



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Dipartimento di Ingegneria Industriale

Dipartimento di Tecnica e Gestione dei Sistemi Industriali
Laboratorio di Disegno e Metodi dell'Ingegneria Industriale

Corso di Laurea Magistrale in Ingegneria Meccanica

Sviluppo e validazione
di un modello delle proprietà meccaniche
di strutture cellulari
ottenute mediante tecniche di Additive Manufacturing

Relatore: Prof. Ing. Roberto Meneghello

Correlatore: Ing. Gianpaolo Savio

Laureando: Riccardo Castellan (matr. 1058148)

Anno Accademico 2014/2015

Sommario

La significativa crescita nell'utilizzo delle tecniche di Additive Manufacturing (AM) permette la riprogettazione di assiemi e la fabbricazione di componenti innovativi.

Diversi campi di applicazione possono beneficiare di questi innovativi metodi di produzione, come ad esempio il campo biomedico, in particolare per la fabbricazione di protesi umane leggere, le quali possono portare grandi vantaggi nella vita dei pazienti.

La limitata disponibilità di strumenti software di supporto alla progettazione, che prendano in considerazione le peculiarità delle tecnologie additive, ne limita la diffusione. Un possibile metodo di progettazione può essere basato sulla sostituzione di un solido con strutture cellulari che garantiscano resistenza e riducano il peso e il volume dell'oggetto.

Il presente elaborato si focalizza sulla caratterizzazione meccanica di strutture cellulari, utilizzabili in futuro come protesi nel campo biomedico. A tale scopo si sono eseguite in un primo momento analisi numeriche agli elementi finiti, con elementi sia unidimensionali che tridimensionali, ed in seguito anche delle prove sperimentali a trazione su provini in poliammide.

Determinando le costanti elastiche ed il coefficiente di Poisson nelle varie direzioni è possibile attribuire ad ogni cella unitaria una matrice che rappresenta il comportamento ortotropo di ognuna di esse.

Si è poi studiato l'andamento dei moduli di elasticità in relazione alla densità relativa delle celle, trovando un andamento di tipo quadratico; è possibile osservare inoltre come la differenza fra i risultati delle analisi numeriche unidimensionali e quelle tridimensionali aumenti all'aumentare della densità relativa delle celle, giustificando dunque le analisi numeriche unidimensionali per densità relative basse (attorno al 20% o 30%), ma non totalmente per valori maggiori.

Dalle prove sperimentali infine si sono determinati dei risultati che sono in accordo con il modello creato dalle analisi numeriche tridimensionali; questa concordanza tra i risultati permette dunque la validazione di tale modello nel campo di densità relative analizzate (dal 20% al 40%).

La tesi è stata svolta presso il *Laboratorio di Disegno e Metodi dell'Ingegneria Industriale* del dipartimento di Ingegneria Civile Edile e Ambientale. I provini per le prove di trazione sono stati realizzati grazie alla collaborazione dell'azienda 3Dfast Srl.

Indice

Sommario	3
Introduzione	7
1. Stato dell'arte	11
1.1 Prototipazione rapida	11
1.1.1 Selective Laser Sintering (SLS)	13
1.1.2 Selective Laser Melting (SLM).....	15
1.2 Strutture cellulari.....	16
1.2.1 Cubica semplice (CS).....	18
1.2.2 Cubica a corpo centrato (CCC).....	18
1.2.3 Cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR).....	19
1.2.4 Gibson-Ashby (G-A)	20
1.2.5 Gibson-Ashby modificata (GAM).....	20
1.2.6 Octet Truss (OT).....	21
1.2.7 Wallach Gibson (WG).....	22
1.2.8 Altre celle.....	23
1.3 Legame elastico lineare	23
1.4 Materiali sinterizzati	25
2. Metodi	29
2.1 Modello numerico	30
2.1.1 Analisi 1D	30
2.1.2 Analisi 3D	35
2.2 Piano sperimentale: valutazione sperimentale di E	37
3. Pianificazione delle prove.....	39
3.1 Celle unitarie.....	39
3.2 Densità relative.....	42
3.3 Materiali	44
3.3.1 Poliammide.....	44
3.3.2 Lega di titanio	44
3.3.3 Lega cobalto cromo	45
3.4 Analisi numeriche	45
3.4.1 Analisi 1D	45
3.4.2 Analisi 3D	48
3.5 Idealizzazione di un materiale solido equivalente	50
3.6 Prove sperimentali.....	52

4. Risultati.....	55
4.1 Correlazione fra densità relativa e sezioni	55
4.2 Risultati numerici.....	56
4.2.1 Risultati delle analisi 1D.....	56
4.2.2 Risultati delle analisi 3D.....	68
4.3 Risultati sperimentali.....	76
4.4 Costanti caratteristiche delle curve di modello.....	82
5. Conclusioni	85
Appendici.....	87
Appendice 1: Assegnazione delle sezioni per le analisi numeriche 1D	87
Appendice 2: Metodo delle forze per la determinazione del modulo elastico E della cella GAM.....	93
Appendice 3: Determinazione del modulo di elasticità tangenziale G utilizzando il metodo del “puro taglio”	95
Appendice 4: Procedura di prova	105
Appendice 5: Andamento dei moduli di elasticità al variare della densità relativa: grafici in scala logaritmica.....	109
Appendice 6: Provini per le prove sperimentali a trazione	111
Appendice 7: Risultati delle prove sperimentali di trazione	117
Bibliografia.....	133
Ringraziamenti.....	135

Introduzione

Le tecniche di Rapid Prototyping (RP) e di Additive Manufacturing (AM) permettono la fabbricazione di componenti innovativi, che possono soddisfare le richieste del cliente.

Il cliente, infatti, non si accontenta più di un prodotto seriale, ma vuole un prodotto che appaghi le sue necessità e che soddisfi ogni requisito.

Queste nuove tecniche di produzione permettono la fabbricazione di geometrie qualsiasi, anche molto complesse, direttamente dal modello geometrico CAD (Computer Aided Design) tridimensionale dell'oggetto.

La possibilità di creare oggetti di forma particolare rende tali tecnologie molto utili in svariati campi di applicazione, in particolar modo quelli in cui è primaria la necessità di alleggerire i componenti, come il settore aeronautico e quello biomedico.

Per quanto riguarda il campo biomedico, la fabbricazione di protesi leggere e dalle ben note caratteristiche meccaniche può migliorare significativamente la vita dei pazienti. Per minimizzare dunque il peso ed ottimizzare la rigidità meccanica si è pensato di utilizzare delle strutture cellulari.

Tali strutture, prodotte attraverso la sinterizzazione laser (Selective Laser Sintering, SLS) o fusione laser selettiva (Selective Laser Melting, SLM), sono studiate in questa tesi.

La difficoltà di studio e analisi numerica di corpi di medio-grandi dimensioni composti da strutture cellulari ha fatto pensare ad un metodo innovativo di rappresentazione delle stesse. L'idea di fondo è stata infatti quella di determinare un materiale solido equivalente, in grado di rappresentare esattamente il comportamento delle celle unitarie in questione.

Uno schema riassuntivo di tutto ciò di può vedere in Figura 1.

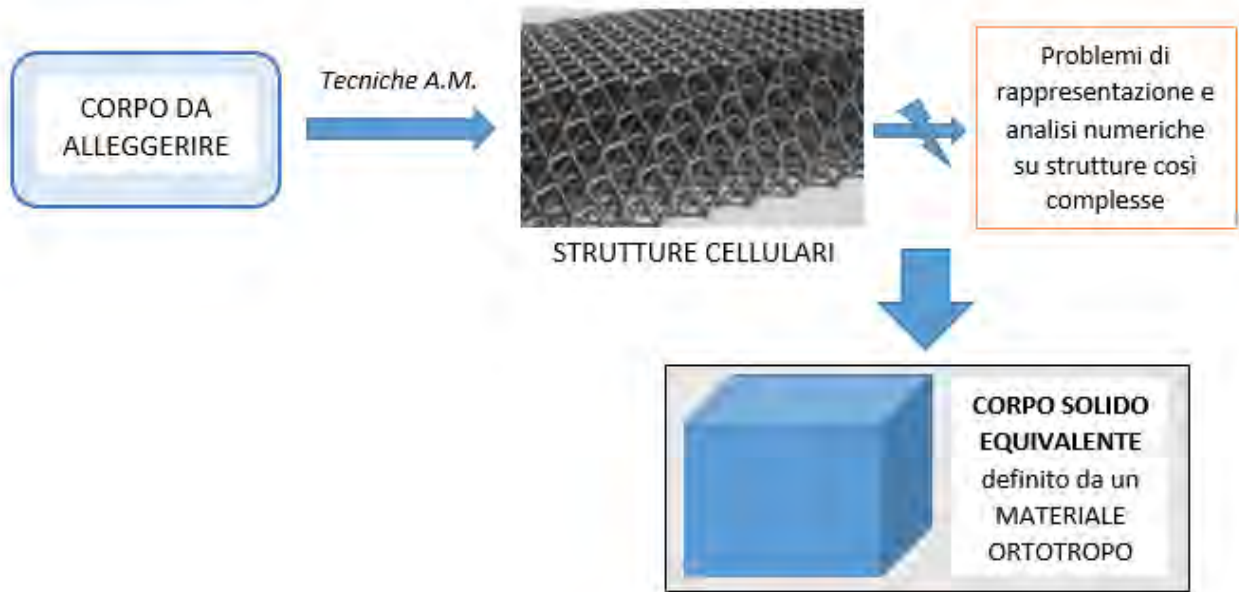


Figura 1: Schema concettuale della metodologia proposta

Riassumendo, dunque, la necessità iniziale è quella di alleggerire dei componenti (ad esempio delle protesi nel campo biomedico); questo è reso possibile dalle innovative tecniche di Additive Manufacturing, che permettono la realizzazione di strutture particolari e complesse come le strutture cellulari, attraverso le quali si vogliono mantenere comunque buone caratteristiche meccaniche di rigidità.

Il problema di queste strutture sta nella difficoltà e lentezza di calcolo delle analisi numeriche agli elementi finiti nella fase di progettazione, a causa della grandissima quantità di elementi.

L'idea di questo elaborato è quella di determinare un corpo solido equivalente costituito da uno specifico materiale, che permetta di rappresentare esattamente o quasi le proprietà meccaniche di ogni specifica struttura cellulare studiata.

Grazie alla definizione di questo materiale equivalente si potrebbe rappresentare un corpo, che in realtà sarebbe costituito da una schiera di celle unitarie, idealizzandolo come corpo solido avente delle specifiche caratteristiche di rigidità. Tutto ciò permetterebbe di velocizzare e semplificare significativamente la fase di progettazione di corpi che saranno composti da strutture cellulari.

Nel Capitolo 1 si può vedere lo stato dell'arte sulle tecnologie di Additive Manufacturing, in particolar modo della Selective Laser Sintering (SLS), sui materiali utilizzati in questi processi e sulle celle unitarie trovate in letteratura che possono costituire tali strutture.

Nel Capitolo 2 sono stati spiegati i metodi di calcolo utilizzati, numerici e sperimentali, per la determinazione delle costanti elastiche caratterizzanti una specifica cella unitaria.

Nel Capitolo 3 si spiega la pianificazione delle prove eseguite, definendo dapprima le costanti elastiche dei materiali utilizzati e indicando che celle unitarie sono state studiate e a quali livelli di densità relativa.

Il Capitolo 4 riporta invece tutti i risultati determinati. Si è calcolato dapprima il legame esistente tra la grandezza delle sezioni degli elementi costituenti le celle e la densità relativa delle celle stesse. Si è passati poi ai risultati ottenuti dalle analisi numeriche (unidimensionali e tridimensionali) diagrammando l'andamento delle varie costanti elastiche al variare della densità relativa. Per le analisi numeriche unidimensionali si è studiato anche il comportamento al variare del materiale di base utilizzato. Si è inoltre eseguito un confronto (per un corpo qualsiasi) fra le strutture cellulari alla densità relativa pari al 20% e il corrispondente corpo solito equivalente ad ogni struttura cellulare. Nell'ultima parte del capitolo si sono invece riassunti i risultati delle analisi sperimentali, mettendoli a confronto con quelli numerici, per una validazione del modello.

Nel Capitolo 5 infine si sono riassunti i risultati più importanti e le conclusioni che da questi si possono trarre, pensando anche a possibili sviluppi futuri del lavoro fatto.

1. Stato dell'arte

1.1 Prototipazione rapida

La prototipazione rapida è una tecnologia innovativa che rende possibile la produzione, in poche ore e senza l'uso di utensili, di geometrie qualsiasi direttamente dal modello matematico dell'oggetto realizzato con un sistema CAD tridimensionale (Computer Aided Design, 3D).

La quasi totalità delle tecniche di prototipazione rapida è di tipo accrescitivo, cioè il modello viene accresciuto a partire da una base, strato su strato, senza che venga tolto materiale. Per questo si può utilizzare il termine Additive Manufacturing (AM) per indicare i processi in questione.

Lo scopo iniziale delle tecniche di Rapid Prototyping (RP) era quello di realizzare rapidamente prototipi di oggetti da produrre poi in serie con tecniche di lavorazione tradizionali.

La possibilità di realizzare oggetti 3D dà infatti enormi vantaggi: ci dà l'idea concreta dell'oggetto finale, il suo ingombro, la sua funzionalità e maneggevolezza; individua anche la sua precisione e la sua fattibilità sia in ambito produttivo che in ambito realizzativo.

Passare dal mondo virtuale al mondo reale in ambito progettuale è un notevole passo avanti; scovare eventuali problemi di funzionalità, nel posizionamento del pezzo e soprattutto riguardanti il montaggio è essenziale per evitare un futuro blocco della linea produttiva, senza contare che un modello reale chiarisce e semplifica la verifica concettuale di qualsiasi problema.

Oltre a tutto ciò, però, la prototipazione rapida risulta davvero fondamentale quando si ha la necessità di realizzare prodotti di forma molto complessa, che sarebbero difficilmente realizzabili con i metodi tradizionali di produzione. L'idea è quindi stata quella di non limitarsi più alla realizzazione di soli prototipi, ma di produrre anche oggetti singoli o in piccola serie da impiegare come veri e propri prodotti finiti.

Le tecniche di Additive Manufacturing permettono infatti la produzione dell'oggetto fisico direttamente dal modello CAD 3D in pochi e semplici passi, senza la necessità di stampi o di utensili [1].

Tutto parte dalla modellazione solida, utilizzando un qualsiasi programma per la modellazione 3D (come ad esempio SolidWorks o Autocad 3D). Una volta ultimato l'oggetto, questo viene salvato in un formato STL (*STereo Lithography interface format* oppure *Standard Triangulation Language*), che è un formato di trasferimento dati adatto all'industria della prototipazione rapida.

Con il formato STL un solido viene rappresentato con una superficie continua, ma discretizzata in triangoli. Un triangolo viene rappresentato indicando le coordinate x , y , z dei tre vertici in senso antiorario e indicando anche la direzione della normale alla superficie. Ogni triangolo deve condividere esattamente due vertici con ogni triangolo adiacente.

Il vantaggio principale di questo formato è la semplicità, in quanto risulta facile da generare e da processare; mentre lo svantaggio consiste nella geometria approssimata, che potrebbe non garantire la chiusura e la validità del solido.

Prima di procedere con la fase di creazione fisica del prototipo occorre controllare che il file sia privo di errori, potenzialmente contenuti nel modello CAD che può presentare buchi, vuoti o fessure. Questi problemi, se non corretti, possono causare il fallimento della creazione del prototipo, con lo spreco di tempo e risorse.

Una volta che il file STL è privo di errori, il computer del sistema di prototipazione rapida lo analizza e lo seziona (*slicing*). Nella fase di *slicing* il componente viene suddiviso in fette orizzontali, parallele alla base, che rappresentano i diversi strati di fabbricazione. Maggiore è la suddivisione, migliore sarà la finitura superficiale; tuttavia sarà maggiore anche il tempo per la creazione del componente stesso. È necessario quindi cercare un buon compromesso tra finitura superficiale e velocità di lavorazione.

La fase di preparazione dei parametri costruttivi è molto delicata. Devono essere stabiliti molti parametri, ad esempio, profondità e potenza del laser, posizionamento del modello, ecc.

Solamente dopo aver definito tutti i parametri costruttivi, è possibile passare alla fase di fabbricazione del componente, che è completamente automatizzata.

La fase terminale del processo (*post processing*) è quella più manuale, di conseguenza è anche una fase molto delicata; essa può comprendere la rimozione dei supporti, la pulizia ed eventualmente la finitura, per migliorare le caratteristiche superficiali dell'oggetto.

Come già osservato, dunque, le tecniche di Rapid Prototyping, offrendo l'importante vantaggio di poter ottenere componenti direttamente da modelli CAD 3D, permettono la fabbricazione di parti innovative e fortemente personalizzate, come le strutture cellulari analizzate in questo lavoro, caratterizzate da leggerezza e buone proprietà meccaniche.

Un altro vantaggio consiste nell'elevato grado di flessibilità; infatti una macchina può creare arbitrariamente più prototipi 3D senza particolari attrezzature o strumenti da sostituire ogni qual volta si voglia cambiare prodotto.

Ci sono tuttavia alcuni svantaggi che limitano l'utilizzo delle tecniche di RP e AM solamente a specifici campi di applicazione o a particolari momenti di sviluppo del prodotto, impedendo che queste nuove tecnologie sostituiscano quelle tradizionali, ma facendo bensì in modo che vadano ad integrarsi con quelle.

Occorre fare attenzione alle tensioni residue, causate dai gradienti di temperatura, che possono dare origine a deformazioni dopo la fabbricazione.

Un altro aspetto delicato consiste nella limitazione dei materiali utilizzabili in questi processi. I materiali finora impiegati nelle varie tipologie di lavorazioni sono resine, cera, plastica tecnica, carta, polimeri, ceramiche, biomateriale ed anche alcuni metalli.

Altri svantaggi da tenere in considerazione sono la non ottima precisione superficiale, soprattutto se aumenta la velocità di processo, e i costi di produzione che possono essere elevati, in particolar modo il costo di investimento iniziale (acquisto e installazione della macchina).

Le principali tecniche RP attualmente disponibili sono: Stereolitografia (StereoLitographic Apparatus, SLA), Produzione di oggetti laminati (Laminated Object Manufacturing, LOM), Modellazione multi-getto (Multi Jet Modeling, MJM), Stampa tridimensionale (3D Printing, 3DP), Modellazione tramite estrusione di filamenti (Fused Deposition Modelling, FDM), Fusione con fascio elettronico (Electron Beam Melting, EBM), Sinterizzazione laser selettiva (Selective Laser Sintering, SLS) e Fusione laser selettiva (Selective Laser Melting, SLM).

In questo lavoro di tesi l'attenzione sarà rivolta principalmente alla sinterizzazione laser (SLS) e alla fusione laser selettiva (SLM).

1.1.1 Selective Laser Sintering (SLS)

La sinterizzazione laser (SLS) fa uso di un laser, che emette radiazioni infrarosse, per sinterizzare le polveri del materiale utilizzato, che possono essere delle polveri di polimeri termoplastici, polveri ceramiche o polveri metalliche [1], [2].

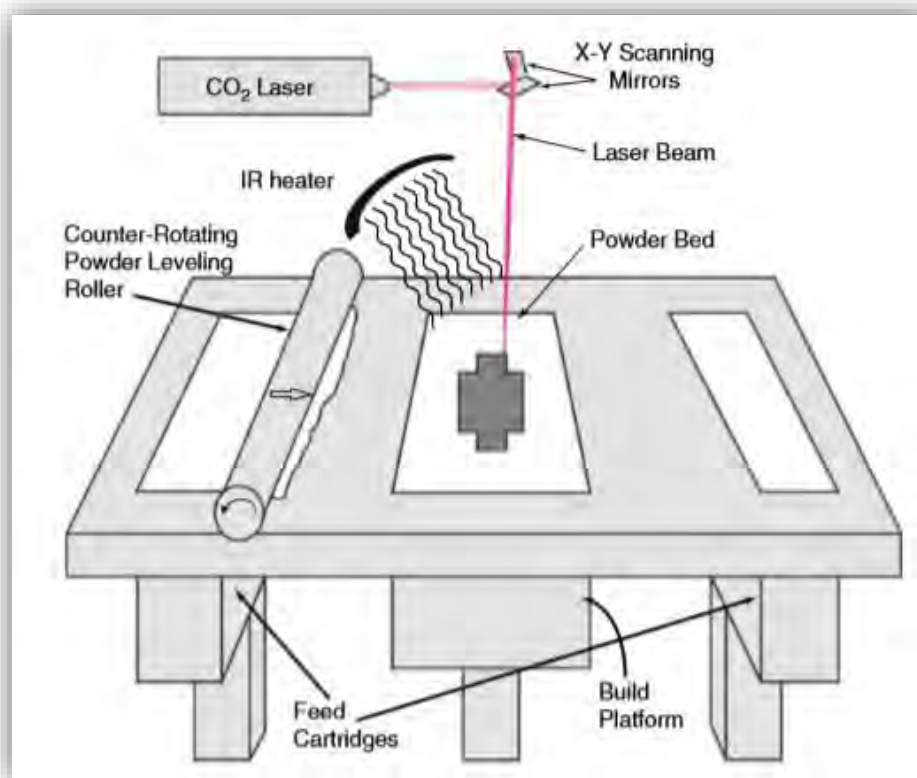


Figura 1.1: Processo di sinterizzazione laser

Inizialmente viene steso da un apposito apparato un sottile strato di polvere fusibile se sottoposto a calore; la temperatura interna viene mantenuta prossima a quella di fusione del materiale in modo tale da minimizzare l'energia richiesta al laser.

Il laser CO₂ segue le traiettorie necessarie a tracciare la sezione e fornisce l'energia termica necessaria a provocare la fusione localizzata delle polveri, lasciando inalterate quelle nelle zone circostanti, si ha così la creazione della sezione grazie alla sinterizzazione dei granelli di polvere.

La tavola si abbassa poi della quantità voluta, viene depositato un ulteriore strato di polvere e il tutto si ripete fino alla creazione dell'ultima sezione.

Il vantaggio sta nel fatto che si possono utilizzare diverse tipologie di polveri e non c'è bisogno di prevedere dei supporti dato che è la polvere non sinterizzata che provvede a sostenere i piani superiori.

Alla fine del processo il pezzo deve essere liberato dalla polvere in eccesso, operazione non molto complessa, e nel caso di polveri metalliche e ceramiche, può subire anche un trattamento termico per migliorarne le caratteristiche.

I vantaggi principali di questa tecnica sono dunque:

- Buona stabilità del pezzo;
- Ampia gamma di materiali utilizzabili;
- Assenza di strutture di supporto;
- Limitata fase di post-processo.

Ci sono tuttavia alcuni svantaggi, come l'alto consumo di potenza del laser e la non ottima finitura superficiale.

I principali parametri costruttivi da tenere in considerazione sono: la densità di energia fornita, l'orientamento del componente, la temperatura interna, la temperatura del letto di polvere, lo spessore di uno strato, la consistenza della polvere e il tipo di materiale.

L'influenza dei parametri costruttivi sulle proprietà meccaniche del prodotto è stata dimostrata da Caulfield et al. [3]; per questo occorre fare grande attenzione alla scelta dei parametri di processo.

Come già anticipato, le macchine SLS sono in grado di lavorare direttamente con un'ampia gamma di materiali: termoplastici, metallici, ceramici e compositi. La maggior parte dei materiali utilizzati sono sicuri, atossici, semplici da usare e possono essere facilmente conservati, riciclati e smaltiti.

I materiali maggiormente utilizzati sono i seguenti:

- **Poliammidi:** hanno delle proprietà molto ben bilanciate, che le rendono utili per una grande quantità di applicazioni. Le principali caratteristiche sono:
 - Alta resistenza e rigidità;
 - Buona resistenza chimica;
 - Comportamento a lungo termine costante;
 - Varie possibilità di finitura;
 - Biocompatibilità (in base alla norma *EN ISO 10993-1* e al test *USP/level VI/121 °C*);
 - Approvazione per il contatto con il cibo in conformità con *EU Plastics Directive 2002/72/EC*.

Tipiche applicazioni di questi materiali sono i componenti plastici completamente funzionali di alta qualità. Date le eccellenti proprietà meccaniche, spesso possono sostituire le plastiche

ottenute per stampaggio a iniezione. La biocompatibilità permette il loro uso come protesi; mentre l'alta resistenza all'abrasione permette il loro utilizzo come connessioni di componenti mobili.

- **Nylon:** una famiglia particolare di poliammidi sintetiche, è uno dei materiali più duraturi e attualmente disponibili.
- **Elastomeri termoplastici:** commercializzati col nome "SOMOS 201", sono flessibili, impermeabili, simili alla gomma e in grado di resistere alle abrasioni.
- **Policarbonati:** richiedono laser a minor potenza, sono veloci da lavorare e spesso sono dedicati alla costruzione di modelli per la microfusione.
- **Metalli:** commercializzati con il nome "LaserForm ST-100"; per molti di questi materiali però è preferibile la tecnica SLM, anziché la SLS.
- **Ceramici:** commercializzati con i nomi "SandForm Zr" e "SandForm Si".

1.1.2 Selective Laser Melting (SLM)

La fusione laser selettiva (SLM) rappresenta una variante rispetto alla sinterizzazione laser selettiva (SLS), in quanto durante la lavorazione la polvere metallica viene fusa completamente.

Questa tecnologia è impiegata solitamente per polveri metalliche integrali, che vengono fuse ad una profondità superiore allo spessore di uno strato; in questo modo la coesione fra gli strati del corpo risulterà maggiore.

Il laser deve essere più potente per poter ottenere livelli elevati di densità di energia (Energy density, ED); alla fine si otterrà un oggetto resistente, del tutto simile a quelli prodotti in serie.

Due polveri metalliche utilizzabili nel processo SLM sono:

- **Legha di titanio:** Ti-6Al-4V (Ti 90%, Al 6%, V 4%);
- **Legha cobalto-cromo:** Co-Cr-Mo (Co 63%, Cr 29.53%, Mo 5%, Si 1%, Mn 0.5%, Fe 0.5%, N 0.3%, C 0.17%).

Il titanio e le sue leghe sono usati per molti impianti sottocutanei e protesi, per la loro alta biocompatibilità e alta resistenza in rapporto al peso.

Le leghe di cobalto-cromo da molto tempo sono il materiale chiave nell'odontoiatria; ed ora sono anche utilizzate per protesi d'anca ad alta resistenza e per apparecchi cardiovascolari, grazie alla loro alta resistenza alla corrosione e resistenza alla fatica.

A causa dell'elevata reattività del titanio con elementi interstiziali come l'ossigeno, l'azoto, il carbonio e l'idrogeno, il processo SLM per questa lega viene effettuato in una camera chiusa immersa in gas argon per ridurre il livello di ossigeno al di sotto dello 0.1%.

La lega cobalto-cromo viene invece solitamente lavorata in un ambiente azotato.

Come esposto da Vandenbroucke e Kruth [4], il processo SLM è un complesso processo termo-fisico che dipende dal materiale, dal laser e da altri parametri esterni. È stato studiato un modo per

ottimizzare il processo per quanto riguarda la densità del componente prodotto. L'energia fornita dal laser per unità volumetrica di materiale, definita come densità di energia, è determinata da quattro importanti parametri di processo: la potenza del laser, lo spessore di uno strato, la velocità di scansione e il passo di avanzamento del laser.

La legge che lega questi parametri di processo è la seguente:

$$E_{density} = \frac{P_{laser}}{v_{scan} * S_{hatch} * t_{layer}}$$

dove $E_{density}$ = densità di energia, P_{laser} = potenza del laser, v_{scan} = velocità di scansione, S_{hatch} = passo di avanzamento del laser, t_{layer} = spessore di uno strato.

Per la migliore riuscita della lavorazione, occorre conoscere o determinare i parametri ottimali di processo. In questo modo si può ottimizzare la coesione delle polveri e perciò la densità del pezzo prodotto.

Si può affermare che il processo SLM risulta molto importante ed efficace, soprattutto nel campo biomedico e dentale, perché rende possibile la produzione di protesi e impianti di forma particolare e ricercata, in modo da ottimizzare le proprietà desiderate.

1.2 Strutture cellulari

I processi di Additive Manufacturing descritti permettono dunque la produzione di geometrie ricercate, per la realizzazione di nuovi corpi leggeri somiglianti, per peso e caratteristiche meccaniche, alle ossa umane [5].

L'osso umano è tipicamente una struttura complessa composta da una parte esterna densa (osso corticale) e da una regione interna spugnosa (osso trabecolare), aventi dei moduli elastici rispettivamente di 20 e 0.5 GPa [6].

Le protesi realizzate con il processo SLM, fatte di metalli densi come l'acciaio inossidabile, il titanio o il cobalto-cromo, sono molto più pesanti rispetto alle ossa. Si ha quindi la necessità di alleggerire tali protesi.

Il miglior metodo per ottenere questa riduzione di peso può essere di generare delle strutture cellulari [7], [8]. L'idea di impiegare questo tipo di strutture viene proprio dall'analogia con l'osso trabecolare (Figura 1.2).



Figura 1.2: Osso trabecolare [9]

Tali strutture cellulari sono composte da una ripetizione eventualmente ordinata di celle unitarie aperte, in modo da avere una distribuzione periodica e soprattutto un comportamento prevedibile.

Le proprietà meccaniche delle strutture dipendono dalla forma delle celle unitarie, ma anche dalla densità relativa (e di conseguenza dalla porosità) delle stesse.

La densità relativa delle celle è definita nel seguente modo:

$$\rho = \frac{V_{struttura}}{V_{totale}}$$

dove $V_{struttura}$ rappresenta il volume effettivo del materiale, mentre V_{totale} è il volume complessivo della cella cubica considerata piena.

La porosità invece è il rapporto tra il volume dei vuoti e quello totale ed è quindi pari a:

$$\phi = 1 - \rho = 1 - \frac{V_{struttura}}{V_{totale}}$$

Essendo aperte, le celle unitarie in questione sono adatte per consentire il flusso di fluidi attraverso le stesse. Queste strutture hanno inoltre buone proprietà di assorbimento di energia e di isolamento acustico.

Uno dei motivi principali per cui sono studiate è l'elevato livello di prestazioni specifiche, in termini di rapporto tra proprietà e peso. Le utili proprietà che contraddistinguono queste strutture cellulari dipendono dal materiale utilizzato, dalla densità relativa e dalla struttura geometrica che le caratterizza. È fondamentale inoltre collegare le proprietà fisiche dei solidi cellulari alla loro densità e alla microstruttura, per comprendere in che modo ottimizzare tali proprietà per specifici impieghi.

Innanzitutto, si osservi che una cella è definita come un insieme organizzato di elementi che si congiungono tra loro a formare una struttura organizzata. Parlando di celle aperte, si considerano elementi asta o trave e si dicono nodi i punti dove più elementi concorrono.

Si vedano ora alcune tipologie di celle presenti in letteratura.

1.2.1 Cubica semplice (CS)

La cella cubica semplice (CS) presenta nodi solamente nei vertici del cubo e gli elementi che li congiungono corrono lungo gli spigoli.

La CS è il più semplice tipo di cella [10]; ha il grande pregio di impiegare un basso numero di elementi e nodi, così da ridurre al minimo la complessità computazionale in fase di elaborazione ed analisi.

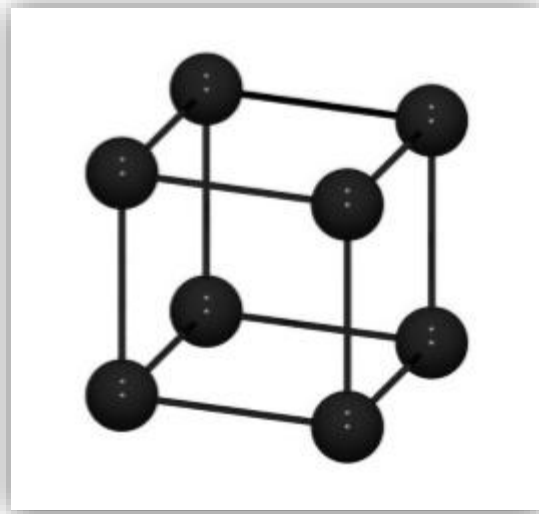


Figura 1.3: Cella cubica semplice (CS)

1.2.2 Cubica a corpo centrato (CCC)

Rispetto alla cubica semplice, la CCC presenta un nodo aggiuntivo al centro della cella, dal quale si diramano elementi che lo congiungono a tutti gli altri nodi [10].

L'aumento del numero di elementi può causare una maggiore complessità computazionale e una maggiore difficoltà nell'evacuare il materiale in eccesso in fase di produzione, rispetto al caso più semplice in assoluto della CS.

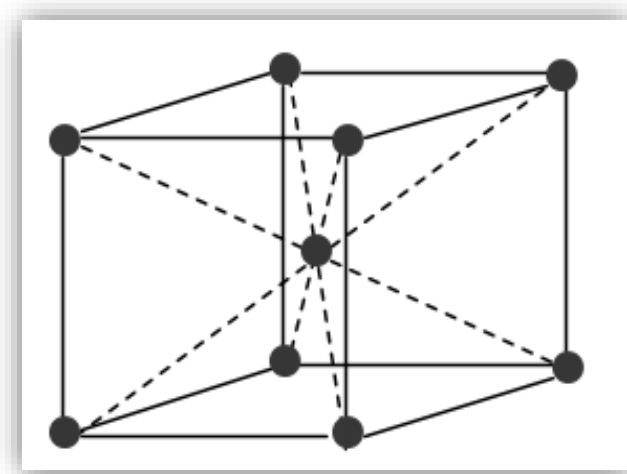


Figura 1.4: Cella cubica a corpo centrato (CCC)

1.2.3 Cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR)

La CCCR ha lo stesso numero di nodi della CCC, ma ha in più sei elementi che vanno dal nodo centrale della cella fino al centro delle facce [10].

Si hanno dunque 9 nodi e 26 elementi; di conseguenza la complessità computazionale aumenta rispetto alle precedenti.

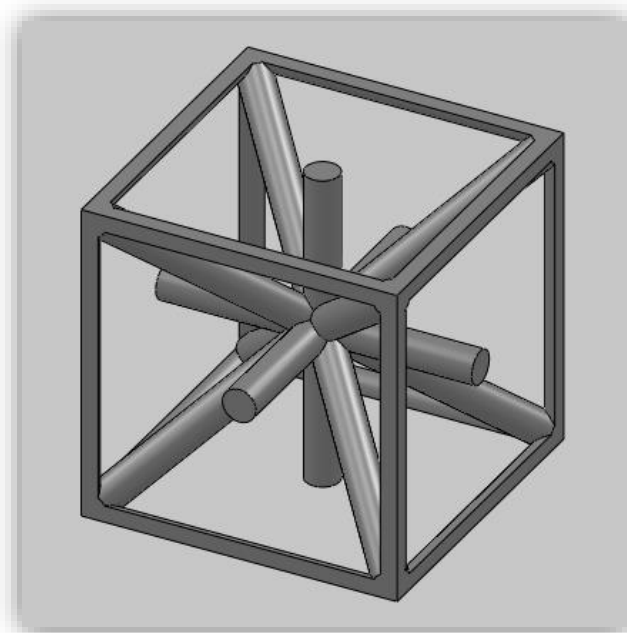


Figura 1.5: Cella cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR)

1.2.4 Gibson-Ashby (G-A)

In questa cella, detta G-A, gli elementi sono portati a lavorare a flessione in modo marcato. La resistenza specifica è la più bassa riscontrata [10].

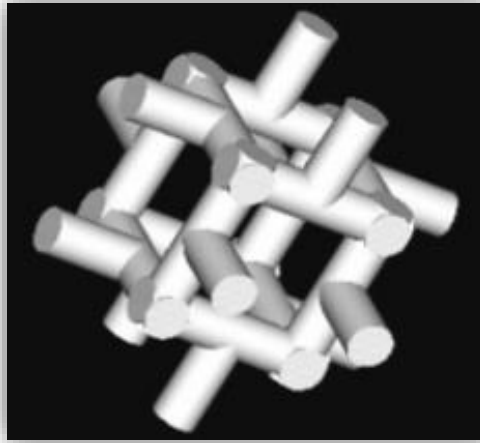


Figura 1.6: Cella di Gibson Ashby (G-A)

1.2.5 Gibson-Ashby modificata (GAM)

Questa cella è una modifica della G-A. Come per la precedente, data l'assenza di elementi che attraversano l'intera cella, si può ipotizzare che il comportamento sia simile a quello dell'osso trabecolare.

A differenza della Gibson-Ashby modificata presente in [11], quella raffigurata di seguito ha gli elementi tutti di lunghezza uguale, pari a un quarto del lato della cella.

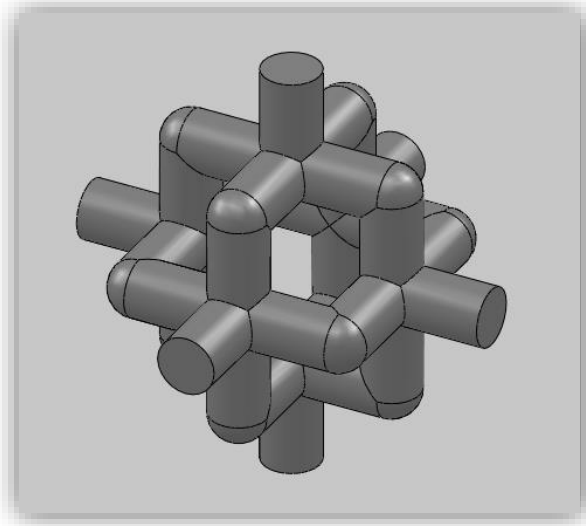


Figura 1.7: Cella Gibson-Ashby modificata (GAM)

1.2.6 Octet Truss (OT)

La Octet Truss (OT) dal punto di vista geometrico è costituita da un ottaedro centrale, sulle cui facce triangolari sono costruiti otto tetraedri [12]. Ogni cella viene ad essere caratterizzata da 36 elementi e 14 nodi.

La complessità della cella è abbastanza alta; occorre perciò capire se il medio-alto costo computazionale che si ha nelle fasi di modellazione e analisi sia giustificato poi da buone caratteristiche meccaniche.

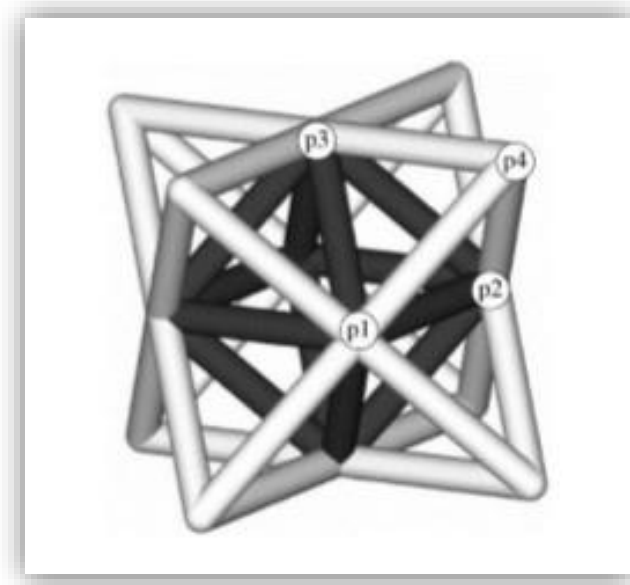


Figura 1.8: Cella Octet Truss (OT)

1.2.7 Wallach Gibson (WG)

Questa tipologia di cella è molto particolare rispetto alle celle viste finora.

La WG non è necessariamente una cella cubica; essa ha un comportamento che varia al variare del rapporto h/b [13].

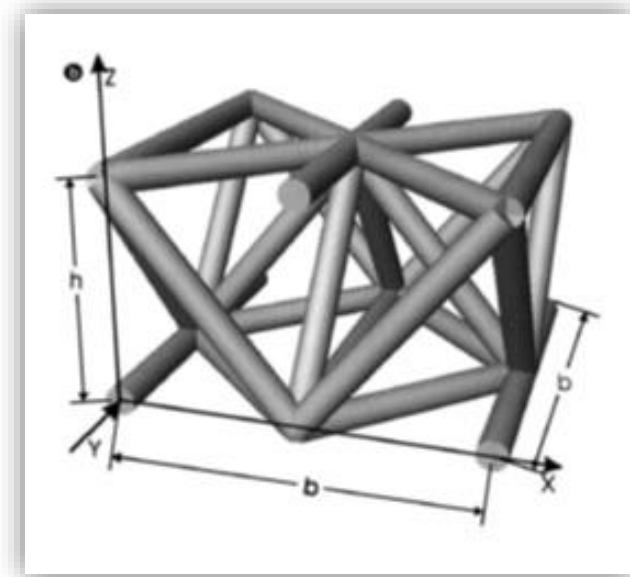


Figura 1.9: Cella Wallach Gibson (WG)

1.2.8 Altre celle

Esistono poi altri tipi di celle unitarie, come ad esempio le seguenti [11]:

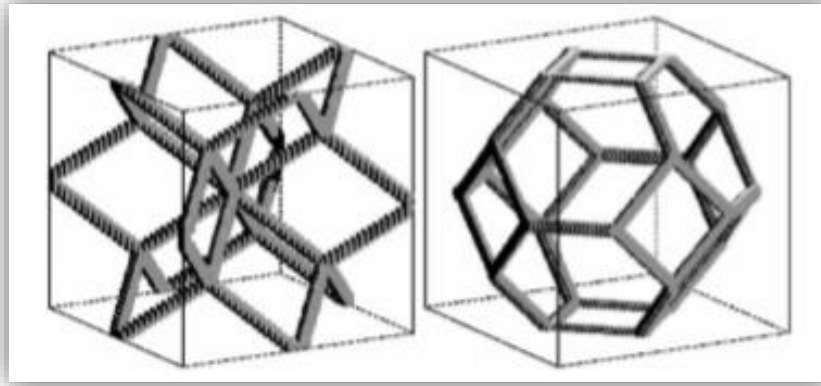


Figura 1.10: Altri modelli di celle unitarie aperte

In [11] sono presenti delle formulazioni che descrivono l'andamento del modulo elastico al variare della densità relativa per alcune tipologie di strutture cellulari. Per le strutture dominate dalla flessione, come la cella Gibson-Ashby [10] e la Gibson-Ashby modificata, viene detto che tipicamente la dipendenza del modulo elastico dalla densità relativa è quadratica, del tipo:

$$\frac{E}{E_S} \approx C \left(\frac{\rho}{\rho_S} \right)^2$$

dove E_S e ρ_S sono il modulo elastico e la densità del materiale di base utilizzato e C una costante.

Altre celle sono presenti inoltre in [14], riferimento principale di questo lavoro di tesi, non tanto per le celle trattate ma principalmente per la metodologia proposta. In tale articolo sono stati ricavati degli andamenti lineari sia del modulo elastico E sia della tensione massima R_m in funzione della porosità (e di conseguenza anche della densità relativa).

L'andamento del modulo elastico al variare della porosità è studiato anche in [6], senza determinare tuttavia una legge che definisca tale andamento; ma semplicemente mostrando la diminuzione di E all'aumentare della porosità della struttura.

1.3 Legame elastico lineare

Per caratterizzare meccanicamente le celle unitarie si vogliono determinare i moduli di elasticità equivalenti delle stesse. Si cerca in questo modo di definire una relazione tra tensioni e deformazioni (o tra forze e spostamenti), per descrivere le leggi secondo cui si comportano i corpi analizzati a causa delle azioni applicate.

La strada seguita è quella del modello di corpo elastico [15].

Le grandezze fondamentali per questo studio sono:

- Il **modulo di elasticità longitudinale E** (o modulo di Young), che è definito a partire dalla legge di Hooke, la relazione costitutiva dei materiali elastici:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

dove σ rappresenta lo sforzo (stress) ed è misurato in pascal (Pa), mentre ε rappresenta la deformazione (strain) ed è una grandezza adimensionale.

- Il **coefficiente di Poisson ν** (o coefficiente di contrazione trasversale), che è una caratteristica propria di ciascun materiale e indica il grado in cui un corpo si restringe (o dilata trasversalmente) in presenza di una sollecitazione monodirezionale longitudinale di trazione (Figura 1.11) o compressione. È definito come:

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{trasv}}{\varepsilon_{long}}$$

dove ε_{trasv} è la deformazione trasversale e ε_{long} è la deformazione longitudinale.

I valori del coefficiente di Poisson per materiali reperibili in natura sono compresi tra 0 e 0.5.

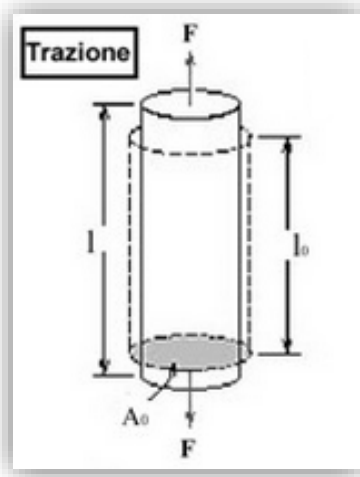


Figura 1.11: Sollecitazione di trazione

- Il **modulo di elasticità tangenziale G** (o modulo di taglio), che è definito nel seguente modo:

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

dove τ è lo sforzo di taglio e γ la deformazione angolare dovuta al taglio (si veda la Figura 1.12).

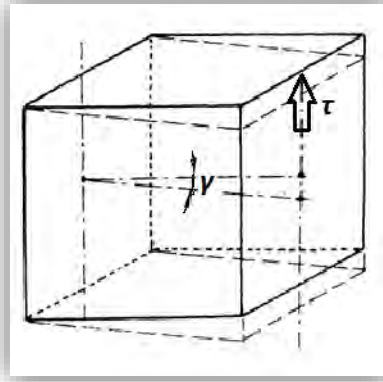


Figura 1.12: Sollecitazione di taglio

Per tutti i materiali elastici si può definire un legame elastico lineare tra le componenti di tensione e di deformazione, una corrispondenza biunivoca lineare, rappresentabile mediante una relazione del tipo:

$$\varepsilon_{ij} = \sum_{h,k} a_{ijhk} \sigma_{hk} = a_{ijhk} \sigma_{hk}$$

o in forma inversa:

$$\sigma_{hk} = \sum_{i,j} b_{hki j} \varepsilon_{ij} = b_{hki j} \varepsilon_{ij}$$

I coefficienti a_{ijhk} e $b_{hki j}$ prendono il nome di *costanti elastiche del materiale*, non dipendono né da tensioni né da deformazioni, e sono termini di tensori del quarto ordine detti *tensori di elasticità*.

Molto spesso è utile esplicitare le relazioni costitutive in forma matriciale. A questo scopo si deve introdurre una diversa notazione, rappresentando le componenti distinte dei tensori di tensione e di deformazione mediante vettori e i tensori di elasticità mediante matrici.

Si ottengono due leggi costitutive in notazione matriciale:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{C} \boldsymbol{\sigma}$$

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon}$$

dove \mathbf{C} e \mathbf{D} sono delle matrici 6x6 e sono dette rispettivamente *matrice di flessibilità* e *di rigidezza del materiale*.

1.4 Materiali sinterizzati

I materiali prodotti attraverso la sinterizzazione laser, in modo additivo, sono diversi dai tradizionali materiali isotropi, aventi lo stesso comportamento in tutte le direzioni.

Il materiale in questione (che può essere la poliammide o anche una lega sinterizzata di titanio o di cobalto-cromo) essendo fabbricato in modo additivo, strato su strato, ha un comportamento trasversalmente isotropo.

Questo significa che lungo due direzioni principali d'inerzia (direzioni 1 e 2 in Figura 1.13) il comportamento è di tipo isotropo, mentre lungo la terza direzione (la direzione di accrescimento nella fabbricazione) il comportamento è diverso. Un materiale di questo tipo presenta quindi una simmetria elastica di rotazione attorno ad un asse (la direzione 3) [16].

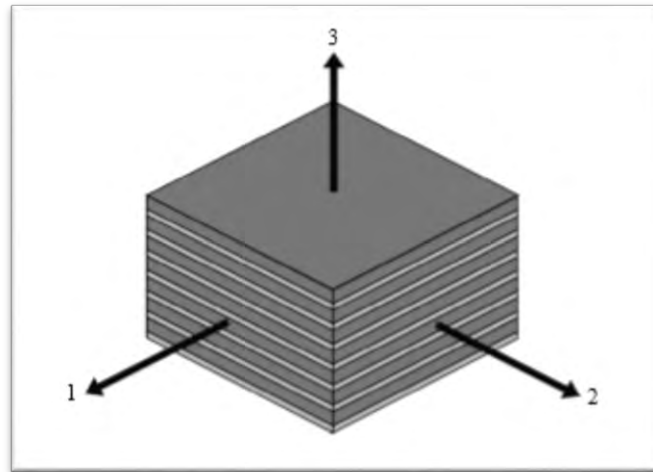


Figura 1.13: Notazione delle direzioni principali

Un materiale trasversalmente isotropo è completamente caratterizzato da cinque costanti elastiche indipendenti, a differenza dei materiali isotropi definiti solamente da due costanti indipendenti.

La matrice elastica corrispondente a questo tipo di materiali (matrice di flessibilità, C) è la seguente:

$$\begin{vmatrix}
 1/E_1 & -\nu_{21}/E_1 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\
 -\nu_{12}/E_1 & 1/E_1 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\
 -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{13}/E_1 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 1/(2 * G_{13}) & 0 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 1/(2 * G_{13}) & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/(2 * G_{11})
 \end{vmatrix}$$

Dato che la matrice deve essere simmetrica, si ha che:

$$\frac{\nu_{13}}{E_1} = \frac{\nu_{31}}{E_3}$$

e

$$\nu_{12} = \nu_{21}.$$

Un'altra condizione data da questa tipologia di materiali sta nel fatto che il termine in posizione (6,6) dipende dai primi due termini della prima riga nel modo seguente:

$$\frac{1}{2 * G_{11}} = \left(\frac{1}{E_1} + \frac{\nu_{21}}{E_1} \right) / 2$$

Dall'articolo sopraccitato [16] si osserva anche che all'aumentare della densità di energia del laser, poiché in questo modo aumenta anche la densità di massa del materiale, le proprietà meccaniche aumentano e tendono a convergere ad un certo valore.

Si può dunque affermare che per un alto valore di densità di energia il comportamento di un materiale sinterizzato può essere assunto isotropo.

Questo fatto si può spiegare tenendo in considerazione che quanto maggiore è la densità di energia del laser, tanto più grande sarà la densità del componente fabbricato e perciò anche la coesione fra i vari strati di fabbricazione, rendendolo quasi completamente omogeneo e quindi molto simile ad un materiale isotropo.

Altri fattori che possono aiutare il prodotto finale ad avere un comportamento pressoché isotropo sono la riduzione del tempo tra una passata e l'altra e il riscaldamento dell'ambiente durante il processo, per ridurre il raffreddamento delle parti solidificate, limitando così la perdita di coesione delle passate successive.

2. Metodi

L'obiettivo di questa tesi è la caratterizzazione meccanica di alcune strutture cellulari prodotte per mezzo della SLS, al variare della densità relativa delle stesse. Questo si può ottenere in più modi; nel presente lavoro saranno eseguite dapprima delle analisi numeriche agli elementi finiti ed in seguito delle prove di trazione sperimentali.

Le analisi numeriche comprendono un'ampia analisi unidimensionale (1D) delle strutture cellulari, seguita poi da un'analisi tridimensionale (3D) di confronto.

Una prima ipotesi semplificativa è l'assunzione del materiale utilizzato come materiale isotropo (come spiegato nel capitolo precedente).

Una volta definito tale materiale dunque si passa alla caratterizzazione delle strutture cellulari.

Determinando le costanti elastiche equivalenti per le varie celle lungo le direzioni principali, si può costruire per ogni tipologia di cella una matrice che definisca il comportamento della stessa nel campo lineare elastico.

Si è osservato che le varie celle unitarie hanno un comportamento assimilabile ad un materiale ortotropo [13]. In questo tipo di materiali sono presenti tre piani di simmetria tra loro ortogonali. Quando un carico viene applicato lungo una direzione principale, la risposta del materiale è simile a quella di un materiale isotropo. Queste direzioni particolari corrispondono agli assi di simmetria, definiti dall'intersezione dei piani di simmetria [17], [18].

Per la definizione di un materiale ortotropo si necessita di nove costanti elastiche (tre moduli di elasticità longitudinale lungo le direzioni principali, tre moduli di elasticità tangenziale e tre coefficienti di Poisson).

La relazione che definisce il comportamento lineare elastico di tali corpi è la seguente, espressa in forma matriciale:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{13} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/E_1 & -\nu_{21}/E_2 & -\nu_{31}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{12}/E_1 & 1/E_2 & -\nu_{32}/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ -\nu_{13}/E_1 & -\nu_{23}/E_2 & 1/E_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/G_{23} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{13} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1/G_{12} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{13} \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

Quando un coefficiente porta un solo pedice, questo individua la direzione principale. Nei termini con due pedici invece, questi individuano il piano in cui l'effetto corrispondente viene misurato.

Per determinare le nove costanti elastiche si dovranno quindi sollecitare le strutture e andare poi a misurare le deformazioni, o viceversa.

Si potranno quindi costruire le matrici di flessibilità per ogni tipologia di cella, costruite grazie all'idealizzazione di queste celle unitarie con un materiale ortotropo equivalente che rappresenti esattamente il comportamento delle strutture analizzate.

La definizione di questo materiale equivalente potrà semplificare notevolmente lo studio delle strutture cellulari, soprattutto nel caso di analisi su corpi di medio-grandi dimensioni e di forma particolare; grazie all'idealizzazione di tale materiale infatti non sarà necessario costruire l'oggetto da analizzare numericamente elemento per elemento, ma basterà definire un corpo continuo con le caratteristiche meccaniche del materiale ortotropo equivalente.

Sollecitando ogni struttura cellulare in vari modi è possibile determinare le costanti elastiche equivalenti che caratterizzano una specifica cella, prendendo sempre come sezione e come lato della cella i valori corrispondenti alla cella cubica considerata "piena". Utilizzando queste costanti elastiche equivalenti, corrispondenti ad un corpo di materiale ipotetico equivalente, si può definire dunque la matrice che descrive il comportamento ortotropo di ogni cella studiata.

2.1 Modello numerico

La caratterizzazione meccanica delle strutture cellulari analizzate, consistente nella determinazione delle costanti elastiche equivalenti, viene eseguita innanzitutto per via numerica, grazie alla metodologia di calcolo agli elementi finiti.

Per le analisi numeriche si utilizza il programma ANSYS®14.5 [19].

Le analisi svolte sono di tipo lineare elastico (LE); queste necessitano dell'inserimento nella fase di pre-processo della tipologia di elementi, delle costanti elastiche del materiale, della modellazione della struttura che deve poi essere "meshata", cioè suddivisa in nodi ed elementi, e della definizione delle condizioni al contorno, che comprendono vincoli e carichi applicati.

La prima parte dello studio riguarda analisi unidimensionali (1D) che utilizzano elementi BEAM188, mentre nella seconda parte sono state svolte anche analisi tridimensionali (3D) con gli elementi SOLID185.

2.1.1 Analisi 1D

L'analisi unidimensionale (1D) è molto utile nella fase preliminare di progettazione, per capire velocemente gli ordini di grandezza di ciò che si vuole studiare.

Impiegando il formato IGES viene importata in ANSYS una struttura composta da linee, modellata utilizzando degli "script" di Python. Le linee componenti la struttura vengono poi discretizzate in elementi e nodi (creazione della "mesh"), per poter svolgere l'analisi agli elementi finiti.

L'elemento utilizzato è l'elemento BEAM188 (elemento trave), il quale possiede 6 gradi di libertà ed è pertanto in grado di trasmettere tutte le tipologie di sollecitazioni (forze assiali e di taglio e momenti flettenti e torcenti).

Questo tipo di analisi ha il grande vantaggio di essere semplice e veloce da svolgere; i tempi di calcolo sono molto limitati e anche la fase di post-processo, ovvero la raccolta dei risultati, è relativamente veloce.

Tuttavia la fase di pre-processo può rivelarsi lunga e laboriosa nel nostro caso, soprattutto per quanto riguarda la definizione delle sezioni dei vari elementi.

Agli elementi di contorno (alle estremità delle strutture studiate) non si possono assegnare sezioni circolari come per tutti gli elementi interni; questo perché si deve pensare alla struttura composta da più celle unitarie ripetute una dopo l'altra. Perciò per poter essere accostate queste celle devono avere ai bordi delle sezioni dimezzate (se contenute in una faccia del cubo) o a quarto di cerchio (se coincidenti con gli spigoli del cubo).

L'assegnazione delle sezioni si è rivelata essere una procedura piuttosto lunga, a causa della necessità di assegnare queste sezioni con l'utilizzo del comando "*User section*" (come si può vedere nell'Appendice 1).

Per la determinazione del modulo elastico E e del coefficiente di Poisson ν , sono state svolte delle prove a trazione. Invece per la determinazione del modulo di elasticità tangenziale G sono state seguite due strade differenti: una consiste nell'applicazione di un carico di torsione e verrà spiegata nel corpo della tesi, mentre l'altra nell'applicazione di una sollecitazione di taglio (riportata nell'Appendice 3).

2.1.1.1 Determinazione di E e ν : trazione

Inizialmente si era pensato di studiare la cella centrale di strutture cubiche costituite da tre celle per lato ($3 \times 3 \times 3$) o addirittura di prendere in esame una cella unica, non risentendo l'analisi unidimensionale delle condizioni al contorno. Ma mettendo agli elementi di contorno sezioni a semicerchio o quarto di cerchio, la struttura subisce delle deformazioni insensate se si pensa di dover affiancare a tale struttura altre celle unitarie. Si verifica infatti agli elementi di bordo un comportamento di rigonfiamento dovuto al fatto che il carico di trazione su tali elementi, applicato ad un nodo, non risulta applicato sull'asse d'inerzia.

Questo effetto provoca dunque degli errori nel calcolo della contrazione laterale, oltre che per una cella unica, anche per le strutture $3 \times 3 \times 3$; si è pensato dunque di svolgere le analisi su strutture più ampie lateralmente per ridurre, fino praticamente ad annullare, questo effetto.

Si è pensato di utilizzare delle strutture aventi 9 celle per lato lateralmente, mentre solamente una cella in direzione dello sforzo (strutture $9 \times 9 \times 1$).

La scelta di prendere solamente una cella in lunghezza è permessa dal fatto che l'analisi sia lineare elastica e unidimensionale; viene preferita ad una soluzione con più celle in lunghezza, perché riduce

i tempi nell'assegnazione delle sezioni ai vari elementi. D'altro canto, la condizione di vincolo permette il restringimento laterale e quindi non preclude la correttezza del risultato.

In Figura 2.1 si può vedere una struttura 9x9x1 composta dalla tipologia più semplice di celle, la cella CS (cubica semplice).

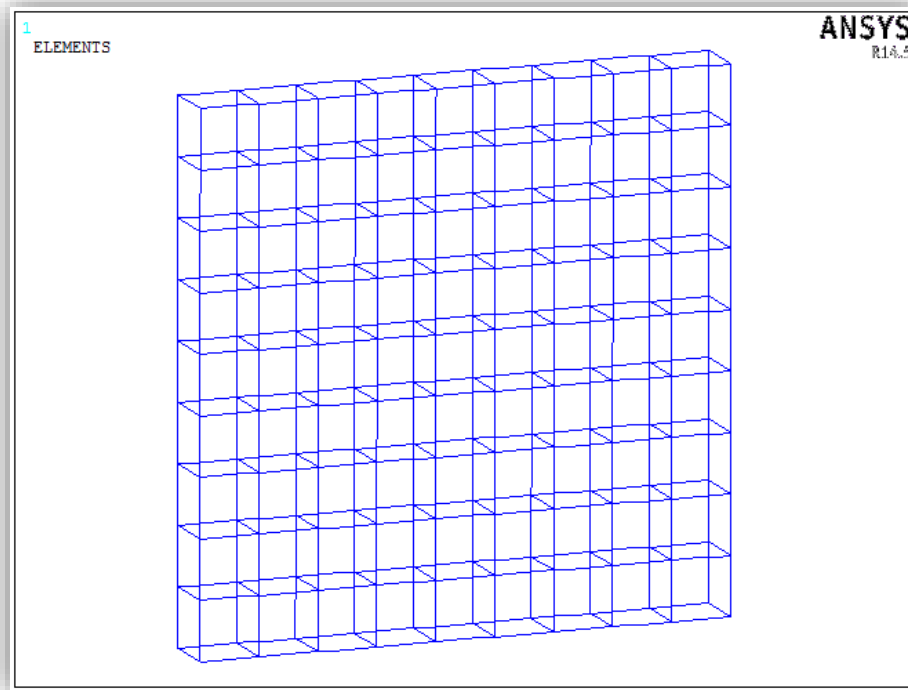


Figura 2.1: Struttura 9x9x1 di celle CS

Per la determinazione delle grandezze ricercate si può procedere in due modi:

- Metodo delle forze: applico le forze alla struttura e misuro gli spostamenti;
- Metodo degli spostamenti: applico gli spostamenti e misuro le forze.

In questo studio è stato preferito il metodo degli spostamenti perché permette di imporre un valore uniforme di deformazione sui vari nodi della faccia sulla quale viene applicato il carico. Utilizzando il metodo delle forze invece potrebbe accadere di ottenere valori diversi di allungamento sui vari nodi, questo implicherebbe la necessità di dover scegliere se prendere il valore massimo, minimo o quello medio, oltre al fatto che non avrebbe senso pensando la cella come una componente della schiera di celle unitarie da accostare tra loro.

La procedura di calcolo per il metodo degli spostamenti è la seguente:

- Si impone uno spostamento Δx (si supponga che la direzione x sia la direzione di trazione) su una faccia della struttura, mentre l'altra faccia viene vincolata bloccando gli spostamenti lungo x su tutti i nodi e bloccando tutti i gradi di libertà su un punto (altrimenti l'analisi non potrebbe essere risolta dal programma); questo punto viene preso al centro della faccia vincolata, in modo da permettere il restringimento uniforme della struttura (per la corretta determinazione del coefficiente di Poisson).

- Si calcola la deformazione lungo x, pari al rapporto fra spostamento e lunghezza della cella:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta x}{l}$$

Si tenga presente che tutte le celle analizzate numericamente sono cubiche di lato $l=5\text{mm}$.

- Una volta risolta la struttura, nella fase di post-processo si vanno a prendere i valori delle reazioni lungo x su tutti i nodi appartenenti alla cella centrale. Occorre fare attenzione al fatto che, essendo una cella accostata anche ad altre celle nella struttura $9 \times 9 \times 1$, la reazione vincolare che si ha su un nodo all'estremità di una cella va divisa sulle quattro celle che stanno attorno a quel nodo.

Ad esempio per la cella cubica semplice (CS) i nodi su cui si hanno reazioni vincolari sono quattro, ma essendo ognuno di questi nodi condiviso da quattro celle ogni valore va diviso per quattro; perciò una volta ottenute le componenti da assegnare ad una stessa cella, queste possono essere sommate tra loro, per trovare la forza F_x agente su una cella.

- Dalla forza F_x si può ricavare il valore della tensione di trazione σ_x sulla cella "solida equivalente":

$$\sigma_x = \frac{F_x}{y * z} = \frac{F_x}{l^2}$$

- Il valore del modulo elastico in direzione x sarà quindi pari a:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

Per il calcolo del coefficiente di Poisson si necessita solamente, nella fase di post-processo, della determinazione del restringimento laterale (l'allungamento Δx era stato imposto). Si può osservare il restringimento sia lungo y sia lungo z. Si ricordi che il restringimento totale è pari alla somma dei restringimenti che avvengono ai due lati della cella. Si possono dunque determinare i coefficienti ν nel seguente modo:

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\nu_{13} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} = -\frac{\Delta z / z}{\Delta x / x} = -\frac{\Delta z}{\Delta x}$$

Si osservi la semplificazione, dovuta al fatto che la cella è cubica, perciò $x=y=z=l$; si noti inoltre che Δy e Δz saranno negativi, trattandosi di restringimenti, quando Δx è positivo, perciò i coefficienti risultanti sono positivi.

La stessa procedura di calcolo può essere svolta anche applicando una trazione lungo y e lungo z, in modo da determinare gli altri due moduli elastici ed i restanti coefficienti di restringimento laterale.

2.1.1.2 Determinazione di G: torsione

Un efficace metodo per determinare il modulo di elasticità tangenziale G consiste nell'applicazione di un momento torsionale ad un'estremità della struttura, andando poi a rilevare le deformazioni dovute a tale carico [20].

Si osservi che, avendo a che fare con sezioni rettangolari o quadrate, sarà necessario un coefficiente correttivo nella formula classica della determinazione del modulo G [21].

Nello studio in questione si sono pensate di studiare delle strutture cubiche, composte da tre celle per lato (3x3x3); la sezione sollecitata sarà dunque quadrata.

Si veda nella Figura 2.2 una struttura 3x3x3 composta da celle CS.

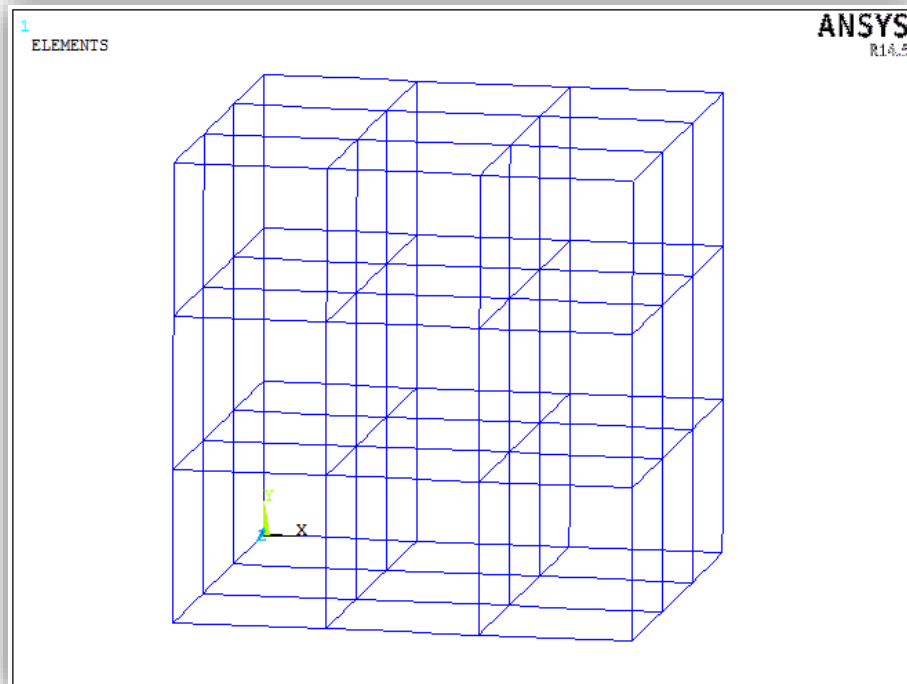


Figura 2.2: Struttura 3x3x3 di celle CS

Come per la trazione, esistono due metodi per l'analisi: il metodo delle forze e il metodo degli spostamenti.

Per semplicità, in questo caso si è scelto di utilizzare il metodo delle forze; viene dunque assegnato alla struttura un momento torcente, andando poi a misurare le deformazioni di rotazione sulla cella centrale della struttura 3x3x3.

La procedura è la seguente:

- Si applicano una serie di forze sui nodi di una faccia in modo da generare un momento torcente su quella faccia; il momento torcente complessivo applicato sarà dunque pari a:

$$T = \sum F_t * b$$

dove b corrisponde al braccio, cioè la distanza tra il punto di applicazione di una forza e il centro della faccia, e F_t corrisponde alla forza tangenziale, che è perpendicolare al braccio.

- Sui nodi della faccia opposta a quella di applicazione del carico si vincolano tutti i gradi di libertà (incastro).

- Una volta risolta l'analisi, nella fase di post-processo si vanno a vedere i valori delle deformazioni di rotazione sui nodi delle facce della cella centrale; la differenza fra tali rotazioni corrisponde all'angolo di torsione θ della cella centrale.
- Il modulo di elasticità tangenziale G sarà dunque pari a:

$$G = \frac{T * l}{k_1 * a^4 * \theta}$$

dove T è il momento torcente applicato, l è la lunghezza sollecitata agli estremi della quale vengono misurate le rotazioni dovute alla torsione, k_1 è il coefficiente correttivo dipendente dalla forma della sezione, a è il lato della sezione quadrata della struttura e θ corrisponde all'angolo di torsione.

Nel nostro caso, trattandosi di strutture 3x3x3 il valore di a sarà corrispondente al triplo del lato della cella singola, cioè 15 mm. Il valore di l sarà invece pari a 5 mm poiché l'angolo di torsione viene misurato solamente sulla cella centrale (cella che rappresenta al meglio la deformazione effettiva della struttura).

Inoltre poiché la sezione sollecitata a torsione è quadrata il coefficiente correttivo k_1 sarà pari a 0.1406.

La stessa procedura di calcolo può essere svolta anche nelle altre due direzioni principali, in modo da determinare gli altri due moduli di elasticità tangenziale G .

2.1.2 Analisi 3D

L'analisi tridimensionale (3D) è più precisa e rispecchia meglio la realtà rispetto a quella unidimensionale.

Tuttavia i tempi di calcolo sono molto più lunghi; per questo si vuole trovare un intervallo in cui la differenza di risultati fra le due tipologie di analisi sia minima, in modo da poter utilizzare le analisi 1D ottenendo dei risultati molto più velocemente.

Nelle analisi 3D viene utilizzato l'elemento SOLID185, che ha otto nodi, ciascuno dei quali con tre gradi di libertà.

Il solido in questo tipo di analisi viene importato in ANSYS come IGES dopo essere stato modellato in SolidWorks. Una volta importato questo viene "meshato" in nodi ed elementi e poi analizzato.

Le analisi 3D sono state svolte solamente per il calcolo del modulo elastico E e del coefficiente di Poisson ν . Tali termini si sono determinati per mezzo di prove a trazione su strutture 3x3x3, andando poi ad estrarre i valori degli allungamenti sulla cella centrale della struttura, non essendo questa influenzata dalle condizioni al contorno applicate.

Sono state prese tre celle per lato per tenere in considerazione anche il comportamento laterale che una cella ha essendo accostata alle altre; in questo modo il restringimento laterale risulta più uniforme.

Un esempio di struttura importata in ANSYS si può vedere in Figura 2.3.

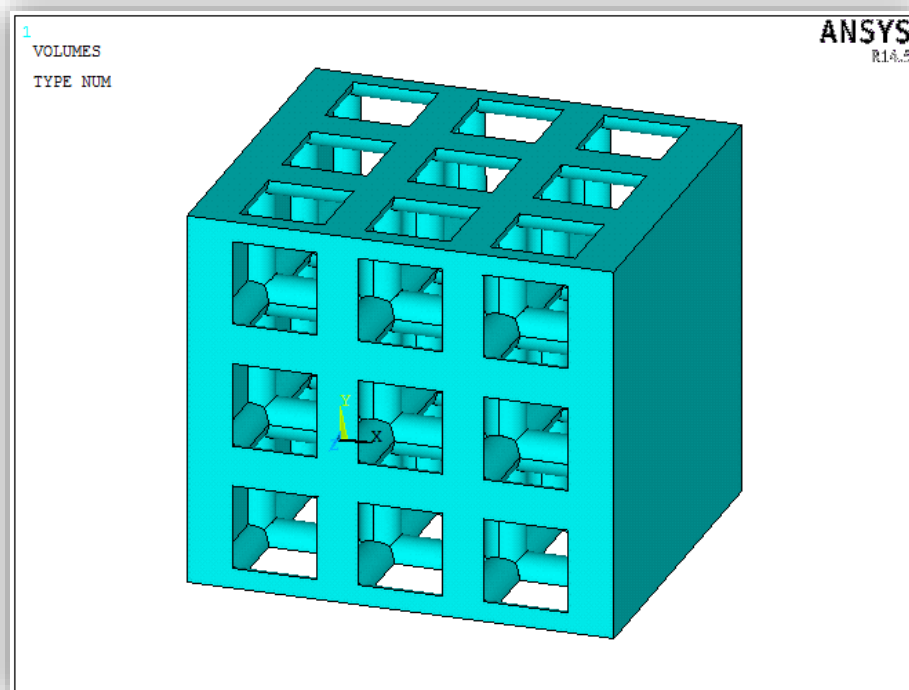


Figura 2.3: Struttura 3x3x3 di celle CS per analisi 3D

Si noti che sulle facce estreme della struttura, dove vengono applicati vincoli e carichi, sono state aggiunte due “membrane”, di spessore 1 mm, che permettono di semplificare l’applicazione delle condizioni al contorno.

La procedura per il calcolo del modulo elastico E è molto semplice (si utilizza il metodo delle forze):

- Si applica uno sforzo normale di trazione σ_x sulla superficie destra, mentre la superficie sinistra viene bloccata impedendo tutti gli spostamenti.
- Una volta svolta l’analisi, si vanno ad analizzare i risultati; si calcolano gli spostamenti medi dei nodi sulle facce estreme della cella centrale, andando quindi a trovare l’allungamento Δx della cella centrale.
- Da questo allungamento si ricava la deformazione lungo x , pari al rapporto fra allungamento e lunghezza della cella:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta x}{l}$$

- È dunque possibile calcolare il modulo elastico E nel seguente modo:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

L’analisi a trazione permette di determinare anche i coefficienti di Poisson, andando semplicemente a calcolare il restringimento laterale Δy (o Δz) e procedendo poi come nel caso delle analisi 1D:

$$\nu_{12} = -\frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_x} = -\frac{\Delta y/y}{\Delta x/x} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

$$\nu_{13} = -\frac{\varepsilon_z}{\varepsilon_x} = -\frac{\Delta z/z}{\Delta x/x} = -\frac{\Delta z}{\Delta x}$$

Si ricordi che $x=y=z=l$, essendo la cella cubica.

2.2 Piano sperimentale: valutazione sperimentale di E

L'ultima fase del lavoro consiste nella determinazione del modulo di elasticità longitudinale E , per le varie celle e per diversi valori di densità relativa, attraverso delle prove sperimentali di trazione.

I valori ottenuti verranno poi confrontati con i risultati delle analisi numeriche per capire quanto distanti siano tra loro e se le analisi numeriche possano essere utili per la progettazione di queste strutture cellulari.

Le prove di trazione, che seguono la norma ISO 527 1-2 [22, 23], sono state svolte per mezzo della macchina di prova Galdabini SUN2500.

La macchina di prova, collegata ad un computer su cui si inseriscono tutti i parametri, trazione il provino causando una deformazione, che viene misurata dall'estensimetro MICRON 34187/9.

Nella prima fase il comportamento sarà di tipo elastico, poi la deformazione invece diventerà plastica fino alla rottura del provino. Dal primo tratto elastico sarà possibile determinare il modulo di elasticità E , corrispondente alla costante di proporzionalità che regola il tratto lineare elastico della curva sforzo-deformazione.

Il tratto utile per la determinazione del modulo elastico è quello compreso fra la deformazione unitaria percentuale 0.05% e 0.25% . Con deformazione unitaria percentuale si intende:

$$\varepsilon (\%) = \frac{\Delta L_0}{L_0} * 100$$

dove con L_0 si indica la lunghezza calibrata del provino, cioè quella misurata dall'estensimetro.

Si indichi inoltre con σ lo sforzo di trazione:

$$\sigma = \frac{F}{A}$$

dove A è la sezione resistente "piena" e F il carico applicato.

E si indichi con ε la deformazione unitaria:

$$\varepsilon = \frac{\Delta L_0}{L_0}$$

Il modulo elastico E sarà pari a:

$$E = \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\varepsilon_2 - \varepsilon_1}$$

dove σ_1 e σ_2 sono gli sforzi di trazione in corrispondenza rispettivamente di $\varepsilon_1 = 0.0005$ ed $\varepsilon_2 = 0.0025$.

La scelta del numero di celle unitarie componenti i provini è stata fatta tenendo conto di alcuni vincoli, come la presa laterale dell'estensimetro che non può superare i 25 mm circa, la lunghezza del tratto calibrato e infine la grandezza delle ganasce per la presa del provino.

Per questi motivi si è scelto di modellare dei provini aventi tre celle su un lato e due celle sull'altro, perciò una sezione resistente di 22.5 x 15 mm, e aventi sette celle in lunghezza (si veda la Figura 2.4).

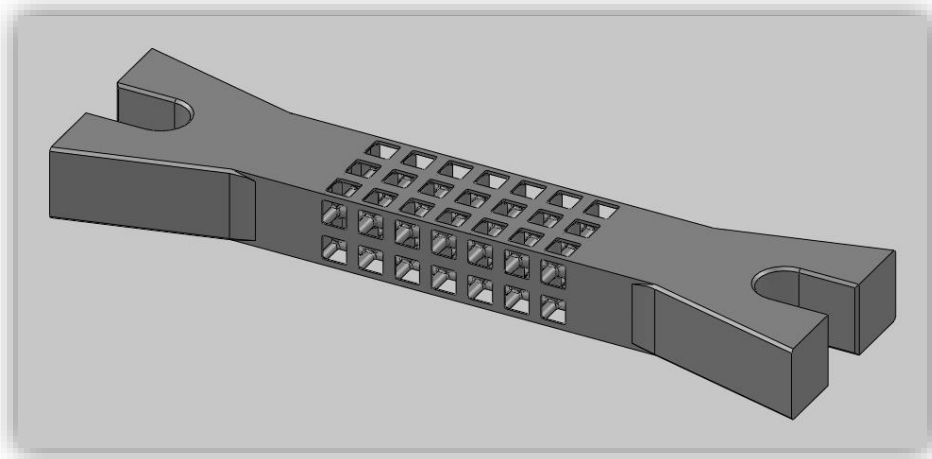


Figura 2.4: Provino di celle CS

La forma delle estremità del provino è di quel tipo per cercare di linearizzare il più possibile le linee di tensione durante la prova.

Oltre ai provini sono state riprogettate appositamente anche le due ganasce (superiore ed inferiore) per permettere la presa del provino durante la prova (Figura 2.5).

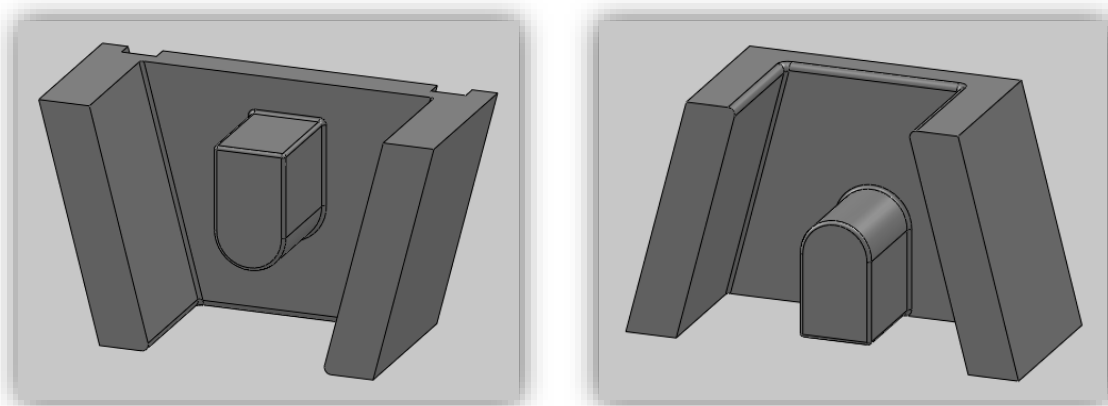


Figura 2.5: Ganasce superiore (a sinistra) e inferiore (a destra)

La configurazione di prova si può vedere più dettagliatamente nel paragrafo 3.6.

3. Pianificazione delle prove

3.1 Celle unitarie

Le tipologie di celle unitarie analizzate nel presente lavoro sono: la cubica semplice (CS), la cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR), la Gibson-Ashby modificata (GAM) e la Octet Truss (OT).

Per ogni tipologia di cella si è studiato il comportamento delle proprietà meccaniche al variare della densità relativa.

Si vedano di seguito le varie celle unitarie prese in considerazione, in corrispondenza di un valore di densità relativa pari al 20% (Figure 3.1, 3.2, 3.3 e 3.4).

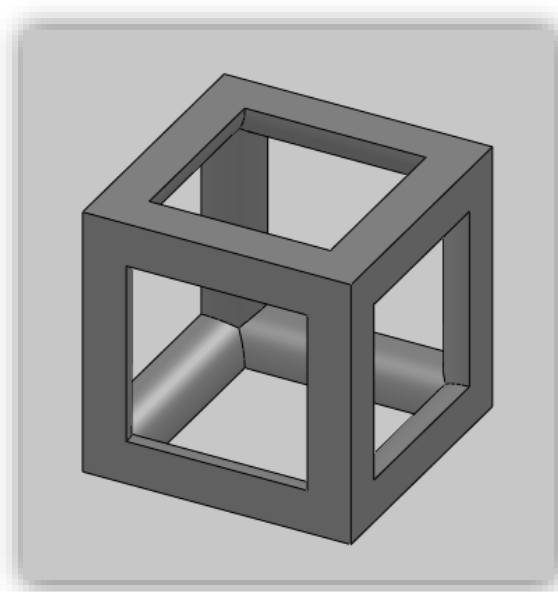


Figura 3.1: Cella CS

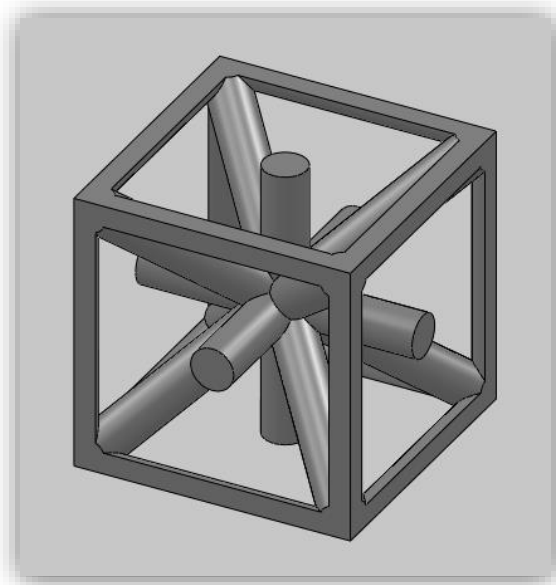


Figura 3.2: Cella CCCR

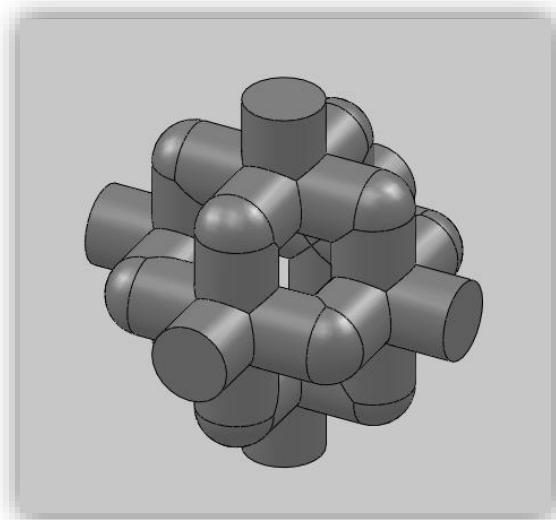


Figura 3.3: Cella GAM

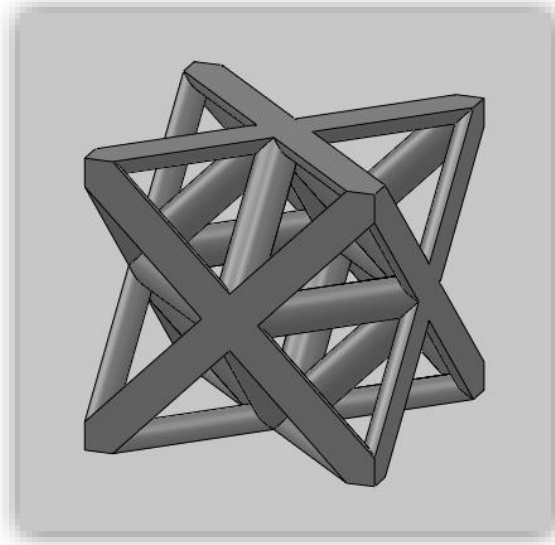


Figura 3.4: Cella OT

Si noti che per tutte le celle considerate sono state scelte sezioni circolari per i vari elementi. Ma, per rendere accostabili tra loro le celle unitarie, alle estremità queste sezioni diventano a semicerchio o a quarto di cerchio; in questo modo è possibile formare una schiera ordinata di celle in cui gli elementi avranno tutti sezione circolare.

Si osservi inoltre la semplicità delle quattro tipologie di celle utilizzate nel presente lavoro; la particolarità di tali celle, grazie alla loro simmetria rispetto ai piani coordinati, è quella di avere lo stesso identico comportamento meccanico lungo le tre direzioni principali x , y e z (direzioni perpendicolari alle varie facce). Questo fatto si può verificare semplicemente sollecitando una qualsiasi delle celle prese in esame nelle tre direzioni principali e andando a vedere come questa risponde. Si noterà che la cella risponderà in egual modo lungo le tre direzioni.

Si otterrà perciò:

$$E_z = E_y = E_x$$

e anche:

$$\nu_{21} = \nu_{12} = \nu_{31} = \nu_{13} = \nu_{32} = \nu_{23}$$

Questa semplificazione permette di svolgere le analisi di trazione unicamente lungo una direzione, sapendo poi che i valori ottenuti sono attribuibili anche alle altre due direzioni principali.

Lo stesso discorso vale anche per le analisi a torsione; perciò:

$$G_{xy} = G_{yz} = G_{xz}$$

Queste importanti osservazioni permettono di velocizzare la procedura di determinazione dei vari moduli di elasticità e di conseguenza della matrice di flessibilità C .

3.2 Densità relative

Per la formulazione di un modello che descriva l'andamento dei moduli di elasticità e del coefficiente di Poisson al variare della densità relativa, o comunque della porosità, si sono analizzate le varie celle per diversi valori di densità relativa.

Le analisi numeriche unidimensionali possiedono il pregio di avere brevi tempi di calcolo, perciò per queste sono stati presi in considerazione molti livelli di densità relativa: 10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60% e 70%.

Per fare ciò si sono calcolati i valori dei raggi delle sezioni per ogni cella in corrispondenza di tutte le densità relative imposte (Tabella 3.1), utilizzando il programma di modellazione SolidWorks. Si ricordi che ogni cella è cubica di lato 5 mm.

Tabella 3.1: Valori nominali in millimetri dei raggi delle sezioni circolari per ogni combinazione di tipologia di cella e densità relativa (celle cubiche di lato 5 mm).

Densità relativa	Raggi sezioni [mm]			
	CS	CCCR	GAM	OT
10%	0,553	0,266	0,353	0,233
20%	0,812	0,39	0,522	0,342
30%	1,028	0,493	0,666	0,433
40%	1,226	0,588	0,802	0,518
50%	1,418	0,678	/	0,599
60%	1,611	0,769	/	0,682
70%	1,813	0,863	/	0,77

Si noti che per la cella GAM (Gibson-Ashby modificata) non è stato possibile superare il valore 40% poiché per densità relative superiori si verificherebbe la chiusura della parte centrale della cella e perciò si andrebbe fuori dal campo di definizione di celle unitarie aperte. Inoltre l'analisi di tipo unidimensionale non avrebbe più senso, perché non si avrebbe più a che fare con una struttura costituita da elementi lineari approssimabili con un modello unidimensionale.

A differenza delle analisi numeriche unidimensionali, quelle tridimensionali hanno tempi di calcolo e di post-processo più lunghi. Perciò si è pensato di prendere in considerazione solamente tre valori di densità relativa per ogni cella, con lo scopo di descrivere l'andamento delle proprietà meccaniche e confrontare i risultati con quelli del precedente caso (1D).

Le densità relative scelte per le analisi 3D sono: 20%, 30% e 40%.

Questa scelta è dovuta al fatto che tali densità relative sembrano essere le più interessanti e impiegabili per applicazioni pratiche, perché per valori minori del 20% si avrebbero valori molto bassi di resistenza, mentre per valori maggiori del 40% per la cella GAM non si potrebbero eseguire le analisi e per le altre celle comunque si otterrebbero dei risultati dalle analisi 3D distanti da quelle 1D, a causa di un comportamento sempre più complesso all'aumentare della densità relativa.

Gli stessi valori di densità relativa sono stati scelti anche per le prove sperimentali.

Come già osservato nel capitolo precedente, per le prove sperimentali le celle unitarie sono state ingrandite passando da celle di lato 5 mm (per le analisi numeriche) a celle di lato 7.5 mm, in modo da ottenere sezioni circolari aventi diametro maggiore di 1 mm; questo vincolo si è imposto per evitare problemi in fase costruttiva dei provini. Sono stati aggiunti inoltre, in corrispondenza dei nodi all'interno delle celle, dei raccordi di raggio 0.4 mm; questo per evitare concentrazioni di tensione che potrebbero causare rotture anticipate del provino.

I valori dei raggi da assegnare alle sezioni nelle celle di lato 7.5 mm sono stati calcolati analiticamente, determinando innanzitutto i valori di r/L partendo dalla Tabella 3.1 per le celle di lato 5 mm (Tabella 3.2).

Tabella 3.2: Valori dei rapporti fra raggi delle sezioni circolari e lato della cella per ogni combinazione di tipo di cella e densità relativa.

Densità relativa	Rapporto r/L			
	CS	CCCR	GAM	OT
10%	0,1106	0,0532	0,0706	0,0466
20%	0,1624	0,078	0,1044	0,0684
30%	0,2056	0,0986	0,1332	0,0866
40%	0,2452	0,1176	0,1604	0,1036
50%	0,2836	0,1356	/	0,1198
60%	0,3222	0,1538	/	0,1364
70%	0,3626	0,1726	/	0,154

Una volta noti i valori del rapporto r/L è stato possibile calcolare i valori dei raggi delle sezioni circolari per le celle di lato 7.5 mm moltiplicando i vari r/L per 7.5 (Tabella 3.3), necessari per la modellazione dei provini per le prove sperimentali.

Tabella 3.3: Valori nominali in millimetri dei raggi delle sezioni circolari per le combinazioni di tipologia di cella e densità relativa utili per le prove sperimentali (celle cubiche di lato 7.5 mm).

Densità relativa	Raggi sezioni [mm]			
	CS	CCCR	GAM	OT
20%	1,218	0,585	0,783	0,513
30%	1,542	0,7395	1	0,6495
40%	1,839	0,882	1,203	0,777

Si osservi che, come stabilito, tutti i valori dei raggi sono maggiori di 0.5 mm (perciò i diametri sono maggiori di 1 mm) per evitare di avere elementi di sezione troppo piccola.

3.3 Materiali

3.3.1 Poliammide

Il materiale utilizzato per la quasi totalità delle analisi numeriche e per la totalità delle prove sperimentali è la poliammide.

Tale materiale è denominato EOSINT P/PA2200. Dal Datasheet della EOS (un'azienda produttrice) si estrae il valore del modulo di elasticità longitudinale:

$$E = 1700 \text{ MPa}$$

Per definire completamente il materiale (assunto isotropo) occorre definire almeno un'altra costante indipendente.

Si osserva dall'articolo [15], il quale tratta di un materiale simile a quello da noi utilizzato, che un tale valore del modulo elastico E si ha per una densità di massa circa pari a 900 kg/m^3 .

Si possono dunque determinare, dai grafici presenti nell'articolo, i valori medi di G e ν per tale densità di massa, ottenendo rispettivamente i valori di circa 618 MPa e di 0.35 .

Affinché il materiale sia isotropo deve valere la seguente relazione:

$$G = \frac{E}{2 * (1 + \nu)}$$

Assumendo quindi il coefficiente di Poisson ν pari a 0.35 , si può ricalcolare il valore del modulo di elasticità tangenziale G analiticamente, partendo dalle altre due costanti. Si ottiene quindi:

$$G = \frac{1700}{2 * (1 + 0.35)} = 630 \text{ MPa}$$

Confrontando tale valore con il risultato ottenuto in precedenza si nota che la differenza percentuale è inferiore al 2%, perciò l'assunzione di materiale isotropo può considerarsi valida per questi valori di densità.

Riassumendo, si considerano dunque i seguenti valori delle costanti elastiche per la poliammide:

$$E = 1700 \text{ MPa};$$

$$\nu = 0.35;$$

$$G = 630 \text{ MPa}.$$

3.3.2 Lega di titanio

Nel presente elaborato saranno condotte, oltre alle già citate analisi sulle strutture in poliammide, anche delle analisi numeriche su materiali metallici, come ad esempio la lega Ti-6Al-4V.

Per questo tipo di materiale si fa la stessa assunzione fatta per la poliammide, si considera perciò come un materiale isotropo.

Avendo assunto un comportamento isotropo dunque questo materiale necessita solamente di due costanti elastiche per essere definito.

Si possono ottenere dall'articolo [4] i valori dei moduli di elasticità longitudinale e tangenziale, determinati attraverso una misurazione "Grindo-Sonic" ad impulso meccanico, per misure di frequenza di risonanza:

$$E = 101 \text{ GPa};$$

$$G = 38 \text{ GPa}.$$

Da tali valori si può ricavare, attraverso la relazione tipica dei materiali isotropi, il valore del coefficiente di Poisson:

$$\nu = \frac{E}{2 * G} - 1 = \frac{101}{2 * 38} - 1 \cong 0.33$$

Il valore ottenuto è accettabile, dato che è compreso nel range di valori presenti in letteratura.

3.3.3 Lega cobalto cromo

L'altro materiale metallico preso in considerazione per le analisi numeriche è la lega Co-Cr-Mo.

Come per gli altri due materiali, anche per questo si assume un comportamento isotropo. In letteratura si è trovato un valore del modulo elastico E pari circa a 170 GPa.

Il coefficiente di Poisson viene preso pari a 0.33 (come per la lega di titanio) e il modulo di elasticità tangenziale risulta quindi:

$$G = \frac{E}{2 * (1 + \nu)} = \frac{170}{2 * (1 + 0.33)} \cong 64 \text{ GPa}$$

3.4 Analisi numeriche

3.4.1 Analisi 1D

Le analisi numeriche unidimensionali sono state svolte in ANSYS; l'allestimento di queste analisi nella fase di pre-processo si basa sulla seguente procedura:

- Definizione dell'*element type*: BEAM188; andando poi a modificare due parametri nelle opzioni:

- *Cross section scaling is (K2)*: Rigid (classic)
- *Element behavior (K3)*: Cubic form.
- Definizione del materiale: seguendo il percorso *Material props – Material models – Structural – Linear – Elastic – Isotropic* e inserendo per la poliammide ad esempio $E = 1700$ MPa e $\nu = 0.35$.
- Definizione delle sezioni: si veda l'Appendice 1.
- La modellazione non serve perché la struttura era già stata importata inizialmente.
- Creazione della *mesh*: con il comando *Size Cntrls* viene imposta la dimensione degli elementi (nelle analisi 1D non è fondamentale suddividere in molti elementi le linee) e poi con il comando *Mesh – Lines* si creano tutti gli elementi e nodi necessari per il calcolo agli elementi finiti.
- Definizione dei carichi e dei vincoli: grazie al comando *Load – Define Loads* si possono vincolare gli spostamenti (o anche imporre un certo valore di spostamento) e applicare le forze.

Dopo questa fase di pre-processo, si passerà alla risoluzione (*Solution*) ed in seguito all'analisi dei risultati nel *Post-Processor*.

3.4.1.1 Trazione

Le analisi di trazione come già osservato nel paragrafo 2.1.1.1 sono eseguite su strutture $9 \times 9 \times 1$. Il metodo utilizzato è quello degli spostamenti, perciò viene imposto uno spostamento uniforme su una faccia della struttura, mentre l'altra faccia viene vincolata. Si vedano le Figure 3.5 e 3.6 in cui è riportata come esempio la struttura composta da celle CCCR (per le altre celle la configurazione è la stessa).

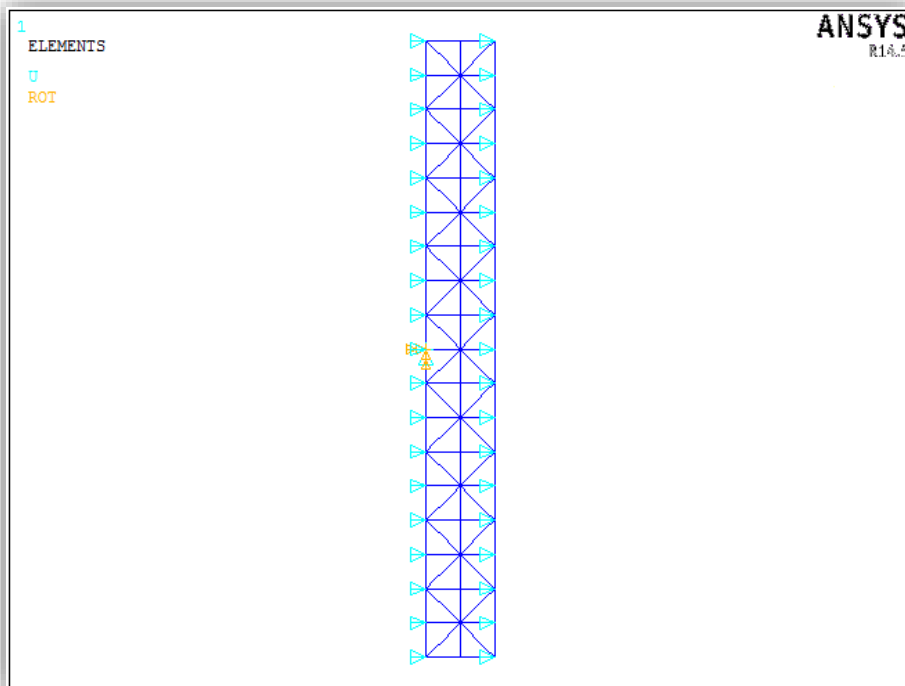


Figura 3.5: Struttura 9x9x1 di celle CCCR sollecitata a trazione (vista laterale)

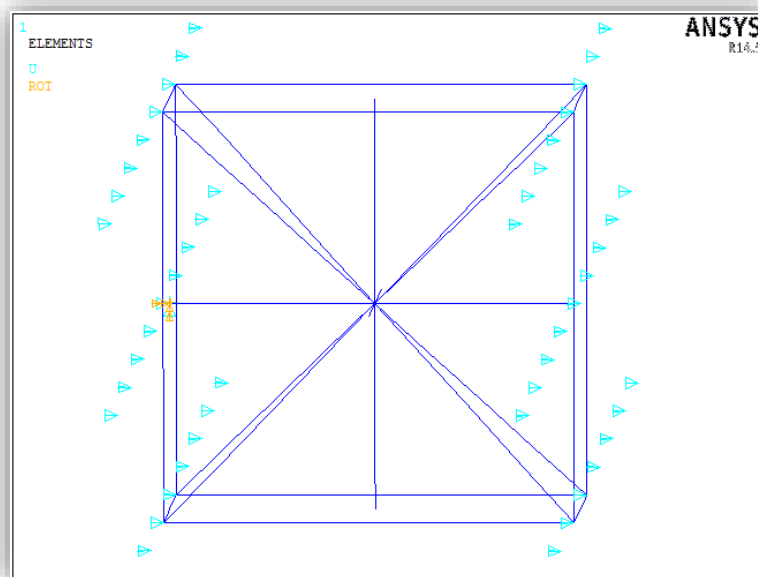


Figura 3.6: Cella centrale della struttura 9x9x1 di celle CCCR

Si noti la presenza del vincolo di incastro (necessario per la risoluzione del problema agli elementi finiti) posto nel nodo centrale, mentre negli altri nodi laterali è stato vincolato solamente lo spostamento in direzione della trazione; in questo modo si permette alla cella di restringersi lateralmente senza impedimenti. Sulla faccia destra sono invece imposti degli spostamenti di valore costante in direzione dello sforzo di trazione.

3.4.1.2 Torsione

Le analisi di torsione come già osservato nel paragrafo 2.1.1.2 sono eseguite su strutture 3x3x3, andando a vedere poi il comportamento della cella in risposta al carico. Per questo tipo di analisi si utilizza il metodo delle forze, applicando su una faccia della struttura una serie di forze che vanno a generare un momento torcente; la faccia opposta viene invece vincolata con degli incastri.

Si veda in Figura 3.7 la struttura composta da celle CS sollecitata a torsione (per le altre tipologie di celle analizzate la configurazione è la stessa; l'unica differenza sta nell'applicazione delle forze, che per le celle con più nodi possono essere di più per distribuire al meglio il momento torcente).

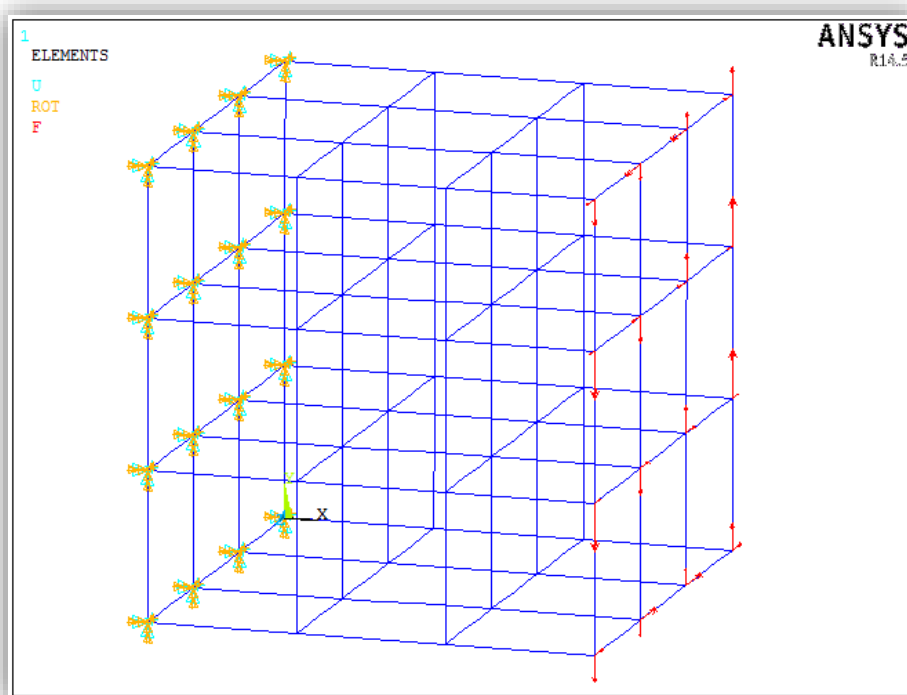


Figura 3.7: Struttura 3x3x3 di celle CS sollecitata a torsione

Si ricordi che i risultati saranno poi calcolati sulla cella centrale per evitare errori causati dall'influenza delle condizioni al contorno; infatti in tal modo il momento torcente applicato sulla faccia più esterna ha modo di stabilizzarsi e fornire risultati migliori.

3.4.2 Analisi 3D

Anche le analisi numeriche tridimensionali si sono svolte in ANSYS, importando i modelli solidi in formato IGES dopo averli disegnati in SolidWorks.

Le densità relative scelte per le analisi 3D sono: 20%, 30% e 40%.

Si veda ora velocemente la fase di pre-processo:

- Definizione dell'*element type*: SOLID185; andando poi a modificare un parametro nelle opzioni:
 - *Element technology (K2)*: Simple Enhanced Strain
- Definizione del materiale: come nel caso delle analisi 1D.
- La modellazione non serve perché la struttura era già stata importata inizialmente.
- Creazione della *mesh*: con il comando *Size Cntrls* viene impostata la dimensione degli elementi (nel nostro caso è stato imposto il valore globale di 0.3 mm, mentre per la cella centrale della struttura si è imposto 0.1 mm per avere dei risultati migliori); la creazione della *mesh* si ha cliccando su *Mesh – Volumes – Free*.
- Definizione dei carichi e dei vincoli: grazie al comando *Load – Define Loads* si può vincolare una faccia (cliccando su *Apply – Structural – Displacement – On Areas*) e applicare uno sforzo di trazione (cliccando su *Apply – Structural – Pressure – On Areas*).

Questa fase di pre-processo è seguita poi dalla soluzione e dalla fase di post-processo.

Le strutture tridimensionali analizzate a trazione sono del tipo 3x3x3. In Figura 3.8 si può vedere una struttura di questo tipo, composta da celle CS aventi densità relativa pari al 20%, pronta per l'analisi.

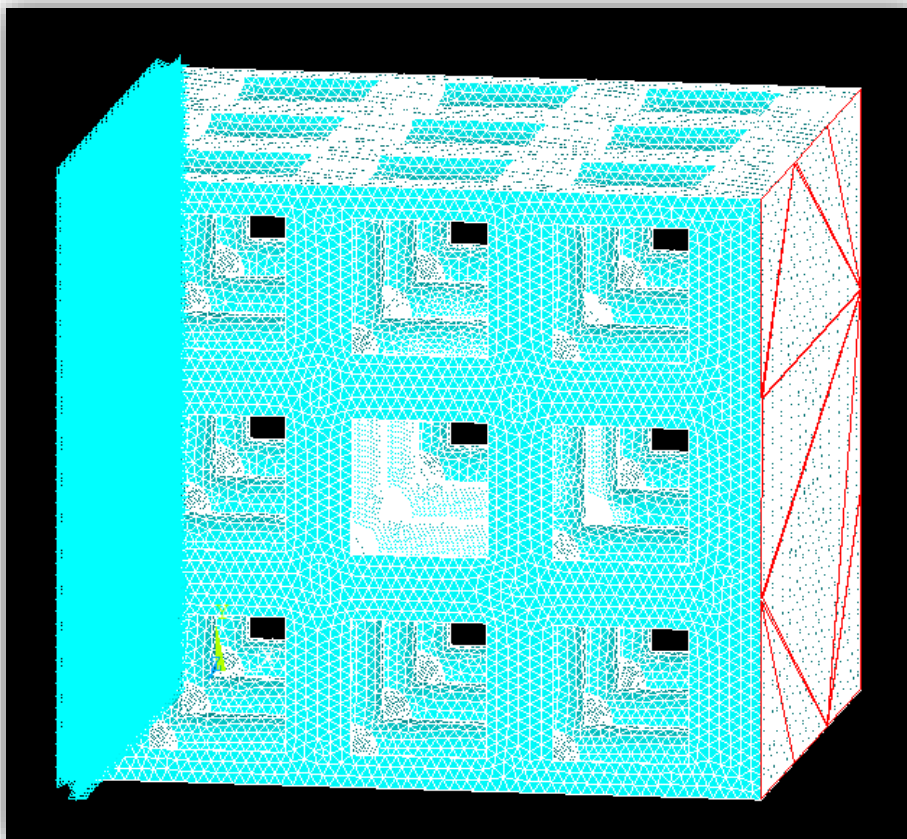


Figura 3.8: Struttura 3x3x3 di celle CS 3D sollecitata a trazione

Si può osservare come la faccia sinistra sia vincolata completamente; sulla faccia destra invece è applicato un carico uniforme di trazione.

3.5 Idealizzazione di un materiale solido equivalente

Come già anticipato in precedenza, la determinazione di tutte le costanti elastiche per le varie celle unitarie permette la costruzione di una matrice, la matrice di flessibilità C . Questa descrive il comportamento della specifica cella nel campo lineare elastico.

Il comportamento di tutte le celle in questione è di tipo ortotropo. Si è pensato dunque di rappresentare il comportamento delle varie strutture cellulari con un corpo solido equivalente di materiale ortotropo, avente le caratteristiche della cella da descrivere.

Si sono confrontati dunque in ANSYS dei corpi di pari dimensioni esterne, composti internamente in un primo caso da strutture cellulari formate da elementi BEAM188 e in un secondo caso da un corpo SOLID185 di materiale ortotropo con le costanti elastiche determinate in precedenza per la cella unitaria in questione dalle analisi unidimensionali.

I corpi utilizzati per questo confronto sono dei parallelepipedi aventi lati 30 x 30 x 150 mm.

Per ogni tipologia di cella unitaria si è scelto di svolgere le analisi numeriche di confronto per il valore di densità relativa del 20%.

I vari corpi sono stati sollecitati a trazione (Figura 3.9) ed in seguito a flessione (Figura 3.10).

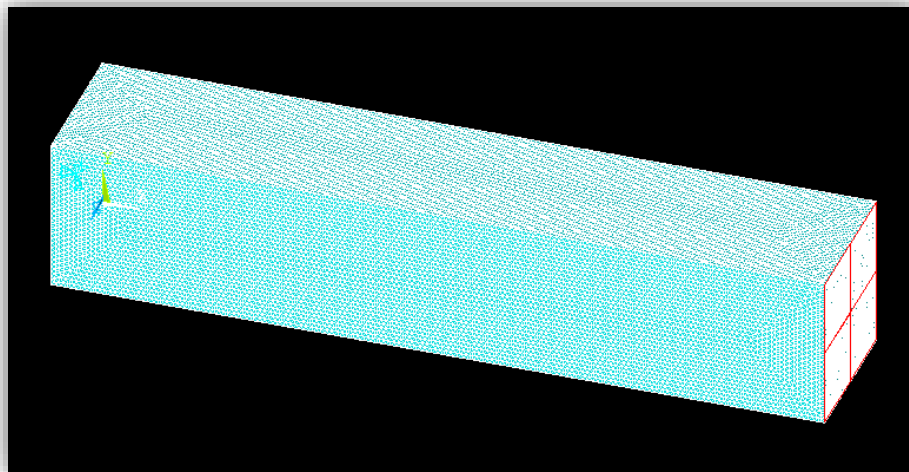


Figura 3.9: Corpo solido equivalente sollecitato a trazione

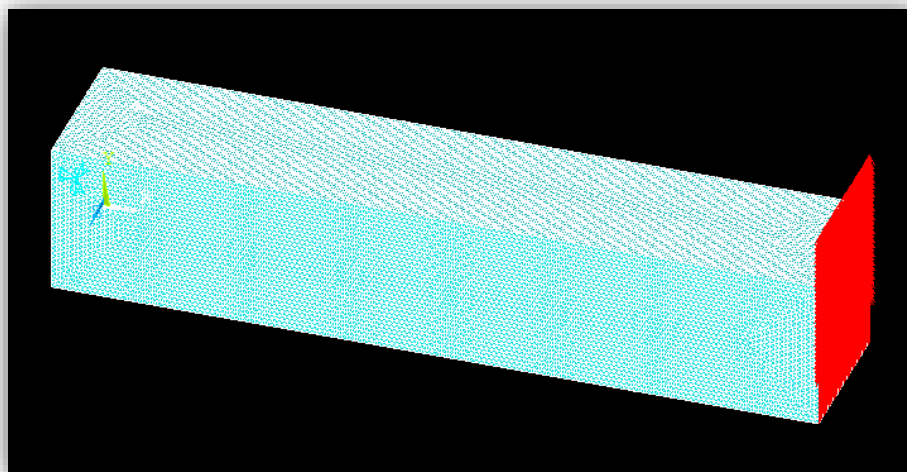


Figura 3.10: Corpo solido equivalente sollecitato a flessione

Per i corpi composti da strutture cellulari le sezioni degli elementi che stanno sulle facce esterne sono state ridotte considerando, invece che le reali sezioni a semicerchio o a quarto di cerchio, delle sezioni circolari aventi un raggio ridotto pari ad $r/\sqrt{2}$ per le sezioni che sarebbero dovute essere a semicerchio e pari ad $r/2$ per le sezioni che sarebbero dovute essere a quarto di cerchio. Questa semplificazione è stata necessaria, altrimenti la procedura di assegnazione delle sezioni esatte sarebbe stata troppo lunga e laboriosa avendo a che fare con un corpo di medio-grandi dimensioni.

Nelle figure 3.11 e 3.12 si può vedere il parallelepipedo composto da celle cubiche semplici (CS) sollecitato rispettivamente a trazione e flessione.

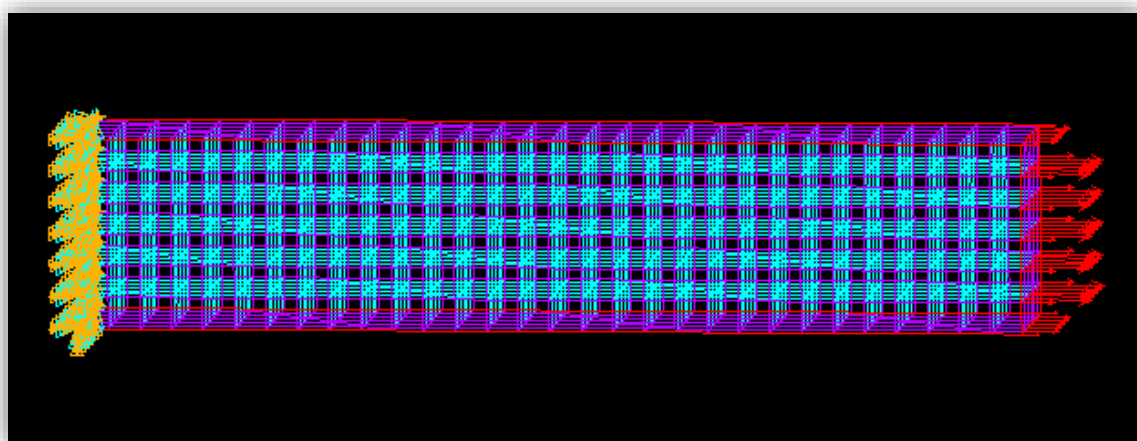


Figura 3.11: Corpo composto da celle CS sollecitato a trazione

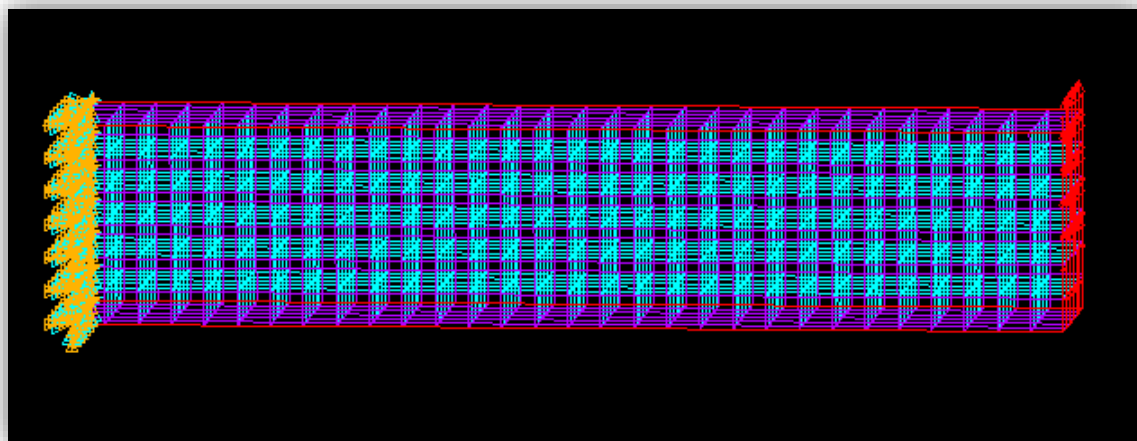


Figura 3.12: Corpo composto da celle CS sollecitato a flessione

Si osservi che le forze sono distribuite, sia per la trazione che per la flessione, facendo in modo che su ogni cella della faccia caricata agiscano forze uguali; perciò sui nodi laterali le forze sono dimezzate e sui quattro nodi agli angoli le forze sono divise per quattro. Questo perché le forze applicate sui nodi centrali vanno a distribuirsi sulle quattro celle accostate tra loro, mentre alle estremità questo non succede.

Per le altre tipologie di celle unitarie (CCCR, GAM e OT) viene fatta la stessa cosa, allo stesso livello di densità relativa (20%) e applicando gli stessi carichi.

Il confronto di ogni struttura cellulare con il rispettivo corpo solido di materiale ortotropo equivalente fornirà delle indicazioni sui valori dei moduli di elasticità e del coefficiente di Poisson determinati con l'analisi numerica 1D per la varie tipologie di celle, in corrispondenza della densità relativa 20%.

Il confronto fra le due tipologie di corpi (cellulare e solido equivalente) viene fatto analizzando l'allungamento a trazione, il rispettivo restringimento laterale e nell'analisi a flessione la deformazione che si ha nella direzione della forza flettente.

I risultati del confronto daranno quindi delle indicazioni sulle costanti elastiche delle varie celle alla densità 20%, valide per corpi di dimensioni simili al parallelepipedo considerato.

3.6 Prove sperimentali

I provini da testare sono stati dapprima disegnati in SolidWorks e poi, dopo essere stati salvati nel formato STL, sono stati prodotti tramite sinterizzazione laser dall'azienda 3Dfast Srl in poliammide PA2200. Le prove sperimentali di trazione sono state poi eseguite per mezzo della macchina di prova Galdabini SUN2500.

Per garantire una sezione minima avente diametro pari a 1 mm, si è preferito ingrandire le celle cubiche unitarie, passando da celle di lato 5 mm (per le analisi numeriche) a celle di lato 7.5 mm

(per le prove sperimentali). Inoltre sono stati aggiunti dei raccordi all'interno delle celle, aventi raggio 0.4 mm.

Il numero di provini sottoposti a trazione è pari a 65, poiché per ogni tipologia di cella sono stati prodotti provini aventi tre diverse densità relative e per ognuno di questi la numerosità dei provini è 5. Perciò per ogni tipologia di cella si sono analizzati 15 provini ed inoltre sono stati analizzati anche cinque provini pieni per la caratterizzazione del materiale utilizzato.

La presa dei provini si ha grazie all'accoppiamento di tipo prismatico tra le teste del provino e le ganasce. Quest'ultime sono state modellate in SolidWorks e prodotte, come i provini, in poliammide dall'azienda 3Dfast Srl.

I vincoli da tenere in considerazione per la modellazione delle ganasce sono dati dalla parte esterna delle ganasce già presenti, che devono contenere le ganasce riprogettate per lo studio in questione.

Si veda in Figura 3.13 l'assemblato composto da un provino di celle CS e dalle ganasce superiore ed inferiore.

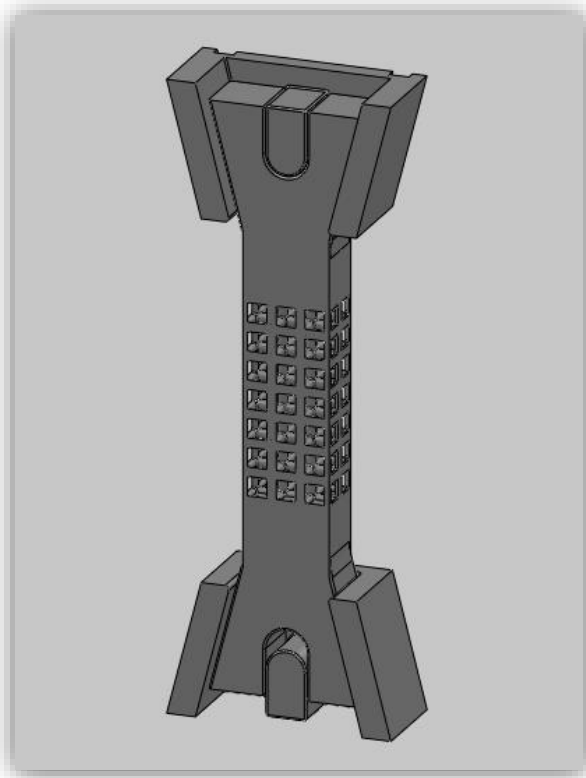


Figura 3.13: Assemblato ganasce - provino CS alla densità relativa 20%

Le ganasce riprogettate e prodotte in poliammide (che si vedono in Figura 3.13) sono a loro volta inserite e bloccate nelle ganasce di metallo che fanno parte della macchina di prova.

Per evitare influenze negative sui risultati si è deciso di attaccare l'estensimetro tra la prima e la seconda cella sia in alto che in basso, lasciando quindi una cella unitaria di distacco tra la zona studiata e la zona di materiale pieno.

Per quanto riguarda il provino pieno, questo è stato modellato riferendosi alla norma ISO 527-2 [23]; per questa tipologia di provino è stato utilizzato il metodo di presa tradizionale con le ganasce che stringono il provino alle due estremità, per poi trazionarlo.

La procedura di prova dettagliata è riportata nell'Appendice 4.

4. Risultati

4.1 Correlazione fra densità relativa e sezioni

Come osservato in precedenza (paragrafo 3.2), ad ogni densità relativa corrisponde un valore del raggio della sezione per ogni specifica cella unitaria e viceversa.

Il raggio delle sezioni di una cella può essere scritto in relazione al lato della cella cubica, in modo da ottenere un valore adimensionale r/L indipendente dalla grandezza della cella stessa.

I valori ottenuti, grazie alla modellazione eseguita in SolidWorks, sono esposti nelle Tabelle 3.1 e 3.2 (presenti nel paragrafo 3.2).

Da tali valori si può ottenere il seguente grafico (Figura 4.1) che rappresenta l'andamento della densità relativa al variare del rapporto r/L per ogni cella unitaria considerata.

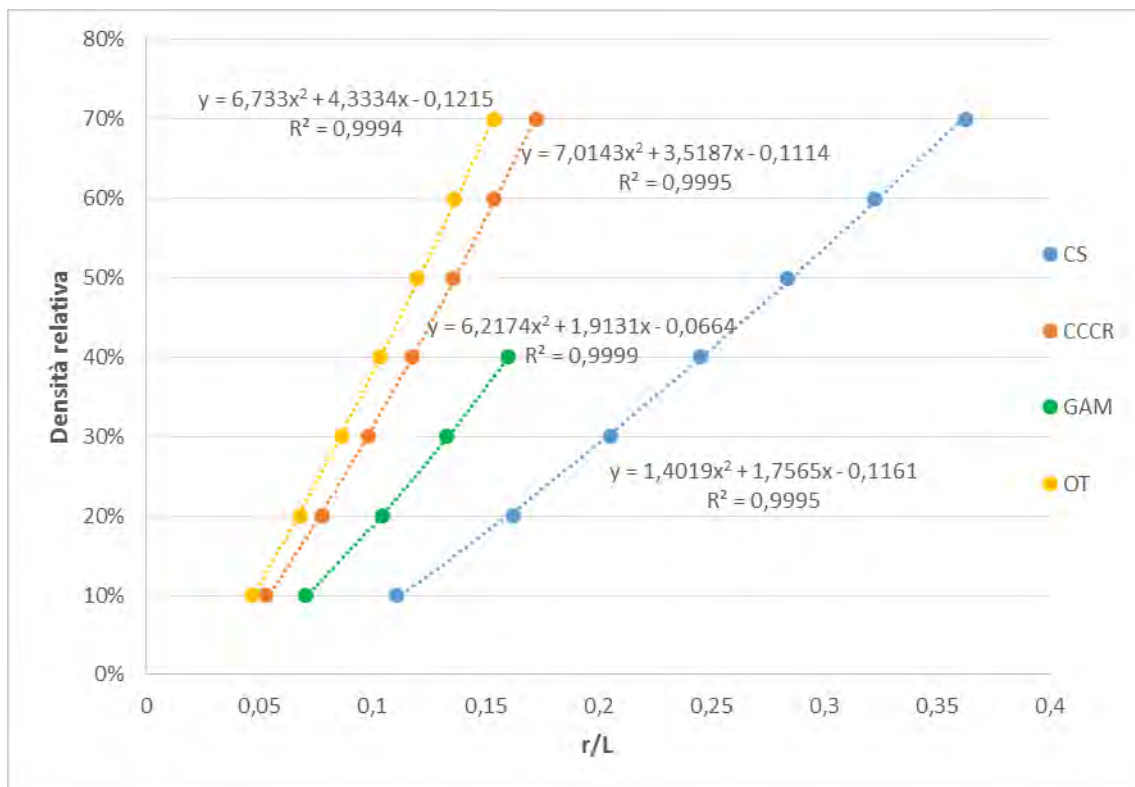


Figura 4.1: Andamento della densità relativa in funzione del rapporto r/L per le varie celle

Le curve interpolatrici scelte sono polinomiali di secondo grado; queste approssimano bene i dati raccolti ($R^2 > 0.999$ per tutte le curve).

La formulazione di una legge di questo tipo, che correla la densità relativa con il rapporto adimensionale r/L per ciascuna cella, permette di semplificare e velocizzare lo studio di queste

specifiche strutture cellulari. In tal modo infatti il livello di densità relativa si potrà conoscere direttamente dalla determinazione del raggio (o diametro) della sezione degli elementi componenti la cella, oltre ovviamente alla conoscenza del lato della cella unitaria stessa.

4.2 Risultati numerici

4.2.1 Risultati delle analisi 1D

Dalle analisi numeriche unidimensionali si sono determinati i valori delle varie costanti elastiche ricercate (E , G e ν) per le quattro tipologie di celle studiate. Per tre di queste (CS, CCCR e OT) si sono analizzate ben sette diverse densità relative (10%, 20%, 30%, 40%, 50%, 60% e 70%), mentre per la cella GAM quattro densità relative (10%, 20%, 30% e 40%) come già spiegato nel paragrafo 3.2.

Si riportano di seguito delle tabelle riassuntive, contenenti tutti i risultati ottenuti dalle analisi unidimensionali per le varie celle.

Cella CS

Tabella 4.1: Costanti elastiche determinate dalle analisi 1D sulla cella cubica semplice per vari livelli di densità relativa.

Densità relativa	E [MPa]	ν	G [MPa]	E/E ₀	ν/ν_0	G/G ₀
10%	65,3	0	1,4	0,0384	0	0,0022
20%	140,7	0	5,7	0,0828	0	0,0090
30%	225,6	0	13,5	0,1327	0	0,0214
40%	320,8	0	25,3	0,1887	0	0,0402
50%	429,2	0	42,1	0,2525	0	0,0668
60%	554,0	0	64,9	0,3259	0	0,1030
70%	701,6	0	95,6	0,4127	0	0,1517

Si ricordi che $L = 5 \text{ mm}$, $E_0 = 1700 \text{ MPa}$, $\nu_0 = 0.35$ e $G_0 = 630 \text{ MPa}$ (questo vale anche per le prossime celle).

Cella CCCR

Tabella 4.2: Costanti elastiche determinate dalle analisi 1D sulla cella cubica a corpo centrato rinforzata per vari livelli di densità relativa.

Densità relativa	E [MPa]	ν	G [MPa]	E/E ₀	ν/ν_0	G/G ₀
10%	37,3	0,210	11,8	0,0219	0,6000	0,0187
20%	80,9	0,208	25,8	0,0476	0,5943	0,0410
30%	130,8	0,204	42,2	0,0769	0,5829	0,0670
40%	188,1	0,200	61,4	0,1106	0,5714	0,0975
50%	252,8	0,197	83,6	0,1487	0,5629	0,1327
60%	328,9	0,193	110,4	0,1935	0,5514	0,1752
70%	419,1	0,190	143,1	0,2465	0,5429	0,2271

Cella GAM

Tabella 4.3: Costanti elastiche determinate dalle analisi 1D sulla cella Gibson-Ashby modificata per quattro livelli di densità relativa.

Densità relativa	E [MPa]	ν	G [MPa]	E/E ₀	ν/ν_0	G/G ₀
10%	12,6	0,135	0,8	0,0074	0,3857	0,0013
20%	37,6	0,094	3,2	0,0221	0,2686	0,0051
30%	69,9	0,070	7,2	0,0411	0,2000	0,0114
40%	109,4	0,054	12,9	0,0644	0,1543	0,0205

Cella OT

Tabella 4.4: Costanti elastiche determinate dalle analisi 1D sulla cella Octet Truss per vari livelli di densità relativa.

Densità relativa	E [MPa]	ν	G [MPa]	E/E ₀	ν/ν_0	G/G ₀
10%	22,6	0,328	18,0	0,0133	0,9371	0,0286
20%	50,3	0,322	38,8	0,0296	0,9200	0,0616
30%	83,3	0,316	62,6	0,0490	0,9029	0,0994
40%	123,1	0,310	90,1	0,0724	0,8857	0,1430
50%	169,8	0,304	121,4	0,0999	0,8686	0,1927
60%	227,2	0,298	158,8	0,1336	0,8514	0,2521
70%	299,0	0,292	204,3	0,1759	0,8343	0,3243

Tali risultati possono essere diagrammati, in modo da definire per ogni tipologia di cella un modello che descriva l'andamento delle varie costanti elastiche.

Si riportano di seguito i risultati ottenuti per la cella cubica semplice (Figure 4.2 e 4.3).

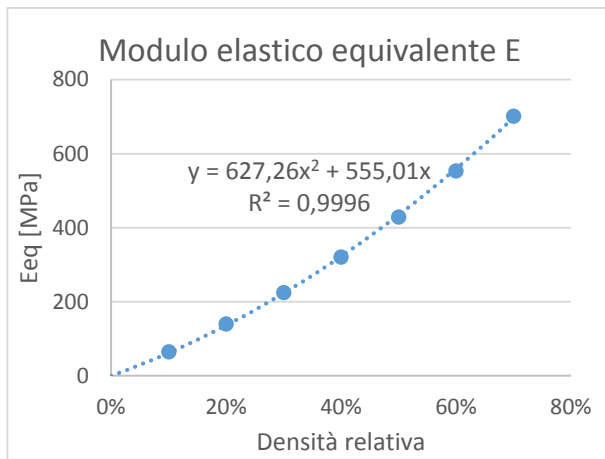


Figura 4.2: Andamento del modulo elastico E in funzione della densità relativa per la cella CS

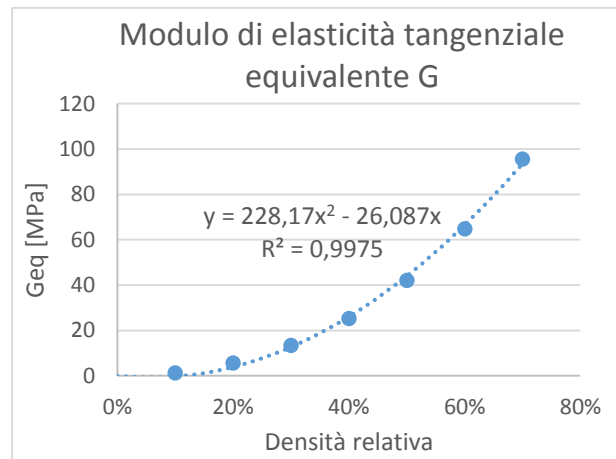


Figura 4.3: Andamento del modulo di elasticità tangenziale G in funzione della densità relativa per la cella CS

Si osservi che all'aumentare della densità relativa (e conseguentemente del rapporto r/L) si ha un aumento dei moduli di elasticità longitudinale e tangenziale. Gli andamenti di tali moduli possono essere approssimati con una curva polinomiale quadratica passante per l'origine; perciò per la loro descrizione saranno sufficienti due sole costanti.

La curva che approssima l'andamento del modulo elastico equivalente E_{eq} al variare della densità relativa si può vedere dalla Figura 4.2. L'equazione della curva è la seguente:

$$E_{eq} = 627.26 \rho^2 + 555.01 \rho$$

dove con ρ si indica la densità relativa.

Per il modulo di elasticità tangenziale si nota che la curva polinomiale quadratica descrive meno bene l'andamento ($R^2 = 0.9975$) rispetto al modulo di elasticità longitudinale ($R^2 = 0.9996$), soprattutto per valori bassi di densità relativa.

Si noti inoltre che per questa tipologia di cella l'andamento del coefficiente di Poisson non è stato diagrammato, per il semplice motivo che esso è nullo a tutte le densità relative secondo quanto ottenuto dalle analisi unidimensionali.

Per le altre celle invece sarà considerato anche l'andamento del coefficiente di Poisson al variare della densità relativa.

Nel seguito non si riportano i grafici per ogni cella analizzata, ma solamente quelli complessivi contenenti gli andamenti delle costanti elastiche di tutte e quattro le celle a confronto (Figure 4.4, 4.5 e 4.6).

I grafici riportati rappresentano i rapporti E/E_0 e G/G_0 poiché, come si vedrà nel paragrafo 4.2.1.1, questi sono indipendenti dal materiale utilizzato per le analisi unidimensionali. Per quanto riguarda gli andamenti del coefficiente di Poisson invece viene rappresentato il coefficiente ν stesso, non il rapporto ν/ν_0 .

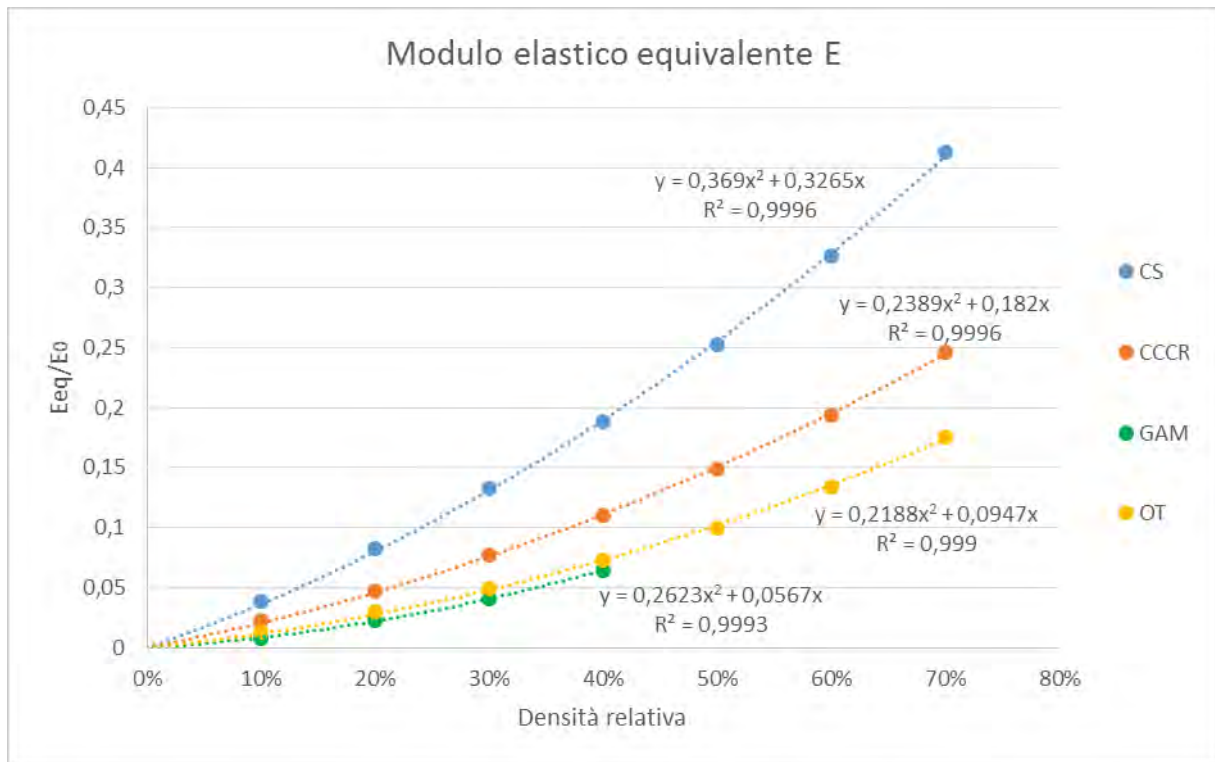


Figura 4.4: Andamento di E/E_0 in funzione della densità relativa per le varie celle

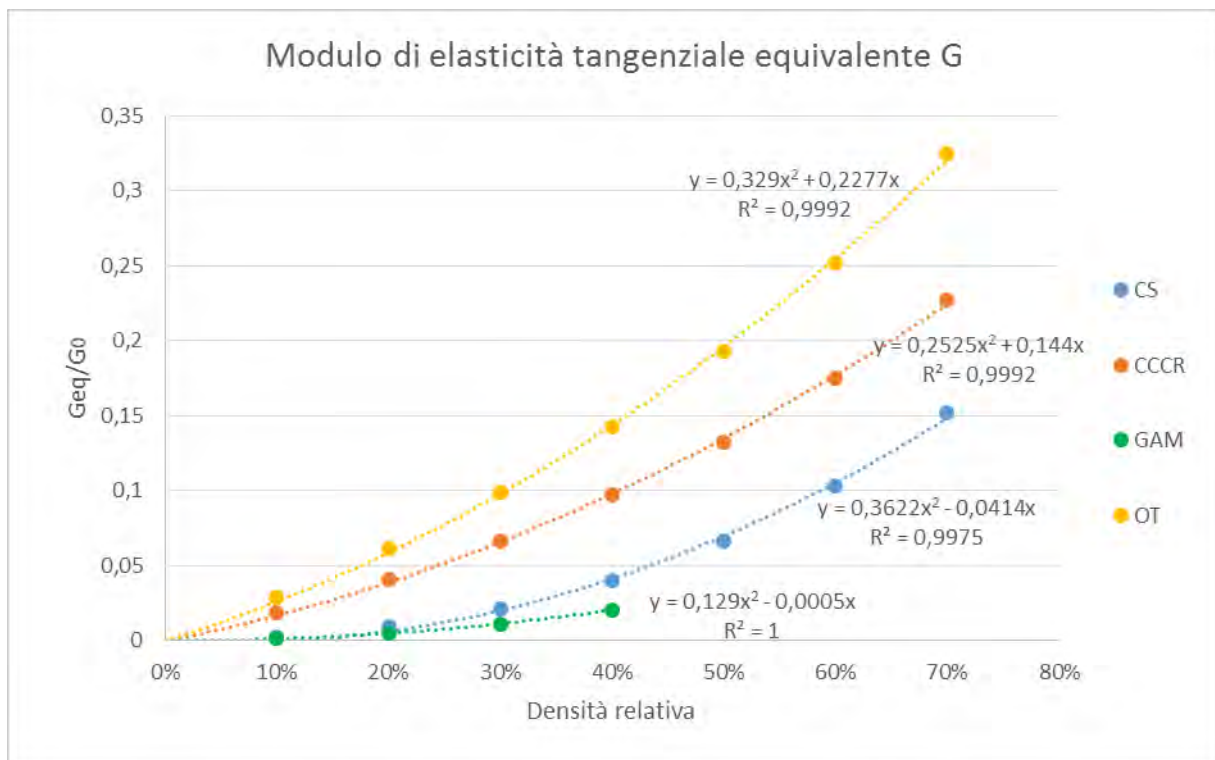


Figura 4.5: Andamento di G/G_0 in funzione della densità relativa per le varie celle

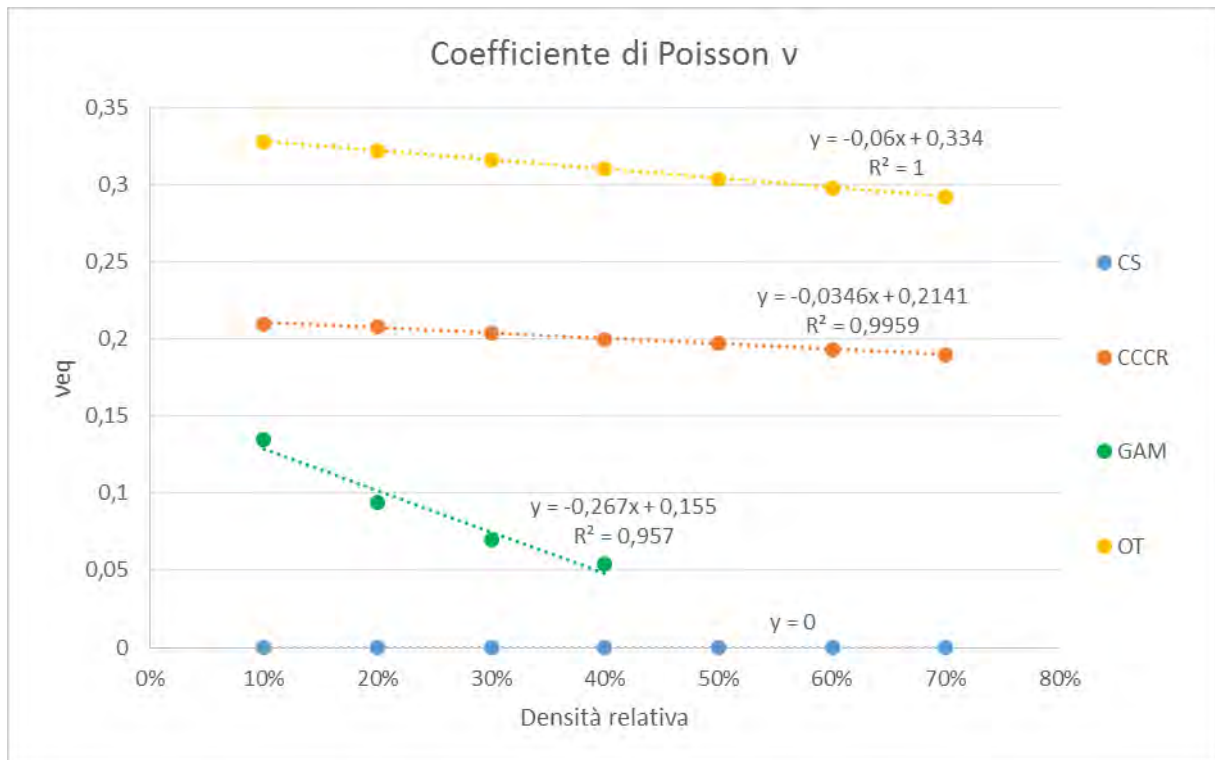


Figura 4.6: Andamento del coefficiente di Poisson ν in funzione della densità relativa per le varie celle

Si può osservare che per i moduli di elasticità longitudinale e tangenziale (E e G) l'andamento in funzione della densità relativa può essere approssimato, per ognuna delle quattro celle analizzate, da curve polinomiali quadratiche passanti per l'origine. Logicamente, ad un aumento della densità relativa corrisponde un aumento dei moduli elastici in questione.

Osservando i grafici si nota che a parità di densità relativa la cella con il modulo di elasticità longitudinale maggiore è la cubica semplice, seguita dalla cubica a corpo centrato rinforzata; mentre la Octet Truss e la Gibson-Ashby modificata presentano valori minori, simili tra loro.

Per quanto riguarda il modulo di elasticità tangenziale la situazione invece cambia, a differenza del modulo longitudinale. Infatti in questo caso, a parità di densità relativa, la cella che ha il modulo G equivalente maggiore è la Octet Truss, seguita dalla cubica a corpo centrato rinforzata. Le celle CS e GAM possiedono invece valori piuttosto bassi rispetto alle altre.

In Figura 4.6 si possono vedere gli andamenti del coefficiente di Poisson per le varie celle, il quale generalmente diminuisce seguendo una legge lineare all'aumentare della densità relativa. Al variare della cella si osserva una variazione significativa di tale coefficiente.

Per la cella Octet Truss si sono ottenuti valori di restringimento laterale vicini a quelli del materiale di base. Per la cella cubica a corpo centrato rinforzata si hanno valori piuttosto stabili attorno a $\nu=0.2$, con una differenza che è solamente del 10% fra il valore massimo (corrispondente alla densità relativa minima) e il minimo (corrispondente alla densità relativa massima). Per la cella Gibson-Ashby modificata la diminuzione del coefficiente ν all'aumentare della densità relativa è più accentuata rispetto alle altre celle; mentre per la cella cubica semplice dalle analisi numeriche 1D si ottiene un valore nullo a tutte le densità relative.

Un altro modo di rappresentazione dei risultati ottenuti per i moduli di elasticità longitudinale e tangenziale è quello di utilizzare delle scale logaritmiche sia per l'asse y (contenente i moduli di elasticità) sia per l'asse x (contenente la densità relativa). A tal riguardo si veda l'Appendice 5.

4.2.1.1 Risultati al variare del materiale utilizzato

I risultati ottenuti dalle analisi numeriche 1D riportate in precedenza sono stati ottenuti utilizzando come materiale di base la poliammide PA2200.

Per verificare che tali risultati fossero indipendenti dal materiale di base utilizzato (prendendo dunque in considerazione i valori E/E_0 e G/G_0), si è pensato di analizzare una delle celle in questione utilizzando altri due materiali che potrebbero essere impiegati per la sinterizzazione laser: la lega di titanio Ti-6Al-4V e la lega cobalto-cromo Co-Cr-Mo. I valori delle varie costanti elastiche di tutti questi materiali sono presenti nel paragrafo 3.3. La cella scelta per il confronto al variare del materiale è la cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR).

I risultati ottenuti dalle analisi numeriche unidimensionali in ANSYS sono riassunti nelle seguenti tabelle. In Tabella 4.5 sono riportati i moduli di elasticità longitudinale determinati al variare del materiale utilizzato; mentre in Tabella 4.6 si può vedere di quanto si discostano i valori di E/E_0 determinati sui due nuovi materiali utilizzati rispetto a quelli precedenti calcolati per la poliammide.

Tabella 4.5: Moduli di elasticità longitudinale determinati dalle analisi 1D sulla cella CCCR per vari livelli di densità relativa, al variare del materiale di base.

Densità relativa	E [MPa]			E/E ₀		
	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo
10%	37,3	2213,0	3725,0	0,02194	0,02191	0,02191
20%	80,9	4809,0	8094,2	0,04759	0,04761	0,04761
30%	130,8	7769,0	13076,4	0,07694	0,07692	0,07692
40%	188,1	11175,0	18809,4	0,11065	0,11064	0,11064
50%	252,8	15022,8	25285,8	0,14871	0,14874	0,14874
60%	328,9	19546,6	32899,4	0,19347	0,19353	0,19353
70%	419,1	24905,4	41920,0	0,24653	0,24659	0,24659

Tabella 4.6: Differenze percentuali tra i valori di E/E_0 calcolati sulla cella CCCR utilizzando materiali di base diversi.

Densità relativa	Differenze percentuali da PA2200	
	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo
10%	0,138 %	0,134 %
20%	0,054 %	0,052 %
30%	0,026 %	0,028 %
40%	0,003 %	0,003 %
50%	0,023 %	0,023 %
60%	0,031 %	0,029 %
70%	0,024 %	0,024 %

Si può osservare che i valori del rapporto E/E_0 sono molto simili al variare del materiale; la massima differenza percentuale rilevata nelle analisi 1D è pari a 0.138%.

Si vedano ora i risultati ottenuti per il modulo di elasticità tangenziale al variare del materiale di base (Tabella 4.7) e i relativi confronti sui valori G/G_0 (Tabella 4.8).

Tabella 4.7: Moduli di elasticità tangenziale determinati dalle analisi 1D sulla cella CCCR per vari livelli di densità relativa, al variare del materiale di base.

Densità relativa	G [MPa]			G/G ₀		
	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo
10%	11,8	701,8	1186,6	0,0187	0,0185	0,0185
20%	25,8	1533,7	2582,6	0,0410	0,0404	0,0404
30%	42,2	2499,8	4231,7	0,0670	0,0658	0,0661
40%	61,4	3639,7	6161,9	0,0975	0,0958	0,0963
50%	83,6	4946,9	8372,5	0,1327	0,1302	0,1308
60%	110,4	6534,5	11062,3	0,1752	0,1720	0,1728
70%	143,1	8504,3	14335,9	0,2271	0,2238	0,2240

Tabella 4.8: Differenze percentuali tra i valori di G/G_0 calcolati sulla cella CCCR utilizzando materiali di base diversi.

Densità relativa	Differenze percentuali da PA2200	
	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo
10%	1,40 %	1,01 %
20%	1,45 %	1,46 %
30%	1,79 %	1,29 %
40%	1,72 %	1,21 %
50%	1,90 %	1,42 %
60%	1,87 %	1,36 %
70%	1,47 %	1,38 %

Si nota che i valori del rapporto G/G_0 calcolati per i due nuovi materiali considerati non sono così distanti da quelli ottenuti utilizzando la poliammide. La differenza percentuale massima è pari a 1.90%.

Si riportano invece in Tabella 4.9 i valori del coefficiente di Poisson calcolati al variare del materiale di base.

Tabella 4.9: Coefficienti di Poisson determinati dalle analisi 1D sulla cella CCCR per vari livelli di densità relativa, al variare del materiale di base.

Densità relativa	ν			ν/ν_0		
	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo	PA2200	Ti-6Al-4V	Co-Cr-Mo
10%	0,210	0,210	0,210	0,6000	0,6364	0,6364
20%	0,208	0,208	0,208	0,5943	0,6303	0,6303
30%	0,204	0,204	0,204	0,5829	0,6182	0,6182
40%	0,200	0,200	0,200	0,5714	0,6061	0,6061
50%	0,197	0,197	0,197	0,5629	0,5970	0,5970
60%	0,193	0,193	0,193	0,5514	0,5848	0,5848
70%	0,190	0,190	0,190	0,5429	0,5758	0,5758

In questo caso, a differenza dei moduli di elasticità, si osserva che con le analisi 1D si ottengono valori uguali del coefficiente di Poisson ν al variare del materiale utilizzato, mentre il rapporto ν/ν_0 è variabile. Perciò si prenderà in considerazione solamente ν , anche al variare del materiale di base utilizzato.

Si può dunque affermare che il modello ottenuto dalle analisi numeriche unidimensionali nel presente lavoro, il quale descrive il comportamento delle varie strutture cellulari analizzate al variare della densità relativa, è indipendente dal materiale di base utilizzato per piccole variazioni di ν . Ciò significa che diagrammando i rapporti E/E_0 , G/G_0 e il valore di ν si descrivono gli andamenti dei moduli elastici e del coefficiente di Poisson al variare della densità relativa, in modo del tutto indipendente dal materiale. Perciò tali risultati valgono sia per la poliammide che per qualsiasi altro materiale avente coefficiente di Poisson non troppo differente, come ad esempio le polveri metalliche (lega di titanio e lega cobalto-cromo).

4.2.1.2 Confronto fra strutture cellulari e materiale equivalente ortotropo

Come già spiegato nel paragrafo 3.5 si è pensato di fare un confronto fra una struttura cellulare composta da celle unitarie (per la quale si utilizzano elementi BEAM188) e un corpo solido (SOLID185) di uguali dimensioni composto da un materiale ortotropo equivalente avente come costanti elastiche i valori determinati dalle analisi numeriche 1D.

Tale confronto viene fatto per le quattro tipologie di celle prese in considerazione, ma solamente per un livello di densità relativa (20%).

I corpi utilizzati per questo confronto sono dei parallelepipedi aventi lati 30 x 30 x 150 mm, cioè composti da 6 x 6 x 30 celle unitarie.

Si è scelto di applicare una forza costante per tutte le strutture analizzate (pari a 7.2 N) che corrisponde ad un valore di sforzo normale pari a 0.008 MPa (poiché la sezione su cui si distribuisce è 30x30 mm).

I materiali ortotropi equivalenti al livello di densità 20% possono essere definiti per le varie celle andando ad estrarre dalle analisi numeriche svolte in precedenza i valori di E , G e ν nelle varie direzioni; nel nostro caso ognuno di questi è costante nelle tre direzioni principali per la forma caratteristica delle celle in questione, perciò basteranno tre valori per ogni cella (E , G e ν).

Dalle analisi a trazione svolte si ricavano i valori di allungamento e contrazione laterale (Tabella 4.10).

Tabella 4.10: Valori degli allungamenti e dei restringimenti laterali per le varie celle, confrontando l'analisi su una struttura cellulare con quella sul materiale ortotropo equivalente.

Trazione	Struttura cellulare		Mat. Equivalente		Confronto	
	Δx [mm]	Δy [mm]	Δx [mm]	Δy [mm]	diff_x %	diff_y %
CS	0,00853	0	0,00853	0	0,01%	0,00%
CCCR	0,01494	0,00066	0,01480	0,00062	0,99%	6,48%
GAM	0,03193	0,00060	0,03191	0,00060	0,08%	0,22%
OT	0,02369	0,00154	0,02364	0,00154	0,20%	0,30%

Da tali risultati si possono costruire i seguenti grafici (Figure 4.7, 4.8, 4.9 e 4.10), che mostrano il comportamento a trazione di entrambi i corpi e la differenza tra i due.

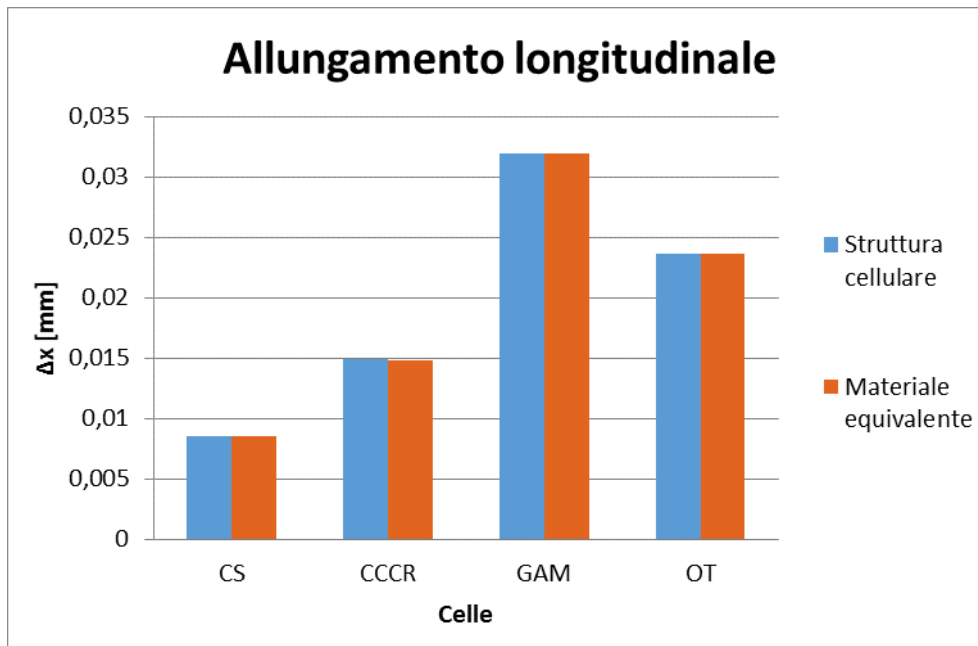


Figura 4.7: Valori di allungamento longitudinale per le varie celle, utilizzando struttura cellulare e materiale ortotropo equivalente

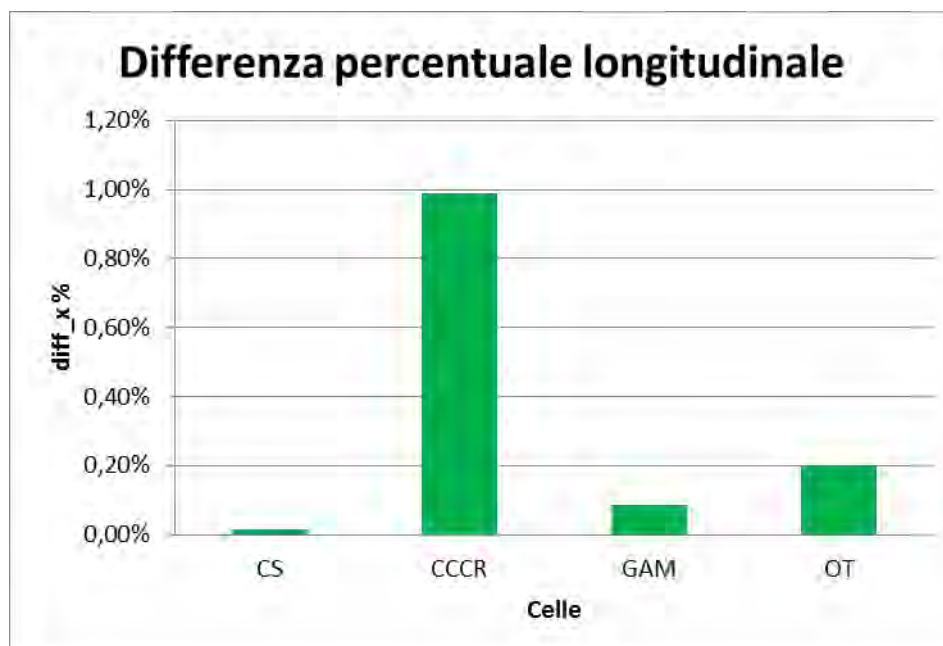


Figura 4.8: Differenza percentuale degli allungamenti longitudinali sul materiale ortotropo equivalente rispetto a quelli delle strutture cellulari per le varie celle

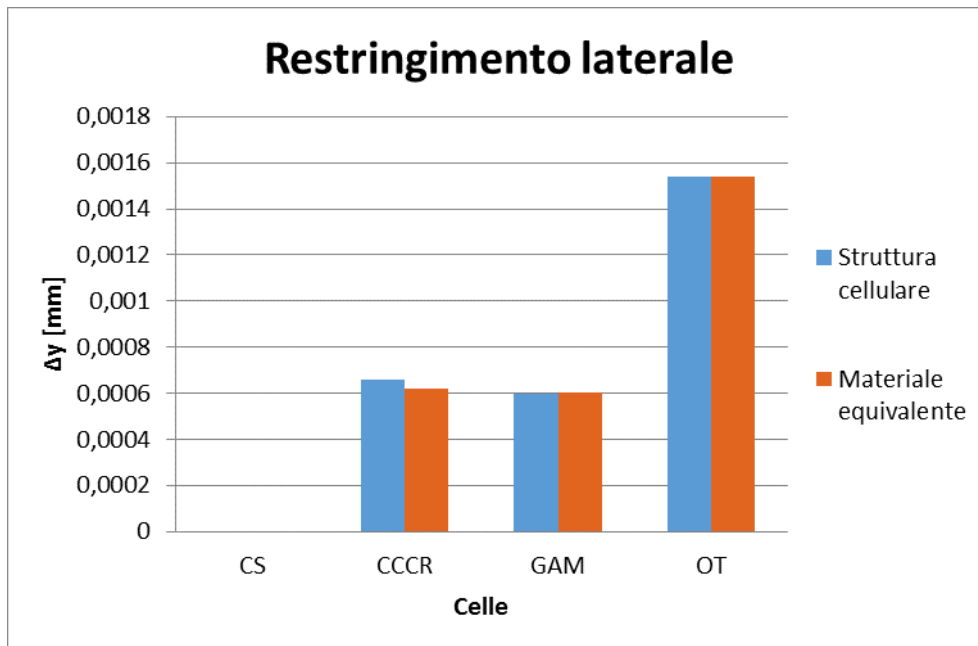


Figura 4.9: Valori di restringimento laterale per le varie celle, utilizzando struttura cellulare e materiale ortotropo equivalente

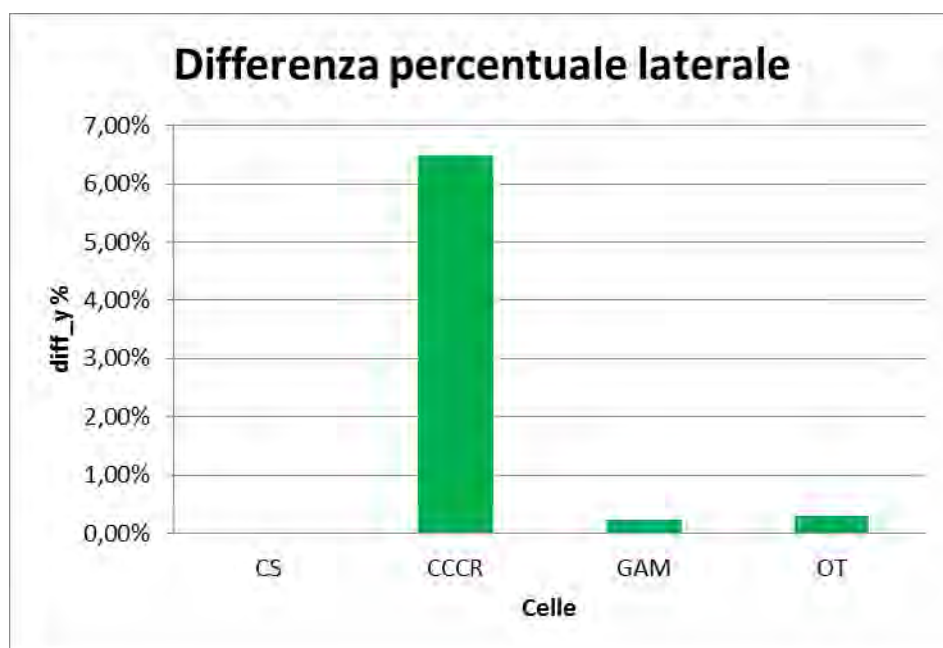


Figura 4.10: Differenza percentuale dei restringimenti laterali sul materiale ortotropo equivalente rispetto a quelli delle strutture cellulari per le varie celle

Dai risultati ottenuti si osserva che per l'allungamento longitudinale la variazione massima è dell'1%, perciò si ha una buonissima corrispondenza in questo senso fra le due tipologie di corpi utilizzate. Per quanto riguarda il restringimento laterale si ottengono differenze inferiori allo 0.5% per tutte le celle tranne che per la CCCR, per la quale si ha una differenza del 6.5% fra struttura cellulare e corpo solido composto da materiale ortotropo equivalente.

Dalle analisi a flessione invece si ricavano i valori dell'allungamento in direzione della forza flettente (Tabella 4.11).

Tabella 4.11: Valori degli allungamenti a flessione per le varie celle, confrontando l'analisi su una struttura cellulare con quella sul materiale ortotropo equivalente.

Flessione	Struttura cellulare	Mat. Equivalente	Confronto
	defY [mm]	defY [mm]	diff %
CS	1,1368	1,1008	3,17%
CCCR	1,5431	1,5269	1,05%
GAM	3,6713	3,6301	1,12%
OT	2,3771	2,3646	0,53%

Con i risultati di Tabella 4.11 si possono costruire i grafici seguenti (Figure 4.11 e 4.12), che evidenziano i risultati ottenuti per le due tipologie di configurazione utilizzate e il confronto fra esse.

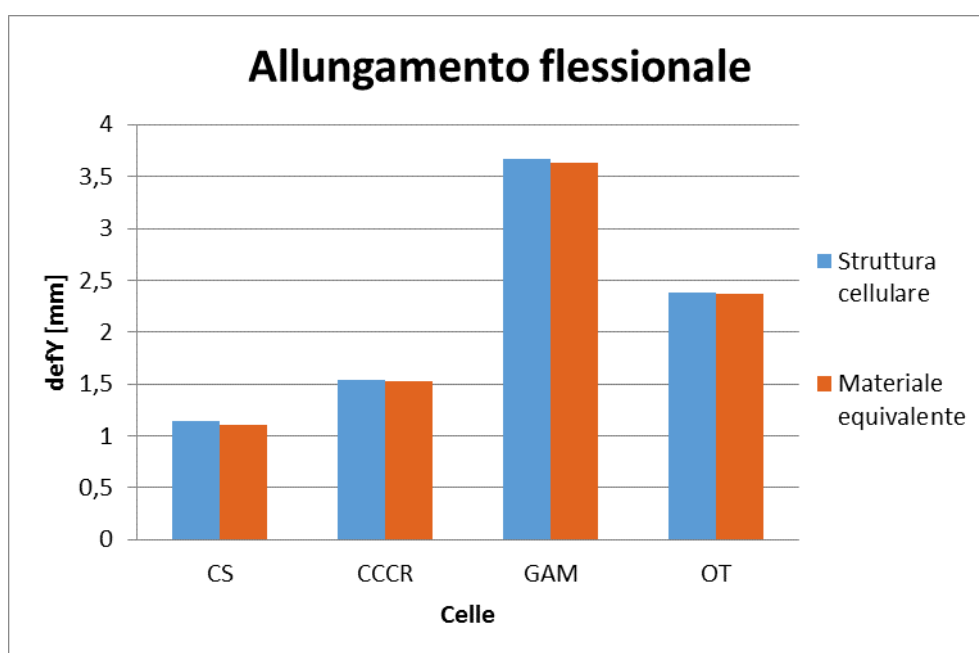


Figura 4.11: Valori di allungamento flessionale per le varie celle, utilizzando struttura cellulare e materiale ortotropo equivalente

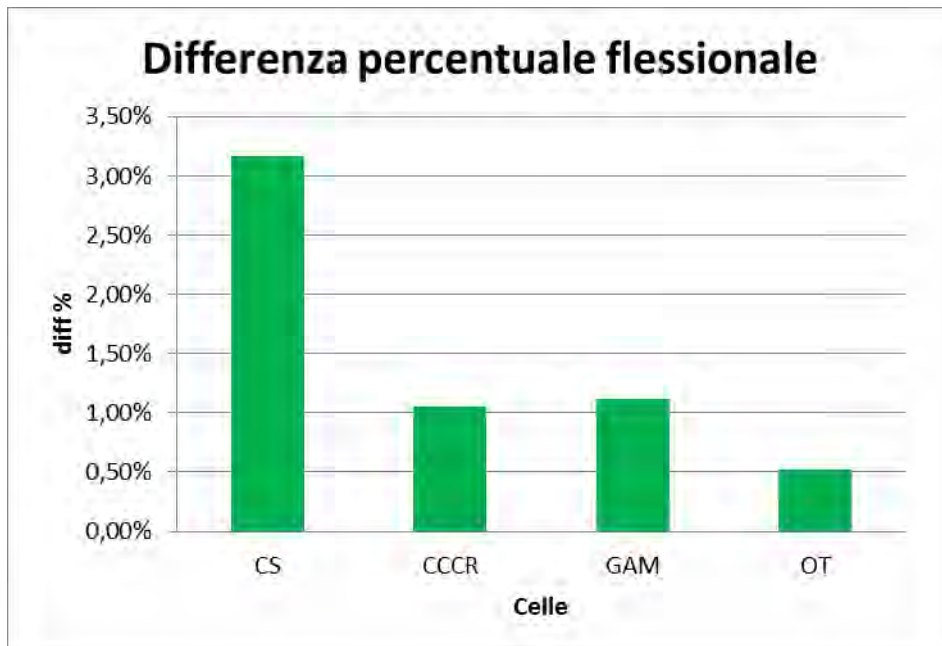


Figura 4.12: Differenza percentuale degli allungamenti flessionali sul materiale ortotropo equivalente rispetto a quelli delle strutture cellulari per le varie celle

Dalle analisi a flessione si osserva che gli allungamenti in direzione della forza flettente hanno variazioni minori del 3.5% fra struttura cellulare e corpo solido equivalente. Anzi per tre celle su quattro si osservano differenze percentuali entro l'1% circa; per la cella CS invece si ottiene il valore massimo di differenza, pari al 3.2%.

Si può dunque affermare che per una densità relativa pari al 20% la corrispondenza fra strutture cellulari e corpi solidi equivalenti è buona per le varie celle prese in considerazione; si sta infatti entro una differenza percentuale del 6.5% per tutti gli allungamenti analizzati.

4.2.2 Risultati delle analisi 3D

Le analisi numeriche tridimensionali svolte sono esclusivamente prove a trazione, che permettono dunque di ottenere dei valori più accurati del modulo di elasticità longitudinale e del coefficiente di Poisson per le varie celle analizzate, al variare della densità relativa.

A causa della lentezza di calcolo rispetto alle analisi 1D, per questo tipo di analisi si è scelto di studiare ogni cella per tre valori diversi di densità relativa (20%, 30% e 40%) anziché sette, come già spiegato nel paragrafo 3.4.2.

I moduli elastici ottenuti dalle analisi 3D sono riportati in Tabella 4.12.

Tabella 4.12: Valori dei moduli elastici E ottenuti dalle analisi 3D per le quattro celle in questione al variare della densità relativa.

Densità relativa	E [MPa]			
	CS	CCCR	GAM	OT
20%	138,5	87,7	79,7	56,8
30%	230,4	154,4	154,2	107,2
40%	338,9	239,7	245,8	183,1

Come per le analisi unidimensionali, è possibile determinare il rapporto E/E_0 in modo da descrivere l'andamento in funzione della densità relativa indipendentemente dal materiale di base utilizzato.

Dividendo i valori di Tabella 4.12 per il modulo elastico del materiale di base ($E_0=1700$ MPa), si ottengono i seguenti risultati (Tabella 4.13).

Tabella 4.13: Valori dei rapporti E/E_0 ottenuti dalle analisi 3D per le quattro celle in questione al variare della densità relativa.

Densità relativa	E/E ₀			
	CS	CCCR	GAM	OT
20%	0,0815	0,0516	0,0469	0,0334
30%	0,1355	0,0908	0,0907	0,0631
40%	0,1994	0,1410	0,1446	0,1077

Tali valori permettono la creazione di nuove curve nei grafici che descrivono l'andamento del rapporto E/E_0 in funzione della densità relativa per le varie celle unitarie (Figure 4.13, 4.14, 4.15 e 4.16).

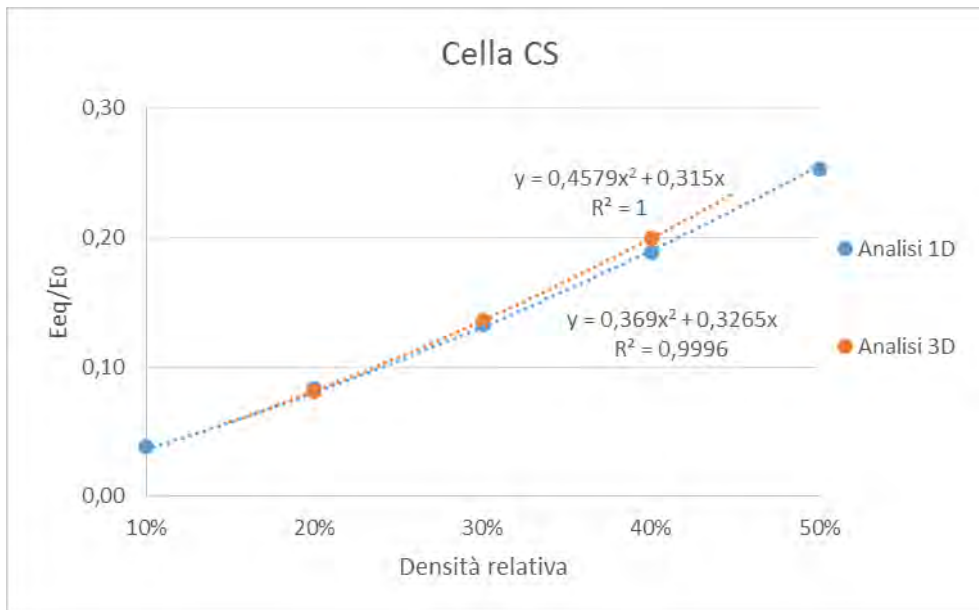


Figura 4.13: Andamento del rapporto E/E_0 in funzione della densità relativa per la cella CS

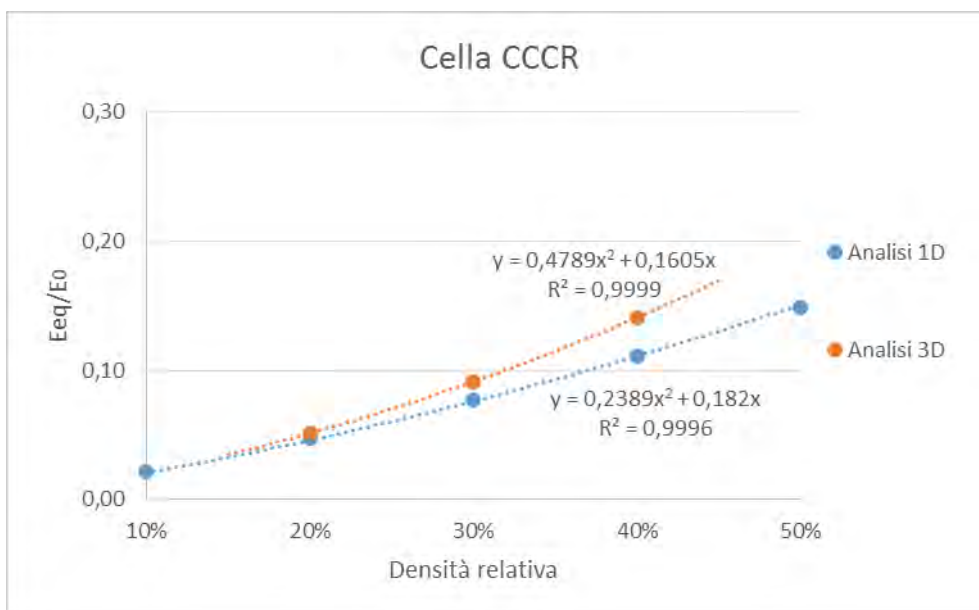


Figura 4.14: Andamento del rapporto E/E_0 in funzione della densità relativa per la cella CCCR

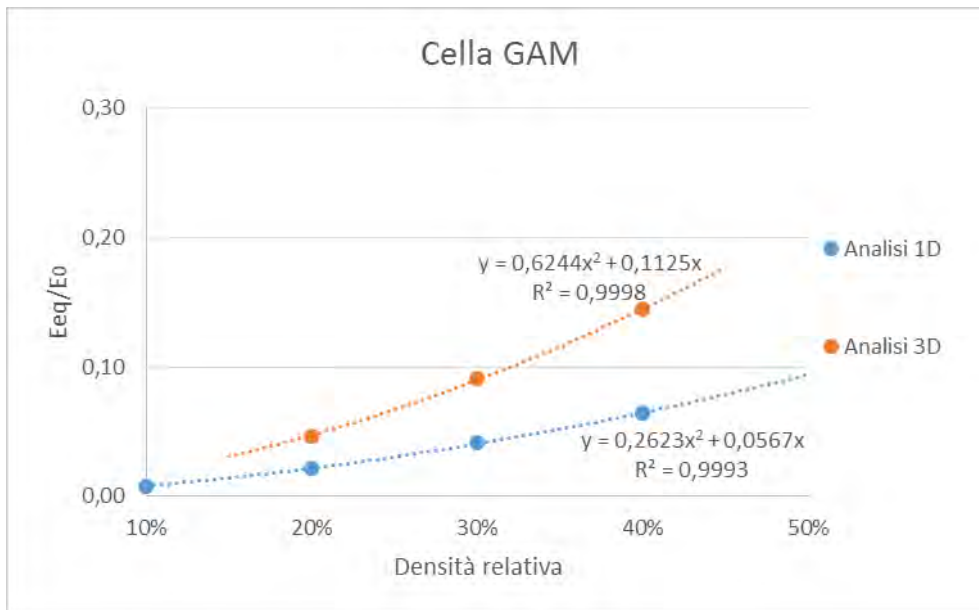


Figura 4.15: Andamento del rapporto E/E_0 in funzione della densità relativa per la cella GAM

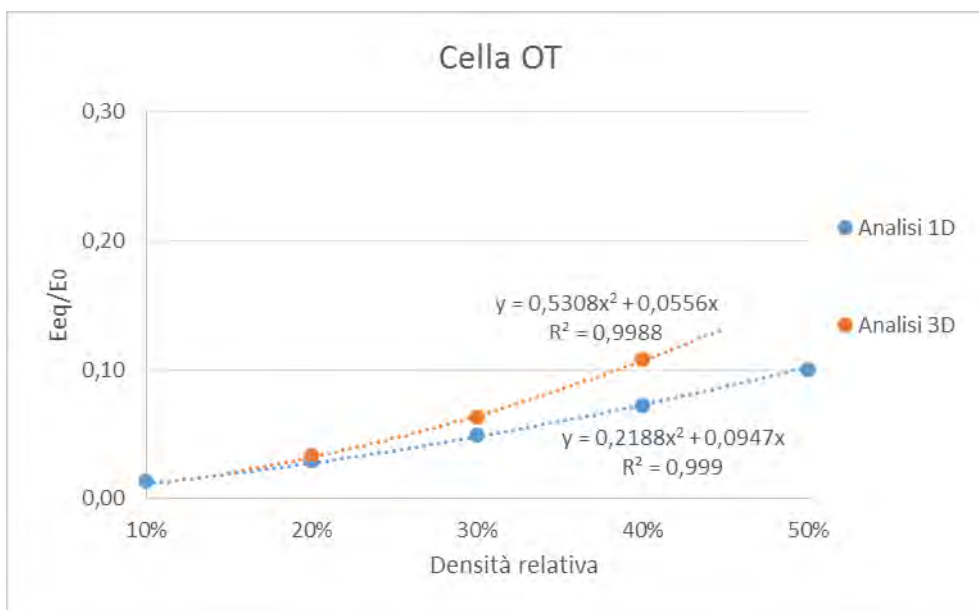


Figura 4.16: Andamento del rapporto E/E_0 in funzione della densità relativa per la cella OT

Si può osservare dunque che la cella unitaria avente una differenza minore fra risultati delle analisi unidimensionali e quelli delle analisi tridimensionali è la cubica semplice (CS).

Per la cubica a corpo centrato rinforzata (CCCR) e per la Octet Truss (OT) si osserva invece una buona corrispondenza fra i risultati delle analisi 1D e quelle 3D per valori bassi di densità relativa (attorno al 20% e 30%); mentre per valori maggiori, la differenza fra risultati 1D e 3D aumenta.

Per la cella Gibson-Ashby modificata (GAM) invece si nota una grande differenza fra i risultati delle due analisi, la quale porta ad escludere l'utilizzo delle analisi unidimensionali per il calcolo dei coefficienti elastici di questa tipologia di cella unitaria.

Le analisi tridimensionali a trazione permettono anche il calcolo del coefficiente di Poisson ν equivalente per le varie celle. I valori di tale coefficiente in corrispondenza delle densità relative 20%, 30% e 40% sono riportati in Tabella 4.14.

Tabella 4.14: Valori dei coefficienti di Poisson ν ottenuti dalle analisi 3D per le quattro celle in questione al variare della densità relativa.

Densità relativa	ν			
	CS	CCCR	GAM	OT
20%	0,115	0,222	0,137	0,301
30%	0,146	0,225	0,128	0,297
40%	0,173	0,227	0,134	0,295

Questi risultati possono essere diagrammati (Figure 4.17, 4.18, 4.19 e 4.20) confrontandoli con quelli ottenuti dalle analisi 1D.

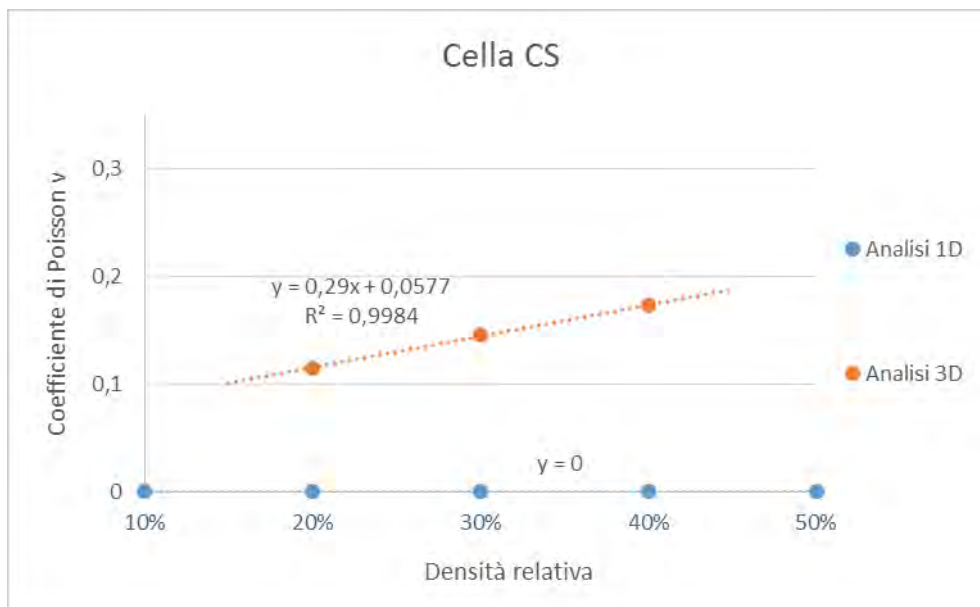


Figura 4.17: Andamento del coefficiente di Poisson equivalente in funzione della densità relativa per la cella CS

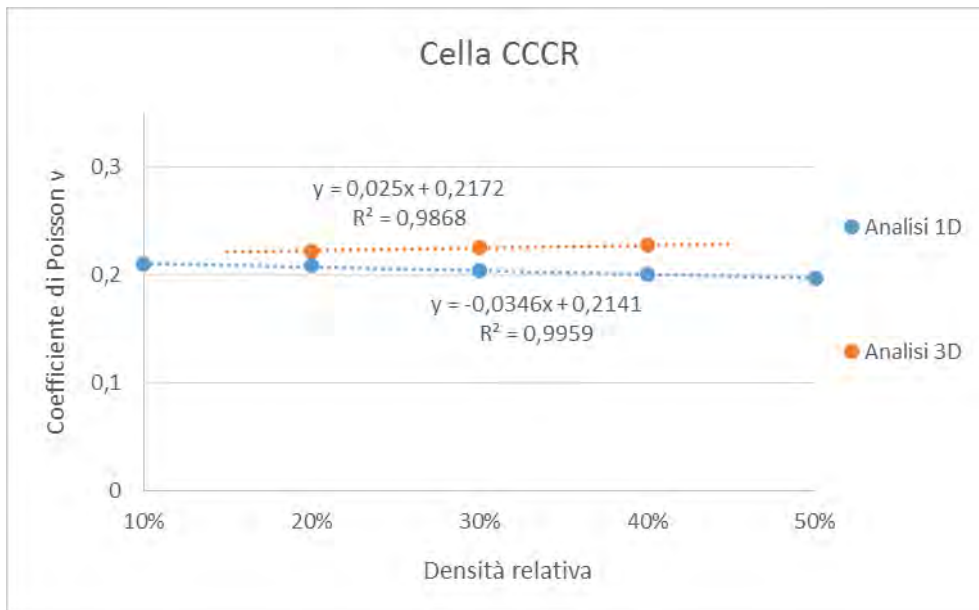


Figura 4.18: Andamento del coefficiente di Poisson equivalente in funzione della densità relativa per la cella CCCR

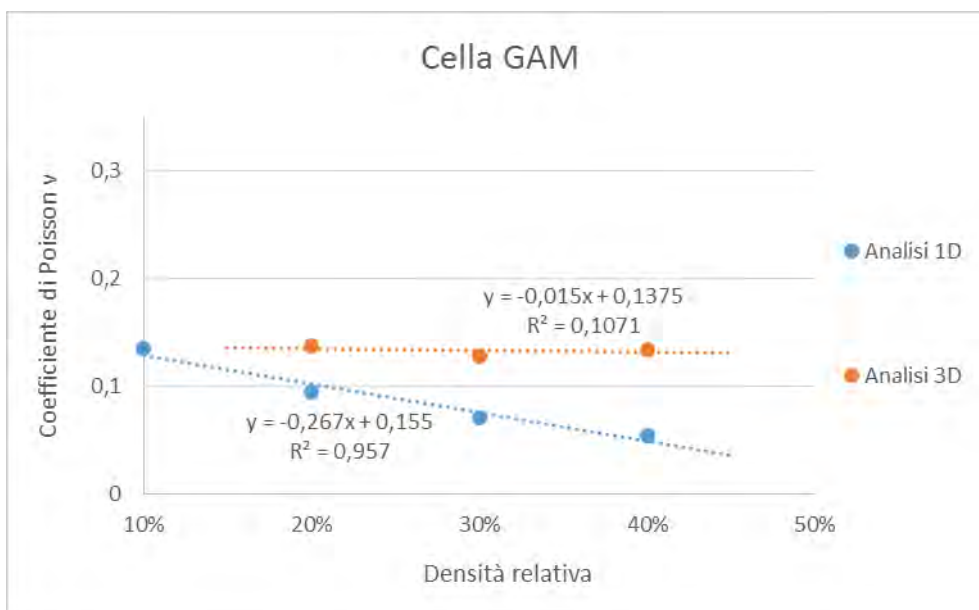


Figura 4.19: Andamento del coefficiente di Poisson equivalente in funzione della densità relativa per la cella GAM

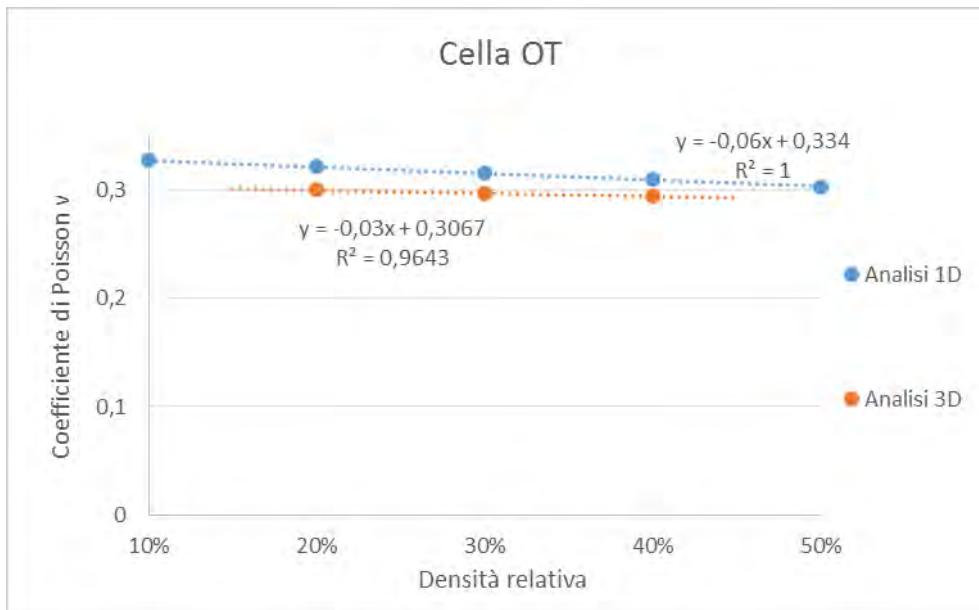


Figura 4.20: Andamento del coefficiente di Poisson equivalente in funzione della densità relativa per la cella OT

Si nota che per quanto riguarda il coefficiente di Poisson, cioè il restringimento laterale, le due analisi, unidimensionale e tridimensionale, danno risultati discordanti per la cella GAM e soprattutto per la CS.

Le celle CCCR e OT invece presentano dei risultati vicini tra loro confrontando le due tipologie di analisi. Per la cella cubica a corpo centrato rinforzata si ottengono valori attorno allo 0.22 per le densità relative prese in considerazione, mentre per la cella Octet Truss si trovano valori circa pari a 0.3.

È possibile inoltre, come già fatto per le analisi 1D, confrontare fra loro gli andamenti delle costanti elastiche per le varie celle in un unico grafico. Si riporta di seguito, in Figura 4.21, la coppia di grafici rappresentanti l'andamento di E/E_0 per ognuna delle quattro celle analizzate al variare della densità relativa (nel campo di densità relative dal 10% al 50%), ottenuti uno dalle analisi 1D (a sinistra) e l'altro dalle analisi 3D (a destra).

Lo stesso confronto fra gli andamenti dei coefficienti di Poisson ν ottenuti dalle analisi numeriche 1D e 3D si può vedere in Figura 4.22.

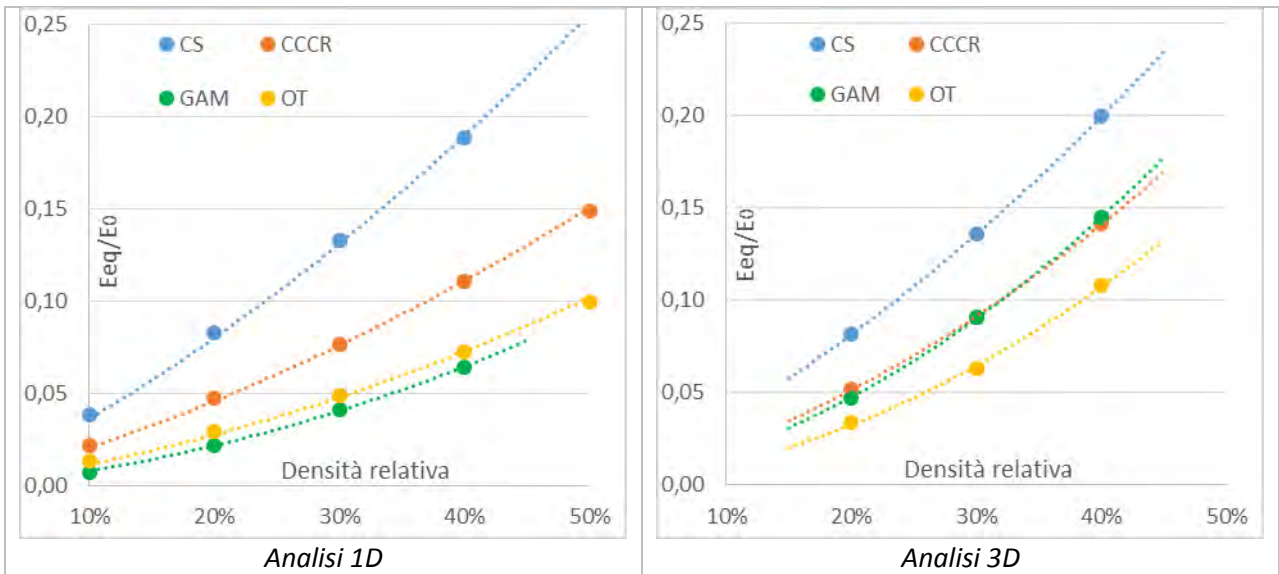


Figura 4.21: Andamento di E/E_0 in funzione della densità relativa per le varie celle (risultati ottenuti per mezzo di analisi numeriche 1D a sinistra e analisi numeriche 3D a destra)

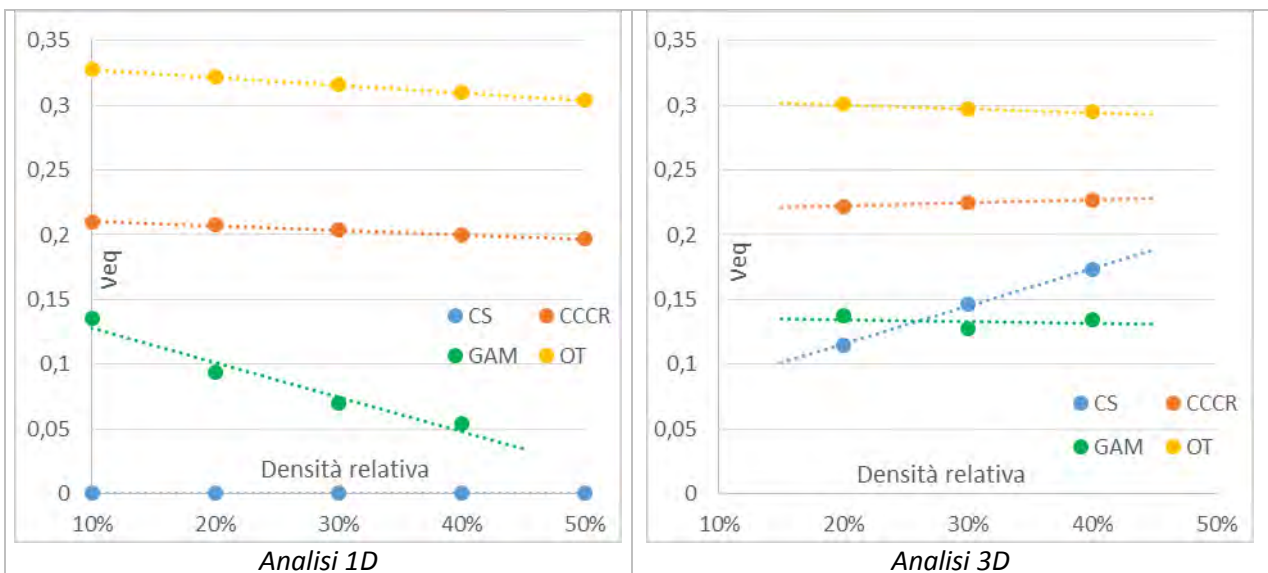


Figura 4.22: Andamento di ν in funzione della densità relativa per le varie celle (risultati ottenuti per mezzo di analisi numeriche 1D a sinistra e analisi numeriche 3D a destra)

Si nota dalla Figura 4.21 che, a differenza dei risultati delle analisi unidimensionali, per le analisi tridimensionali il valore del modulo di elasticità longitudinale della cella GAM risulta comparabile con quello della cella CCCR alle stesse densità relative. La differenza principale fra le due tipologie di analisi sta dunque nella posizione della curva rappresentante la cella Gibson-Ashby modificata, la quale per le analisi 1D è quasi sovrapposta alla curva OT, mentre per le analisi 3D “balza” più in alto al livello della curva CCCR.

Anche da questa tipologia di analisi (come per quelle unidimensionali) si può affermare che a parità di densità relativa la cella che possiede il modulo di elasticità longitudinale maggiore è la cubica

semplice; quella avente il modulo E minore invece risulta essere la Octet Truss, la quale sarà dunque la meno rigida.

4.3 Risultati sperimentali

Per la determinazione dei risultati sperimentali si sono seguite due strade: la prima consiste nel considerare tutti i valori nominali assegnati alle dimensioni dei provini prodotti; mentre la seconda prevede una misurazione accurata delle varie dimensioni dei pezzi e perciò un ricalcolo delle sezioni e della densità relativa per tutti i provini in questione.

La seconda strada è stata pensata poiché ci si è accorti che il processo di fabbricazione presentava degli errori dimensionali; si è notato infatti che tutte le dimensioni corrispondenti alla direzione di accrescimento nella fabbricazione (di tipo additivo) risultavano maggiorate di circa 0.2 mm. Tale aumento si ritiene legato ai parametri di processo.

Come prima cosa le prove sperimentali di trazione sono state svolte sui cinque provini pieni, in modo da caratterizzare il materiale di base utilizzato determinando il valore del modulo di elasticità E_0 del materiale.

A seconda della sezione assegnata ai vari provini pieni si determinano due valori differenti del modulo elastico E_0 . Seguendo la prima strada, cioè assegnando la sezione nominale a tutti i provini pieni, si ottiene un valore di E_0 pari a circa 1571 MPa (con uno scarto quadratico pari a 18 MPa). Seguendo la seconda strada invece, andando quindi a misurare esattamente la sezione dei vari provini prodotti, si ottiene un valore maggiore della sezione e di conseguenza un valore minore del modulo elastico: $E_0 = 1529 \text{ MPa}$ (scarto quadratico pari a 14 MPa).

I grafici sforzo-deformazione ottenuti per le varie prove (considerando le sezioni effettive) sono riportati nell'Appendice 7. Di seguito si riporta un grafico per ogni tipologia di cella unitaria, contenente le curve delle prove di trazione ottenute per i tre diversi valori di densità relativa (Figure 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26). Si osservi che, per semplicità, in questi grafici è stata diagrammata solamente una curva per ogni valore di densità relativa (anziché cinque); tutte le curve ottenute dalle prove di trazione invece si possono trovare nell'Appendice 7.

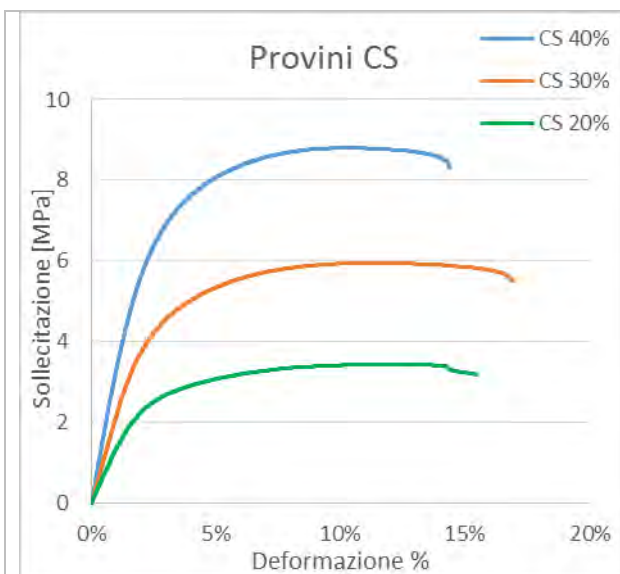


Figura 4.23: Prove di trazione cella CS

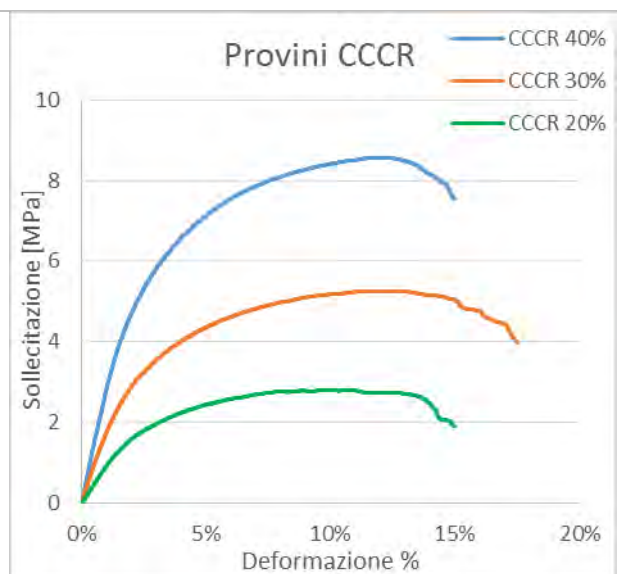


Figura 4.24: Prove di trazione cella CCCR

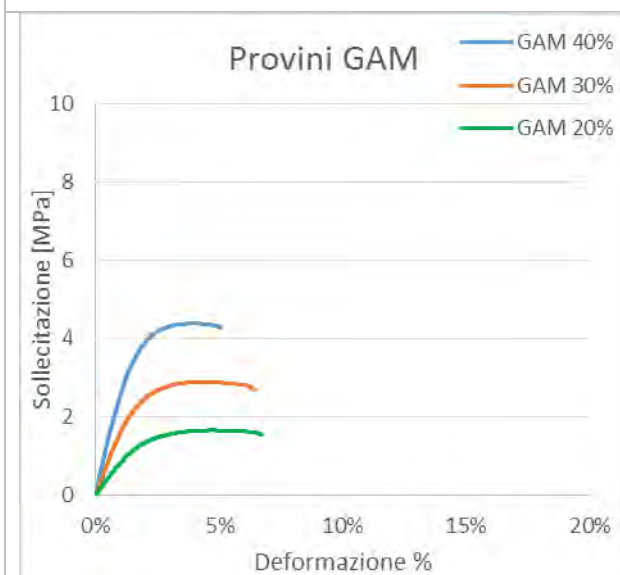


Figura 4.25: Prove di trazione cella GAM

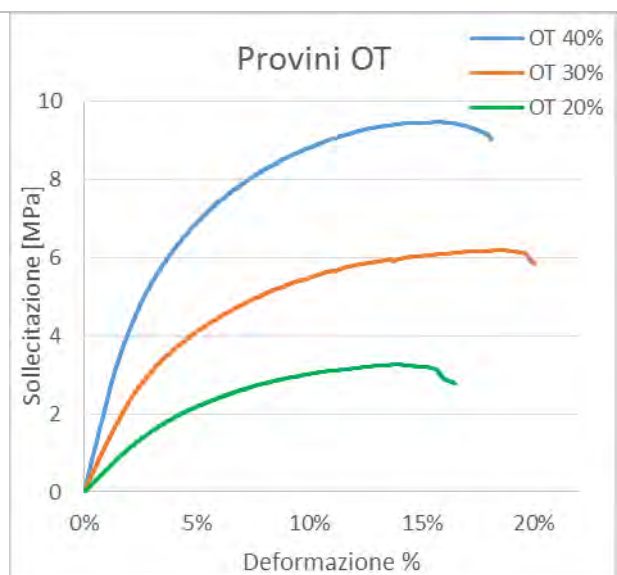


Figura 4.26: Prove di trazione cella OT

Dai grafici riportati qui sopra si può vedere come il comportamento al variare della densità relativa sia piuttosto simile per le varie celle. La cella unitaria che si differenzia maggiormente dalle altre è la Gibson-Ashby modificata, la quale è molto meno resistente; questa raggiunge tensioni massime che sono circa la metà delle altre e anche allungamenti percentuali a rottura che non vanno oltre il 7%.

Le altre tre celle invece hanno allungamenti percentuali a rottura che arrivano a valori compresi fra il 15% e il 20%. Si può osservare che la Octet Truss risulta la cella più deformabile e anche quella che raggiunge valori di sollecitazione maggiori.

Dai grafici delle prove di trazione si possono ricavare i valori delle tensioni massime raggiunte (presenti nell'Appendice 7) e diagrammarli al variare della densità relativa delle varie celle (Figura 4.27).

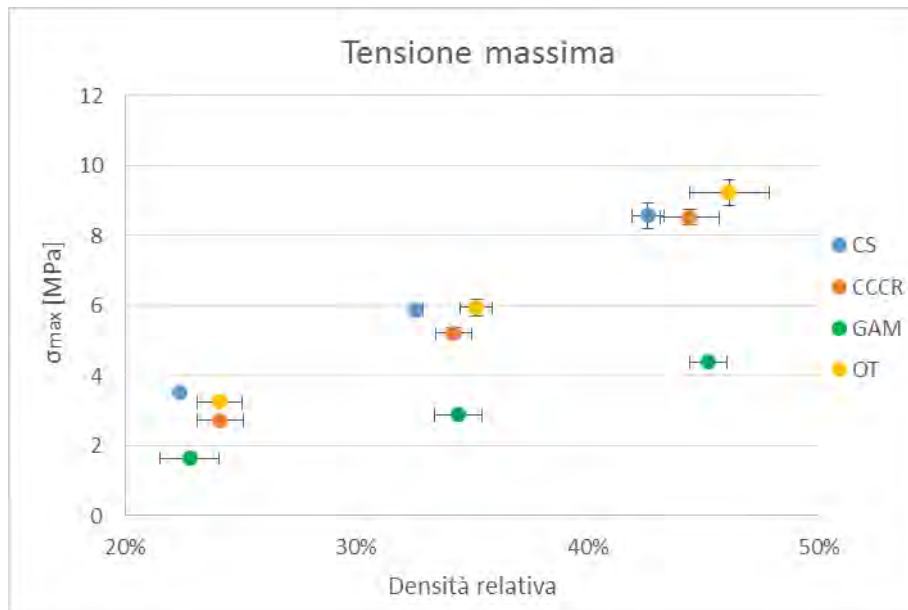


Figura 4.27: Tensioni massime per le varie celle al variare della densità relativa

Da tale grafico si può vedere che l'andamento della tensione massima è simile per le varie celle, tranne che per la GAM che si differenzia dalle altre tre.

Se si considera anche il valore della tensione massima raggiunta per il provino pieno (presente nell'Appendice 7), che corrisponde alla densità relativa 100%, in aggiunta ai valori ottenuti per le celle CS, CCCR e OT, è possibile costruire una curva che descrive l'andamento della tensione massima per l'intero campo di densità relative (Figura 4.28).

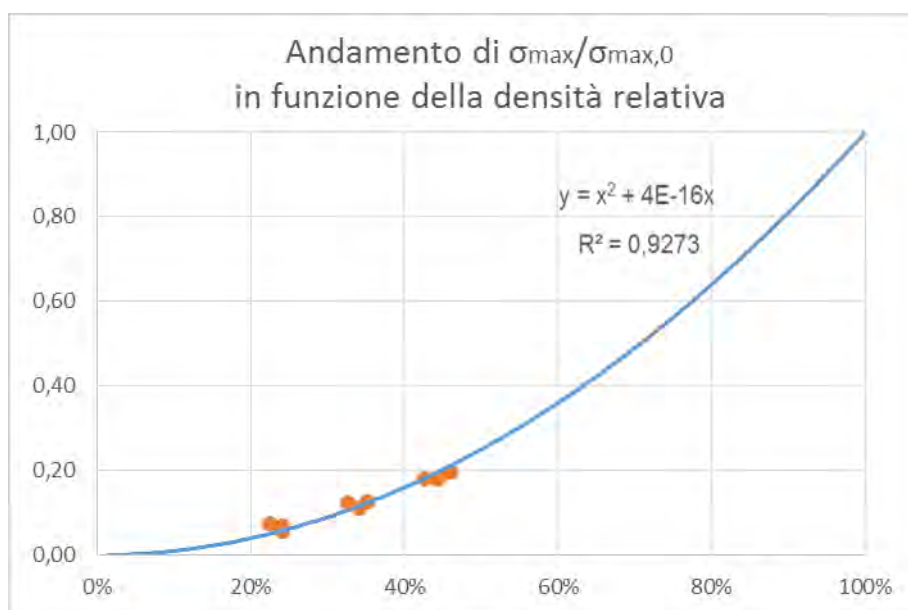


Figura 4.28: Andamento della tensione massima in funzione della densità relativa

Dal grafico in Figura 4.28 si osserva che l'andamento della tensione massima è approssimabile con una legge quadratica.

Dalle curve di trazione presenti nelle Figure 4.23, 4.24, 4.25 e 4.26 è inoltre possibile calcolare tutti i valori dei moduli elastici alle varie densità relative. Considerando i valori nominali delle varie sezioni si ottengono i risultati di Tabella 4.15. I valori E/E_0 corrispondono alla media fra i valori ottenuti sui cinque provini dello stesso tipo; la deviazione standard corrisponde alla dispersione dei risultati.

Se invece si prendono in considerazione i valori effettivi delle varie sezioni, misurati accuratamente con degli strumenti ottici, variano sia i valori di E/E_0 sia i valori della densità relativa, la quale a causa della maggiorazione delle dimensioni degli spessori lungo una direzione, risulterà più grande della nominale.

Per ricalcolare la densità relativa si è calcolato il diametro medio delle sezioni circolari costituenti le strutture cellulari (da tutte le misure dimensionali sui provini); da questo si è ricavato il valore del rapporto r/L ed infine si è ottenuto analiticamente il valore della densità relativa effettiva utilizzando le equazioni presenti al paragrafo 4.1.

I risultati ottenuti considerando dunque le dimensioni effettive ricalcolate sono riportati in Tabella 4.16; si osservi che per ogni cella sono state ricalcolate le densità relative e anche per queste si ha una certa dispersione di valori e perciò una corrispondente deviazione standard.

Tabella 4.15: Valori dei rapporti E/E_0 ottenuti dalle prove sperimentali (considerando le sezioni nominali) per le quattro celle in questione al variare della densità relativa.

Densità relativa	E/E ₀				Deviazione standard			
	CS	CCCR	GAM	OT	CS	CCCR	GAM	OT
20%	0,0911	0,0635	0,0606	0,0362	0,0043	0,0059	0,0022	0,0017
30%	0,1396	0,1177	0,1151	0,0765	0,0068	0,0164	0,0032	0,0036
40%	0,2199	0,1840	0,1913	0,1462	0,0147	0,0145	0,0064	0,0121

Tabella 4.16: Valori delle densità relative ricalcolate e dei rapporti E/E_0 ottenuti dalle prove sperimentali (considerando le sezioni effettive) per le quattro celle in questione.

Cella	Densità relativa	Dev.std ρ	E/E_0	Dev.std E/E_0
CS	22,4%	0,1%	0,0900	0,0043
	32,6%	0,3%	0,1395	0,0067
	42,6%	0,7%	0,2200	0,0138
CCCR	24,1%	1,0%	0,0637	0,0060
	34,2%	0,8%	0,1179	0,0165
	44,4%	1,3%	0,1861	0,0145
GAM	22,8%	1,3%	0,0615	0,0021
	34,4%	1,0%	0,1167	0,0032
	45,2%	0,8%	0,1938	0,0065
OT	24,1%	1,0%	0,0366	0,0017
	35,2%	0,7%	0,0777	0,0037
	46,1%	1,7%	0,1485	0,0121

Tali risultati possono essere inseriti nei grafici rappresentanti gli andamenti del rapporto E/E_0 al variare della densità relativa determinati numericamente, in modo da confrontare le analisi numeriche con quelle sperimentali (Figure 4.29, 4.30, 4.31 e 4.32).

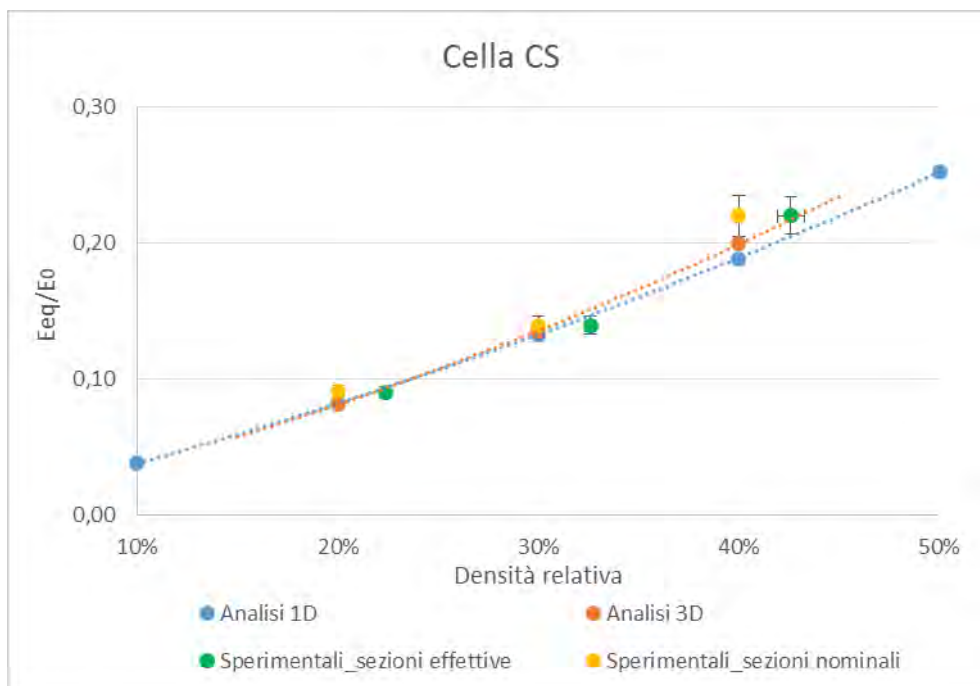


Figura 4.29: Andamento del rapporto E/E_0 al variare della densità relativa per la cella CS (confronto fra risultati numerici e sperimentali)

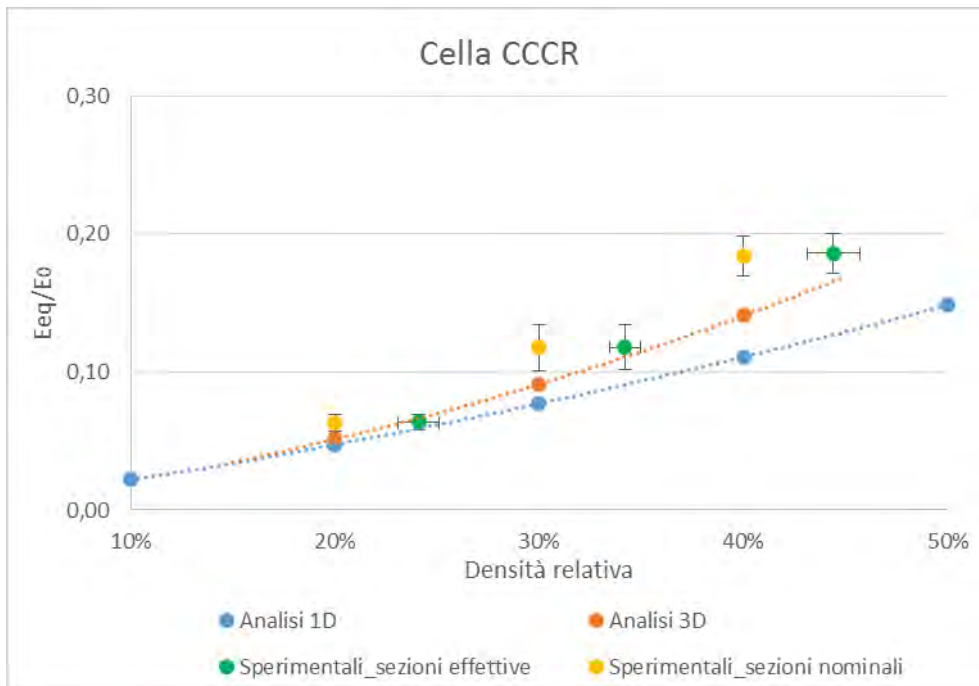


Figura 4.30: Andamento del rapporto E/E_0 al variare della densità relativa per la cella CCCR (confronto fra risultati numerici e sperimentali)

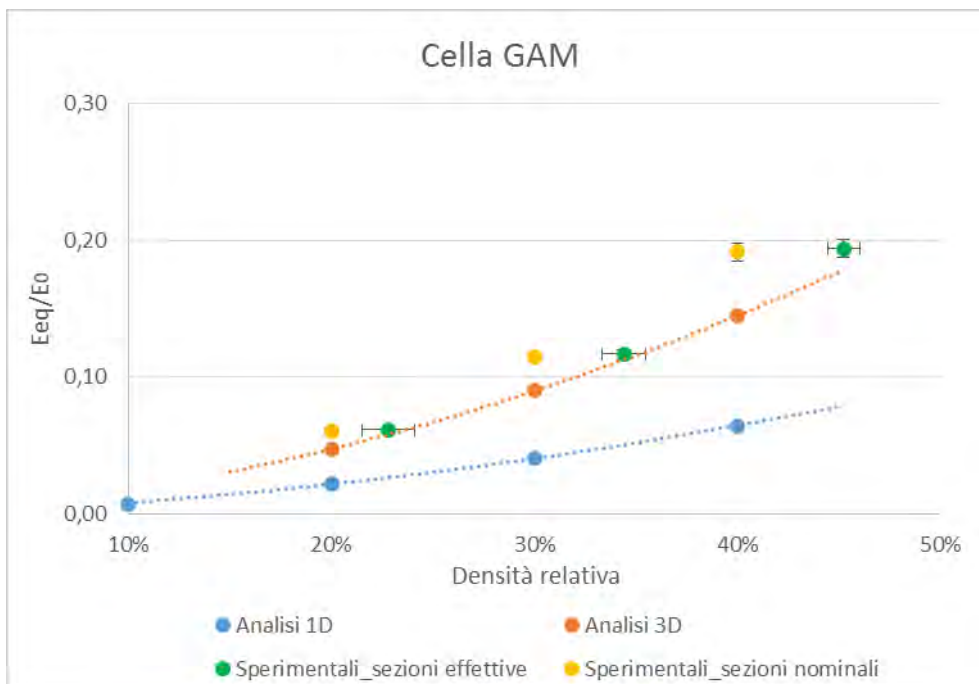


Figura 4.31: Andamento del rapporto E/E_0 al variare della densità relativa per la cella GAM (confronto fra risultati numerici e sperimentali)

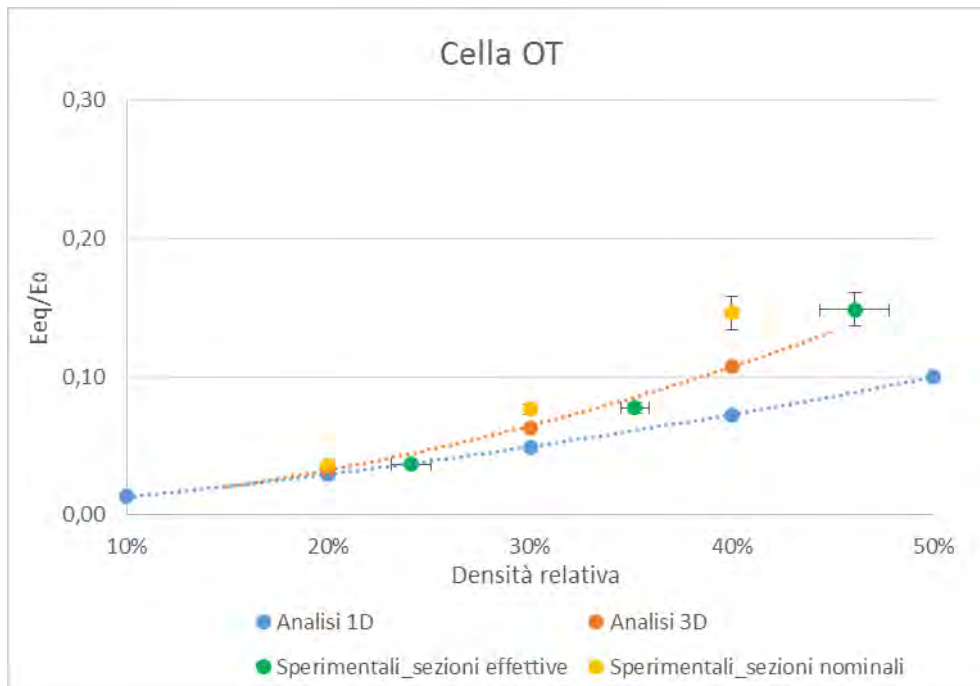


Figura 4.32: Andamento del rapporto E/E_0 al variare della densità relativa per la cella OT (confronto fra risultati numerici e sperimentali)

Si può osservare dunque quanto siano stati importanti i ricalcoli delle densità relative per i vari provini. Non tenendo conto dell'aumento delle dimensioni e perciò dell'aumento della densità relativa rispetto a quella nominale infatti si commette un significativo errore, posizionando i punti nel grafico in corrispondenza di densità relative errate.

La correzione effettuata considerando le reali dimensioni dei provini dopo la loro fabbricazione permette di affermare la corrispondenza fra i risultati numerici e quelli sperimentali. Si noti infatti che i punti rappresentanti i risultati sperimentali calcolati considerando le sezioni effettive seguono, per tutte le quattro celle, l'andamento delle curve numeriche tridimensionali.

Pertanto si può utilizzare il modello determinato dalle analisi numeriche tridimensionali per prevedere il valore del rapporto E/E_0 .

In Appendice 7 sono riportati anche gli andamenti al variare della densità relativa, ricavati sperimentalmente, delle tensioni massima e di rottura e degli allungamenti percentuali in corrispondenza della tensione massima e in corrispondenza della rottura.

4.4 Costanti caratteristiche delle curve di modello

Si riassumono nella Tabella 4.17 le varie costanti caratteristiche delle curve descrittive gli andamenti al variare della densità relativa per le varie celle.

Per i rapporti E/E_0 e G/G_0 si sono determinate per tutte le celle delle leggi polinomiali di secondo grado passanti per l'origine (definite perciò da due costanti) del tipo:

$$\frac{E_{eq}}{E_0} = a \rho^2 + b \rho$$

dove ρ è la densità relativa.

Per il coefficiente di Poisson le leggi determinate sono di tipo lineare, ma non passanti per l'origine; sono perciò definite anch'esse da due costanti (b e c):

$$\nu_{eq} = b \rho + c$$

Tabella 4.17: Valori delle costanti costituenti le equazioni che definiscono l'andamento dei moduli elastici e del coefficiente di Poisson al variare della densità relativa per le varie celle.

Cella	E_{1D}/E_0		E_{3D}/E_0		G_{1D}/G_0		ν_{1D}		ν_{3D}	
	a	b	a	b	a	b	b	c	b	c
CS	0,369	0,3265	0,4579	0,315	0,3622	-0,0414	0	0	0,29	0,0577
CCCR	0,2389	0,182	0,4789	0,1605	0,2525	0,144	-0,0346	0,2141	0,025	0,2172
GAM	0,2623	0,0567	0,6244	0,1125	0,129	-0,0005	-0,267	0,155	-0,015	0,1375
OT	0,2188	0,0947	0,5308	0,0556	0,329	0,2277	-0,06	0,334	-0,03	0,3067

Dati i valori presenti in tabella dunque si conoscono tutti gli andamenti delle costanti elastiche studiate al variare della densità relativa.

5. Conclusioni

In lavori precedenti presenti in letteratura [14], [11] erano già stati fatti degli studi su strutture cellulari e sulle loro proprietà meccaniche. Tuttavia in nessuno dei casi trovati nelle ricerche bibliografiche si erano determinate tutte le costanti elastiche relative ad una cella unitaria, in modo da riuscire a costruire una matrice di tipo ortotropo che definisse la cella stessa.

In questo lavoro sono state determinate tali costanti elastiche attraverso delle analisi numeriche di tipo unidimensionale inizialmente. Dallo svolgimento delle analisi numeriche tridimensionali, si è osservato poi che i risultati delle due tipologie di analisi (1D e 3D) sono in accordo tra loro per densità relative attorno al 20%, per tre tipologie di celle studiate (cubica semplice, cubica a corpo centrato rinforzata e Octet Truss). Per quanto riguarda la cella Gibson-Ashby modificata invece, questa presenta risultati differenti a seconda della tipologia di analisi numerica svolta, anche per valori bassi della densità relativa, portando perciò ad escludere l'utilizzo delle analisi unidimensionali per lo studio di questa specifica cella.

Dalle prove sperimentali di trazione, volte alla determinazione del modulo elastico longitudinale, si sono ottenuti risultati che al variare della densità relativa seguono l'andamento trovato dai risultati numerici tridimensionali per le quattro tipologie di celle studiate. Questa concordanza di risultati porta dunque ad approvare il modello, descrivente gli andamenti delle costanti elastiche E e ν al variare della densità relativa, ricavato dalle analisi 3D.

Va sottolineato che tale corrispondenza si è determinata nel campo di densità relative compreso tra il 20% e circa il 45%, perciò le leggi del modello tridimensionale sono valide in questo specifico campo di densità relative. Come sottolineato in precedenza, per densità relative attorno al 20% si possono considerare validi i risultati forniti dalle analisi 1D (per le celle CS, CCCR e OT), le quali comprendono anche il calcolo del modulo di elasticità tangenziale G .

Un possibile sviluppo futuro di questo lavoro consiste proprio nella determinazione del modulo G (calcolato solamente nelle analisi 1D in questo lavoro), attraverso delle analisi numeriche tridimensionali e successivamente con delle prove sperimentali di torsione.

Un altro sviluppo futuro, che completerebbe le informazioni sui coefficienti di Poisson determinati dalle analisi numeriche, consiste nella determinazione di tali coefficienti dall'analisi dei dati raccolti e dall'elaborazione delle foto effettuate durante le prove sperimentali di trazione.

Oltre a tutto ciò, si può affermare l'indipendenza dal materiale di base utilizzato per quanto riguarda i risultati (E/E_0 , G/G_0 e ν) delle analisi 1D, le quali sono state svolte anche per altri due materiali oltre alla poliammide. Per le analisi numeriche tridimensionali e per le prove sperimentali tuttavia tale indipendenza è da studiare, avendo utilizzato in questo lavoro solamente la poliammide.

Si può concludere affermando che le leggi determinate, che descrivono l'andamento delle varie costanti elastiche al variare della densità relativa, possono essere molto utili nella progettazione di componenti innovativi costituiti da strutture cellulari.

Dato un componente da riprogettare, come prima cosa occorre capire quali sono i carichi agenti su di esso e quali le caratteristiche di rigidità desiderate. A seconda della rigidità richiesta si sceglie

la cella unitaria che soddisfa nel miglior modo le esigenze. Ad esempio nel caso in cui fosse sufficiente una grande rigidità longitudinale, per la presenza di carichi quasi unicamente assiali, la cella più adatta potrebbe essere la cubica semplice; mentre se si avesse bisogno allo stesso tempo di una elevata rigidità longitudinale e tangenziale probabilmente sarebbe preferibile la cella cubica a corpo centrato rinforzata.

Un altro parametro da tenere in considerazione è la resistenza, in termini di tensioni massime. Per questo valore non ci sono grosse differenze fra le celle CS, CCCR e OT; mentre la GAM è sconsigliata a causa delle basse sollecitazioni massime che può raggiungere.

Una volta scelta quindi la cella, si va a determinare dalle curve ottenute in questa tesi il valore minimo della densità relativa che questa deve avere per poter rispondere ai carichi in gioco. Quanto maggiore è il valore di densità relativa che si sceglie, tanto maggiori saranno la rigidità e la resistenza della cella.

Appendici

Appendice 1: Assegnazione delle sezioni per le analisi numeriche 1D

Nelle analisi unidimensionali in Ansys, in cui si utilizza l'elemento BEAM188, le sezioni degli elementi vanno assegnate linea per linea a seconda del sistema di riferimento mobile di ciascun elemento.

Per le sezioni a quarto di cerchio i valori da inserire sono i seguenti:

- Momenti d'inerzia rispetto agli assi baricentrici del sistema di riferimento mobile:

$$I_{yG} = I_{zG} = \left(\frac{\pi}{16} - \frac{4}{9\pi} \right) r^4$$

- Momento d'inerzia centrifugo: I_{yz} che è diverso da zero per le sezioni a quarto di cerchio (siccome in questo caso gli assi principali d'inerzia sono ruotati rispetto agli assi y_G e z_G) e viene calcolato utilizzando SolidWorks. Esso può essere positivo o negativo, a seconda che y_G e z_G siano concordi o discordi rispettivamente.
- Momento d'inerzia polare:

$$J = 2 * I_{yG}$$

- Area della sezione:

$$A = \frac{\pi r^2}{4}$$

- Coordinate del baricentro:

$$y_G = z_G = \pm \frac{4}{3\pi} r$$

Per la sezioni a semicerchio i valori da inserire sono invece i seguenti:

- Momenti d'inerzia rispetto agli assi baricentrici del sistema di riferimento mobile (con gli assi disposti come in Figura 1):

$$I_{yG} = \frac{\pi r^4}{8}$$
$$I_{zG} = \left(\frac{\pi}{8} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4$$

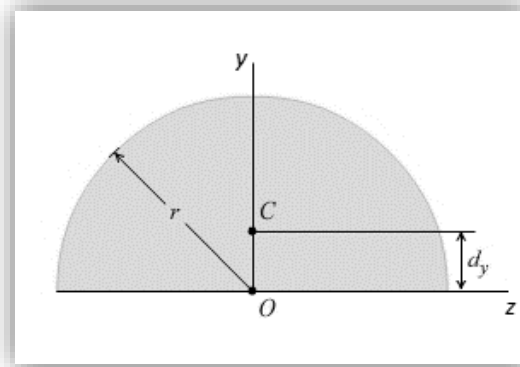


Figura 1: Sezione a semicerchio

- Momento d'inerzia centrifugo: $I_{yz} = 0$
- Momento d'inerzia polare:

$$J = \left(\frac{\pi}{4} - \frac{8}{9\pi} \right) r^4$$

- Area della sezione:

$$A = \frac{\pi r^2}{2}$$

- Coordinate del baricentro (facendo riferimento alla Figura 1):

$$y_G = \frac{4}{3\pi} r$$

$$z_G = 0$$

Si riportano di seguito, come esempio, tutte le sezioni utilizzate nel caso della struttura CCCR alla densità 20%, a cui corrispondono sezioni di raggio pari a 0.39 mm. Le sezioni da attribuire sono nove (una sezione circolare intera, quattro sezioni a quarto di cerchio e quattro sezioni a semicerchio) perché occorre considerare tutti i casi di orientamento rispetto al sistema di riferimento dello specifico elemento.

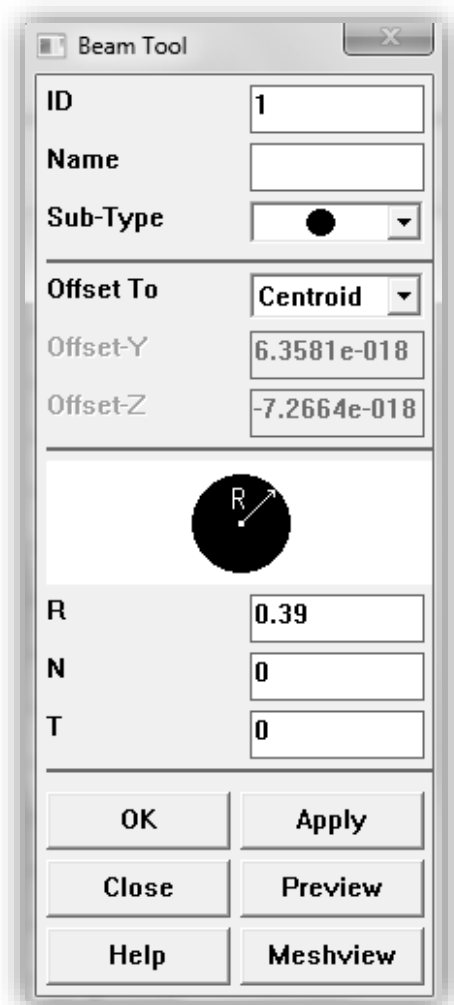


Figura 2: Sezione circolare di raggio pari a 0.39 mm

Beam Tool

ID

Name

Sub-Type

Offset To

Offset-Y

Offset-Z

USER SECTION ?

A	<input type="text" value="0.119459"/>
lyy	<input type="text" value="0.00126958"/>
lyz	<input type="text" value="0.00038105"/>
lzz	<input type="text" value="0.00126958"/>
lw	<input type="text" value="0"/>
J	<input type="text" value="0.00253916"/>
CGy	<input type="text" value="0.16552"/>
CGz	<input type="text" value="0.16552"/>
SHy	<input type="text" value="0"/>
SHz	<input type="text" value="0"/>
TKz	<input type="text" value="0.39"/>
TKy	<input type="text" value="0.39"/>

OK Apply

Close Preview

Help Meshview

Figura 3: Sezione a quarto di cerchio avente $y_G, z_G > 0$

Beam Tool

ID

Name

Sub-Type

Offset To

Offset-Y

Offset-Z

USER SECTION ?

A	<input type="text" value="0.119459"/>
lyy	<input type="text" value="0.00126958"/>
lyz	<input type="text" value="0.00038105"/>
lzz	<input type="text" value="0.00126958"/>
lw	<input type="text" value="0"/>
J	<input type="text" value="0.00253916"/>
CGy	<input type="text" value="-0.16552"/>
CGz	<input type="text" value="-0.16552"/>
SHy	<input type="text" value="0"/>
SHz	<input type="text" value="0"/>
TKz	<input type="text" value="0.39"/>
TKy	<input type="text" value="0.39"/>

OK Apply

Close Preview


Help Meshview

Figura 4: Sezione a quarto di cerchio avente $y_G, z_G < 0$

Beam Tool

ID: 4

Name:

Sub-Type:  ▾

Offset To: Origin ▾

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.119459
lyy	0.00126958
lyz	-0.00038105
lzz	0.00126958
lw	0
J	0.00253916
CGy	-0.16552
CGz	0.16552
SHy	0
SHz	0
TKz	0.39
TKy	0.39

OK Apply

Close Preview


Help Meshview

Figura 5: Sezione a quarto di cerchio avente $y_G < 0, z_G > 0$

Beam Tool

ID: 5

Name:

Sub-Type:  ▾

Offset To: Origin ▾

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.119459
lyy	0.00126958
lyz	-0.00038105
lzz	0.00126958
lw	0
J	0.00253916
CGy	0.16552
CGz	-0.16552
SHy	0
SHz	0
TKz	0.39
TKy	0.39

OK Apply

Close Preview


Help Meshview

Figura 6: Sezione a quarto di cerchio avente $y_G > 0, z_G < 0$

Beam Tool

ID: 6

Name:

Sub-Type:  ▾

Offset To: Origin ▾

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.238918
lyy	0.00908486
lyz	0
lzz	0.00253916
lw	0
J	0.011624
CGy	0.16552
CGz	0
SHy	0
SHz	0
TKz	0.78
TKy	0.39

OK Apply

Close Preview


Help Meshview

Figura 7: Sezione a semicerchio avente $y_G > 0$

Beam Tool

ID: 7

Name:

Sub-Type:  ▾

Offset To: Origin ▾

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.238918
lyy	0.00908486
lyz	0
lzz	0.00253916
lw	0
J	0.011624
CGy	-0.16552
CGz	0
SHy	0
SHz	0
TKz	0.78
TKy	0.39

OK Apply

Close Preview

Help Meshview

Figura 8: Sezione a semicerchio avente $y_G < 0$

Beam Tool

ID: 8

Name:

Sub-Type: 

Offset To: Origin

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.238918
lyy	0.00253916
lyz	0
lzz	0.00908486
lw	0
J	0.011624
CGy	0
CGz	0.16552
SHy	0
SHz	0
TKz	0.39
TKy	0.78

OK Apply

Close Preview


Help Meshview

Figura 9: Sezione a semicerchio avente $z_G > 0$

Beam Tool

ID: 9

Name:

Sub-Type: 

Offset To: Origin

Offset-Y: 0

Offset-Z: 0

USER SECTION ?

A	0.238918
lyy	0.00253916
lyz	0
lzz	0.00908486
lw	0
J	0.011624
CGy	0
CGz	-0.16552
SHy	0
SHz	0
TKz	0.39
TKy	0.78

OK Apply

Close Preview

Help Meshview

Figura 10: Sezione a semicerchio avente $z_G < 0$

Appendice 2: Metodo delle forze per la determinazione del modulo elastico E della cella GAM

Per la determinazione del modulo elastico E e del coefficiente di Poisson ν sono state svolte delle analisi numeriche unidimensionali a trazione. Il metodo spiegato nel corpo della tesi è il metodo degli spostamenti.

Per la cella unitaria GAM (Gibson-Ashby modificata) però, essendo presente un unico nodo su cui analizzare poi l'allungamento, si può tranquillamente utilizzare il metodo delle forze.

Inoltre, mentre nel corpo della tesi si era parlato di strutture $9 \times 9 \times 1$ usate per evitare di avere un'influenza negativa delle sezioni di bordo sull'analisi, per la cella GAM si può utilizzare anche una cella unica per l'analisi.

Questo si può fare perché, non presentando elementi di contorno, le sezioni sono tutte circolari e quindi non si presentano i problemi di rigonfiamento degli elementi esterni causato da carichi non esattamente assiali (si veda il paragrafo 2.1.1.1).

Il metodo delle forze utilizzabile per la trazione della cella GAM è dunque il seguente:

- Si applica una forza F_x (si supponga che la direzione x sia la direzione di trazione) sul nodo della faccia dove si vuole applicare il carico, mentre nel nodo della faccia opposta si vincolano tutti gli spostamenti.
- Conoscendo il valore della forza F_x , si può ricavare la tensione di trazione σ_x :

$$\sigma_x = \frac{F_x}{y * z} = \frac{F_x}{l^2}$$

- Una volta risolta la struttura, nella fase di post-processo si va a prendere il valore dello spostamento Δx del nodo su cui si è applicato il carico e da questo si può calcolare la deformazione lungo x , pari a:

$$\varepsilon_x = \frac{\Delta x}{x} = \frac{\Delta x}{l}$$

- Il valore del modulo elastico sarà quindi pari a:

$$E_x = \frac{\sigma_x}{\varepsilon_x}$$

- Per il calcolo del coefficiente di Poisson è sufficiente poi prendere i valori degli spostamenti Δy di restringimento (o indifferentemente Δz) e calcolare, come nel caso delle altre celle:

$$\nu = -\frac{\Delta y / y}{\Delta x / x} = -\frac{\Delta y}{\Delta x}$$

Si veda nella seguente figura la cella GAM pronta per l'analisi numerica, utilizzando il metodo delle forze.

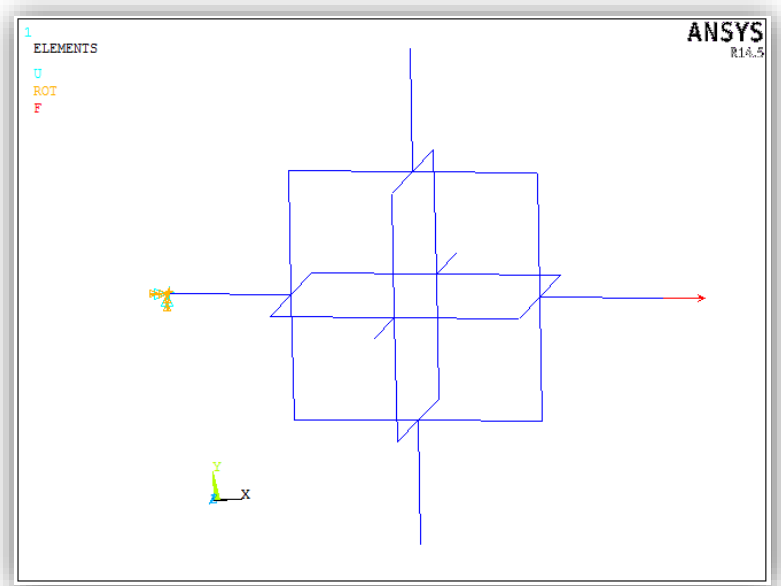


Figura 11: Cella GAM sollecitata a trazione (metodo delle forze)

Appendice 3: Determinazione del modulo di elasticità tangenziale G utilizzando il metodo del “puro taglio”

Per la determinazione del modulo di elasticità tangenziale G sono stati pensati due metodi differenti. Un metodo, quello della torsione, ritenuto il più affidabile, è spiegato nel corpo della tesi; mentre qui di seguito si vedrà l'altro: il metodo del “puro taglio”.

Questo metodo si basa sull'applicazione di uno sforzo di taglio ad un'estremità della struttura; occorre fare attenzione a non considerare l'effetto della flessione nel calcolo, cercando di minimizzarla e di rappresentare dunque una sollecitazione di “puro taglio”.

In questo tipo di sollecitazione la risultante delle forze esterne relativa a una sezione è una forza giacente nel piano della sezione e passante per il baricentro. Ammettendo che le forze interne siano uniformemente distribuite si può scrivere:

$$\tau = \frac{T}{A}$$

Dove τ è la tensione di taglio, T la forza di taglio e A l'area della sezione trasversale.

Questo sforzo di taglio provoca uno scorrimento della sezione sul proprio piano; nel campo elastico in cui sussiste la legge di proporzionalità si ha:

$$G = \frac{\tau}{\gamma}$$

Dove G è il modulo di elasticità tangenziale, τ la tensione di taglio e γ l'angolo di scorrimento.

Si veda nella Figura 12 una semplificazione del metodo:

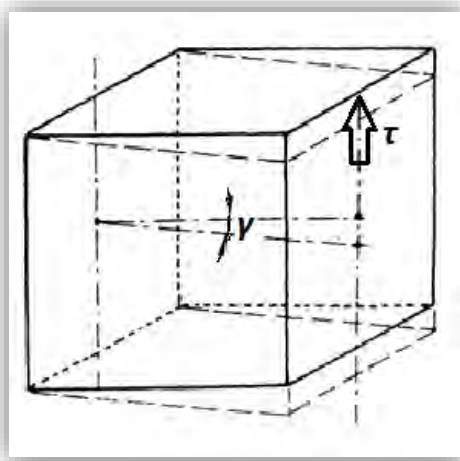


Figura 12: Sollecitazione di taglio

Con tale metodo dunque il modulo di elasticità tangenziale G viene calcolato pensando ad una condizione di carico corrispondente a due piani paralleli, alle estremità della cella, che scorrono tra loro.

Un'estremità sarà quindi vincolata come un incastro, mentre l'altra estremità sarà libera di muoversi parallelamente a questa. Un'ulteriore condizione di vincolo pensata per lo studio in questione è l'imposizione delle rotazioni nulle su entrambe le facce, per riprodurre proprio lo scorrimento di due piani paralleli. Questa particolare condizione di vincolo è stata scelta per limitare al massimo la componente di flessione nell'analisi.

Per il metodo in esame sono state utilizzate le stesse strutture impiegate per le analisi a trazione (si veda il paragrafo 2.1.1.1), cioè le strutture 9x9x1, poiché essendo ampie lateralmente non hanno problemi di deformazioni poco sensate delle sezioni a quarto di cerchio o semicerchio ed inoltre essendo costituite da una sola cella lungo x possono essere vincolate come precedentemente spiegato, bloccando le rotazioni anche sulla faccia libera di scorrere parallelamente a quella vincolata.

Inizialmente si era pensato a molte altre tipologie di strutture su cui applicare questo metodo, in particolare le strutture 3x3x3 o anche 5x5x5, 7x7x7 e 9x9x9.

Su tutte queste strutture poi si indagava il comportamento delle celle centrali, tenendo in considerazione i valori delle deformazioni ottenute; quest'ultime venivano calcolate tenendo conto non solo degli spostamenti lungo y (dove y è la direzione dello sforzo di taglio), ma anche delle rotazioni delle facce di una cella. Si consideri ad esempio una cella centrale di una struttura più ampia e si utilizzino i pedici 1 e 2 rispettivamente per le facce sinistra e destra della cella, il valore dello spostamento ricalcolato tenendo conto della rotazione della faccia 1 è:

$$\Delta y_{cella} = y_2 - [y_1 + (rot_1 * x)]$$

In questo modo si teneva infatti conto della deformazione effettiva della cella in questione.

Ma il metodo che si è pensato essere il più adatto per lo studio in questione è quello che fa uso di strutture 9x9x1 per la determinazione del "puro taglio", il quale permette di ridurre al massimo la componente di flessione.

Come per la trazione, esistono due metodi per l'analisi: il metodo delle forze e il metodo degli spostamenti.

Si è preferito utilizzare il metodo degli spostamenti. Infatti questo metodo ha il pregio di poter definire gli spostamenti esatti della cella, assegnando quindi un valore uniforme di deformazione sui vari nodi della faccia sulla quale viene applicato il carico; cosa che invece utilizzando il metodo delle forze risulta particolarmente difficoltosa, soprattutto per alcuni tipi di celle (come ad esempio la cubica a corpo centrato rinforzata, CCCR).

La procedura di calcolo per il metodo degli spostamenti è la seguente:

- Si impone uno spostamento Δy (si supponga che la direzione y sia la direzione dello sforzo di taglio) su una faccia della struttura, mentre l'altra faccia viene vincolata bloccando tutti i gradi di libertà (incastro); inoltre sulla faccia mobile si dovranno bloccare tutte le rotazioni attorno a z (l'asse z è quello uscente dallo schermo), per riprodurre lo scorrimento spiegato in precedenza, e inoltre sui nodi in alto e in basso dovranno essere impediti gli spostamenti lungo x, per riprodurre esattamente lo scorrimento di due piani paralleli.

- Si calcola l'angolo di scorrimento γ_{xy} , pari al rapporto fra lo spostamento verticale Δy e la lunghezza x della cella ($x = l = 5 \text{ mm}$), se si considerano piccoli spostamenti:

$$\gamma_{xy} = \arctg\left(\frac{\Delta y}{x}\right) \cong \frac{\Delta y}{x}$$

- Una volta risolta l'analisi, nella fase di post-processo si vanno a ricavare i valori delle reazioni vincolari lungo y , tenendo conto che per i nodi che appartengono a più celle queste reazioni vanno suddivise sulle celle accostate (come già spiegato anche nel caso della trazione); si ottiene dunque per la cella centrale un valore della forza di taglio T_y .
- Dopo aver determinato la forza di taglio, è possibile quindi calcolare lo sforzo di taglio τ_{xy} nel seguente modo:

$$\tau_{xy} = \frac{T_y}{y * z} = \frac{T_y}{l^2}$$

- Il modulo di elasticità tangenziale G_{xy} si ottiene infine dalla seguente relazione:

$$G_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{\gamma_{xy}}$$

Si vedano ora, come esempio, le varie strutture sollecitate.

CUBICA SEMPLICE (CS):

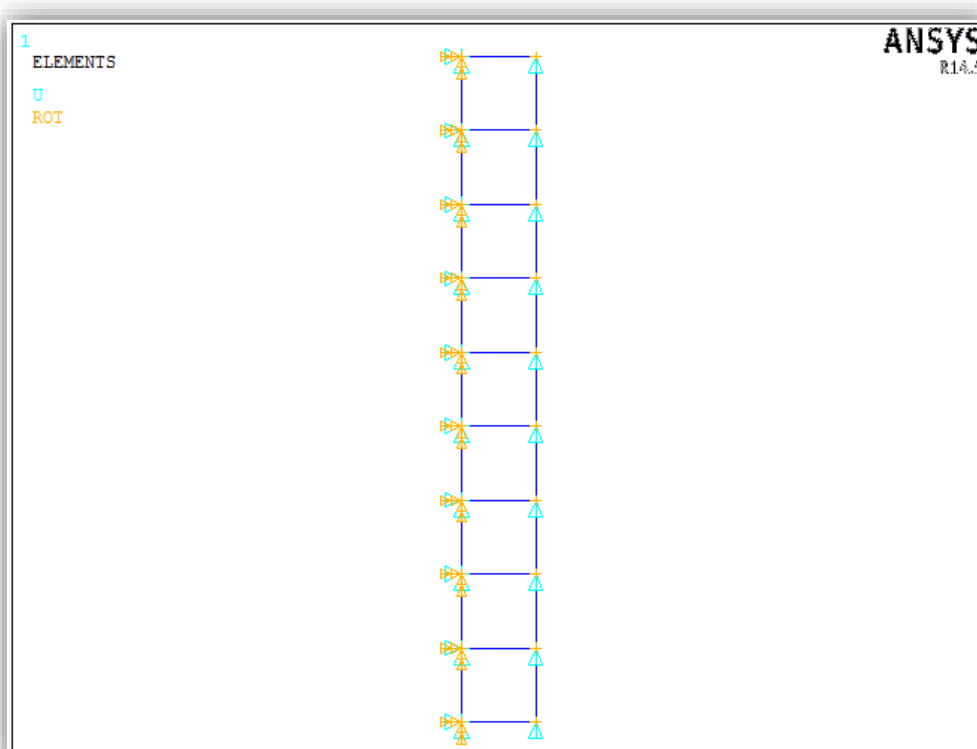


Figura 13: Struttura 9x9x1 di celle CS sollecitata a taglio (vista laterale)

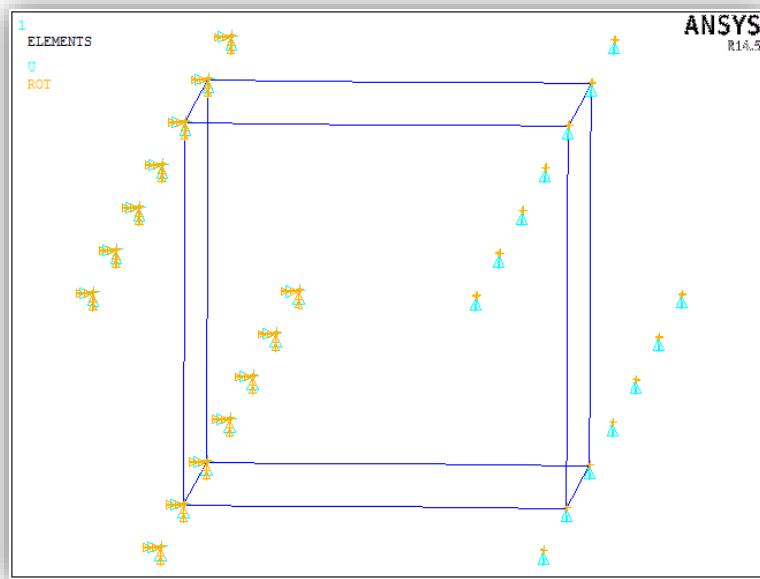


Figura 14: Cella centrale della struttura 9x9x1 di celle CS

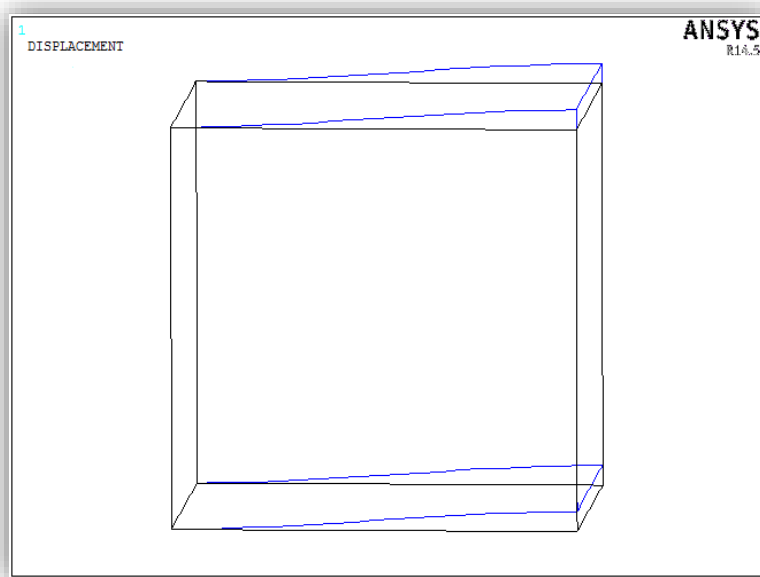


Figura 15: Cella centrale della struttura di celle CS deformata

Come era già stato osservato in precedenza, si può notare come anche sui nodi della faccia su cui è applicato il carico ci sia il vincolo di rotazione nulla.

CUBICA A CORPO CENTRATO RINFORZATA (CCCR):

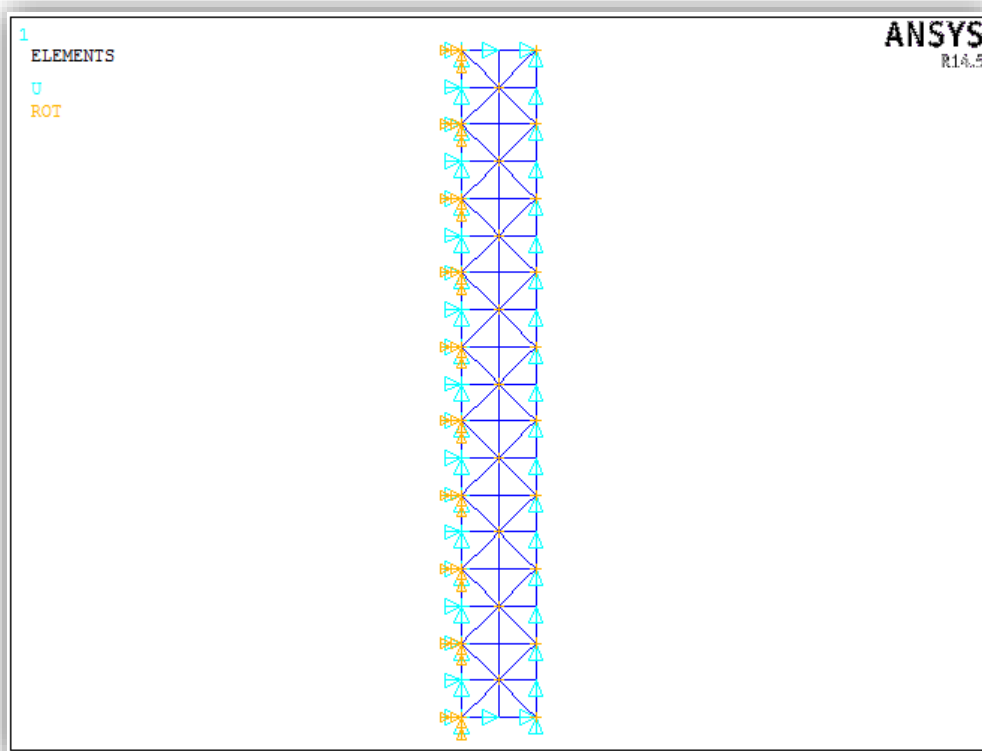


Figura 16: Struttura 9x9x1 di celle CCCR sollecitata a taglio (vista laterale)

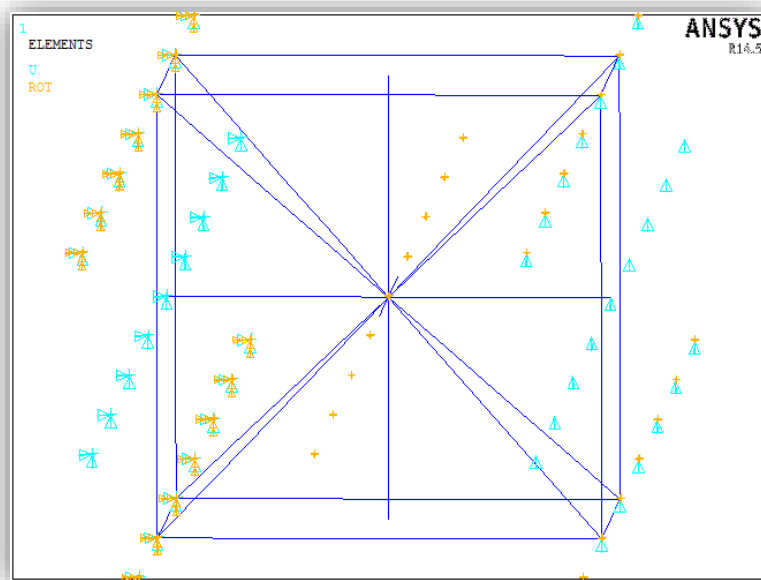


Figura 17: Cellula centrale della struttura 9x9x1 di celle CCCR

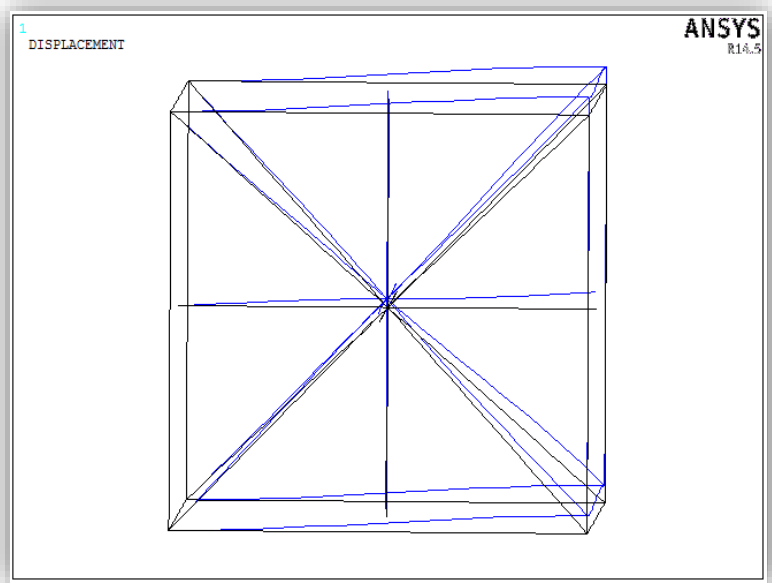


Figura 18: Cella centrale della struttura di celle CCCR deformata

Si osservi che per la cella CCCR si è pensato di bloccare le rotazioni sui quattro nodi estremi della faccia su cui è applicato il carico, mentre sul nodo centrale della faccia la rotazione è libera (lo stesso vale anche per la faccia opposta, vincolata). Questo perché la cella si può vedere come una ripetizione degli stessi elementi traslati di $l/2$ in tutte le direzioni; perciò il nodo centrale della cella sarà equivalente a quelli estremi (su questo verrà quindi bloccata la rotazione).

I nodi al centro delle facce corrispondono invece a punto medio degli elementi che delimitano la cella, perciò su questi la rotazione deve essere libera.

OCTET TRUSS (OT):

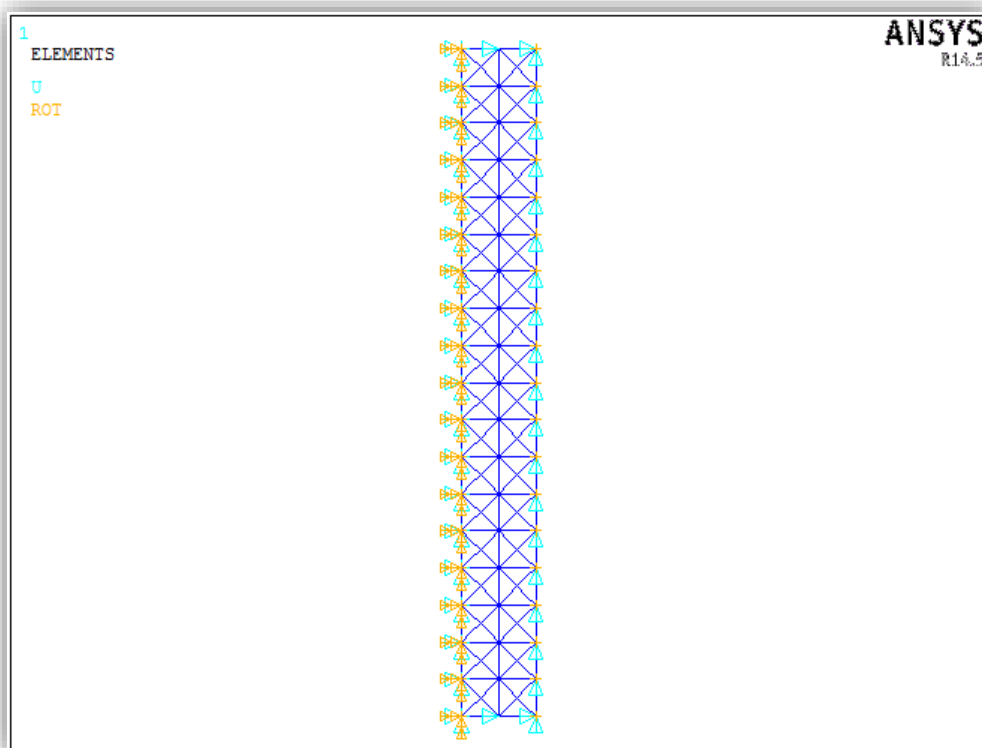


Figura 19: Struttura 9x9x1 di celle OT sollecitata a taglio (vista laterale)

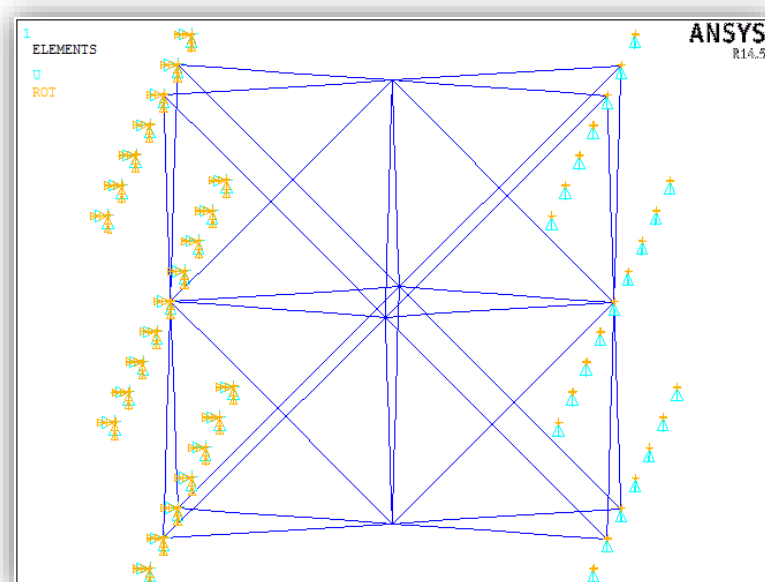


Figura 20: Cella centrale della struttura 9x9x1 di celle OT

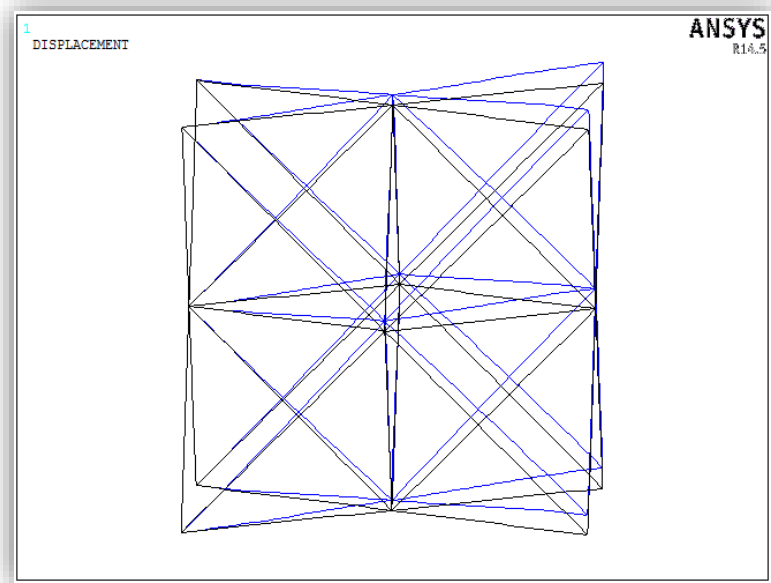


Figura 21: Cella centrale della struttura di celle OT deformata

Per questa tipologia di cella si sono stati applicati dei vincoli di incastro su tutti i nodi della faccia sinistra e sono state bloccate le rotazioni su tutti i nodi della faccia destra (come nel caso della cella cubica semplice).

GIBSON-ASHBY MODIFICATA (GAM):

Per questa cella è possibile utilizzare senza problemi anche il metodo delle forze. Dopo aver visto per le altre celle il metodo degli spostamenti, per completezza si mostra di seguito proprio tale metodo utilizzato con la cella GAM.

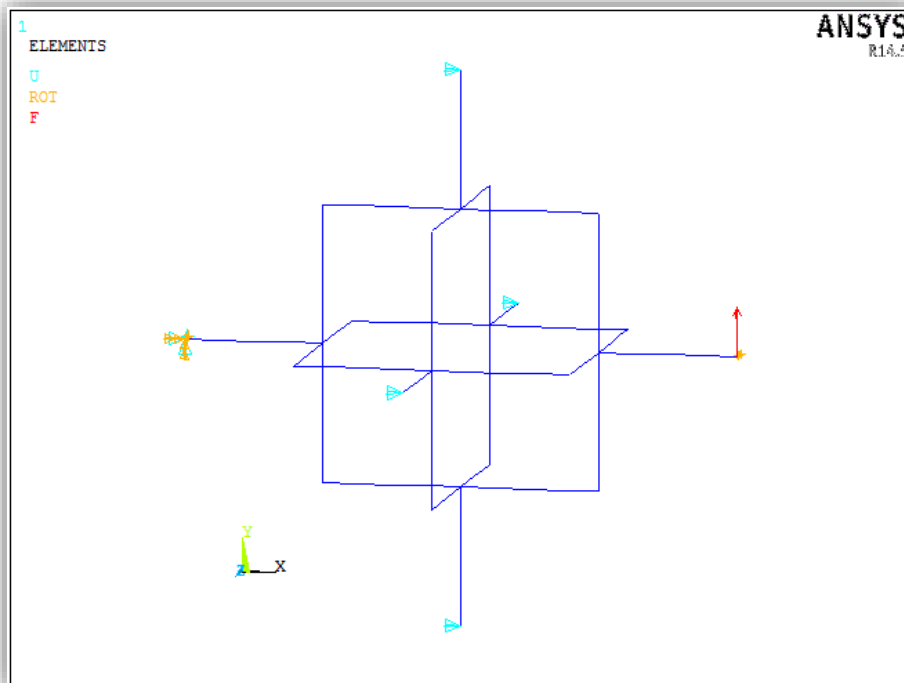


Figura 22: Cella GAM sollecitata a taglio

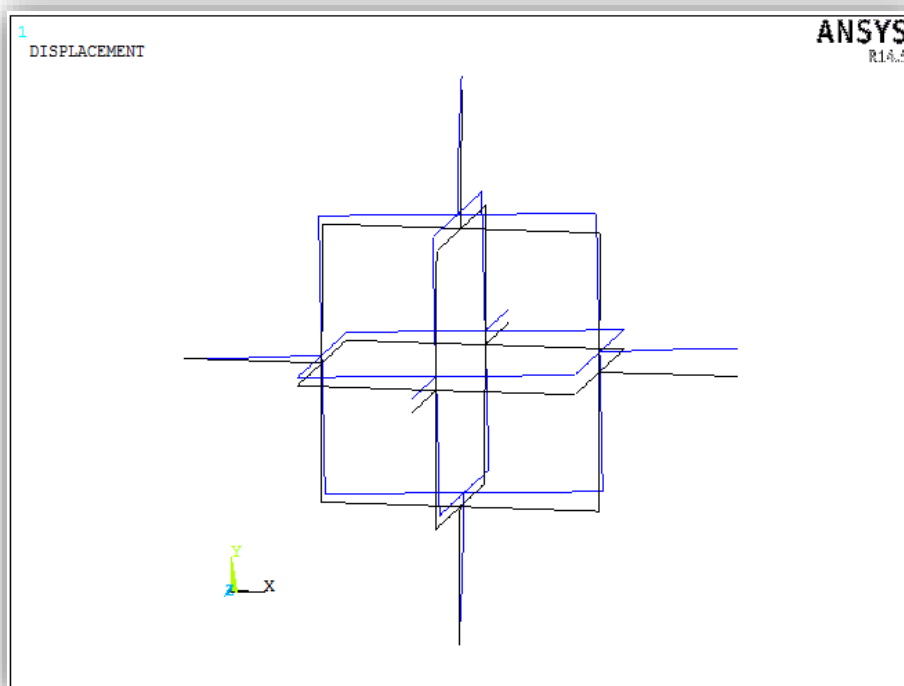


Figura 23: Cella GAM deformata

Appendice 4: Procedura di prova

La macchina di prova utilizzata è la “Sun 2500” (Galdabini 1890) equipaggiata di una cella di carico di 25 kN e collegata ad un computer per l’assegnazione di tutti i parametri relativi alla prova.

La schermata iniziale all’accensione del programma è quella di Figura 24.



Figura 24: Schermata iniziale del programma della macchina di prova

Di seguito vengono esposti i vari passaggi necessari per l’assegnazione dei parametri della prova.

Metodi di Prova

Cliccando su “Metodi di Prova” si apre una nuova schermata (Figura 25), la quale permette di definire in dettaglio il metodo che si desidera utilizzare.

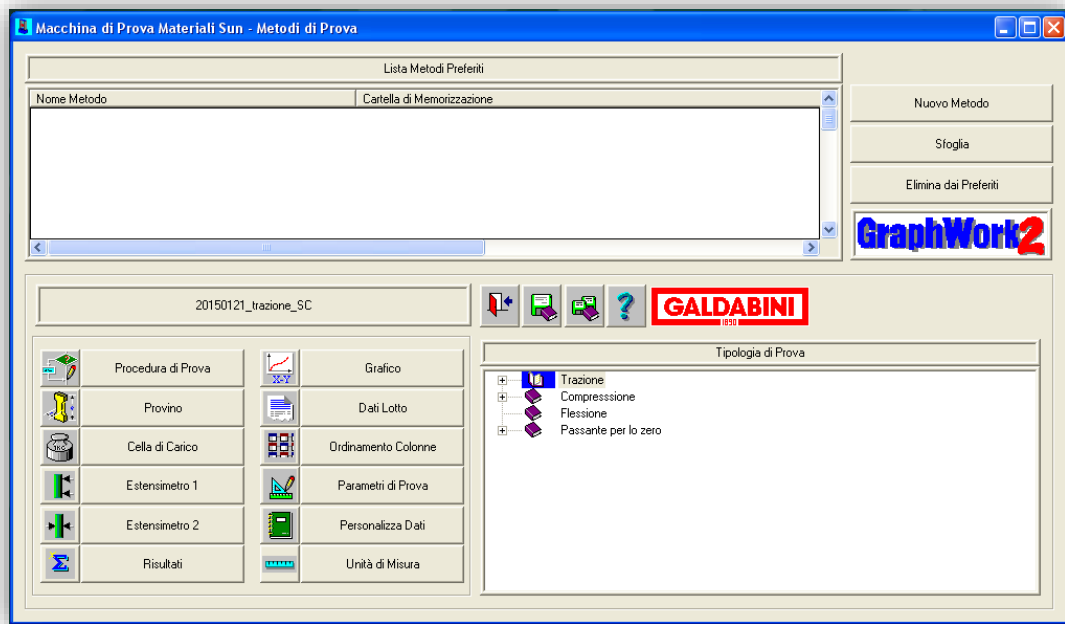


Figura 25: Schermata per la definizione del metodo di prova

Le fasi di definizione del metodo sono le seguenti:

- Impostazione dei metodi di prova: si seleziona uno dei metodi presenti o si crea un nuovo metodo.
- Unità di misura: si selezionano le unità di misura desiderate. Nel nostro caso si scelgono le unità del sistema SI, cioè millimetri [mm], newton [N] e megapascal [MPa].
- Cella di carico: viene selezionata la cella di carico utilizzata: *TCE*, impostando *Portata: 25000 N* e *carico massimo azzerabile: 2500 N*; inoltre viene impostato il *filtro: alto* (ad un filtro alto corrisponde un valore di carico più stabile, ma d'altro canto più lento nel seguire la reale caratteristica del segnale). Il filtro alto è da utilizzare per prove con velocità trasverse basse e/o gradienti di carico bassi.
- Tipologia del provino: si seleziona "*Provini piatti*", definendo *larghezza* e *spessore*, pari a *15* e *22.5 mm* (dato che su un lato si hanno due celle e sull'altro tre).
- Estensimetro 1 – misura delle deformazioni longitudinali: l'estensimetro utilizzato è il *MICRON 34187/9*:
 - Filtro: *5*
 - Tipo di apertura: *manuale*
 - Base estensimetro: *37.50 mm*
 - Modalità di cambio trasduttore: con *deformazione > di 2000 μm*
- Procedura di prova: è divisa in fasi:
 - Fase 1:
 - Descrizione: *Deformazione elastica*
 - Tipo di controllo: *Velocità*
 - Target: *↑*

- Velocità: *2.00 mm/min* (si sceglie questa velocità perché relativamente bassa e quindi adatta al tipo di filtro scelto)
 - Modalità di cambio fase: *Calcolo di Rp: parametro 0.20 %*
 - Frequenza di memorizzazione: *MAX* (definisce l'intervallo di tempo tra due acquisizioni successive: MAX = 30 campionamenti al secondo)
 - Fase 2: *Deformazione plastica*
- Risultati:
 - Ft = carico a rottura
 - Def(Ft) = deformazione a rottura
 - A = allungamento percentuale dopo rottura
 - At = allungamento percentuale totale dopo rottura
 - Def(Fm) = deformazione a carico massimo
 - Rm = sollecitazione massima
 - E = modulo elastico
 - Rp0.20% = Rpxx sollecitazione di scostamento dalla proporzionalità
- Parametri di prova:
 - Carico: *20000 N* (limite di sicurezza oltre il quale la macchina va in allarme di sovraccarico fermando la prova)
 - Parametri per allungamenti:
 - Lunghezza parallela: *52.50 mm*
 - Base allungamento: *37.50 mm*
 - Posizionamenti: seleziono *"1 quota"* e *"tara manuale"*
 - Definizione di rottura: *Carico < di 50 N dalla fase 2; rilevamento di un gradiente di carico negativo > di 1000 N/s*
 - Tratto elastico:
 - Intervallo di deformazione unitaria: da $\epsilon_1=0.0005$ a $\epsilon_2=0.0025$ (come specificato dalla norma BS EN ISO 527)
 - Modalità di calcolo: *metodo dei minimi quadrati*
- Grafico:
 - Asse x: *Deformazione % (=Deformazione/L₀*100)*. Fondo scala: 1%
 - Asse y: *Sollecitazione*. Fondo scala: 5 MPa
 - Variabili Real Time: *Deformazione1, Corsa traversa, Carico* (sono le variabili che vengono visualizzate in tempo reale durante la prova)
 - Tipo di grafico: *AutoRange* (per ogni prova, partendo dai fondo scala impostati nel metodo, i fondo scala del grafico visualizzato si adegueranno automaticamente nel corso della prova nel caso in cui la curva trasbordasse dai limiti imposti inizialmente)

Esecuzione prova

La schermata che si apre quando si passa ad *"Esecuzione prova"* è quella di Figura 26.

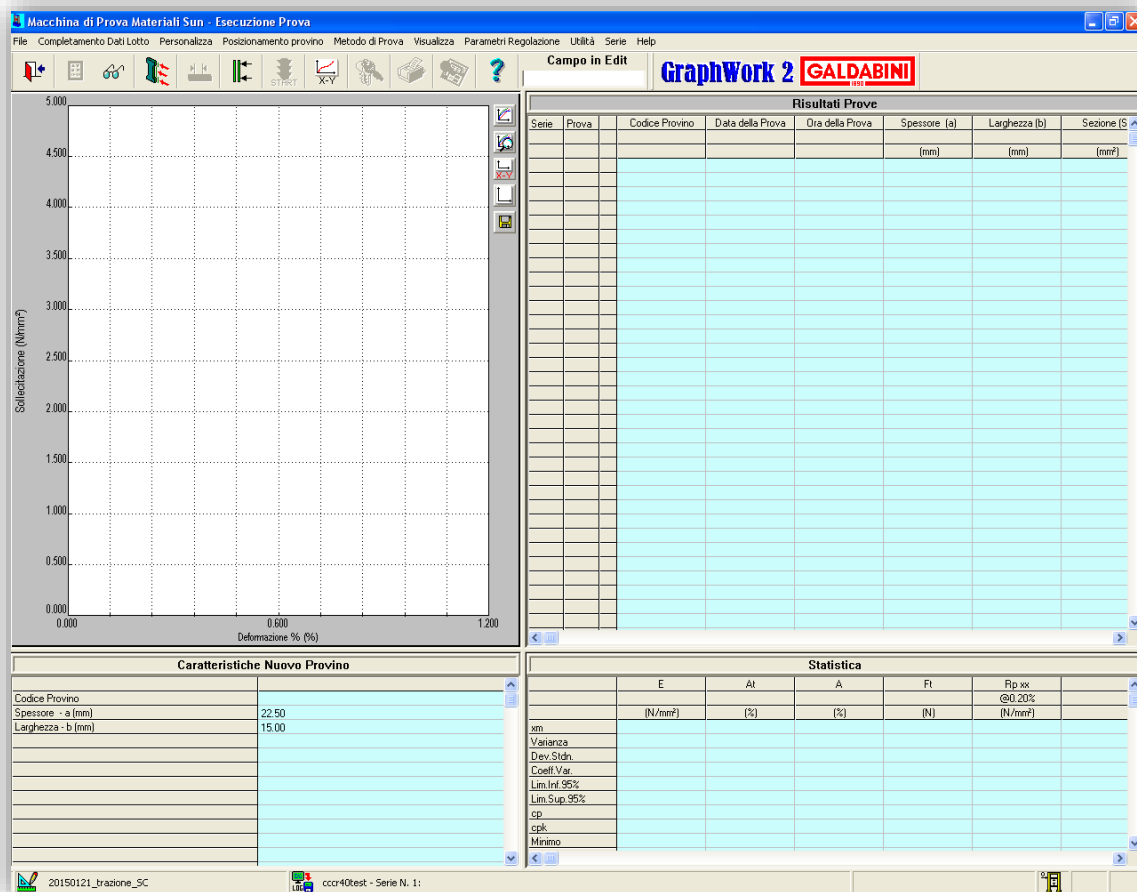


Figura 26: Schermata di esecuzione della prova

Come prima cosa è conveniente fare la “Procedura di zero” della traversa (che si trova nel menù “Utilità” in alto a destra), per definire il sistema di riferimento assoluto.

La procedura è la seguente:

- Selezionare il nome del *Metodo di prova* scegliendolo tra quelli precedentemente impostati.
- Aprire o creare un *Log*, che servirà a contenere i risultati prodotti per un dato lotto di provini, e una *Serie*.
- Inserire le dimensioni del provino.
- Eseguire il posizionamento del provino secondo le modalità impostate.
- Avviare il test.

Si tenga in considerazione inoltre che, per il corretto funzionamento dell’estensimetro, la pressione dell’aria compressa collegata a questo deve essere compresa fra i 5 e gli 8 bar (come specificato nel manuale della macchina di prova).

Appendice 5: Andamento dei moduli di elasticità al variare della densità relativa: grafici in scala logaritmica

Un modo alternativo per rappresentare i risultati ottenuti dalle analisi 1D per i moduli di elasticità longitudinale e tangenziale è quello di utilizzare delle scale logaritmiche sia per l'asse y (contenente i moduli di elasticità) sia per l'asse x (contenente la densità relativa).

Utilizzando questo tipo di assi si è scelto di utilizzare un'altra equazione interpolatrice rappresentante l'andamento al variare della densità relativa. L'equazione scelta è del tipo:

$$y = C * \rho^n$$

dove ρ è la densità relativa, mentre C e n sono due costanti che definiscono l'andamento specifico di una cella.

Si vedano ora i grafici rappresentanti gli andamenti di E/E_0 e G/G_0 per le varie celle a confronto.

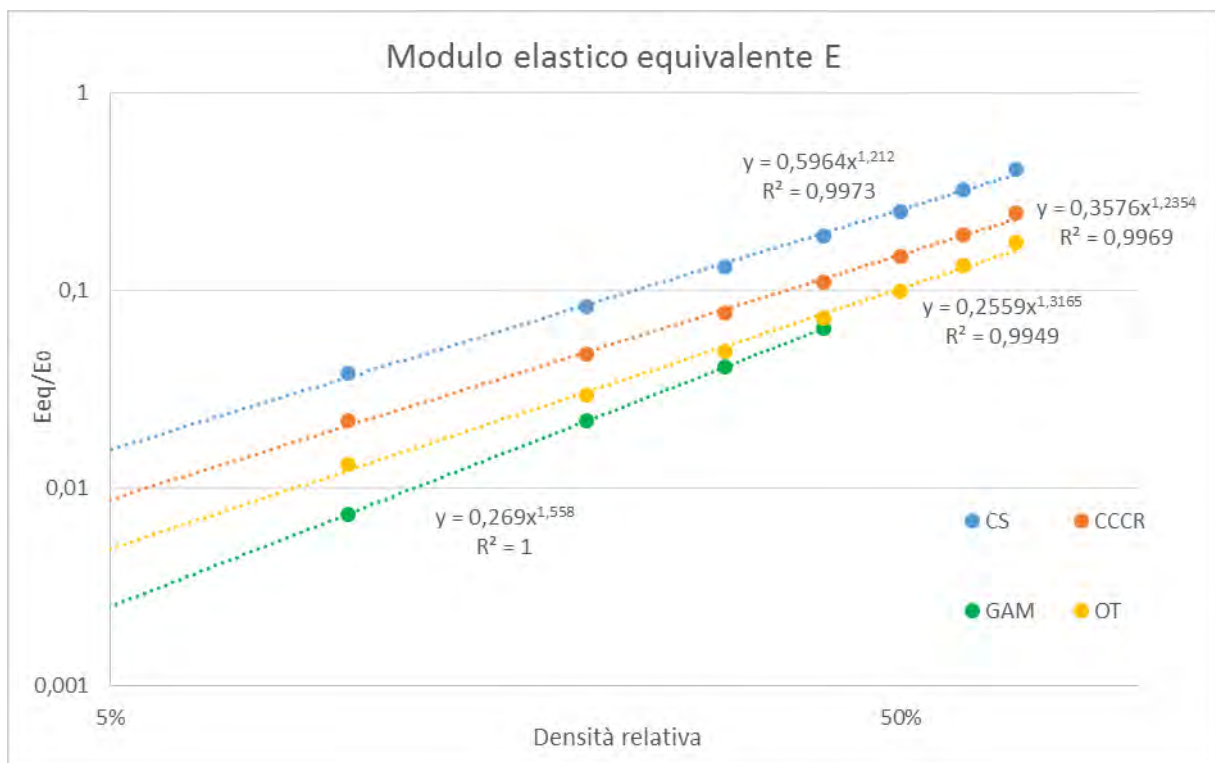


Figura 27: Andamento di E/E_0 in funzione della densità relativa per le varie celle (assi in scala logaritmica, base 10)

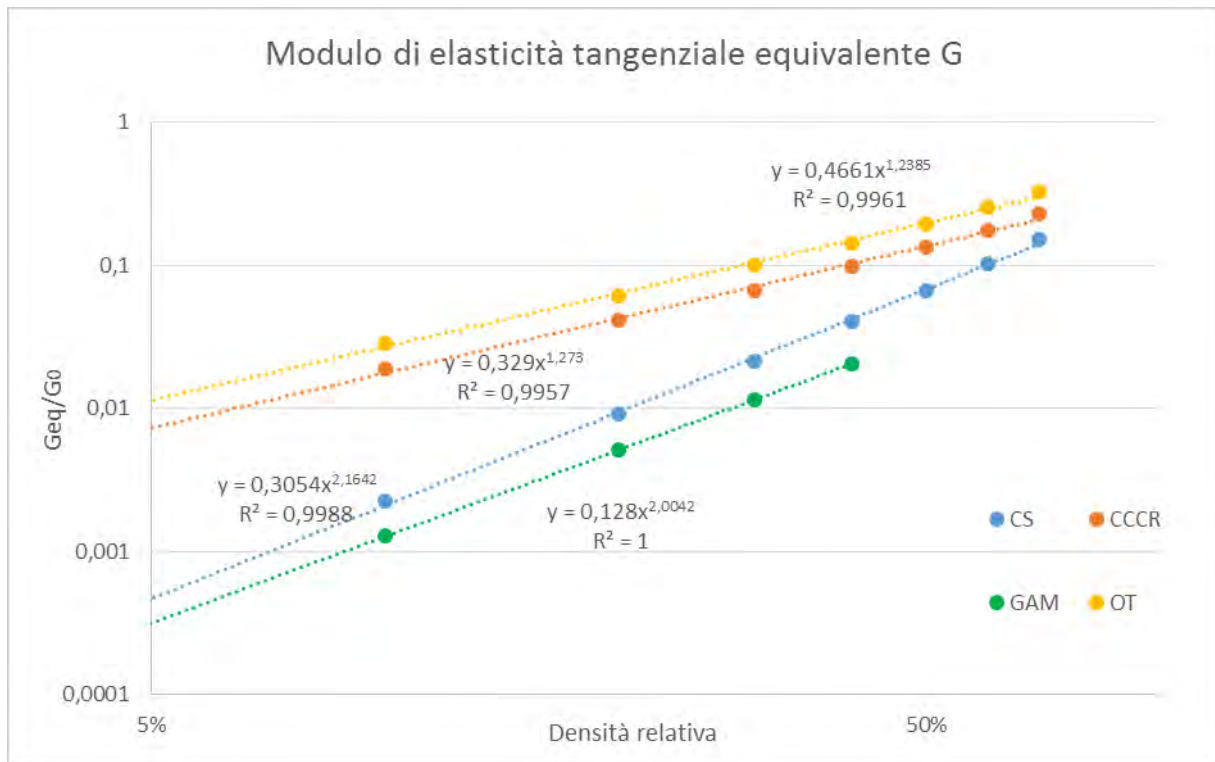


Figura 28: Andamento di G/G_0 in funzione della densità relativa per le varie celle (assi in scala logaritmica, base 10)

Si può osservare che anche con questa tipologia di curve interpolatrici sono sufficienti solo due costanti per la definizione di ogni andamento.

A differenza delle curve quadratiche passanti per l'origine, i valori di R^2 sono leggermente inferiori; tuttavia si nota una maggiore precisione per valori bassi della densità relativa. Perciò se si preferisce avere una maggiore precisione alle basse densità relative, risulta conveniente utilizzare questa tipologia di curve interpolatrici. Se invece si vuole porre maggiore attenzione alle densità relative maggiori del 10, 20% le curve quadratiche garantiscono una maggiore precisione.

Appendice 6: Provini per le prove sperimentali a trazione

Si riportano di seguito le foto dei provini, realizzate prima di effettuare le prove a trazione.

In ogni foto è rappresentato il gruppo di cinque provini costituito dalla medesima cella e alla stessa densità relativa. Per ogni gruppetto di provini sono state fatte una foto in vista frontale ed una in vista laterale.

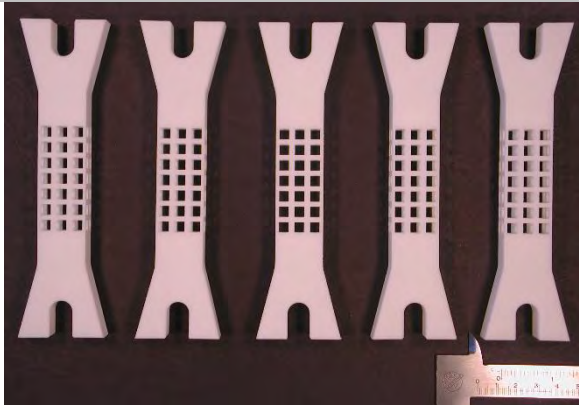


Figura 29: Provini CS alla densità relativa 20% (vista frontale)

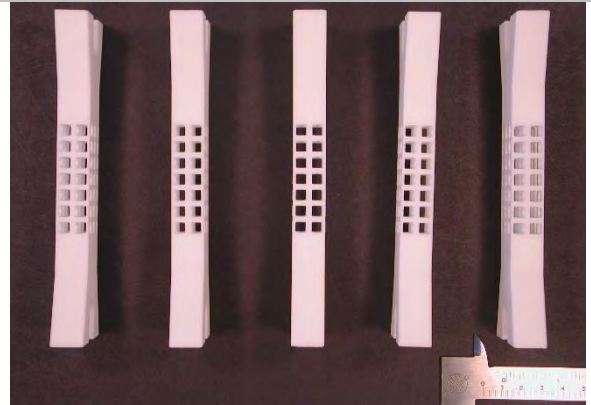


Figura 30: Provini CS alla densità relativa 20% (vista laterale)

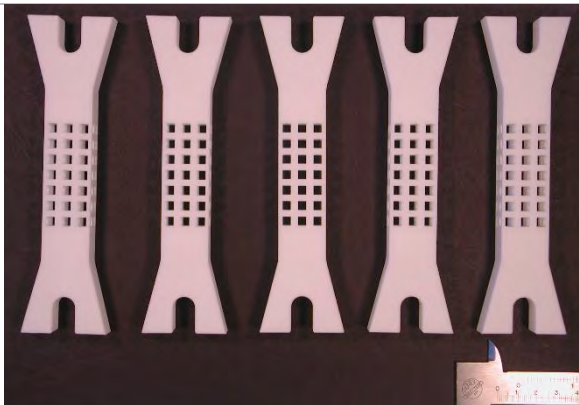


Figura 31: Provini CS alla densità relativa 30% (vista frontale)

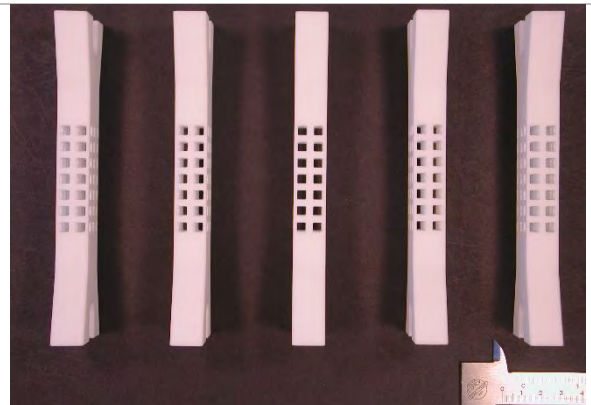


Figura 32: Provini CS alla densità relativa 30% (vista laterale)

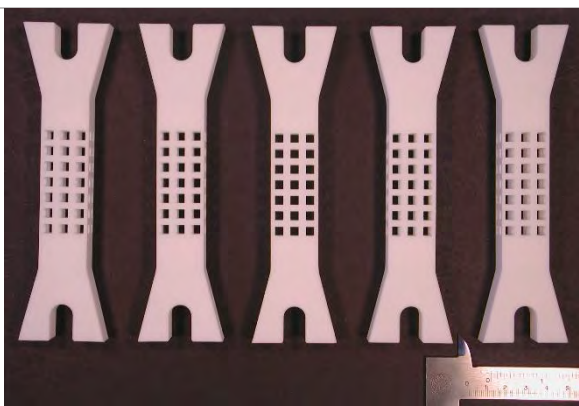


Figura 33: Provini CS alla densità relativa 40% (vista frontale)



Figura 34: Provini CS alla densità relativa 40% (vista laterale)

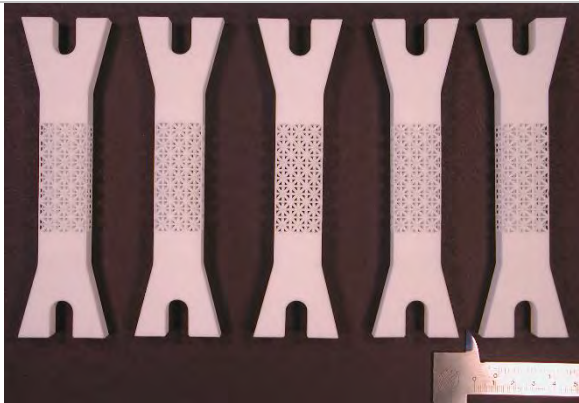


Figura 35: Provini CCCR alla densità relativa 20%
(vista frontale)

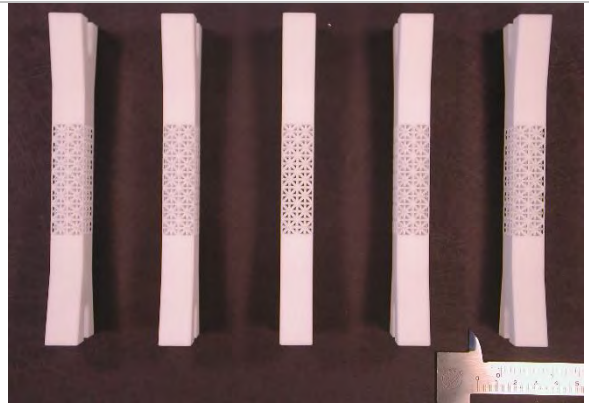


Figura 36: Provini CCCR alla densità relativa 20%
(vista laterale)



Figura 37: Provini CCCR alla densità relativa 30%
(vista frontale)

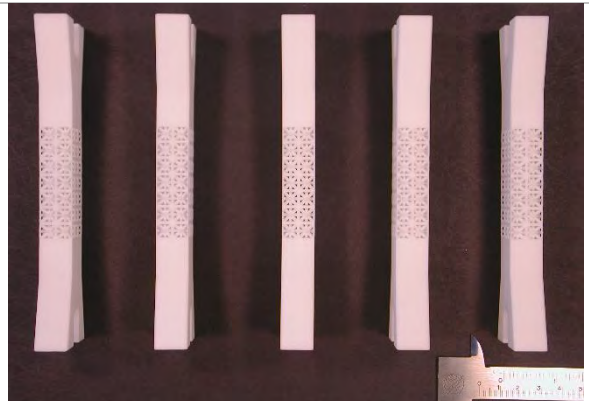


Figura 38: Provini CCCR alla densità relativa 30%
(vista laterale)



Figura 39: Provini CCCR alla densità relativa 40%
(vista frontale)

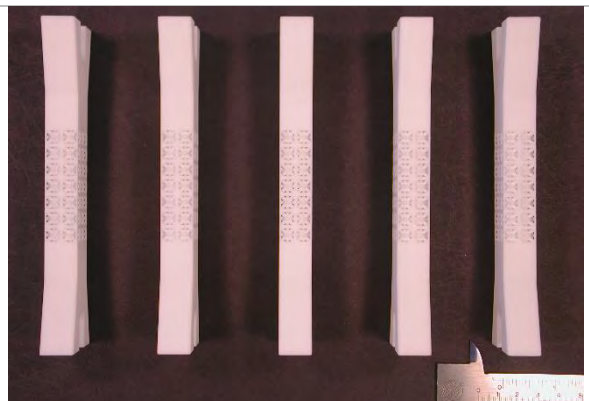


Figura 40: Provini CCCR alla densità relativa 40%
(vista laterale)



Figura 41: Provini OT alla densità relativa 20%
(vista frontale)

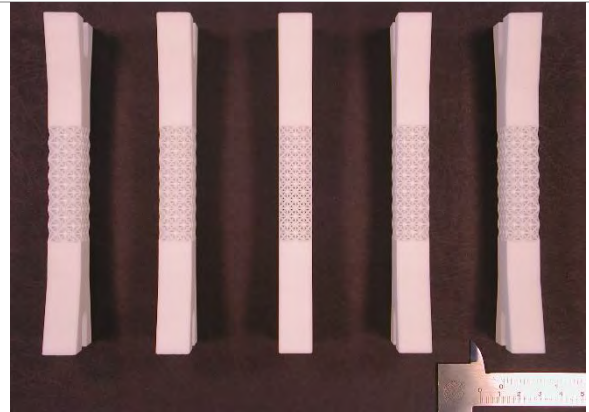


Figura 42: Provini OT alla densità relativa 20%
(vista laterale)

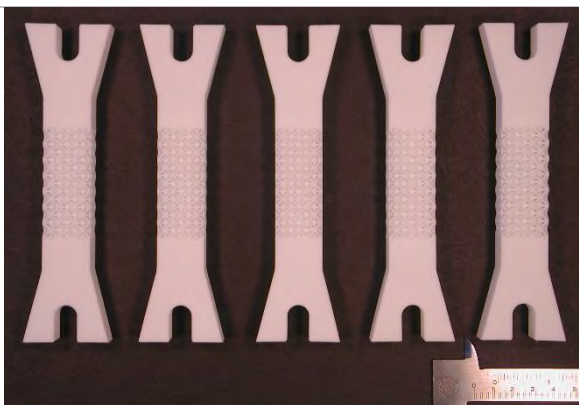


Figura 43: Provini OT alla densità relativa 30%
(vista frontale)

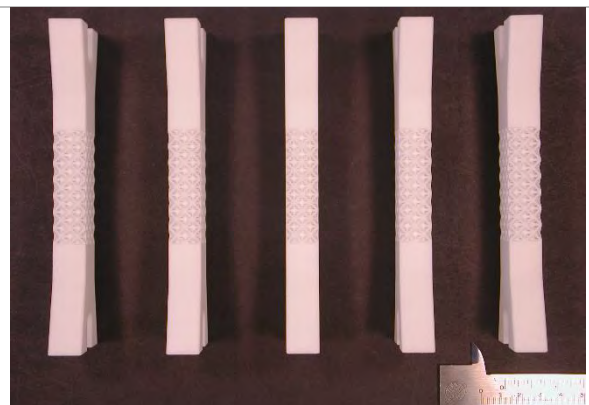


Figura 44: Provini OT alla densità relativa 30%
(vista laterale)

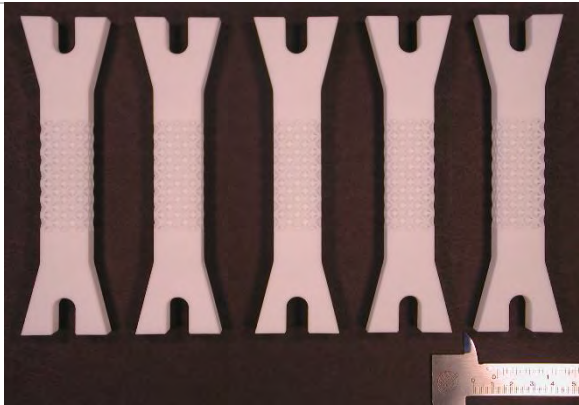


Figura 45: Provini OT alla densità relativa 40%
(vista frontale)

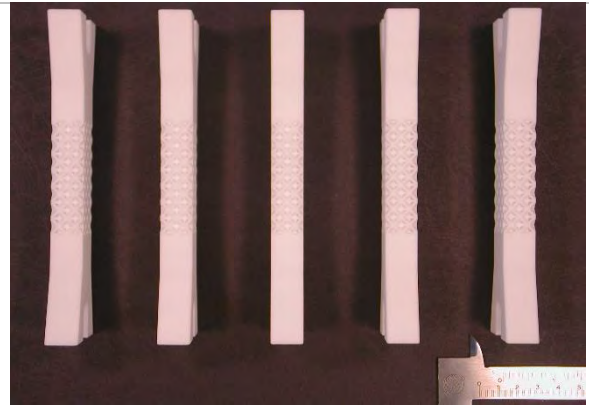


Figura 46: Provini OT alla densità relativa 40%
(vista laterale)

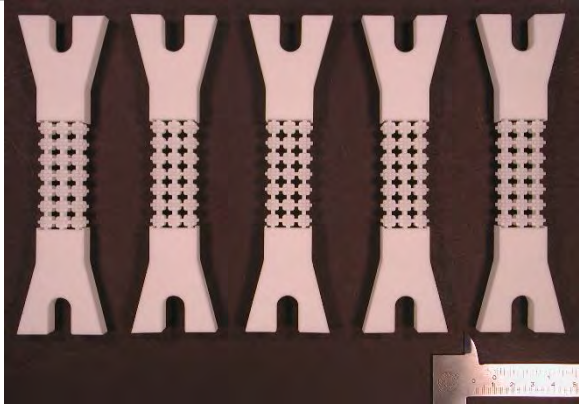


Figura 47: Provini GAM alla densità relativa 20%
(vista frontale)

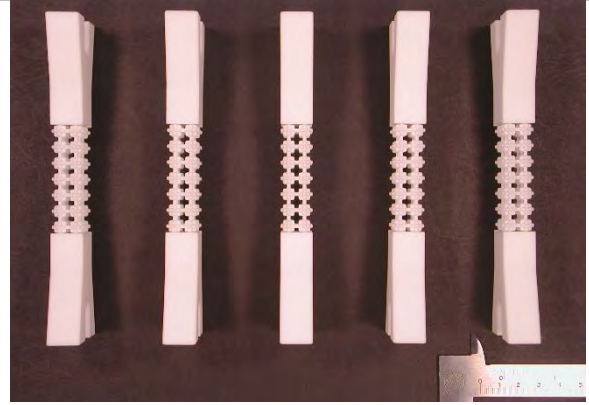


Figura 48: Provini GAM alla densità relativa 20%
(vista laterale)

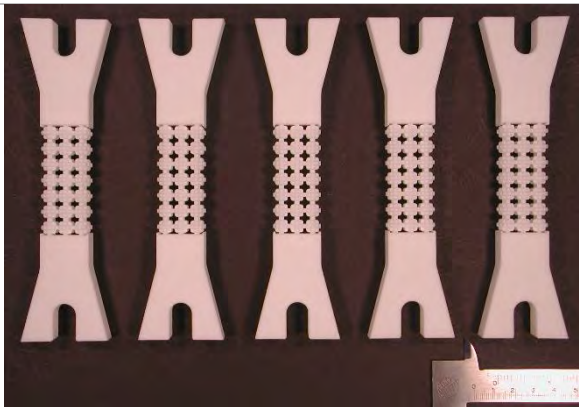


Figura 49: Provini GAM alla densità relativa 30%
(vista frontale)

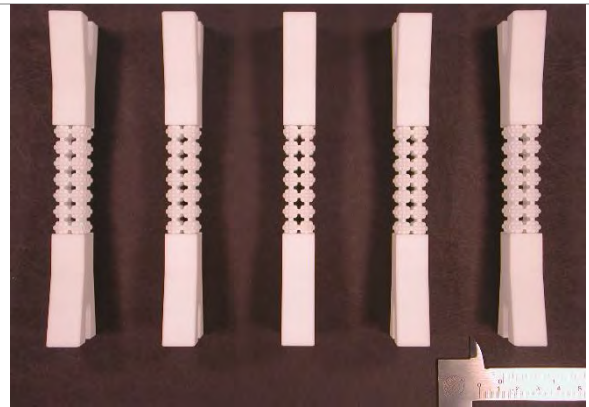


Figura 50: Provini GAM alla densità relativa 30%
(vista laterale)

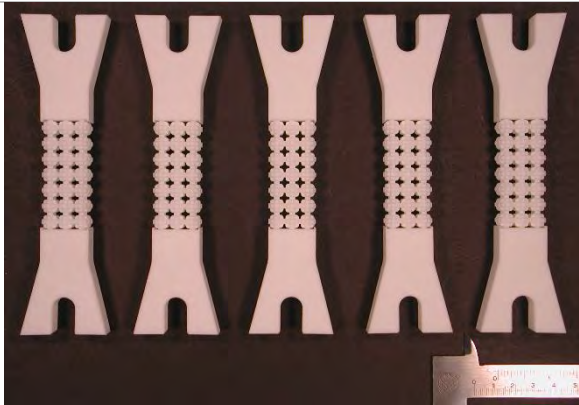


Figura 51: Provini GAM alla densità relativa 40%
(vista frontale)

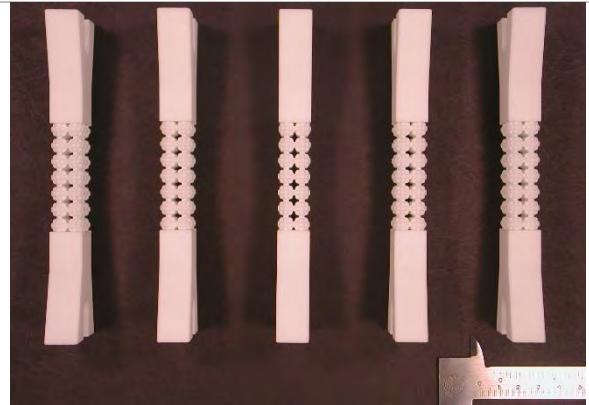


Figura 52: Provini GAM alla densità relativa 40%
(vista laterale)

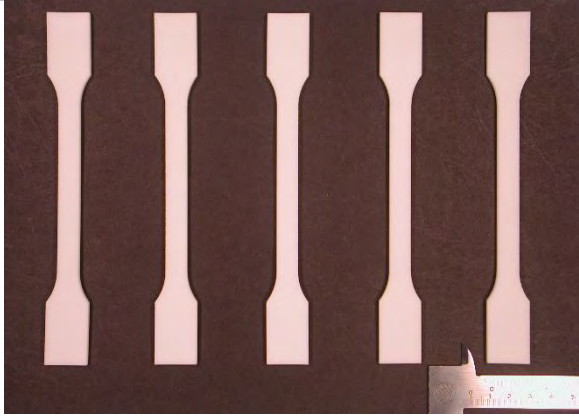


Figura 53: Provini pieni (vista frontale)

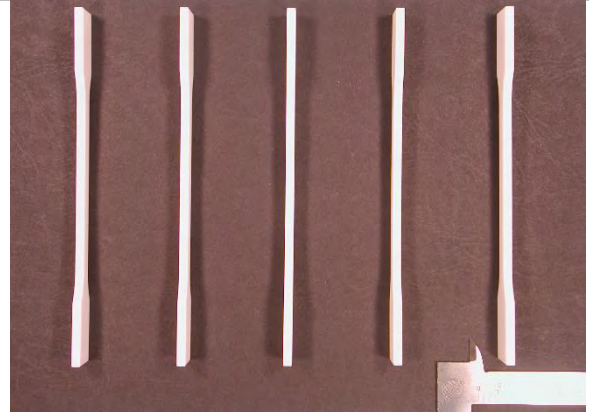


Figura 54: Provini pieni (vista laterale)

Appendice 7: Risultati delle prove sperimentali di trazione

Dalle prove sperimentali di trazione si sono ricavati oltre ai valori del modulo elastico per i vari provini, anche la tensione massima raggiunta (e la corrispondente deformazione %) e la deformazione % massima a rottura (e la corrispondente tensione di rottura).

I risultati riportati di seguito sono stati calcolati tenendo conto degli effettivi valori delle sezioni dei provini dopo il processo di fabbricazione, i quali sono risultati essere maggiori rispetto a quelli nominali.

Dalla trazione dei provini pieni si sono determinate le seguenti curve sforzo-deformazione (Figura 55) e da queste si ricavano i valori riportati nella Tabella 1.

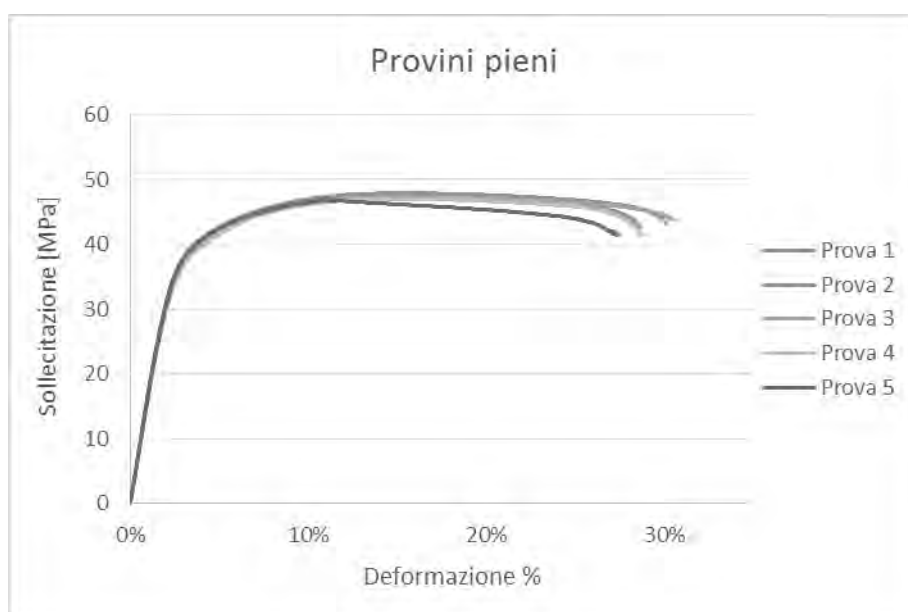


Figura 55: Prove di trazione provino pieno

Tabella 1: Risultati delle prove di trazione sui provini pieni.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	1516,9	47,42	15,00%	42,54	28,63%
Prova 2	1526,4	47,88	15,25%	43,16	30,07%
Prova 3	1542,9	47,42	16,33%	43,72	30,50%
Prova 4	1513,8	46,99	15,03%	41,47	28,79%
Prova 5	1544,9	46,76	11,21%	41,44	27,31%
Media:	1529,0	47,29	14,56%	42,47	29,06%
Dev.std:	14,4	0,43	1,95%	1,01	1,27%

Dopo le prove sul provino pieno si è passati alle prove su tutti gli altri provini.

Per i provini costituiti da celle CS i risultati sono i seguenti: Figure 56, 57 e 58 e Tabelle 2, 3 e 4.

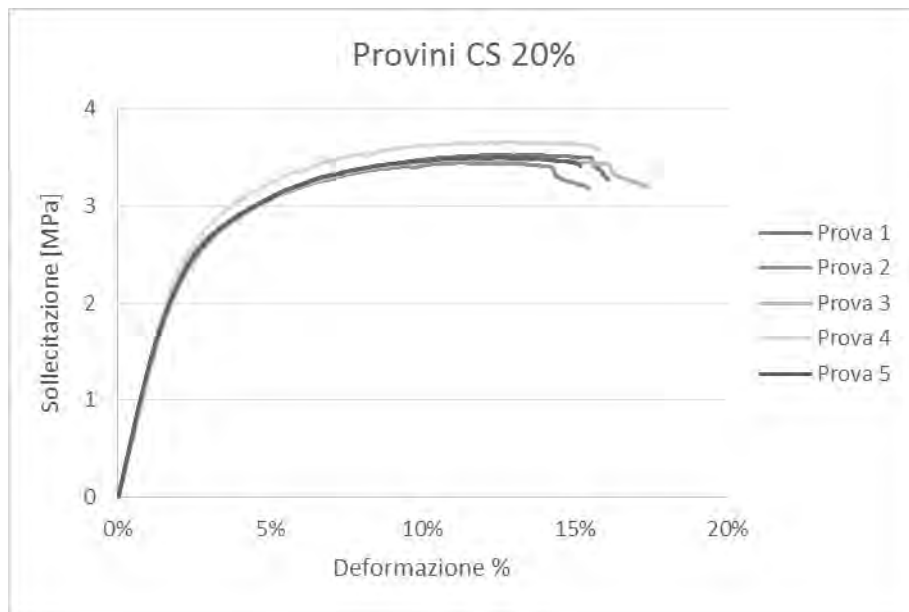


Figura 56: Prove di trazione provini CS (densità relativa 20%)

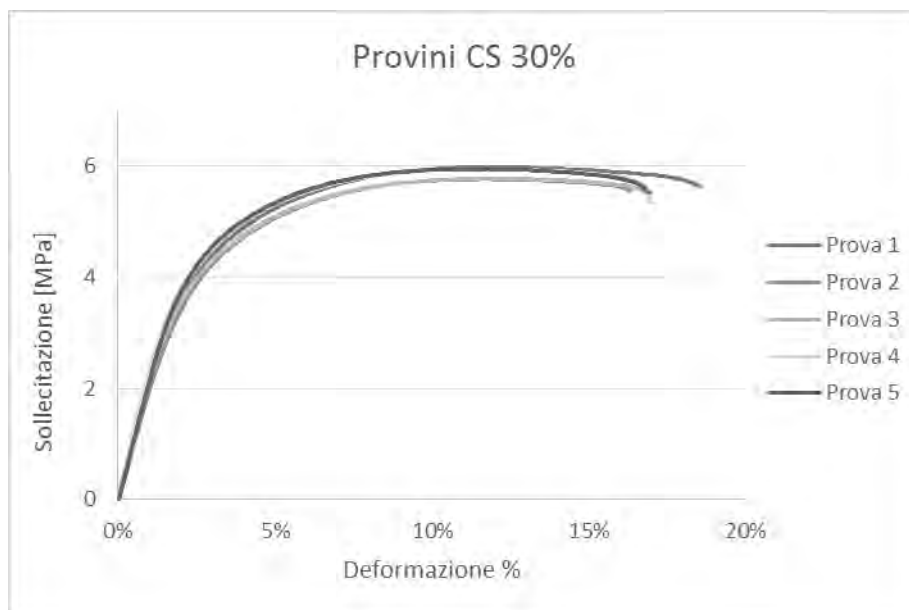


Figura 57: Prove di trazione provini CS (densità relativa 30%)

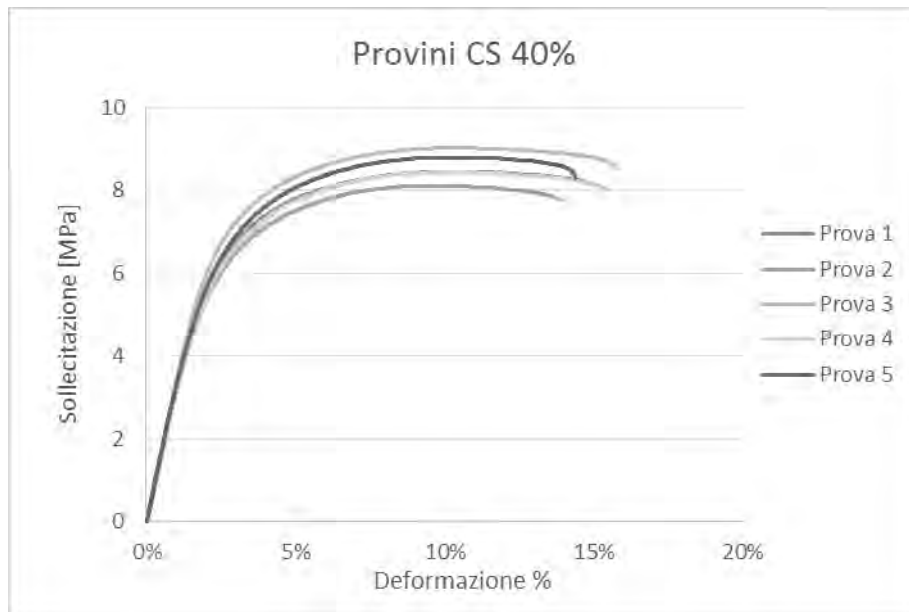


Figura 58: Prove di trazione provini CS (densità relativa 40%)

Tabella 2: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CS alla densità relativa 20%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	129,14	3,52	12,44%	3,27	16,12%
Prova 2	137,97	3,44	11,29%	3,17	15,48%
Prova 3	133,82	3,48	12,69%	3,19	17,43%
Prova 4	141,01	3,65	12,67%	3,57	15,83%
Prova 5	146,19	3,49	12,43%	3,41	15,20%
Media:	137,63	3,52	12,30%	3,32	16,01%
Dev.std:	6,55	0,08	0,58%	0,17	0,87%

Tabella 3: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CS alla densità relativa 30%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	222,24	5,98	11,97%	5,63	18,54%
Prova 2	204,32	5,77	11,68%	5,54	16,31%
Prova 3	224,05	5,78	11,93%	5,34	17,02%
Prova 4	201,50	5,95	11,19%	5,38	17,01%
Prova 5	214,44	5,95	11,76%	5,51	16,93%
Media:	213,31	5,89	11,71%	5,48	17,16%
Dev.std:	10,21	0,10	0,31%	0,12	0,82%

Tabella 4: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CS alla densità relativa 40%.

Prova	E [MPa]	σ_{max} [MPa]	Allungamento alla σ_{max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	367,11	8,46	10,03%	8,01	15,36%
Prova 2	322,17	8,12	9,64%	7,76	13,89%
Prova 3	336,78	9,03	10,51%	8,51	15,76%
Prova 4	312,36	8,44	10,30%	7,99	15,31%
Prova 5	343,84	8,80	10,57%	8,29	15,39%
Media:	336,45	8,57	10,21%	8,11	15,14%
Dev.std:	21,09	0,35	0,38%	0,29	0,72%

I risultati ottenuti dai provini costituiti da celle CCCR sono riportati nelle Figure 59, 60 e 61 e nelle Tabelle 5, 6 e 7.

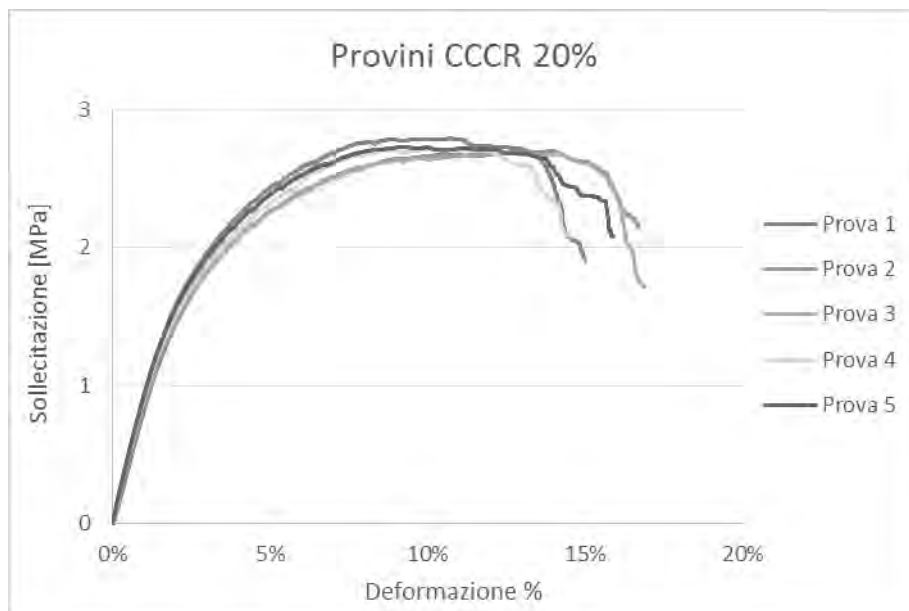


Figura 59: Prove di trazione provini CCCR (densità relativa 20%)

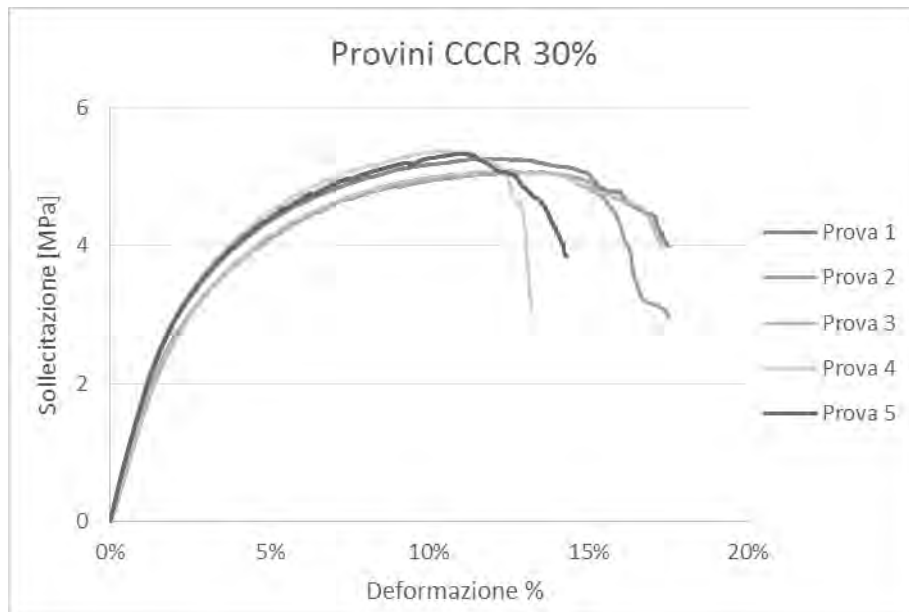


Figura 60: Prove di trazione provini CCCR (densità relativa 30%)

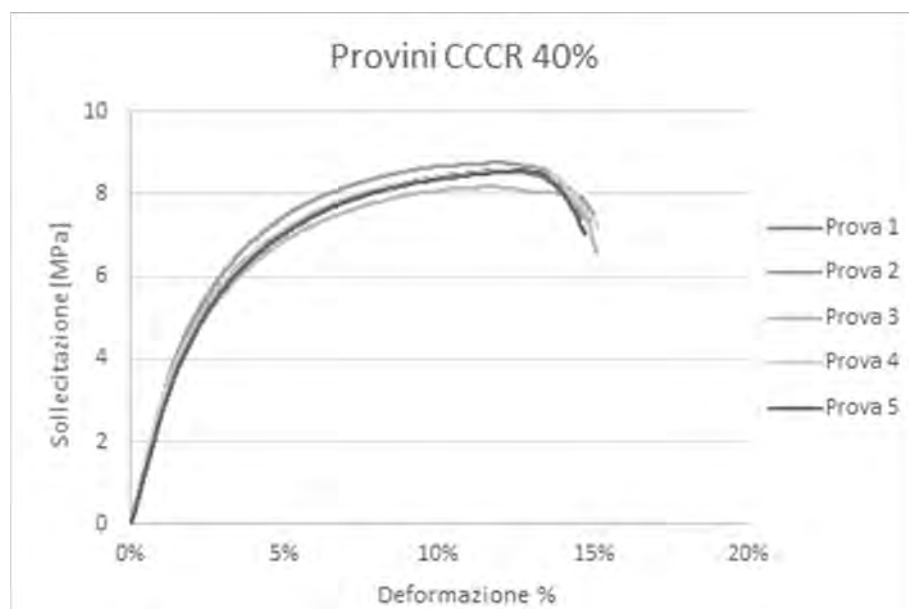


Figura 61: Prove di trazione provini CCCR (densità relativa 40%)

Tabella 5: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CCCR alla densità relativa 20%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	95,01	2,79	10,71%	1,91	14,99%
Prova 2	82,71	2,70	13,94%	2,15	16,68%
Prova 3	100,51	2,70	12,38%	1,72	16,87%
Prova 4	104,00	2,72	10,23%	2,09	14,48%
Prova 5	105,02	2,73	9,11%	2,08	15,88%
Media:	97,45	2,73	11,27%	1,99	15,78%
Dev.std:	9,12	0,04	1,90%	0,18	1,04%

Tabella 6: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CCCR alla densità relativa 30%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	196,73	5,26	12,02%	3,99	17,49%
Prova 2	169,17	5,06	13,21%	2,95	17,52%
Prova 3	141,11	5,08	12,55%	4,00	17,29%
Prova 4	201,37	5,37	10,49%	3,05	13,20%
Prova 5	192,93	5,33	10,98%	3,83	14,28%
Media:	180,26	5,22	11,85%	3,56	15,96%
Dev.std:	25,17	0,14	1,12%	0,52	2,06%

Tabella 7: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle CCCR alla densità relativa 40%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	309,84	8,57	12,17%	7,53	15,01%
Prova 2	277,49	8,75	11,85%	7,35	14,91%
Prova 3	265,83	8,17	11,53%	6,59	15,13%
Prova 4	306,12	8,59	12,70%	7,17	15,14%
Prova 5	263,12	8,56	12,72%	7,02	14,78%
Media:	284,48	8,53	12,19%	7,13	14,99%
Dev.std:	22,16	0,21	0,52%	0,36	0,15%

Nelle Figure 62, 63 e 64 si riportano i grafici determinati per i provini di tipo GAM e nelle Tabelle 8, 9 e 10 i risultati derivanti dai grafici.

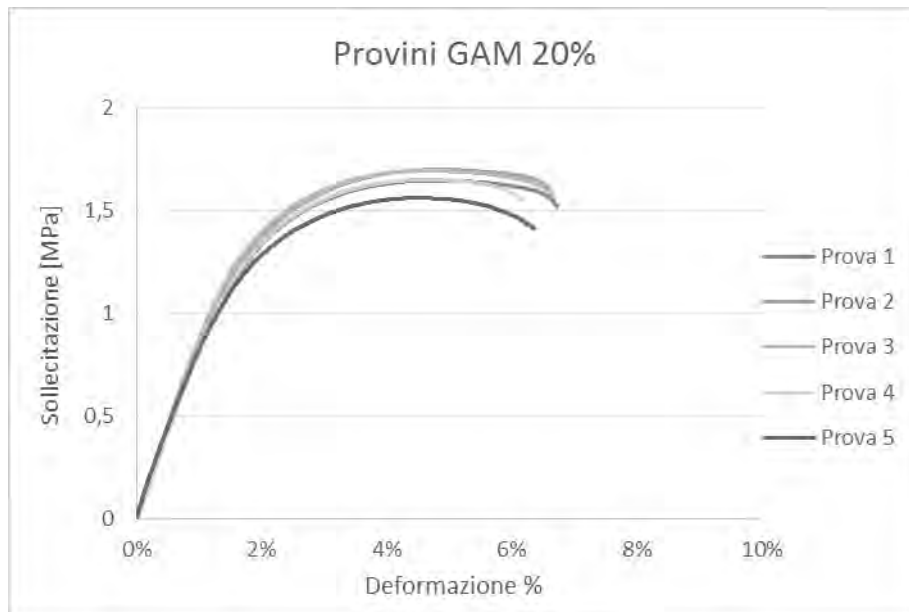


Figura 62: Prove di trazione provini GAM (densità relativa 20%)

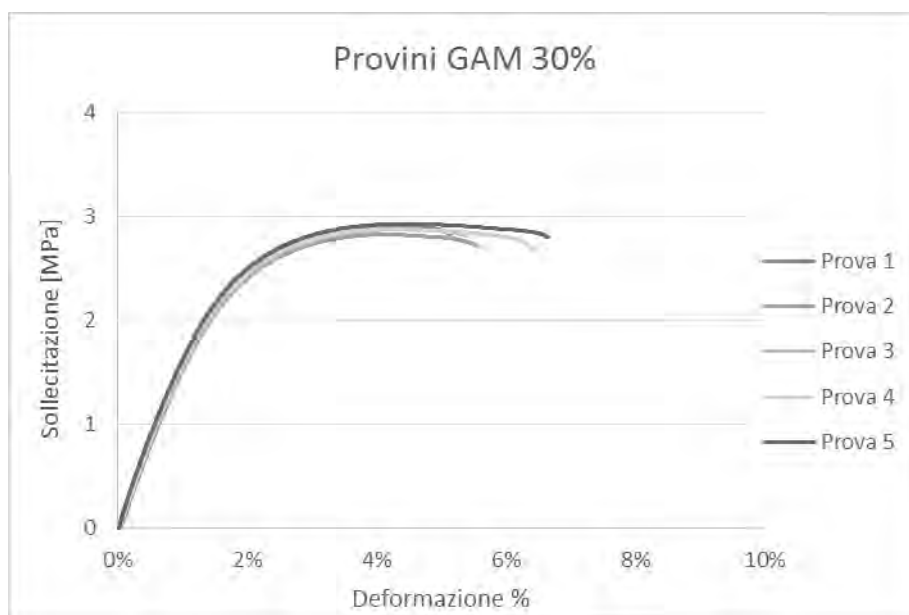


Figura 63: Prove di trazione provini GAM (densità relativa 30%)

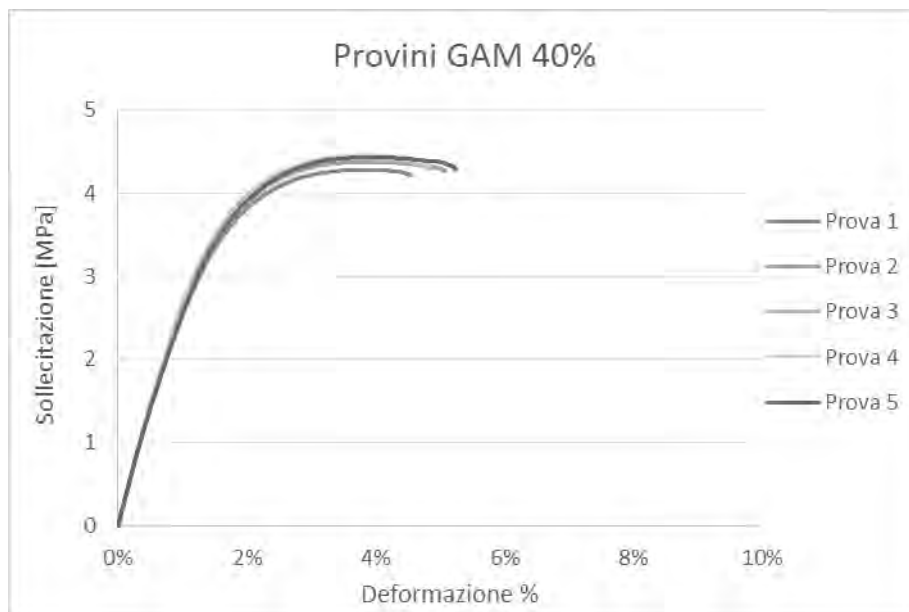


Figura 64: Prove di trazione provini GAM (densità relativa 40%)

Tabella 8: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle GAM alla densità relativa 20%.

Prova	E [MPa]	σ_{max} [MPa]	Allungamento alla σ_{max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	90,80	1,65	4,66%	1,52	6,74%
Prova 2	93,44	1,70	4,86%	1,57	6,65%
Prova 3	99,33	1,69	4,61%	1,57	6,66%
Prova 4	92,35	1,65	4,44%	1,55	6,13%
Prova 5	94,46	1,56	4,49%	1,41	6,36%
Media:	94,08	1,65	4,61%	1,52	6,51%
Dev.std:	3,24	0,06	0,16%	0,07	0,26%

Tabella 9: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle GAM alla densità relativa 30%.

Prova	E [MPa]	σ_{max} [MPa]	Allungamento alla σ_{max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	178,66	2,91	4,49%	2,82	5,14%
Prova 2	175,31	2,83	4,18%	2,71	5,56%
Prova 3	175,87	2,88	4,27%	2,81	5,40%
Prova 4	175,56	2,88	4,24%	2,67	6,43%
Prova 5	186,78	2,93	4,51%	2,80	6,66%
Media:	178,44	2,89	4,34%	2,76	5,84%
Dev.std:	4,86	0,04	0,15%	0,07	0,67%

Tabella 10: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle GAM alla densità relativa 40%.

Prova	E [MPa]	σ_{max} [MPa]	Allungamento alla σ_{max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	297,18	4,28	3,73%	4,21	4,55%
Prova 2	290,47	4,37	3,96%	4,25	5,10%
Prova 3	312,57	4,41	3,62%	4,29	4,85%
Prova 4	286,70	4,45	3,88%	4,32	4,85%
Prova 5	294,75	4,43	3,98%	4,27	5,25%
Media:	296,33	4,39	3,83%	4,27	4,92%
Dev.std:	9,93	0,07	0,15%	0,04	0,27%

Infine, i risultati ottenuti dai provini costituiti da celle OT sono riportati nelle Figure 65, 66 e 67 e nelle Tabelle 11, 12 e 13.

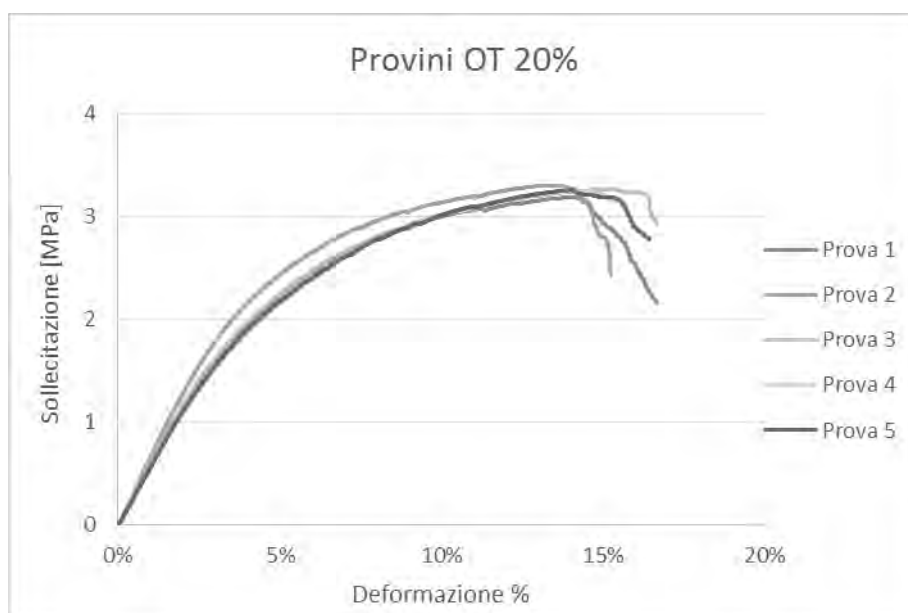


Figura 65: Prove di trazione provini OT (densità relativa 20%)

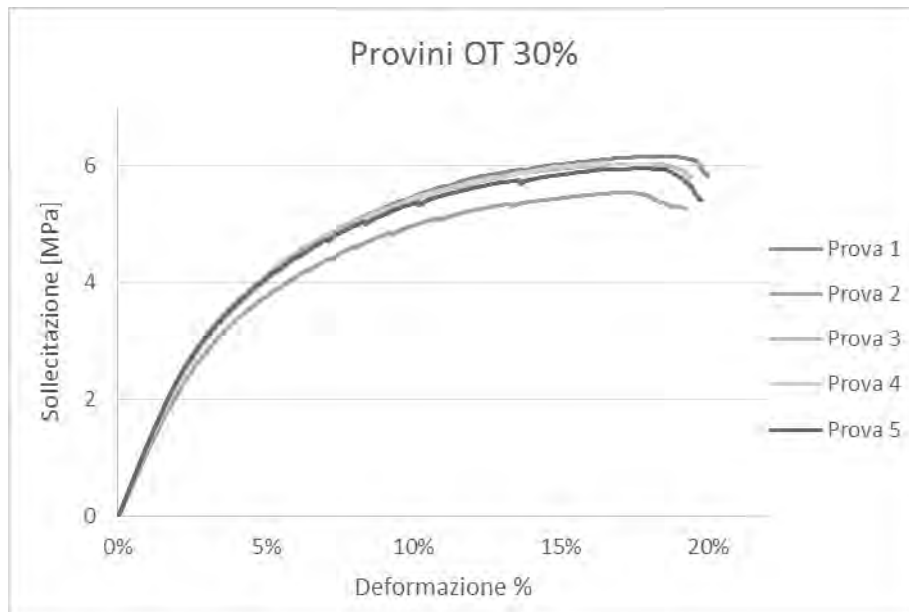


Figura 66: Prove di trazione provini OT (densità relativa 30%)

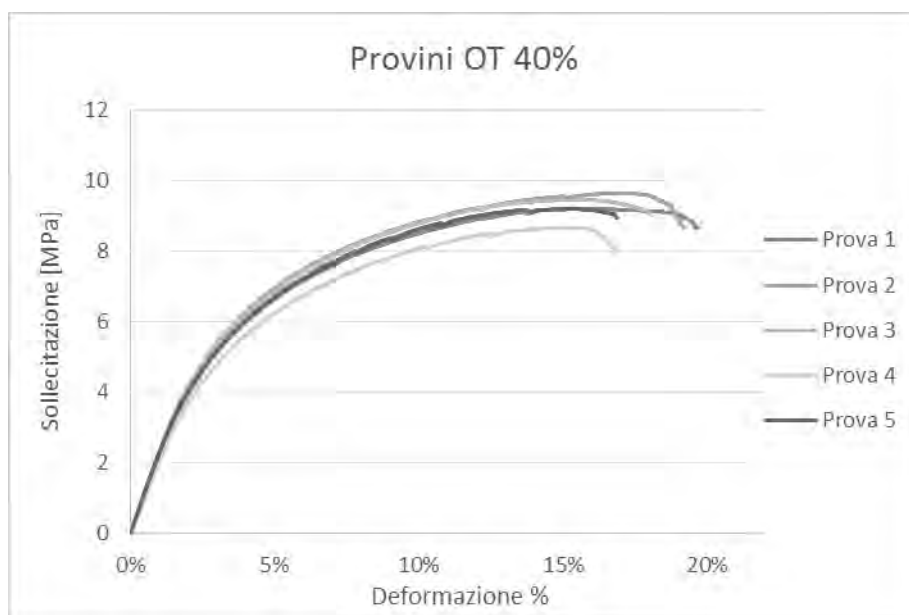


Figura 67: Prove di trazione provini OT (densità relativa 40%)

Tabella 11: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle OT alla densità relativa 20%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	57,26	3,19	14,16%	2,16	16,67%
Prova 2	59,81	3,30	13,09%	2,42	15,26%
Prova 3	55,40	3,26	15,08%	2,93	16,68%
Prova 4	54,45	3,25	13,98%	3,08	15,68%
Prova 5	53,08	3,26	14,00%	2,78	16,46%
Media:	56,00	3,25	14,06%	2,67	16,15%
Dev.std:	2,62	0,04	0,71%	0,38	0,64%

Tabella 12: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle OT alla densità relativa 30%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	125,44	6,17	18,48%	5,82	20,02%
Prova 2	111,68	5,55	17,30%	5,26	19,28%
Prova 3	117,12	6,04	18,25%	5,78	19,42%
Prova 4	116,09	6,05	16,41%	5,96	18,44%
Prova 5	123,40	5,96	17,64%	5,41	19,78%
Media:	118,75	5,95	17,62%	5,65	19,39%
Dev.std:	5,61	0,24	0,82%	0,30	0,61%

Tabella 13: Risultati delle prove di trazione sui provini composti da celle OT alla densità relativa 40%.

Prova	E [MPa]	σ_{\max} [MPa]	Allungamento alla σ_{\max} %	σ_R [MPa]	Allungamento a rottura %
Prova 1	232,70	9,21	15,62%	8,65	19,71%
Prova 2	231,23	9,63	17,03%	8,69	19,20%
Prova 3	221,64	9,45	15,76%	9,00	18,09%
Prova 4	199,41	8,67	15,04%	7,98	16,88%
Prova 5	250,07	9,20	15,37%	8,93	16,88%
Media:	227,01	9,23	15,76%	8,65	18,15%
Dev.std:	18,52	0,36	0,76%	0,40	1,30%

Da tutte le prove eseguite sui provini è possibile diagrammare infine gli andamenti delle tensioni massime e di rottura al variare della densità relativa e anche degli allungamenti in corrispondenza della tensione massima e di rottura.

Nelle tabelle seguenti (Tabelle 14, 15, 16 e 17) si riassumono i valori che permettono di costruire i grafici rappresentanti tali andamenti; si osservi che si sono ricavati anche tutti i valori rapportati al corrispondente valore medio del materiale di base (presenti in Tabella 1).

Tabella 14: Valori delle sollecitazioni massime raggiunte, per le varie celle, al variare della densità relativa.

Cella	Densità relativa	Dev.std	σ_{max} [MPa]	Dev.std	$\sigma_{max}/\sigma_{max0}$	Dev.std
CS	22,4%	0,1%	3,52	0,08	0,0743	0,0017
	32,6%	0,3%	5,89	0,10	0,1245	0,0022
	42,6%	0,7%	8,57	0,35	0,1812	0,0074
CCCR	24,1%	1,0%	2,73	0,04	0,0577	0,0008
	34,2%	0,8%	5,22	0,14	0,1104	0,0030
	44,4%	1,3%	8,53	0,21	0,1803	0,0045
GAM	22,8%	1,3%	1,65	0,06	0,0349	0,0012
	34,4%	1,0%	2,89	0,04	0,0610	0,0008
	45,2%	0,8%	4,39	0,07	0,0928	0,0014
OT	24,1%	1,0%	3,25	0,04	0,0688	0,0008
	35,2%	0,7%	5,95	0,24	0,1259	0,0050
	46,1%	1,7%	9,23	0,36	0,1952	0,0076

Tabella 15: Valori degli allungamenti in corrispondenza delle tensioni massime, per le varie celle, al variare della densità relativa.

Cella	Densità relativa	Dev.std	All_ σ_{max} %	Dev.std	All_ $\sigma_{max}/$ All_ σ_{max0}	Dev.std
CS	22,4%	0,1%	12,30%	0,58%	0,8451	0,0398
	32,6%	0,3%	11,71%	0,31%	0,8040	0,0214
	42,6%	0,7%	10,21%	0,38%	0,7012	0,0263
CCCR	24,1%	1,0%	11,27%	1,90%	0,7743	0,1304
	34,2%	0,8%	11,85%	1,12%	0,8139	0,0766
	44,4%	1,3%	12,19%	0,52%	0,8375	0,0359
GAM	22,8%	1,3%	4,61%	0,16%	0,3168	0,0113
	34,4%	1,0%	4,34%	0,15%	0,2979	0,0104
	45,2%	0,8%	3,83%	0,15%	0,2633	0,0106
OT	24,1%	1,0%	14,06%	0,71%	0,9658	0,0486
	35,2%	0,7%	17,62%	0,82%	1,2099	0,0565
	46,1%	1,7%	15,76%	0,76%	1,0827	0,0521

Tabella 16: Valori delle tensioni di rottura, per le varie celle, al variare della densità relativa.

Cella	Densità relativa	Dev.std	σ_R [MPa]	Dev.std	σ_R/σ_{R0}	Dev.std
CS	22,4%	0,1%	3,32	0,17	0,0782	0,0039
	32,6%	0,3%	5,48	0,12	0,1290	0,0028
	42,6%	0,7%	8,11	0,29	0,1910	0,0069
CCCR	24,1%	1,0%	1,99	0,18	0,0469	0,0041
	34,2%	0,8%	3,56	0,52	0,0839	0,0123
	44,4%	1,3%	7,13	0,36	0,1679	0,0084
GAM	22,8%	1,3%	1,52	0,07	0,0359	0,0016
	34,4%	1,0%	2,76	0,07	0,0650	0,0016
	45,2%	0,8%	4,27	0,04	0,1005	0,0010
OT	24,1%	1,0%	2,67	0,38	0,0630	0,0089
	35,2%	0,7%	5,65	0,30	0,1329	0,0070
	46,1%	1,7%	8,65	0,40	0,2037	0,0095

Tabella 17: Valori degli allungamenti a rottura, per le varie celle, al variare della densità relativa.

Cella	Densità relativa	Dev.std	All_R %	Dev.std	All_R/All_{R0}	Dev.std
CS	22,4%	0,1%	16,01%	0,87%	0,5510	0,0298
	32,6%	0,3%	17,16%	0,82%	0,5906	0,0284
	42,6%	0,7%	15,14%	0,72%	0,5211	0,0249
CCCR	24,1%	1,0%	15,78%	1,04%	0,5430	0,0358
	34,2%	0,8%	15,96%	2,06%	0,5491	0,0709
	44,4%	1,3%	14,99%	0,15%	0,5160	0,0052
GAM	22,8%	1,3%	6,51%	0,26%	0,2240	0,0088
	34,4%	1,0%	5,84%	0,67%	0,2009	0,0230
	45,2%	0,8%	4,92%	0,27%	0,1693	0,0092
OT	24,1%	1,0%	16,15%	0,64%	0,5557	0,0222
	35,2%	0,7%	19,39%	0,61%	0,6672	0,0208
	46,1%	1,7%	18,15%	1,30%	0,6246	0,0448

Da questi risultati si possono dunque determinare i grafici diagrammanti gli andamenti al variare della densità relativa (Figure 68, 69, 70 e 71). Questi risultano di fondamentale importanza per la conoscenza dei limiti sulle tensioni e sugli allungamenti da imporre in fase di progettazione per le varie celle, a determinate densità relative.

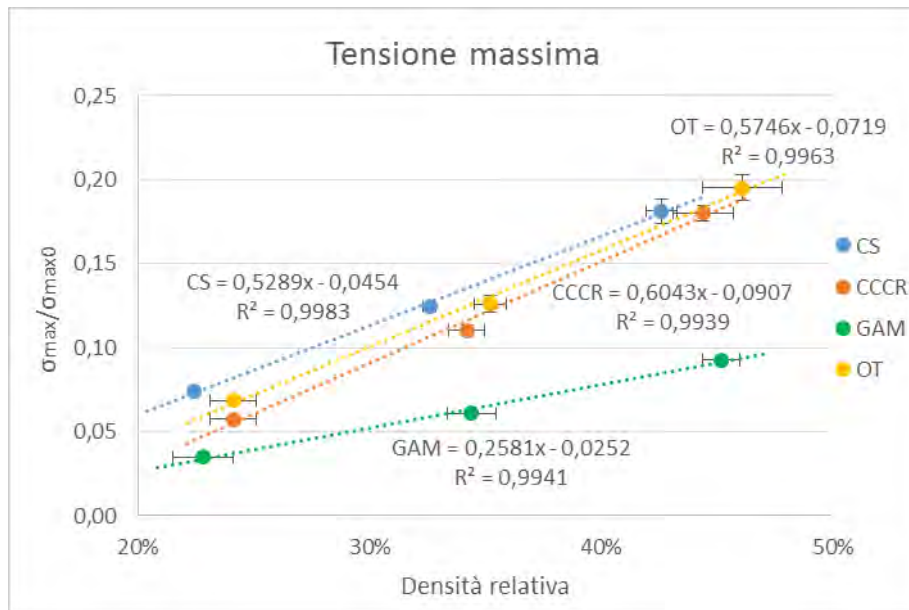


Figura 68: Andamento della sollecitazione massima raggiunta al variare della densità relativa per le varie celle

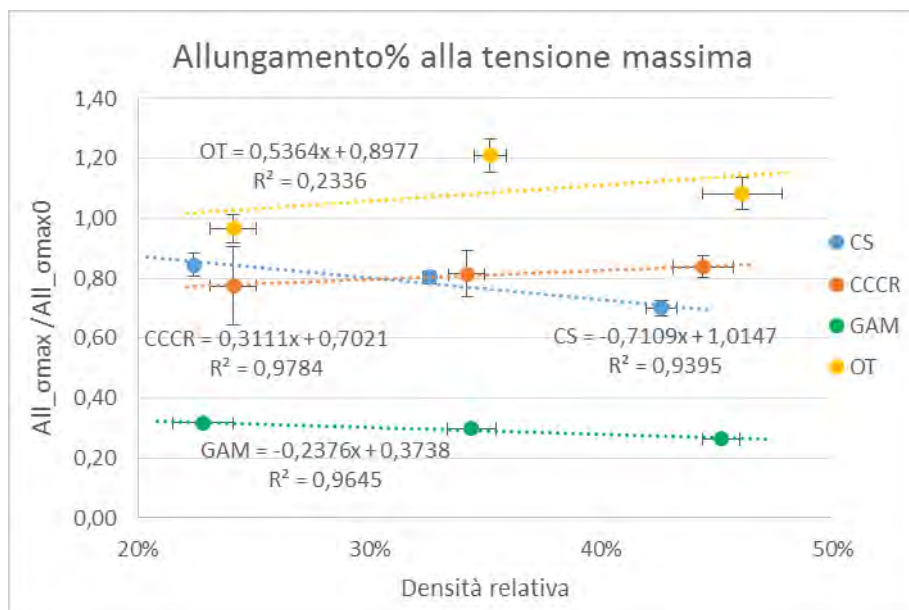


Figura 69: Andamento dell'allungamento percentuale in corrispondenza della sollecitazione massima al variare della densità relativa per le varie celle

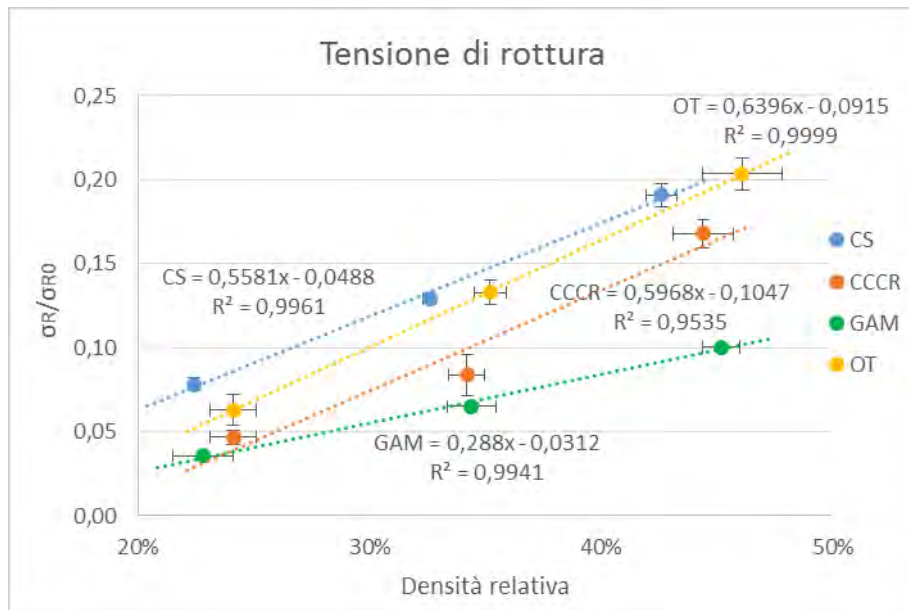


Figura 70: Andamento della tensione di rottura al variare della densità relativa per le varie celle

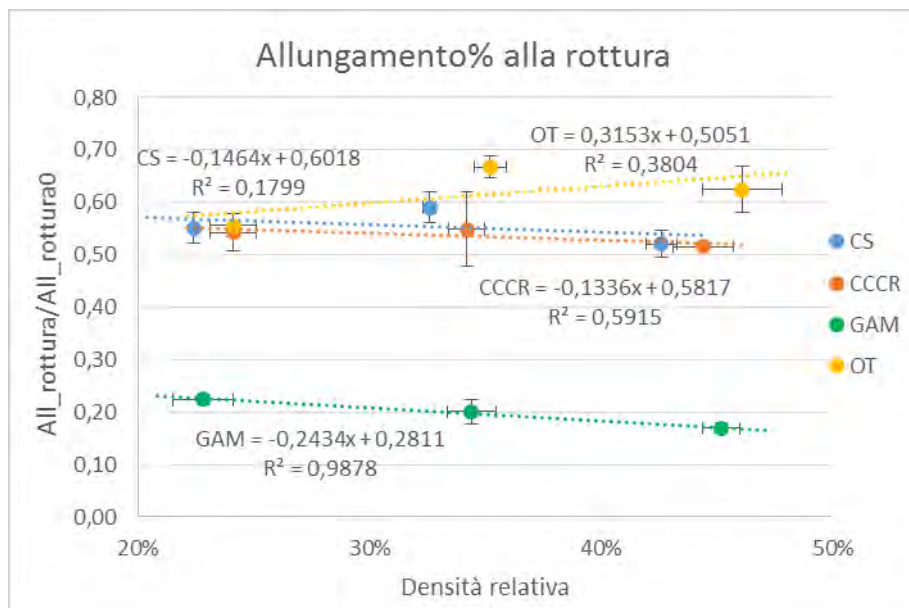


Figura 71: Andamento dell'allungamento percentuale a rottura al variare della densità relativa per le varie celle

Bibliografia

1. I. Gibson, D.W. Rosen, B. Stucker, *Additive Manufacturing Technologies*, chapters 1-5, 2010.
2. P.J. Bartolo et al., *Advanced processes to fabricate scaffolds for tissue engineering*, *Virtual Prototyping & Bio Manufacturing in Medical Applications*, chapter 8, 2008.
3. B. Caulfield, P.E. McHugh, S. Lohfeld, *Dependence of mechanical properties of polyamide components on build parameters in the SLS process*, *Journal of Materials Processing Technology* 182, 477-488, 2007.
4. B. Vandenbroucke and J.P. Kruth, *Selective laser melting of biocompatible metals for rapid manufacturing of medical parts*, *Rapid Prototyping Journal*, volume 13, number 4, pages 196-203, 2007.
5. J. Wieding, R. Souffrant, W. Mittelmeier, R. Bader, *Finite element analysis on the biomechanical stability of open porous titanium*, *Medical Engineering & Physics*, 2012.
6. J. Parthasarathy et al., *A design for additive manufacture of functionally graded porous structures with tailored mechanical properties for biomedical applications*, *Journal of Manufacturing Processes* 13 (2011) 160-170.
7. N. Chantarapanich et al., *Scaffold library for tissue engineering: a geometric evaluation*, *Computational and Mathematical Methods in Medicine*, 2012.
8. S.M. Giannitelli et al., *Current trends in the design of scaffolds for computer-aided tissue engineering*, *Acta Biomaterialia* 10 (2014) 580-594.
9. <http://www.fondazionefirmo.com>.
10. J. Stampfl, M.M. Seyr, M.H. Luxner, H.E. Pettermann, A. Woesz, P. Fratzl, *Regular, low density cellular structures - rapid prototyping, numerical simulation, mechanical testing*, *MRS Proceedings* 2004.
11. A.P. Roberts, E.J. Garboczi, *Elastic properties of model random three-dimensional open-cell solids*, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 50 (2002) pages 33-55.
12. V.S. Deshpande, N.A. Fleck, M.F. Ashby, *Effective properties of the octet-truss lattice material*, *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 49 (2001) pages 1747-1769.
13. J.C. Wallach, L.J. Gibson, *Mechanical behavior of a three-dimensional truss material*, *International Journal of Solids and Structures* 38 (2001) 7181-7196.
14. A. Cerardi et al., *Mechanical characterization of polyamide cellular structures fabricated using selective laser sintering technologies*, *Materials and Design* 46 (2013) 910-915.
15. L. Simoni, *Scienza delle costruzioni*, II edizione, Padova, 1998, cap. 5.
16. A. Amado-Becker, J. Ramos-Grez et al., *Elastic tensor stiffness coefficients for SLS Nylon 12 under different degrees of densification as measured by ultrasonic technique*, *Rapid Prototyping Journal*, volume 14, number 5, pages 260-270, 2008.
17. M.M. Mehrabadi, S.C. Cowin, *Eigentensors of linear anisotropic elastic materials*, Department of Mechanical Engineering, Tulane University, New Orleans, Louisiana, 1989.
18. B.D. Agarwal, L.J. Broutman, *Analysis and performance of fiber composites*, II edition, Wiley-Interscience, New York, 1980 cap. 5, 9, appendixes 2.
19. G. Meneghetti, M. Manzolaro, M. Quaresimin, *Introduction to the static structural analysis with ANSYS® numerical code*, Padova, 2013.

20. *ASTM E143-01, Standard Test Method for Shear Modulus at Room Temperature, ASTM International, West Conshohocken, PA, 2001, <http://www.astm.org>.*
21. *L. Simoni, Scienza delle costruzioni, II edizione, Padova, 1998, pages 355-356.*
22. *BS EN ISO 527-1:2012: Plastics - Determination of tensile properties - Part 1: General principles.*
23. *BS EN ISO 527-2:2012: Plastics - Determination of tensile properties - Part 2: Test conditions for moulding and extrusion plastics.*

Ringraziamenti

Si ringrazia l'azienda 3Dfast Srl per la collaborazione in fase di realizzazione dei provini.

Si ringraziano i Proff. Roberto Meneghello e Gianpaolo Savio per la disponibilità, per le indicazioni fornitemi e per il supporto durante lo svolgimento dell'attività di tesi.

Si ringraziano i componenti del *Laboratorio di Disegno e Metodi dell'Ingegneria Industriale* per la collaborazione.