dei singoli fotoni; pertanto se ne può considerare uno, (u, v, w) , che coincida con quello del polarimetro. u e v giacciono nel piano del detector (perpendicolare alla linea di vista), mentre w coincide con \mathbf{k} . Dal momento che gli assi x, y e u, v sono tutti perpendicolari alla LOS, la trasformazione richiesta è una semplice rotazione di un angolo α_i attorno all'asse verticale, con $\cos(\alpha_i) = \mathbf{u} \cdot \mathbf{x}_i$. In figura 2.3 viene riportata una visualizzazione grafica del sistema di riferimento utilizzato.

Si dimostra che, sotto l'effetto di una rotazione del sistema di riferimento, i parametri di Stokes trasformano come (Rybicki & Lightman (2004) [22]):

$$\begin{aligned} I_i &= \overline{I}_i; \\ Q_i &= \overline{Q}_i \cos(2\alpha_i) + \overline{U}_i \sin(2\alpha_i); \\ U_i &= \overline{U}_i \cos(2\alpha_i) - \overline{Q}_i \sin(2\alpha_i). \end{aligned} \quad (2.9)$$

Nel caso in cui i fotoni emessi dalla sorgente, all'interno della regione adiabatica, sono polarizzati nel modo O o X al 100% (e dunque $\overline{Q}_i = \pm 1$ rispettivamente e $\overline{U}_i = 0$, vedi equazione 2.6), i parametri di

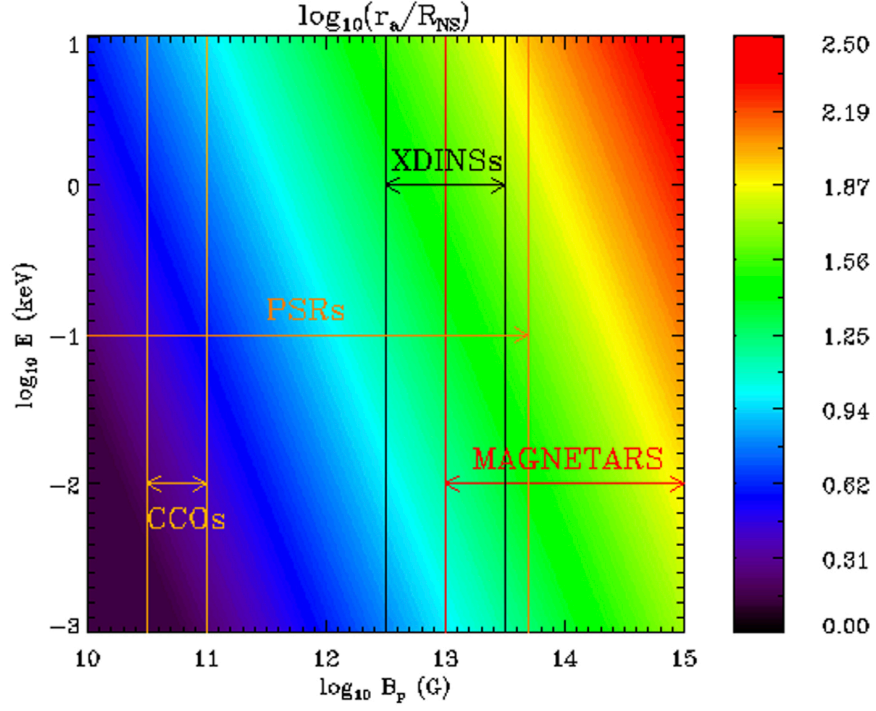


Figura 2.2: Grafico che mostra l'andamento del raggio adiabatico r_a in funzione dell'intensità del campo magnetico e dell'energia del fotone [26]. Sono mostrati, inoltre, i tipici range di B_P per differenti classi di NS, le magnetars, le X-ray Dim Isolated Neutron Stars (XDINSs), le radio pulsars (PSRs) e i Central Compact Objects (CCOs).

Stokes raccolti dal polarimetro sono:

$$\begin{aligned}
 Q &= \sum_{i=1}^N Q_i = \sum_{i=1}^{N_O} \cos(2\alpha_i) - \sum_{j=1}^{N_X} \cos(2\alpha_j); \\
 U &= \sum_{i=1}^N U_i = \sum_{j=1}^{N_X} \sin(2\alpha_j) - \sum_{i=1}^{N_O} \sin(2\alpha_i).
 \end{aligned}
 \tag{2.10}$$

dove N_X e N_O sono rispettivamente il numero di fotoni X e O; il numero totale di fotoni raccolti N è pari alla somma $N_X + N_O$.

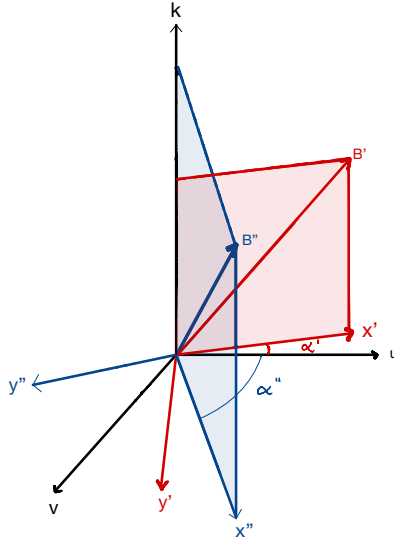


Figura 2.3: Rappresentazione grafica dei sistemi di riferimento introdotti nel testo.

2.2.2 Osservabili di polarizzazione

Lo stato di polarizzazione può essere descritto dai due osservabili introdotti nella precedente sezione, la frazione di polarizzazione e l'angolo di polarizzazione, eq. 2.7 e 2.8. Nel caso della frazione di polarizzazione, $\mathcal{V} = 0$ dato che si assume che non vi sia polarizzazione circolare. Si ridefinisce quindi Π come:

$$\Pi = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2}}{I}, \quad (2.11)$$

Quest'ultima non è in generale equivalente al rapporto $|N_X - N_O|/N$ che esprime la frazione di polarizzazione intrinseca della sorgente. Ciò avverrebbe solo se tutti gli angoli α_i fossero uguali, ovvero se il campo magnetico fosse uniforme nell'intera regione di emissione. Infatti, sostituendo nell'equazione 2.11 le espressioni 2.10 e indicando con α_0 l'angolo α_i comune a tutti i fotoni si ottiene:

$$\Pi = \frac{\sqrt{(N_O - N_X)^2 \cos^2(2\alpha_0) + (N_X - N_O)^2 \sin^2(2\alpha_0)}}{N} = \frac{|N_O - N_X|}{N}, \quad (2.12)$$

e sotto le stesse ipotesi si ottiene l'angolo di polarizzazione:

$$\chi_P = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{(N_X - N_O) \sin(2\alpha_0)}{(N_O - N_X) \cos(2\alpha_0)} \right] = -\alpha_0. \quad (2.13)$$

Il rapporto $|N_X - N_O|/N$ è tale che sia massimo (100%) se tutti i fotoni sono polarizzati nel modo O o nel modo X, mentre sarà 0 per un numero uguale di fotoni in modo O e X. L'angolo di polarizzazione, invece, rappresenta l'inclinazione del vettore di polarizzazione, con un range da 0° a 180° , nel piano $u-v$ ortogonale alla LOS. In generale, comunque, entrambi gli osservabili dipendono dalla distribuzione degli angoli α_i , i quali sono determinati dalla geometria del campo magnetico. In questo caso, da Taverna et

al. (2015) [26], le equazioni 2.8, 2.10 e 2.11 danno:

$$\begin{aligned} \Pi = \frac{1}{N} & \left[N + 2 \sum_i \sum_{k>i} \cos(2\alpha_i - 2\alpha_k) \right. \\ & + 2 \sum_j \sum_{r>j} \cos(2\alpha_j - 2\alpha_r) \\ & \left. - 2 \sum_i \sum_j \cos(2\alpha_i - 2\alpha_j) \right]^{1/2}, \end{aligned} \quad (2.14)$$

dove $i, k = 1, \dots, N_O$ e $j, r = 1, \dots, N_X$, mentre l'angolo di polarizzazione risulta:

$$\chi_P = \frac{1}{2} \arctan \left[- \frac{\sum_{j=1}^{N_X} \sin(2\alpha_j) - \sum_{i=1}^{N_O} \sin(2\alpha_i)}{\sum_{j=1}^{N_X} \cos(2\alpha_j) - \sum_{i=1}^{N_O} \cos(2\alpha_i)} \right]. \quad (2.15)$$

Si nota che nel caso generale il grado di polarizzazione è più basso di quello intrinseco per effetto degli angoli α_i diversi tra loro. Quindi, a causa della geometria del campo magnetico, vi è un effetto di depolarizzazione. Tuttavia, aumentando r_a , la QED può mitigare la depolarizzazione; infatti, più è grande il raggio adiabatico, più uniforme è il campo magnetico sulla superficie della sfera adiabatica e dunque gli angoli α_i saranno più uguali tra di loro. Se, invece, il raggio adiabatico è molto piccolo, ovvero per B della stella basso o per fotoni di bassa energia, allora il campo magnetico è più disordinato e gli angoli α_i saranno molto diversi tra loro.

Capitolo 3

Rotating Vector Model

Se si assume che la polarizzazione della radiazione che si osserva sia dovuta alla presenza del campo magnetico, la direzione di polarizzazione è determinata dalla direzione del campo, cioè dalle linee di campo. Dato che i fotoni che si osservano sono quelli che giungono lungo la linea di vista, e quindi il campo elettrico di tali fotoni oscilla nel piano ad essa perpendicolare, è chiaro che la direzione di polarizzazione è definita dalla proiezione delle linee del campo magnetico nel piano perpendicolare alla direzione dell'osservatore. In particolare, quando si sommano i contributi dei singoli fotoni all'infinito è come se si riducesse la radiazione ad un unico fotone, con un campo elettrico che oscilla in una certa direzione, che si ottiene dall'angolo di polarizzazione complessivo. Sommando questo al fatto che la stella ruota attorno ad un asse che non è necessariamente allineato con l'asse del dipolo magnetico, si può immaginare che, al variare della fase di rotazione, il vettore di polarizzazione dell'intera radiazione si muova attorno alla linea di vista, mimando una rotazione. Inoltre, la variazione di direzione del vettore di polarizzazione sarà diversa a seconda dell'inclinazione relativa della LOS e dell'inclinazione dell'asse magnetico rispetto all'asse di rotazione della stella. Questi concetti e assunzioni illustrano il *Rotating Vector Model* (RVM), un modello che descrive la variazione di direzione del vettore di polarizzazione con la fase di rotazione nel piano perpendicolare alla linea di vista.

Esso è stato proposto nel 1969 da Radhakrishnan & Cooke [20] per spiegare la variazione dell'angolo di polarizzazione misurato nel radio nel caso di emissione da una regione (quasi) puntiforme della superficie delle pulsars. Con questa approssimazione, e per stelle di neutroni con rotazione lenta, è stata ricavata in Poutanen (2020) [19] un'equazione che esprime $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ della stella:

$$\tan \chi_P = \frac{\sin \xi \sin \gamma}{\sin \chi \cos \xi - \cos \chi \sin \xi \cos \gamma} \quad (3.1)$$

dove ξ è l'angolo formato dall'asse dello spin e dall'asse del dipolo magnetico e χ è l'angolo formato dall'asse dello spin e dalla direzione della LOS.

Come accennato, le prime applicazioni del RVM hanno riguardato le misure di polarizzazione della radiazione radio dalle pulsar. I primi tentativi, invece, di misura degli osservabili di polarizzazione in banda X avvennero con il satellite OSO-8, ma la scarsa sensibilità della strumentazione non diede risultati conclusivi (Weisskopf et al. (1978) [32]; Hughes, Long & Novick (1984) [12]; Dean et al. (2008) [3] e Kislat et al. (2015) [14]). Il recente lancio della missione NASA-ASI IXPE (Imaging X-ray Polarimetry Explorer), vedi Weisskopf et al. (2022) [31], invece, ha permesso di misurare la frazione e l'angolo di polarizzazione in diverse sorgenti astrofisiche che contengono stelle di neutroni (sia isolate che in sistemi binari, vedi per esempio Taverna et al. (2022) [27], Doroshenko et al. (2022) [4] e Zane et al. (2023) [33]). Nella quasi totalità dei casi, la variazione dell'angolo di polarizzazione con la fase rotazionale è in accordo con le predizioni del RVM.

Un limite dell'RVM esposto finora è quello di prendere in considerazione regioni emittenti molto piccole. Nella prossima sezione si andrà a verificare che prendendo in esame una regione estesa della

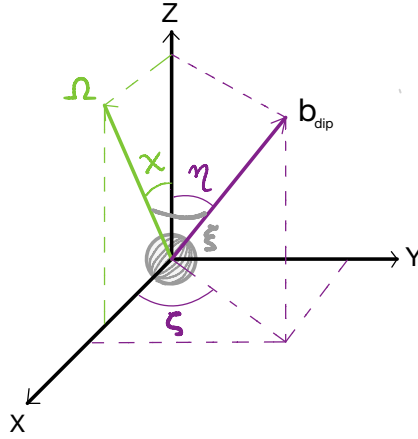


Figura 3.1: Visualizzazione grafica del sistema di riferimento dell'osservatore.

superficie, in certe condizioni, si ottiene la stessa equazione 3.1 per $\tan \chi_P$. Per fare ciò si considereranno i parametri di Stokes presentati nel capitolo precedente, si assumerà che l'emissione sia quella di un corpo nero isotropo e il campo magnetico sia dipolare.

3.1 RVM applicato a regioni estese

Per la geometria del problema sono importanti tre direzioni principali, ossia la linea di vista, l'asse magnetico e l'asse di rotazione. Da questi si costruiscono tre sistemi di riferimento, tutti con l'asse verticale lungo la direzione di propagazione \mathbf{k} (che coincide con la LOS):

- Il sistema di riferimento locale del fotone, con l'asse x lungo la proiezione del campo magnetico locale \mathbf{B} e l'asse y ortogonale a x e \mathbf{k} ;
- Il sistema di riferimento della LOS, con l'asse X lungo la proiezione dello spin della stella Ω nel piano perpendicolare a \mathbf{k} e l'asse Y ortogonale a \mathbf{k} e X ;
- Il sistema di riferimento del polarimetro, con l'asse u coincidente con l'asse del polarimetro nel piano del cielo e l'asse v ortogonale a \mathbf{k} e u .

Una rappresentazione grafica del sistema di riferimento della LOS viene presentata in figura 3.2, mentre per il grafico del sistema di riferimento del polarimetro e del fotone si veda la figura 2.3.

In figura 3.1, l'angolo χ è l'angolo tra l'asse dello spin e la LOS mentre ξ , come definito sopra, è l'angolo tra l'asse dello spin e l'asse del dipolo magnetico (versore \mathbf{b}_{dip}). Si introducono, inoltre, gli angoli polari η e ζ che fissano la direzione di \mathbf{b}_{dip} rispetto a \mathbf{k} .

Per effettuare i calcoli è opportuno scegliere il sistema di riferimento della LOS XYk . Esso è infatti il più intuitivo, dato che differisce da quello dello strumento per una rotazione attorno alla LOS di un angolo fisso ψ . In questo sistema il campo magnetico locale \mathbf{B} nel punto in cui il fotone interseca il raggio adiabatico ha coordinate:

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{bmatrix}.$$

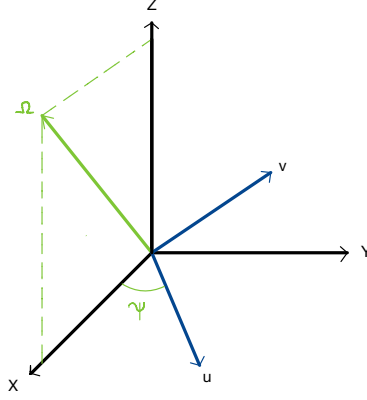


Figura 3.2: Visualizzazione grafica dei sistemi di riferimento XYZ e uvw .

Come si può osservare in figura 3.2, quindi, le componenti dei versori \vec{u} e \vec{v} nel sistema di riferimento della LOS sono:

$$\vec{u} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix}, \quad \vec{v} = \begin{bmatrix} -\sin \psi \\ \cos \psi \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.2)$$

Gli assi x e y cambiano per ciascun fotone e sono definiti una volta fissata la geometria del campo magnetico; nel sistema della LOS si possono esprimere come:

$$\vec{x} = \frac{\vec{B} - (\vec{k} \cdot \vec{B})\vec{k}}{|\vec{B} - (\vec{k} \cdot \vec{B})\vec{k}|}, \quad \vec{y} = \vec{k} \times \vec{x} \quad (3.3)$$

dove \vec{k} è il versore della LOS e

$$\vec{B} - (\vec{k} \cdot \vec{B})\vec{k} = \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ B_Z \end{bmatrix} - B_Z \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ 0 \end{bmatrix} \implies |\vec{B} - (\vec{k} \cdot \vec{B})\vec{k}| = \sqrt{B_X^2 + B_Y^2}$$

e dunque \vec{x} nell'equazione 3.3 diventa:

$$\vec{x} = \frac{1}{\sqrt{B_X^2 + B_Y^2}} \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.4)$$

L'angolo α , di cui il sistema di riferimento del fotone xyz deve essere ruotato per coincidere con quello del polarimetro, si ottiene dunque semplicemente come prodotto scalare tra \vec{u} e \vec{x} :

$$\cos \alpha = \vec{u} \cdot \vec{x} = \begin{bmatrix} \cos \psi \\ \sin \psi \\ 0 \end{bmatrix} \cdot \frac{1}{\sqrt{B_X^2 + B_Y^2}} \begin{bmatrix} B_X \\ B_Y \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{B_X \cos \psi + B_Y \sin \psi}{\sqrt{B_X^2 + B_Y^2}}. \quad (3.5)$$

Di conseguenza risulta:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - \cos^2 \alpha} = \frac{B_X \sin \psi - B_Y \cos \psi}{\sqrt{B_X^2 + B_Y^2}}. \quad (3.6)$$

L'indeterminazione del segno di α è risolta considerando il segno di $\vec{v} \cdot \vec{x}$, dove \vec{v} viene definito nell'equazione 3.2: se il segno è positivo, allora la rotazione avverrà di un angolo $-\alpha$.

3.1.1 Somma dei parametri di Stokes e angolo di polarizzazione

Nel sistema di riferimento locale del fotone si sono definiti nel capitolo precedente 2.2.1 i parametri e i vettori di Stokes, ricavando l'espressione per l'angolo di polarizzazione nell'ipotesi che il campo magnetico sia uniforme (quindi $\alpha_i = \alpha_0$ per ogni i) e nel caso più generale (equazioni 2.13 e 2.15). Il primo caso è valido se si considera una superficie emittente molto piccola (hot spot), così da poter considerare di fatto il campo magnetico uniforme. Questo è esattamente l'approccio di Radhakrishnan & Cooke, per il quale risulta:

$$\tan \chi_P = -\tan \alpha_0 = -\frac{\sin \alpha_0}{\cos \alpha_0}. \quad (3.7)$$

Se si considera un campo magnetico uniforme, si possono sostituire $\sin \alpha$ e $\cos \alpha$ nell'equazione 3.7 con le espressioni 3.5 e 3.6. In questo modo si ottiene così:

$$\tan \chi_P = -\frac{B_X \sin \psi - B_Y \cos \psi}{B_X \cos \psi + B_Y \sin \psi}. \quad (3.8)$$

Senza perdere di generalità si può assumere che l'asse del polarimetro sia allineato con la proiezione dell'asse dello spin nel piano del cielo, il che implica $\psi = 0$:

$$\implies \tan \chi_P = \frac{B_Y}{B_X}. \quad (3.9)$$

Si assume ora che l'angolo di polarizzazione sia definito lontano dalla superficie, dove il campo magnetico non cambia significativamente ed è ben descritto da un dipolo. B_X e B_Y perciò variano con gli angoli, non essendo il campo magnetico uniforme ma dipolare, tuttavia la loro variazione non è drammatica. L'equazione 3.9 può essere perciò generalizzata integrando il numeratore e il denominatore su tutti i possibili valori che θ e ϕ possono assumere per la parte di superficie in vista (e quindi su metà superficie), il che corrisponde a sommare su tutti i fotoni (dato che si assume che ogni singolo fotone provenga in generale da un punto diverso della regione di emissione):

$$\tan \chi_P = \frac{\int B_Y d\theta d\phi}{\int B_X d\theta d\phi}. \quad (3.10)$$

Risulta conveniente esprimere le componenti del campo magnetico in un sistema di riferimento (p, q, t) con l'asse t lungo \mathbf{b}_{dip} , asse del dipolo magnetico, scegliendo p e q come nell'Appendice B di Taverna et al. 2015 [26] (vedi figura 3.3). Le loro espressioni nel sistema di riferimento della LOS, sistema nel quale stiamo effettuando tutti i calcoli, sono:

$$\vec{p} = \begin{bmatrix} -\sin \chi \sin \xi - \cos \chi \cos \xi \cos \gamma \\ \cos \xi \sin \gamma \\ \sin \chi \cos \xi \cos \gamma - \cos \chi \sin \xi \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

$$\vec{q} = \begin{bmatrix} -\cos \chi \sin \gamma \\ -\cos \gamma \\ \sin \chi \sin \gamma \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\vec{t} = \vec{b}^{dip} = \begin{bmatrix} \sin \chi \cos \xi - \cos \chi \sin \xi \cos \gamma \\ \sin \xi \sin \gamma \\ \cos \chi \cos \xi + \sin \chi \sin \xi \cos \gamma \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

dove γ è la fase rotazionale.

Nel nostro caso di campo magnetico dipolare, le componenti polari del campo magnetico nel sistema di riferimento \vec{b}^{dip} sono:

$$\vec{B}^{pol} = \begin{bmatrix} B_r \\ B_\theta \\ B_\phi \end{bmatrix} = \frac{B_P}{2} \left(\frac{R_{NS}}{r_a} \right)^3 \begin{bmatrix} 2 \cos \theta \\ \sin \theta \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.14)$$

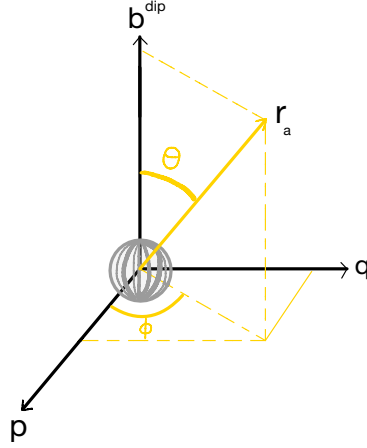


Figura 3.3: Visualizzazione grafica del sistema di riferimento pqt .

dove θ è la colatitudine magnetica.

Da Taverna et al. (2015) [26], le componenti cartesiane B_p , B_q , B_t si ottengono da B_r , B_θ e B_ϕ come:

$$B_p = \sin \theta \cos \phi B_r + \cos \theta \cos \phi B_\theta - \sin \phi B_\phi, \quad (3.15)$$

$$B_q = \sin \theta \sin \phi B_r + \cos \theta \sin \phi B_\theta + \cos \phi B_\phi, \quad (3.16)$$

$$B_t = \cos \theta B_r - \sin \theta B_\theta; \quad (3.17)$$

dove ϕ è l'azimut magnetico.

Le coordinate di B nel piano perpendicolare alla LOS (B_X e B_Y) si ottengono da quelle cartesiane nel sistema di \vec{b}^{dip} tramite un cambiamento di base, che si esprime come (vedi Taverna et al. (2015) [26]):

$$B_X = B_p p_X + B_q q_X + B_t t_X, \quad (3.18)$$

$$B_Y = B_p p_Y + B_q q_Y + B_t t_Y. \quad (3.19)$$

Per ricavare l'angolo di polarizzazione, quindi, si sostituiscono B_r , B_θ e B_ϕ (equazione 3.14) nelle espressioni per B_p , B_q e B_t (equazioni 3.15, 3.16, 3.17) e si va a integrare in $d\theta$ e $d\phi$ su tutta la superficie in vista della stella, e quindi, assumendo che l'emissione provenga da tutta la superficie della stella, su metà superficie¹.

Integrando l'equazione 3.19 in $d\theta d\phi$ si ha:

$$\int B_Y d\theta d\phi = \int (B_p p_Y + B_q q_Y + B_t t_Y) d\theta d\phi.$$

¹Per semplicità non si considerano gli effetti della relatività generale, per effetto dei quali anche i fotoni che vengono emessi oltre il terminatore classico riescono ad arrivare al polarimetro. Tuttavia, analiticamente, se si estende il dominio di integrazione da $0 - \epsilon$ a $\pi + \epsilon$, per motivi di simmetria, il risultato non cambia. Inoltre, il calcolo numerico che include gli effetti di ray-bending (in Taverna et al. (2015) [26]) giunge agli stessi risultati.

Separando i diversi addendi e portando fuori dall'integrale p_Y (che dipende solo dagli angoli χ , ξ e γ), l'integrale del primo addendo dà:

$$\begin{aligned}
p_Y \int B_p d\theta d\phi &= p_Y \int (\sin \theta \cos \phi B_r + \cos \theta \cos \phi B_\theta - \sin \phi B_\phi) d\theta d\phi \\
&= p_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{r_a^3} \left(\int_0^\pi \cos \phi d\phi \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^\pi \cos \phi d\phi \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta \right) \\
&= p_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{2r_a^3} \left([\sin \phi]_0^\pi [\sin 2\theta]_0^\pi + \frac{1}{2} [\sin \phi]_0^\pi [\sin 2\theta]_0^\pi \right) \\
&= 0,
\end{aligned}$$

essendo l'integrale del prodotto $\sin \theta \cos \theta$ su mezzo periodo nullo. Allo stesso modo:

$$\begin{aligned}
q_Y \int B_q d\theta d\phi &= q_Y \int (\sin \theta \sin \phi B_r + \cos \theta \sin \phi B_\theta + \cos \phi B_\phi) d\theta d\phi \\
&= q_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{r_a^3} \left(\int_0^\pi \sin \phi d\phi \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta + \frac{1}{2} \int_0^\pi \sin \phi d\phi \int_0^\pi \sin \theta \cos \theta d\theta \right) \\
&= q_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{2r_a^3} \left([-\cos \phi]_0^\pi [\sin 2\theta]_0^\pi + \frac{1}{2} [-\cos \phi]_0^\pi [\sin 2\theta]_0^\pi \right) \\
&= 0,
\end{aligned}$$

essendo ancora i due addendi moltiplicati per l'integrale del prodotto $\sin \theta \cos \theta$ su mezzo periodo che è nullo. Invece:

$$\begin{aligned}
t_Y \int B_t d\theta d\phi &= t_Y \int (\cos \theta B_r - \sin \theta B_\theta) d\theta d\phi \\
&= t_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{r_a^3} \int_0^\pi \cos^2 \theta d\theta \int_0^\pi d\phi - t_Y B_P \frac{R_{NS}^3}{2r_a^3} \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \int_0^\pi d\phi \\
&= t_Y B_P \frac{\pi R_{NS}^3}{2 r_a^3} \left(\int_0^\pi (1 + \cos 2\theta) d\theta - \frac{1}{2} \int_0^\pi (1 - \cos \theta) d\theta \right) \\
&= t_Y \frac{\pi}{2} B_P \frac{R_{NS}^3}{r_a^3} \left(\pi + \left[\frac{\sin 2\theta}{2} \right]_0^\pi - \frac{\pi}{2} + \left[\frac{\sin 2\theta}{4} \right]_0^\pi \right) \\
&= t_Y \frac{\pi^2}{4} B_P \frac{R_{NS}^3}{r_a^3}.
\end{aligned}$$

Analogamente si risolve l'integrale di B_X :

$$\int B_X d\theta d\phi = \int (B_p p_X + B_q q_X + B_t t_X) d\theta d\phi,$$

che porta a risultati del tutto simili a quelli scritti sopra per l'integrale di B_Y .

Dopo aver integrato sulla parte in vista, nell'espressione di $\tan \chi_P$ resta:

$$\tan \chi_P = \frac{t_Y}{t_X} = \frac{\sin \xi \sin \gamma}{\sin \chi \cos \xi - \cos \chi \sin \xi \cos \gamma}. \quad (3.20)$$

Questo risultato coincide con l'espressione dell'angolo di polarizzazione per il Rotating Vector Model riportato in Poutanen (2020) [19] nel limite di stelle di neutroni con con bassa velocità di rotazione (RVM non relativistico).

I grafici 3.4 e 3.5 riportano l'andamento di χ_P in funzione della fase γ per $\chi = 90^\circ$ e diversi valori di ξ , indicati in legenda. I grafici 3.6 e 3.7 invece riportano l'andamento di χ_P in funzione della fase γ per $\xi = 45^\circ$ e diversi valori di ξ , indicati in legenda.

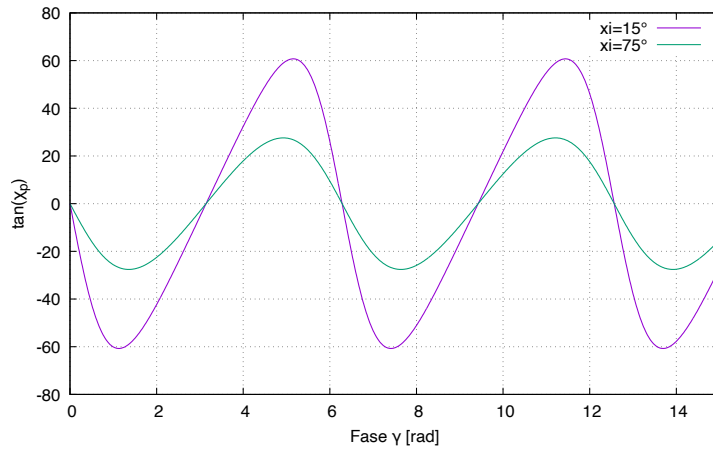


Figura 3.4: Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\chi = 90^\circ$ e $\xi = 15^\circ$ e $\xi = 75^\circ$.

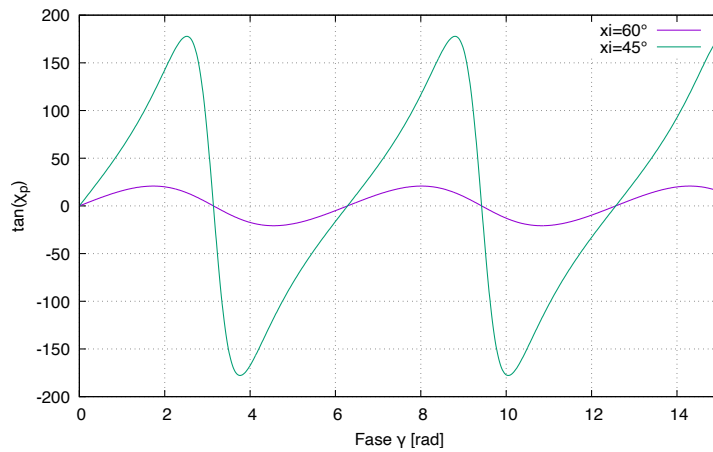


Figura 3.5: Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\chi = 90^\circ$ e $\xi = 45^\circ$ e $\xi = 60^\circ$.

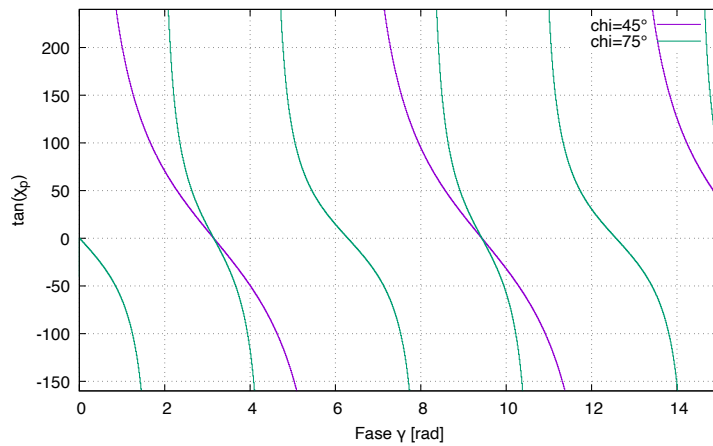


Figura 3.6: Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\xi = 45^\circ$ e $\chi = 45^\circ$ e $\chi = 75^\circ$.

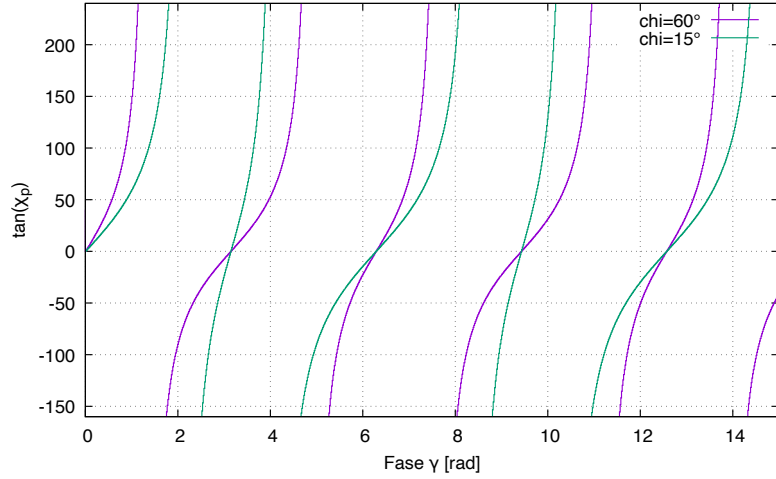


Figura 3.7: Angolo di polarizzazione χ_P in funzione della fase γ per $\xi = 45^\circ$ e $\chi = 60^\circ$ e $\chi = 15^\circ$.

3.2 Osservazioni

Per arrivare all'equazione 3.10, e quindi di conseguenza all'equazione 3.20, a partire dall'equazione 3.7 si è ipotizzato che si sia a grandi distanze dalla superficie della stella. A queste distanze il campo magnetico, assunto dipolare, non varia in maniera rilevante, per cui si ritiene ragionevole generalizzare l'equazione 3.7, valida per campi uniformi. Per verificare la bontà di tale approssimazione si è implementato un codice che calcola $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ in due modi: il primo, quello "esatto", considera i fotoni polarizzati tutti nello stesso modo e ricava $\tan \chi_P$ dall'equazione generale 2.15, mentre il secondo, quello "approssimato", deriva $\tan \chi_P$ con l'approssimazione considerata. I seguenti grafici 3.8 e 3.9 mostrano l'andamento di $\tan \chi_P$ calcolata nei due modi. Come si può osservare le due curve sono pressochè coincidenti e pertanto l'approssimazione, nelle ipotesi fatte, risulta buona.

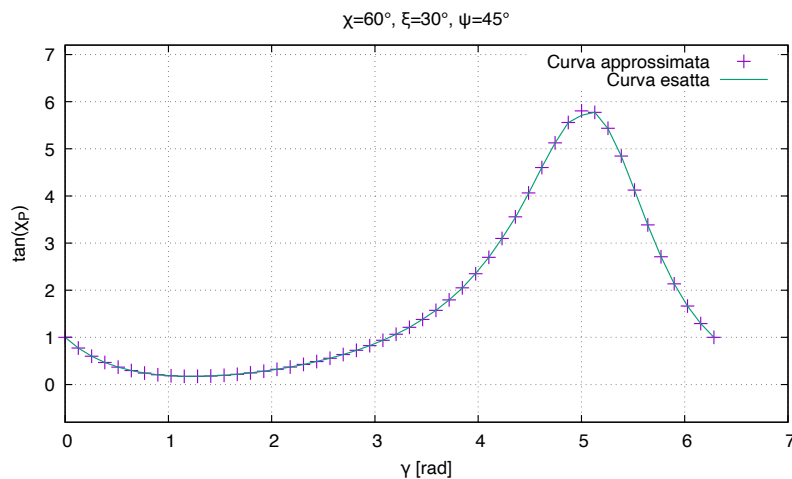


Figura 3.8: $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". La geometria scelta è: $\chi = 60^\circ$, $\xi = 30^\circ$ e $\psi = 45^\circ$.

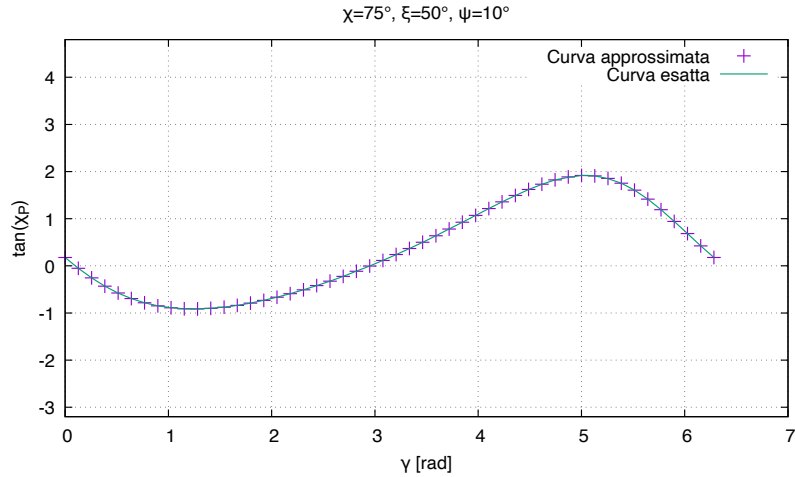


Figura 3.9: $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$.

Se si restringe la zona emittente della stella a un hotspot (e quindi si considera nel codice un range angolare ristretto in cui θ e ϕ variano, ad esempio, tra 10° e 12°), si ritorna al caso studiato in Poutanen (2020) [19]. Come è naturale aspettarsi, anche in questo caso le due curve che rappresentano l'andamento di $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ collimano, vedi figura 3.10.

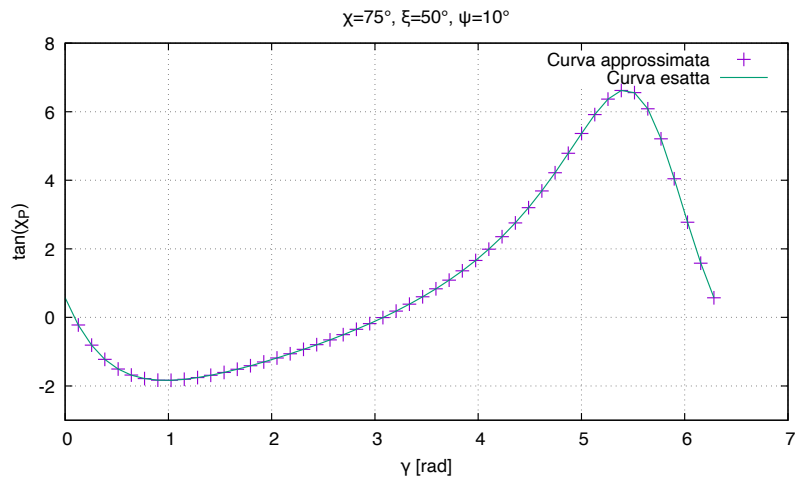


Figura 3.10: $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". In questo caso la regione emittente è quasi puntiforme. La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$.

Invece, se si considera $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$, ovvero un caso in cui la simmetria Nord-Sud non è preservata, l'approssimazione non è più valida e le due curve non coincidono, vedi figura 3.11.

Si può quindi dedurre che l'RVM non funziona per tutte le superfici estese generiche: il requisito fondamentale è che la regione emittente conservi la simmetria Nord-Sud nel sistema del campo magnetico. Negli esempi mostrati sopra, questo è garantito dal fatto di aver assunto un campo magnetico dipolare (il che è una buona approssimazione a grandi distanze dalla superficie, come ad esempio al raggio adiabatico).

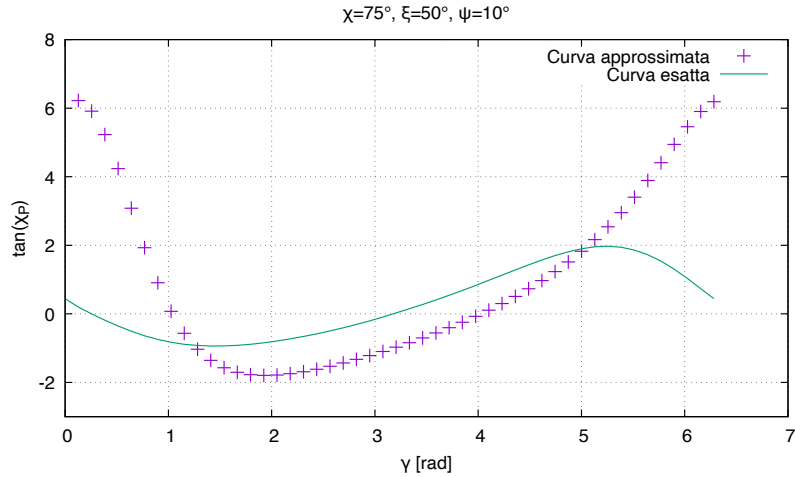


Figura 3.11: $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ricavata dal codice nei due modi "esatto" e "approssimato". In questo caso θ varia da 0° a 90° e la simmetria Nord-Sud non è preservata. La geometria scelta è: $\chi = 75^\circ$, $\xi = 50^\circ$ e $\psi = 10^\circ$.

3.3 Verifiche sperimentali

A conferma dei risultati ottenuti, il recente lancio della missione NASA-ASI IXPE (Imaging X-ray Polarimetry Explorer) ha permesso di misurare la frazione e l'angolo di polarizzazione in diverse sorgenti astrofisiche che contengono stelle di neutroni. Sono state osservate, ad esempio, le magnetar 4U 0142+61, 1RXS J170849.0-400910 ed Her X-1 tra il 31 gennaio 2022 e il 27 febbraio 2022. I dati raccolti hanno permesso di verificare l'andamento dell'angolo di polarizzazione in funzione della fase con emissione da regioni estese. I seguenti grafici 3.12 e 3.13 riportano tale andamento e in entrambi i casi esso è fittabile da un RVM:

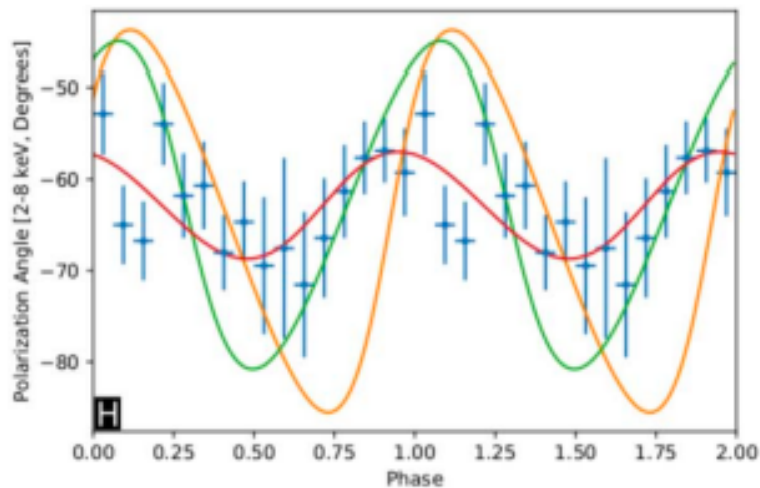


Figura 3.12: Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su 1RXS J170849.0-400910 (vedi Zane et al. 2022 [33]). La curva rossa mostra il best fit del RVM.

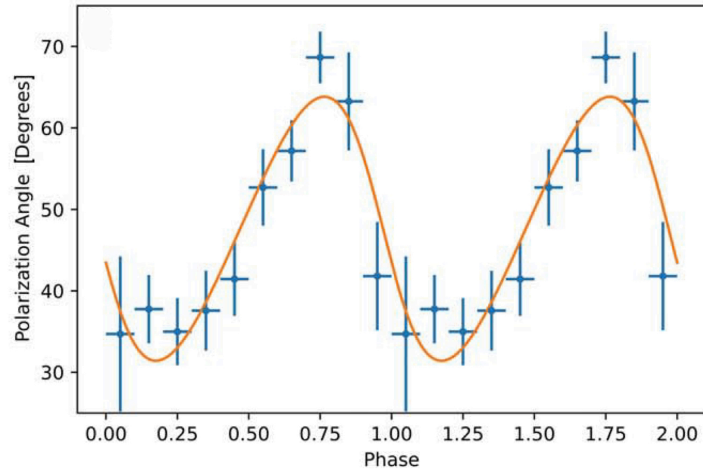


Figura 3.13: Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su 4U 0142+61 (vedi Taverna et al. 2022 [27]). La curva arancione mostra il best fit del RVM.

Come si può osservare dai grafici, la variazione dell'angolo di polarizzazione con la fase rotazionale è in accordo con le previsioni dell'RVM, nonostante la regione emittente sia estesa e non vincolata a un hotspot. Anche per quanto riguarda la magnetar Her X-1, in cui la superficie emittente considerata non è una superficie estesa come nel caso delle due magnetars, l'andamento dell'angolo di polarizzazione con la fase rotazionale è fittabile da un RVM, vedi figura 3.14.

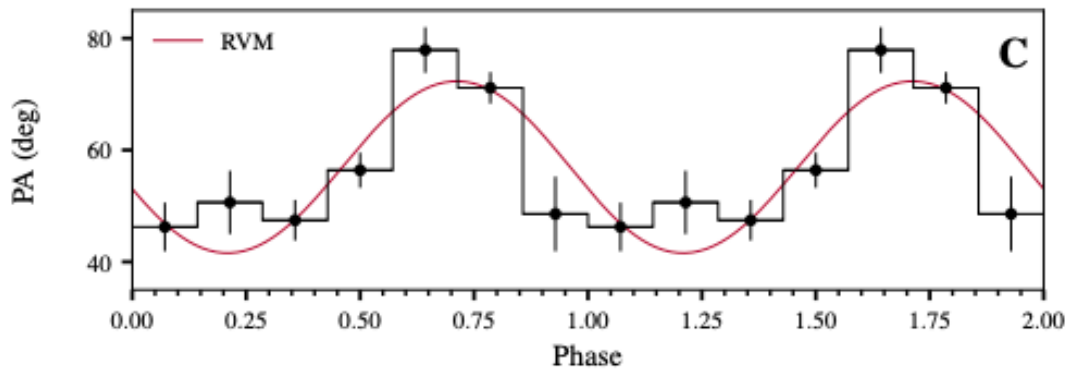


Figura 3.14: Angolo di polarizzazione in funzione della fase ricavato da misure effettuate dall'IXPE su Her X-1 (vedi Doroshenko et al. 2022 [4]). La curva rossa rappresenta il best fit del RVM.

Discussione e conclusioni

Il Rotating Vector Model fu proposto inizialmente da Radakrishnan & Cooke nel 1969 per descrivere la variazione di direzione del vettore di polarizzazione nel piano perpendicolare alla linea di vista nel caso di emissione da una regione (quasi) puntiforme della superficie della stella. Per stelle di neutroni con rotazione lenta, è stata ricavata in Poutanen (2020) [19] un'equazione che esprime l'angolo di polarizzazione in funzione della fase γ della stella (vedi equazione 3.1).

Nel capitolo precedente è stato mostrato che il Rotating Vector Model predice correttamente l'evoluzione rotazionale dell'angolo di polarizzazione anche facendo cadere l'ipotesi di emissione puntiforme, ovvero se la radiazione è emessa da una regione estesa della superficie. Questo, però è valido sotto opportune condizioni. Innanzitutto si è ipotizzato che l'angolo di polarizzazione sia definito lontano dalla superficie, e che dunque il campo magnetico non cambi significativamente con il variare degli angoli e sia dipolare. Sotto questa ipotesi si può generalizzare l'equazione 3.7, valida per qualsiasi frazione di polarizzazione intrinseca, al caso in cui si consideri tutta la superficie emittente. Dall'equazione 3.7, quindi, si è arrivati all'equazione 3.10, in cui si sono integrati numeratore e denominatore, ovvero B_X e B_Y (componenti del campo magnetico nel sistema della LOS, definite nel punto in cui il fotone interseca il raggio adiabatico), in $d\theta d\phi$ su metà superficie. Si è assunto che sia tutta la superficie ad emettere e che gli effetti di deflessione della luce siano trascurabili. Tuttavia, sia numericamente che analiticamente, si dimostra che tenendo in conto gli effetti di ray-bending si arriva agli stessi risultati. Per comodità di calcolo si sono sostituiti a B_X e B_Y le loro espressioni in funzione di p_X, p_Y, q_X, q_Y, t_X e t_Y , espressioni degli assi del sistema di \vec{b}^{dip} nel sistema della LOS, e B_p, B_q e B_t , componenti del campo magnetico nel sistema di riferimento di \vec{b}^{dip} . Da notare che i fattori di tipo $\sin \theta \cos \theta$ (i quali se integrati su mezzo periodo danno 0) sono presenti poichè si è considerato un campo dipolare e un dominio di integrazione simmetrico. Si ottiene così l'equazione 3.20 che, come volevasi, coincide con l'equazione 3.1 di Poutanen (2020) [19]. Si può concludere, quindi, che in generale, per una topologia di campo magnetico sostanzialmente diversa da quella di dipolo, ci si possono aspettare deviazioni significative dal Rotating Vector Model. Inoltre, per verificare quanto l'approssimazione di partire dall'equazione 3.7 fosse corretta, è stato implementato un codice che mostra il confronto tra l'andamento di $\tan \chi_P$ in funzione della fase γ ottenuto con la formula approssimata 3.10 e la formula esatta 2.15 se si considerano fotoni polarizzati solo nel modo X o nel modo O. Si vede pertanto nelle figure 3.8 e 3.9 che le differenze sono minime e che quindi l'approssimazione sia più che ragionevole. Nella situazione in cui si prenda in esame una regione quasi puntiforme nel codice, le due curve sono lo stesso pressochè coincidenti, vedi figura 3.10, come è naturale aspettarsi dato che è il caso considerato in Poutanen (2020) [19]. L'RVM, tuttavia, non funziona per tutte le superfici estese generiche, ma solo quelle in cui vi è simmetria Nord-Sud. A conferma di tale affermazione, se si rilassasse tale ipotesi nel codice, analizzando ad esempio il caso in cui θ varia da 0° a 90° , si ottiene che i due andamenti sono diversi in maniera sostanziale, vedi figura 3.11. Inoltre, l'ipotesi di fotoni polarizzati tutti nello stesso modo, utilizzata nel codice per il calcolo esatto di $\tan \chi_P$, può essere rilassata. Questo è possibile, ad esempio, tramite una procedura Monte Carlo, in cui si possono tracciare i singoli fotoni, stabilendo a priori la frazione di fotoni polarizzati nel modo X o nel modo O. Ciò va, tuttavia, oltre lo scopo della tesi, sebbene i risultati mostrati in Taverna et al. (2015) [26] e Zane et al. (2023) [33] dimostrino che questo approccio porta agli stessi risultati

discussi sopra.

Sperimentalmente, il lancio della missione NASA-ASI IXPE (Imaging X-ray Polarimetry Explorer) ha permesso di misurare gli osservabili di polarizzazione in diverse sorgenti astrofisiche che contengono stelle di neutroni. Le misure sulle magnetar 4U 0142+61 e 1RXS J170849.0-400910 hanno permesso di verificare l'andamento dell'angolo di polarizzazione in funzione della fase con emissione da regioni estese. I grafici 3.12 e 3.13 riportano tale andamento e in entrambi i casi esso è fittabile da un RVM.

In conclusione, dal fatto che le osservazioni mostrino il Rotating Vector Model, si può dedurre che l'angolo di polarizzazione non è determinato alla superficie, ma deve essere determinato più lontano, a una distanza dalla superficie tale da poter considerare il campo magnetico dipolare. Nei modelli attuali, l'unico meccanismo che giustifica la determinazione dell'angolo di polarizzazione lontano dalla superficie è la vacuum birefringence, secondo cui la topologia del campo magnetico (importante per stabilire la direzione di polarizzazione della radiazione osservata) non è determinata alla superficie ma al raggio adiabatico. Oltre il raggio adiabatico, infatti, la direzione del campo elettrico si "congela", e i modi di polarizzazione cambiano al variare della direzione del campo magnetico lungo la traiettoria del fotone. Di conseguenza, l'aver visto l'RVM nelle osservazioni potrebbe essere di fatto una verifica indiretta della vacuum birefringence e quindi dell'elettrodinamica quantistica.

Bibliografia

- [1] Richard L Bowers and Terry Deeming. *Astrophysics*. Boston: Jones and Bartlett, 1984.
- [2] S Burke-Spolaor. Rotating radio transients and their place among pulsars. In *Neutron Stars and Pulsars: Challenges and Opportunities after 80 years*, volume 291, pages 95–100, 2013.
- [3] AJ Dean, DJ Clark, JB Stephen, VA McBride, L Bassani, A Bazzano, AJ Bird, AB Hill, SE Shaw, and P Ubertini. Polarized gamma-ray emission from the crab. *Science*, 321(5893):1183–1185, 2008.
- [4] Victor Doroshenko, Juri Poutanen, Sergey S Tsygankov, Valery F Suleimanov, Matteo Bachetti, Ilaria Caiazzo, Enrico Costa, Alessandro Di Marco, Jeremy Heyl, Fabio La Monaca, et al. Determination of x-ray pulsar geometry with ixpe polarimetry. *Nature Astronomy*, 6(12):1433–1443, 2022.
- [5] Robert C Duncan and Christopher Thompson. Formation of very strongly magnetized neutron stars-implications for gamma-ray bursts. *Astrophysical Journal, Part 2-Letters (ISSN 0004-637X)*, vol. 392, no. 1, June 10, 1992, p. L9-L13. Research supported by NSERC., 392:L9–L13, 1992.
- [6] Rodrigo Fernández and Shane W Davis. The x-ray polarization signature of quiescent magnetars: Effect of magnetospheric scattering and vacuum polarization. *The Astrophysical journal*, 730(2):131–jQuery1323909962786=’48’, 2011.
- [7] Frank Haberl. The magnificent seven: magnetic fields and surface temperature distributions. *Astrophysics and Space Science*, 308:181–190, 2007.
- [8] Alice K Harding and Dong Lai. Physics of strongly magnetized neutron stars. *Reports on progress in physics*, 69(9):2631–2708, 2006.
- [9] H Herold. Compton and thomson scattering in strong magnetic fields. *Physical Review D*, 19(10):2868, 1979.
- [10] Jeremy S. Heyl and Nir J. Shaviv. Qed and the high polarization of the thermal radiation from neutron stars. *Physical review. D, Particles and fields*, 66(2):230021–230024, 2002.
- [11] Jeremy S. Heyl, Nir J. Shaviv, and Don Lloyd. The high-energy polarization-limiting radius of neutron star magnetospheres — i. slowly rotating neutron stars. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 342(1):134–144, 2003.
- [12] J. P. Hughes, K. S. Long, and R. Novick. A search for x-ray polarization in cosmic x-ray sources. *The Astrophysical journal*, 280(1):255–258, 1984.
- [13] EF Keane and MA McLaughlin. Rotating radio transients. *arXiv preprint arXiv:1109.6896*, 2011.
- [14] F. Kislat, B. Clark, M. Beilicke, and H. Krawczynski. Analyzing the data from x-ray polarimeters with stokes parameters. *Astroparticle physics*, 68:45–51, 2015.

- [15] Sandro Mereghetti. The strongest cosmic magnets: soft gamma-ray repeaters and anomalous X-ray pulsars. , 15(4):225–287, July 2008.
- [16] P Meszaros, GG Pavlov, and Iu A Shibanov. The effect of stimulated scattering in compact sources. *Astrophysical Journal, Part 1 (ISSN 0004-637X)*, vol. 337, Feb. 1, 1989, p. 426–431., 337:426–431, 1989.
- [17] Peter Mészáros. *High-energy radiation from magnetized neutron stars*. University of Chicago press, 1992.
- [18] Bohdan Paczynski. Gb 790305 as a very strongly magnetized neutron star. *Acta Astronomica*, 42:145–153, 1992.
- [19] Juri Poutanen. Relativistic rotating vector model for x-ray millisecond pulsars. *Astronomy and astrophysics (Berlin)*, 641:A166–, 2020.
- [20] V Radhakrishnan and DJ Cooke. Magnetic poles and the polarization structure of pulsar radiation. 1969.
- [21] Luciano Rezzolla, Pierre Pizzochero, David Ian Jones, Nanda Rea, Isaac Vidaña, et al. *The physics and astrophysics of neutron stars*, volume 457. Springer, 2018.
- [22] George B. Rybicki and Alan P. Lightman. Radiative processes in astrophysics. *energy*, 3:16, 2004.
- [23] Stuart L Shapiro and Saul A Teukolsky. *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*. John Wiley & Sons, 2008.
- [24] R Taverna, F Muleri, R Turolla, P Soffitta, S Fabiani, and L Nobili. Probing magnetar magnetosphere through x-ray polarization measurements. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 438(2):1686–1697, 2014.
- [25] R Taverna, R Turolla, V Suleimanov, A Y Potekhin, and S Zane. X-ray spectra and polarization from magnetar candidates. *Monthly notices of the Royal Astronomical Society*, 492(4):5057–5074, 2020.
- [26] Roberto Taverna, Roberto Turolla, D Gonzalez Caniulef, Silvia Zane, Fabio Muleri, and Paolo Soffitta. Polarization of neutron star surface emission: a systematic analysis. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 454(3):3254–3266, 2015.
- [27] Roberto Taverna, Roberto Turolla, Fabio Muleri, Jeremy Heyl, Silvia Zane, Luca Baldini, Denis González-Caniulef, Matteo Bachetti, John Rankin, Iaria Caiazzo, et al. Polarized x-rays from a magnetar. *Science*, 378(6620):646–650, 2022.
- [28] C Thompson, M Lyutikov, and SR Kulkarni. Electrodynamics of magnetars: implications for the persistent x-ray emission and spin-down of the soft gamma repeaters and anomalous x-ray pulsars. *The Astrophysical Journal*, 574(1):332, 2002.
- [29] Roberto Turolla. Isolated neutron stars: the challenge of simplicity. In *Neutron stars and pulsars*, pages 141–163. Springer, 2009.
- [30] Joseph Ventura. Scattering of light in a strongly magnetized plasma. *Physical Review D*, 19(6):1684, 1979.

- [31] Martin C. Weisskopf, Paolo Soffitta, Luca Baldini, Brian D. Ramsey, Stephen L. O'Dell, Roger W. Romani, Giorgio Matt, William D. Deinger, and Baumgartner et al. The Imaging X-Ray Polarimetry Explorer (IXPE): Pre-Launch. *Journal of Astronomical Telescopes, Instruments, and Systems*, 8(2):026002, April 2022.
- [32] MC Weisskopf, EH Silver, HL Kestenbaum, KS Long, and R Novick. Precision-measurement of x-ray polarization of crab-nebula without pulsar contamination. *The Astrophysical journal*, 220(3):L117–L121, 1978.
- [33] Silvia Zane, Roberto Taverna, Denis González–Caniulef, Fabio Muleri, Roberto Turolla, Jeremy Heyl, Keisuke Uchiyama, and Mason Ng et al. A strong x-ray polarization signal from the magnetar 1rxs j170849.0-400910. *Astrophysical journal. Letters*, 944(2):L27–, 2023.