

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA
DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE
CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA DELL'INFORMAZIONE

Analisi markoviana del ritardo di consegna in reti veicolari a connessione intermittente

Laureanda:
MARIA SCALABRIN

Relatore:
LEONARDO BADIA

Anno Accademico 2012/2013

Indice

1	Introduzione	7
1.1	Vehicular Networks	7
1.2	Contributo della tesi	10
2	Related Work	13
3	Descrizione del modello	17
3.1	Modello di transizione dei veicoli	17
3.2	Modello di transizione dei pacchetti	21
3.3	Modello finale	22
3.4	Calcolo delle metriche	30
3.4.1	Queueing delay	30
3.4.2	Delivery delay	32
4	Risultati	33
5	Conclusioni	41
	Bibliografia	43

Abstract

Nell'ambito delle moderne telecomunicazioni numerosi sono gli studi riguardanti l'efficienza dei sistemi di trasmissione a pacchetto. Questa tesi si ispira a uno scenario particolare di Vehicular Network, rete che utilizza come nodi veicoli dotati di tecnologie di comunicazione wireless a medio raggio, e propone un modello matematico che riproduce il comportamento di uno schema di trasmissione a pacchetto. Tale schema prevede che il pacchetto presente nel buffer di una Stationary Roadside Unit venga trasmesso a un veicolo avente una velocità costante e portato a destinazione dal veicolo stesso. Il pacchetto non viene tuttavia definitivamente consegnato fintanto che non sono recapitati a destinazione tutti i pacchetti trasmessi precedentemente e affidati eventualmente a veicoli più lenti. Il modello matematico si avvale del principio delle catene di Markov e deriva le metriche di interesse nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti e nel caso in cui le stesse velocità siano invece tra loro correlate. In particolare viene valutato il ritardo del pacchetto, ovvero il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema.

Capitolo 1

Introduzione

1.1 Vehicular Networks

Una Mobile Ad-hoc NETWORK (MANET) è definita come un sistema autonomo di terminali mobili, connessi mediante collegamenti di tipo wireless, che si uniscono a formare un grafo di forma arbitraria [1]. Tali terminali possono essere liberi di muoversi indipendentemente in ogni direzione e di auto-organizzarsi, sebbene la topologia wireless vari rapidamente e in modo imprevedibile. I nodi del sistema possono collaborare allo scopo di instradare i pacchetti da un nodo sorgente a un nodo destinazione secondo una modalità di tipo multi-hop [2]. Come sottolinea il termine stesso, le reti Ad-hoc vengono costruite all'occorrenza e utilizzate in ambienti estremamente dinamici, dal momento che non necessitano di un'infrastruttura predefinita. La considerevole crescita della comunicazione wireless e della tecnologia mobile ha reso le MANETs un importante campo di ricerca fino dalla metà degli anni 90 [3]. Tra i numerosi protocolli di instradamento per MANETs vi sono: Ad hoc On-demand Distance Vector (AODV) [4], Dynamic Source Routing (DSR) [5], Better Approach To Mobile Ad-hoc Networking (BATMAN) [6], Optimized Link State Routing (OLSR) [7]. In particolare, il MANET Working Group [8] sta attualmente lavorando a due protocolli: il Reactive MANET Protocol (RMP) e il Proactive MANET Protocol (PMP).

Un caso particolare di MANETs sono le Vehicular Ad-hoc Networks (VANETs), reti che utilizzano come nodi veicoli dotati di tecnologie di comunicazione wireless a medio raggio (Figura 1.1) [9]. Si parla di On Board Units

(OBUs) installate all'interno dei veicoli stessi. Le VANETs si caratterizzano principalmente per l'elevata velocità di spostamento dei nodi e di conseguenza per il rapido mutamento della topologia della rete [9]. La connessione tra i nodi della rete può quindi interrompersi di frequente. La comunicazione wireless può essere limitata tra due o più veicoli oppure può coinvolgere unità fisse posizionate sul bordo della strada (Stationary Roadside Units). Nel primo caso si parla di comunicazione vehicle-to-vehicle (V2V), nel secondo caso si parla di comunicazione vehicle-to-infrastructure (V2I). Una VANET può quindi essere una rete peer-to-peer (P2P), nel senso che può permettere una comunicazione diretta tra due qualsiasi nodi. Se non è previsto un collegamento diretto, i nodi della rete possono collaborare tra loro con un routing di tipo multihop [10]. In particolare, le SRUs possono trasmettere informazioni a tutti i veicoli circostanti, estendere la rete inoltrando le stesse informazioni ai veicoli che sopraggiungono in un secondo momento, cooperare eventualmente con le altre stazioni SRU, fornire connettività Internet alle OBUs [9].

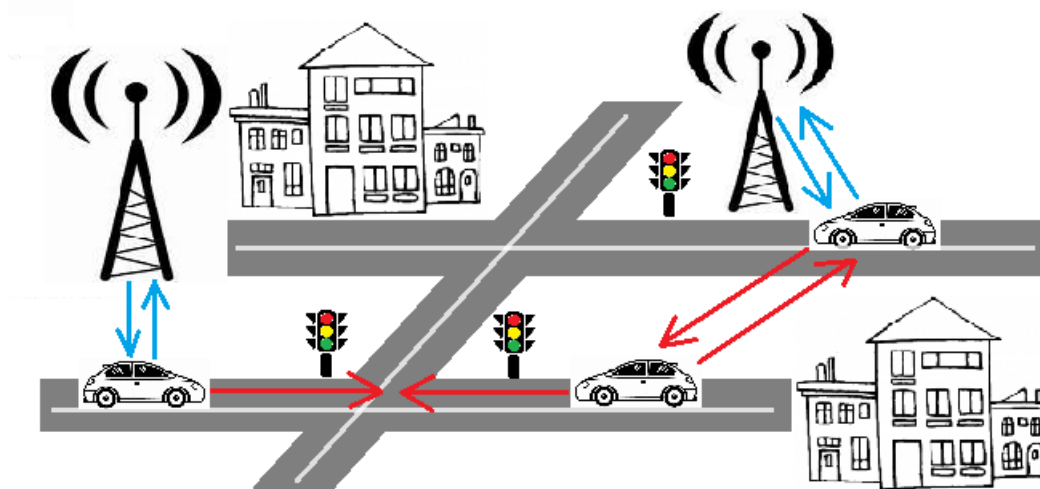


Figura 1.1: Vehicular Network

Le SRUs e le OBUs sono idealmente in grado di trasmettere il segnale uniformemente in ogni direzione dello spazio. Se P_{Tx} è la potenza del segnale trasmesso da un'antenna sorgente omnidirezionale, a distanza d la densità di potenza è data da $\Phi_0 = \frac{P_{Tx}}{4\pi d^\alpha}$, dove il valore di α dipende dal tipo di ambiente considerato [11]. La densità di potenza decresce con l'aumentare della distanza dall'antenna sorgente. L'attenuazione del canale radio cresce quindi con l'au-

mentare della distanza dall'antenna sorgente. Generalmente quello che si vuole calcolare è il signal-to-noise ratio (SNR), ovvero il rapporto tra la potenza del segnale di interesse e la potenza del rumore. A una crescita dell'attenuazione del canale corrisponde una decrescita del SNR [11]. Le SRUs e le OBU possono quindi trasmettere e ricevere il segnale con una potenza ragionevole solo all'interno di un determinato *raggio di copertura*. Nel seguito della tesi si parlerà di trasmissione e ricezione della stazione SRU come di un'astrazione di tale concetto.

Nelle VANETs può essere vantaggioso definire opportuni meccanismi di localizzazione, allo scopo di individuare la direzione verso cui instradare i pacchetti. In una rete di questo tipo i veicoli possono avere una buona conoscenza del territorio circostante e della propria posizione geografica [9], ad esempio attraverso l'uso di Global Positioning Systems (GPS) [12] e di mappe dettagliate. I movimenti dei veicoli sono infatti strutturati e vincolati alla rete viaria.

Se efficientemente implementata, la tecnologia VANET può diventare uno strumento molto utile. Tra le applicazioni della comunicazione veicolare vi sono [13]:

- segnalare situazioni di pericolo imminente in caso di incidenti stradali attraverso la diffusione di messaggi di avvertimento
- monitorare e quindi gestire il flusso veicolare, ad esempio garantendo una risposta in tempo reale alle congestioni
- saper indicare l'attuale velocità media di un determinato percorso stradale
- saper consigliare percorsi alternativi al fine di ottimizzare i costi in termini di tempo e denaro
- fornire connettività Internet ai veicoli

Minimizzare il ritardo di trasmissione diventa quindi una priorità della rete.

Le Vehicular Networks si collocano all'interno di un contesto più ampio, noto come Intelligent Transportation System (ITS) [14]. L'ITS nasce dalla necessità e volontà di gestire i problemi causati dalla congestione del traffico

attraverso una collaborazione tra le nuove tecniche informatiche per la simulazione e il controllo in tempo reale. Le comunicazioni wireless in ambienti veicolari devono poter collegare tra loro [9]:

- SRUs distanti fino a 1000 m l'una dall'altra
- SRUs e veicoli che si muovono a velocità variabili
- veicoli e veicoli che si muovono a velocità anche elevate (fino a 200 km/h)

Per questi sistemi sono necessari quindi requisiti specifici. Le comunicazioni a corto raggio possono essere effettuate utilizzando lo standard Dedicated Short Range Communications (DSRC). In generale, per le comunicazioni interveicolari sono definiti i protocolli IEEE 802.11p e la famiglia degli standard IEEE 1609, conosciuti come Wireless Access in Vehicular Environments (WAVE) [9]. Per le comunicazioni in spazi più ampi è stato invece proposto l'uso di tecnologie wireless proprie di reti cellulari e satellitari [9].

1.2 Contributo della tesi

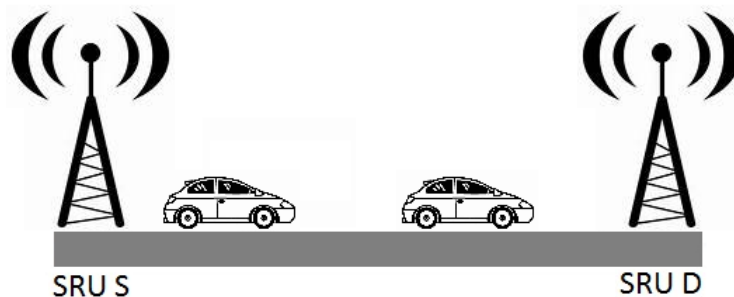


Figura 1.2: Schema di trasmissione

Questa tesi si basa in particolare su uno schema di commutazione a pacchetto applicato allo scenario di Figura 1.2. Nello specifico, si deriva un modello matematico di transizione dei veicoli che si avvale del principio delle catene di Markov. Il modello viene poi implementato tramite Matlab [15] al fine di derivare in modo esatto le metriche di interesse nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti e nel caso in cui le stesse velocità siano invece tra loro correlate. In particolare, quello che si vuole ricavare è il ritardo

totale del pacchetto, ovvero il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema, dall'istante di arrivo nel buffer della SRU all'istante in cui viene consegnato a destinazione dal veicolo.

Trattandosi di una rete di trasmissione a pacchetto, si prevede che il pacchetto costituito da un'opportuna sequenza di bit sia la più piccola unità di informazione. Si assuma che il pacchetto arrivi nel sistema e venga accodato in un buffer. Il pacchetto viene trasmesso da una SRU sorgente (S), fisicamente trasportato da un veicolo dotato di tecnologia OBU e ricevuto infine da una SRU di destinazione (D). Le due infrastrutture sono poste a distanza d_{SD} . Si assuma che non ci sia alcuna comunicazione tra i veicoli, di conseguenza le uniche due forme di trasmissione sono quelle tra la SRU S e il veicolo e tra il veicolo stesso e la SRU D. Si assuma inoltre che due veicoli non entrino contemporaneamente nel *raggio di copertura* della SRU S. Per questa specifica analisi non vengono prese in considerazione collisioni tra pacchetti e ritrasmissioni. Si trascurino inoltre errori su pacchetti e perdite di pacchetti. La SRU S prevede allora un unico buffer in cui vengono accodati i pacchetti a seconda del loro ordine di arrivo. Secondo una politica di servizio di tipo First-In-First-Out (FIFO), la SRU S rilascia al veicolo disponibile il pacchetto in testa al buffer. Si assuma che il veicolo mantenga una velocità costante lungo la tratta d_{SD} . Una volta trasmesso, il pacchetto giunge quindi alla SRU D in un tempo inversamente proporzionale alla velocità del veicolo. Il pacchetto non viene tuttavia definitivamente consegnato fintanto che non sono recapitati a destinazione tutti i pacchetti di indice inferiore, ovvero tutti i pacchetti trasmessi precedentemente e affidati eventualmente a veicoli più lenti. Solo in questo caso si ha una consegna ordinata dei pacchetti.

La tesi si articola come di seguito specificato. Il capitolo 2 presenta il contesto in cui si colloca questo lavoro discutendo lo stato dell'arte. Il capitolo 3 descrive quello che è propriamente il contributo innovativo della tesi. Vengono quindi presentati separatamente lo schema di transizione dei veicoli e lo schema di transizione dei pacchetti nel buffer della SRU S, prima di essere implementati nel modello finale. Nel capitolo 4 vengono discussi i risultati numerici e valutate le metriche di interesse derivate dalle simulazioni. Il capitolo 5 conclude la tesi con qualche riflessione e spunto per sviluppi futuri.

Capitolo 2

Related Work

Nel corso dell'ultimo decennio l'interesse nei confronti delle Vehicular Networks ha subito un sostanziale incremento. Numerosi sono gli studi riguardanti la comunicazione di tipo V2V e di tipo V2I, altri lavori si focalizzano invece sulla possibilità di collegare tra loro due SRUs. Un'esauriente panoramica di tali protocolli di comunicazione viene presentata in [16] nel contesto delle Vehicular Delay-Tolerant Networks (VDTNs), ovvero Vehicular Networks in cui la connettività non sempre è garantita. Una VDTN è infatti caratterizzata da ampi ritardi di trasmissione, periodi di perdita della connessione di durata notevole, elevati tassi di errore e forte asimmetria di trasmissione dei dati nelle due direzioni. In particolare, in [16] vengono introdotti il KioskNet Project [17], il DieselNet Project [18], il VDTN Project [19], il Environmental Monitoring in Metropolitan Areas (EMMA) Project [20], il Drive-Thru Internet Project [21], il Command and Control, On-the-Move, Network, Digital, Over-the-horizon Relay (CONDOR) Project [22].

In [23] viene preso in considerazione uno scenario particolare di Vehicular Intermittently Connected Network (VICN). Lo schema di trasmissione è simile a quello di Figura 1.2: il pacchetto viene trasmesso da una SRU sorgente isolata, fisicamente trasportato da un veicolo dotato di apposita tecnologia e ricevuto infine da una SRU di destinazione prossima a un'area metropolitana e avente quindi accesso alla rete Internet. L'analisi prevede che il pacchetto possa essere ritrasmesso dalla SRU sorgente a un veicolo avente una velocità tale da portare a destinazione il pacchetto stesso in un tempo precedente a quello previsto dalla prima trasmissione. Si assume infatti che la SRU sorgente possa

tenere copia del pacchetto trasmesso in un Virtual Space (VS). Il modello proposto prende il nome di Delay-Aware Data Delivery (DADD) e valuta il minimo ritardo di consegna del pacchetto basandosi sui meccanismi tipici dei sistemi di trasmissione e ritrasmissione [24][25][26].

In particolare, in [25] viene preso in considerazione uno schema di trasmissione Selective Repeat Automatic Retransmission reQuest (SR ARQ) con feedback non istantaneo, ovvero con *round-trip time* molto maggiore del tempo di trasmissione del pacchetto. Il modello proposto nell'articolo si avvale del principio delle catene di Markov analogamente a quanto fa il modello proposto nel capitolo 3 di questa tesi, e deriva le metriche di interesse al variare del tasso e della correlazione di arrivo dei pacchetti nel buffer del nodo trasmittente e al variare della correlazione di errore sul canale.

Lo stesso modello si ripresenta in [26]. In questo caso viene studiato l'impatto di un *round-trip time* variabile sul ritardo di accodamento e sul ritardo di consegna in uno schema di trasmissione SR ARQ. L'analisi prevede di caratterizzare lo stato della catena di Markov e ricavare la matrice di transizione del sistema $\mathbf{T}(\lambda)$, dove λ è la probabilità che un pacchetto arrivi nel sistema in un determinato slot temporale (λ è il parametro di una distribuzione di Bernoulli). Successivamente viene calcolato il vettore delle probabilità stazionarie, ovvero il vettore $\boldsymbol{\sigma}$ tale per cui $\boldsymbol{\sigma} = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{T}(\lambda)$. A partire dalla matrice di transizione del sistema e dal vettore delle probabilità stazionarie si ricavano infine le metriche di interesse, ovvero il ritardo di accodamento τ_Q e il ritardo globale τ_G . Il ritardo di consegna del pacchetto è dato da $\tau_D = \tau_G - \tau_Q$.

Uno scenario simile a quello di Figura 1.2 viene proposto anche in [27]: si vuole trasferire un file di pacchetti a un nodo destinazione collocato al di fuori del *raggio di copertura* di un nodo sorgente. Si assume che le uniche due forme di comunicazione previste siano quelle tra il nodo sorgente e il veicolo e tra il veicolo stesso e il nodo destinazione. Lo scopo dell'analisi è quello di minimizzare il ritardo di consegna di un file di pacchetti nel caso in cui la dimensione del file sia finita e nel caso in cui la dimensione del file sia infinita, ovvero nel caso in cui il nodo sorgente abbia un numero infinito di pacchetti da comunicare al nodo destinazione. La soluzione ottimale tiene conto del ritardo medio di accodamento dei pacchetti nel buffer del nodo sorgente e del ritardo medio di percorrenza della tratta stradale. Gli autori dell'articolo assumono tuttavia di avere una completa conoscenza *a priori* della velocità del veicolo

in arrivo nel sistema e del suo tempo di percorrenza della tratta stradale.

In [28] viene presa in considerazione una Vehicular Network scarsamente trafficata (in particolare si parla di low-density Vehicular Network). Lo scenario a cui si riferiscono gli autori è quello di una tratta stradale in cui la densità dei veicoli, definita come il numero medio di veicoli per unità di lunghezza della tratta, è sufficientemente bassa e tale da non garantire una connettività di tipo V2V o di tipo V2I. Si assume che la densità dei veicoli sia costante, ovvero il numero medio di veicoli che abbandonano il segmento stradale considerato è pari al numero medio di veicoli che entrano nel segmento stradale considerato. Attraverso un routing di tipo multihop si vuole ottenere una distanza ottima tra SRUs, ovvero una distanza tale da limitare stocasticamente il caso di peggiore ritardo di consegna del pacchetto. Gli autori dell'articolo studiano inoltre come si modifichi il ritardo di consegna del pacchetto al variare della densità dei veicoli e al variare della velocità dei veicoli.

Una rete costituita da nodi mobili può soffrire di connessioni frequentemente interrotte. In [29] si prevede allora la possibilità di migliorare l'efficienza della Vehicular Network introducendo infrastrutture ausiliarie quali *base stations*, *mesh networks* e *relays*. Gli autori dell'articolo presentano nel dettaglio le tre infrastrutture con particolare riguardo al trade-off tra costo di installazione e performance, proponendo quindi alcune soluzioni. In primo luogo, se il ritardo medio di consegna del pacchetto in una rete veicolare può essere ridotto di un fattore 2 introducendo x *base stations*, lo stesso risultato richiede $3x$ *mesh nodes* o $5x$ *relays*. Dato l'elevato costo di installazione di una *base station*, *mesh nodes* e *relays* possono costituire una valida alternativa. In secondo luogo, gli autori notano come dal punto di vista della performance della rete l'introduzione di una piccola quantità di infrastrutture sia enormemente più vantaggiosa rispetto all'introduzione di una grande quantità di nodi mobili, capaci di comunicare l'uno con l'altro ma soggetti a connessioni frequentemente interrotte e, di conseguenza, a elevati ritardi di consegna del pacchetto.

Capitolo 3

Descrizione del modello

3.1 Modello di transizione dei veicoli

In Tabella 3.1 sono riportati i parametri usati nella descrizione del modello. Per l'analisi che segue il tempo è discretizzato in slots, ciascuno di lunghezza τ secondi (s). Si assuma che gli eventi possano accadere solo al termine di uno di questi slot. Sia K_v il numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due veicoli consecutivi. K_v è una variabile geometricamente distribuita [30], con distribuzione data da

$$f_{K_v}(q) = q(1 - q)^k, \quad k \geq 0 \quad (3.1)$$

dove $q = \mu\tau$ è la probabilità che un veicolo arrivi alla fine di uno slot e μ è il tasso di arrivo dei veicoli (*veicoli/s*).

Analogamente, sia K_b il numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due pacchetti consecutivi nel buffer della SRU S. K_b è una variabile geometricamente distribuita [30], con distribuzione data da

$$f_{K_b}(p) = p(1 - p)^k, \quad k \geq 0 \quad (3.2)$$

dove $p = \lambda\tau$ è la probabilità che un pacchetto arrivi nel buffer della SRU S alla fine di uno slot e λ è il tasso di arrivo dei pacchetti (*pacchetti/s*).

Si consideri inizialmente il caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti. Si assuma che i possibili valori di velocità nell'intervallo $[V_{min}; V_{max}]$ seguano da una distribuzione gaussiana troncata avente media \bar{V} e deviazione standard σ_V . Si assuma che i veicoli mantengano la velocità costan-

τ	lunghezza di uno slot (s)
K_v	numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due veicoli consecutivi
K_b	numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due pacchetti consecutivi
$f_{K_v}(q)$	distribuzione geometrica di K_v di parametro q
$f_{K_b}(p)$	distribuzione geometrica di K_b di parametro p
q	probabilità che un veicolo arrivi alla fine di uno slot
p	probabilità che un pacchetto arrivi alla fine di uno slot
μ	tasso di arrivo dei veicoli nel sistema (<i>veicoli/s</i>)
λ	tasso di arrivo dei pacchetti nel buffer della SRU S (<i>pacchetti/s</i>)
d_{SD}	lunghezza della tratta che separa la SRU S dalla SRU D (m)
\bar{V}	media della distribuzione della velocità dei veicoli (m/s)
σ_V	deviazione standard della distribuzione della velocità dei veicoli (m/s)
v	velocità assunta dal veicolo (m/s)
\bar{t}	tempo impiegato dal veicolo nel percorrere d_{SD} (s)
T	numero di slots impiegati dal veicolo nel percorrere d_{SD}
p_T	probabilità che il veicolo impieghi un numero di slots T
V_{min}	velocità minima assunta da un veicolo (m/s)
V_{max}	velocità massima assunta da un veicolo (m/s)
\bar{t}_{min}	tempo minimo impiegato da un veicolo nel percorrere d_{SD} (s)
\bar{t}_{max}	tempo massimo impiegato da un veicolo nel percorrere d_{SD} (s)
T_{min}	minimo numero di slots impiegati nel percorrere d_{SD}
T_{max}	massimo numero di slots impiegati nel percorrere d_{SD}
$X(t)$	stato della catena di Markov al tempo t
$m(t)$	numero di veicoli effettivamente presenti nel sistema al tempo t
$w(t)$	numero di pacchetti nel buffer della SRU S al tempo t
$\mathbf{v}(t)$	vettore dei tempi di percorrenza dei veicoli nel sistema al tempo t
N_{max}	numero massimo di veicoli nel sistema
Q_{max}	numero massimo di pacchetti nel buffer della SRU S
I	numero di stati del modello di transizione dei veicoli
\mathbf{V}	matrice di transizione dei veicoli
N	numero di stati del modello finale
\mathbf{T}	matrice di transizione finale
r	probabilità di ripetizione tra i tempi di trasmissione
$c(t)$	variabile di correlazione tra i tempi di trasmissione
\mathbf{P}	matrice di correlazione tra i tempi di trasmissione

Tabella 3.1: Parametri del modello

te lungo la tratta d_{SD} . Il tempo di percorrenza del veicolo avente velocità v è quindi dato da $\bar{t} = \frac{d_{SD}}{v}$. Avendo tuttavia discretizzato l'asse temporale si consideri il tempo di percorrenza $T = \lceil \frac{\bar{t}}{\tau} \rceil$, ovvero il numero di slots di lunghezza τ impiegati dal veicolo per portare alla SRU D il pacchetto trasmesso dalla SRU S. Il tempo di percorrenza T assume valori interi nell'intervallo $[T_{min}; T_{max}]$, dove $T_{min} = \lceil \frac{\bar{t}_{min}}{\tau} \rceil = \lceil \frac{d_{SD}}{V_{max}\tau} \rceil$ e $T_{max} = \lceil \frac{\bar{t}_{max}}{\tau} \rceil = \lceil \frac{d_{SD}}{V_{min}\tau} \rceil$. Al veicolo che con probabilità q entra nel *raggio di copertura* della SRU S corrisponde quindi una velocità v costante e un tempo di percorrenza T misurato in slots. Va sottolineato come il fatto che la velocità abbia distribuzione gaussiana non implichi che anche il tempo di percorrenza abbia distribuzione gaussiana. In questo senso, l'analisi qui riportata è diversa da quella riportata in [26].

Sia p_T la probabilità che il veicolo impieghi un numero di slot T nel percorrere la tratta d_{SD} . Per ricavare p_T si suddivide l'intervallo $[V_{min}; V_{max}]$ in $T_{max} - T_{min} + 1$ sottointervalli, ciascuno relativo a un tempo di percorrenza T , e si integri la distribuzione gaussiana della velocità sul sottointervallo corrispondente. Il tempo di percorrenza risulta avere quindi distribuzione discreta. Nel caso in cui le velocità dei veicoli e quindi i tempi di percorrenza della tratta d_{SD} siano tra loro indipendenti, al veicolo avente velocità v corrisponde il tempo di percorrenza T con probabilità qp_T . Nel seguito della tesi si assuma $T_{min}=1$, il che è ragionevole per un'opportuna scelta di V_{max} (infatti $T_{min} = \lceil \frac{\bar{t}_{min}}{\tau} \rceil = \lceil \frac{d_{SD}}{V_{max}\tau} \rceil$). Si assuma inoltre che con tempo di percorrenza $T = 0$ non arrivi alcun veicolo nel sistema, il che accade con probabilità $1 - q$.

Il modello del traffico veicolare è descritto da una Discrete Time Markov Chain (DTMC), le cui transizioni sono in corrispondenza con gli slots di lunghezza τ [31]. Alla base della DTMC vi è l'idea che la probabilità di transizione che determina il passaggio a uno stato di sistema dipenda unicamente dallo stato di sistema immediatamente precedente e non da come si è giunti in tale stato. È la cosiddetta proprietà di Markov o condizione di assenza di memoria [11]. Formalmente questo può essere scritto come

$$\begin{aligned} P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n, X(t_{n-1}) = x_{n-1}, \dots, X(t_0) = x_0) \\ = P(X(t_{n+1}) = x_{n+1} | X(t_n) = x_n) \end{aligned} \quad (3.3)$$

Si associ allo stato $X(t)$ della catena di Markov la sequenza dei tempi di percorrenza dei veicoli presenti nel sistema al tempo t , ovvero la sequenza dei tempi di percorrenza T a valori in $[0; T_{max}]$. Per ridurre la complessità

computazionale del modello è ragionevole tenere traccia di un numero limitato di veicoli, ovvero è ragionevole tenere traccia dei veicoli eventualmente arrivati nel sistema durante gli ultimi N_{max} slots. Le transizioni della DTMC sono in corrispondenza con gli slots di lunghezza τ . Di conseguenza, se per un veicolo appena arrivato nel sistema il tempo massimo di percorrenza è T_{max} , per un veicolo arrivato nel sistema da un tempo τ il tempo massimo di percorrenza è $T_{max} - 1$. In generale, per un veicolo arrivato nel sistema da un tempo $n\tau$ il tempo massimo di percorrenza è $T_{max} - n$, con $0 \leq n \leq N_{max} - 1$. Tenendo conto del tempo di percorrenza $T = 0$, in corrispondenza di un veicolo eventualmente arrivato nel sistema da un tempo $n\tau$ lo stato $X(t)$ della catena può assumere $T_{max} - n + 1$ valori. Il numero di stati del modello di transizione dei veicoli è quindi dato da $I = (T_{max} + 1)(T_{max}) \dots (T_{max} - N_{max} + 2)$. La matrice di transizione dei veicoli \mathbf{V} ha dimensione $I \times I$.

Per $N_{max}=4$ e $T_{max}=5$ il numero di stati del modello di transizione dei veicoli I è pari a 360 e la matrice di transizione dei veicoli \mathbf{V} conta 129600 elementi, ovvero 129600 transizioni tra stati. Una possibile situazione potrebbe essere la seguente:

- all'arrivo di un veicolo etichettato $T=5$ $X(t_0)=[0,0,0,5]$
- all'arrivo di un veicolo etichettato $T=2$ $X(t_1)=[0,0,4,2]$
- all'arrivo di un veicolo etichettato $T=3$ $X(t_2)=[0,3,1,3]$
- all'arrivo di un veicolo etichettato $T=4$ $X(t_3)=[2,0,2,4]$

Al crescere di N_{max} e T_{max} (e di conseguenza al crescere delle dimensioni della matrice di transizione dei veicoli \mathbf{V}) la capacità richiesta in termini di memoria computazionale aumenta notevolmente. È tuttavia possibile ridurre ulteriormente il numero di stati del modello di transizione dei veicoli I , notando ad esempio come lo stato $[2,0,2,4]$ sia dal punto di vista informativo equivalente allo stato $[0,2,2,4]$: nel sistema ci sono sempre tre veicoli distanti rispettivamente 2,2 e 4 slots dalla SRU D. Ragionando allora in termini di quanti veicoli $m(t)$ siano effettivamente presenti nel sistema al tempo t è possibile ridefinire lo stato $X(t)$ della DTMC nel seguente modo:

- se $m(t) = 0$ non ci sono veicoli nel sistema al tempo t , $X(t)$ assume il valore nullo

- se $m(t) = 1$ c'è un unico veicolo nel sistema al tempo t , $X(t)$ può assumere T_{max} valori
- se $m(t) = 2$ ci sono due veicoli nel sistema al tempo t , $X(t)$ può assumere $T_{max}(T_{max} - 1)$ valori
- al massimo, se $m(t) = N_{max}$ ci sono N_{max} veicoli nel sistema al tempo t , $X(t)$ può assumere $T_{max}(T_{max} - 1) \dots (T_{max} - N_{max} + 1)$ valori

Il numero di stati del modello di transizione dei veicoli è dato da

$$I = \sum_{m(t)=0}^{N_{max}} \prod_{i=1}^m (T_{max} + 1 - i) + 1 \quad (3.4)$$

Per $N_{max}=4$ e $T_{max}=5$ il numero di stati del modello di transizione dei veicoli I è pari a 206 e la matrice di transizione dei veicoli \mathbf{V} conta 42436 elementi, ovvero 42436 transizioni tra stati, contro i 129600 elementi del modello precedente.

3.2 Modello di transizione dei pacchetti

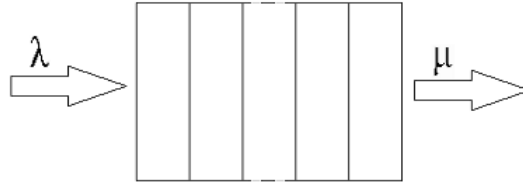


Figura 3.1: Modello di transizione dei pacchetti nel buffer della SRU S

Per ipotesi, il pacchetto che arriva nel buffer della SRU S è immediatamente disponibile a essere trasmesso. In altre parole, se il buffer della SRU S è vuoto il pacchetto viene trasmesso nel medesimo slot di arrivo nel sistema. Sia K_b il numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due pacchetti consecutivi nel buffer della SRU S. K_b è una variabile geometricamente distribuita di parametro $p = \lambda\tau$, con λ tasso di arrivo dei pacchetti (*pacchetti/s*). Sia K_v il numero di slots che intercorre tra l'arrivo di due veicoli consecutivi. K_v è una variabile geometricamente distribuita di parametro $q = \mu\tau$, con μ

tasso di arrivo dei veicoli nel sistema (*veicoli/s*) e anche tasso di uscita dei pacchetti dal buffer. Il buffer della SRU S può quindi essere modellato come una coda $Geo(p)/Geo(q)/1$ (Figura 3.1) [23]. Un sistema di questo tipo viene ampiamente studiato e utilizzato nell'ambito della teoria delle code [11].

Si assuma ora che il buffer della SRU S abbia capacità massima Q_{max} . Sia $w(t)$ il numero di pacchetti nel buffer della SRU S al tempo t . $w(t)$ assume valori interi nell'intervallo $[0; Q_{max}]$, dove 0 e Q_{max} rappresentano due casi limite da trattare con i dovuti accorgimenti. Fissata la capacità massima Q_{max} , la matrice di transizione dei pacchetti nel buffer della SRU S ha dimensione $(Q_{max} + 1) \times (Q_{max} + 1)$ ed è nella forma

$$\begin{pmatrix} 1-p & p & 0 & 0 & \dots & 0 \\ q & 1-p-q & p & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & \dots & 0 & q & 1-p-q & p \\ 0 & \dots & 0 & 0 & q & 1-q \end{pmatrix}$$

Il buffer della SRU S evolve secondo un Birth and Death (BD) process [11]. Il modello finale evolve quindi secondo un Quasi Birth and Death (QBD) process [32].

3.3 Modello finale

Tenuto conto sia dello schema di transizione dei veicoli sia dello schema di transizione dei pacchetti nel buffer della SRU S in un modello omnicomprensivo, si ha che il numero totale di stati è dato da $N = (Q_{max} + 1) \times I$. Ci sono cioè I stati del modello di transizione dei veicoli per ogni valore di $w(t)$ nell'intervallo $[0; Q_{max}]$. La corrispondente matrice di transizione tra stati \mathbf{T} ha dimensione $N \times N$ e le probabilità di transizione tra stati altro non sono che combinazioni di p , q e p_T . Ogni elemento t_{in} della matrice di transizione tra stati \mathbf{T} gode quindi delle seguenti proprietà:

- $t_{in} \geq 0$ per ogni coppia di indici i, n
- $\sum_{n=1}^N t_{in} = 1$ per ogni indice i

La riga i -esima della matrice di transizione tra stati \mathbf{T} descrive infatti la possibile evoluzione dello stato i al tempo t , pertanto la somma di tutti i valori della riga deve essere pari a 1. Si noti tuttavia come non tutte le transizioni tra stati siano possibili. Al contrario, ogni riga della matrice di transizione tra stati \mathbf{T} ha un numero molto limitato di elementi non nulli. Concettualmente, \mathbf{T} è una matrice sparsa [33] e tale proprietà gioca un ruolo fondamentale nell'implementazione del modello finale, nel senso che un numero molto limitato di equazioni è sufficiente a descrivere tutte le possibili transizioni del modello.

In particolare, si consideri lo stato $X(t) = (w, T_1, \dots, T_m)$ della DTMC, dove w è il numero di pacchetti nel buffer della SRU S e T_1, \dots, T_m sono i tempi di percorrenza degli m veicoli effettivamente presenti nel sistema. Al massimo m è pari a N_{max} . Tutte le componenti dello stato sono valutate al tempo t . In forma più compatta si può scrivere $X(t) = (w, \mathbf{v})$, dove \mathbf{v} è il vettore dei tempi di percorrenza degli m veicoli effettivamente presenti nel sistema. Si noti che tutti gli elementi di \mathbf{v} sono strettamente positivi a meno che il sistema non sia completamente vuoto, il che accade per $m = 0$. Gli stati in cui può transitare $X(t)$ sono:

$$X(t+1) = (w+1, \mathbf{v}-\mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1-q) \quad (3.5a)$$

$$X(t+1) = (w, \mathbf{v}-\mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)(1-q) \quad (3.5b)$$

$$X(t+1) = (w, \mathbf{v}-\mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \quad (3.5c)$$

$$X(t+1) = (w-1, \mathbf{v}-\mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } (1-p)qp_T \quad (3.5d)$$

dove con $\mathbf{v}-\mathbf{1}$ si tiene conto del trascorrere del tempo quantizzato in uno slot τ per ogni elemento del vettore \mathbf{v} ($\mathbf{1}$ rappresenta il vettore unitario di dimensione m). L'evoluzione di \mathbf{v} è infatti deterministica. Il vettore $\mathbf{v}-\mathbf{1}$ così calcolato può tuttavia presentare dei valori nulli in corrispondenza dei veicoli arrivati alla SRU D al tempo $t+1$. Occorre allora ricavare il valore di m al tempo $t+1$ e aggiornare il vettore dei tempi di percorrenza dei veicoli effettivamente presenti nel sistema al tempo $t+1$, scartando eventuali valori nulli.

Le quattro equazioni (3.5a)-(3.5d) coprono indistintamente tutti le possibili transizioni, fatta eccezione per i due casi limite di cui si è accennato

precedentemente. Se $w(t) = 0$, lo stato $X(t) = (0, \mathbf{v})$ può transitare in:

$$X(t+1) = (1, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1-q) \quad (3.6a)$$

$$X(t+1) = (0, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)(1-q) \quad (3.6b)$$

$$X(t+1) = (0, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \quad (3.6c)$$

$$X(t+1) = (0, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)qp_T \quad (3.6d)$$

dove si assume che, se al tempo $t+1$ non dovesse arrivare un pacchetto nel buffer della SRU S, lo stato $X(t) = (0, \mathbf{v})$ transiti in $X(t+1) = (0, \mathbf{v} - \mathbf{1})$ con probabilità $(1-p)$, indipendentemente dal fatto che possa esserci o meno un veicolo in arrivo nel sistema. Se invece $w(t) = Q_{max}$, lo stato $X(t) = (Q_{max}, \mathbf{v})$ può transitare in:

$$X(t+1) = (Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1-q) \quad (3.7a)$$

$$X(t+1) = (Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)(1-q) \quad (3.7b)$$

$$X(t+1) = (Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \quad (3.7c)$$

$$X(t+1) = (Q_{max} - 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } (1-p)qp_T \quad (3.7d)$$

dove si assume che, se al tempo $t+1$ non dovesse arrivare un nuovo veicolo nel sistema, lo stato $X(t) = (Q_{max}, \mathbf{v})$ transiti in $X(t+1) = (Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1})$ con probabilità $(1-q)$, indipendentemente dal fatto che possa esserci o meno un pacchetto in arrivo nel buffer della SRU S (per ipotesi il buffer della SRU S ha capacità limitata).

Tenuto conto di questi accorgimenti la casistica delle possibili transizioni è completa e il modello può essere implementato tramite Matlab [15]. Sia N il numero di stati del modello finale, ogni numero intero da 1 a N viene allora mappato in un unico stato $X(t) = (w, \mathbf{v})$ e viceversa. I numeri interi da 1 a N e gli stati $X(t) = (w, \mathbf{v})$ sono cioè in corrispondenza biunivoca.

Si consideri ora il caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro correlate. Un ulteriore contributo di questa tesi è quello di valutare come un'eventuale dipendenza tra le velocità dei veicoli possa influenzare le metriche del modello e in particolare il ritardo del pacchetto, ovvero il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema. Si assuma che i possibili valori di velocità nell'intervallo $[V_{min}; V_{max}]$ seguano dalla stessa distribuzione gaussiana troncata avente media \bar{V} e deviazione standard σ_V . Al veicolo che con probabilità q entra nel raggio di trasmissione della SRU S è associato un tempo di percorrenza T misurato in

slots. A velocità tra loro correlate corrispondono quindi tempi di percorrenza tra loro correlati. Si consideri lo stato $X(t) = (w, T_1, \dots, T_m)$ della DTMC, dove w è il numero di pacchetti nel buffer della SRU S e T_1, \dots, T_m sono i tempi di percorrenza degli m veicoli effettivamente presenti nel sistema. Al massimo m è pari a N_{max} . Tutte le componenti dello stato sono valutate al tempo t . Un possibile modo per rappresentare la correlazione tra i tempi di trasmissione è il seguente. Si definisca r come la *probabilità di ripetizione* tra i tempi di trasmissione. La probabilità r assume valori nell'intervallo $[0;1]$. Per $r = 0$ la correlazione tra i tempi di trasmissione è nulla, ovvero i tempi di trasmissione sono tra loro indipendenti. Al crescere del valore di r la correlazione tra i tempi di trasmissione aumenta. In particolare, si vuole introdurre correlazione tra il tempo di trasmissione del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ e il tempo di trasmissione del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo t . Si supponga che con probabilità r il veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ impieghi lo stesso tempo di trasmissione del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo t . Con probabilità $1 - r$ invece il veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ può impiegare un qualunque tempo di trasmissione nell'intervallo $[1; T_{max}]$. Va sottolineato come non necessariamente il veicolo etichettato T_m sia arrivato nel sistema al tempo t . T_m è infatti il tempo di trasmissione del veicolo m -esimo effettivamente arrivato nel sistema in un qualunque tempo precedente a $t + 1$. Al tempo t potrebbe non essere arrivato alcun veicolo. Per discriminare queste due diverse situazioni occorre allora introdurre un'ulteriore variabile nella descrizione dello stato della DTMC. Si definisca lo stato $X(t) = (c, w, T_1, \dots, T_m)$, dove tutte le componenti sono valutate al tempo t . La variabile di correlazione $c(t)$ può assumere due valori. Se $c(t) = 0$, al tempo t non è arrivato alcun veicolo e il veicolo m -esimo è effettivamente arrivato nel sistema in un tempo precedente a t . In questo caso si perde la correlazione tra i tempi di trasmissione: il veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ può impiegare un qualunque tempo di trasmissione nell'intervallo $[1; T_{max}]$ con probabilità di ripetizione $r = 0$, ovvero può impiegare un qualunque tempo di trasmissione nell'intervallo $[1; T_{max}]$ indipendentemente dal tempo di trasmissione del veicolo m -esimo. La correlazione si perde anche nell'eventualità in cui al tempo $t + 1$ non arrivi alcun veicolo, il che accade con probabilità $1 - q$. Se invece $c(t) = 1$, al tempo t è arrivato un veicolo nel sistema e tale veicolo è proprio

il veicolo m -esimo etichettato T_m . In questo caso il tempo di trasmissione del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ è correlato a quello del veicolo m -esimo con probabilità di ripetizione r .

In termini di implementazione tramite Matlab, si costruisce la matrice di correlazione \mathbf{P} tra il tempo di trasmissione T_j del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo $t + 1$ e il tempo di trasmissione T_i del veicolo effettivamente arrivato nel sistema al tempo t . T_i e T_j assumono valori nell'intervallo $[1; T_{max}]$. Gli elementi della matrice di correlazione \mathbf{P} sono probabilità del tipo $p_{ij} = p_{T_j|T_i}$. Sulla diagonale si hanno valori dati da $p_{ii} = r + (1 - r)p_{T_i}$, al di fuori della diagonale valori dati da $p_{ij} = (1 - r)p_{T_j}$. Per $T_{max} = 5$ la matrice di correlazione \mathbf{P} tra i tempi di trasmissione ha dimensione 5×5 ed è nella forma

$$\begin{pmatrix} r + (1 - r)p_1 & (1 - r)p_2 & (1 - r)p_3 & (1 - r)p_4 & (1 - r)p_5 \\ (1 - r)p_1 & r + (1 - r)p_2 & (1 - r)p_3 & (1 - r)p_4 & (1 - r)p_5 \\ (1 - r)p_1 & (1 - r)p_2 & r + (1 - r)p_3 & (1 - r)p_4 & (1 - r)p_5 \\ (1 - r)p_1 & (1 - r)p_2 & (1 - r)p_3 & r + (1 - r)p_4 & (1 - r)p_5 \\ (1 - r)p_1 & (1 - r)p_2 & (1 - r)p_3 & (1 - r)p_4 & r + (1 - r)p_5 \end{pmatrix}$$

Si noti che le righe della matrice di correlazione \mathbf{P} sommano a 1. Gli stati in cui può transitare $X(t) = (c, w, \mathbf{v})$ sono:

$$X(t + 1) = (0, w + 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1 - q) \quad (3.8a)$$

$$X(t + 1) = (0, w, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1 - p)(1 - q) \quad (3.8b)$$

$$X(t + 1) = (1, w, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.8c)$$

$$X(t + 1) = (1, w, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.8d)$$

$$X(t + 1) = (1, w - 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } (1 - p)qp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.8e)$$

$$X(t + 1) = (1, w - 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } (1 - p)qp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.8f)$$

dove con $\mathbf{v} - \mathbf{1}$ si è tenuto conto del trascorrere del tempo quantizzato in uno slot τ per ogni elemento del vettore \mathbf{v} ($\mathbf{1}$ rappresenta il vettore unitario di

dimensione m). Se $w(t) = 0$, lo stato $X(t) = (c, 0, \mathbf{v})$ può transitare in:

$$X(t+1) = (0, 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1-q) \quad (3.9a)$$

$$X(t+1) = (0, 0, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)(1-q) \quad (3.9b)$$

$$X(t+1) = (1, 0, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.9c)$$

$$X(t+1) = (1, 0, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.9d)$$

$$X(t+1) = (0, 0, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)qp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.9e)$$

$$X(t+1) = (0, 0, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)qp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.9f)$$

Se invece $w(t) = Q_{max}$, lo stato $X(t) = (c, Q_{max}, \mathbf{v})$ può transitare in:

$$X(t+1) = (0, Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } p(1-q) \quad (3.10a)$$

$$X(t+1) = (0, Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}) \quad \text{con probabilità } (1-p)(1-q) \quad (3.10b)$$

$$X(t+1) = (1, Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.10c)$$

$$X(t+1) = (1, Q_{max}, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.10d)$$

$$X(t+1) = (1, Q_{max} - 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_T \text{ se } c(t) = 0 \quad (3.10e)$$

$$X(t+1) = (1, Q_{max} - 1, \mathbf{v} - \mathbf{1}, T) \quad \text{con probabilità } pqp_{T|T_m} \text{ se } c(t) = 1 \quad (3.10f)$$

Avendo introdotto la variabile $c(t)$ nella descrizione dello stato $X(t)$, questo modello conta un numero di stati pari a $2 \times (Q_{max} + 1) \times I$, ovvero un numero doppio di stati rispetto alla versione precedente per velocità tra loro indipendenti. Si noti inoltre che la versione precedente rappresenta un caso particolare, ovvero il caso in cui le righe della matrice di correlazione \mathbf{P} siano tutte uguali, il che accade per $r = 0$.

Una volta determinata la matrice di transizione tra stati \mathbf{T} , segue il calcolo della distribuzione stazionaria di probabilità (detta anche distribuzione invariante di probabilità). A questo punto possono essere utili alcuni richiami sulla teoria delle catene di Markov.

Una catena di Markov è per definizione un sistema in cui la probabilità di uno stato X al tempo k è determinata univocamente dallo stato del sistema al tempo $k - 1$ e non dalla storia dello stesso [11]. In particolare, una catena di Markov è omogenea se ha probabilità di transizione stazionarie, nel senso che non dipendono dal tempo k . Data una catena di Markov omogenea, la matrice

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} t_{11} & t_{12} & \dots & t_{1N} \\ t_{21} & t_{22} & \dots & t_{2N} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ t_{N1} & \dots & \dots & t_{NN} \end{pmatrix}$$

è detta matrice di transizione.

Sia ora $\mathbf{p}(n)$ il vettore delle probabilità $p_i(n)$, ovvero delle probabilità che al tempo n la catena di Markov sia nello stato i . Per una catena di Markov omogenea si ha che

$$\mathbf{p}(n) = \mathbf{p}(n-1)\mathbf{T} = \mathbf{p}(n-2)\mathbf{T}\mathbf{T} = \dots = \mathbf{p}(0)\mathbf{T}^n \quad (3.11)$$

Il comportamento del vettore $\mathbf{p}(n)$ al tempo n è quindi univocamente determinato dal vettore $\mathbf{p}(0)$ delle probabilità iniziali e dalla matrice di transizione \mathbf{T} . Può essere tuttavia utile ricavare la distribuzione asintotica di probabilità $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$, dove π_j è la probabilità che il processo si trovi nello stato j al tempo n , con $n \gg 0$. La distribuzione asintotica è la distribuzione di probabilità vista da un utente esterno che arrivi nel sistema al tempo n , con $n \gg 0$, ed è indipendente dal vettore $\mathbf{p}(0)$ delle probabilità iniziali. Se il limite esiste, π_j è infatti definito come

$$\pi_j = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{T}_{i,j}(n) \quad (3.12)$$

per i arbitrario. Determinare il vettore $\boldsymbol{\pi}$ è fondamentale nell'analisi di una catena di Markov. La distribuzione asintotica di probabilità descrive infatti il processo a regime, una volta esauritosi l'effetto delle condizioni iniziali. Si prova che, se una catena di Markov possiede una distribuzione asintotica propria (ovvero che somma a 1) di probabilità, allora il processo è ergodico, nel senso che le sue medie temporali convergono alle sue medie statistiche [11]. In termini di implementazione Matlab, il tutto si traduce nel calcolare \mathbf{T}^n per n tendente all'infinito, ovvero

$$\mathbf{T}^\infty = \lim_{n \rightarrow \infty} \mathbf{T}^n \quad (3.13)$$

e moltiplicare poi la matrice di transizione trovata per una vettore arbitrario di probabilità iniziali. Si noti che per n molto grande la matrice \mathbf{T}^n rimane

uguale a se stessa. Infine, siano $\mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N$ i vettori della base canonica di \mathbb{R}_N , si ha che

$$\mathbf{e}_1 \mathbf{T}^\infty = \mathbf{e}_2 \mathbf{T}^\infty = \dots = \mathbf{e}_N \mathbf{T}^\infty = \boldsymbol{\pi} \quad (3.14)$$

ovvero tutte le righe di \mathbf{T}^∞ sono uguali e devono coincidere con $\boldsymbol{\pi}$. La matrice \mathbf{T}^∞ deve quindi essere nella forma

$$\mathbf{T}^\infty = \begin{pmatrix} \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_N \\ \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_N \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \pi_1 & \pi_2 & \dots & \pi_N \end{pmatrix}$$

Equivalentemente si può studiare la distribuzione di probabilità stazionaria, ovvero la distribuzione di probabilità $\bar{\mathbf{p}}$ tale per cui

$$\bar{\mathbf{p}} = \bar{\mathbf{p}} \mathbf{T} \quad (3.15)$$

È infatti possibile provare che, se esiste una distribuzione asintotica di probabilità $\boldsymbol{\pi} = (\pi_1, \pi_2, \dots, \pi_N)$, allora questa coincide con la distribuzione stazionaria di probabilità $\bar{\mathbf{p}}$ [11]. Il viceversa non è sempre vero. La distribuzione di probabilità

$$\boldsymbol{\pi} = \boldsymbol{\pi} \mathbf{T} \quad (3.16)$$

mostra come evolva il modello indipendentemente dalle condizioni iniziali. Un secondo modo per calcolare la distribuzione $\boldsymbol{\pi}$ consiste allora nel risolvere un sistema di equazioni. Applicando infatti la trasposizione ad entrambi i membri di (3.16) si ottiene

$$\boldsymbol{\pi}^T = \mathbf{T}^T \boldsymbol{\pi}^T \quad (3.17)$$

$$(\mathbf{T}^T - \mathbf{I}) \boldsymbol{\pi}^T = \mathbf{0} \quad (3.18)$$

Il sistema dato da (3.18) ammette infinite soluzioni. Per determinare univocamente la distribuzione $\boldsymbol{\pi}$ si tiene conto allora di un'ulteriore equazione, nota come condizione di normalizzazione [11]:

$$\sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \quad (3.19)$$

Il sistema che ne deriva è il seguente. Si noti come tale sistema sia facilmente risolvibile, la matrice \mathbf{T} è infatti una matrice sparsa [33].

$$\begin{cases} (\mathbf{T}^T - \mathbf{I})\boldsymbol{\pi}^T = \mathbf{0} \\ \sum_{i=1}^N \pi_i = 1 \end{cases}$$

3.4 Calcolo delle metriche

L'analisi procede ora con il calcolo delle metriche di interesse. Quello che si vuole ricavare è essenzialmente il ritardo globale τ_G (*global delay*) del pacchetto, ovvero il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema [26]. Il ritardo globale τ_G si suddivide in due parti, il ritardo di accodamento τ_Q (*queueing delay*) e il ritardo di consegna τ_D (*delivery delay*) [26]. Il ritardo di accodamento τ_Q è il tempo speso dal pacchetto nel buffer della SRU S dall'istante di arrivo nel sistema all'istante in cui viene trasmesso ad un veicolo. Il ritardo di consegna τ_D è invece dato dal tempo impiegato dal pacchetto nel percorrere la tratta d_{SD} e dal tempo necessario perché vengano correttamente ricevuti tutti i pacchetti trasmessi precedentemente al pacchetto stesso (*pending packets*). In particolare, quest'ultimo contributo prende il nome di *resequencing delay* [31]. Per ipotesi, il pacchetto una volta trasmesso raggiunge la SRU D con probabilità pari a 1. Il tempo necessario a percorrere d_{SD} è infatti deterministico e dipende unicamente dalla velocità del veicolo.

3.4.1 Queueing delay

In un processo agli arrivi di tipo poissoniano, il pacchetto che entra nel sistema in un generico istante $t \gg 0$ (ovvero a regime) vede la distribuzione di probabilità stazionaria $\boldsymbol{\pi}$. È la cosiddetta proprietà PASTA (Poisson Arrivals See Time Averages) [11]. Il processo di Poisson è un processo a tempo continuo. Quello che in realtà viene preso in considerazione per l'analisi a tempo discreto è il processo di Bernoulli, secondo il quale un nuovo pacchetto può arrivare nel sistema in ogni slot τ con probabilità costante $p = \lambda\tau$. Si noti infatti come la distribuzione geometrica (3.2) descriva il numero k di fallimenti che precedono il primo successo in un processo di Bernoulli di parametro p . Al variare del parametro λ , un tale processo può simulare diverse situazioni. Particolarmente studiata in letteratura è la condizione di Heavy Traffic [31][34][35], con la

quale si denota un modello di sorgente continua di pacchetti. Alla condizione di Heavy Traffic corrisponde un valore di $\lambda\tau$ pari a 1 (o prossimo a 1), ovvero in corrispondenza di ogni slot τ un nuovo pacchetto entra nel sistema con probabilità pari a 1 (o prossima a 1). Se a regime un arrivo poissoniano vede la distribuzione $\boldsymbol{\pi}$, un arrivo bernoulliano vede invece la distribuzione \mathbf{b}_0 data da

$$\mathbf{b}_0 = \boldsymbol{\pi}\mathbf{T}_1 \quad (3.20)$$

dove con \mathbf{T}_1 si è calcolata la matrice \mathbf{T} di transizione per $p = 1$, ovvero in condizione di Heavy Traffic. Il tempo di accodamento τ_Q è il tempo speso dal pacchetto nel buffer della SRU S dall'istante di arrivo nel sistema all'istante in cui viene trasmesso ad un veicolo. Si consideri quindi la catena di Markov definita dalla matrice di transizione \mathbf{T}_0 , nella quale il processo agli arrivi è stato azzerato (con \mathbf{T}_0 si è calcolata la matrice \mathbf{T} di transizione per $\lambda = 0$, ovvero per $p = 0$). I futuri pacchetti non vanno infatti a modificare il tempo di accodamento τ_Q del pacchetto appena arrivato nel sistema [31]. Si indichi con $P[\tau_Q = j]$ la probabilità che il pacchetto appena arrivato nel sistema impieghi esattamente j slots per uscire dal buffer della SRU S. Tale probabilità si calcola come differenza tra probabilità cumulative del ritardo di accodamento τ_Q , ovvero

$$P[\tau_Q = j] = P[\tau_Q \leq j] - P[\tau_Q \leq j - 1] \quad (3.21)$$

dove

$$P[\tau_Q \leq j] = \sum_{w(t)=0} b_j \quad (3.22)$$

Il secondo membro di (3.22) è la sommatoria fatta sulle probabilità della distribuzione \mathbf{b}_j corrispondenti a $w(t) = 0$, con $w(t)$ numero di pacchetti nel buffer della SRU S al tempo t . In termini di implementazione del modello ciò che si va a considerare sono unicamente i primi I termini della distribuzione \mathbf{b}_j . La distribuzione \mathbf{b}_0 corrisponde alla probabilità che il pacchetto impieghi 0 slots per uscire dal buffer: nell'istante di arrivo del pacchetto nel sistema, il buffer è vuoto. Il vettore \mathbf{b}_j rappresenta invece la distribuzione di probabilità al passo j -esimo, nel senso j slots dopo che λ è stato posto pari a 0, e si calcola in modo iterativo a partire da \mathbf{b}_0 :

- al passo 1, $\mathbf{b}_1 = \mathbf{b}_0\mathbf{T}_0$
- al passo 2, $\mathbf{b}_2 = \mathbf{b}_1\mathbf{T}_0$

- al passo 3, $\mathbf{b}_3 = \mathbf{b}_2 \mathbf{T}_0$

In generale, al passo j

$$\mathbf{b}_j = \mathbf{b}_{j-1} \mathbf{T}_0 \quad (3.23)$$

Quello che infatti si nota facendo evolvere il modello per \mathbf{T}_0 , ovvero per $\lambda = 0$, è che gli stati corrispondenti a valori di $w(t)$ diversi dal valore nullo progressivamente si svuotano delle loro probabilità stazionarie. Gli stati corrispondenti a $w(t) = 0$, ovvero i primi I termini della distribuzione \mathbf{b}_j , hanno invece nel complesso probabilità progressivamente maggiori. Indipendentemente dalle condizioni iniziali, dopo un certo intervallo di tempo (al passo n) la sommatoria fatta sui primi I termini della distribuzione \mathbf{b}_n è pari a 1, ovvero $P[\tau_Q \leq n] = 1$, nel senso che il pacchetto è sicuramente uscito dal buffer.

3.4.2 Delivery delay

Il *global delay* $\tau_G = \tau_Q + \tau_D$ può essere calcolato seguendo lo stesso ragionamento fatto per il *queueing delay* τ_Q . Per ricavare il *global delay* τ_G quello che si va a considerare è l'andamento delle probabilità dello stato di interesse $X(t) = (0, 0)$, ovvero dello stato $X(t)$ che corrisponde al sistema completamente vuoto. In termini di implementazione del modello ciò che si fa è monitorare il primo elemento di ciascuna distribuzione \mathbf{b}_j . Siano $x(n) = P[\tau_Q = n]$ e $y(n) = P[\tau_D = n]$, la variabile $z(n) = P[\tau_G = n]$ è data dalla convoluzione discreta di x e y :

$$z(n) = \sum_{k=0}^n x(k)y(n-k) \quad (3.24)$$

Noto il *global delay* τ_G , si può ricavare il *delivery delay* $\tau_D = \tau_G - \tau_Q$. La variabile incognita $y(n) = P[\tau_D = n]$ è data infatti dalla deconvoluzione discreta di $x(n) = P[\tau_Q = n]$ e $z(n) = P[\tau_G = n]$.

Capitolo 4

Risultati

Per le simulazioni si è considerato $\tau = 5$ s, $\lambda = 0.02$ pacchetti/s, $\mu = 0.04$ veicoli/s, $d_{SD} = 220$ m, $V_{min} = 10$ m/s, $V_{max} = 50$ m/s, $\bar{V} = 20$ m/s, $\sigma_V = 10$ m/s, $N_{max}=4$, $Q_{max} = 10$. Per questa scelta dei parametri $T_{min} = 1$ e $T_{max} = 5$. In Figura 4.1 è rappresentata la distribuzione gaussiana troncata delle velocità avente media \bar{V} e deviazione standard σ_V .

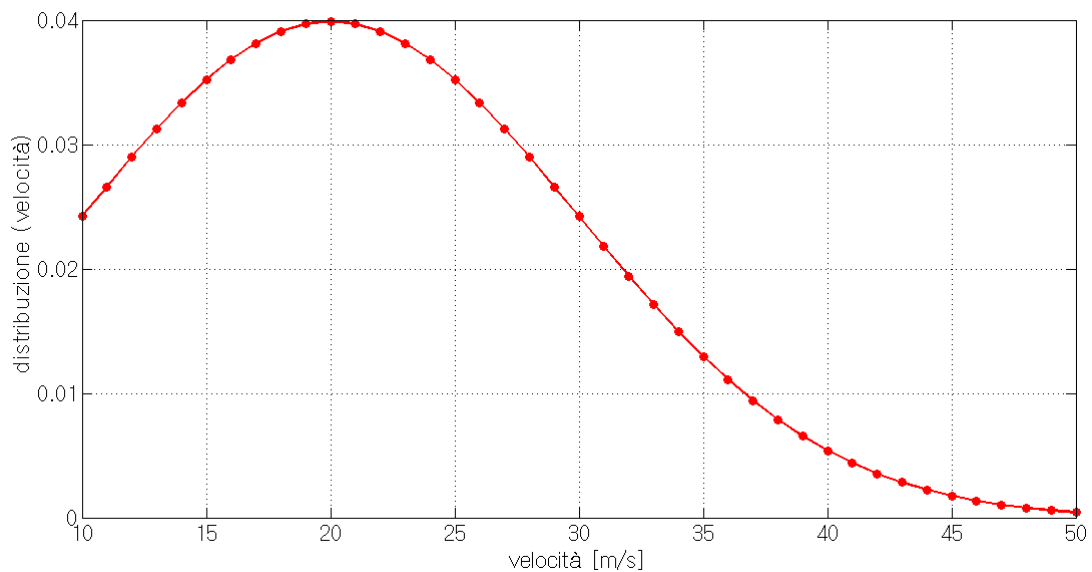


Figura 4.1: Distribuzione gaussiana della velocità

In Figura 4.2 sono rappresentate le distribuzioni cumulative del *queueing delay* τ_Q , del *global delay* τ_G e del *delivery delay* τ_D nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti. In particolare, in Figura 4.3 è rappresen-

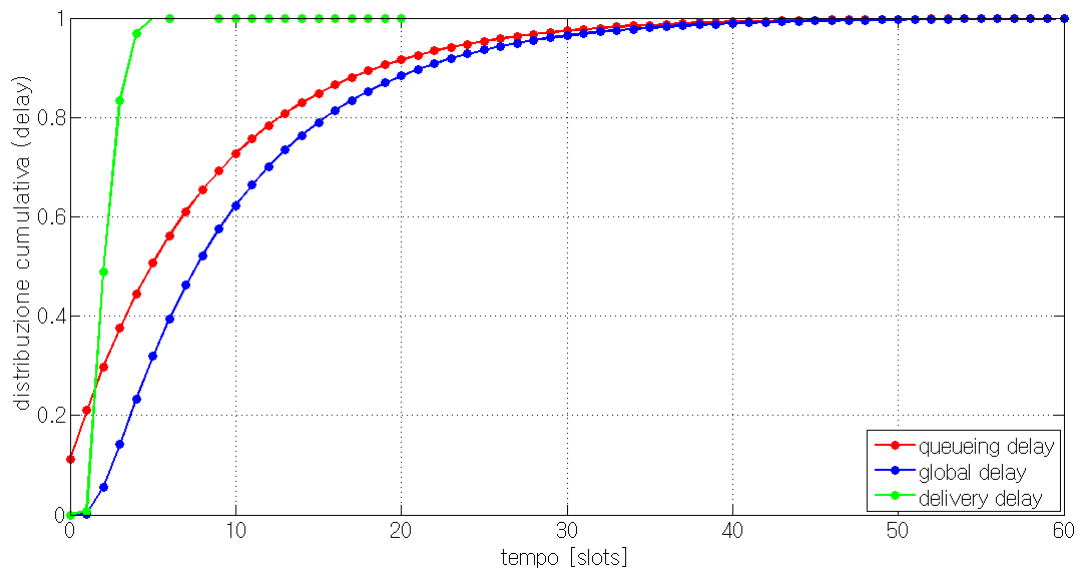


Figura 4.2: Distribuzione cumulativa del *queueing delay* τ_Q , del *global delay* τ_G e del *delivery delay* τ_D nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti

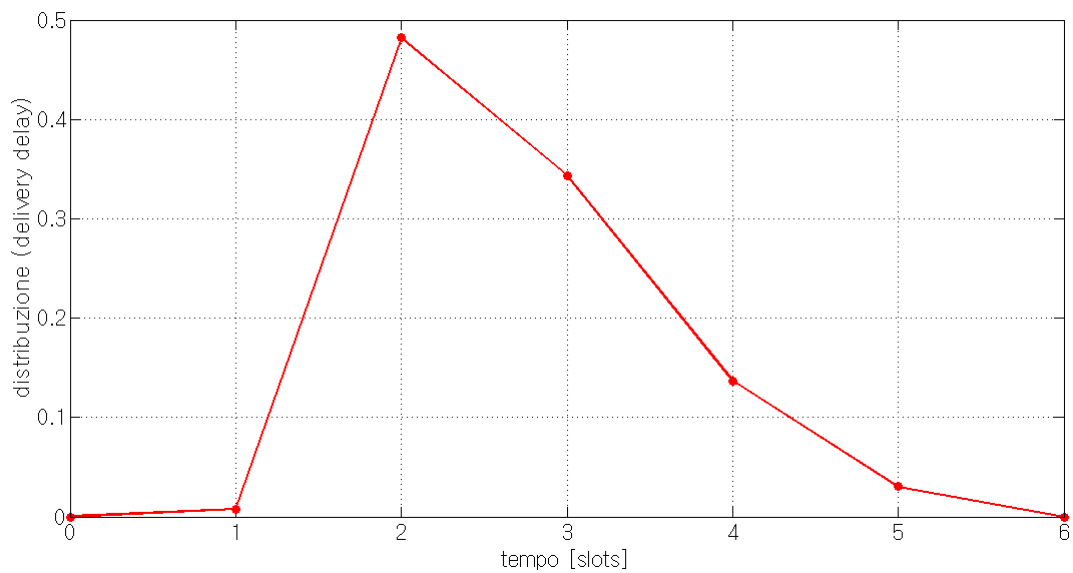


Figura 4.3: Distribuzione del *delivery delay* τ_D nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti

tata la distribuzione del *delivery delay* τ_D , evidenziando come questa assuma valori nulli per tempi di percorrenza maggiori di T_{max} . Il *delivery delay* τ_D del pacchetto è infatti dato dal tempo impiegato dal veicolo nel percorrere la tratta d_{SD} e dal tempo necessario perché vengano correttamente recapitati a destinazione tutti i pacchetti trasmessi precedentemente. Nel caso in cui il pacchetto sia affidato a un veicolo avente velocità pari a V_{min} , al suo arrivo a destinazione tutti i pacchetti di indice inferiore sono stati sicuramente consegnati, essendo T_{max} il massimo tempo di percorrenza della tratta d_{SD} . Nel caso peggiore tuttavia il pacchetto può essere affidato a un veicolo avente velocità pari a V_{max} e impiegare quindi un tempo pari a T_{min} nel percorrere la tratta d_{SD} . Nell'eventualità in cui i pacchetti di indice inferiore siano stati affidati a veicoli aventi velocità minore di V_{max} e quindi tempo di percorrenza maggiore di T_{min} , il pacchetto arrivato a destinazione deve aspettare nel caso peggiore un tempo $T_{max} - 2$ prima di essere definitivamente consegnato.

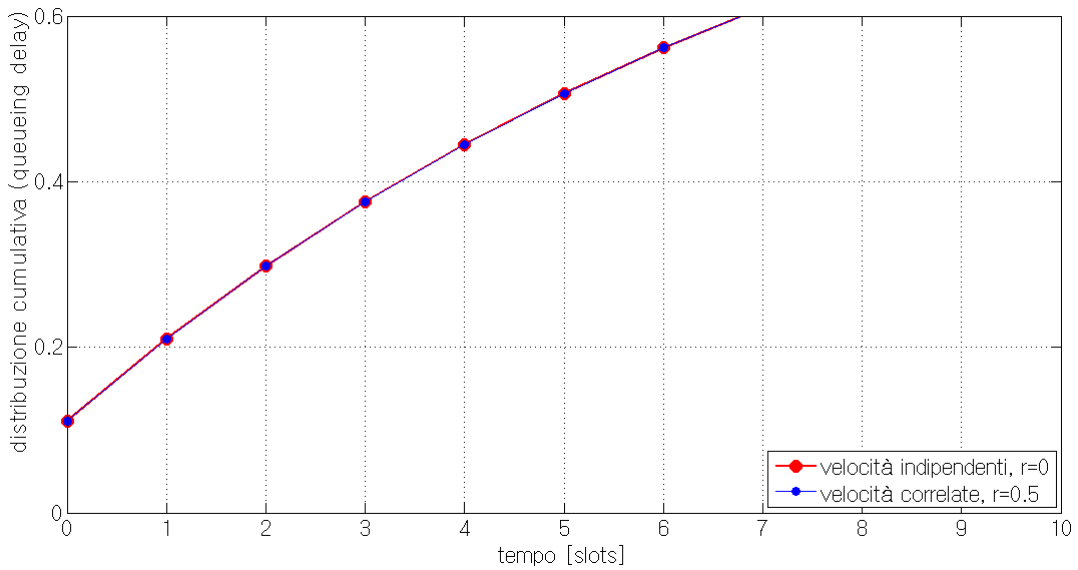


Figura 4.4: Distribuzione cumulativa del *queueing delay* τ_Q nel caso in cui le velocità dei veicoli siano: (a) tra loro indipendenti; (b) tra loro correlate con probabilità di ripetizione $r = 0.5$

In Figura 4.4 e Figura 4.5 sono rappresentate parti delle distribuzioni cumulative del *queueing delay* τ_Q e del *global delay* τ_G nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti e nel caso in cui le stesse velocità siano

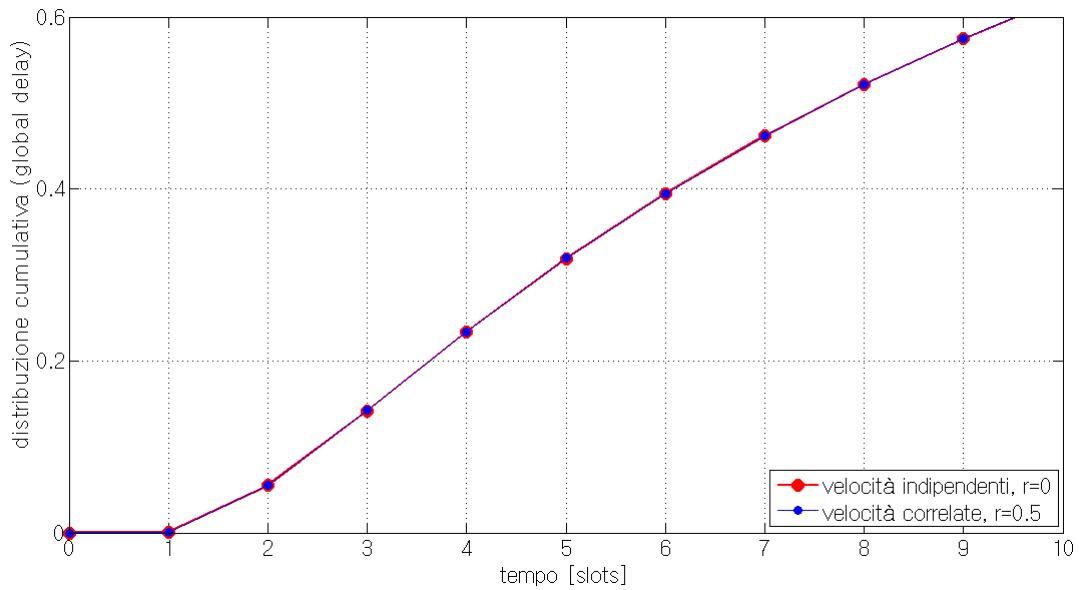


Figura 4.5: Distribuzione cumulativa del *global delay* τ_G nel caso in cui le velocità dei veicoli siano: (a) tra loro indipendenti; (b) tra loro correlate con probabilità di ripetizione $r = 0.5$

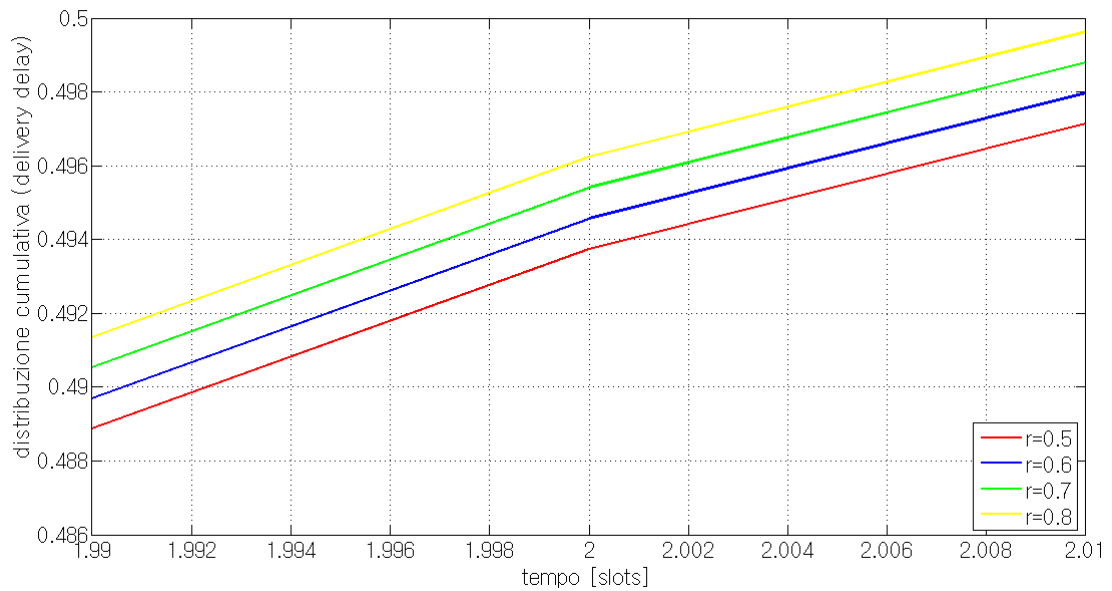


Figura 4.6: Distribuzione cumulativa del *delivery delay* τ_D al variare della probabilità di ripetizione r

tra loro correlate con probabilità di ripetizione $r = 0.5$. I dati numerici confermano come al variare della probabilità di ripetizione r la distribuzione del *queueing delay* τ_Q sia sempre la stessa. Il tempo medio speso dal pacchetto nel buffer della SRU S dall'istante di arrivo nel sistema all'istante in cui viene trasmesso a un veicolo non cambia. Il tasso di servizio del sistema è infatti costante e dato da $1/q$ [11]. Diversamente, all'aumentare della probabilità di ripetizione r il *global delay* τ_G e il *delivery delay* τ_D diminuiscono, nonostante la variazione sia minima (Figura 4.6).

Il guadagno effettivo in termini di tempo speso dal pacchetto nel sistema si ha nel *delivery delay* τ_D e più precisamente nel *resequencing delay*. All'aumentare della probabilità di ripetizione r , ovvero all'aumentare della probabilità che un veicolo avente una certa velocità sia immediatamente seguito da un veicolo avente la medesima velocità, diventa infatti meno probabile il *caso peggiore*, ovvero il caso in cui un veicolo avente velocità pari a V_{min} sia immediatamente seguito da un veicolo avente velocità pari a V_{max} . La distribuzione dei tempi di percorrenza è invece invariante rispetto alla probabilità di ripetizione r .

In Tabella 4.1 sono riportati i tempi medi in corrispondenza di diversi valori della probabilità di ripetizione r . Si osservi che la variazione percentuale del *global delay* τ_G medio in corrispondenza dei valori della probabilità di ripetizione $r = 0$ e $r = 0.8$ è di 0.08%. La variazione percentuale del *delivery delay* τ_D medio in corrispondenza dei valori della probabilità di ripetizione $r = 0$ e $r = 0.8$ è di 0.33%.

	r=0	r=0.5	r=0.6	r=0.7	r=0.8
queueing delay	7.9920	7.9920	7.9920	7.9920	7.9920
global delay	10.6922	10.6865	10.6854	10.6843	10.6832
delivery delay	2.7002	2.6945	2.6934	2.6923	2.6912

Tabella 4.1: Tempi medi al variare della probabilità di ripetizione r

Si consideri ora un'ultima variante del modello di transizione dei veicoli, secondo la quale la correlazione tra le velocità dei veicoli non viene persa nell'eventualità in cui al tempo $t + 1$ non arrivi alcun veicolo nel sistema. Si assuma infatti che con tempo di percorrenza $T = 0$ non arrivi alcun veicolo nel sistema, il che accade con probabilità $1 - q$. La matrice di correlazione \mathbf{P}

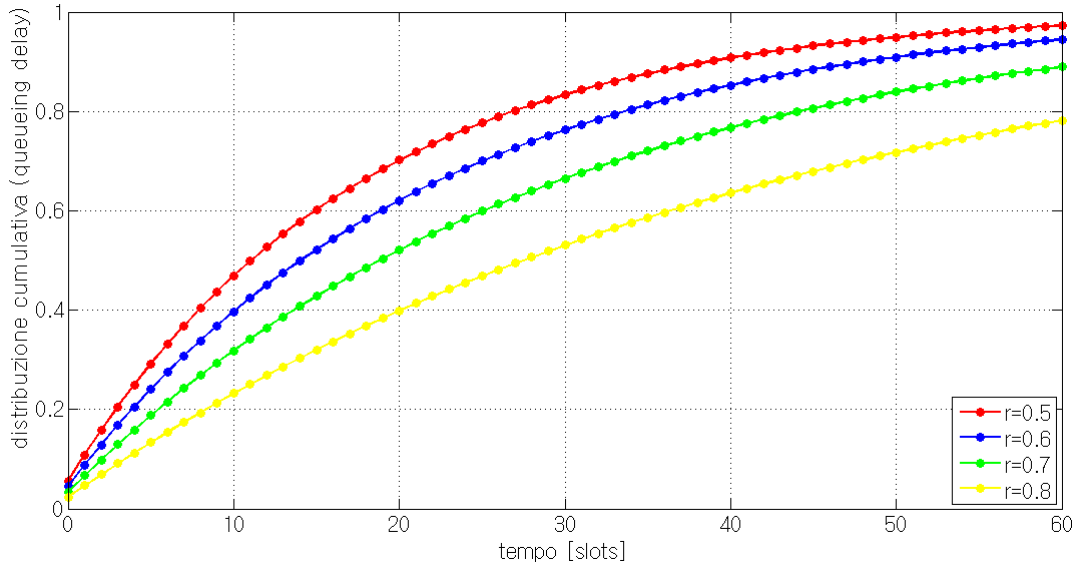


Figura 4.7: Distribuzione cumulativa del *queueing delay* τ_Q al variare della probabilità di ripetizione r

deve ora tenere conto di tutte le ulteriori possibili transizioni legate al tempo di percorrenza $T = 0$. In Figura 4.7 è rappresentata la distribuzione cumulativa del *queueing delay* τ_Q al variare della probabilità di ripetizione r . Si noti come in questo caso i risultati siano nettamente diversi. All'aumentare della probabilità di ripetizione r il *queueing delay* τ_Q e il *global delay* τ_G aumentano visibilmente, non valgono infatti le considerazioni fatte precedentemente sull'invarianza del tasso di servizio del sistema. All'aumentare della probabilità di ripetizione r diventa infatti più probabile il caso in cui il non arrivo di un veicolo sia immediatamente seguito dal non arrivo di un veicolo.

	r=0	r=0.5	r=0.6	r=0.7	r=0.8
queueing delay	7.9920	16.7217	20.8475	27.2836	38.2183
global delay	10.6922	19.4166	23.5424	30.0074	41.2532
delivery delay	2.7002	2.6947	2.6918	2.6866	2.6763

Tabella 4.2: Tempi medi al variare della probabilità di ripetizione r

In Tabella 4.2 sono riportati i tempi medi in corrispondenza di diversi valori della probabilità di ripetizione r . Si osservi che la variazione percentuale del *queueing delay* τ_Q medio in corrispondenza dei valori della probabilità di

ripetizione $r = 0$ e $r = 0.8$ è di 378.21%. La variazione percentuale del *global delay* τ_G medio in corrispondenza dei valori della probabilità di ripetizione $r = 0$ e $r = 0.8$ è di 285.83%. La variazione percentuale del *delivery delay* τ_D medio in corrispondenza dei valori della probabilità di ripetizione $r = 0$ e $r = 0.8$ è di 0.86%.

Capitolo 5

Conclusioni

Questa tesi prende in considerazione un particolare scenario di Vehicular Network e propone un modello matematico che simula il comportamento di uno schema di trasmissione a pacchetto. Tale modello si avvale del principio delle catene di Markov e deriva in modo esatto il ritardo totale del pacchetto, ovvero il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema, dato dal tempo di accodamento e dal tempo di consegna. In particolare, il tempo di consegna del pacchetto tiene conto del tempo di percorrenza della tratta considerata e del tempo necessario perché vengano correttamente recapitati a destinazione tutti i pacchetti trasmessi precedentemente. L'aspetto propriamente innovativo della tesi è dato dall'aver ricavato le metriche di interesse nel caso in cui le velocità dei veicoli siano tra loro indipendenti e nel caso in cui le stesse velocità siano invece tra loro correlate. I risultati proposti nel capitolo 4 mostrano come un'eventuale correlazione tra le velocità dei veicoli non influisca in alcun modo sul tempo di accodamento del pacchetto nel buffer della SRU S: il tasso di servizio del sistema è infatti costante. Diversamente, all'aumentare della correlazione tra le velocità dei veicoli il tempo di consegna del pacchetto e di conseguenza il tempo totale speso dal pacchetto nel sistema diminuiscono, nonostante la variazione sia minima. All'aumentare della correlazione tra le velocità dei veicoli diventa infatti meno probabile il caso di peggior ritardo di consegna del pacchetto, ovvero il caso in cui un veicolo avente velocità minima sia immediatamente seguito da un veicolo avente velocità massima. Un'ultima variante del modello tiene infine conto della correlazione tra la probabilità che un veicolo arrivi nel sistema con una certa velocità e la probabilità che un

veicolo non arrivi nel sistema. In questo caso non valgono le considerazioni fatte precedentemente sull'invarianza del tasso di servizio del sistema. I dati numerici confermano come il tempo di accodamento del pacchetto nel buffer della SRU S aumenti visibilmente.

Il contributo di questa tesi partecipa al vasto e variegato panorama delle Vehicular Networks, offrendo al tempo stesso numerosi spunti per studi e sviluppi futuri. Tra le implementazioni del modello vale la pena menzionare la possibilità di tenere conto di una probabilità di errore sul pacchetto, così come la possibilità di tenere conto di collisioni tra pacchetti, perdite di pacchetti e ritrasmissioni. Una variante del modello può prendere in considerazione una diversa distribuzione della velocità dei veicoli o una diversa distribuzione del tempo di trasmissione dei veicoli, così come una diversa correlazione tra le velocità dei veicoli o una diversa correlazione tra i tempi di trasmissione dei veicoli. Un'ulteriore versione del modello può infine tenere conto di pacchetti di diversa dimensione o priorità.

Bibliografia

- [1] P. Mohapatra, S. Krishnamurthy, *AD HOC NETWORKS: Technologies and Protocols*, Ed. Springer, 2005
- [2] C. E. Perkins, *Ad hoc networking*, Ed. Addison-Wesley, 2001
- [3] R. Marutha Veni, R. Latha, *Mobile Ad hoc Network*, International Journal of Science and Research (IJSR), Volume 2, Issue 4, April 2013
- [4] C. E. Perkins, E. Royer, *Ad Hoc On-Demand Distance Vector Routing*, 2nd IEEE Workshop on Mobile Computing Systems and Applications, 1999
- [5] J. Broch, D. B. Johnson, D. A. Maltz, *The Dynamic Source Routing Protocol for Mobile Ad Hoc Networks*, IETF MANET Working Group, Internet Draft, October 1999
- [6] D. Johnson, N. Ntlatlapa, C. Aichele, *Simple pragmatic approach to mesh routing using BATMAN*, 2nd IFIP International Symposium on Wireless Communications and Information Technology in Developing Countries, CSIR, Pretoria, South Africa, October 2008
- [7] P. Jacquet, P. Muhlethaler, T. Clausen, A. Laouiti, *Optimized link state routing protocol for ad hoc networks*, Multi Topic Conference, IEEE INMIC 2001
- [8] IETF MANET Working Group. Mobile Ad Hoc Networks (MANET). Working Group charter, available at <http://www.ietf.org/html.charters/manet-charter.html>
- [9] Y. Qian, N. Moayeri, *Design Secure and Application Oriented VANET*, National Institute of Standards and Technology, November 2008

- [10] W. Xiong, Q. Q. Li, *Performance Evaluation of Data Disseminations for Vehicular Ad Hoc Networks in Highway Scenarios*, The International Archives of the Photogrammetry, Remote Sensing and Spatial Information Sciences, Volume XXXVII, Part B1, Beijing 2008
- [11] N. Benvenuto, M. Zorzi, *Principles of Communications Networks and Systems*, Ed. Wiley, 2011
- [12] www.gps.gov
- [13] M. Emmelmann, B. Bochow, C. Kellum, *Vehicular Networking: Automotive Applications and Beyond*, Ed. Wiley, 2010
- [14] www.its.dot.gov
- [15] www.mathworks.com
- [16] P. Pereira, A. Casaca, J. J. P. C. Rodrigues, V. N. G. J. Soares, J. Triay, C. Cervelló-Pastor, *From Delay-Tolerant Networks to Vehicular Delay-Tolerant Networks*, IEEE Communications Survey & Tutorials, Volume 14, No. 4, 2012
- [17] S. Guo, M. H. Falaki, E. A. Oliver, S. Rahman, A. Seth, M. A. Zaharia, S. Keshav, *Very Low-Cost Internet Access Using KioskNet*, ACM Computer Communication Review, October 2007
- [18] H. Soroush, N. Banerjee, A. Balasubramanian, M. D. Corner, B. N. Levine, B. Lynn, *DOMÉ: A Diverse Outdoor Mobile Testbed*, Proc. ACM Intl. Workshop on Hot Topics of Planet-Scale Mobility Measurements (HotPlanet), June 2009
- [19] V. Soares, F. Farahmand, J. Rodrigues, *A Layered Architecture for Vehicular Delay-Tolerant Network*, IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC 2009), Sousse, Tunisia, July 2009
- [20] S. Lahde, M. Doering, W. Pöttner, G. Lammert, L. Wolf, *A practical analysis of communication characteristics for mobile and distributed pollution measurements on the road*, Wireless Communications and Mobile Computing, Volume 7, No. 10, December 2007

- [21] J. Ott, D. Kutscher, *From Drive-thru Internet to Delay-tolerant Ad-hoc Networking*, Book chapter in *Mobile Ad-hoc Networks: From Theory to Reality*, Nova Science Publishers, Inc., 2007
- [22] K. Scott, *Disruption tolerant networking proxies for on-the-move tactical networks*, Military Communications Conference, MILCOM 2005, Volume 5, 2005
- [23] M. J. Khabbaz, H. M. K. Alazemi, C. M. Assi, *Delay-Aware Data Delivery In Vehicular Intermittently Connected Networks*, IEEE Transactions on Communications, Volume 61, Issue 3, 2013
- [24] L. Badia, M. Levorato, M. Zorzi, *Markov Analysis of Selective Repeat Type II Hybrid ARQ Using Block Codes*, IEEE Transactions on Communications, September 2008
- [25] L. Badia, *On the Impact of Correlated Arrivals and Errors on ARQ Delay Terms*, IEEE Transactions on Communications, February 2009
- [26] L. Badia, *A Markov Analysis of Selective Repeat ARQ with Variable Round Trip Time*, IEEE Communications Letters, 2012
- [27] V. Ramaiyan, E. Altman, A. Kumar, *Delay Optimal Schedule in a Two-Hop Vehicular Relay Network*, Mobile Networks and Applications, Springer Science and Business Media, May 2009
- [28] A. Abdrabou, W. Zhuang, *Probabilistic Delay Control and Road Side Unit Placement for Vehicular Ad Hoc Networks with Disrupted Connectivity*, IEEE Journal on Selected Areas in Communications, Volume 29, Issue 1, January 2011
- [29] N. Banerjee, M. D. Corner, D. Towsley, B. N. Levine, *Relays, Base Stations, and Meshes: Enhancing Mobile Networks with Infrastructure*, Proceedings of ACM Mobicom, September 2008
- [30] M. J. Khabbaz, W. F. Fawaz, C. M. Assi, *A Simple Free-Flow Traffic Model for Vehicular Intermittently Connected Networks*, IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, Volume 13, Issue 3, September 2012

- [31] L. Badia, M. Rossi, M. Zorzi, *SR ARQ Packet Delay Statistics on Markov Channels in the Presence of Variable Arrival Rate*, IEEE Transactions on Communications, July 2006
- [32] M. F. Neuts, *Matrix-geometric Solutions in Stochastic Models: An Algorithmic Approach*, Courier Dover Publications, 1981
- [33] it.wikipedia.org/wiki/Matrice_sparsa
- [34] M. Rossi, L. Badia, M. Zorzi, *Exact statistics of ARQ packet delivery delay over Markov channels with finite round-trip delay*, Proceedings on IEEE Globecom 2003, Volume 6
- [35] J. G. Kim, M. M. Krunz, *Delay analysis of Selective Repeat ARQ for a Markovian source over a wireless channel*, IEEE Transactions on Vehicular Technology, Volume 49, No. 5, 2000