



Università degli Studi di Padova

DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA

Corso di Laurea Triennale in Fisica

**Eccitazione di risonanze Pygmy di Dipolo in sistemi
nucleari ricchi di neutroni**

Laureando

Mattia Scomparin

Relatore

Andrea Vitturi

Indice

1	Introduzione	5
1.1	Modelli microscopici e modelli collettivi	6
2	Risonanze di dipolo Pygmy	9
2.1	Calcolo RPA sulla distribuzione di strenght dipolare	9
2.2	Calcolo RPA delle densità di transizione	11
3	Modellizzazione microscopica	13
3.1	Modello semiclassico del processo di eccitazione	13
3.2	Il fattore di forma nucleare	16
3.3	Il fattore di forma Coulombiano	17
3.4	Sezione d'urto inelastica per il nucleo ^{132}Sn	18
4	Modellizzazione macroscopica	23
4.1	Densità di transizione macroscopiche	23
4.2	Effetti della pelle neutronica sulle proprietà degli stati nucleari collettivi	24
5	Conclusioni	27

Capitolo 1

Introduzione

In questi ultimi anni lo studio di eccitazioni Coulombiane e nucleari coinvolgenti sistemi nucleari arricchiti di neutroni ha suscitato un grosso interesse tra i gruppi di ricerca. Sia i risultati del GSI¹ sui processi di eccitazione Coulombiana ad alte energie indotti da ioni pesanti su nuclei di ^{132}Sn ($Z=50$, $N=82$) e ^{68}Ni ($Z=28$, $N=40$) che quelli ottenuti dal KVI² tramite metodi di coincidenza (α , $\alpha'\gamma$) sui medesimi nuclei hanno portato all'evidenza sperimentale l'esistenza di particolari stati di eccitazione nelle basse energie del canale dipolare che, a causa della loro ridotta intensità nella distribuzione di strength dipolare, sono state chiamate *Pygmy Dipole Resonances* (PDR)[2]. Tali risonanze sono ben evidenti in una vasta famiglia di isotopi e persino in nuclei stabili ricchi di neutroni come il ^{208}Pb ($Z=82$, $N=126$).

Esse vengono comunemente associate all'esistenza di un moto collettivo nucleonico che già ad una prima analisi presenta significative peculiarità e discrepanze rispetto alla ben nota *Giant Dipole Resonance* (GDR), la cui interpretazione macroscopica è storicamente attribuita ai modelli collettivi di Goldhaber-Teller e di Steinwedder-Jensen[8]. Come detto, i dati sperimentali sulle PDR provengono essenzialmente da processi di eccitazione Coulombiana che, a loro malgrado, forniscono solo informazioni integrate sulle differenti probabilità ridotte di transizione $B(E\lambda)$. Relativamente recente è l'idea di indagare con maggiore dettaglio la natura delle PDR introducendo nel processo di eccitazione il contributo di una componente nucleare alla parte Coulombiana già utilizzata.

La combinazione dei due differenti processi comporta però uno specifico studio sulle dinamiche sperimentali che maggiormente favoriscono il popolamento degli stati *pygmy* nel corso dell'urto. E' infatti possibile modificare il relativo contributo tra componenti Coulombiane e nucleari scegliendo opportunamente la massa del proiettile m_P , la sua carica z_p , l'energia di bombardamento E_i e il parametro d'impatto b [1, 2, 3].

In tal maniera è oltretutto possibile selezionare la multipolarità λ coinvolta nell'eccitazione e focalizzare una più efficiente risposta del sistema nel dominio delle alte o basse energie. Occorre dunque sviluppare alcuni modelli teorici che permettano di predire microscopicamente e macroscopicamente le funzioni d'onda φ , la densità ρ , la densità di transizione $\delta\rho$ ed i corrispondenti fattori di forma F associati agli stati *pygmy*[1, 2, 3].

Solo possedendo tali informazioni sarà possibile discriminare con maggior chiarezza i parametri di reazione che ottimizzano la risposta delle PDR alle differenti indagini sperimentali sulla loro natura.

¹Helmoltz Centre for Heavy Ion Research, Germany

²Kernfysisch Versneller Instituut, Germany

1.1 Modelli microscopici e modelli collettivi

Lo studio teorico dei sistemi nucleari è basato sullo sviluppo di opportuni formalismi che predicono ed interpretano evidenze sperimentali raccolte in specifici settori di ricerca.

La comprensione e l'applicazione di tali formalismi teorici è assegnata a dei modelli, un insieme di approssimazioni che progressivamente assunte permettono una più semplice formulazione matematica, e in alcuni casi geometrica, del problema affrontato. Ogni modello è il risultato dell'intuizione con cui il fisico sintetizza e riduce un problema ai suoi aspetti fondamentali, ai suoi gradi di libertà rilevanti.

Si consideri a titolo di esempio un sistema nucleare isolato costituito da A nucleoni. La scelta più naturale sarà certamente quella di selezionare tra i possibili gradi di libertà descrittivi quelli associati alle individuali A coordinate nucleoniche di posizione \vec{r}_i , di spin \vec{s}_i e di isospin $\vec{\tau}_i$. La funzione d'onda del sistema sarà allora dipendente da tali coordinate microscopiche:

$$\psi(\vec{r}_1, \vec{s}_1, \vec{\tau}_1 \dots \vec{r}_A, \vec{s}_A, \vec{\tau}_A) \quad (1.1)$$

mentre l'Hamiltoniana associata avrà espressione:

$$H = - \sum_{i=1}^A \frac{\hbar^2}{2m} \nabla_{r_i}^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^A \sum_{j=1}^A v(i, j) \quad (1.2)$$

dove $v(i, j)$ è l'interazione nucleone-nucleone. Quello appena descritto è il punto di partenza per quella che viene chiamata *modellizzazione microscopica* del sistema. Appare infatti subito evidente che se il numero di nucleoni risulta eccessivamente elevato, fermarsi ad una descrizione così dettagliata rende impraticabile la risoluzione diretta della equazione di Shroedinger a molte variabili che fornirà l'espressione esplicita della funzione d'onda, dell'energia e quindi delle principali osservabili. Va oltretutto osservato che tale approccio descrittivo, se applicato a problemi specifici, fa diventare indistintamente parte della problematica dei gradi di libertà che potrebbero essere manifestamente esterni ad essa. La ricerca di opportune approssimazioni a partire da una base come quella esposta è il principale obiettivo di una corretta modellizzazione microscopica del sistema.

Una visione complementare è data dai *modelli collettivi*. Questi sono basati su gradi di libertà che non si riferiscono ai singoli nucleoni ma a delle proprietà globali che coinvolgono il nucleo nella sua interezza. Questi tipi di modello introducono delle coordinate macroscopiche che talvolta risultano biunivocamente esprimibili in funzione di quelle microscopiche. Esempi di coordinate collettive sono il vettore centro di massa del nucleo \vec{R} o il momento di multipolo $Q_{\lambda\mu}$:

$$\vec{R}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \frac{1}{A} \sum_{i=1}^A \vec{r}_i \quad Q_{\lambda\mu}(\vec{r}_1, \dots, \vec{r}_A) = \sum_{i=1}^A r_i^\lambda Y_\lambda^\mu(\theta, \varphi)$$

Un modello collettivo permette una intuitiva interpretazione geometrica del fenomeno studiato. Un particolare modello geometrico descrive ad esempio particolari eccitazioni nucleari come stati vibrazionali della superficie del nucleo che in coordinate sferiche risulta parametrizzabile come

$$R(\theta, \varphi) = R_0 \left(1 + \sum_{\lambda, \mu} \alpha_\lambda^\mu(t) Y_\lambda^\mu(\theta, \varphi) \right) \quad (1.3)$$

dove $\alpha_\lambda^\mu(t)$ sono le coordinate collettive che opportunamente trattate forniranno predizioni confrontabili con dei risultati sperimentali.

L'obiettivo finale è quello di unificare modelli microscopici con modelli collettivi, cercando in essi una reciproca interpretazione. I modelli collettivi possono essere impiegati per classificare le tipologie di spettri ed interpretarne la struttura mentre i modelli microscopici possono spiegare perchè delle specifiche coordinate collettive comportino un corretto funzionamento di un modello geometrico.

Capitolo 2

Risonanze di dipolo Pygmy

2.1 Calcolo RPA sulla distribuzione di strenght dipolare

La presenza di stati di eccitazione a basse energie in nuclei ricchi di neutroni è prevista da quasi tutti i modelli microscopici finora proposti[2].

Le osservazioni che seguiranno si concentreranno in particolar modo sui risultati ottenuti da una simulazione microscopica Hartree-Fock basata su un calcolo microscopico *Random Phase Approximation* (RPA) con un'interazione residua di tipo Skyrme. Non è obiettivo della seguente trattazione esporre dettagliatamente come vengono sviluppati formalismi e strategie di calcolo in tale ambito.

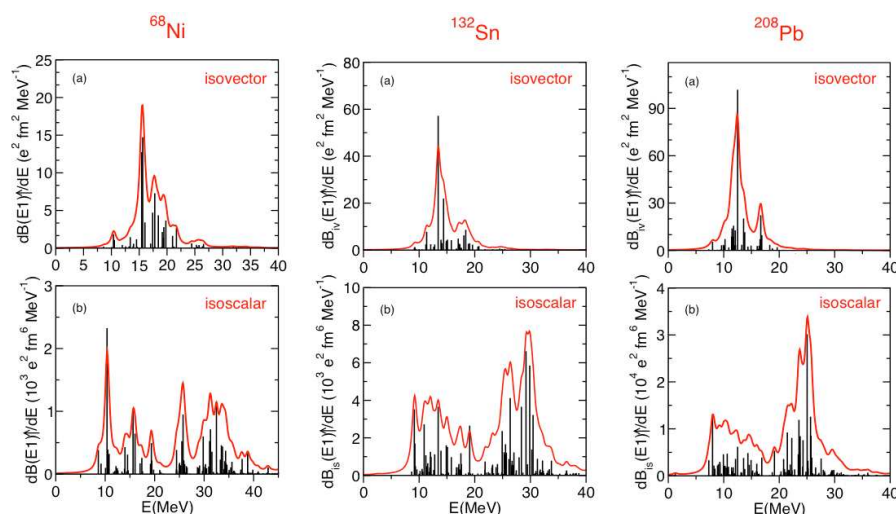


Figura 2.1: Distribuzione di strenght dipolare per i canali isovettoriali (a) ed isoscalari (b) nei nuclei di ^{132}Sn , ^{68}Ni e ^{208}Pb ottenute da un calcolo Hartree-Fock basato su una tecnica RPA con una interazione residua SGII di tipo Skyrme[3].

A tale proposito basti comunque sapere che, partendo da un sistema nucleare allo stato fondamentale $|0\rangle$, un approccio RPA permette con determinate approssimazioni di ottenere esplicitamente la funzione d'onda Ψ^* , associata ad un generico stato eccitato del sistema, come sovrapposizione opportunamente pesata di stati ad n particelle e n buchi $|np; nh\rangle$ rispetto a $|0\rangle$.

Nel caso in questione si è partiti dalla modellizzazione più semplice ad $1p - 1h$ e, volendo studiare solamente gli stati di eccitazione dipolare ($\lambda = 1$) del nucleo, si sono selezionati tra i possibili stati $1p - 1h$ solo quelli che opportunamente combinati

conferiscono multipolarità 1^- allo stato finale. Dunque:

$$\Psi_{1^-}^* = \sum_{ph} A_{ph} |1p; 1h\rangle = \sum_{ph} A_{ph} a_p^\dagger a_h |0\rangle \quad (2.1)$$

dove gli A_{ph} sono i pesi e a_p^\dagger ed a_h si riferiscono al formalismo della seconda quantizzazione e rappresentano rispettivamente gli operatori di creazione e distruzione di una particella rispetto allo stato di vuoto di riferimento $|0\rangle$.

Una volta ottenuti tutti i possibili stati di eccitazione $\Psi_{1^-}^*$ è possibile calcolare la Distribuzione di Strengh Dipolare $\frac{dB(E1)\uparrow}{dE}$ cioè la forza con cui una certa energia E è in grado di eccitare gli stati dipolari del nucleo.

Nella figura 2.1 sono riportate le Distribuzioni di Strengh Dipolare ottenute per i nuclei di ^{132}Sn ($Z=50$, $N=82$), ^{68}Ni ($Z=28$, $N=40$) ricchi di neutroni e il nucleo stabile ^{208}Pb ($Z=82$, $N=126$) ricco di neutroni.

Le linee continue sono state generate applicando un metodo di arrotondamento con curve Lorentziane¹ di larghezza² 1 MeV .

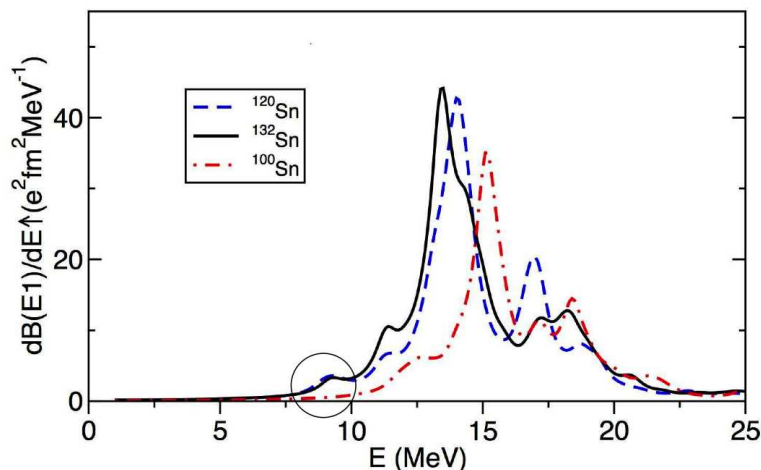


Figura 2.2: *Distribuzioni di Strengh Dipolare* isovettoriali di stati dipolari per isotopi dello Stagno(Sn) calcolata con una interazione SGII. Le curve sono state ottenute utilizzando una opportuna procedura di arrotondamento. [1].

Risulta chiaramente evidente l'ampia distribuzione della GDR con energia media tipicamente compresa tra i 22 MeV nei nuclei leggeri e i 14 MeV nei nuclei pesanti[8].

In tutti e tre i casi si nota però la presenza di un piccolo picco attorno ai 10 MeV della componente isovettoriale ed un picco relativamente più grande nella distribuzione isoscalare in corrispondenza della medesima energia[3]. Questi sono gli stati che chiameremo *Pygmy Dipole Resonance* (PDR). Dalla figura 2.1 è oltretutto possibile apprezzare la presenza di PDR pure in nuclei stabili ricchi di neutroni, come nel caso del ^{208}Pb [2].

Il fatto che la presenza delle PDR sia strettamente connessa all'eccesso di neutroni nel nucleo è chiaramente deducibile dalla figura 2.2. In essa è visibile come confrontando differenti distribuzioni di strengh dipolare per diversi isotopi dello Stagno l'intensità della PDR, localizzata appena al di sotto dei 10 MeV, aumenti con l'aumentare del numero di massa[2].

¹Tipico andamento dei processi di risonanza.

²Va ricordato che il calcolo RPA viene svolto con energie discrete. In realtà man mano che le energie di eccitazione si avvicinano alla soglia della barriera di potenziale, gli stati del sistema passano da energie discrete ad energie nel continuo.

2.2 Calcolo RPA delle densità di transizione

Analizzando le Densità di Transizione $\delta\rho^3$ per i nuclei di ^{132}Sn , ^{68}Ni e ^{208}Pb è possibile vedere che i picchi osservati alle basse energie delle *Distribuzione di Strenghth Dipolare* presentano le medesime proprietà. In figura 2.3 sono riportate le *Densità di transizione*⁴ ottenute con un calcolo microscopico RPA per gli stati di eccitazione a basse energie dei nuclei studiati in funzione di r , coordinata relativa dal centro del nucleo[3].

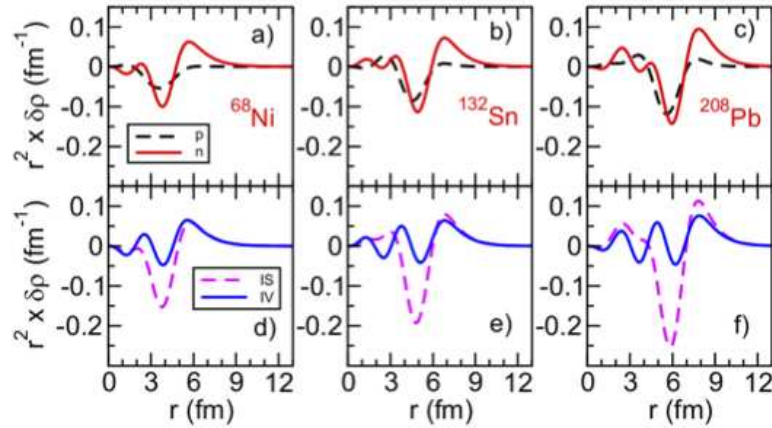


Figura 2.3: *Densità di transizione* per i tre nuclei ^{132}Sn , ^{68}Ni e ^{208}Pb relative ad uno stato di bassa eccitazione. Nella parte superiore (a)(b)(c) sono riportate le componenti protoniche e neutroniche. Nella parte inferiore sono visibili i contributi isoscalari ed isovettoriali[3].

Nei riquadri (a)(b)(c) sono proposti separatamente i contributi microscopici neutronici $\delta\rho(\vec{r})_n$ e protonici $\delta\rho(\vec{r})_p$ alla *Transition Density Function* totale mentre nei riquadri (d)(e)(f) si confrontano le corrispondenti combinazioni isoscalari e isovettoriali:

$$\delta\rho(\vec{r})_{IS} = \delta\rho(\vec{r})_n + \delta\rho(\vec{r})_p \quad (2.2)$$

$$\delta\rho(\vec{r})_{IV} = \delta\rho(\vec{r})_n - \delta\rho(\vec{r})_p \quad (2.3)$$

Si può notare che, eccetto piccole discrepanze, le funzioni risultano particolarmente simili. Nella parte interna al nucleo neutroni e protoni contribuiscono costruttivamente al processo di eccitazione determinando una dominanza isoscalare interna (a)(b)(c). Dalla superficie nucleare in poi⁵ solo i neutroni contribuiscono, in fase, all'eccitazione del nucleo e per questo motivo $\delta\rho(\vec{r})_{IS}$ e $\delta\rho(\vec{r})_{IV}$ esterne hanno all'incirca la stessa ampiezza ($\delta\rho(\vec{r})_p = 0$). Le proprietà appena descritte possono essere utilizzate elemento distintivo per l'individuazione di uno stato *pygmy*.

Tutti i sistemi nucleari finora studiati presentano nella regione interna della loro *Transition Density Function* un andamento caratteristico che alterna più volte dominanze isoscalari con dominanze isovettoriali. Grazie a questa osservazione risulta allora giustificata l'idea di poter testare la risposta degli stati PDR non solo con eccitazioni Coulombiane ma anche con processi d'urto coinvolgenti diverse misture di interazioni nucleari isoscalari ed isovettoriali. Verrà dunque presentato qui di seguito un modello che permetta una corretta interpretazione del processo d'urto e che si presti alle differenti modalità con cui gli stati *Pygmy* andranno a popolarsi.

³Le Densità di Transizione $\delta\rho^3$ esprimono il peso del contributo nucleonico al processo di eccitazione nel punto \vec{r} dello spazio.

⁴Nei grafici viene riportato $r^2\delta\rho(\vec{r})$ a causa della geometria sferica del problema

⁵Si ricordi che i raggi medi neutronici e protonici valgono rispettivamente $\langle R_n \rangle = 5.59\text{fm}$ e $\langle R_p \rangle = 5.45\text{fm}$ per il ^{208}Pb , mentre $\langle R_n \rangle = 4.86\text{fm}$ e $\langle R_p \rangle = 4.66\text{fm}$ per lo ^{132}Sn [2].

Capitolo 3

Modellizzazione microscopica

3.1 Modello semiclassico del processo di eccitazione

Si supponga di voler eccitare un certo sistema nucleare A_ZX (bersaglio) dallo stato $|0\rangle$ allo stato $|\psi\rangle$ tramite un processo d'urto che coinvolga un'interazione nucleare e Coulombiana con un nucleo a_zx (proiettile) che transita ad una coordinata relativa $\vec{R}(t)$ dal suo centro di massa. Sia \vec{r}_1 la posizione di un generico nucleone contenuto nel bersaglio ed \vec{r}_2 la posizione di un generico nucleone contenuto nel proiettile.

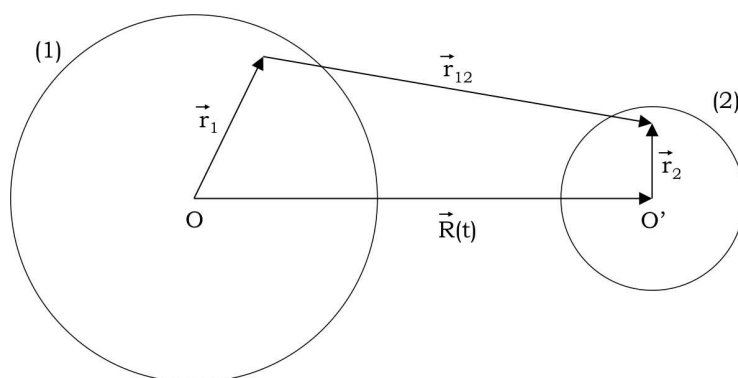


Figura 3.1: Disposizione delle coordinate tra i due sistemi nucleari interagenti così come proposte da Satchler nel *double folding method*. [7]

Per semplicità studieremo solo l'eccitazione del bersaglio. Si assuma che i due nuclei si muovano su traiettorie classiche mentre i gradi di libertà interni verranno trattati quantomeccanicamente[1].

Risulta allora naturale scindere l'hamiltoniana del bersaglio in una componente interna ed una esterna:

$$H(t) = H_0 + U_P(t) \quad (3.1)$$

dove H_0 è associata al bersaglio imperturbato mentre $U_P(t)$ rappresenta la perturbazione (coulombiana e nucleare) del proiettile che determina le transizioni tra i suoi livelli energetici. Risolviamo il problema non perturbato ed indipendente dal tempo:

$$H_0 |\phi_\alpha\rangle = E_\alpha |\phi_\alpha\rangle \quad \alpha = 0_{g.s.}, 1, 2, \dots \quad (3.2)$$

Otteniamo dunque i livelli energetici interni del bersaglio E_α tra i quali avverranno le transizioni ed una base di autofunzioni imperturbate

$$\{|\phi_\alpha\rangle\}_{\alpha=0,1,2,\dots}$$

Il problema posto solo in questi termini non giustifica una transizione tra livelli energetici. Facciamo intervenire il potenziale esterno e dipendente dal tempo $U_P(\vec{R}(t))$. L'equazione di Schroedinger dipendente dal tempo che ora dovremo risolvere sarà

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, \vec{R}(t)) = \left(H_0 + U_P(\vec{R}(t)) \right) \psi(t, \vec{R}(t)) \quad (3.3)$$

Sviluppiamo $|\psi(t)\rangle$ nella base imperturbata $\{|\phi_\alpha\rangle\}_{\alpha=0,1,2,\dots}$

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\alpha=0} A_\alpha(t) |\phi_\alpha\rangle \quad (3.4)$$

dove i moduli quadri delle ampiezze $|A_\alpha(t)|^2$ rappresentano la probabilità che il sistema si trovi nello stato eccitato $|\phi_\alpha\rangle$ all'istante t . Il problema che dovremo risolvere sarà:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t, \vec{R}(t)) = \left(H_0 + U_P(\vec{R}(t)) \right) \psi(t, \vec{R}(t)) \quad (3.5)$$

$$A_\alpha(t = -\infty) = 0 \quad (\alpha \neq 0) \quad (3.6)$$

$$A_\alpha(t = -\infty) = 1 \quad (\alpha = 0) \quad (3.7)$$

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\alpha=0} A_\alpha(t) |\phi_\alpha\rangle \quad (3.8)$$

$$A_\alpha(t) = ? \quad (3.9)$$

L'evoluzione nel tempo della funzione d'onda $\psi(t, \vec{R}(t))$ mediata dall'interazione H è guidata dall'operatore di evoluzione temporale:

$$|\psi(t)\rangle = \sum_{\alpha=0} A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} |\phi_\alpha\rangle \quad (3.10)$$

Inseriamo la funzione d'onda nell'eq. di Schroedinger dipendente dal tempo ed otteniamo:

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \left(\sum_{\alpha=0} A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} |\phi_\alpha\rangle \right) = (H_0 + U_P) \sum_{\alpha=0} A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} |\phi_\alpha\rangle \quad (3.11)$$

$$\begin{aligned} i\hbar \sum_{\alpha=0} \left(\frac{dA_\alpha(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} + A_\alpha(t) \left(-\frac{i}{\hbar} \right) E_\alpha e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} \right) |\phi_\alpha\rangle = \\ = \sum_{\alpha=0} \left(A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} H_0 |\phi_\alpha\rangle + A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} U_P |\phi_\alpha\rangle \right) \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=0} \left(i\hbar \frac{dA_\alpha(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} + A_\alpha(t) E_\alpha e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} \right) |\phi_\alpha\rangle = \\ = \sum_{\alpha=0} \left(A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} H_0 |\phi_\alpha\rangle + A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} U_P |\phi_\alpha\rangle \right) \end{aligned} \quad (3.13)$$

Proiettiamo su una componente $|\phi_\beta\rangle$

$$\begin{aligned} \sum_{\alpha=0} \left(i\hbar \frac{dA_\alpha(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} + A_\alpha(t) E_\alpha e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} \right) \langle \phi_\beta | \phi_\alpha \rangle = \\ = \sum_{\alpha=0} \left(A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} \langle \phi_\beta | H_0 | \phi_\alpha \rangle + A_\alpha(t) e^{-\frac{i}{\hbar} E_\alpha t} \langle \phi_\beta | U_P | \phi_\alpha \rangle \right) \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned}
& i\hbar \sum_{\alpha=0} \frac{dA_{\alpha}(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \delta_{\alpha,\beta} + \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) E_{\alpha} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \delta_{\alpha,\beta} = \\
& \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) E_{\alpha} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \delta_{\alpha,\beta} + \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \langle \phi_{\beta} | U_P | \phi_{\alpha} \rangle
\end{aligned} \tag{3.15}$$

Semplificando:

$$i\hbar \sum_{\alpha=0} \frac{dA_{\alpha}(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \delta_{\alpha,\beta} = \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \langle \phi_{\beta} | U_P | \phi_{\alpha} \rangle \tag{3.16}$$

$$i\hbar \frac{dA_{\beta}(t)}{dt} e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\beta}t} = \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}E_{\alpha}t} \langle \phi_{\beta} | U_P | \phi_{\alpha} \rangle \tag{3.17}$$

$$\boxed{\frac{dA_{\beta}(t)}{dt} = \frac{1}{i\hbar} \sum_{\alpha=0} A_{\alpha}(t) e^{-\frac{i}{\hbar}(E_{\alpha}-E_{\beta})t} \langle \phi_{\beta} | U_P | \phi_{\alpha} \rangle} \tag{3.18}$$

Si tratta di un set di equazioni differenziali del primo ordine¹ accoppiate in quanto presente il fattore di accoppiamento $\langle \phi_{\beta} | U_P | \phi_{\alpha} \rangle$ che funge da *fattore di forma* tra lo stato $|\phi_{\alpha}\rangle$ e $|\phi_{\beta}\rangle$ sotto l'azione del potenziale U_P . Tali A_{β} dipendono dal tempo tramite la funzione $\vec{R}(t)$. Possiamo ora costruire la probabilità di eccitare lo stato interno $|\phi_{\alpha}\rangle$ in funzione della traiettoria e quindi del parametro d'impatto b :

$$P_{\alpha}(b) = |A_{\alpha}(t = +\infty)|^2 \tag{3.19}$$

La sezione d'urto totale sarà allora esprimibile come:

$$\boxed{\sigma_{\alpha} = 2\pi \int_{b_{min}}^{+\infty} P_{\alpha}(b) b db} \tag{3.20}$$

dove b_{min} esclude processi di interazione non inclusi nel modello.

Calcoliamo ora una espressione esplicita per U_P . Il potenziale U_P può essere calcolato adoperando il "Double Folding Method" [7].

Scomponiamo l'interazione nucleare nucleone-nucleone v_{12} in due componenti: una una parte isoscalare v_0 indipendente dall'isospin $\vec{\tau}_i$ ed un termine isovettoriale v_1 dipendente da esso[2]:

$$v_{12} = v_0(r_{12}) + v_1(r_{12}) \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j \quad i, j = p, n \tag{3.21}$$

Assumiamo per semplicità che la terza componente dell'isospin assuma valori ± 1 , dunque:

$$v_{nn} = v_{pp} = v_0 + v_1 \quad v_{np} = v_{pn} = v_0 - v_1$$

Applicando la doppia convoluzione delle densità nucleoniche:

$$U_F = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} \rho_1(r_1) v_{12} \rho_2(r_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \tag{3.22}$$

$$U_F = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} (\rho_{1,p}(r_1) + \rho_{1,n}(r_1)) [v_0(r_{12}) + v_1(r_{12}) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] (\rho_{2,p}(r_2) + \rho_{2,n}(r_2)) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \tag{3.23}$$

¹Essendo equazioni del primo ordine ed essendo stata specificata una sola condizione iniziale per ogni coefficiente A_{α} , il problema di Cauchy è univocamente determinato e risolubile

Separando le componenti isoscalari di U_F dipendenti da v_0 da quelle isovettoriali dipendenti da v_1 possiamo riscrivere

$$U_F = U_{F_0} + U_{F_1} \quad (3.24)$$

dove si sono definiti

$$U_{F_0} = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} \rho_1(r_1) v_0 \rho_2(r_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.25)$$

$$U_{F_1} = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} (\rho_{1,n}(r_1) - \rho_{1,p}(r_1)) v_1(r_{12}) (\rho_{2,n}(r_2) - \rho_{2,p}(r_2)) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.26)$$

Nel caso particolare in cui $\rho_n = \frac{N}{Z}\rho_p$, la relazione $\rho = \rho_p + \rho_n$ implica $\rho_n = \frac{N}{A}\rho$ $\rho_p = \frac{Z}{A}\rho$ e quindi

$$U_{F_1} = \frac{N_1 - Z_1}{A_1} \frac{N_2 - Z_2}{A_2} \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} \rho_1(r_1) v_1 \rho_2(r_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.27)$$

Nel caso in cui uno dei due nuclei avesse $N = Z$, automaticamente $U_{F_1} = 0$.

Per i valori di v_0 e v_1 si è utilizzata una possibile parametrizzazione dell'interazione nucleone-nucleone chiamata M3Y[2].

I calcoli finora svolti hanno permesso di ottenere una espressione della sezione d'urto totale σ_α . Manca ancora da ottenere il fattore di forma. Non abbiamo oltretutto ottenuto le informazioni in merito al peso con cui le diverse componenti Coulombiane e nucleari contribuiscono all'eccitazione totale del bersaglio. A tal fine occorre introdurre una nuova quantità che associ al termine di interazione nucleonica v_{12} il peso $\delta\rho$ con cui il bersaglio predispone i propri nucleoni all'eccitazione nucleare o Coulombiana: il fattore di forma.

3.2 Il fattore di forma nucleare

Riferendoci alla notazione e alle coordinate introdotte nella figura 3.1, il fattore di forma nucleare può essere calcolato applicando una doppia convoluzione tra densità di transizione del bersaglio e la densità nucleonica del proiettile, entrambe ottenute con un approccio microscopico RPA:

$$F_N^\lambda(\vec{R}) = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} \delta\rho_1(r_1) v_{12} \rho_2(r_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.28)$$

dove λ rappresenta il momento angolare trasferito nel processo.

$$F_N^\lambda(\vec{R}) = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} (\rho_{1,p}(r_1) + \rho_{1,n}(r_1)) [v_0(r_{12}) + v_1(r_{12}) \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2] (\rho_{2,p}(r_2) + \rho_{2,n}(r_2)) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.29)$$

Restringendo il calcolo alla sola componente radiale e separando ancora una volta il contributo isoscalare da quello isovettoriale otteniamo

$$F_N^\lambda = N_0^\lambda + N_1^\lambda \quad (3.30)$$

dove si sono definiti

$$N_0^\lambda = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} \delta\rho_1(r_1) v_0 \rho_2(r_2) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.31)$$

$$N_1^\lambda = \int_{\mathfrak{A}_1} \int_{\mathfrak{A}_2} (\delta\rho_{1,n}(r_1) - \delta\rho_{1,p}(r_1)) v_1(r_{12}) (\rho_{2,n}(r_2) - \rho_{2,p}(r_2)) d\vec{r}_1 d\vec{r}_2 \quad (3.32)$$

Notiamo che pure in questo caso se uno dei due nuclei ha $N = Z$, automaticamente $F_1 = 0$ [2].

3.3 Il fattore di forma Coulombiano

Si consideri una distribuzione discreta di N cariche q_i collocate nelle rispettive posizioni \vec{r}_i . Si assuma inoltre che esse siano raggruppate attorno all'origine, ovvero che esista una dimensione caratteristica r_0 entro cui tutti i moduli delle posizioni siano contenuti.

Il potenziale elettrico $V(\vec{R})$ generato dalla suddetta distribuzione di carica e valutato in un punto dello spazio \vec{R} in cui $|\vec{R}| \gg r_0$ può essere scomposto in una somma di potenziali elementari associati a semplici distribuzioni di carica. Tale procedura prende il nome di *sviluppo multipolare del potenziale elettrico*.

Il potenziale elettrico generato dalla i -esima particella $\vec{r}_i = r_i \hat{r}_i$ della distribuzione nel punto $\vec{R} = R \hat{R}$ dello spazio può essere espanso come:

$$V^i(\vec{r}_i, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{|\vec{R} - \vec{r}_i|} \quad (3.33)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{\sqrt{R^2 - 2Rr_i \cos\gamma + r_i^2}} \quad (\gamma \text{ è l'angolo compreso tra } \vec{R} \text{ ed } \vec{r}_i) \quad (3.34)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{R} \frac{1}{\sqrt{1 - 2h \cos\gamma + h^2}} \quad (\text{Si è definito } h = \frac{r_i}{R}) \quad (3.35)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{R} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} h^\lambda P_\lambda(\cos\gamma) \quad (3.36)$$

Nell'ultimo passaggio le quantità introdotte sono i *Polinomi di Legendre* $P_\lambda(\cos\gamma)$ che possono essere formalmente definiti come i coefficienti dello sviluppo in serie di potenze $\frac{1}{\sqrt{1-2hx+h^2}} = \sum_{k=0}^{+\infty} P_k(x) h^k$. Separiamo la dipendenza di $P_\lambda(\cos\gamma)$ dalle singole componenti \hat{R} e \hat{r}_i presenti in $\cos\gamma$ sfruttando l' *Additional Theorem*²:

$$V^i(\vec{r}_i, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_i}{R} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} \left(\frac{4\pi}{2\lambda+1} \right) h^\lambda Y_\lambda^{*m}(\hat{r}_i) Y_\lambda^m(\hat{R}) \quad (3.37)$$

Sostituiamo l'espressione per h e raggruppiamo opportunamente i termini:

$$V^i(\vec{r}_i, \vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \left\{ q_i (r_i)^\lambda Y_\lambda^{*m} \right\} \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \quad (3.38)$$

Infine il potenziale generato da tutta la distribuzione di N cariche sarà dato dalla somma di tutti i contributi:

$$V(\vec{r}_i; \vec{R}) = \sum_{i=1}^N V^i(\vec{r}_i, \vec{R}) \quad (3.39)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{i=1}^N \sum_{\lambda\mu} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \left\{ q_i (r_i)^\lambda Y_\lambda^{*m} \right\} \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \quad (3.40)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\lambda\mu} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \left\{ \sum_{i=1}^N q_i (r_i)^\lambda Y_\lambda^{*m} \right\} \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \quad (3.41)$$

²Per i nostri fini, basti sapere che tale teorema riformula una espressione dei *Polinomi di Legendre* $P_\lambda(\cos\gamma)$ a partire da una decomposizione di $\cos\gamma$ nelle sue singole dipendenze da \hat{R} e \hat{r}_i . Tale decomposizione è esprimibile come $P_\lambda(\cos\gamma) = \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} Y_\lambda^{*m}(\hat{r}_i) Y_\lambda^m(\hat{R})$. Le quantità introdotte Y_λ^m sono le ben note *Armoniche Sferiche*

Osserviamo che la quantità tra parentesi rappresenta l'*operatore elettromagnetico di multipolo* $O_\lambda^\mu(\vec{r}_i)$ associato alla distribuzione di carica considerata ottenendo infine:

$$V(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} \frac{4\pi}{2\lambda+1} O_\lambda^\mu(\vec{r}_i) \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \quad (3.42)$$

Si consideri un processo di scattering un cui un certo bersaglio nucleare allo stato $|\Psi_i\rangle$ viene eccitato allo stato $|\Psi_f\rangle$ tramite un processo d'urto che coinvolga una interazione puramente Coulombiana con un nucleo secondario che transita ad una coordinata relativa \vec{R} dal suo centro di massa. Limitiamoci a descrivere l'eccitazione Coulombiana del nucleo e siano ora \vec{r}_i le coordinate dei suoi Z protoni. Per la definizione di fattore di forma calcoliamo:

$$F_C(\vec{R}) = \langle \Psi_f | V(\vec{R}) | \Psi_i \rangle \quad (\text{Integrato solo sulle coordinate interne } \vec{r}_i) \quad (3.43)$$

$$= \langle \Psi_f | \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} \frac{4\pi}{2\lambda+1} O_\lambda^\mu \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} | \Psi_i \rangle \quad (3.44)$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \sum_{\lambda=0}^{+\infty} \sum_{m=-\lambda}^{+\lambda} \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \langle \Psi_f | O_\lambda^\mu | \Psi_i \rangle \quad (3.45)$$

Nel caso specifico che la transizione avvenga tra lo stato fondamentale $|0\rangle$ ed uno stato di multipolarità λ , le regole di selezione associate alla conservazione del momento implicano che solo il termine pari a λ stesso sopravvive nella sommatoria, che può quindi essere eliminata. Si ottiene così:

$$F_C^\lambda(\vec{R}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Y_\lambda^m(\hat{R})}{R^{\lambda+1}} \frac{4\pi}{2\lambda+1} \sqrt{B(E\lambda)} \quad (3.46)$$

in funzione della corrispondente probabilità di transizione ridotta $B(E\lambda)$. Nel caso di transizioni dipolari si vede subito ad esempio che le regole di selezione impongono il vincolo che λ possa assumere solo valore 1.

3.4 Sezione d'urto inelastica per il nucleo ^{132}Sn

Nella figura 3.2 (*Sinistra*) si è applicato il modello appena descritto nel calcolo dei fattori di forma nucleari e Coulombiani associati all'eccitazione dell'isotopo ^{132}Sn con tre differenti proiettili (α , ^{40}Ca , ^{48}Ca) nei canali energetici tipici della PDR (sopra) e della GDR (sotto). I fattori di forma Coulombiani delle PDR sono più piccoli di almeno un ordine di grandezza rispetto a quelli della GDR³ mentre i fattori di forma nucleari hanno all'incirca la medesima ampiezza. Questo ci fa capire subito che il contributo nucleare all'eccitazione delle PDR è relativamente molto più significativo rispetto a quello delle GDR. Il termine isovettoriale del contributo nucleare è dominante nel caso del ^{48}Ca mentre il suo contributo per α e ^{40}Ca è praticamente nullo. Questo fatto era pienamente prevedibile a causa della differente simmetria isoscalare o isovettoriale delle sonde nucleari utilizzate. Notiamo che a corto raggio la convoluzione di termine Coulombiano e termine nucleare genera una interferenza distruttiva. La ragione va ricercata nella presenza di numerosi nodi a corto raggio nell'espressione delle densità di transizione che intervengono nel calcolo. Va comunque ricordato che la cosa non influenza il nostro studio: nel calcolo si è introdotta una distanza di soglia b_{min} che esclude la regione in questione.

³Come era facilmente deducibile dalla Distribuzione di strenght dipolare

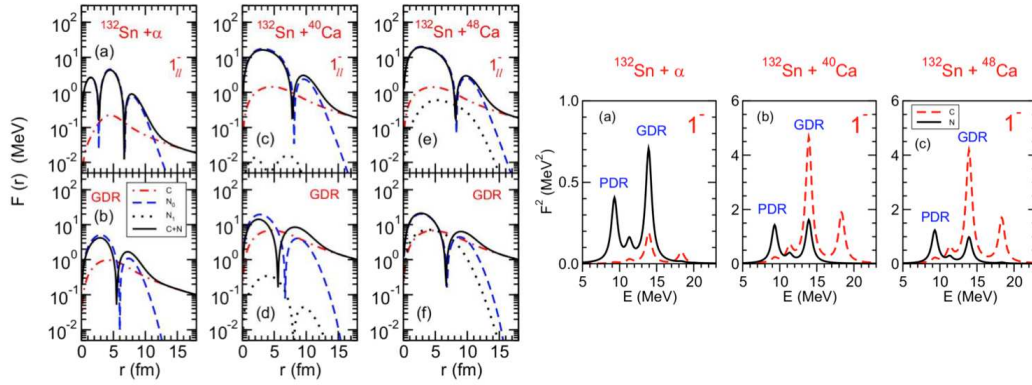


Figura 3.2: [Sinistra] Fattori di forma per 3 differenti sistemi $^{132}\text{Sn} + (\alpha, ^{40}\text{Ca}, ^{48}\text{Ca})$. La parte superiore si riferisce alla PDR mentre quella inferiore si riferisce alla GDR. [Destra] Modulo quadro del fattore di forma calcolato alla superficie per 3 differenti sistemi $^{132}\text{Sn} + (\alpha, ^{40}\text{Ca}, ^{48}\text{Ca})$ in funzione dell'energia.

Per capire ancora meglio come i differenti proiettili alterano per via Coulombiana o nucleare le relative intensità delle PDR e delle GDR, calcoliamo il modulo quadro del fattore di forma sulla superficie e riportiamolo in funzione dell'energia di eccitazione (figura 3.2 (Destra)).

E' possibile dedurre come le interazioni Coulombiane e nucleari alterano le relative intensità delle risonanze GDR e PDR studiando gli angoli di deflessione con cui i diversi proiettili vengono deviati. Ad ogni angolo di deviazione corrisponde un ben definito parametro d'impatto b . Il legame tra parametro d'impatto b e le interazioni coinvolte nel processo d'urto è ben evidente nella figura 3.3[A], dove viene riportata la sezione d'urto parziale di tre differenti processi d'urto in funzione di b . Osserviamo che in tutti i sistemi trattati il contributo Coulombiano agli stati Pygmy è molto più piccolo di quello nucleare se misurato a piccoli b . Accade invece il contrario per la risonanza gigante, eccetto il caso della particella α che possiede una carica molto più piccola di quella negli altri proiettili.

Nella figura 3.3[B] è riportata la sezione d'urto differenziale energetica totale in funzione dell'energia di eccitazione dello ^{132}Sn nei processi d'urto $^{132}\text{Sn} + (\alpha, ^{40}\text{Ca}, ^{48}\text{Ca})$. Variando i proiettili il bilancio con cui vengono popolati gli stati PDR e GDR cambia apprezzabilmente. Per gli isotopi del Ca il picco $N + C$ della PDR è più alto di quello della GDR. Il picco della GDR è sempre dominato dal contributo Coulombiano mentre quello della PDR pesa in egual maniera entrambi i contributi (eccetto il caso della particella α in cui domina la parte nucleare per i soliti motivi legati alla ridotta carica del nucleo).

La figura 3.3[C] mostra la sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia di eccitazione in un processo $^{132}\text{Sn} + ^{40}\text{Ca}$ coinvolgente tre differenti energie di incidenza. L'eccitazione nucleare è indipendente dall'energia di incidenza del proiettile. Differentemente, man mano che l'energia di incidenza aumenta, il contributo Coulombiano cresce per la GDR e diminuisce per la PDR.

I calcoli svolti sino ad ora hanno analizzato solo gli stati di eccitazione dipolare. In realtà uno spettro di eccitazione contiene differenti multipolarità. Gli stati a bassa energia che stiamo studiando presentano infatti una probabilità non nulla associata ad una eventuale eccitazione quadrupolare ed ottupolare. Nella figura 3.3[E] viene riportata una visione globale del contributo delle differenti multipolarità al processo di eccitazione rispetto alle componenti nucleari e Coulombiane in funzione dell'energia di incidenza. Come già osservato, la componente nucleare della GDR

e della PDR è indipendente dall'energia di incidenza. Nella parte Coulombiana la GDR, e poco prima la GQR, è dominante sulle alte energie di incidenza. Sempre nella componente Coulombiana gli stati a bassa energia sono maggiormente eccitati a basse energie di incidenza e la loro eccitazione decresce man mano che l'energia di incidenza cresce.

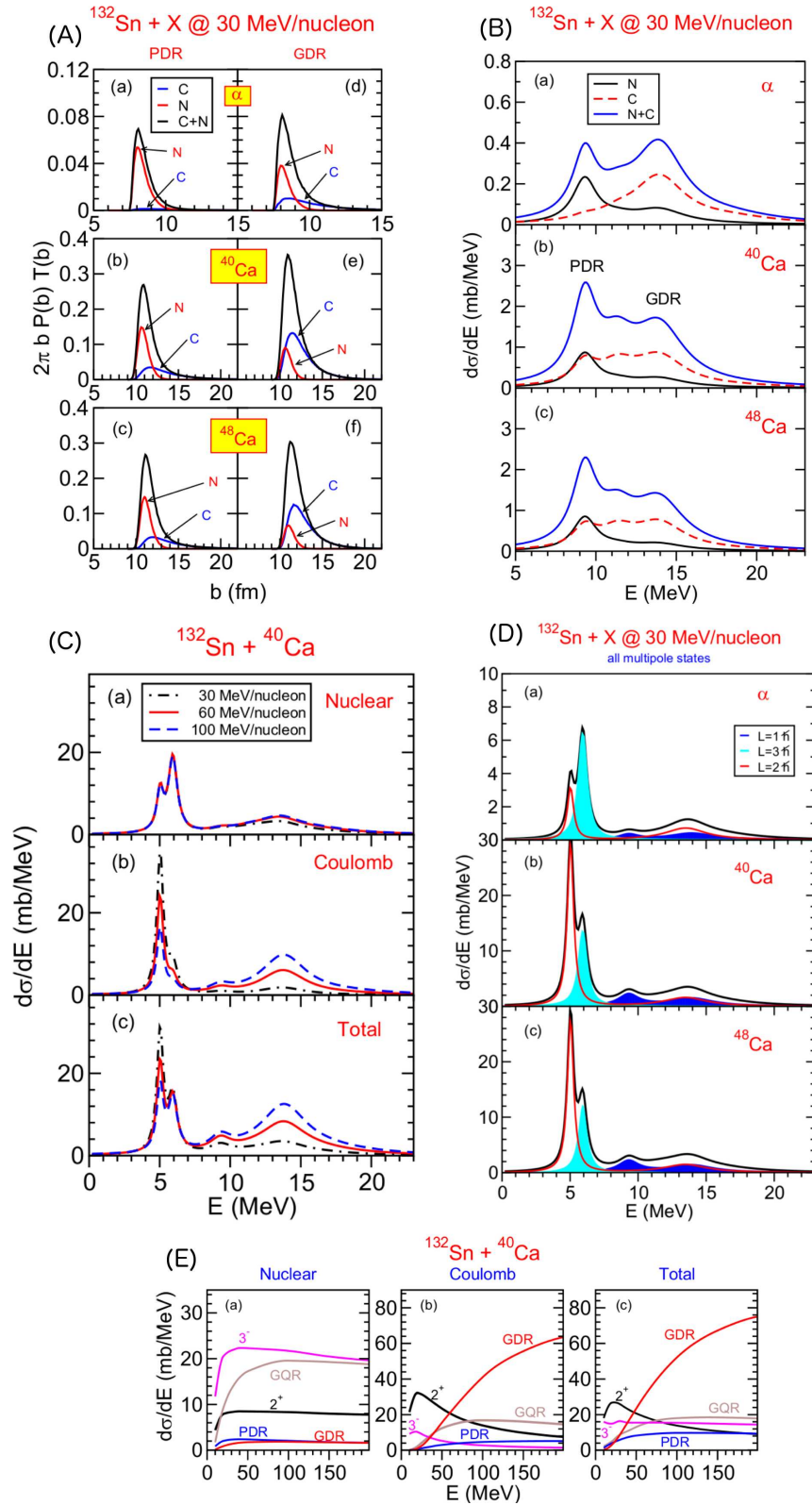


Figura 3.3: [A] Sezioni d'urto parziali in funzione del parametro d'impatto b per i sistemi di $^{132}\text{Sn} + (\alpha, ^{40}\text{Ca}, ^{48}\text{Ca})$ a 30 MeV/nucleone. In ogni colonnaso sono riportati i risultati per 2 stati dipolari: la PDR e la GDR. In ogni grafico i contributi Coulombiano e nucleare σ e esplicitamente indicato [1] [B] Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia di eccitazione per i sistemi di $^{132}\text{Sn} + (\alpha, ^{40}\text{Ca}, ^{48}\text{Ca})$ a 30 MeV/nucleone. [C] Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia di eccitazione. Il contributo nucleare e Coulombiano sono osservabili separatamente [D] Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia di eccitazione. In ogni finestra sono osservabili i contributi multipolari. [E] Sezione d'urto differenziale in funzione dell'energia di incidenza per nucleone

Capitolo 4

Modellizzazione macroscopica

4.1 Densità di transizione macroscopiche

Le risonanze dipolari di tipo Pygmy (PDR) vengono spesso associate ad un nuovo moto collettivo nucleonico presente in sistemi nucleari arricchiti di nucleoni. Occorre dire che una delle questioni su cui ancora oggi si discute è l'individuazione di un criterio che definisca la collettività o meno di tali stati.

Alla luce dei risultati microscopici appena discussi, sembrerebbe possibile definire il grado di collettività delle PDR a partire dal numero di configurazioni p-h coinvolte nel calcolo RPA delle funzioni d'onda. Secondo alcuni autori tale criterio risulta del tutto inadeguato in quanto non si predispone alla verifica delle proprietà di coerenza che invece sono alla base di una eventuale natura collettiva di uno stato [1, 2, 3].

In letteratura una descrizione macroscopica delle PDR prevede l'oscillazione di un core protonico e neutronico rispetto ad un alone di neutroni. Si ipotizza allora una separazione della densità protonica $\rho_p(\vec{r})$ da quella neutronica $\rho_n(\vec{r})$. Quest'ultima è a sua volta suddivisa in una densità nucleonica di valenza $\rho_n^V(\vec{r})$ ed una densità nucleonica di core $\rho_n^C(\vec{r})$. Chiaramente vale $N = N^V + N^C$ e sia $z = \Delta z^C - \Delta z^V$.

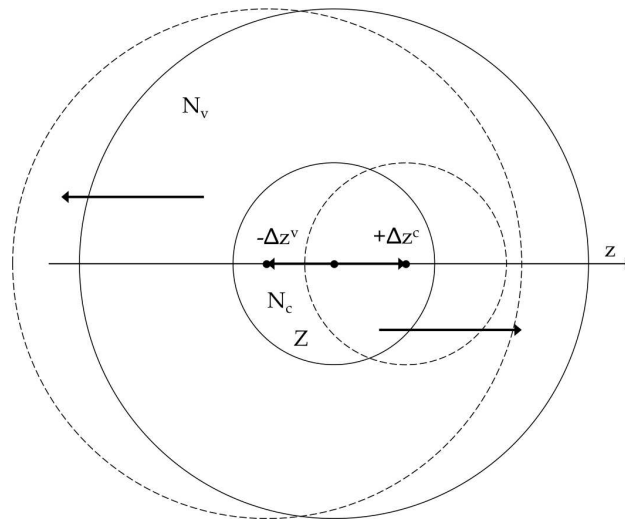


Figura 4.1: Disposizione delle coordinate tra il core ed i neutroni di valenza interagenti con esso. N_C sono i neutroni del core mentre N_V sono i neutroni di valenza

Dalla legge di conservazione della quantità di moto del centro di massa (che inizialmente poniamo nell'origine) ricaviamo:

$$Z_{CM} = \frac{N^C \Delta Z^C - N^V \Delta z^V}{A} = 0 \quad (4.1)$$

e dunque $\Delta z^C = \frac{N^V}{A}z$ mentre $\Delta z^V = -\frac{Z+N^C}{A}z$. Esprimiamo le densità neutroniche e protoniche traslate in funzione di z ed espandiamole in serie di Taylor sino al primo ordine:

$$\delta\rho_p(r) = \frac{N^V}{A} \frac{d\rho_p}{dr} \quad (4.2)$$

$$\delta\rho_n(r) = \frac{N^V}{A} \frac{d\rho_n^C}{dr} - \frac{Z+N^C}{A} \frac{d\rho_n^V}{dr} \quad (4.3)$$

Tali quantità rappresentano le densità di transizione macroscopiche e, come previsto, esse presentano un massimo sulla superficie del nucleo, dove la densità varia più velocemente. Ciò è dovuto alla presenza della pelle neutronica. Le *Densità di transizione* macroscopiche possono essere direttamente confrontate con quelle microscopiche ed in particolar modo per le PDR riportiamo i seguenti risultati[1]

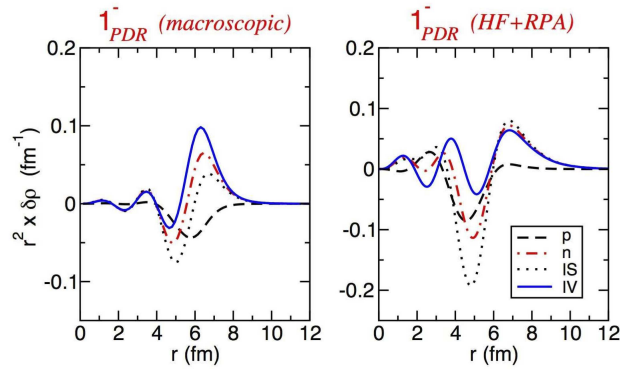


Figura 4.2: *Densità di transizione* per stati dipolari a bassa energia per l'isotopo dello ^{132}Sn . L'immagine a sinistra mostra la *Transition density function* macroscopica calcolata con il metodo appena descritto. A destra la *Densità di transizione* è stata calcolata microscopicamente con HF-RPA con un'interazione SGII[1]

Dal confronto tra le due densità di transizione appare chiaro che entrambe riproducono la dinamica tipicamente associata alla definizione di stati Pygmy: un core di neutroni e protoni oscillano in fase all'interno del nucleo rispetto ad una nuvola neutronica presente al suo esterno. Possiamo quindi concludere che nonostante la non esatta verosimiglianza tra risultati macroscopici e microscopici, la natura degli stati Pygmy possa essere interpretata con una certa sicurezza adottando i modelli proposti in questa trattazione.

4.2 Effetti della pelle neutronica sulle proprietà degli stati nucleari collettivi

Si intendono studiare gli effetti indotti dalla presenza di una pelle neutronica su stati soggetti ad eccitazione dipolare. Useremo un semplice modello classico che interpreta i processi di eccitazione studiati come effetti di differenti modalità di oscillazione delle densità protoniche e neutroniche[5]. L'analisi inizierà dallo studio della *Giant Dipole Distribution* (GDR) come caso limite di riferimento.

Si assuma prima di tutto che protoni e neutroni abbiano densità con simmetria sferica e profilo simile alla distribuzione di Fermi:

$$\rho_i(r_i, R_i) = \rho_{i,0} \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{(r-R_i)}{a_i}\right]} \quad (4.4)$$

dove $i = n, p$, R_p R_n sono i raggi delle distribuzioni ed a_i le loro rispettive diffusività. Supponiamo che $a_p = a_n = a$ e che il potenziale di interazione nucleone-nucleone sia a zero range¹:

$$v(\vec{r}_n, \vec{r}_p) = K\delta(\vec{r}_n - \vec{r}_p) \quad (4.5)$$

Come illustrato in figura 4.1, trasliamo le densità protoniche e neutroniche delle opportune quantità già calcolate precedentemente ed espandiamole in serie di Taylor:

$$\rho_i(\vec{r} + z\vec{e}_z, R_i) \simeq \left[1 + \frac{d}{dz} + \frac{1}{2}z^2 \frac{d^2}{dz^2} \right] \rho_i(r_i, R_i) \quad (4.6)$$

dove \vec{e}_z è la direzione unitaria dell'oscillazione. Lo spostamento delle due distribuzioni determina un cambiamento in energia del sistema:

$$\Delta U_{GDR} = U_{GDR}(z, R_n, R_p) - U_{GDR}(z = 0, R_n, R_p) \quad (4.7)$$

dove

$$U_{GDR}(z, R_n, R_p) = K \int \rho_n(\vec{r} + z_n\vec{e}_z, R_n) \times \rho_p(\vec{r} + z_p\vec{e}_z, R_p) \quad (4.8)$$

Classicamente il processo di separazione può essere interpretato come una oscillazione armonica delle densità e dunque

$$\Delta U = \frac{1}{2}\mu \omega^2 z^2 \quad (4.9)$$

dove $\mu = \frac{NZm_n}{A}$ è la massa ridotta del sistema ed ω è la frequenza di oscillazione nel canale dipolare. Unendo le espressioni appena ottenute per il potenziale, sarà allora possibile calcolare ω e quindi l'energia $\hbar\omega$ di eccitazione $E_{GDR}(R_p, R_n)$ della GDR.

Per i nuclei che presentano una pelle neutronica è possibile introdurre le due quantità

$$\bar{R} = \frac{R_n + R_p}{2} \quad y = R_n - R_p$$

che una volta invertite parametrizzeranno l'energia appena trovata $E(R_p, R_n)$ in funzione di \bar{R} e y , con y non troppo grande. Studiando il rapporto

$$\frac{E_{GDR}(\bar{R}, y)}{E_{GDR}(\bar{R}, y = 0)} \quad (4.10)$$

ottenibile con la procedura sinora descritta otterremo una equazione che descrive la dipendenza della GDR dallo spessore della pelle neutronica. L'andamento calcolato è quello visibile in figura 4.3

Si vede sin da subito che la GDR è solamente debolmente affetta dalla presenza della pelle neutronica. Tale insensibilità risulta facilmente comprensibile. Nella GDR tutti i neutroni del nucleo si muovono in controfase rispetto ai protoni ed una piccola aggiunta di neutroni non è in grado di mutare il comportamento collettivo del sistema. Abbiamo inoltre assunto che l'interazione avvenga a zero range. Se fosse stata utilizzata una forza più realistica a range finito, probabilmente la GDR avrebbe avuto ancora maggior insensibilità alla presenza della pelle neutronica.

Gli effetti dovuti alla presenza di una pelle neutronica risultano particolarmente evidente nel caso delle PDR. Ricostruiamo il nostro modello adattando invece allo studio di tali stati le distribuzioni di densità. In questo nuovo modello assumeremo

¹Ovvero ogni nucleone interagisce con altri nucleoni solo se si trovano nel medesimo punto.

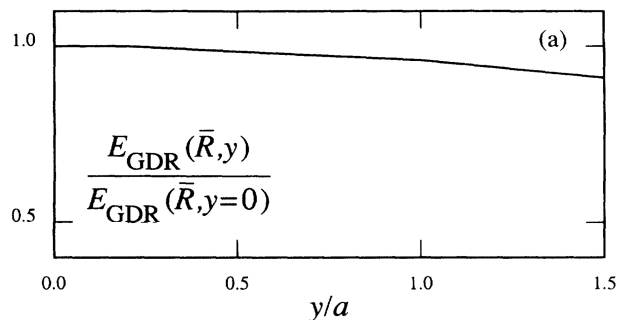


Figura 4.3: La quantità $\frac{E_{GDR}(\bar{R}, y)}{E_{GDR}(\bar{R}, y=0)}$ calcolata in funzione del rapporto $\frac{y}{a}$

l'esistenza di un core di protoni del nucleo e di un alone di neutroni. La nuova densità sarà allora

$$\rho_s(r, R_n, R_p) = \rho_0 \left[\frac{1}{1 + \exp\left[\frac{(r-R_n)}{a_i}\right]} - \frac{1}{1 + \exp\left[\frac{(r-R_p)}{a_i}\right]} \right] \quad (4.11)$$

Una volta riformulato il problema procediamo a calcolare, con la medesima metodologia descritta precedentemente, il seguente rapporto:

$$\frac{E_{PDR}(\bar{R}, y)}{E_{GDR}(\bar{R}, y)} \quad (4.12)$$

Tale rapporto valuta l'energia della PDR rispetto a quella corrispondente della GDR. Il risultato ottenuto è riportato qui di seguito

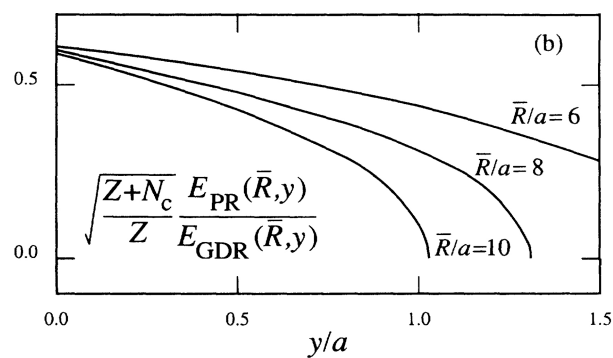


Figura 4.4: La quantità $\frac{E_{PDR}(\bar{R}, y)}{E_{GDR}(\bar{R}, y)}$ calcolata in funzione del rapporto $\frac{y}{a}$

Capitolo 5

Conclusioni

Partendo da evidenze sperimentali associate e processi di eccitazione Coulombiana ad alte energie in nuclei ricchi di neutroni, si è giunti alla scoperta dell'esistenza di particolari risonanze presenti alle basse energie del canale dipolare. Tali risonanze sono chiamate *Pygmy Dipole Resonances* (PDR) in onore alla loro debole intensità e a una prima analisi esse presentano alcune peculiarità che sin da subito le distingue dai processi di eccitazione coinvolgenti ben nota *Giant Dipole Resonance* (GDR)

Studiando la distribuzione di strength dipolare ottenuta da un calcolo microscopico RPA per l'isotopo ^{132}Sn o per nuclei stabili ricchi di neutroni come il ^{208}Pb si è notata una sorprendente corrispondenza tra l'intensità degli stati *pygmy* ed il numero di neutroni in eccesso nel nucleo. Il sospetto che le PDR presentino caratteristiche tanto peculiari quanto estendibili ad una più vasta famiglia di nuclei coinvolti in tali processi di eccitazione ci ha portato a studiare e a confrontare le densità di transizione per tre differenti isotopi dello Stagno. Le analogie emerse da questo confronto ci hanno permesso di formulare una prima definizione macroscopica di quello che può essere considerato uno stato di eccitazione *pygmy*: in un processo di eccitazione *pygmy* un core neutronico e protonico oscilla in controfase rispetto ad una nube neutronica costituita da neutroni di valenza in eccesso.

Tale interpretazione è stata confermata dalla formulazione di un opportuno modello macroscopico che, alla luce della definizione data, ha riprodotto una densità di transizione macroscopica con le medesime proprietà di quella microscopica.

Una volta chiarito il meccanismo con cui interpretare tali eccitazioni, si è passati ad indagare quali siano i più adeguati parametri di reazione da utilizzare per popolare tali stati. Si sono allora sviluppati opportuni formalismi teorici che ci hanno permesso di studiare la risposta delle PDR sia a sollecitazioni Coulombiane sia a sollecitazioni nucleari. La scelta di introdurre la componente nucleare al processo di interazione è nata dalla evidente presenza di termini isoscalari ed isovettoriali alle basse energie della distribuzione di strength dipolare.

Rimanendo in tale ambito si sono allora discusse le varie dinamiche che con la scelta di differenti parametri d'impatto, energie di incidenza e tipologie di sonde (sia nel canale dipolare che nelle successive multipolarità) vengono coinvolte nel processo d'urto. Si conclude infine che l'energia di incidenza più adatta allo studio delle PDR è di 50 MeV/nucleone. Infatti, sebbene la sezione d'urto delle PDR sia più significativa ad alte energie, in tali condizioni il suo picco potrebbe essere confuso con quello più dominante e diffuso delle risonanze giganti. Dall'altra parte occorre però stare attenti che il picco non venga coperto dagli stati di quadrupolo o ottupolo presenti alle basse energie.

Bibliografia

- [1] E. G. Lanza, A. Vitturi, M. V. Andrés, F. Catara, D. Gambacurta, “Pygmy Dipole Resonances: Nuclear and Coulomb Excitations”, *Nuclear Theory* **29**, 162 (2010)
- [2] E. G. Lanza, A. Vitturi, M. V. Andrés, F. Catara, D. Gambacurta, “Excitations of pygmy dipole resonance in exotic and stable nuclei via Coulomb and nuclear fields”, *Physical Review C* **84**, 064602 (2011)
- [3] E. G. Lanza, A. Vitturi, M. V. Andrés, “Nuclear and Coulomb excitations of low-lying dipole states in exotic and stable nuclei”, *Journal of Physics, Conference Series* **420**, 012147 (2013)
- [4] E. G. Lanza, F. Catara, D. Gambacurta, M. V. Andrés, Ph. Chomaz, “Multiphonon excitations and pygmy resonances in tin isotopes”, *Physical Review C* **79**, 054615 (2009)
- [5] P. Van, Isacker, M. A. Nagarajan, and D. D. Warner, “Effect of the neutron skin on collective states of nuclei”, *Physical Review C* **45**, R13 (1992)
- [6] A. Bohr, B. R. Mottelson, “*Nuclear Structure.*”, Vol. 1, World Scientific (1998)
- [7] G. R. Satchler, “*Direct Nuclear Reactions*”, Oxford University Press (1983)
- [8] V. Greiner, J. A. Maruhn, “*Nuclear Models*”, Springer (1996)
- [9] J. Lilley, “*Nuclear Physics: principles an applications*”, Wiley (2001)