

**Università degli Studi di Padova**

Dipartimento di Scienze Economiche e Aziendali “Marco Fanno”

Dipartimento di Matematica “Tullio Levi-Civita”

Corso di Laurea in Economia



**Prova Finale**

**Un problema di controllo ottimo per le politiche pubblicitarie  
in un contratto di merchandising sportivo**

Candidato  
**Donato Morea**

Relatore  
**Ch.mo Prof. Alessandra Buratto**

**Anno Accademico 2018-2019**



# Indice

<b>Introduzione</b>	<b>1</b>
<b>1 Il merchandising nello sport business</b>	<b>3</b>
1.1 Il fenomeno della sponsorizzazione: sviluppo e definizioni . . . . .	3
1.1.1 La sponsorizzazione nello sport . . . . .	3
1.1.2 Le tipologie di sponsorizzazione sportiva . . . . .	4
1.2 Il licensing . . . . .	5
1.2.1 Elementi e caratteristiche del licensing . . . . .	5
1.2.2 Sponsorizzazione tecnica e licensing dal punto di vista economico . . . . .	7
<b>2 Formalizzazione del problema in termini di problema di controllo</b>	<b>9</b>
2.1 La royalty sulle vendite e il minimo garantito . . . . .	9
2.2 Il goodwill del marchio aziendale . . . . .	11
2.3 La funzione dei ricavi . . . . .	12
<b>3 Risultati</b>	<b>13</b>
3.1 Soluzione del problema di controllo . . . . .	13
3.2 Analisi economica . . . . .	15
<b>Conclusioni</b>	<b>17</b>
<b>Riferimenti bibliografici</b>	<b>19</b>

## Elenco delle figure

1	Guadagni da attività di licensing per tipo di property nel 2017 (Fonte: LIMA, Licensing Survey 2018) . . . . .	7
2	Royalty media e range delle royalty per categoria di prodotto nel 2011 (Fonte: EPM Communications, The Licensing Letter) . . . . .	10
3	Variazioni delle variabili nei due casi (società di fama o emergente) . . . . .	16



# Introduzione

Sono molti i modi con cui l'universo economico penetra in quello sportivo e viceversa, a seconda delle possibilità, della natura e delle esigenze dei soggetti presi in considerazione. Uno di questi fenomeni, peraltro diffuso anche in altre tipologie di business, è quello della sponsorizzazione, inteso come sostegno finanziario o di diversa natura a favore di un evento, di una persona o di una organizzazione.

In questo elaborato analizzeremo i contratti di licensing sportivo, ovvero contratti in cui una squadra o un atleta concede ad un produttore il diritto di utilizzare il proprio logo sulla merce che produce. La clausola di royalty richiede che il licenziatario paghi un compenso monetario per avere la concessione che consiste generalmente in un corrispettivo fisso e in un ulteriore pagamento, espresso in percentuale, nel caso in cui le vendite superino un determinato importo. In particolare, a seguito della clausola di royalty, sarà necessario considerare una classe di problemi di controllo ottimo contenenti funzioni non differenziabili. Terremo conto di questa particolare clausola considerando un termine non differenziabile nella funzione obiettivo del licenziatario. Il problema di controllo ottimo viene formulato per trovare la strategia pubblicitaria migliore per il licenziatario.

Nel Capitolo 1 provvederemo a fornire un visione generale del fenomeno della sponsorizzazione e ne distingueremo differenti tipologie, ponendo particolare attenzione allo studio di una forma molto diffusa nell'ambito sportivo: l'accordo di sponsorizzazione tecnica. Illustreremo, inoltre, il fenomeno del merchandising, elemento spesso connesso a questo tipo di contratto e importante al fine delle nostre valutazioni economiche. Il Capitolo 2 consisterà invece nell'introduzione agli strumenti matematici che saranno utilizzati per lo sviluppo del modello economico oggetto della prova finale e nella definizione della struttura dello stesso. Ne illustreremo le ipotesi di base, gli elementi che lo contraddistinguono, le caratteristiche dei soggetti economici considerati e la dinamica dei relativi costi e ricavi. Infine, nel Capitolo 3, svolgeremo i calcoli e commenteremo i risultati del modello cercando di darne un'interpretazione economica.

In fase di analisi ci rifaremo ai contenuti dell'articolo "Optimal Investment Strategies in a sports merchandising contract" di Buratto e Ranocchi pubblicato nella rivista "International Journal of Contemporary Mathematical Sciences" nel Marzo del 2019. Per la teoria sul controllo ottimo, invece, faremo riferimento ai contenuti teorici del manuale "Ottimizzazione dinamica - modelli economici e gestionali" di Buratto, Grosset e Viscolani edito dalla Libreria Progetto nel 2013.



# 1 Il merchandising nello sport business

## 1.1 Il fenomeno della sponsorizzazione: sviluppo e definizioni

Il contratto di sponsorizzazione prevede che “un soggetto si obblighi nei confronti di un altro soggetto, a fronte del pagamento di un corrispettivo, a divenire veicolo di diffusione del nome o del marchio dello sponsor stesso”<sup>1</sup>. In particolare, si parla di un fenomeno che può assumere svariate forme e che può essere incontrato in diversi settori, da quello radiotelevisivo a quello sportivo, da quello artistico-culturale a quello sociale. Quale tecnica utilizzata dalle imprese per la promozione di se stesse e dei propri prodotti, altro non è che una forma di comunicazione, dotata, nell’ampio genus della pubblicità cui appartiene, di particolari caratteristiche. Per il licenziante, il licensing è una leva di marketing per il proprio marchio, aumentandone la notorietà e l’esposizione verso il proprio target di riferimento. Dal punto di vista del licenziatario, la licenza è un’opportunità per aumentare il volume d’affari e la distribuzione dei propri prodotti in uno o più territori.

### 1.1.1 La sponsorizzazione nello sport

Lo sport, dal dopoguerra in poi, si è trasformato progressivamente da fenomeno di élite a fenomeno di massa con un notevole e sempre crescente seguito di praticanti e soprattutto appassionati. Grazie al suo diffuso seguito lo sport ha iniziato a rappresentare un ottimo veicolo pubblicitario per le imprese, anche grazie allo sviluppo tecnologico della televisione che consente oggi di raggiungere quell’audience *indotta* di telespettatori e radioascoltatori dell’evento che, nei casi degli eventi sportivi mondiali, come le Olimpiadi o ai Mondiali di calcio, può raggiungere dimensioni internazionali. A riguardo, si identificano tre diverse tipologie di audience esposte all’evento sportivo:

- *audience diretta* partecipa fisicamente ad un dato evento e si caratterizza per un altissimo interesse attivo di partecipazione;
- *audience indiretta* segue continuamente gli eventi, sempre con un interesse attivo, ma partecipando attraverso le informazioni di mass media e media specializzati
- *audience mass-media* prende parte alle manifestazioni sportive in modo occasionale e senza interessi attivi di partecipazione.

Accordi di questo tipo rappresentano uno strumento efficace per favorire il raggiungimento e il mantenimento di una certa stabilità economica. Gli sponsor sembrano aver preferito legare la loro immagine a campioni sportivi o squadre impegnate nelle più note discipline sia a livello agonistico che dilettantistico come veicolo preferenziale per diffondere il proprio marchio: il caso più rilevante, almeno a livello europeo, è probabilmente quello delle sponsorizzazioni delle società calcistiche ma non vanno dimenticati gli accordi che intercorrono con campioni di

---

<sup>1</sup>P. Lenzi, C. Sottoriva, “L’applicazione del Financial Fair Play alle società di calcio professionistiche: indicazioni operative e considerazioni critiche”, Aracne Editrice, 2013, p. 27.

caratura mondiale negli sport individuali come tennis e nuoto. Associando il proprio brand alla figura di un campione si acquisisce tutta una serie di vantaggi in termini di visibilità che vanno oltre al semplice contesto sportivo, diventando spesso fenomeno culturale di massa.

### 1.1.2 Le tipologie di sponsorizzazione sportiva

La prima distinzione è essenzialmente riconducibile alla sponsorizzazione di un club, di un singolo atleta o di una federazione:

*Il club* Nell'ipotesi della sponsorizzazione del club, questo si obbliga dietro corrispettivo a veicolare un determinato messaggio pubblicitario con scritte o altri simboli sull'abbigliamento degli atleti, dei tecnici, degli accompagnatori, sui veicoli e sul materiale promozionale, consentendo altresì allo sponsor di utilizzare le relative immagini a fini pubblicitari;

*L'atleta* Questo si impegna, anche in esclusiva, a diffondere il marchio e i suoi prodotti oltre che a partecipare ad un numero minimo di competizioni. Combinata con i profili tecnici, la sponsorizzazione del singolo atleta può anche realizzarsi attraverso la fornitura gratuita dei prodotti dell'impresa o anche tramite l'acquisto di porzioni di spazio dell'abbigliamento che l'atleta utilizzerà nel corso delle attività sportive e nel tempo libero. A tal proposito, è utile sottolineare come un atleta possa essere sponsorizzato al contempo sia come atleta individuale sia come tesserato di un club<sup>2</sup>;

*La federazione* Quanto alla sponsorizzazione di una federazione sportiva, l'impresa che sponsorizza fornisce finanziamenti alla federazione in cambio della veicolazione pubblicitaria che può consistere anche nell'attribuzione della qualifica di sponsor o fornitore ufficiale delle attrezzature.

Dal punto di vista della tipologia pratica di sponsorizzazione, anche in questo caso, esistono tre principali categorie:

**Lo sponsor commerciale** Il main sponsor è lo sponsor che si impegna maggiormente dal punto di vista economico e quindi è quello che gode di maggiori spazi e opportunità. Nel caso della sponsorizzazione di una squadra, per esempio, lo sponsor principale è quello che può apporre il logo sulla maglia e su tutto l'abbigliamento sportivo e da riposo mentre nella sponsorizzazione di un evento è quello che viene associato al nome dell'evento. Nel basket e nella pallavolo è inoltre diffusa la prassi della *sponsorizzazione con abbinamento* che consiste nell'assunzione del nome dello sponsor all'interno del proprio nome sociale.

**Lo sponsor secondario** Lo sponsor minore non compare sulle divise degli atleti o, se vi compare, ha a disposizione spazi più ridotti, così come non aggiunge il suo nome a quello dell'evento sponsorizzato; può però comparire in tutti gli ulteriori spazi in cui compare lo sponsor principale.

---

<sup>2</sup>Non è infrequente che alcuni calciatori, oltre a vestire le tenute marchiate dallo sponsor tecnico, firmino accordi con sponsor tecnici terzi aventi ad oggetto la sponsorizzazione degli scarpini.



**Lo sponsor tecnico** Tra il livello dello sponsor primario e quello secondario si colloca poi quello tecnico, rappresentato, dall'azienda che fornisce il materiale strettamente necessario per lo svolgimento dell'attività. Lo sponsor tecnico in genere gode degli stessi veicoli comunicativi dello sponsor principale con la differenza però che le dimensioni delle sue scritte pubblicitarie sono di più ridotte dimensioni. E' proprio su questa fattispecie che concentreremo le nostre attenzioni nel proseguimento del lavoro.

## 1.2 Il licensing

Proprio il tema dello sponsor tecnico, affrontato in chiusura della sezione precedente, consente quindi di aprire il ragionamento relativo agli accordi di licensing visto che nella maggior parte delle discipline sportive sono proprio le aziende che producono il materiale tecnico a siglare accordi economici per il raggiungimento del diritto alla gestione commerciale dei prodotti segnati con il marchio del club.

Il licensing è l'espressione che indica la cessione di un diritto di una proprietà intellettuale o di un marchio. Questa attività si regola tramite un contratto tra chi è il titolare dei diritti, il licenziante (o licensor), e il contraente, ovvero il licenziatario (o licensee), che ottiene il diritto di utilizzare e sfruttare la proprietà intellettuale e si impegna ad applicare il marchio e i suoi elementi grafici sui prodotti in cambio di un corrispettivo, chiamato royalty.

### 1.2.1 Elementi e caratteristiche del licensing

L'obbligazione principale per il licenziante è la concessione della facoltà di utilizzare industrialmente o commercialmente un bene immateriale a cui di regola si accompagna l'ulteriore obbligo, a carico dello stesso licenziante, di "intraprendere tutte le azioni necessarie o utili a permettere al licenziatario (definito anche licensee) lo sfruttamento del marchio alle condizioni pattuite dai contraenti come, ad esempio, la presentazione delle domande di rinnovo dei marchi la cui protezione dovesse eventualmente giungere a scadenza nel periodo di vigenza dell'accordo ,o ancora, il pagamento delle tasse annuali di mantenimento"<sup>3</sup>.

Non è garantito in alcun modo che la commercializzazione di determinati prodotti con quel marchio possa effettivamente produrre un vantaggio di natura commerciale grazie al prestigio acquisito presso il pubblico dal marchio medesimo. Il licensee dovrà quindi condurre opportune valutazioni al fine di stimare il grado di notorietà e le relative potenzialità del marchio nel mercato di riferimento e conseguentemente la predisposizione di efficaci programmi di marketing finalizzati ad ottenere previsioni di vendita per il successivo calcolo delle royalty; nel modello che andremo ad analizzare le royalty rappresentano una componente di estrema importanza ed influenza sulle politiche di investimento distributivo. Un percorso valutativo simile dovrà essere condotto sempre dal licensee per evitare operazioni erranee come il pagamento di royalty minime che risultino però fortemente sproporzionate rispetto agli effettivi volumi di vendita successivamente realizzati. Normalmente, in tale tipo di accordi, il proprietario del

---

<sup>3</sup>S. D'Innocenzo, "Il merchandising come contratto sportivo", CEDAM, 2010, p. 55.

marchio si riserva di attuare diverse forme di controllo sui prodotti che verranno in seguito commercializzati con il proprio segno distintivo così da preservare l'alto livello qualitativo degli stessi. In conclusione, la società sportiva, anche se spesso non risulta produttrice diretta dei prodotti, ne è certamente ideatrice e promotrice nonché parte attiva nelle politiche di marketing da intraprendere.

Secondo una classificazione di Lenzi e Sottoriva<sup>4</sup>, il contratto può essere di licenze esclusiva, di licenza semi-esclusiva o di licenza non esclusiva:

- *licenza esclusiva* quando il licenziante si impegna a non usare direttamente per fini commerciali e a non concedere ad altri terzi il diritto ad usare il proprio marchio;
- *licenza semi-esclusiva* se il club rinuncia al diritto di nominare altri licenziatari, ma si riserva il diritto di utilizzare direttamente il proprio logo sul mercato;
- *licenza non esclusiva* se il licenziante vuole conservare il diritto di concedere ad altri o di sfruttare direttamente il detto marchio.

Per quanto concerne gli aspetti economici, di regola gli elementi strutturali di un contratto di licensing sono il compenso riservato al titolare del marchio e il dettaglio delle modalità di pagamento. Il compenso riservato al concedente si compone, solitamente, di una somma minima garantita e di royalty, vale a dire percentuali sui guadagni del licenziatario in riferimento ad un determinato periodo contrattuale. Di norma sono le parti che si accordano, in fase di negoziazione del contratto, sulle modalità di determinazione della royalty; ad esempio, prevedendo una royalty crescente al raggiungimento di determinate soglie di fatturato; l'ipotesi più frequentemente concordata tra le parti è quella della royalty a percentuale accompagnata dalla previsione di compensi minimi annuali, garantiti preventivamente per il titolare. Nello specifico, tale corrispettivo minimo, può essere determinato in una somma predeterminata, a prescindere dal risultato sportivo conseguito, oppure può essere strettamente collegato ad esso. Non sono infrequenti, in effetti, nel caso sportivo, clausole contrattuali che vincolino l'entità del compenso in funzione di determinati successi sportivi. Tutte queste nozioni saranno fondamentali, successivamente, in sede di strutturazione del modello matematico in analisi. Il contratto di merchandising rientra nella categoria dei 'contratti di durata', e può essere stipulato "per un periodo di tempo determinato, al fine di consentire al licenziatario di recuperare l'investimento effettuato con l'acquisto della licenza e stabilendo eventualmente i termini e le condizioni per il rinnovo"<sup>5</sup>.

Inoltre è prassi diffusa la stipulazione di contratti misti, in cui lo sponsor gode non solo del diritto di far comparire i propri segni sul materiale utilizzato dal club durante le competizioni e gli allenamenti, ma anche di far produrre e distribuire i prodotti con i simboli della società. Questo si verifica frequentemente nel caso della sponsorizzazione tecnica (come peraltro anticipato in precedenza) delle squadre calcistiche più famose, in cui l'azienda che si occupa della produzione degli articoli sportivi, oltre a garantire la fornitura di abbigliamento tecnico alla squadra sponsorizzata, gestisce la commercializzazione di repliche autorizzate di divise e gadget della squadra

---

<sup>4</sup>P. Lenzi, C. Sottoriva, *op. cit.*, p. 41.

<sup>5</sup>S. D'Innocenzo, *op. cit.*, p. 61.

con il proprio marchio attuando in modo congiunto un rapporto di sponsorizzazione e un'attività di merchandising; tutto ciò influenzerà lo sviluppo di questo modello, dal momento che si dovrà tenere conto anche del fenomeno pubblicitario e comunicativo connesso. In particolare, con tale operazione, l'azienda acquisisce il diritto di apporre il proprio marchio sul supporto tecnico utilizzato dallo sponsee, al fine di acquisire visibilità, e il diritto di produrre, distribuire e commercializzare prodotti di largo consumo con i simboli distintivi della società.

L'importanza dello sfruttamento commerciale del marchio sportivo sull'abbigliamento tecnico è testimoniato dai dati che spesso si registrano nella vendita delle repliche delle maglie della prima squadra di club professionistici oppure, più in generale, come si evince dai ricavi che le società professionistiche traggono dai contratti di sponsorizzazione tecnica.

Per fornire un esempio, si osservi il grafico della distribuzione delle revenue del licensing per property type in figura; il mercato sportivo produce il 10% di tale ricchezza. Un numero piuttosto alto, se si considera che solo il 2% è prodotto dalle attività di licensing relative a personaggi famosi.

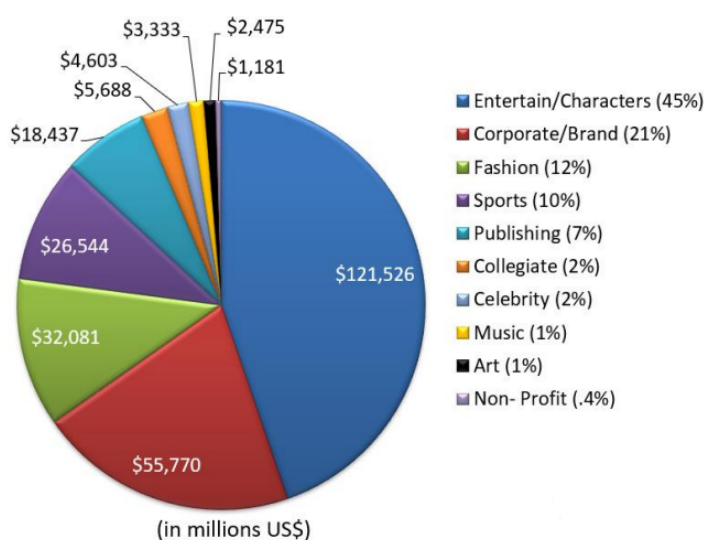


Figura 1: Guadagni da attività di licensing per tipo di property nel 2017 (Fonte: LIMA, Licensing Survey 2018)

### 1.2.2 Sponsorizzazione tecnica e licensing dal punto di vista economico

Più significativo è invece lo spessore economico relativo a questo tipo di accordi dal momento che i licensor hanno compreso che il licensing offre tutta una serie di benefici come ridurre il costo dello sviluppo del prodotto, garantire visibilità aggiuntiva ad altri prodotti, permettere di massimizzare l'efficacia degli investimenti pubblicitari e permettere di espandersi in nuovi mercati. Per i produttori, invece, alcuni vantaggi del licensing sono la creazione immediata di credibilità nei confronti dei propri prodotti attraverso l'uso di una property nota, la rapida entrata nel mercato senza sostenere costi per affermare il proprio marchio e lo sviluppo di una linea di prodotti che utilizzano un marchio già noto e affermato agli occhi dei buyer della distribuzione.

Così come tutte le declinazioni della sponsorizzazione sportiva, il licensing presenta un fattore di rischio per il licensee, dal momento che il licensor gode di un' autonomia decisionale limitata risentendo fortemente dei risultati sportivi o degli eventuali fatti giudiziari relativi ai protagonisti del mondo sportivo. Di conseguenza, un andamento negativo nelle competizioni da parte della squadra, lo scarso seguito delle trasmissioni televisive o ancora problematiche personali degli atleti (come infortuni, squalifiche per doping o scandali) possono determinare un ritorno pubblicitario in negativo e la conseguente revisione dei piani economici oggetto dell' accordo. A tal proposito è frequentemente pattuita la clausola di recesso anticipato al verificarsi di determinate condizioni negative del soggetto licensee, come una retrocessione o, viceversa, un maggiore corrispettivo al verificarsi di condizioni più favorevoli alla maggiorazione della visibilità come la vittoria in una determinata competizione. Molto diffuse, soprattutto nelle aziende sponsor di livello mondiale, sono poi le strategie di diversificazione degli investimenti e del rischio, al fine di tutelarsi da eventuali impatti economici negativi di uno dei licensee.

Le società sportive, avendo intrapreso un lento ma progressivo processo di aziendalizzazione, dettato da nuove esigenze e da nuove opportunità, si sono ormai organizzate come aziende dotandosi di vere e proprie aree marketing che si occupano di elaborare articolati piani pluriennali. Più precisamente nel marketing delle società sportive vengono individuate le cosiddette *quattro P*, che rappresentano gli strumenti utilizzabili per ottimizzare la propria offerta e sono le seguenti:

**Product** Il prodotto è rappresentato dall' audience diretta della società sportiva e dagli spazi che questa mette a disposizione dello sponsor. Questi possono essere spazi gestiti direttamente dalla società come le divise agonistiche e di allenamento, gli accessori in dotazione ad atleti, tecnici, dirigenti, funzionari e personale interno, i mezzi di trasporto oppure gli spazi gestiti indirettamente in cui rientrano “tutte le occasioni di esposizione che una società sportiva riesce ad ottenere grazie alla sua attività e che tuttavia non può controllare direttamente”<sup>6</sup>;

**Price** Per prezzo, ovviamente, si intende la somma che l' azienda licensor deve pagare per poter sponsorizzare la società sportiva. Le società sportive tendono a differenziare il prezzo in base alla durata del rapporto, al tipo di clientela e all' area geografica;

**Place** In tema di distribuzione, le società sportive, al fine di aumentare l' audience diretta e indiretta, da un lato curano i rapporti coi media per ottenere maggiori spazi e tempi di ripresa a favore dello sponsor e dall' altro organizzano amichevoli e tournée in altri paesi; si tratta di considerazioni che svilupperemo più avanti perché si tratta di operazioni che impattano soprattutto sul valore del brand e dunque sulla descrizione del modello. Il rilievo in termini di licensing riguarda invece l' efficacia della distribuzione dei prodotti e l' organizzazione degli store;

**Promotion** Molte società prevedono uno specifico budget per il communication mix, investendo risorse al fine di rendere nota la propria audience TV, il numero dei propri supporter o il bilancio in attivo.

---

<sup>6</sup>C. Diana, “*Il marketing delle società sportive*”, CISU, 1997, p. 221.

## 2 Formalizzazione del problema in termini di problema di controllo

I temi appena presentati andranno inseriti nell'ambito di un'analisi di cui andremo ora ad introdurre gli strumenti matematici. Si tratta di nozioni tecniche di cui è bene avere una conoscenza di base in vista della comprensione del modello studiato. Tutte le considerazioni svolte in precedenza in merito alla sponsorizzazione tecnica e al licensing dovranno trovare una opportuna formulazione matematica così da dimostrarne l'effettivo rilievo economico. Per quanto molte delle intuizioni possano essere applicate a diversi contesti sportivi, il modello è stato sviluppato secondo dinamiche e usi tipici del settore calcistico che è senza dubbio lo sport più seguito e più sviluppato in termini economici nel continente europeo.

Nel caso che andremo a studiare ci troveremo nella condizione di dover comprendere, e possibilmente modificare, il comportamento di insiemi di grandezze che variano nel tempo in modo interdipendente attraverso un modello che ne descriva l'evoluzione. Si dicono dinamici i sistemi che presentano tali caratteristiche relative al tempo mentre "il problema di decidere le azioni che influiscano opportunamente sull'evoluzione di un sistema dinamico" è detto problema di controllo ottimo<sup>7</sup>.

Nel dettaglio, con questo studio, andremo a caratterizzare i livelli ottimali di investimento per il licensor (la società calcistica) ed il licensee (l'azienda di fornitura tecnica) in funzione delle previsioni contrattuali relative all'ammontare delle royalty sui guadagni e delle somme fisse. Il modello prevede l'interazione tra due attori economici: da una parte il club sportivo che concede in licenza l'uso del proprio brand e dall'altra lo sponsor che acquista tale diritto allo sfruttamento. Come abbiamo già sottolineato più volte, questo rapporto si basa su una compensazione monetaria a favore del club, costituente l'obbligazione tipica a carico del licensee che è calcolata sia sulla base di un ammontare minimo garantito, sia in percentuale sui ricavi di vendita del materiale. Ci riferiremo ai due soggetti indicando con  $L$  il licensor e con  $l$  il licensee.

### 2.1 La royalty sulle vendite e il minimo garantito

La premessa alla base del licensing è che "il licensee ottiene il diritto a usare una property in associazione con i propri prodotti per renderli più interessanti per i consumatori; il licensor, d'altro canto, ottiene una remunerazione per l'uso della propria property"<sup>8</sup>, che è data dalla royalty sulle vendite e il minimo garantito.

Nei contratti di licensing sportivo succede frequentemente che i livelli di royalty assumano forma variabile, cambiando valore a seconda del livello di fatturato raggiunto. Questo per garantire al licensee di tutelarsi dal rischio che il business oggetto del contratto risulti poco redditizio.

---

<sup>7</sup>A. Buratto, L. Grosset, B. Viscolani, "Ottimizzazione dinamica - modelli economici e gestionali", Ed. Libreria Progetto, 2013, p. 1.

<sup>8</sup>G. Battersby, D. Simon, "Il manuale del licensing per licensor e licensee: le regole fondamentali per massimizzare i profitti", Ed. FrancoAngeli, 2013, p. 100.

Tale struttura, matematicamente, si presenta come una funzione a tratti in cui i punti di discontinuità del valore di  $r$  vengono definiti in fase contrattuale attraverso la previsione di determinati valori del fatturato. Assumeremo, per semplicità, un modello con un solo punto di discontinuità: per valori inferiori il licensor non riceve alcuna royalty mentre, per valori maggiori, riceve una royalty percentuale sulla differenza. La royalty dunque sarà pagata solo nel caso in cui il valore di  $S(T)$  ecceda un dato valore  $\bar{S}$  fissato in fase di contrattazione e solo sulla differenza tra queste due grandezze:

$$\max\{0, r(S(T) - \bar{S})\}, \quad r \in (0, 1)$$

dove  $r$  è la royalty percentuale fissata dal licensor.

Nel modello analizzato gli autori hanno ipotizzato una royalty al 5%: se poi la percentuale di royalty effettivamente stabilita tra le parti sia uguale, superiore o inferiore a questo valore, ciò spesso dipende dalla domanda di mercato.

PRODUCT CATEGORY	AVERAGE ROYALTY	RANGE
Accessories	9.1%	3%-18%
Apparel	9.3%	5%-17.5%
Consumer Electronics	5.2%	3%-10%
Domestics	8.9%	4%-12%
Food/Beverages	5.9%	3%-12%
Footwear	8.1%	3%-14%
Furniture/Home Furnishings	7.5%	3%-12%
Gifts/Novelties	9.0%	5%-17.5%
Health/Beauty	8.9%	5%-12%
Housewares	6.3%	3%-14%
Infant Products	8.7%	5%-14%
Publishing	9.8%	5%-15%
Sporting Goods	9.8%	2%-15%
Stationery/Paper	9.2%	4%-16%
Toys/Games	10.4%	5%-15%
Video Games/Software	10.5%	1%-20%
<b>OVERALL AVERAGE</b>	<b>8.7%</b>	<b>1%-20%</b>

Figura 2: Royalty media e range delle royalty per categoria di prodotto nel 2011 (Fonte: EPM Communications, The Licensing Letter)

Nonostante il licensor goda del diritto ad incassare una royalty su ogni prodotto in licenza venduto, la definizione di un minimo garantito si basa sul fatto che non vi è certezza che il prodotto raggiunga un certo livello di successo da un punto di vista commerciale; il minimo garantito assicura al licensor di ricevere una certa somma in denaro per i diritti che ha ceduto in licenza. Chiamando dunque  $C$  il minimo garantito in questione, ne deriva che il totale corrisposto dal licensee al licensor è dato da:

$$C + \max\{0, r(S(T) - \bar{S})\}. \quad (1)$$

## 2.2 Il goodwill del marchio aziendale

Il valore del marchio aziendale evolve in accordo con la seguente equazione differenziale:

$$\dot{G}_I(t) = \gamma_I a_I(t) + \beta_L \bar{G}_L - \delta_I G_I(t),$$

con condizione iniziale

$$G_I(0) = \underline{G}_I,$$

dove  $\gamma_I > 0$  è l'efficacia dello sforzo distributivo e commerciale del marchio produttivo;  $a_I(t)$  misura l'entità dello sforzo distributivo dell'azienda produttiva;  $\beta_L > 0$  rappresenta lo spillover del brand L sulla reputazione del marchio I;  $\delta_I > 0$  è il tasso di decadimento del marchio aziendale;  $\underline{G}_I > 0$  è il valore iniziale del marchio.

Parliamo dunque di *sforzo distributivo*. In altre parole, ci concentriamo sulle scelte di investimento che uno sponsor tecnico deve effettuare in termini di rete commerciale e distributiva: quali aree geografiche servire, quanti negozi ufficiali aprire e quando invece appoggiarsi a distributori già esistenti. La gestione della catena distributiva nel settore sportivo, così come in molti altri, ha come obiettivo quello di rendere i prodotti disponibili in maniera efficiente: questa catena può assumere diverse forme a seconda degli obiettivi e delle disponibilità di chi la organizza. Nel business calcistico, la gestione dei canali distributivi è una complessa attività che consiste sia nell'anticipare sia nel rispondere ai comportamenti dei consumatori in relazione alla domanda e, soprattutto, agli eventi sportivi e ai risultati ottenuti. È emblematico il caso della vittoria da parte di un club di una finale nazionale o europea: in questo caso il merchandising celebrativo dovrà essere prodotto e poi distribuito quasi in tempo reale. In alternativa, è possibile assumere il rischio di produrre e distribuire parte di questi prodotti in anticipo con gli eventuali costi in caso di esito negativo della finale.

Dal punto di vista del posizionamento fisico dei punti vendita o degli eventi cui sono legate attività commerciali e della loro organizzazione interna, bisogna tenere in considerazione il fatto che oggi lo sport non è più un'attività per pochi, ma un ambito nel quale si possono riconoscere tutti. Si presta molta attenzione "all'affluenza minima, al bacino di utenza allargato, al database di appassionati. Questo comporta l'allargamento del target di riferimento: non più soltanto gli sportivi veri e propri"<sup>9</sup>. I negozi sportivi oggi hanno come obiettivo quello di sviluppare nuovi business, nuove esperienze e sono molto differenti rispetto a qualche anno fa<sup>10</sup>:

- il design degli store si è evoluto e le loro dimensioni sono aumentate;
- i club shop e i canali distributivi in genere si sono fortemente sviluppati all'interno di nuove piattaforme fisiche e virtuali;
- aumento del business dello sport retailing.

<sup>9</sup>S. Cherubini, M. Canigiani, A. Santini, "Marketing, comunicazione, eventi: l'esperienza dello sport", Ed. FrancoAngeli, 2005, p. 85.

<sup>10</sup>S. Hamil, S. Chadwick, "Managing Football - An international perspective", Ed. Elsevier, 2010, p. 157.

Quelli appena citati sono aspetti fondamentali al fine di attuare una strategia di merchandising di successo. Spesso le impostazioni distributive vanno di pari passo con gli sforzi del club, come nel caso della costruzione di impianti nuovi e moderni: il Camp Nou di Barcellona e lo Juventus Stadium di Torino sono solo alcuni degli esempi in cui l'attività di merchandising trova all'interno dell'impianto sportivo stesso uno dei canali commerciali più significativi, attraverso la stabile presenza di store ufficiali. Un club che rappresenta una città importante, popolosa ed industrializzata troverà, con buona probabilità, un vantaggio, sia economico che in termini di visibilità, nello sviluppare reti di negozi ufficiali vicino a luoghi di interesse pubblico.

Fortemente rilevante è poi il concetto di *spillover(L)*, che in questo caso sortisce un effetto positivo sul goodwill dello sponsor: si tratta, in altre parole, del beneficio, in termini di visibilità e pubblicità, che l'accordo di sponsorizzazione tecnica apporta al marchio aziendale. Ci aspettiamo, peraltro, che il valore di  $L$  dipenda dall'importanza mediatica e dalla notorietà del club sponsorizzato: è naturale infatti che un club particolarmente seguito influisca in maniera più significativa sulla popolarità del marchio dello sponsor. Il decadimento, infine, è quello che si assume legato al naturale *invecchiamento* del marchio in questione relativamente all'abbinamento ad un club, in quanto, l'impatto di un accordo contrattuale con una società calcistica tende ad attenuarsi con il passare degli anni<sup>11</sup>.

### 2.3 La funzione dei ricavi

Si definisce con  $S(t)$  la funzione che indica il ricavo derivante dalle vendite della merce licenziata, mentre si definisce con  $\dot{S}(t)$  l'equazione del moto associata a  $S(t)$  che descrive come i goodwill dei due brand influiscono sui ricavi da merchandising:

$$\dot{S}(t) = \alpha_L \bar{G}_L + \alpha_I G_I(t), \quad (2)$$

dove

$$S(0) = 0.$$

Il ricavo del licensee è influenzato, in maniera proporzionale; anche dal valore del proprio brand: questo sarà rappresentato nella funzione obiettivo da  $\rho_I G_I(T)$ . Invece assumeremo quadratico il costo per l'advertising, come suggerisce la letteratura in merito<sup>12</sup>: nella funzione obiettivo troveremo quindi  $\int_0^T \frac{\kappa_I}{2} a_I^2(t) dt$ . Il problema di advertising del licensee può quindi essere enunciato come il seguente problema di controllo ottimo:

$$\max_{a_I \geq 0} \pi_I = \rho_I G_I(T) + S(T) - [C + \max\{0, r(S(T) - \bar{S})\}] - \int_0^T \frac{\kappa_I}{2} a_I^2(t) dt$$

soggetto a (1) e (2).

<sup>11</sup> È importante sottolineare che stiamo parlando del decadimento del marchio aziendale riconducibile all'attività di affiancamento con la società sportiva e non dunque di un decadimento generale che investe tutti i business dello sponsor.

<sup>12</sup> A. Buratto, G. Zaccour, "Coordination of Advertising Strategies in a Fashion Licensing Contract", 2009, pp. 31-53.



### 3 Risultati

#### 3.1 Soluzione del problema di controllo

La presenza del termine max nella funzione scrap value rende il problema del licensee non-regolare. Per determinare la strategia pubblicitaria ottimale del licensee faremo riferimento alle condizioni necessarie del teorema di Neustad e ai teoremi di sufficienza associati<sup>13</sup>.

**Teorema** La spesa ottima in pubblicità è

$$a_l^*(t, \bar{p}_3) = \frac{\gamma_l}{\kappa_l} \left[ \rho_l e^{-\delta_l(T-t)} + \frac{\bar{p}_3 \alpha_l}{\delta_l} (1 - e^{-\delta_l(T-t)}) \right], \quad (3)$$

con totale di vendite ottimo associato

$$S^*(T, \bar{p}_3) = \bar{G}_L T \alpha_L - \frac{e^{-\delta_l T} (1 - e^{\delta_l T}) \alpha_l \gamma_l \rho_l}{\kappa_l \delta_l} + \bar{p}_3 \frac{e^{\delta_l T} \alpha_l^2 \gamma_l (1 - e^{\delta_l T} + e^{\delta_l T} \delta_l T)}{\kappa_l \delta_l^2},$$

e profitto ottimo

$$\pi_l^*(\bar{p}_3) = \pi_l^*(a_l^*(t, \bar{p}_3), \bar{p}_3).$$

Il valore di  $\bar{p}_3$  è determinato come segue:

- $\bar{p}_3 = 1$  se  $\bar{S} \geq S(T, 1)$ , non c'è attivazione della royalty;
- $\bar{p}_3 = 1 - r$  se  $\bar{S} < S(T, 1 - r)$ , attivazione della royalty al tasso  $r$ ;
- $\bar{p}_3 \in \{1 - r, 1\}$  se  $S(T, 1 - r) \leq \bar{S} < S(T, 1)$ , il valore è la soluzione ottima del problema

$$\begin{aligned} & \max_{p_3} \pi_l^*(\bar{p}_3) \\ & s.t. \quad \bar{p}_3 \in [1 - r, 1]. \end{aligned} \quad (4)$$

**Dimostrazione** Sia  $f_l$  lo scrap value del problema

$$f_l(G_l(T), S(T)) = \rho_l G_l(T) + S(T) - [C + \max\{0, r(S(T) - \bar{S})\}].$$

È una funzione continua e concava in  $(G_l(T), S(T))$ , inoltre è Lipschitz-continua perché ha derivate limitate in tutto l'intervallo  $[0, T]$ .

La funzione Hamiltoniana

$$H(G_l(t), S(t), a_l(t), p(t), t) = -\frac{\kappa_l}{2} a_l^2(t) + p_2(\gamma_l a_l(t) + \beta_L \bar{G}_L - \delta_l G_l(t)) + p_3(\alpha_L \bar{G}_L + \alpha_l G_l(t))$$

è concava in  $a_l$ , dunque, la funzione ha un massimo per

$$a_l^*(t) = \frac{\gamma_l p_2(t)}{\kappa_l}. \quad (5)$$

<sup>13</sup>F. Clarke, "Optimization and nonsmooth analysis", SIAM, 1990, p. 219.

L'equazione di stato  $p = (p_2, p_3) : [0, T] \mapsto \mathbb{R}^2$  deve essere continua e soddisfare:

$$\dot{p} \in \partial_x H^*(G_l(t), S(t), p(t), t). \quad x = (G_l(t), S(t)). \quad (6)$$

Inserendo la funzione (5) nella Hamiltoniana, otteniamo la Hamiltoniana massimizzata

$$\begin{aligned} H^*(G_l(t), S(t), p_2(t), p_3(t), t) &= \frac{\gamma_l^2 p_2^2(t)}{2\kappa_l} + \\ &+ p_2(t) \left( \frac{\gamma_l^2 p_2(t)}{\kappa_l} + \beta_L \bar{G}_L - \delta_l G_l(t) \right) + p_3(t) (\alpha_L \bar{G}_L + \alpha_l G_l(t)) \end{aligned}$$

quindi l'equazione (6) equivale alle due equazioni:

$$-\dot{p}_2(t) \in \partial_{G_l} H^* = -\delta_l p_2(t) + \alpha_l p_3(t); \quad -\dot{p}_3(t) \in \partial_{S} H^* = 0. \quad (7)$$

con vincoli di trasversalità ad esse associati

$$p_2(T) \in \partial_{G_l} f_l(x(T)) = p_l; \quad p_3(T) = \bar{p}_3 \in \partial_S f_l(x(T)) = [1 - r, 1]. \quad (8)$$

Per determinare la funzione di controllo (5) dobbiamo calcolare  $p_2(t)$ , che dipende però dal valore di  $p_3(t)$ . Differenziando la funzione (7), e tenendo in considerazione la (8), otteniamo che  $p_3(t) \equiv \bar{p}_3$  per ogni  $t \in [0, T]$  e di conseguenza

$$p_2(t) = \rho_l e^{\delta_l(T-t)} + \frac{\alpha_l \bar{p}_3}{\delta_l} (1 - e^{\delta_l(T-t)}). \quad (9)$$

In particolare se  $S^*(T) \leq \bar{S}$  allora  $f_l(x^*(T)) = \rho_l G_l + S^*(T) - C(G_l, \varepsilon)$  e quindi  $\bar{p}_3 = 1$ , mentre, se  $S^*(T) > \bar{S}$  allora  $f_l(x^*(T)) = \rho_l G_l + [S^*(T) - \max\{0, r(S^*(T) - \bar{S})\} - C(G_l, \varepsilon)]$  e quindi  $\bar{p}_3 = 1 - r$ . Le funzioni di stato ottenute  $p_2$  e  $p_3$  sono Lipschitz-continue. Sostituendo la funzione (9) nella funzione (5) otteniamo il controllo ottimo (3). A questo punto è facile dimostrare che  $a_l^*(t, \bar{p}_3) \geq 0$  per ogni  $t \in [0, T]$ . La funzione di controllo ottimo dipende dalla costante  $\bar{p}_3$  che può essere determinata dalle condizioni di trasversalità.

La strategia pubblicitaria ottima (3) permette di trovare il valore ottimale del brand  $G_l^*(t, \bar{p}_3)$ , questo, una volta sostituito nella equazione delle vendite (2), consente di calcolare le vendite totali  $S(T, \bar{p}_3)$ . Osservando che  $S(T, \bar{p}_3)$  aumenta al crescere di  $\bar{p}_3$  possiamo concludere che  $S(T, 1 - r) < S(T, 1)$ . Per le condizioni di trasversalità di Neustad ne consegue che se  $\bar{S} \geq S(T, 1)$  allora  $\bar{p}_3 = 1$ , mentre, se  $\bar{S} < S(T, 1 - r)$  allora  $\bar{p}_3 = 1 - r$ . Invece nel caso intermedio  $S(T, 1 - r) \leq \bar{S} < S(T, 1)$  il valore di  $\bar{p}_3$  è dentro l'intervallo  $[1 - r, 1]$ , ma il teorema di Neustad non individua un unico valore ottimale per  $\bar{p}_3$ .

La funzione obiettivo  $\pi_l^*(\bar{p}_3)$  è lineare in  $\bar{p}_3$  e la sua monotonicità dipende dal coefficiente del parametro, che però non ha segno costante. Per determinare il valore ottimale di  $\bar{p}_3$  dobbiamo risolvere il problema di programmazione lineare (4) nell'intervallo  $[1 - r, 1]$ . Quindi, il valore ottimo di  $\bar{p}_3$  è  $1 - r$  o  $1$ .

L'equazione (3) indica che la strategia pubblicitaria in funzione del tempo cresce ed è convessa se  $\rho_l \delta_l > \bar{p}_3 \alpha_l$ , oppure, decresce ed è concava se  $\rho_l \delta_l < \bar{p}_3 \alpha_l$ . Sia la strategia pubblicitaria  $a_l^*(t, \bar{p}_3)$  che le vendite totali  $S^*(T, \bar{p}_3)$  sono crescenti in  $\bar{p}_3$ , dove  $\bar{p}_3 \in [1 - r, 1]$ . Quindi, per  $\bar{p}_3 = 1 - r$  hanno il valore più basso, mentre, per  $\bar{p}_3 = 1$  il controllo ottimo e le vendite hanno il loro valore massimo.

Possiamo concludere che se  $\bar{S}$  è maggiore del livello massimo di vendite raggiungibile dalla società la clausola di royalty non sarà attivata anche se lo sforzo pubblicitario del licensee dovesse essere intenso. Se  $\bar{S}$  è minore del livello minimo di vendite la royalty sarà sempre attivata e il licensee dovrà corrispondere al licensor l' $r$  per cento dei suoi ricavi; per il licensee è ottimale uno sforzo pubblicitario minimo.

Nelle situazioni intermedie, l'applicazione della royalty percentuale dipende dal trade-off tra i ricavi provenienti dalle vendite e la percentuale da corrispondere. La soluzione dipende dai valori dei parametri e, in particolare, dall'efficienza dello sforzo pubblicitario. Fissiamo i parametri:  $\kappa_l = 1, T_f = 10, \delta_l = 0.4, \alpha_L = 4, \beta_L = 2, \alpha_l = 5, \beta_l = 1, G_S = 500, C = 20, G_{I0} = 10, r = 0.05$ . I parametri  $\gamma_l$  e  $\rho_l$ , che misurano l'efficienza dello sforzo pubblicitario sul profitto, sono variabili. Una bassa efficienza (p.e.  $\gamma_l \cdot \rho_l = 0.9$ ) rende il profitto  $\pi^*(\bar{p}_3)$  decrescente in  $p_3$ ; il valore ottimale sarà quindi  $\bar{p}_3^* = 1 - r$  e la clausola di royalty verrà attivata. Al contrario, un'alta efficienza dello sforzo pubblicitario (p.e.  $\gamma_l \cdot \rho_l = 8$ ), rende i profitti crescenti in  $p_3$ ; il valore ottimale in questo caso sarà  $\bar{p}_3^* = 1$  e la clausola di royalty non sarà attivata.

### 3.2 Analisi economica

I ragionamenti svolti risentono fortemente della presenza (o meno) di  $r$ , quindi, bisogna valutare come  $\bar{S}$  e  $S^*(T)$  possano modificarsi in funzione dei diversi casi e se  $r$  assuma consistenza (o non la assuma) a seconda dei livelli sopracitati. Appare chiara l'importanza di  $\bar{S}$ ; possiamo sostenere che:

- per valori bassi di  $\bar{S}$  sarà più verosimile che venga ad attivarsi il sistema di pagamento della royalty;
- per valori elevati di  $\bar{S}$  sarà meno verosimile che venga pagata la royalty.

Cerchiamo quindi di capire da quali fattori dipenda l'ammontare della soglia di fatturato minimo. Il livello di  $\bar{S}$  dipenderà certamente dal valore del goodwill iniziale  $\bar{G}_L$ , dal momento che per assicurarsi un rapporto contrattuale con una società sportiva di fama è probabile che lo sponsor sia disposto a ad abbassare la soglia stabilita in sede contrattuale; in questo caso la dipendenza è negativa: più è alto il valore del goodwill iniziale, più è probabile che il valore di  $\bar{S}$  sia basso<sup>14</sup>. Per quanto appena detto e per il significato che comporta, ci aspettiamo quindi che il valore di  $\bar{S}$  risenta del fatto che società sportiva sia di fama (goodwill iniziale alto) o che non lo sia, secondo la differenziazione presentata in precedenza.

<sup>14</sup>Il concetto di probabilità espresso in questa sezione non viene declinato in senso stocastico, si tratta semplicemente di quanto sia verosimile che i parametri del modello analizzato assumano determinati valori.

Invece, la possibilità che i ricavi totali  $S^*(T)$  raggiungano il livello di  $\bar{S}$  non dipende solo dal livello di quest'ultimo ma anche dai goodwill  $\bar{G}_L$  e  $G_L$  come si evince dall'equazione (2); questi ultimi, a loro volta, dipendono dallo spillover del marchio sportivo  $\beta_L$  e dal *decadimento* del brand  $\delta_l$ . Presumibilmente ci aspettiamo valori di  $S^*(T)$  più elevati se consideriamo una società sportiva di fama che, aggiunto a un valore tendenzialmente più basso di  $\bar{S}$  per questo tipo di club, ci permette di concludere come il raggiungimento del livello di fatturato previsto per l'attivazione della royalty sia più facile per una società di fama rispetto a un club emergente.

Si nota, quindi, una dipendenza dei livelli di spesa rispetto alla royalty di segno positivo della funzione di investimento della società: più la royalty è alta, più il club è incentivato ad investire in pubblicità. Per quanto analizzato, possiamo concludere che:

- nel caso di un club minore, in cui è probabile che il pagamento della royalty non si attivi, lo sponsor investirà di più; in termini matematici la funzione si presenta così:

$$a_l^*(t) = \frac{\gamma_l}{\kappa_l} \left[ \rho_l e^{-\delta_l(T-t)} + \frac{\alpha_l}{\delta_l} (1 - e^{-\delta_l(T-t)}) \right];$$

- nel caso di un grande club, lo sponsor sarà spinto ad investire di meno perché è più probabile che il pagamento della royalty non avvenga; la funzione di investimento è la seguente:

$$a_l^*(t) = \frac{\gamma_l}{\kappa_l} \left[ \rho_l e^{-\delta_l(T-t)} + \frac{(1-r)\alpha_l}{\delta_l} (1 - e^{-\delta_l(T-t)}) \right].$$

Chiaramente si tratta di valutazioni relative al solo effetto del livello di  $r$ : nella pratica può accadere che gli altri parametri subiscano, tra una casistica e l'altra, variazioni tali da cambiare i risultati appena visti. Oltre ai già citati cambiamenti relativi al decadimento, allo spillover e al contributo dei goodwill ai ricavi, può variare anche il valore relativo a  $\rho_l$  qualora si passasse da una società di fama a un club emergente o viceversa.

In conclusione, l'importanza della società porta a livelli di  $\bar{S}$  minori e di  $S^*(T)$  maggiori e questo comporta una più elevata probabilità, relativamente ai valori assunti dai parametri nel modello, di raggiungimento del valore soglia individuato per il pagamento della royalty.

	CLUB DI PRIMA FASCIA	CLUB DI SECONDA FASCIA
$\bar{S}$	Minore	Maggiore
$S^*(T)$	Maggiore	Minore
$r$	Si	No

Figura 3: Variazioni delle variabili nei due casi (società di fama o emergente)

## Conclusioni

Possiamo riassumere, in coda a quanto visto e analizzato, alcune considerazioni.

Il merchandising, come forma di licensing, trova la sua realizzazione nell'attività di commercializzazione di prodotti o servizi al fine di sfruttare la notorietà del marchio oggetto di licenza. Il collegamento con il caso della sponsorizzazione tecnica nello sport è immediato: la società e lo sponsor firmano un accordo in cui la regolamentazione delle forme e dei modi di attuazione della sponsorizzazione (compensi, spazi pubblicitari), si accompagna a un accordo di merchandising, nel quale i contraenti stabiliscono percentuale di royalty, caratteristiche dei prodotti e modalità distributive. Abbiamo cercato di capire, nello specifico, quali elementi possano influenzare i rapporti economici che intercorrono tra le organizzazioni sportive e i soggetti che ricoprono il ruolo di sponsor tecnico.

In termini matematici sono state utilizzate funzioni che rappresentassero al meglio la natura dei ricavi da merchandising, i valori dei brand delle due parti e i relativi payoff utilizzando gli strumenti di controllo ottimo per sviluppare opportunamente il modello. Abbiamo studiato e risolto il problema di un licensee che deve pianificare lo sforzo pubblicitario per i prodotti commercializzati all'interno di un accordo di licensing con una particolare clausola di royalty. Questa clausola implica la presenza di un termine non-differenziabile all'interno della funzione scrap value del relativo problema di controllo ottimo. In questo lavoro il valore dell'azienda produttrice è considerato esogeno ( $\bar{G}_L$ ) e quindi consideriamo solo il problema di controllo ottimo del licenziatario; può essere interessante considerare anche le strategie del licenziante e formalizzare un gioco statico tra le parti.

Sottolineiamo, infine, che questo studio ha trattato un modello deterministico: sarebbe certamente possibile e realistico, anche se molto più complesso, valutare come le conclusioni appena tratte potrebbero modificarsi se venissero introdotti alcuni strumenti stocastici.



## Riferimenti bibliografici

- Battersby G., Simon D. *Il manuale del licensing per licensor e licensee: le regole fondamentali per massimizzare i profitti*. Milano: Ed. FrancoAngeli, 2013.
- Buratto A., Grosset L. e Viscolani B. *Ottimizzazione dinamica - modelli economici e gestionali*. Padova: Ed. Libreria Progetto, 2013.
- Buratto A., Ranocchi L. «Optimal Investment Strategies in a sports merchandising contract». In: *International Journal of Contemporary Mathematical Sciences* (2019).
- Buratto A., Zaccour G. «Coordination of Advertising Strategies in a Fashion Licensing Contract». In: *Journal of Optimization Theory and Applications* (2009).
- Cherubini S., Canigiani M. e Santini A. *Marketing, comunicazione, eventi: l'esperienza dello sport*. Milano: Ed. FrancoAngeli, 2005.
- Clarke, F. *Optimization and nonsmooth analysis*. Philadelphia (USA): SIAM, 1990.
- Diana, C. *Il marketing delle società sportive*. Roma: CISU, 1997.
- D'innocenzo, S. *Il merchandising come contratto sportivo*. Milano: CEDAM, 2010.
- Hamil S., Chadwick S. *Managing Football - An international perspective*. Oxford (UK): Ed. Elsevier, 2010.
- Lenzi P., Sottoriva C. *L'applicazione del Financial Fair Play alle società di calcio professionistiche: indicazioni operative e considerazioni critiche*. Roma: Aracne Editrice, 2013.
- Raugust, K. *Manuale del licensing*. Milano: Baldini&Castoldi, 1998.
- Shank M. D., Lyberger M. R. *Sports Marketing: A Strategic Perspective*. New York: Routledge Taylor & Francis, 2014.