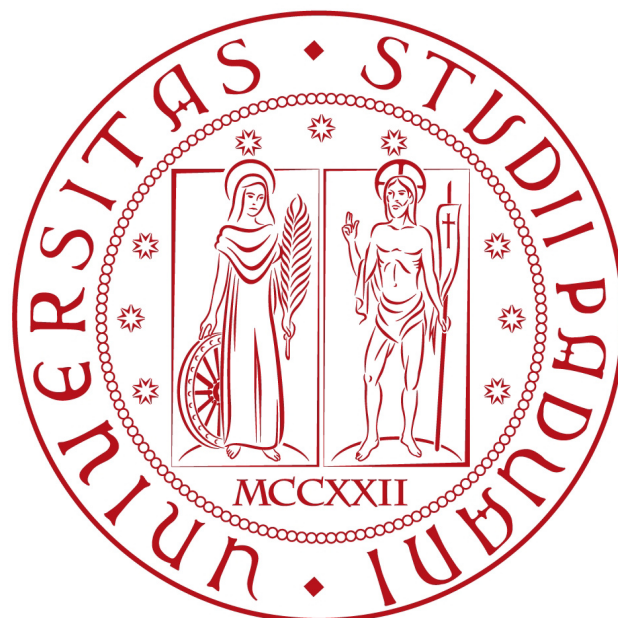


UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE



CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN INGEGNERIA MECCANICA

Analisi ed ottimizzazione fluidodinamica di una schiera di compressore transonico in configurazione tandem

Laureando:
Matteo LORIGGIOLA

Relatore:
Prof. Ernesto BENINI
Correlatore:
Ing. Francesco DE VANNA

Indice

1	Introduzione	1
2	Costruzione del modello geometrico	3
2.1	Introduzione	3
2.2	Geometria della pala	3
2.3	Dati iniziali	6
2.4	Interpolazione dei dati iniziali	9
2.5	Ricostruzione geometrica dei profili iniziali e interpolati	15
2.6	Ricostruzione dello <i>slot</i>	17
2.7	Geometria tridimensionale	22
2.8	Considerazioni finali	24
3	Modello di calcolo e configurazione della simulazione	25
3.1	Introduzione	25
3.2	Modelli adottati	25
3.2.1	Introduzione al problema fluidodinamico	25
3.2.2	Equazioni di Navier-Stokes	29
3.2.3	Modello di turbolenza	30
3.3	Costruzione del dominio di calcolo	35
3.3.1	Immagini della <i>mesh</i> del profilo MCA	37
3.3.2	Immagini della <i>mesh</i> del profilo <i>tandem</i>	40
3.4	Simulazione	44
3.4.1	Configurazione delle simulazioni	44
3.5	Considerazioni finali	46
4	Analisi dei dati iniziali	47
4.1	Introduzione	47
4.2	Stazioni di analisi delle prestazioni e procedura sperimentale	47
4.3	Analisi statistica dei dati iniziali: basi teoriche	49
4.4	Analisi statistica dei dati iniziali: risultati	50
5	Elementi di teoria delle schiere supersoniche e prestazioni a confronto	57
5.1	Introduzione	57
5.2	<i>Unique incidence</i> e condizioni al contorno	57
5.2.1	Metodo di calcolo	59
5.3	Risultati: condizioni a contorno	61
5.3.1	Confronto tra pala <i>tandem</i> e pala MCA per il primo set di condizioni a contorno	63
5.3.2	Confronto tra pala <i>tandem</i> e pala MCA per il secondo set di condizioni a contorno	66
5.3.3	Risultati: prestazioni girante per il primo set di condizioni a contorno	69

5.3.4	Risultati: prestazioni girante per il secondo set di condizioni a contorno	73
5.4	Considerazioni finali	77
6	Ottimizzazione	79
6.1	Introduzione	79
6.2	Procedura di ottimizzazione	79
6.3	Parametrizzazione	81
6.3.1	Risultati della parametrizzazione	82
6.4	Impostazione dell'algoritmo genetico multi-obiettivo	86
6.4.1	<i>Fitness Function</i>	86
6.5	Risultati	88
6.5.1	Campi di moto della pala ottimizzata	94
6.6	Considerazioni Finali	98
7	Conclusioni	99
8	Ringraziamenti	101
	Riferimenti bibliografici	103

Capitolo 1

Introduzione

Le palettature rotoriche transoniche hanno visto un ritrovato interesse sperimentale grazie a recenti sviluppi nell'ambito delle tecnologie dei materiali: l'alto carico a cui sono poste le pale ha richiesto la ricerca di leghe speciali come quelle a matrice metallica, fibra di carbonio o boro. L'innalzamento delle velocità di rotazione è richiesto per l'aumento del rapporto tra la pressione totale in ingresso e la pressione totale in uscita dalla palettatura e quindi per la riduzione del numero di stadi di compressione necessari al motore aeronautico.

I problemi principali di questo tipo di schiera sono da ricercare nel range di lavoro: limitato tra il 90% al 98% della portata di *chocking*. Nei condotti palari infatti si formano onde d'urto che portano ad un bloccaggio della portata attraverso un urto obliquo quasi normale tra *suction side* della pala e naso della pala successiva. Le perdite indotte dalla presenza dell'onda e dall'interazione della stessa con lo strato limite sono accentuate dal Mach in ingresso. Le moderne palettature perciò prevedono una forma ad s che, tramite la doppia curvatura permette di accentuare l'urto e ridurre la perdita in coda limitando l'instabilità dello strato limite grazie all'uso di un angolo di flessione adatto. [8, pp. 354-360]

La palettatura con caratteristica tandem permette di ridurre sia la perdita per interazione con lo strato limite che il distacco grazie al fatto che il flusso supersonico investe solo la pala frontale mentre la pala posteriore fornisce sia un profilo subsonico, necessario per la riduzione del distacco, che un *turning angle* alto: vengono quindi risolti i principali problemi di design delle pale transoniche. [7]

La referenza [9], su cui si basano i dati di partenza delle analisi e della successiva ottimizzazione è stato composto come una raccolta di prove effettuate sul rotore di figura 2.1. In particolare si precisano le geometrie iniziali e quelle date dalla separazione della pala iniziale a formare la configurazione *tandem*. Queste prove sono state effettuate presso il Lewis Research Center e ne sono presentati i risultati per diversi range di velocità. La geometria iniziale a cui ci si riferisce è quella del profilo a multi-arco di cerchio, geometria abbandonata per i casi transonici in favore della *s-shape*.

A partire dalle grandezze geometriche si è ricostruita la forma iniziale. Da questa è stata ricavata la pala con *slot* attraverso script e resi generali per il calcolo su tutto lo *span* della pala. Lo studio prevede un confronto tra il profilo *MCA* presentato e quello *tandem* del quale poi si effettua l'ottimizzazione.

Gli obiettivi di calcolo dell'ottimizzazione sono: aumentare il rapporto di compressione e ridurre le perdite aerodinamiche. Essa si articola in diverse fasi e prende come caso di studio il profilo localizzato al 70% dello *span* palare: scelta effettuata per considerare la zona in cui avviene il maggiore *shock* tridimensionale.

Capitolo 2

Costruzione del modello geometrico

2.1 Introduzione

In questo capitolo viene affrontato il problema della ricostruzione geometrica della pala del rotore in esame. Esso si articola nella discussione dei dati presentati nel riferimento [9], nella scelta della curva interpolante, nella ricostruzione del profilo iniziale e della geometria del profilo *tandem*. Viene poi spiegata la costruzione tridimensionale della pala. Se ne discutono infine le ipotesi adottate e le scelte effettuate.

2.2 Geometria della pala

La geometria della pala è fatta per sostenere carichi dovuti agli alti regimi di rotazione e all'impatto di onde d'urto ad alta velocità: per questo, lungo tutto lo *span* palare, viene creato per elettroerosione un taglio, detto *slot*, atto a scaricare parte del carico su entrambe le parti di pala.

L'insieme del comportamento sonico della pala, e del comportamento quasi-sonico dello slot, permette di innalzare le prestazioni e complessivamente caricare la girante oltre i limiti imposti alla singola pala.

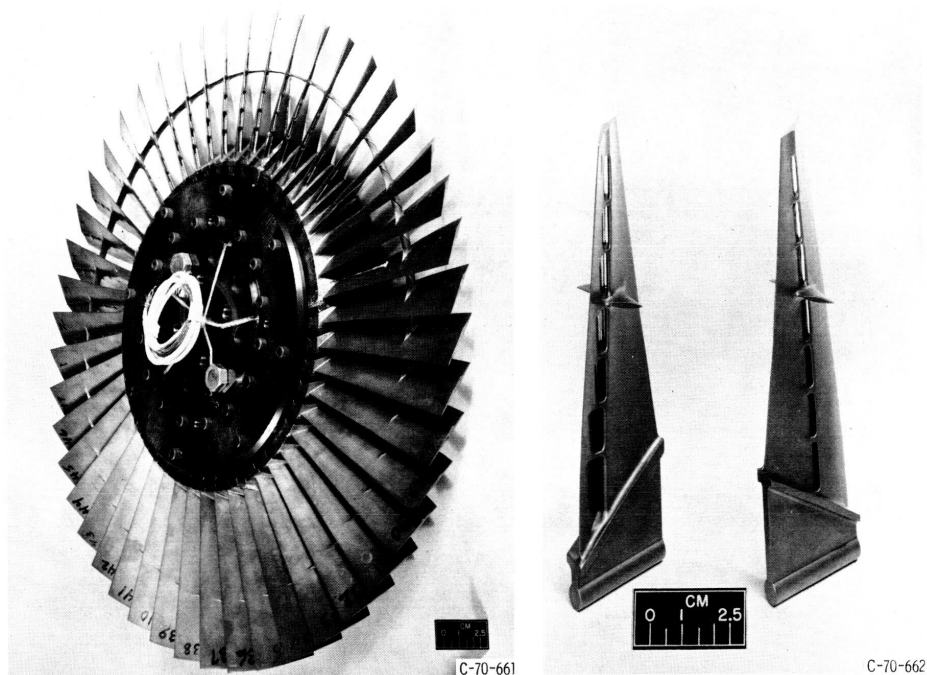


Figura 2.1: Rotore completo.

Il caso in esame fa riferimento al rotore in figura 2.1 che presenta pale di diametro pari a $508\text{ mm}(20\text{ inch})$. Si nota da figura la presenza di sostegni collocati a diversi raggi: questi sono inseriti per ridurre le vibrazioni della pala e migliorarne la resistenza in opera. Non sono stati considerati nella ricostruzione trattandosi di una simulazione bidimensionale.

La ricostruzione geometrica della pala e del profilo in esame è stata effettuata con l'uso di *function* di *Matlab* presenti nel software con licenza completa: è stato usato il pacchetto di interpolazione dei dati Curve Fitting Tool 3.5.4 presente nel *toolbox* Curve Fitting Toolbox¹ che permette di importare dati puntuali nelle tre dimensioni spaziali e ottenere la curva interpolante desiderata in forma di equazione parametrica, come sarà più chiaro in sezione 2.4. Questo strumento è stato utilizzato principalmente per i dati geometrici iniziali e per creare le *spline* necessarie alla ricostruzione di alcune parti del profilo, come spiegato al paragrafo 2.6.

Lo script principale si occupa, oltre che di ricostruire la geometria della pala, - permettendo una scelta tra geometria completa e geometria bidimensionale - anche di calcolare i parametri fluidodinamici iniziali per il caso in esame e stamparne i file di comando per le analisi successive². Nel caso della scelta di uno specifico *span* è stato inserito il salvataggio del file di partenza per la creazione della *mesh* strutturata, caricando un *blocking* che assicura la periodicità del condotto. Tutte le grandezze geometriche necessarie a questo scopo sono create dallo script stesso.

Lo schema di lavoro riportato nello pseudocodice 2.1:

¹Si richiama in *matlab* utilizzando il comando `cftool` [6] e permette di generare il codice necessario per l'uso della funzione interpolante.

²Detti anche file *journal*, sono raccolte di comandi che vengono lette dai programmi ed interpretate per eseguirne le istruzioni scritte.

Listing 2.1: Programma di creazione della geometria

```

1 Inserimento dati della geometria iniziale
2 Interpolazione dei dati della geometria iniziale
3 Inserimento dati dello slot
4 Verifica del calcolo dei raggi degli archi dello slot
5 Interpolazione dei dati iniziali dello slot
6 if chc 1 | 2 % Pala intera (1) o singolo span (2)
7     if chc==1
8         Calcolo dei profili iniziali
9         Calcolo dei profili interpolati
10        Calcolo dei profili tandem
11        Calcolo delle posizioni spaziali
12        Plot dei risultati
13        Salvataggio dei risultati
14    else chc==2
15        s=span % Inserimento del valore dello span desiderato
16        Calcolo dei profili iniziali
17        Calcolo del profilo interpolato ad s
18        Calcolo del profilo tandem ad s
19        Creazione del blocking iniziale
20        Plot dei risultati
21        Salvataggio dei risultati
22        if s = 70
23            Calcolo dei parametri di prestazione
24            Creazione dei file journal adatti alle
25        simulazioni
26    end
27 end

```

2.3 Dati iniziali

I dati presenti in [9, p. 23] sono stati ricavati da dei programmi di calcolo proprietari della *NASA*. Questi, a partire da condizioni desiderate di flusso e di prestazioni del singolo profilo, creano delle geometrie che assecondano le richieste. È bene mettere in luce che la geometria iniziale non è reperibile e l'articolo riferito [9, p. 20], alla voce 3, come punto di partenza della costruzione geometrica della pala non è disponibile alla consultazione pubblica.

La geometria di partenza è ad arco di cerchio multiplo (MCA - *multiple circular arc*) e ne vengono fornite in tabella di figura 2.2 le grandezze³ principali. Esse sono presentate per gli *span* palari ai quali sono presenti le sonde di misura.

Le grandezze indicate nella ricostruzione geometrica sono le seguenti:

Rp indica la posizione radiale a partire dal *tip* della pala.

In e Out sono grandezze riferite al naso e alla coda del profilo.

Radii rappresenta il raggio a cui è collocato il profilo.

Blade angles sono gli angoli principali della *camber line*, *KIC* rappresenta l'angolo formato con il piano meridiano al naso del profilo, *KOC* rappresenta l'angolo formato con il piano meridiano in coda al profilo e *KTC* rappresenta l'angolo al punto di contatto tra i due archi di cerchio che rappresentano la linea media del profilo.

Blade thicknesses sono gli spessori del profilo nei tre punti principali, nell'ordine di lettura si ha lo spessore al naso, al punto di spessore massimo e in coda.

Axial dimensions sono le distanze riferite all'asse di rotazione della macchina dei punti citati nel punto precedente.

Cone angle rappresenta l'angolo al vertice del cono formato dal prolungamento delle corde dei profili dopo la coda.

Aero chord è la lunghezza della corda del profilo.

Setting angle è l'angolo di calettamento del profilo.

Solidity è la solidità della pala, misura diretta del passo palare, calcolabile attraverso la relazione 2.1

$$\sigma = \frac{c}{t}. \quad (2.1)$$

Dall'articolo [9] ed in particolare dalla tabella 2.2 non è stato possibile ricavare informazioni sugli spessori dei profili, se non per i tre punti citati. La mancanza di queste ha portato a forti approssimazioni nella ricostruzione dei profili.

Per la creazione dello *slot* ci si è riferiti a [9, p. 57] (dati geometrici presenti in figura 2.3). La tabella riporta lunghezze misurate lungo la corda e per alcuni raggi a cui sono localizzate le sonde di misura. In figura 2.3 è riportata la linea guida per la ricostruzione della geometria. Essa si compone in due parti fondamentali, la

³Le dimensioni sono misurate in unità anglosassoni, per cui tutte le lunghezze sono in pollici

TABLE III. - BLADE GEOMETRY FOR ROTOR 7

RP	PERCENT	RADII		BLADE ANGLES			DELTA
	SPAN	RI	RO	KIC	KTC	KOC	INC
TIP	0.	9.852	9.818	61.27	59.53	48.55	2.57
1	5.	9.717	9.623	60.39	58.83	48.51	2.75
2	10.	9.508	9.429	59.08	57.74	48.33	3.03
3	30.	8.635	8.650	54.43	53.07	45.16	4.18
4	40.	8.180	8.261	52.27	50.40	42.35	4.77
5	43.	8.065	8.164	51.75	49.69	41.52	4.91
6	45.	7.949	8.067	51.22	48.96	40.63	5.06
7	48.	7.832	7.969	50.70	48.23	39.71	5.21
8	50.	7.714	7.872	50.19	47.49	38.76	5.35
9	70.	6.726	7.094	46.38	41.40	29.63	6.46
10	90.	5.592	6.315	44.06	36.61	17.09	7.30
11	95.	5.266	6.121	43.89	36.11	13.27	7.42
HUB	100.	5.014	5.926	43.87	35.93	9.32	7.48

RP	BLADE THICKNESSES			AXIAL DIMENSIONS			CONE
	TI	TM	TO	ZMC	ZTC	ZOC	ANGLE
TIP	0.020	0.059	0.020	0.421	0.560	0.893	-2.181
1	0.020	0.061	0.020	0.432	0.561	0.922	-5.794
2	0.020	0.066	0.020	0.449	0.563	0.951	-4.776
3	0.020	0.083	0.020	0.509	0.551	1.069	0.842
4	0.020	0.092	0.020	0.538	0.535	1.132	4.083
5	0.020	0.094	0.020	0.545	0.530	1.148	4.922
6	0.020	0.096	0.020	0.552	0.524	1.165	5.771
7	0.020	0.099	0.020	0.560	0.518	1.181	6.638
8	0.020	0.101	0.020	0.567	0.512	1.197	7.520
9	0.020	0.120	0.020	0.624	0.445	1.328	15.492
10	0.020	0.142	0.020	0.669	0.351	1.438	26.702
11	0.020	0.148	0.020	0.676	0.324	1.459	30.363
HUB	0.020	0.153	0.020	0.680	0.302	1.477	31.686

RP	AERO	SETTING	TOTAL	SOLIDITY	X	PHISS	AREA
	CHORD	ANGLE	CAMBER		FACTOR		RATIO
TIP	1.719	58.28	12.72	1.308	0.514	5.14	1.083
1	1.745	57.50	11.88	1.350	0.532	5.11	1.075
2	1.744	56.39	10.74	1.378	0.559	5.12	1.063
3	1.742	51.62	9.27	1.508	0.672	5.88	1.042
4	1.744	48.84	9.92	1.587	0.730	6.61	1.038
5	1.745	48.09	10.23	1.609	0.745	6.83	1.038
6	1.746	47.31	10.59	1.631	0.760	7.06	1.037
7	1.748	46.52	10.99	1.655	0.775	7.30	1.037
8	1.750	45.71	11.43	1.679	0.790	7.54	1.036
9	1.781	38.55	16.75	1.929	0.915	9.63	1.033
10	1.889	30.54	26.96	2.374	1.000	11.35	1.050
11	1.944	28.55	30.62	2.555	1.000	11.41	1.063
HUB	1.963	26.69	34.54	2.685	1.000	11.35	1.074

Figura 2.2: Tabella dei dati iniziali.

prima presenta gli archi con cui, lungo tutta la pala, sono state costruite le parti delle curve costituenti i due profili e la seconda presenta i dati geometrici del taglio effettuato. Nella prima parte si può già notare come il punto di tangenza con il *trailing edge* della pala frontale non abbia un'inclinazione definita, senza la quale, a priori, non si può esattamente ricostruire lo *slot* e per la quale sono state formulate diverse ipotesi spiegate approfonditamente nel paragrafo 2.6.

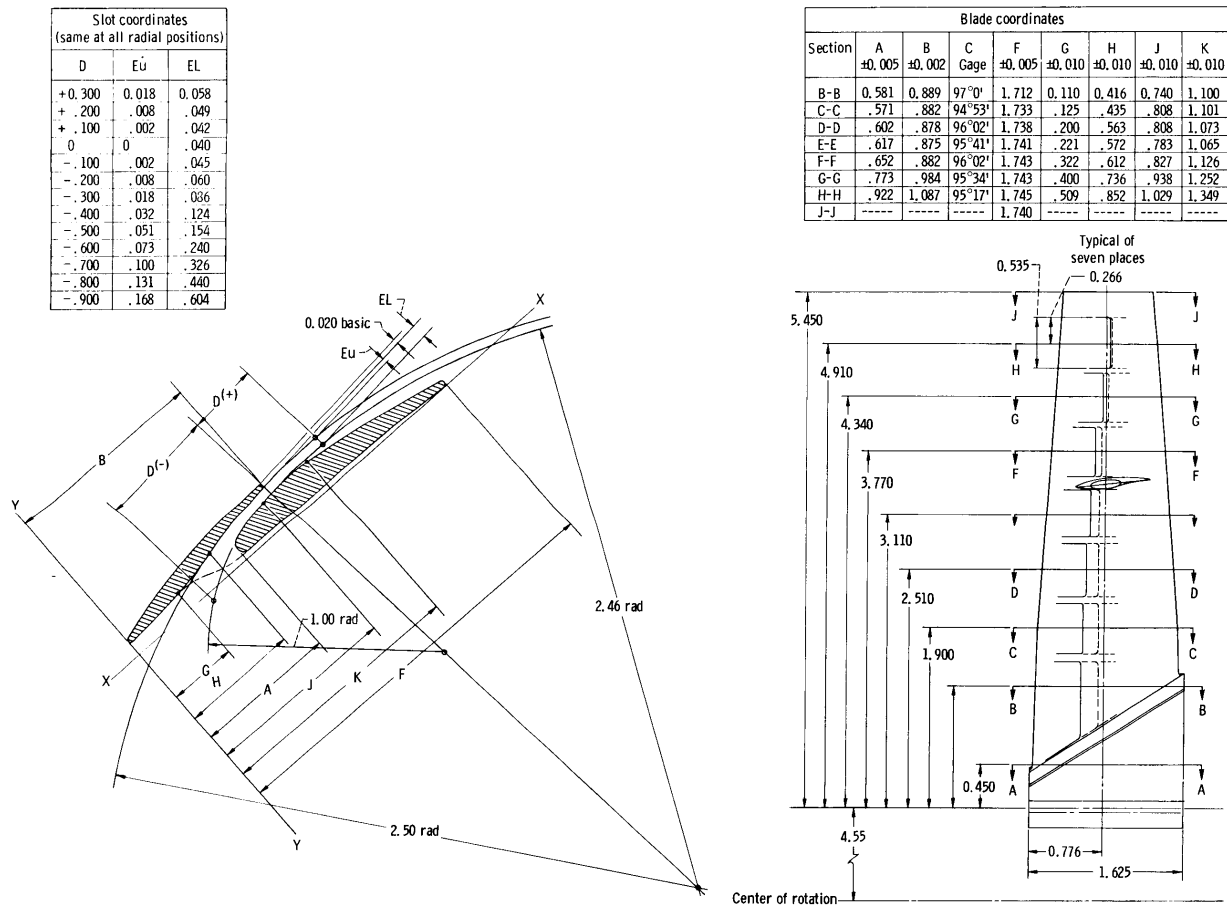


Figura 2.3: Dati iniziali dello slot palare.

2.4 Interpolazione dei dati iniziali

Come si nota dalla tabella in figura 2.2, i dati iniziali sono disponibili per un numero discreto di profili: con l'ausilio degli strumenti di interpolazione si è deciso di calcolare l'andamento dei principali attraverso l'uso di una curva del prim'ordine lineare.

La scelta qui fatta è stata dettata dalla necessità di avere le grandezze lungo tutto lo *span* della pala e così da poter ottenere puntualmente le geometrie dei profili e poter ricostruire lo *slot*, come riferito al paragrafo 2.6.

I risultati delle interpolazioni sono visibili nelle figure 2.4-2.8 dove si sono indicate con linea continua gli andamenti delle curve interpolanti e con i cerchi i punti iniziali: si è interpolato il solo spessore del punto massimo poiché, come si nota dalla tabella di figura 2.2, gli spessori al naso e in coda alla pala sono mantenuti costanti e pari al valore di 0.508 mm (0.02 inch) (valore considerato anche spessore limite inferiore per tutti i calcoli successivi e usato come verifica limite nella procedura di ottimizzazione al capitolo 6). Sono stati ricavati anche gli andamenti per i raggi in modo da rispettare la distribuzione dei profili data dalla tabella 2.2 lungo lo *span*.

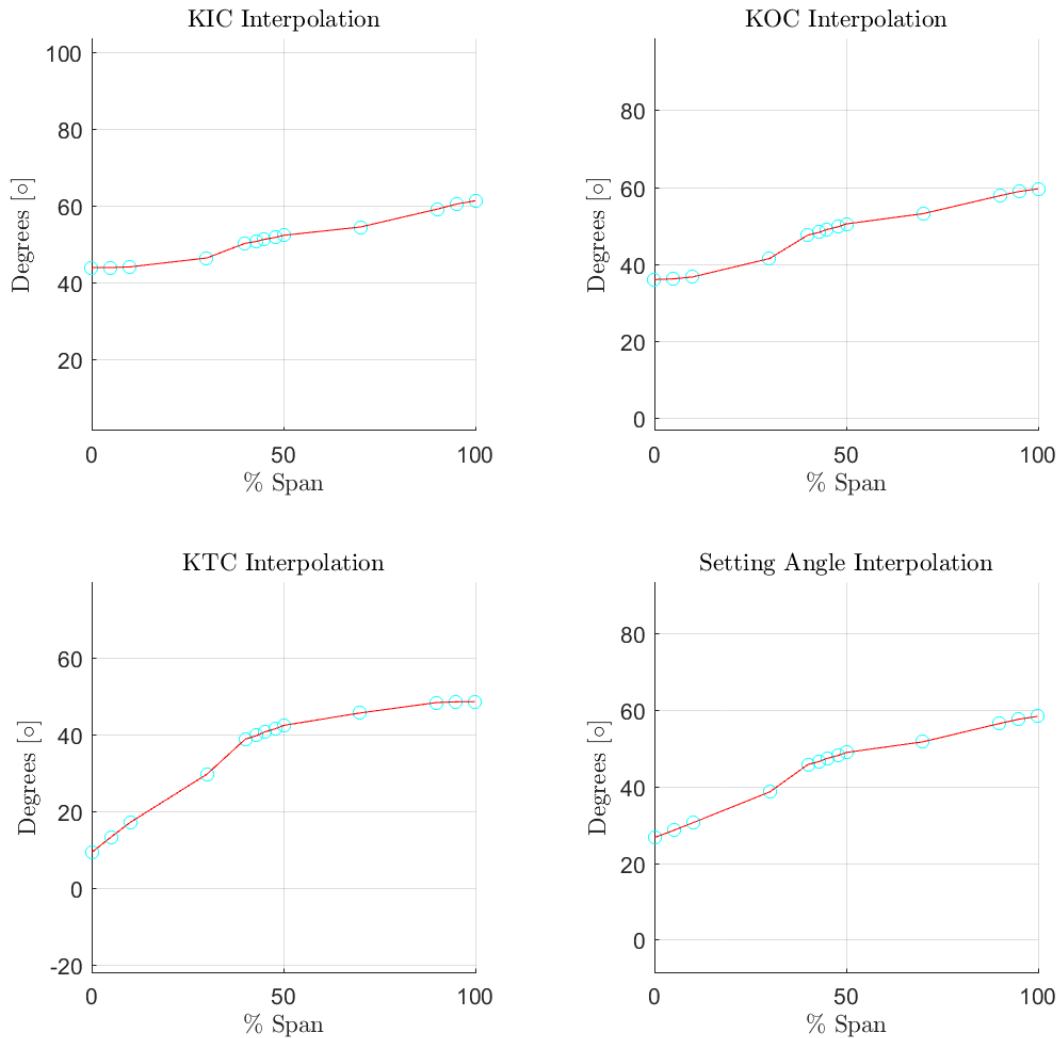


Figura 2.4: Interpolazione degli angoli principali dei profili.

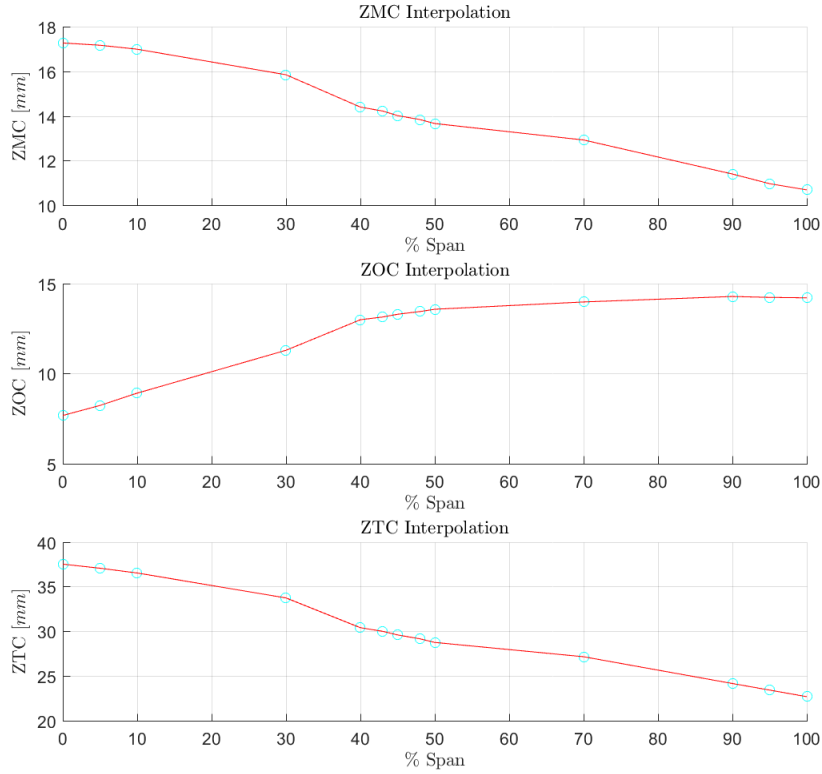


Figura 2.5: Interpolazione delle dimensioni assiali dei profili.

Lo stesso ragionamento è stato seguito per i dati dello *slot* a cui è stata riservata un'ulteriore attenzione poiché, con riferimento alla figura 2.3, i dati iniziali sono presentati su lunghezze d'appoggio diverse rispetto a quelle presenti in tabella di figura 2.2. Non avendo una diretta corrispondenza tra parametri del taglio effettuato e raggio rispetto al quale si ha il profilo che seziona la pala, si sono ricavate, lungo lo *span*, le dimensioni dello *slot* e, solo successivamente, si è andati a ricercare, lungo la curva d'interpolazione, a partire dal raggio a cui è riferito il profilo iniziale, i dati necessari per la ricostruzione delle due parti della configurazione *tandem*. I parametri presentati e interpolati sono stati quelli della tabella con i riferimenti sul profilo, si parlerà successivamente (paragrafo 2.6) degli archi presenti nella stessa.

Si dimostra, attraverso lo script, il passaggio dei punti dati per gli archi citati e quindi da questo calcolo si è ricavato non solo la forma generale dello slot ma anche un'iniziale valore del centro di curvatura, poi corretta per le considerazioni che saranno esposte al paragrafo 2.6. La separazione delle due pale è costruita da tre archi principali: il primo spazia la *pressure side* della pala frontale, il secondo ed il terzo descrivono rispettivamente la prima metà del *suction side* della pala posteriore. In corrispondenza dello 0 si ha la tangenza al *trailing edge* della pala anteriore. In figura 2.9 si dimostra il passaggio degli archi calcolati per i punti dati in rosso.

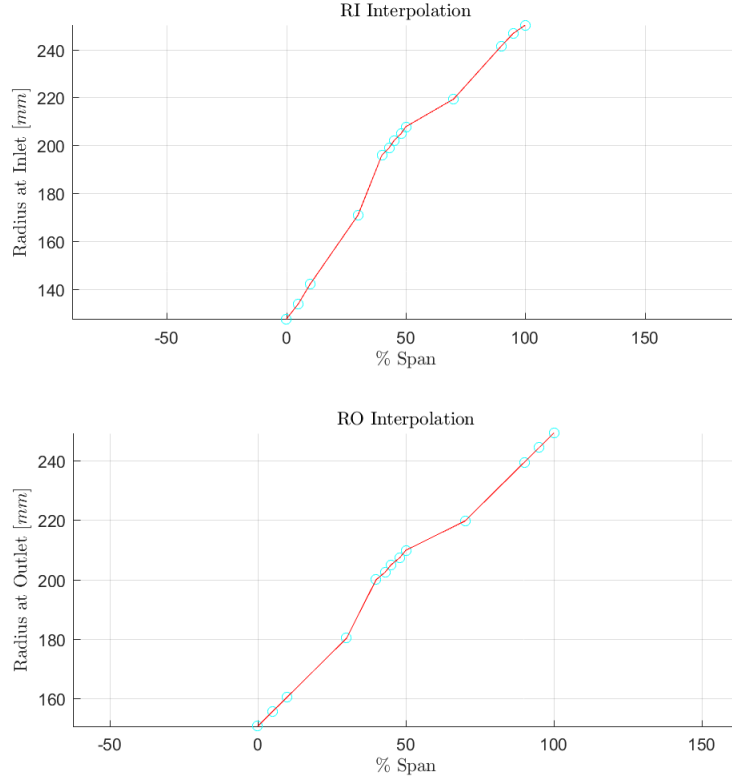


Figura 2.6: Interpolazione dei raggi al *leading edge* e al *trailing edge*.

Nelle figure 2.10-2.11 sono rappresentate in linea continua le curve interpolanti e cerchiati i punti iniziali. Le interpolazioni, come detto, sono state effettuate utilizzando curve del prim'ordine e lo stesso è stato applicato lungo l'asse della pala in riferimento al raggio. La distribuzione dei punti d'appoggio, per lo *slot*, lungo l'asse palare è stata ricreata utilizzando un andamento lineare, questo ha permesso di fare corrispondere il dato riferito alla pala in figura 2.3 ai dati geometrici presentati in tabella 2.2 e quindi di ricostruire per ogni singolo *span* il taglio corrispondente.

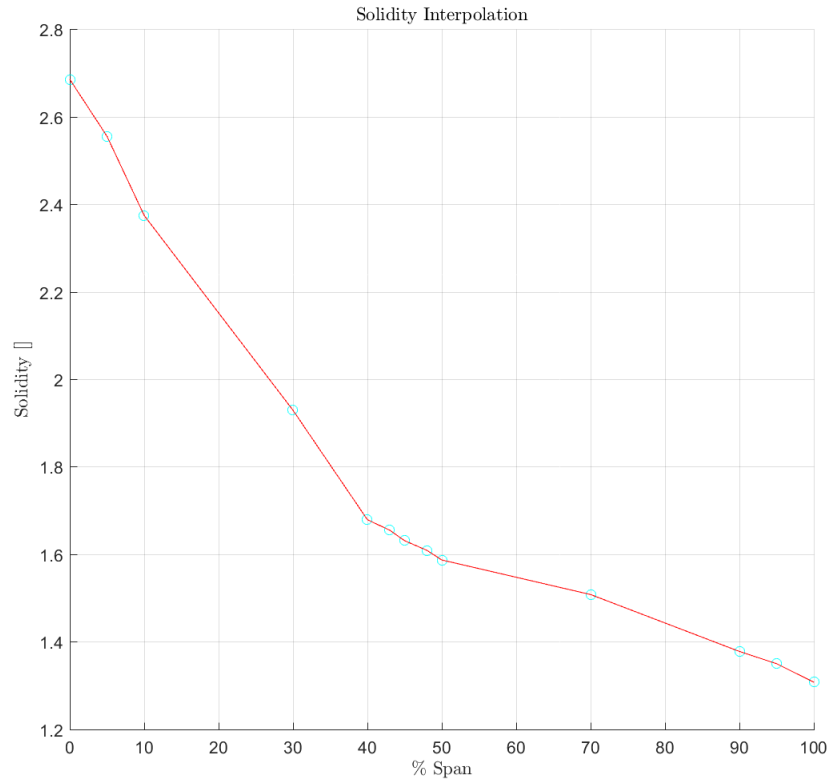


Figura 2.7: Interpolazione della solidità palare.

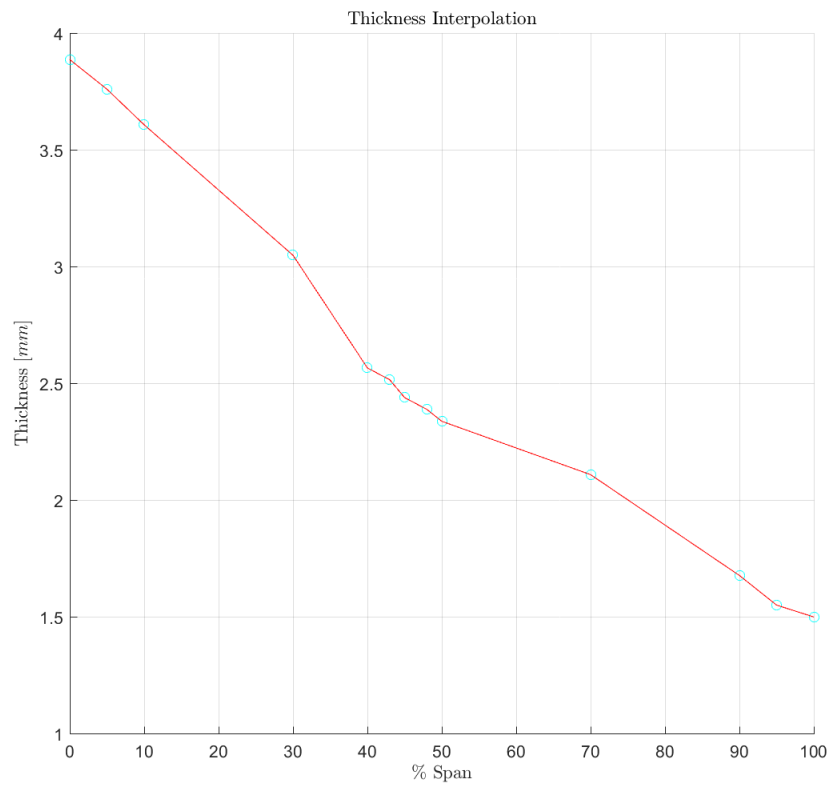


Figura 2.8: Interpolazione dello spessore massimo del profilo.

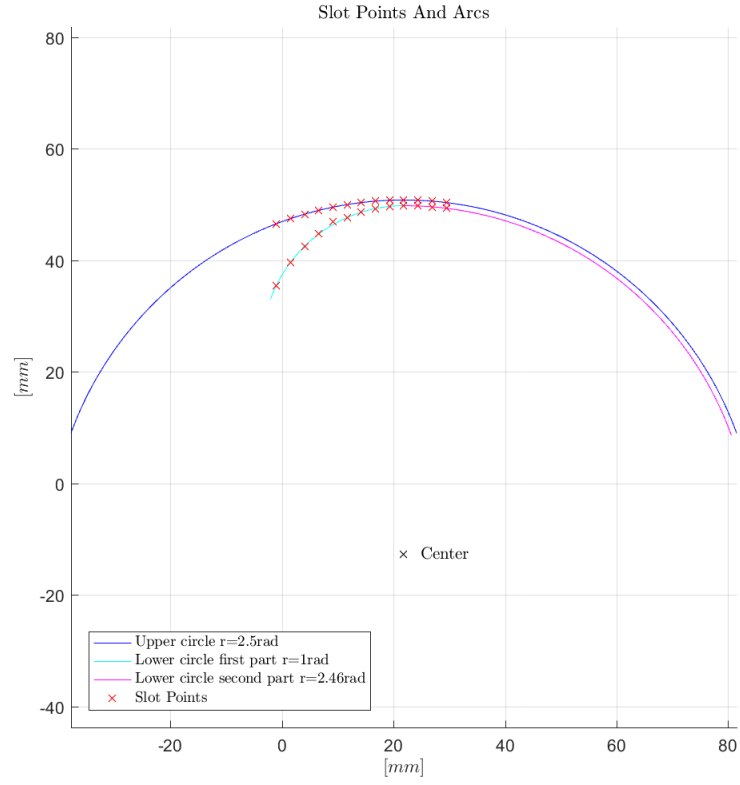
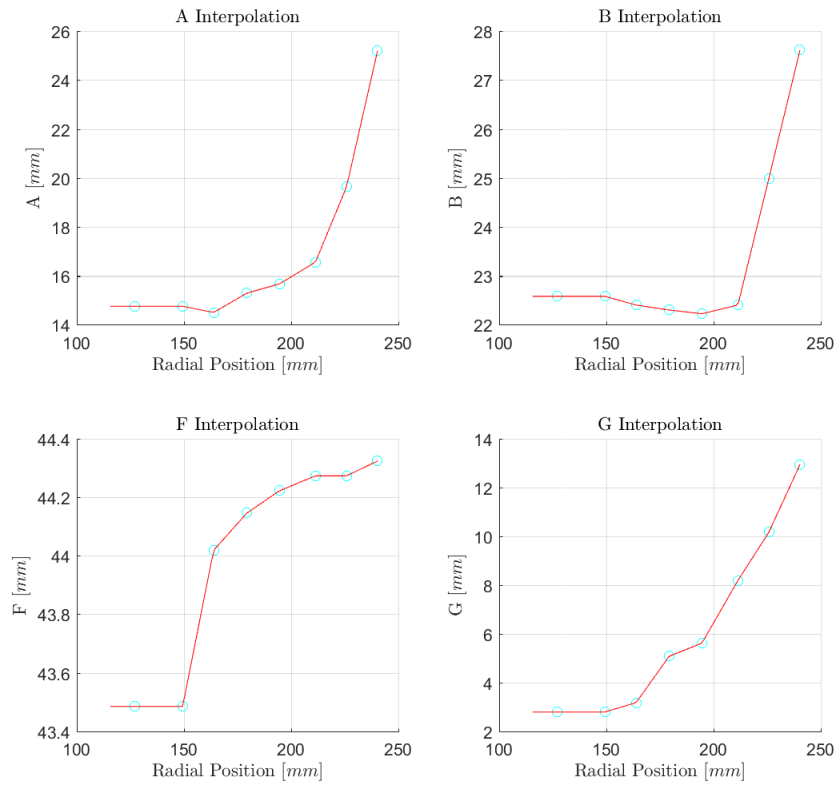
Figura 2.9: Archi e passaggio per i punti dello *slot*.

Figura 2.10: Parametri A B F G.

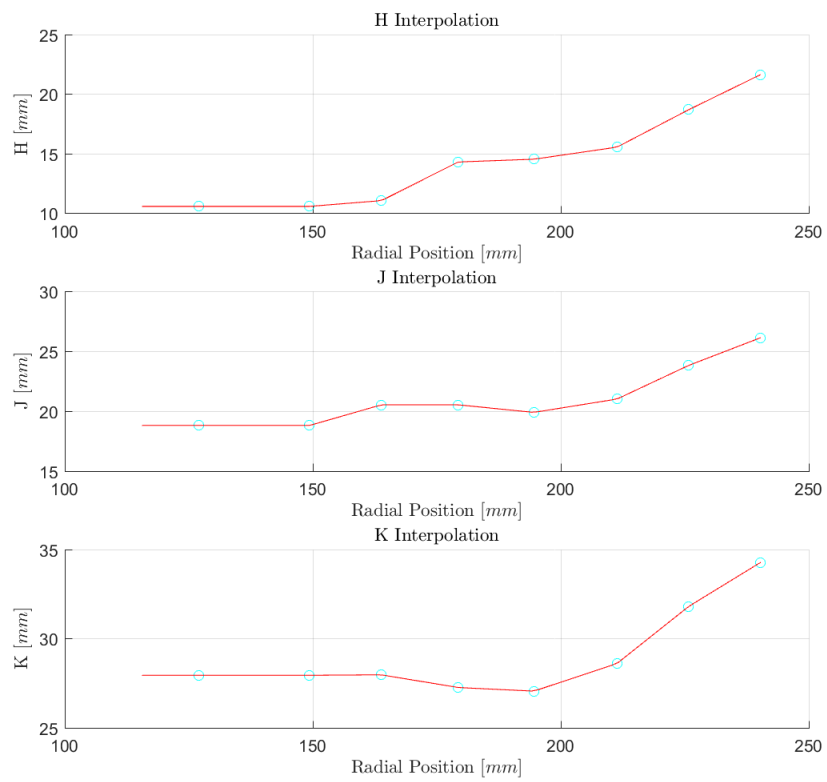


Figura 2.11: Parametri H J K.

2.5 Ricostruzione geometrica dei profili iniziali e interpolati

Lo script creato per la ricostruzione geometrica ricava i punti notevoli della *camber line* del profilo dai dati interpolati e successivamente costruisce su di essi tutte le parti del profilo. Per fare ciò si avvale della costruzione di circonferenze che permettono di ottenere il valore del centro e del raggio dell'arco che passerà per i detti punti. Per la linea media del profilo si va a creare un arco che inizia con il punto di *leading edge* e si conclude con il punto di "inversione" (*turning point* nell'articolo [9]). La seconda parte della linea viene costruita a partire dalla fine della prima e concludendosi con il *trailing edge*.

La *function* creata allo scopo ricostruisce l'intera circonferenza a partire dai punti dati ricavando le coordinate del centro e la lunghezza del raggio. Lo *script* principale poi si occupa della scelta dell'effettiva parte di circonferenza in base alla posizione delle coordinate del centro.

Detto $C = (x_0, y_0)$ un punto nel piano una circonferenza di raggio r e centro C è espressa da:

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$$

valutati i parametri x_0, y_0 ed r , in base al valore dell'ordinata del centro, si sceglie se mantenere la parte inferiore o superiore della circonferenza. L'arco effettivo è poi tagliato tra gli angoli che compongono il triangolo: punto di alzata massima, punto di fine *camber line* e centro della circonferenza.

Con la stessa logica vengono ricreati anche il lato in pressione del profilo ed il lato in depressione; infatti dalla conoscenza delle coordinate dei punti collocati al *leading edge* ed al *trailing edge* e il calcolo effettuato per la *camber line* si ottengono le coordinate di tre punti localizzati sui due lati e si ha così l'arco di circonferenza. La ricostruzione effettuata in questo modo è stata resa necessaria dal fatto che non sono state fornite indicazioni sugli spessori, se non per i tre punti principali. Si è quindi scelto di interpolare i punti con dei semplici archi di circonferenza visto il loro scarso numero. Si è notato che la geometria rispetta l'andamento della *camber line* per angoli d'inversione vicini a quelli di calettamento, caratteristica del caso in esame, mentre per angoli fortemente distanti la forma non viene completamente rispettata.

Il naso e la coda del profilo sono stati calcolati come le semi circonferenze che chiudono le curve più esterne e corretti negli angoli formati a partire dal centro della circonferenza e formati con i punti noti di fine curva: questo ha permesso di rispettare le tangenti locali senza indurre cuspidi o curvature non desiderate.

Una volta nota la geometria del profilo disteso la *function* 2.2 calcola⁴ l'ascissa del baricentro dell'area attraverso la relazione attraverso la formula:

$$x_G = \frac{\sum_{k=1}^n x_k}{n}$$

dove con x_g si intendono le coordinate lungo la corda dei punti costituenti gli archi di cerchio. L'ordinata y_G viene invece calcolata ipotizzandone l'appartenenza alla *camber line*.

In figura 2.12 si notano in verde la *camber line* e, poi sulle curve del lato in pressione e depressione, i punti di massimo spessore, di spessore al naso e alla coda e sulla linea media i punti attorno al punto di collegamento dei due archi di cerchio utilizzati come supporto per la creazione della *camber line*. In entrambi i *plot* è riportato in blu il baricentro.

I successivi calcoli sono effettuati per ricavare le posizioni delle stazioni di analisi del flusso citate nell'articolo, di cui si approfondirà l'utilità al paragrafo 4.2, e la rotazione in solido del profilo e dei punti.

La *function* lavora come spiegato nel listing 2.2:

⁴Per il calcolo della sommatoria si consiglia l'uso, nel caso di Matlab, della funzione **trapz** che permette di sommare i valori dei trapezi formati dai punti della curva descritta rispetto all'asse passante per l'origine, di fatto come il calcolo infinitesimale effettuato dall'integrale di una funzione.

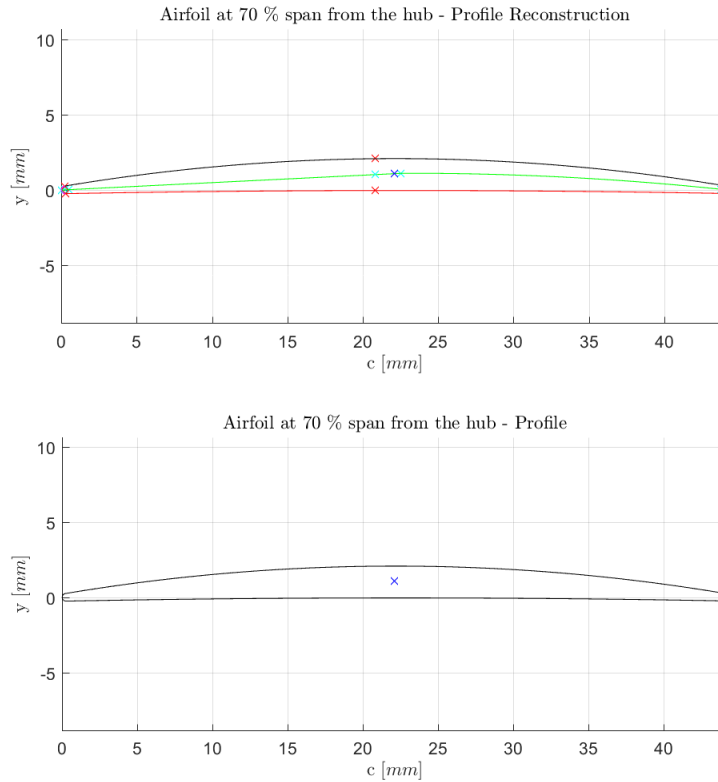


Figura 2.12: Profilo ricostruito per punti.

Listing 2.2: Funzione per la creazione della geometria della singola pala

```

1 Importa i dati geometrici
2 Correggi i dati per averli lungo l'asse
3 Posiziona il primo punto in (0,0)
4 Posizione l'ultimo punto in (c,0)
5 Calcola la stazione all'inlet
6 Calcola la stazione all'outlet
7 Definisci i punti di supporto per gli archi di cerchio
8 Calcola la circonferenza
9 if y0>0
10     Scegli l'arco inferiore della circonferenza
11 else
12     scegli l'arco superiore della circonferenza
13 end
14 Calcolo di pressure side
15 Calcolo di suction side
16 Calcolo del baricentro
17 Rotazione del profilo
18 Salvataggio dei risultati
19 Plot dei risultati

```


2.6 Ricostruzione dello *slot*

Lo slot è stato ricostruito a partire dai profili interpolati, sui quali vengono misurate le distanze descritte nella figura 2.3. A partire da queste viene separato come fosse stato lavorato meccanicamente per elettro erosione, riprendendone la descrizione fatta in [9, pp. 5-6]. Il taglio è operato in corrispondenza delle zone in cui si ipotizza avere uno *shock*. Esso consiste di una distanza pari a 1.52 mm (0.06 inch) calcolati in corrispondenza al baricentro della pala lungo la perpendicolare alla corda.

Per costruire la geometria si è quindi creato uno *script* che, a partire dai parametri interpolati, già presentati al paragrafo 2.4, provvede a sezionare le parti di pala note e localizzarle nelle posizioni presentate in figura 2.3 per poi ricostruire le parti mancanti. Viene quindi separata la pala frontale dalla pala completa sezionando il *suction side* dall'inizio al valore B e successivamente spostando questa porzione lungo la perpendicolare alla corda di una distanza pari a $Eu + El$ calcolata allo 0 del riferimento dato in figura 2.3 e corrispondente alla lunghezza di 1.52 mm . Il *leading edge* frontale è mantenuto pari a quello originale e viene solo traslato, il *trailing edge* al contrario, viene ricostruito utilizzando la function 2.2 e mantenendo il diametro pari a quello del naso.

Ora, nell'atto di ricerca dei parametri per ricostruire il *pressure side* della pala frontale, una prima parte viene tagliata dalla pala iniziale imponendo come intervallo la tangente al naso e il primo punto uguale alla lunghezza G e poi traslando la parte lungo la perpendicolare, come già fatto per le altre parti elaborate. Dal punto di taglio fino al primo punto dell'arco del *trailing edge*, però, non è stato fornito alcun dato se non la parte di cerchio che avrebbe collegato queste due estremità, senza fornire un'indicazione dell'inclinazione della retta su cui si colloca il centro di curvatura rispetto alla tangente al *trailing edge*. Questo fatto pregiudica la corretta ricostruzione dello slot a meno di assunzioni, inoltre porta alla creazioni di geometrie diverse sia per la pala anteriore che posteriore, in quanto la retta su cui è collocato il centro è unica anche per gli archi che costituiscono la pala posteriore. Si sono quindi formulate tre ipotesi:

1. si è ipotizzato che la distanza tra *suction side* e *pressure side* fosse al limite quella data dal diametro del *trailing edge*,
2. si è ipotizzato un andamento lineare della distanza tra i due punti noti dell'arco,
3. si è ipotizzata una situazione intermedia tra le due.

La prima ipotesi è stata quella effettuata con meno assunzioni e rispetta la logica dello spessore minimo necessario alla resistenza meccanica. Questa ipotesi risulta valida per tutti i profili caratterizzati da *camber* poco accentuate mentre profili come quelli al *hub*, che presentano curvature molto elevate, hanno dato risultati concettualmente corretti, ma visivamente non validi. Gli *span* vicini all'*hub* mostrano infatti profili inizialmente spessi e successivamente più fini, geometria non realistica per criteri costruttivi. Il risultato per questi raggi è mostrato in figura 2.13 in linea rossa.

La seconda ipotesi formulata è stata fatta per ottenere una distribuzione di spessori regolare lungo il tratto di curva in analisi e quindi risolvere l'apparente taglio effettuato nella prima ipotesi. Questa ha portato a distorsioni più accentuate nei profili con spessore minore. Si nota questo in figura 2.14 in cui è mostrato un profilo ricostruito al tip della pala, in linea nera è presentata l'alternativa discussa e si nota come introduce una distorsione maggiore nella zona dello slot rispetto la prima.

Le due ipotesi vanno a definire l'angolo citato e creano due situazioni limite, per questo se ne è considerato il valore medio creando una terza alternativa che da un buon compromesso tra i valori. Se si analizzano

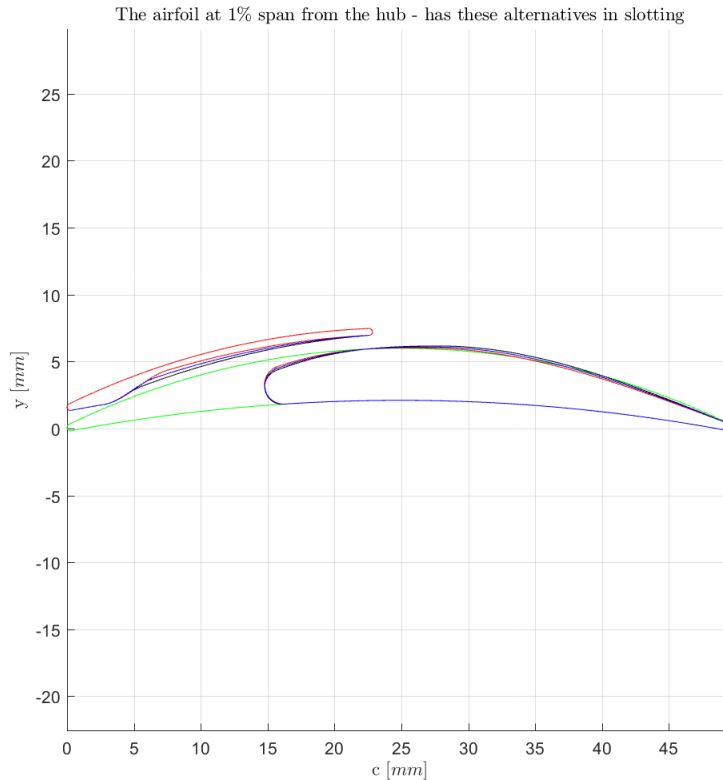


Figura 2.13: Confronto alternative di taglio per un profilo vicino all'*hub*.

le figure 2.13-2.14 si nota come l'alternativa descritta dalla curva blu crei un compromesso tra le due scelte, riducendo la distorsione in corrispondenza dello *slot*.

Lo pseudocodice 2.3 riporta la procedura seguita e mostra come la verifica dimensionale sia stata eseguita lungo tutti i valori dei punti.

Listing 2.3: Calcolo delle configurazioni ipotizzate per lo slot

```

1 basic=diametro te
2 tht=angolo da ricercare
3 for k=1:n
4     d=x_ss(k)-x_ps(k) (Alternativa 1)
5     d=distribuzione lineare (Alternativa 2)
6         if d>basic
7             d invariata
8         if d<basic
9             while d<basic
10                 tht=0.01+tht
11                 calcolo del nuovo pressure side
12             end
13         end
14 end

```

La scelta finale è ricaduta sull'ipotesi 1 assicurando così il numero minore di assunzioni che comunque per lo *span* in esame non creano evidenti differenze geometriche, come per i casi presentati precedentemente.

Calcolato quindi questo angolo viene creata una distribuzione di punti ad arco cerchio e viene interpolato l'insieme della parte anteriore già calcolata dalla tabella e della parte posteriore ottenuta con le considerazioni

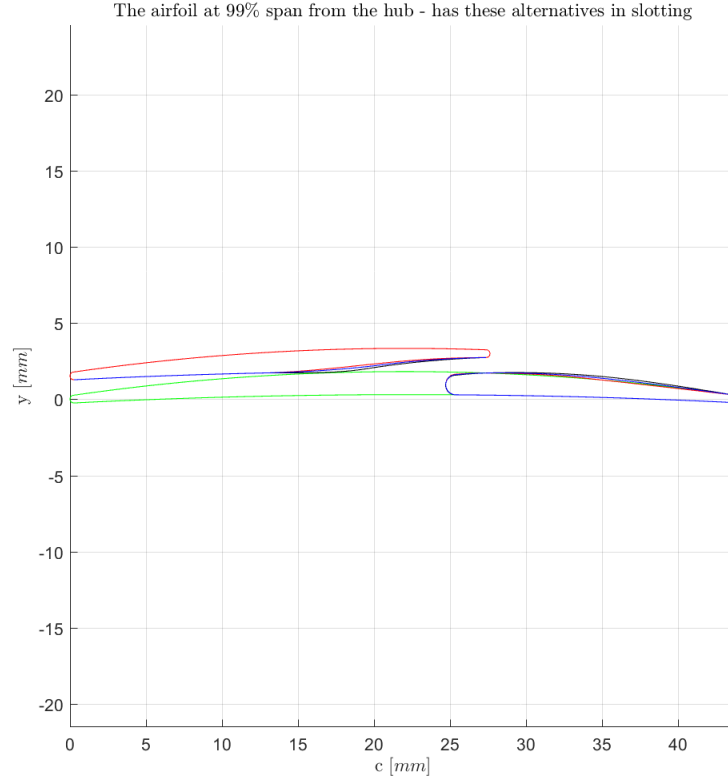


Figura 2.14: Confronto alternative di taglio per un profilo vicino al *tip*.

precedenti utilizzando una spline.

La pala posteriore è stata creata partendo da tagli simili fatti sui parametri A per il *pressure side* mentre il *trailing edge* è stato mantenuto pari a quello iniziale.

Il *suction side* di questa porzione di pala risente delle ipotesi effettuate in precedenza in quanto il centro dell'arco di curvatura dello slot della pala è comune anche per la pala posteriore: si sono quindi riportati gli angoli decisi e le parti di arco ottenibili dalla costruzione descritta nell'articolo. Se ne tagliano le lunghezze a partire dal valore centrale tra A, J e K e di questi punti, mantenuti nella geometria lo script prevede l'interpolazione con una curva *spline*.

Il *suction side* però non parte effettivamente da A ma da un punto successivo dato dalla presenza del *leading edge*, per rispettare quindi la geometria della pala rappresentata nell'articolo è stato creato un *loop* di calcolo che inserisce all'interno dello spazio compreso tra il lato in pressione ed il lato in depressione un arco di cerchio tangente alle curve e tangente alla retta passante per A e perpendicolare alla corda del profilo.

Listing 2.4: Creazione del leading edge della pala posteriore

```

1 Calcolo di un primo cerchio tangente al suction side e passante per il punto al
  pressure side
2 r=r1      % Grandezze di prima iterazione
3 xc=x_1
4 yc=y_1
5 while r>=abs(A-xc)
6     Sposta il contatore in punti collocati ad un'ascissa successiva
7     Calcolo del cerchio tangente
8     r=r_2
9     xc=x_2
10    yc=y_2
11    k=k+1      % Aggiornamento del contatore
12 end
13 Salvataggio dei dati
14 Taglio del cerchio in corrispondenza dei punti iniziali

```

È evidente dalla ricostruzione come l'intera pala posteriore sia influenzata dalla scelta effettuata precedentemente per la pala frontale.

Una volta ricostruite tutte le parti della pala posteriore esse, assieme a quelle della pala frontale vengono ruotate e vengono salvate, oltre che rappresentate in *plot* che ne descrivono le scelte che sono state mantenute nelle costruzioni successive ottenendo quindi tre alternative per ogni *span* di pala tandem e tre alternative di ricostruzione tridimensionale.

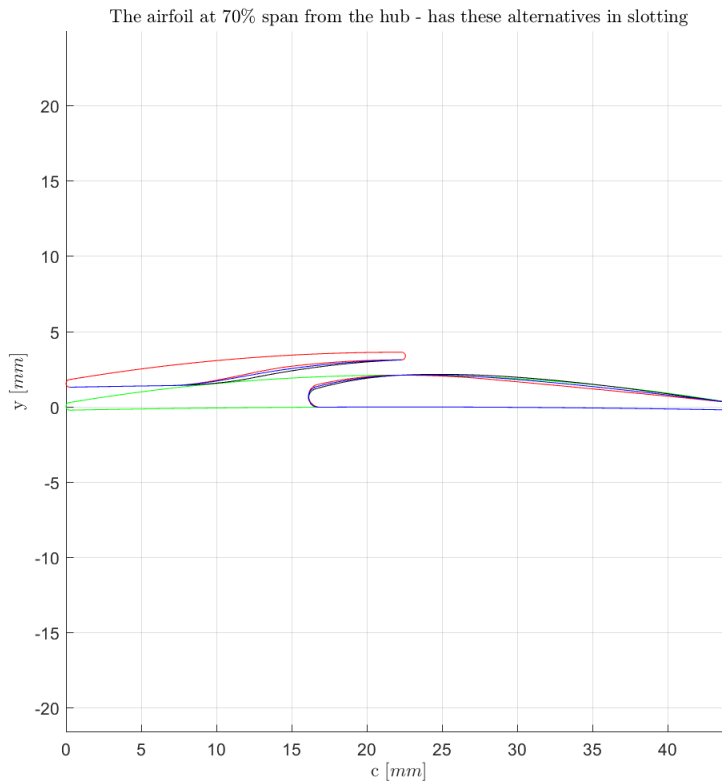


Figura 2.15: Alternative nello slot della pala.

Le alternative sono confrontate nella figura 2.15. In essa sono evidenziate in rosso la prima ipotesi, in nero la seconda ed in blu la terza. Si può inoltre notare, su riga verde, la forma iniziale del profilo confrontata con quella della pala separata.

Le sonde di misura, citate nel paragrafo 2.5, sono state mantenute e traslate con la curva corrispondente, quindi la sonda frontale ha subito lo stesso spostamento del *leading edge* della pala frontale mentre la sonda posteriore è stata mantenuta in posizione.

Si vuole inoltre mettere in evidenza come la corda del profilo non separato e quella del profilo tandem, presa nella sua misura complessiva, quindi partendo dal *leading edge* della pala frontale fino al *trailing edge* della pala posteriore, siano uguali, aspetto importante per il successivo confronto delle prestazioni per le due configurazioni.

2.7 Geometria tridimensionale

Lo *script* conclude la parte di ricostruzione della geometria totale rappresentando la pala completa. Questo viene fatto appoggiando sulle rette corrispondenti agli angoli conici, calcolati per ogni *span*, i punti dei profili. Si è scelto di non utilizzare le informazioni di curvatura date dal mozzo per semplicità visto l'interesse nell'ottimizzazione bidimensionale.

La figura 2.16 rappresenta i profili iniziali rappresentati spazialmente:

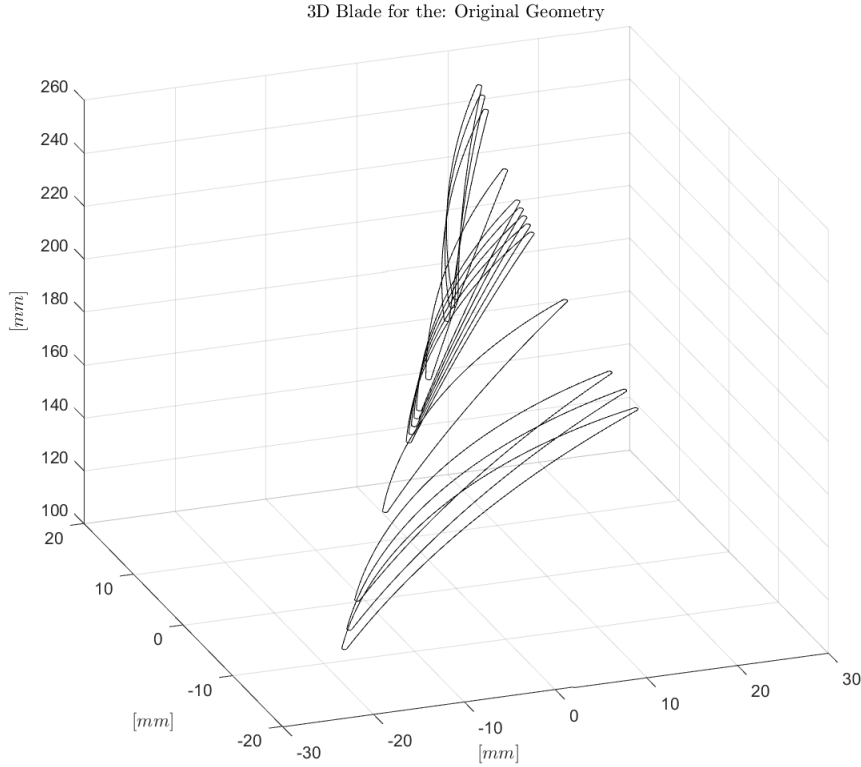


Figura 2.16: Profili originali rappresentati spazialmente.

La figura 2.17 rappresenta i profili interpolati rappresentati spazialmente, si noti l'addensamento dei profili nelle zone ad alto *span* dovuti alla disposizione delle sonde sperimentali presenti nel circuito di test del rotore:

La figura 2.18 rappresenta i profili tandem disposti spazialmente per la prima alternativa, si può notare come verso il mozzo sia presente una riduzione consistente della parte finale costante del *pressure side* della pala frontale:

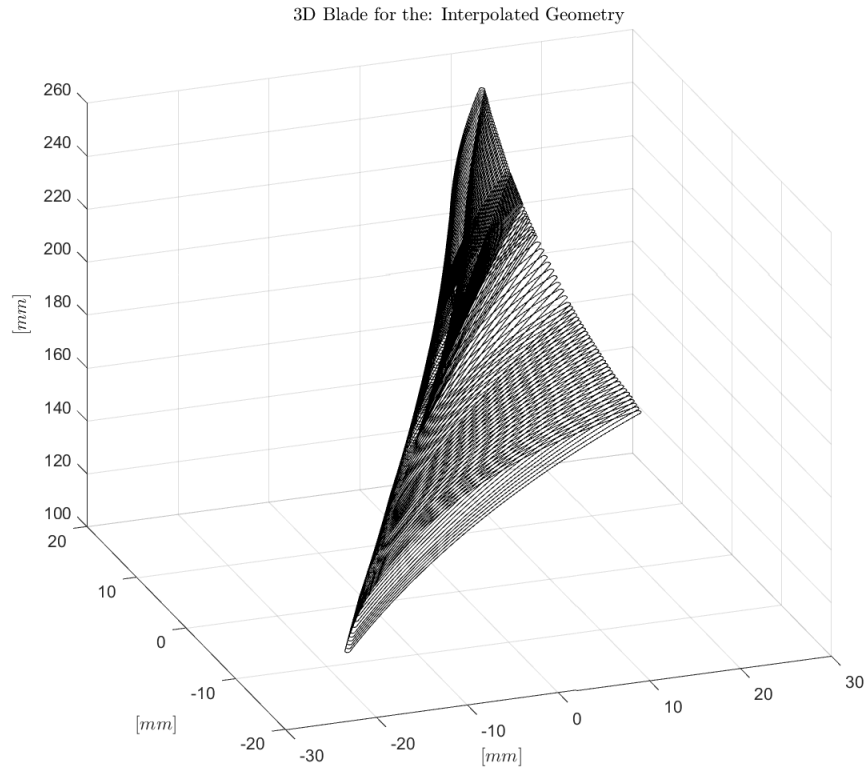


Figura 2.17: Profili interpolati rappresentati spazialmente.

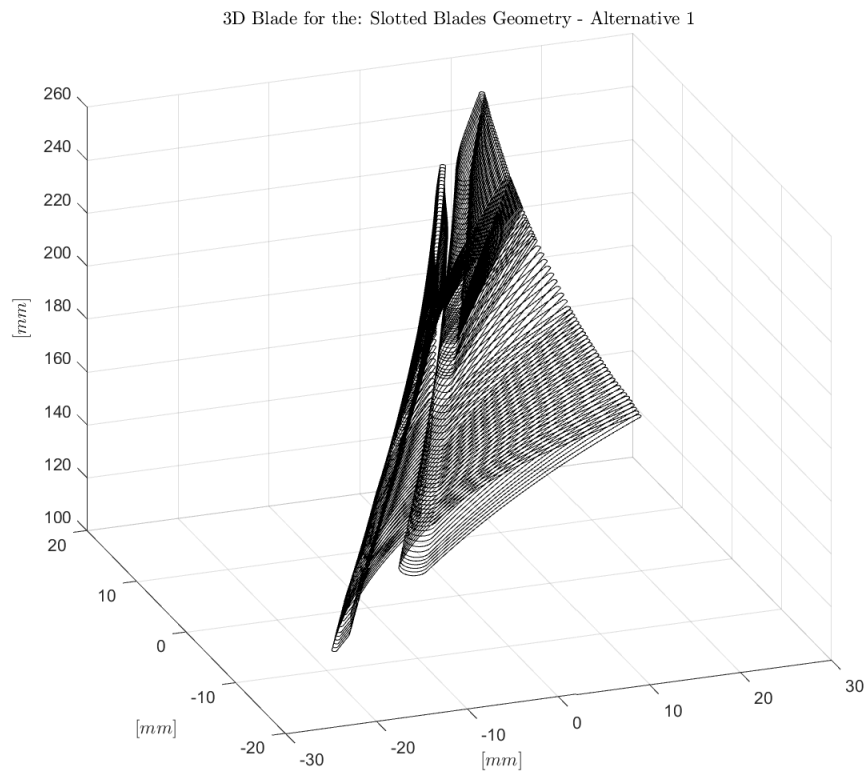


Figura 2.18: Profili tandem rappresentati spazialmente.

2.8 Considerazioni finali

A titolo conclusivo si vogliono mettere in luce le ipotesi effettuate nella ricostruzione geometrica: si è ignorata, come detto, nella ricostruzione della pala, la presenza dei sostegni mostrati in figura 2.1, questa scelta è bilanciata dallo *span* scelto per il quale viene effettuata l'analisi fluidodinamica: il profilo è collocato ad una distanza tale da trascurare gli effetti sulla corrente dovuti ai sostegni.

La seconda è quella che ha determinato la forma del profilo iniziale: non avendo a disposizione la distribuzione degli spessori è stato necessario assumerne un andamento, scelto nella curva circolare che passa per i punti citati al paragrafo 2.5. Questa assunzione, nonostante per lo *span* in esame sia ininfluenza a livello geometrico, per l'intera pala non è vera, i profili con forti variazioni angolari sono appunto ricostruiti in maniera non corretta. L'ipotesi è stata resa necessaria dalla mancanza del riferimento 3 nell'articolo [9, p. 20] nel quale è riportata la geometria della pala MCA. L'assunzione ha influenzato principalmente la forma della pala iniziale poiché nella ricostruzione del profilo *tandem* la geometria del *suction side* della parte posteriore di pala viene ricostruita dalla procedura di calcolo dello *slot* e la brevità del *suction side* della pala frontale viene influenzata di poco dalla curvatura della *camber line*.

La terza assunzione è quella riguardante l'inclinazione della retta d'appoggio per il centro degli archi che costituiscono la forma dello *slot* palare. La ricostruzione effettuata per il profilo in esame è di poco influente, ma risulta incorretta lungo lo *span*, come esposto alla sezione 2.6. Le ipotesi citate costituiscono delle situazioni limite, per le quali si ottengono geometrie limite, che nel profilo in esame variano poco rispetto alla situazione intermedia. Questo non vale per la geometria complessiva che risente della scelta.

Queste considerazioni fanno capire come sia impossibile attuare uno studio fluidodinamico tridimensionale sulla geometria ricostruita. La mancanza di un chiaro riferimento e le assunzioni effettuate ne inficiano la validità.

Capitolo 3

Modello di calcolo e configurazione della simulazione

3.1 Introduzione

Nel seguente capitolo sono elencate le equazioni che descrivono il moto dei fluidi comprimibili e sono presentate le equazioni di Navie-Stokes, implementate nei codici di calcolo utilizzati. Sono riportate anche le equazioni che descrivono i modelli di turbolenza adottati.

Si ripercorre la creazione del dominio di calcolo e se ne descrivono le peculiarità.

Si parla infine della configurazione delle simulazioni spiegando gli accorgimenti adottati.

3.2 Modelli adottati

Le equazioni presentate nel seguito sono quelle che regolano il moto di un fluido in approccio Euleriano, per approfondimenti vedasi [11]. Si ricavano le equazioni di Navier-Stokes in ipotesi di fluido isotropo e Newtoniano.

3.2.1 Introduzione al problema fluidodinamico

Le equazioni che regolano il moto di un fluido attraverso un dominio si basano sulle seguenti ipotesi:

- **Legge di conservazione della massa:** resta invariata nel tempo la massa contenuta in un volume (deformabile) che si muove con il sistema [12].
- **Seconda legge di Newton:** la variazione di quantità di moto è uguale alla somma delle forze agenti sulla massa fluida.
- **Primo principio della termodinamica:** la variazione di energia è uguale allo scambio di calore attraverso il volume e al lavoro effettuato sullo stesso.
- **Equazione di stato:** è una legge costitutiva che descrive lo stato della materia sotto alcune condizioni fisiche, fornisce una relazione matematica tra più variabili di stato come temperatura, pressione, volume o energia interna [12].

Il fluido viene trattato come un continuo descrivendone in maniera macroscopica il comportamento ed ignorando quindi le interazioni molecolari. Se ne utilizzano proprietà globali come velocità, pressione, densità e temperatura. La particella fluida è descritta come il più piccolo elemento distinguibile all'interno del continuo.

Si considera un elemento fluido ΔV i cui lati sono ∂x , ∂y e ∂z ed il cui baricentro è (x, y, z) : per gli sviluppi successivi si utilizza l'**approccio euleriano**, esso prevede l'uso di un volume infinitesimale con il

quale si osservano le quantità in esame e la loro variazione. L'alternativa è quella di riferire l'analisi alla singola particella adottando l'approccio lagrangiano e descrivendone il moto nello spazio, questo è però poco conveniente nell'ambito fluidodinamico.

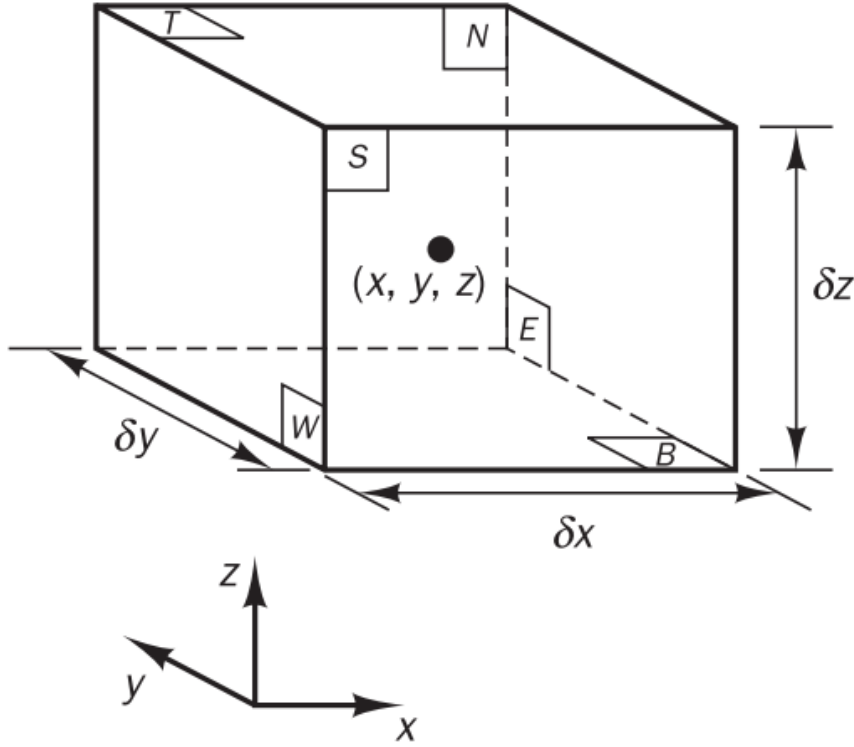


Figura 3.1: Elemento fluido.

Tutte le proprietà fluide elencate saranno dipendenti dalla posizione nello spazio e dal tempo. L'elemento considerato è così piccolo da giustificare l'uso delle espansioni in serie di Taylor fino al secondo ordine.

Legge di conservazione della massa

La legge di conservazione della massa in un riferimento spaziale per un fluido comprimibile, detta anche **equazione di continuità**, è così formulata:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{u}) = \frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial \rho u}{\partial x} + \frac{\partial \rho v}{\partial y} + \frac{\partial \rho w}{\partial z} = 0. \quad (3.1)$$

I simboli rappresentano la densità $\rho = \rho(x, y, z, t)$ del fluido e le componenti di velocità u , v e w nelle tre direzioni spaziali x , y e z . L'equazione esprime con il termine $\frac{\partial \rho}{\partial t}$ la variazione della massa per unità di volume nel tempo e con $\nabla \cdot (\rho \mathbf{u})$ il flusso netto in uscita dall'elemento fluido.

Seconda legge di Newton

La legge di conservazione della quantità di moto afferma che la variazione di stato di moto per una particella fluida è dovuta al contributo di tutte le forze agenti sulla stessa. Si esaminano due tipi di forze:

- **Forze di superficie:** dovute alla pressione agente sull'elemento ed alla viscosità,

- **Forze di volume:** dovute alle forze centrifughe e di Coriolis.

Lo sforzo complessivo agente su un elemento fluido è quindi dovuto alle componenti di pressione ($p = p(x, y, z, t)$) ed agli sforzi viscosi indicati con τ_{ij} (la cui notazione esprime che la componente di sforzo agisce nella direzione j su una superficie normale alla direzione i).

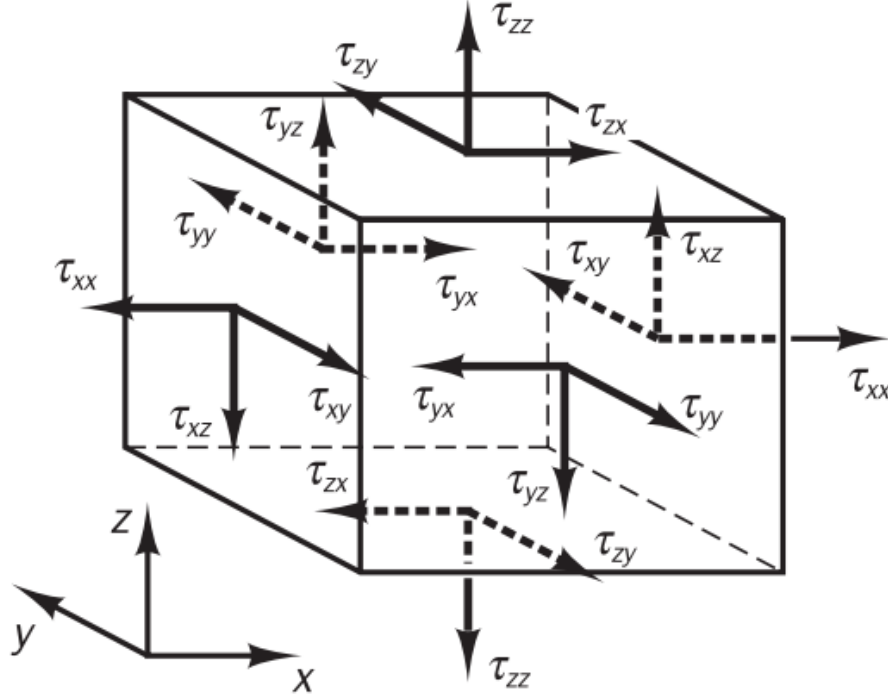


Figura 3.2: Notazione degli stress agenti sull'elemento fluido.

Le equazioni che descrivono spazialmente la seconda legge di Newton sono:

$$\rho \frac{Du}{Dt} = \frac{\partial(-p + \tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yx}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zx}}{\partial z} + S_{M_x}, \quad (3.2)$$

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial(-p + \tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{zy}}{\partial z} + S_{M_y}, \quad (3.3)$$

$$\rho \frac{Dw}{Dt} = \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} + \frac{\partial(-p + \tau_{zz})}{\partial z} + S_{M_z}, \quad (3.4)$$

$$(3.5)$$

dove si sono definite le forze di volume attraverso termini cumulativi - visto il loro scarso contributo complessivo - attraverso le quantità S_{M_x} , S_{M_y} e S_{M_z} riferite alle tre direzioni principali, esse sono quantità di moto per unità di volume.

Primo principio della termodinamica

Il primo principio della termodinamica esprime che l'aumento di energia di una particella fluida è dovuto alla somma del calore introdotto e del lavoro fatto sulla stessa.

La variazione di energia è data da:

$$\rho \frac{DE}{Dt}, \quad \text{con} \quad E = i + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2),$$

dove i è l'energia interna.

Il lavoro effettuato dalla forze di superficie è dovuto al loro prodotto per la rispettiva componente di velocità nella direzione d'azione, il netto attraverso l'elemento è pari a:

$$W = [-\nabla \cdot (p\mathbf{u})] + \left[\frac{\partial(u\tau_{xx})}{\partial x} + \frac{\partial(u\tau_{yx})}{\partial y} + \frac{\partial(u\tau_{zx})}{\partial z} + \frac{\partial(v\tau_{xy})}{\partial x} + \frac{\partial(v\tau_{yy})}{\partial y} + \frac{\partial(v\tau_{zy})}{\partial z} + \frac{\partial(w\tau_{xz})}{\partial x} + \frac{\partial(w\tau_{yz})}{\partial y} + \frac{\partial(w\tau_{zz})}{\partial z} \right].$$

La componente $-\nabla \cdot (p\mathbf{u})$ da il lavoro fatto sulle superfici dalla pressione mentre i fattori successivi sono il lavoro fatto dagli sforzi viscosi.

Il trasferimento di calore netto ad una particella fluida è descritto dall'equazione:

$$-\nabla \cdot (\mathbf{q}) = \nabla \cdot (k\nabla T),$$

dove \mathbf{q} rappresenta il vettore di flusso di calore, $k\nabla T$ rappresenta la legge di Fourier, nelle tre direzioni spaziali, con k coefficiente di conduzione termica.

L'equazione dell'energia risulta quindi essere somma delle tre componenti:

$$\rho \frac{DE}{Dt} = W + \nabla \cdot (k\nabla(T)) + S_E, \quad (3.6)$$

dove S_E sono gli effetti dei cambiamenti dell'energia potenziale, non esplicitati ma considerati in maniera cumulativa come già fatto precedentemente 3.2-3.4.

Nel caso di fluido comprimibile l'equazione dell'energia risulta più utile se scritta in funzione dell'entalpia (h) piuttosto che dell'energia complessiva:

$$E = h_0 - \frac{p}{\rho}, \quad \text{con} \quad h_0 = h + \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2).$$

Sostituendo il valore nell'equazione 3.6 si ottiene:

$$\frac{\partial \rho h_0}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho h_0 \mathbf{u}) = W + \nabla \cdot (k\nabla(T)) + S_h. \quad (3.7)$$

Equazione di stato

Il moto di un fluido nelle tre dimensioni è descritto dalle cinque equazioni esposte 3.1-3.7. Sono presenti alcune incognite p , ρ , i e T che sono legate allo stato termodinamico in esame. Se si assume di essere in equilibrio termodinamico le variabili possono essere ottenute attraverso l'equazione di stato del fluido. Questa assunzione è valida, con le dovute approssimazioni, anche per alte velocità di flusso e con la presenza di onde d'urto. L'equazione di stato ha come formulazioni generali:

$$p = p(\rho, T) \quad e \quad i = i(\rho, T),$$

nelle quali si mette in luce la dipendenza di pressione ed energia interna da densità e temperatura. Nel caso di gas perfetto queste diventano:

$$p = \rho RT \quad e \quad i = c_v T, \quad (3.8)$$

dove c_v è il calore specifico isocoro del gas ed R è la costante universale dei gas. Introducendo queste equazioni si esplicita la dipendenza da due delle variabili di stato legandole allo stato del fluido.

3.2.2 Equazioni di Navier-Stokes

Dalle equazioni riportate alla sezione 3.2.1 si nota che rimangono ancora incognite le componenti τ_{ij} degli sforzi viscosi. In molti fluidi questi possono essere espressi in funzione della deformazione lineare e della deformazione volumetrica. Ipotezzando il caso di **fluido isotropo**, assunzione diffusa nelle analisi fluidodinamiche, si ottiene che la velocità di deformazione lineare di un elemento fluido ha nove componenti in tre dimensioni, sei di queste sono indipendenti. Vengono indicate con s_{ij} e hanno le seguenti formulazioni:

$$s_{xx} = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad s_{yy} = \frac{\partial v}{\partial y} \quad e \quad s_{zz} = \frac{\partial w}{\partial z}$$

per gli allungamenti lineari. Per le velocità di deformazione a taglio si hanno sei componenti descritte da:

$$s_{xy} = s_{yx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad s_{xz} = s_{zx} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) \quad e \quad s_{yz} = s_{zy} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right).$$

La velocità di deformazione volumetrica è data dall'equazione:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \nabla \cdot \mathbf{u}.$$

Nell'ipotesi di **fluido newtoniano** il tensore degli sforzi è una funzione lineare attraverso la viscosità del tensore dei gradienti di velocità che a sua volta dipende da temperatura e pressione. Le componenti di sforzo viscoso possono quindi essere ricavate dalle seguenti equazioni:

$$\tau_{xx} = 2\mu \frac{\partial u}{\partial x} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \tau_{yy} = 2\mu \frac{\partial v}{\partial y} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}, \quad \tau_{zz} = 2\mu \frac{\partial w}{\partial z} + \lambda \nabla \cdot \mathbf{u}.$$

Le rimanenti componenti sono ricavate da:

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right), \quad \tau_{xz} = \tau_{zx} = \mu \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right), \quad \tau_{yz} = \tau_{zy} = \mu \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right).$$

Il secondo contributo viscoso è assunto pari a $\lambda = -\frac{2}{3}\mu$ secondo l'**ipotesi di Stokes**.

Sostituendo i valori ricavati per gli sforzi all'interno delle equazioni 3.2-3.4 e ordinandone le componenti si ottengono le **equazioni di Navier-Stokes** per un fluido comprimibile in riferimento spaziale:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}(\rho \mathbf{u}) = 0, \tag{3.9}$$

$$\frac{\partial \rho u}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) + S_{M_x}, \tag{3.10}$$

$$\frac{\partial \rho v}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + S_{M_y}, \tag{3.11}$$

$$\frac{\partial \rho w}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \mathbf{u}) = -\frac{\partial p}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) + S_{M_z}, \tag{3.12}$$

$$\frac{\partial \rho i}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho i \mathbf{u}) = -p \nabla \cdot \mathbf{u} + \nabla \cdot (k \nabla T) + \Phi + S_i. \tag{3.13}$$

Esse assieme, all'equazione di stato, descrivono il campo di moto di un fluido con le ipotesi fatte. Nell'ipotesi di fluido newtoniano l'equazione dell'energia è stata organizzata in modo da metterne in luce la componente dissipativa con la funzione Φ :

$$\Phi = \mu \left\{ 2 \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] + \left[\left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right] \right\} + \lambda (\nabla \cdot \mathbf{u})^2.$$

Essa è positiva in quanto rappresenta il contributo al calore e all'energia interna dovuto al lavoro di deformazione.

3.2.3 Modello di turbolenza

Fino a qui non si è parlato dello stato di moto del fluido senza però introdurre il fenomeno della turbolenza. Nel seguito saranno esposte le principali relazioni che descrivono questo fenomeno e i modelli implementati nei codici fluidodinamici

La turbolenza è una misura dell'instabilità del fluido in un dato regime di moto e in date configurazioni geometriche e un parametro tipico per la sua caratterizzazione è il numero di Reynolds:

$$Re = \frac{UL}{\nu}$$

Dove con U indichiamo una velocità caratteristica, con L una dimensione caratteristica e con ν la viscosità cinematica pari a $\frac{\mu}{\rho}$. Esso ci fornisce una stima del rapporto tra le forze d'inerzia coinvolte, associate a effetti convettivi, e le forze viscosi. Per bassi numeri di Re il flusso ha comportamento **laminare** mentre per alti valori è detto flusso **turbolento**: gli intervalli di numeri di Reynolds dipendono fortemente da velocità del flusso, l'attrito con la parete e geometria nella quale o attorno la quale si sviluppa la corrente. Nei casi di profilature aerodinamiche $Re \sim 10^5 \div 10^7$, fatto che implica che il deflusso possa essere sempre considerato turbolento permanentemente sviluppato.

Equazioni RANS per flussi incompressibili

All'interno di un volume di controllo, in presenza di turbolenza, le equazioni di Navier-Stokes risultano di difficile risoluzione, si adotta quindi un approccio statistico che, attraverso l'operazione di media temporale, porta ad una descrizione del moto fluido adatta all'uso nei codici di calcolo. All'interno del volume di controllo si conserva la massa, l'energia e il momento della quantità di moto: viene trasmesso di particella in particella attraverso gli urti indotti dai moti vorticosi generando quindi degli sforzi di taglio aggiuntivi a quelli viscosi, gli **sforzi di Reynolds** [11].

L'approccio statistico seguito per ricavare le equazioni del moto si basa sul fatto che qualsiasi sia il regime di moto la generica grandezza $\xi(t)$ può essere scomposta come:

$$\xi(t) = \Xi + \xi'(t), \quad \text{con} \quad \Xi = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \xi(t) dt, \quad (3.14)$$

una componente media costante Ξ ed una pulsante attorno al valore medio $\xi'(t)$, che si dimostra avere valore medio nullo nel tempo. Questo sviluppo è possibile grazie al fatto che la velocità caratteristica è a sua volta scomponibile come $u(t) = U + u'(t)$, operazione detta **scomposizione di Reynolds**. La scomposizione delle quantità e la mediazione delle equazioni di Navier-Stokes sul tempo ne semplifica nettamente la risolvibilità. Nel caso di fluido comprimibile però la densità non è costante e dipende dal tempo, cosa che porta ad avere nuovi prodotti incogniti, fluttuanti con la densità media, di forma $\overline{\xi' \rho'}$. Per poterne ridurre il numero si utilizza l'operazione di media pesata sulla densità, detta **mediazione di Favre**. Le grandezze quindi vengono calcolate come:

$$\xi(t) = \tilde{\xi} + \xi'', \quad \text{con} \quad \tilde{\xi} = \frac{\overline{\rho \xi}}{\bar{\rho}},$$

per le quali si ha l'importante proprietà che $\tilde{\xi}'' = 0$.

Se si applicano le precedenti considerazioni alle equazioni 3.9-3.13 sostituendo con la scomposizione di Reynolds le quantità con dipendenza temporale, mediandole sul tempo e successivamente sulla densità si ottengono le espressioni 3.15-3.18 dette equazioni **Reynolds-averaged Navier-Stokes equations** (RANS)

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\mathbf{U}}) = 0, \quad (3.15)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{U})}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{U} \tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla \tilde{U}) + \left[-\frac{\partial (\overline{\rho u'^2})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho u' v'})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho u' w'})}{\partial z} \right] + S_{M_x}, \quad (3.16)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{V})}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{V} \tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla \tilde{V}) + \left[-\frac{\partial (\overline{\rho u' v'})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v'^2})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho v' w'})}{\partial z} \right] + S_{M_y}, \quad (3.17)$$

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{W})}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{W} \tilde{\mathbf{U}}) = -\frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla \tilde{W}) + \left[-\frac{\partial (\overline{\rho u' w'})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v' w'})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho w'^2})}{\partial z} \right] + S_{M_z}. \quad (3.18)$$

Nelle equazioni 3.16-3.18 sono esplicitati gli sforzi di Reynolds dati dal prodotto della densità media con le componenti di velocità elevate al quadrato o moltiplicate in maniera mista. Gli sforzi così espressi sono sempre diversi da zero poiché sono calcolati attraverso il quadrato delle pulsazioni o dal loro prodotto, fatto per grandezze correlate, quindi non nullo.

Le restanti variabili del problema possono essere ottenute con le stesse operazioni attraverso l'equazione di trasporto che per una generica quantità scalare ξ vale:

$$\frac{\partial (\bar{\rho} \tilde{\Xi})}{\partial t} + \nabla \cdot (\bar{\rho} \tilde{\Xi} \tilde{\mathbf{U}}) = \nabla \cdot (\Gamma_{\Xi} \nabla \tilde{\Xi}) + \left[-\frac{\partial (\overline{\rho u' \xi'})}{\partial x} - \frac{\partial (\overline{\rho v' \xi'})}{\partial y} - \frac{\partial (\overline{\rho w' \xi'})}{\partial z} \right] + S_{M_{\Xi}}. \quad (3.19)$$

La chiusura del problema è quindi ottenuta con l'aggiunta di un modello di calcolo per gli sforzi rimasti incogniti. Nel corso degli anni sono stati formulati diversi modelli, esposti in tabella 3.1, i quali, a seconda del diverso livello di accuratezza e al tipo di problema che si affronta, aggiungono un numero diverso di equazioni di chiusura, in forma di equazioni di trasporto.

Tabella 3.1: Elenco dei principali modelli di chiusura delle equazioni *RANS*

No. di equazioni	Nome
zero	<i>mixing lenght model</i>
una	Modello Spalart-Allamaras
due	Modello $k - \varepsilon$
	Modello $k - \omega$
	Modello degli stress Algebraic
sette	Modello degli stress di Reynolds

Modello SSTk – ω

Il modello scelto per le simulazioni è quello $k - \omega$ nella sua variante *SST* (sta per *shear stress transport* o trasporto degli sforzi di taglio) che oltre ad offrire un buon compromesso tra velocità di calcolo ed accuratezza delle computazioni risolve alcuni dei problemi presenti in altri approcci adottando un comportamento ibrido: la soluzione infatti risolve con il modello completo $k - \omega$ la corrente di parete e il modello $k - \varepsilon$ la corrente libera. Le equazioni utilizzate sono le seguenti:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega} \quad (3.20)$$

$$\tau_{ij} = \mu_t \left(\frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij}, \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial \rho k}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \nabla(k) \right] + \left(2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta^* \rho k \omega, \quad (3.22)$$

$$\frac{\partial \rho \omega}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{U}) = \nabla \cdot \left[\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega,1}} \right) \nabla(\omega) \right] + \gamma_2 \left(2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \omega \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2} \omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k}. \quad (3.23)$$

- L'equazione 3.20 rappresenta la viscosità turbolenta,
- l'equazione 3.21 rappresenta la condizione di chiusura di Boussinesq sugli sforzi di Reynolds, che presenta il fatto che gli sforzi sono proporzionali ai valori medi dei rapporti di deformazione, dove si indica con k l'energia cinetica turbolenta per unità di massa, pari a:

$$k = \frac{1}{2} \left(\overline{u'^2} + \overline{v'^2} + \overline{w'^2} \right).$$

- l'equazione 3.22 rappresenta il trasporto per k , in ordine si hanno i seguenti termini:
 1. il tasso di cambiamento di k nel tempo,
 2. il trasporto per convezione di k ,
 3. il trasporto di k per diffusione turbolenta,
 4. il tasso di produzione di energia cinetica turbolenta,
 5. il tasso di dissipazione di k ,
- l'equazione 3.23 rappresenta il trasporto per ω per il modello SST, in ordine si hanno i seguenti termini:
 1. il tasso di cambiamento di ω nel tempo,
 2. il trasporto per convezione di ω ,
 3. il trasporto di ω per diffusione turbolenta,
 4. il tasso di produzione di ω ,
 5. il tasso di dissipazione di ω ,
 6. il termine di diffusione incrociata che deriva dalla trasformazione dei termini in $\epsilon = k\omega$ dell'equazione che ne descrive il trasporto.

Le costanti presenti nelle equazioni da tarature sperimentali, risultano:

- $\sigma_k = 1.0$
- $\sigma_{\omega,1} = 2.0$
- $\sigma_{\omega,2} = 1.17$
- $\gamma_2 = 0.44$
- $\beta_2 = 0.44$
- $\beta^* = 0.09$.

Flusso turbolento su una superficie piana

Lo studio della turbolenza su lastra piana [11, pp. 57-58] è utile per capire quello che accade nel caso di profili aerodinamici, infatti se utilizziamo l'ordinata y per calcolare il numero di Reynolds equivalente:

$$Re_y = \frac{Uy}{\nu} \quad (3.24)$$

si nota come per valori di y confrontabili con la scala del problema Re_y è elevato e quindi si ha un'influenza maggiore delle forze d'inerzia mentre per valori di y che tendono a 0, per cui valori vicini alla superficie solida, il valore Re_y sarà nell'ordine di 1. Si hanno due zone principali: quella distante dalla parete dominata dalle forze d'inerzia e quella vicina dominata dalle forze viscosi. La velocità media del flusso dipende solo dalla distanza dalla parete y , dalla densità del fluido ρ e dalla viscosità μ oltre che dallo sforzo di taglio a parete τ_w . Attraverso l'analisi dimensionale si ottiene la **law of the wall**:

$$u^+ = \frac{U}{u_\tau} = f\left(\frac{\rho u_\tau y}{\mu}\right) = f(y^+), \quad \text{con } u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}. \quad (3.25)$$

L'equazione 3.25 contiene le definizioni di due gruppi adimensionali u^+ e y^+ che danno un'idea del valore degli sforzi a parete e della turbolenza. Nel caso di una parete liscia si ha un sotto-strato viscoso molto fino ($y^+ < 5$) e, se si assume che tutto lo sforzo di taglio sia dovuto da τ_w , si dimostra che:

$$u^+ = y^+,$$

condizione detta di **sotto-strato lineare**. Questa grandezza permette di capire come catturare appieno il comportamento turbolento a parete di una qualsiasi configurazione; in una simulazione, infatti, come si è spiegato al paragrafo 3.3, si imposta la griglia di calcolo in modo da poter ottenere una discretizzazione accurata dello strato a parete, all'interno dell'*o-grid*, facendo quindi un'approssimazione ed ipotizzando la prima cella alta quanto occorre per catturare il sotto-strato lineare.

Una procedura di *setting* della cella a parete può essere espressa dalle seguenti relazioni:

1. calcolo del numero di Reynolds:

$$Re = \frac{\rho U_\infty L_\infty}{\mu}$$

il pedice ∞ indica le quantità del flusso indisturbato e $\nu = \frac{\mu}{\rho}$ viscosità dinamica,

2. calcolo del coefficiente d'attrito a parete con un approccio scelto in base al numero di Reynolds risultante. Dati sperimentali forniscono ad esempio:

$$C_f = \left[2 \log_{10}(Re_x) - 0.65 \right]^{-2.3}, \quad \text{per } Re_x < 10^9,$$

3. calcolo dello sforzo di taglio a parete come

$$\tau_w = \frac{1}{2} C_f \rho U_{fs}^2,$$

4. calcolo della *friction velocity* a parete

$$u_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}},$$

5. calcolo dell'altezza della prima cella come

$$y = \frac{y^+ \mu}{\rho u_\tau}.$$

Procedura chiaramente iterativa in quanto si ipotizza un valore di y^+ desiderato che va verificato tramite analisi *CFD* (per dettagli vedasi [2]).

3.3 Costruzione del dominio di calcolo

La griglia di calcolo, creata con il programma *Icem CFD*, è di tipo strutturato per entrambe le configurazioni geometriche. Esse sono composte da un *o-grid* attorno al profilo e da blocchi ad H. La scelta della griglia strutturata è stata compiuta per permettere di ottenere risultati numericamente più accurati anche se essa consente una libertà inferiore nelle variazioni di forma dei profili rispetto ad una griglia non strutturata.

La creazione del *blocking* strutturato è stata fatta ponendo attenzione sui seguenti parametri:

periodicità: accoppiando i vertici appartenenti alla parte superiore ed inferiore del condotto, con la funzione di periodizzazione dei vertici, così da conservare la caratteristica di ripetizione del moto all'interno del condotto palare,

equiangle skewness: parametro fondamentale per permettere la convergenza del calcolo. Esso si riferisce alle dimensioni degli angoli all'interno degli elementi creati; nel programma in uso è calcolata come:

$$EquiangleSkewness = \max \left[\frac{\theta_{max} - \theta_e}{180 - \theta_e}, \frac{\theta_e - \theta_{min}}{\theta_e} \right]$$

dove θ_{max} rappresenta l'angolo maggiore all'interno di un elemento, θ_{min} angolo minore e θ_e dell'angolo che la cella avrebbe se fosse regolare, quindi nel caso di una *mesh* strutturata vale 90° .

Il parametro *equiangle skewness* rappresenta quindi la variazione, rispetto ad un quadrato, per ogni cella della *mesh*. Un valore inferiore a 0.45 rende la convergenza del calcolo difficile poiché si vengono a formare celle che racchiudono volumi troppo distorti che rendono per i quali la discretizzazione delle equazioni è poco accurata. I *blocking* risultanti, su cui sono costruite le *mesh* strutturate, sono rappresentati nelle figure 3.3-3.7.

Le *mesh* calcolate e successivamente utilizzate sono costituite da ~ 200000 elementi quadrangolari: la loro numerosità è stata scelta per assicurare un buon compromesso tra velocità di calcolo e accuratezza dei risultati.

L'*o-grid* è stato creato prestando attenzione che la prima cella sulla superficie della pala avesse un'altezza che permettesse di ottenere un y^+ minore o uguale ad 1: questa è stata inizialmente dimensionata utilizzando lo strumento online fornito da *Pointwise*¹ e successivamente se ne è verificata la validità all'interno di *Fluent* con alcune iterazioni di verifica per i parametri di turbolenza. Il risultato finale è un valore di altezza di prima cella per il profilo singolo e del profilo *tandem* pari a 0.012 mm che assicurano rispettivamente un valore massimo di y^+ lungo le pareti dei profili pari ad 1 ed 1.2 (per dettagli si ramanda al paragrafo 3.2.3). All'esterno dell'*o-grid* sono state accoppiate le celle in modo che la loro dimensione fosse uguale, questo produce un andamento più regolare della spaziatura tra i nodi lungo l'*edge* del *blocking*. Il risultato però, nel caso del profilo *tandem*, non è stato ottimale poiché la presenza della zona dello *slot* necessita di elementi per la sua discretizzazione pregiudicando la regolarità dell'andamento dei nodi nel resto della griglia. La soluzione a questo problema è quella di aumentare il numero complessivo di elementi, si è notato un netto miglioramento oltre i ~ 500000 *quads*, strada non percorribile per le macchine in uso. Per il profilo MCA questo problema non si è posto.

Il numero di nodi appartenenti ad ogni lato è stato inizialmente scelto per ottenere la discretizzazione migliore nelle zone più critiche, cioè *o-grid*, *slot*, naso e coda delle pale. Da questi ne è stato scalato il numero per ottenere la quantità di elementi desiderata. Le zone citate sono evidenziate nelle figure 3.8-3.12. La griglia per lo *slot* è una conseguenza delle scelte spiegate, si ottiene in figura 3.9. I *leading edge* della pala frontale ed il *trailing edge* della pala posteriore sono evidenziati nelle figure 3.10-3.12, nel caso della figura 3.12 si può notare una zona subito sopra il *suction side* della pala in evidenza con una densità maggiore di elementi. Tale zona è quella che collega gli *o-grid* allo *slot* tra le pale. Per facilitare la costruzione della griglia con il numero di elementi desiderato si è adottata la seguente procedura:

¹<http://www.pointwise.com/yplus/>: esso prende come input le condizioni di flusso, la lunghezza della corda del profilo e stima l'altezza della prima cella che permette di avere un numero di Reynolds riferito all'ordinata perpendicolare alla superficie pari ad 1.

1. creazione del *blocking*,
2. calcolo di una *mesh* con almeno il doppio degli elementi voluti,
3. verifica dei criteri desiderati (nel caso in esame *equiangle skewness*),
4. scelta della voce "*curve->edge bunching*" che permette di conservare l'esatta distribuzione di nodi lungo i lati dell'*edge* d'appoggio della griglia,
5. applicazione di un fattore di riduzione della scala,
6. verifica dei criteri desiderati.

Seguendo questa serie di passaggi è stato possibile conservare la qualità della griglia in iterazioni successive; si è notato che partendo da una *mesh* con meno elementi, e scalandola per averne una con un numero maggiore si perdeva la qualità ottenuta poiché la divisione degli elementi iniziali, soprattutto in quelli già particolarmente distorti, genera sotto-elementi che sono formati da nuovi angoli ancora più distorti.

3.3.1 Immagini della *mesh* del profilo MCA

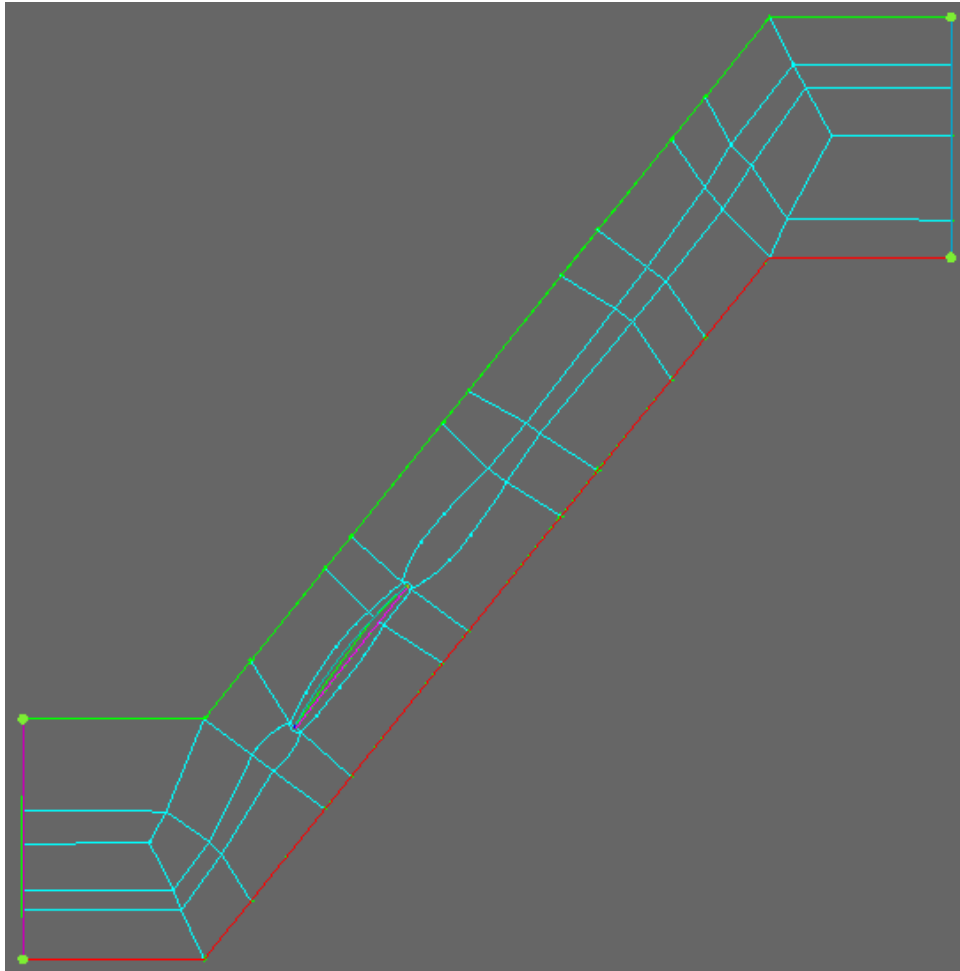


Figura 3.3: *Blocking* per il profilo MCA.

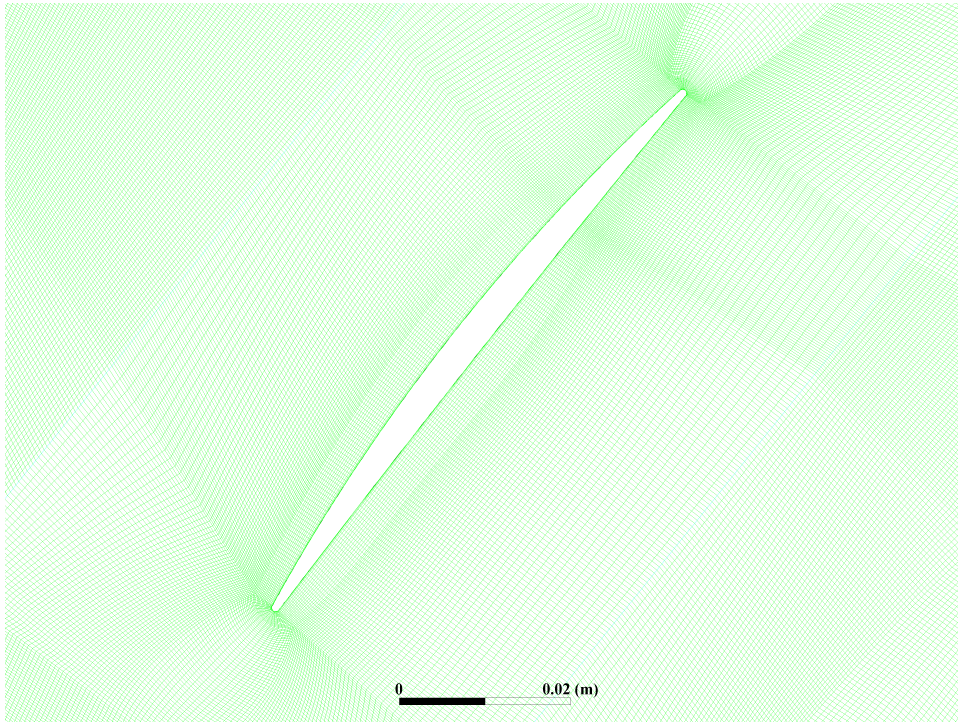


Figura 3.4: *Mesh* attorno al profilo MCA.

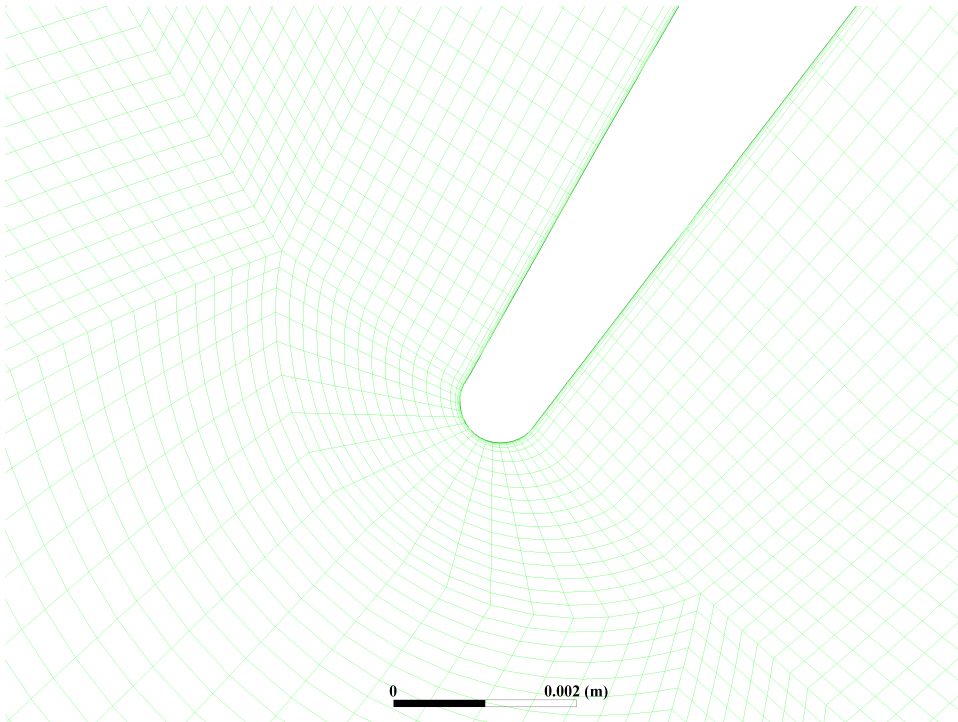


Figura 3.5: *Mesh* del *leading edge* della pala.

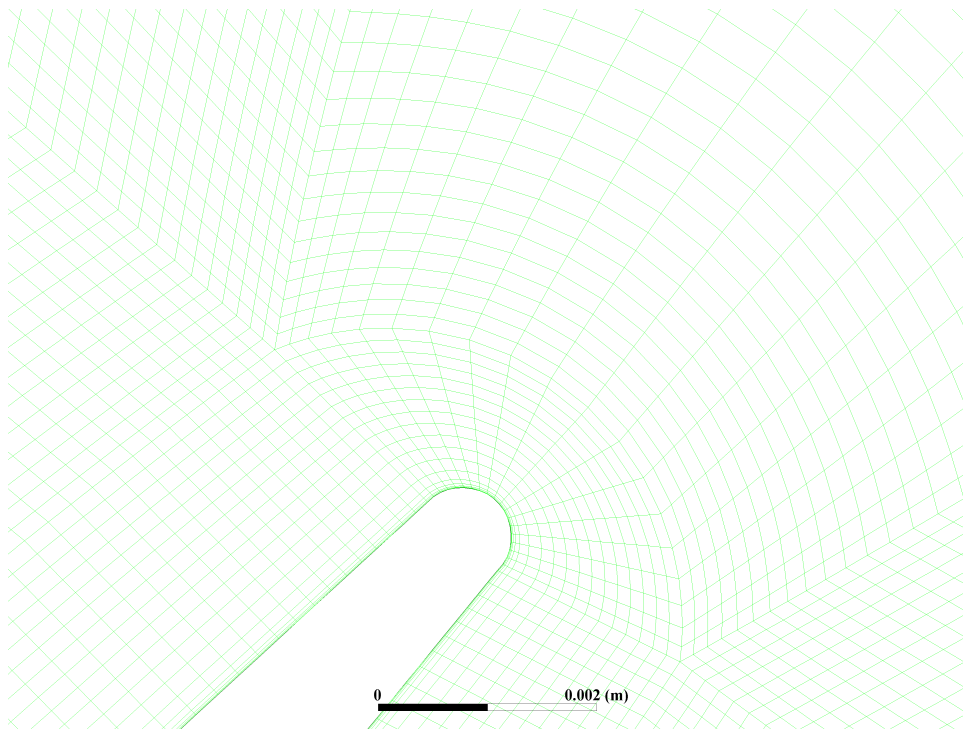


Figura 3.6: *Mesh* del *trailing edge* della pala.

3.3.2 Immagini della *mesh* del profilo *tandem*

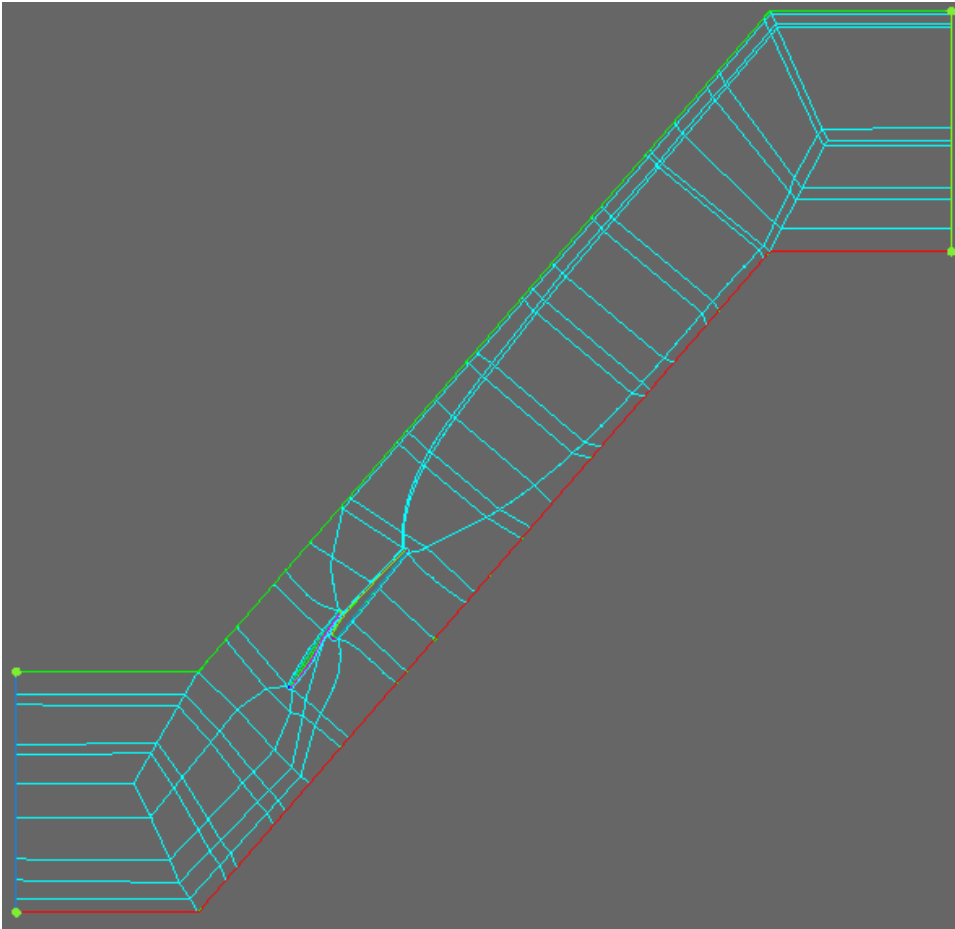


Figura 3.7: *Blocking* per il profilo tandem.

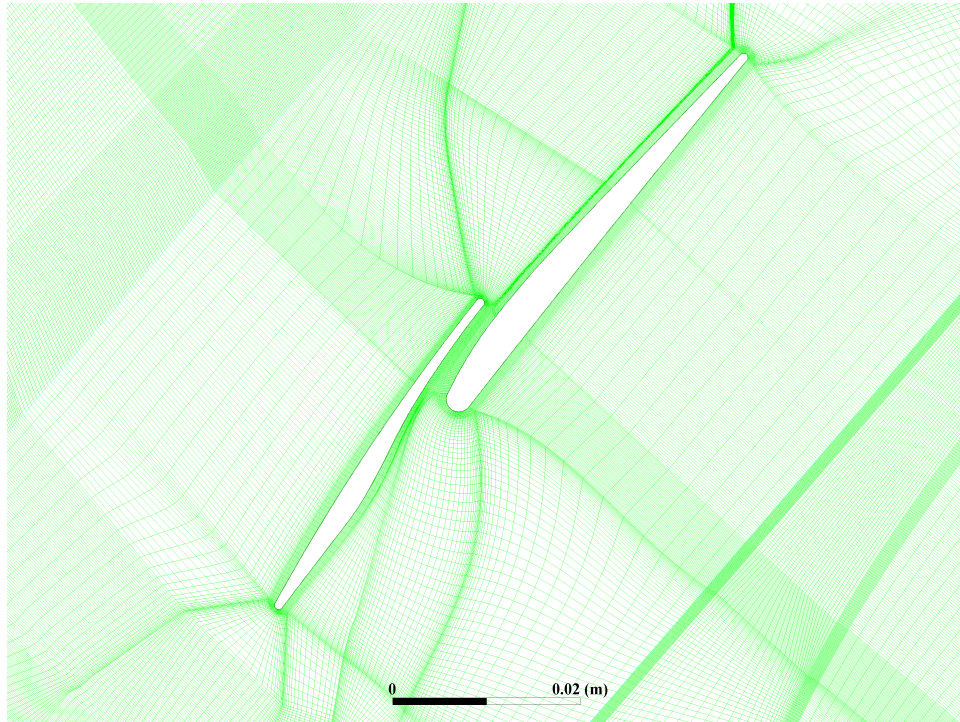


Figura 3.8: *Mesh* attorno ai profili.

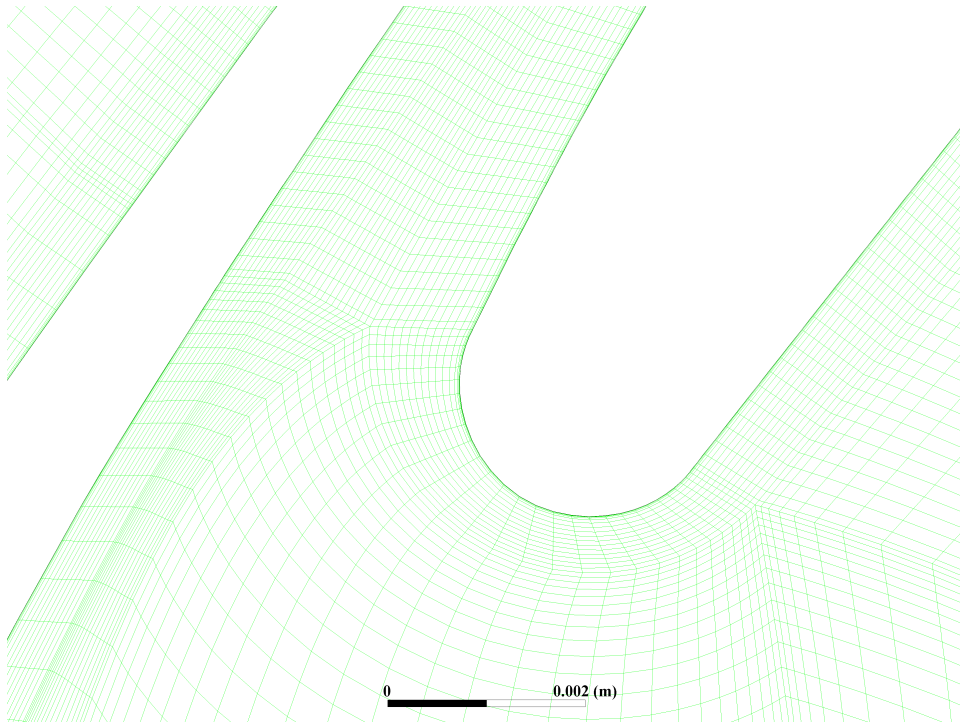


Figura 3.9: *Mesh* dello *slot* e del *leading edge* della pala posteriore.

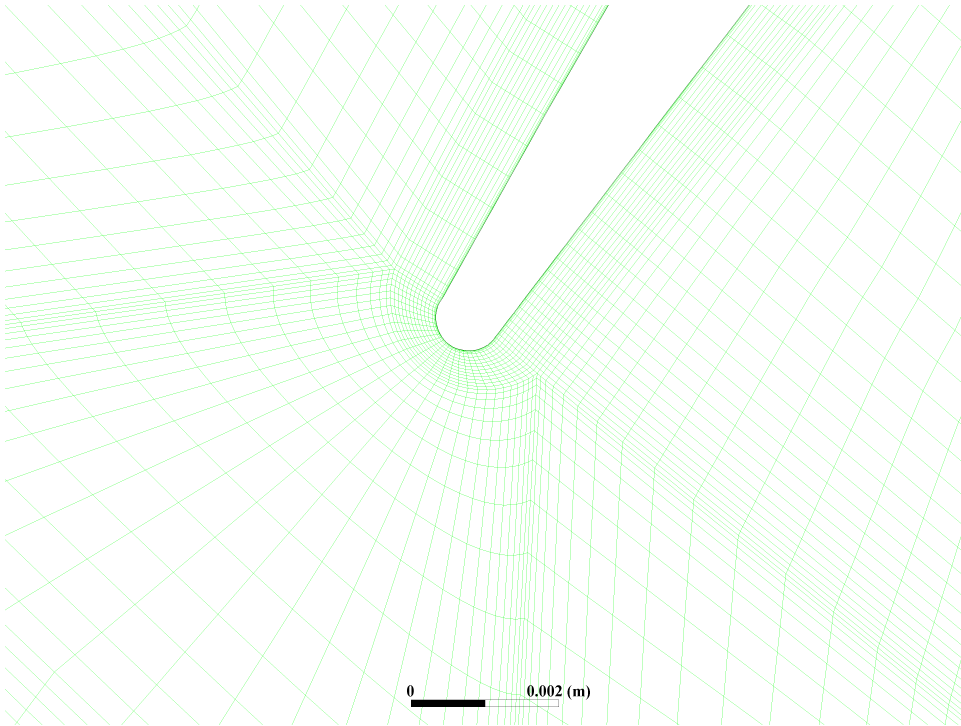


Figura 3.10: *Mesh* attorno al *leading edge* della pala anteriore.

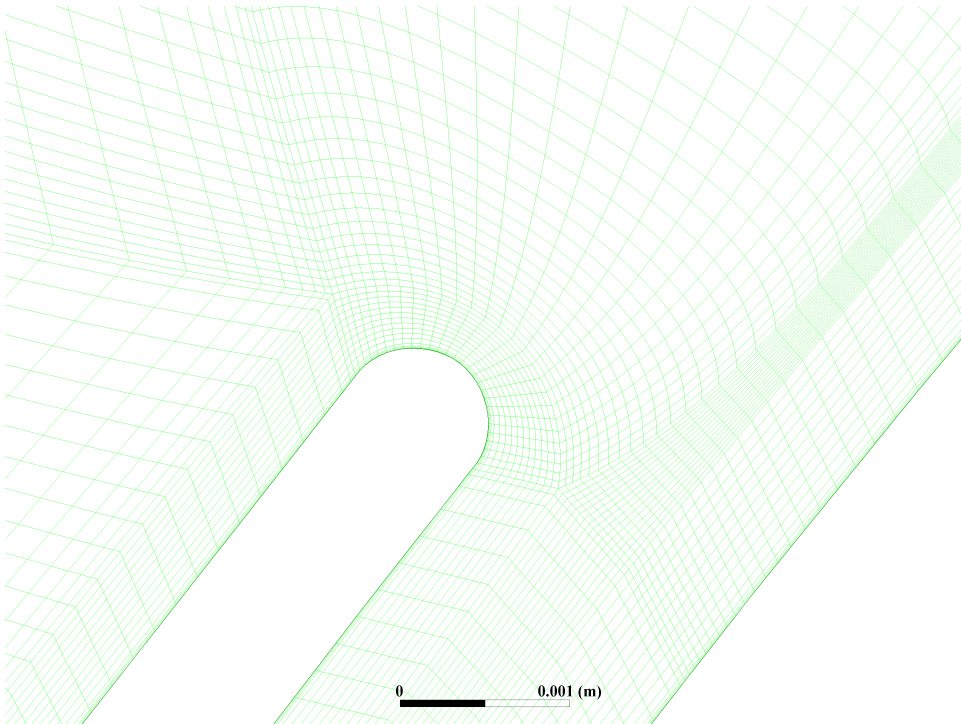


Figura 3.11: *Mesh* attorno al *trailing edge* della pala anteriore e vicino al passaggio dello *slot*.

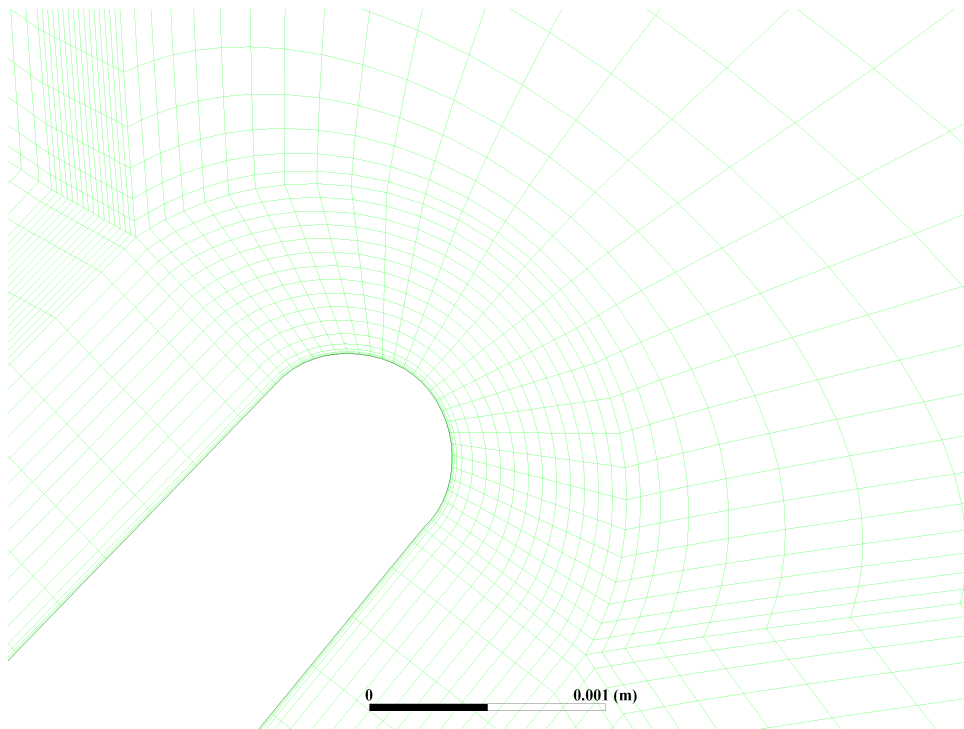


Figura 3.12: *Mesh* attorno al *trailing edge* della pala posteriore.

3.4 Simulazione

3.4.1 Configurazione delle simulazioni

La simulazione condotta tramite *Fluent* ha previsto l'uso dei seguenti modelli di calcolo

Fluidi: aria con densità calcolata con l'equazione dei gas ideali.

Viscosità: sono state utilizzate le equazioni del modello $k\omega - sst$.

Energia: sono state usate le equazioni attivabili per interfaccia testuale di lavoro della pressione, di energia cinetica e di diffusione all'*inlet*.

Il dominio di calcolo è stato definito da due curve periodiche oltre alla curve d'ingresso *inlet* e d'uscita *outlet*, a queste sono state assegnate rispettivamente le *boundary conditions* di *pressure far-field* che prende, come input, la pressione statica, numero di Mach, componenti di velocità e temperatura statica, e di *pressure outlet* che accetta in ingresso la pressione statica e la temperatura statica.

Si inizializza il calcolo con la funzione di *hybrid initialization* e successivamente si utilizza la *fmg initialization*².

La convergenza è stata considerata raggiunta per l'iterazione che presenta scarti inferiori al valore di 10^{-5} , si è inoltre considerato il valore del coefficiente di lift per capire se la convergenza avesse o meno senso, visto che gli scarti sono solo un'indicazione dell'efficacia del calcolo e non dell'effettivo raggiungimento di una soluzione.

Script di controllo per *Fluent*

Per eseguire i calcoli fluidodinamici è stato creato uno *script* che, a seconda del risultato dato dal programma, gestisce i calcoli successivi e ne ricava i risultati. *Fluent* calcola le grandezze che caratterizzano il campo di moto di un fluido attraverso la discretizzazione delle equazioni di *RANS* vedasi 3.2.3, ipotizzandone dei valori nel dominio di calcolo e confrontandoli iterazione per iterazione nei singoli fattori: si dice raggiunta la **convergenza** quando i residui di calcolo scendono al di sotto di un valore soglia impostato dall'utente. Si possono però presentare due situazioni che inficiano la raggiunta di un risultato: la mancata convergenza, con residui che oscillano attorno ad un valore centrale, oppure il caso di **divergenza**, che porta gli stessi ad aumentare fino ad un valore talmente elevato da rendere irrecuperabile il calcolo effettuato. Per risolvere queste situazioni è pratica usuale variare i seguenti fattori che gestiscono la risoluzione delle equazioni durante il calcolo:

- *Flow courant number*: è un parametro che varia da 4 a 200 e che dà lo step temporale dell'andamento dell'algoritmo di risolutivo.
- *Relaxation factors*: sono dei parametri che possono essere maggiori o minori di 1 e danno il peso, iterazione per iterazione, alla variazione di una grandezza in esame.

Il manuale del programma suggerisce l'uso di diversi fattori di sotto-rilassamento e numeri di Courant per agevolare la raggiunta della convergenza dei calcoli, al variare delle condizioni al contorno (*boundary conditions*) e della qualità della *mesh* di calcolo (con particolare riferimento all'*equiangle skewness*), vedasi [5, pp. 1416-1419]. Lo *script* creato fa proprio questo: a partire da valori iniziali a seconda dell'output di *Fluent* cambia i valori citati. Per fare ciò si utilizzano i comandi che saranno esposti al capitolo 5 tramite i quali si possono analizzare le stampe a video del programma per ricercare la convergenza, la mancata convergenza o la divergenza del calcolo. A seconda dei casi che si presentano si agisce nei seguenti modi:

²Utilizza l'algoritmo FAS (approssimazione di celle di piccole dimensioni in celle più grandi) presente in *Fluent* per calcolare su diversi livelli di densità di elementi la soluzione, in modo iterativo, passando da livelli a griglia densa e meno densa fino al raggiungimento del criterio di convergenza. [4]

- **Convergenza:** si considera raggiunta per valori degli scarti tra i residui inferiori all'ordine di 10^{-6} , nel caso di conclusione dei calcoli si vanno a stampare i file di output necessari ai successivi calcoli.
- **Mancata convergenza:** è dovuta a residui che invece di calare iniziano ad oscillare attorno ad un valore centrale. La situazione viene nella maggior parte dei casi risolta calando i fattori di sotto-rilassamento permettendo quindi al calcolatore di analizzare in maniera più accurata, iterazione per iterazione, le quantità che non convergono.
- **Divergenza:** questa è spesso dovuta a problemi nel solutore dell'equazione dell'energia, con particolare riferimento alla temperatura. Viene contrastata calando il valore del numero di Courant. Se questo non basta si agisce calando anche i fattori di sotto-rilassamento.

Questi accorgimenti sono stati tradotti all'interno dello script riassunto dal *listing* 3.1. Essi vengono applicati in maniera sequenziale ai file di simulazioni già eseguite, in modo da non perdere le iterazioni già calcolate e utilizzando l'esplorazione già fatta da *Fluent*. Per il caso di divergenza invece si reinizializzano i calcoli.

Nel caso di mancata convergenza viene creato un output gestibile dal programma principale.

Listing 3.1: *Function* principale per la gestione di Fluent

```

1 Simulazione iniziale
2 output_init
3 check_init: convergenza | divergenza
4 if check_init==convergenza
5     stampa rapporti
6 elseif check_init~=convergenza
7     function convergenza
8     output_conv
9         check_conv: convergenza
10        if check_conv==convergenza
11            stampa rapporti
12        elseif check_conv~=convergenza
13            uscita con errore
14        end
15 elseif check_init==divergenza
16     function divergenza
17     output_div
18     check_div: convergenza | divergenza
19         if check_div==convergenza
20             stampa rapporti
21         elseif check_div~=convergenza
22             function convergenza
23             output_conv
24             check_conv: convergenza
25             if check_conv==convergenza
26                 stampa rapporti
27             elseif check_conv~=convergenza
28                 uscita con errore
29             end
30         elseif check_div==divergenza
31             uscita con errore
32         end
33 end

```

3.5 Considerazioni finali

Nel capitolo sono state esposte le condizioni che regolano il moto di un fluido comprimibile nello spazio, attraverso l'approccio euleriano. Si è così capita l'importanza di un dominio di calcolo il più regolare possibile, visto che la totalità delle equazioni esposte viene discretizzata su di esso e viene risolta iterativamente.

E' stato successivamente presentata, con attenzione alle procedure seguite nella sua creazione, la griglia di calcolo. La sua creazione è stata particolarmente complicata per la pala *tandem* per la presenza dello *slot* che ha costretto alla creazione di un doppio *o-grid* che disturba la regolarità complessiva della *mesh*. La scelta del numero di nodi è stata fatta come compromesso e questo ha portato ad ulteriori irregolarità. Nonostante questo le griglie mantengono comunque alti valori di *skewness* e questo ha permesso il loro uso per i calcoli fluidodinamici.

Nell'ultima parte del capitolo si sono descritte le scelte fatte per la fase di simulazione e si è spiegata la necessità di creare uno script che permettesse la gestione del programma per i calcoli fluidodinamici.

Capitolo 4

Analisi dei dati iniziali

4.1 Introduzione

Nel seguente capitolo viene presentato il metodo seguito nella ricerca sperimentale da parte del Lewis Research Center, parlando delle assunzioni da loro fatte e di come sono state trattate nell'ambito delle simulazioni. Si presenterà la procedura statistica seguita per il calcolo delle grandezze utilizzate nelle simulazioni, spiegandone le ipotesi fatte nella ricerca dei valori delle incertezze.

4.2 Stazioni di analisi delle prestazioni e procedura sperimentale

Le prestazioni della girante sono state valutate sperimentalmente utilizzando il circuito presente al Lewis Research Center, che prevede l'uso di aria atmosferica, accelerata nel condotto e mandata alla girante messa in rotazione da un accoppiamento di motore elettrico e riduttore per poi essere scaricata attraverso uno scambiatore in atmosfera. Viene mostrato in figura 4.1 nella sua completezza.

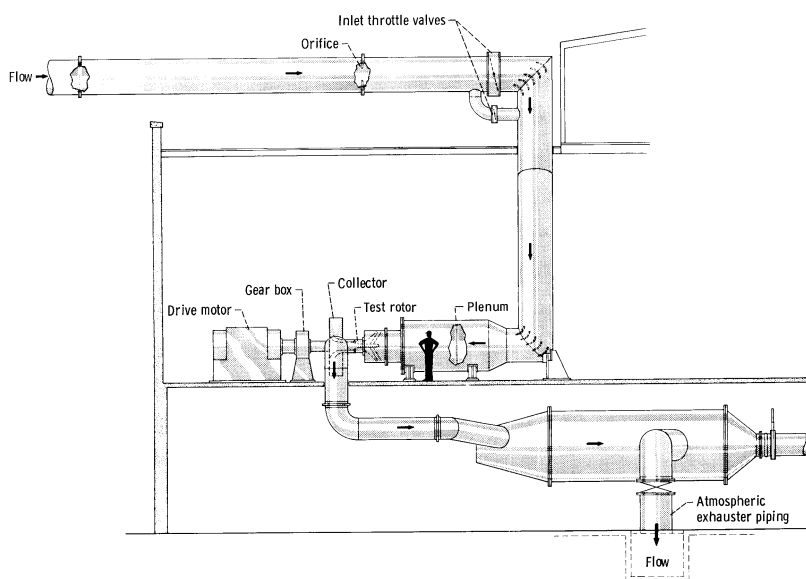


Figura 4.1: Schema del circuito di test della girante presente al Lewis Research Center.

Lo schema di figura 4.2 rappresenta la configurazione sperimentale a cavallo della girante in analisi.

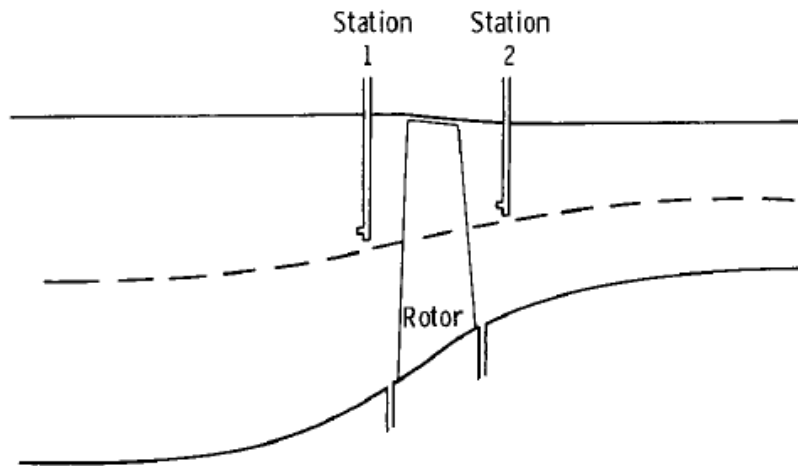


Figura 4.2: Stazioni d'analisi numerate in direzione del flusso.

I dati presenti nell'articolo sono stati raccolti dalle due stazioni di figura 4.2 le quali sono strumentate per catturare pressione statica, pressione totale, temperatura statica, temperatura totale e parametri di velocità (angolo e valore). Questo è reso possibile dalla combinazione di diversi strumenti di misura collocati al loro interno. Esse sono state posizionate a $\sim 25.4 \text{ mm}$ ($\sim 1 \text{ inch}$) a monte rispetto al *leading edge* della pala e $\sim 17.78 \text{ mm}$ ($\sim 0.7 \text{ inch}$) a valle del *trailing edge* della pala come riferito nell'articolo [9, p. 8]. Esse sono statiche rispetto alla girante per cui i risultati sperimentali riportati sono riferiti alla corrente che scorre all'interno del condotto. Il calcolo delle condizioni statiche di ingresso e uscita va quindi effettuato con riferimento ai dati della corrente assoluta.

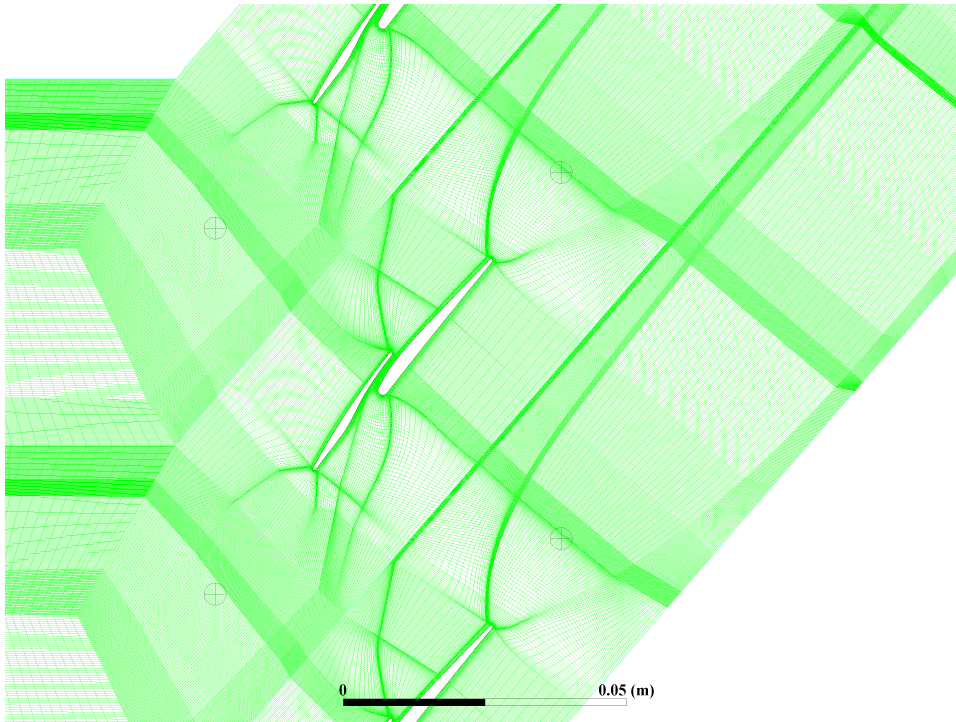


Figura 4.3: Mesh e punti d'analisi.

Per ricreare questo metodo di rilevamento dei parametri della corrente si sono inserite all'interno del programma di calcolo le posizioni delle sonde lungo la linea media del profilo per lo *span* analizzato. Gli *output* in corrispondenza dei punti \oplus , mostrati in figura 4.2, sono quelli utilizzati effettivamente per tutte le considerazioni dei capitoli 5-6. Nel programma *Fluent* (al riferimento [5, pp. 1583-1584] vi è la guida) è possibile inserire in posizione desiderata i punti per la valutazione delle prestazioni, oltre che linee e superfici. Esse non influenzano la simulazione ma forniscono solo un riferimento per le grandezze desiderate.

La procedura sperimentale è stata condotta in un range di portate di massa che variano dalla massima fino alle condizioni di stallo per le velocità di rotazione corrispondenti al 50%, al 60%, al 70%, all'80%, al 90% ed al 100% della velocità di progettazione, pari a $16000 \frac{giri}{min}$. Sono così definite le curve degli andamenti delle velocità. Per ogni range di rotazione sono presentati cinque punti sperimentali che vanno a definire le *speed line* del rotore [9, p. 8].

I risultati sperimentali della procedura sono presentati nel riferimento [9] come una serie di tabelle in cui i dati in uscita dalle sonde sono riportati per la posizione del *trailing edge* e del *leading edge* ad alcuni *span*. Le quantità riportate sono spiegate in appendice C dell'articolo [9]. Sono presenti le quantità rilevate dalle stazioni per ognuna delle 6 velocità di rotazione considerate e per esse sono riportati 5 rilevamenti di tutte le quantità, effettuati a velocità diverse. La raccolta dei risultati non riporta valori per le grandezze locali.

4.3 Analisi statistica dei dati iniziali: basi teoriche

Tutti i risultati sono stati riportati approssimandone il valore (vedasi [9, p. 8]) con le seguenti assunzioni: le grandezze totali e il momento angolare sono stati assunti costanti lungo la linea di flusso che collega la sonda con la superficie della pala corrispondente. Le linee di flusso della corrente sono parte del risultato dei programmi citati al paragrafo 2.3 e quindi non sono riportate. Ci si riferisce quindi alla prima ipotesi, per il calcolo e la verifica delle condizioni a contorno, assumendo il comportamento di gas iso-entropico. Si è ipotizzato che il numero di Mach fosse in prima approssimazione costante tra sonda e pala. Le pressioni statiche sono state anch'esse approssimate conteggiando la strizione dell'area ma non sono state riportate, nell'articolo non è presente alcun riferimento riguardante l'area di riferimento per cui se ne è assunta trascurabile la variazione e ne sono stati calcolati i valori utilizzando il numero di Mach della corrente.

Per il calcolo dei valori statici ci si è riferiti alle equazioni delle grandezze di ristagno ritrovabili al riferimento [1]:

- equazione per il calcolo della pressione statica,

$$\frac{P^0}{P} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma - 1}}, \quad (4.1)$$

- equazione per il calcolo della temperatura statica,

$$\frac{T^0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} M^2, \quad (4.2)$$

dove M è il numero di Mach della corrente, la notazione con apice 0 indica le grandezze totali mentre la notazione senza apice indica le grandezze statiche. Il valore $\gamma = \frac{c_p}{c_v}$ è il rapporto dei calori specifici a pressione e volume costante, che nel caso di aria atmosferica è $\gamma = 1.4$. Le grandezze indicate come totali rappresentano quelle che sono ottenute se il fluido viene portato a velocità nulla con un processo iso-entropico, sono le dimensioni che caratterizzano lo stato del fluido in condizioni di ristagno nell'ideale serbatoio a monte del condotto in cui si sviluppa la corrente. Vedasi [1, pp. 12-16].

Le quantità presentate possono essere assunte come una lettura ripetuta della stessa grandezza, dalle quali è possibile calcolare il valore medio e l'incertezza. Si è scelto di adottare la notazione 4.6 (descritta in [3, p. 113])

nella quale la quantità in esame è espressa attraverso il suo **valore medio** 4.3 e l'**incertezza estesa** 4.5. Per ogni grandezza quindi si hanno i valori calcolati come segue:

$$\bar{q} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N q_i, \quad (4.3)$$

$$S = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N |q_i - \bar{q}|^2}, \quad (4.4)$$

$$I = Sk, \quad (4.5)$$

$$Q = \bar{q} \pm I(P\%). \quad (4.6)$$

Per il calcolo dell'incertezza si è scelta la formulazione della deviazione standard 4.4 riferita ad un campione piuttosto che alla popolazione completa poiché dall'articolo [9] non è chiaro se i risultati delle prove siano stati completamente riportati. Il fattore di copertura k è scelto pari ad 1 che per la distribuzione gaussiana corrisponde ad un fattore di confidenza pari al 68.3% ($P\%$). Si ottiene così l'incertezza estesa come descritto nella normativa **UNI CEI ENV-13005**, vedasi [3, pp. 133-145]. Essa definisce la copertura più bassa al di sotto delle ipotesi di distribuzione di dati gaussiana, utile come nel caso in esame in cui si hanno a disposizione pochi valori della stessa misura.

Una volta calcolati i valori medi delle quantità con le rispettive incertezze si sono calcolati gli ulteriori dati necessari per la risoluzione del problema propagando le incertezze con la formulazione di Kline-McClintock [3, pp. 127-130]. Nel caso della quantità q , funzione di più misure di cui si conosce l'incertezza:

$$q = f(x_1, x_2, \dots, x_L),$$

si ha che la miglior stima del valore della grandezza Q' è data dalla relazione:

$$Q' = \bar{q} \pm I'(P\%), \quad \text{con} \quad I' = i_{Q'} k$$

Il valore \bar{q} è calcolato come:

$$\bar{q} = f(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{x}_L),$$

dove f è la **relazione funzionale** che lega le grandezze x_i a q . L'incertezza assegnata è $i_{Q'}$ ed è calcolata come segue:

$$i_{Q'} = \pm \sqrt{\sum_{i=1}^L \left(\theta_i i_{x_i} \right)^2},$$

dove θ_i sono gli indici di sensibilità:

$$\theta_i = \frac{\delta q}{\delta x_i}, \quad \text{con} \quad i = 1, 2, \dots, L.$$

con i_{x_i} è l'incertezza di ogni misura x_i considerata.

4.4 Analisi statistica dei dati iniziali: risultati

Dal riferimento [9] si considerano le pressioni totali, le temperature totali, i rapporti di temperature totali, i rapporti di pressioni totali, i numeri di Mach della corrente relativa e della corrente assoluta e gli angoli di velocità in ingresso della corrente relativa. Per ognuna di queste grandezze se ne è calcolato il valore medio e l'incertezza associata seguendo la procedura esposta alla sezione 4.3. Le tabelle 4.1-4.5 rappresentano i dati dell'articolo con le rispettive incertezze calcolate con il fattore di copertura esposto.

La pressione totale in ingresso per la prima condizione di velocità presenta un'incertezza pari a 0 poiché nell'articolo è stato riportato lo stesso valore per tutte le letture. Dato che nessuno strumento è privo di incertezza si è assegnato il valore medio ricavato dalle incertezze delle altre misure di pressione totale. Tale assunzione non influenza i calcoli successivi visto il suo valore trascurabile rispetto alla grandezza principale.

Nelle seguenti viene indicato con R_{P^0} il rapporto delle pressioni totali:

$$R_{P^0} = \frac{P_{TE}^0}{P_{LE}^0},$$

Con R_{T^0} quello delle temperature totali:

$$R_{T^0} = \frac{T_{TE}^0}{T_{LE}^0}.$$

Il riferimento per la corrente assoluta è indicato dall'apice *ass* e quella relativa dall'apice *rel*.

Tabella 4.1: Pressioni totali in ingresso e rapporti di compressione totali.

$\% \omega$	$\frac{P_{LE}^0}{Pa}$	$\frac{i_{P_{LE}^0}(68.3\%)}{Pa}$	R_{P^0}	$i_{R_{P^0}}(68.3\%)$
100%	$1.02e + 05$	± 35.00	1.78	± 0.10
90%	$1.02e + 05$	± 30.80	1.59	± 0.07
80%	$1.02e + 05$	± 37.76	1.43	± 0.05
70%	$1.01e + 05$	± 30.83	1.30	± 0.04
60%	$1.01e + 05$	± 37.76	1.21	± 0.03
50%	$1.01e + 05$	± 37.76	1.13	± 0.03

Tabella 4.2: Temperature totali in ingresso e rapporto di temperatura totale.

$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^0}{K}$	$\frac{i_{T_{LE}^0}(68.3\%)}{K}$	R_{T^0}	$i_{R_{T^0}}(68.3\%)$
100%	288.14	± 0.03	1.21	± 0.02
90%	288.09	± 0.03	1.16	± 0.02
80%	287.79	± 0.10	1.12	± 0.02
70%	288.08	± 0.03	1.09	± 0.02
60%	288.11	± 0.06	1.06	± 0.01
50%	288.14	± 0.05	1.04	± 0.01

Tabella 4.3: Numeri di Mach della corrente assoluta in ingresso ed uscita.

$\% \omega$	M_{LE}^{ass}	$i_{M_{LE}^{ass}}(68.3\%)$	M_{TE}^{ass}	$i_{M_{TE}^{ass}}(68.3\%)$
100%	0.64	± 0.05	0.68	± 0.01
90%	0.58	± 0.04	0.64	± 0.03
80%	0.47	± 0.57	0.56	± 0.01
70%	0.40	± 0.05	0.50	± 0.01
60%	0.34	± 0.05	0.43	± 0.01
50%	0.28	± 0.05	0.36	± 0.01

Tabella 4.4: Angolo di flusso della corrente relativa in ingresso.

$\% \omega$	β_{LE}^{rel} °	$i_{\beta_{LE}^{rel}}(68.3\%)$ °
100%	59.88	± 2.10
90%	60.98	± 2.74
80%	61.98	± 2.75
70%	62.62	± 3.01
60%	63.06	± 3.51
50%	62.84	± 3.79

Tabella 4.5: Angolo di flusso della corrente relativa in uscita.

$\% \omega$	β_{TE}^{rel} °	$i_{\beta_{TE}^{rel}}(68.3\%)$ °
100%	48.86	± 0.46
90%	49.00	± 0.57
80%	49.08	± 0.55
70%	49.62	± 0.46
60%	49.12	± 0.48
50%	49.18	± 0.61

Tabella 4.6: Numeri di Mach della corrente relativa in ingresso ed uscita.

$\% \omega$	M_{LE}^{rel}	$i_{M_{LE}^{rel}}(68.3\%)$	M_{TE}^{rel}	$i_{M_{TE}^{rel}}(68.3\%)$
100%	1.28	± 0.03	0.72	± 0.08
90%	1.14	± 0.03	0.68	± 0.08
80%	1.01	± 0.03	0.64	± 0.08
70%	0.87	± 0.03	0.58	± 0.07
60%	0.74	± 0.02	0.50	± 0.07
50%	0.61	± 0.02	0.43	± 0.07

Dai dati esposti nelle tabelle 4.1-4.2 si ricavano i valori della pressione totale e della temperatura totale al *trailing edge* con le relative incertezze utilizzando la formulazione di Kline-McClintock per calcolarne i valori dei coefficienti di sensibilità. Le equazioni 4.7-4.8 danno le relazioni funzionali delle grandezze, da queste si ricavano i coefficienti di sensibilità 4.9-4.12.

$$P_{TE}^0 = P_{LE}^0 R_{P^0}, \quad (4.7)$$

$$T_{TE}^0 = T_{LE}^0 R_{T^0}, \quad (4.8)$$

$$\theta_{P_{LE}^0} = R_{P^0}, \quad (4.9)$$

$$\theta_{R_{P^0}} = P_{LE}^0, \quad (4.10)$$

$$\theta_{T_{LE}^0} = R_{T^0}, \quad (4.11)$$

$$\theta_{R_{T^0}} = T_{LE}^0. \quad (4.12)$$

Ottenuti i valori dei coefficienti di sensibilità viene calcolata l'incertezza associata alle grandezze totali per il *trailing edge*:

Tabella 4.7: Pressioni totali e temperature totali in uscita.

$\% \omega$	P_{TE}^0 Pa	$i_{P_{TE}^0}$ (68.3%) Pa	T_{TE}^0 k	$i_{T_{TE}^0}$ (68.3%) k
100%	$1.81e + 05$	$\pm 1.06e + 04$	347.21	± 6.96
90%	$1.61e + 05$	$\pm 7.39e + 03$	333.78	± 5.77
80%	$1.46e + 05$	$\pm 5.16e + 03$	322.90	± 5.14
70%	$1.32e + 05$	$\pm 3.90e + 03$	314.01	± 4.50
60%	$1.23e + 05$	$\pm 3.41e + 03$	306.61	± 3.93
50%	$1.15e + 05$	$\pm 2.77e + 03$	300.25	± 3.10

Da questi dati si possono quindi definire le grandezze statiche in ingresso ed uscita, prestando attenzione al fatto che la girante, nel modello di calcolo, è ferma ed è investita dalla corrente relativa. Questo vuol dire che i dati riportati per pressioni e temperature statiche sono riferiti alla corrente assoluta. Si calcolano attraverso le 4.1-4.2 le grandezze statiche ed attraverso le 4.15-4.18 i coefficienti di sensibilità. Le fonti d'incertezza sono i numeri di Mach e le grandezze totali. Il fattore γ viene assunto senza incertezza. L'equazione 4.16 è riferita alla formulazione 4.13, mentre l'equazione 4.18 è riferita alla formulazione 4.14.

$$P = \frac{P^0}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}, \quad (4.13)$$

$$T = \frac{T^0}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}, \quad (4.14)$$

$$\theta_{P^0} = \frac{1}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}}, \quad (4.15)$$

$$\theta_M = -P^0 M \gamma \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^{\frac{1-2\gamma}{\gamma-1}}, \quad (4.16)$$

$$\theta_{T^0} = \frac{1}{1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2}, \quad (4.17)$$

$$\theta_M = \frac{(1-\gamma)T^0 M}{\left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M^2\right)^2}. \quad (4.18)$$

Si ricavano quindi le incertezze per le grandezze statiche. Sono stati calcolati, con le rispettive incertezze, i rapporti di compressione e i rapporti di temperatura statici, si usano formulazioni simili a quelle viste in 4.9-4.12

per il calcolo dei fattori di sensibilità. I rapporti di compressione e di temperatura sono:

$$R_P = \frac{P_{TE}}{P_{LE}},$$

$$R_T = \frac{T_{TE}}{T_{LE}}.$$

I dati sono presentati nelle tabelle 4.8-4.9 che assieme a quelli ricavati per il numero di Mach relativo 4.6 e per l'angolo di flusso relativo in ingresso 4.5 saranno quelli utilizzati come dati iniziali per i calcoli fluidodinamici sulla schiera.

Tabella 4.8: Pressioni statiche e rapporti di compressione statici.

$\% \omega$	P_{LE} Pa	$i_{P_{LE}}(68.3\%)$ Pa	P_{TE} Pa	$i_{P_{TE}}(68.3\%)$ Pa	R_P	$i_{R_P}(68.3\%)$
100%	$7.68e + 04$	$\pm 3.46e + 03$	$1.32e + 05$	$\pm 7.76e + 03$	1.72	± 0.13
90%	$8.11e + 04$	$\pm 2.53e + 03$	$1.23e + 05$	$\pm 6.27e + 03$	1.52	± 0.09
80%	$8.71e + 04$	$\pm 3.17e + 03$	$1.18e + 05$	$\pm 4.27e + 03$	1.35	± 0.07
70%	$9.09e + 04$	$\pm 2.60e + 03$	$1.12e + 05$	$\pm 3.40e + 03$	1.23	± 0.05
60%	$9.38e + 04$	$\pm 2.19e + 03$	$1.08e + 05$	$\pm 3.07e + 03$	1.16	± 0.04
50%	$9.60e + 04$	$\pm 1.71e + 03$	$1.05e + 05$	$\pm 2.61e + 03$	1.10	± 0.03

Tabella 4.9: Temperature statiche e rapporti di temperatura statici.

$\% \omega$	T_{LE} k	$i_{T_{LE}}(68.3\%)$ k	T_{TE} k	$i_{T_{TE}}(68.3\%)$ k	R_T	$i_{R_T}(68.3\%)$
100%	266.06	± 3.42	317.54	± 6.37	1.19	± 0.03
90%	270.17	± 2.40	308.81	± 5.70	1.14	± 0.02
80%	275.44	± 2.86	304.01	± 4.88	1.10	± 0.02
70%	279.15	± 2.28	299.72	± 4.34	1.07	± 0.02
60%	281.78	± 1.88	295.90	± 3.83	1.05	± 0.02
50%	283.67	± 1.44	292.77	± 3.07	1.03	± 0.01

Si sono calcolate anche le grandezze totali riferite alla corrente relativa, utili per i confronti di prestazione e per le verifiche nelle condizioni a contorno. Si calcolano con:

$$R_{P^{0,rel}} = \frac{P_{TE}^{0,rel}}{P_{LE}^{0,rel}},$$

$$R_{T^{0,rel}} = \frac{T_{TE}^{0,rel}}{T_{LE}^{0,rel}}.$$

rispettivamente il rapporto di compressione totale ed il rapporto tra le temperature totali. La loro incertezza viene calcolata come già esposto con formulazioni simili a 4.9-4.12.

Tabella 4.10: Pressioni totali e loro rapporti riferiti alla corrente relativa.

$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel}$ Pa	$i_{P_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)$ Pa	$P_{TE}^{0,rel}$ Pa	$i_{P_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)$ Pa	$R_{P^{0,rel}}$	$i_{R_{P^{0,rel}}}(68.3\%)$
100%	$2.08e + 05$	$\pm 1.08e + 04$	$1.87e + 05$	$\pm 1.44e + 04$	0.90	± 0.09
90%	$1.83e + 05$	$\pm 7.05e + 03$	$1.68e + 05$	$\pm 1.18e + 04$	0.92	± 0.08
80%	$1.66e + 05$	$\pm 7.47e + 03$	$1.55e + 05$	$\pm 9.15e + 03$	0.94	± 0.07
70%	$1.49e + 05$	$\pm 5.17e + 03$	$1.41e + 05$	$\pm 7.08e + 03$	0.95	± 0.06
60%	$1.35e + 05$	$\pm 3.79e + 03$	$1.28e + 05$	$\pm 5.69e + 03$	0.95	± 0.05
50%	$1.24e + 05$	$\pm 2.70e + 03$	$1.19e + 05$	$\pm 4.54e + 03$	0.96	± 0.04

Tabella 4.11: Temperature totali e loro rapporti riferiti alla corrente relativa.

$\% \omega$	$T_{LE}^{0,rel}$ k	$i_{T_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)$ k	$T_{TE}^{0,rel}$ k	$i_{T_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)$ k	$R_{T^{0,rel}}$	$i_{R_{T^{0,rel}}}(68.3\%)$
100%	353.65	± 5.80	350.71	± 9.94	0.99	± 0.03
90%	340.87	± 4.34	337.46	± 9.02	0.99	± 0.03
80%	331.15	± 4.92	328.80	± 8.08	0.99	± 0.03
70%	321.25	± 3.66	320.06	± 6.90	1.00	± 0.02
60%	312.52	± 2.86	310.47	± 5.84	0.99	± 0.02
50%	305.07	± 2.19	303.45	± 4.73	1.00	± 0.02

Capitolo 5

Elementi di teoria delle schiere supersoniche e prestazioni a confronto

5.1 Introduzione

Nel presente capitolo verrà presentata la procedura seguita per il calcolo delle condizioni a contorno, non note a priori poiché, come spiegato nel capitolo 4, tutti i dati presentati sono riferiti alla pala, approssimandone il valore rispetto alla distanza dalle sonde. Per fare ciò si è implementata una procedura di calcolo che oltre a ricercare tali condizioni si occupa di trovare il punto di *unique incidence*. Si confronteranno le prestazioni tra il profilo *tandem* ed il profilo MCA a parità di condizioni a contorno.

5.2 *Unique incidence* e condizioni al contorno

La ricerca della condizione di *unique incidence* è uno step importante per definire le condizioni operative di qualsiasi schiera che lavora in regime transonico [10, pp. 67-75], essa prescrive la condizione di lavoro, a seconda del tipo di profilo analizzato, all'interno di un range di numeri di Mach e angoli d'incidenza della corrente relativa in ingresso in condizioni di velocità assiale subsonica¹. In questo paragrafo se ne parlerà sommariamente rimandando a letture specifiche per eventuali approfondimenti.

Nel caso di una schiera piana il fenomeno della *unique incidence* è descritto dalla figura 5.1. Il grafico in ascissa presenta il valore all'*inlet* del numero di Mach ed in ordinata il valore dell'angolo di flusso. Si può notare come a partire da un numero di Mach all'*inlet* pari a uno ci si colloca nella curva denominata *axial subsonic* dove si ricerca la condizione di *unique incidence*. Al punto "S" invece si passa nelle condizioni per le quali il flusso assiale diventa sonico e supersonico e la schiera soffoca.

La curva di *unique incidence* varia a seconda della geometria della schiera e delle condizioni di flusso e descrive i punti in cui essa lavora con urto adeso al naso del profilo e contenuto all'interno del condotto palare. Questa è anche la condizione in cui il profilo lavora con il rapporto di pressioni maggiore e conserva la caratteristica di disaccoppiamento delle condizioni di moto tra *inlet* ed *outlet* per la presenza dell'onda d'urto nel canale palare. A questo proposito è importante specificare l'influenza della pressione all'uscita: essa sposta l'incidenza dell'onda sviluppata sul naso del profilo e a diverse incidenze sul profilo successivo, quindi influenza il moto nel canale palare. Queste condizioni sono mostrate nella figura 5.2:

¹Condizione necessaria per non avere *chocking* a monte della girante.

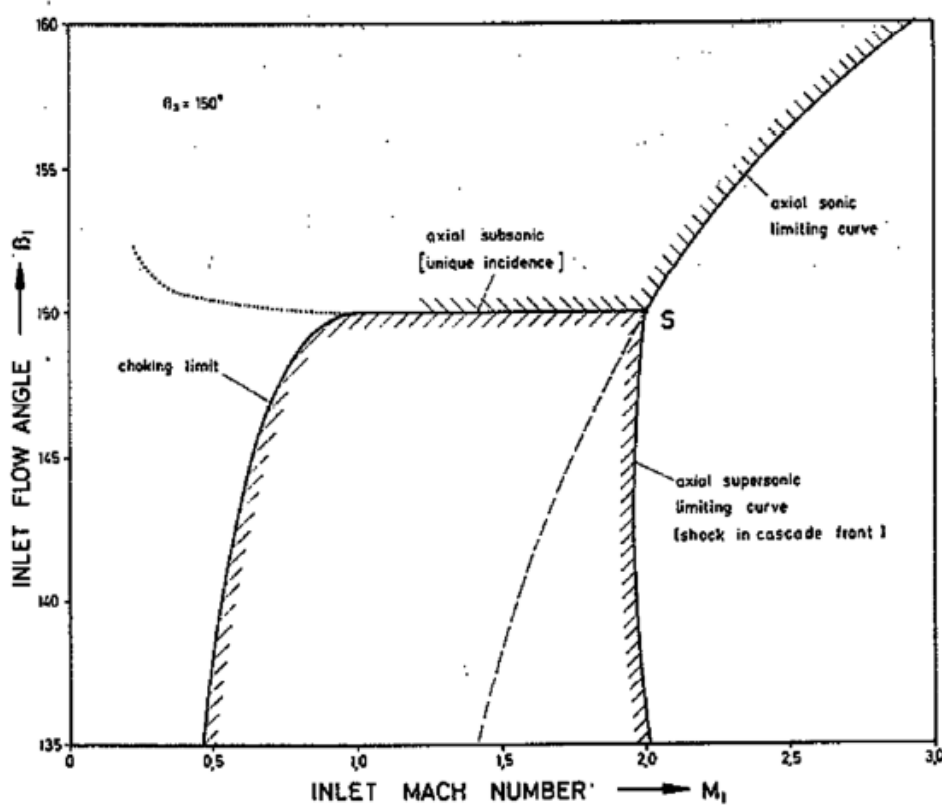
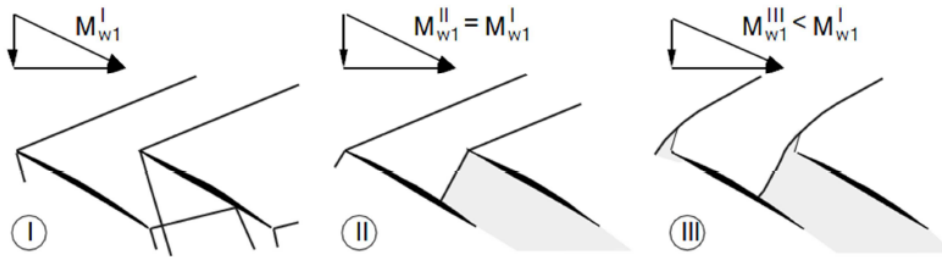
Figura 5.1: Curva di *unique incidence* per schiera piana.

Figura 5.2: Condizioni operative a seconda della pressione in outlet.

dove per il punto "I" e per il punto "II" si ha l'influenza di cui si è parlato, uno spostamento dell'incidenza dell'onda sempre più verso il naso della pala all'aumentare della pressione, mentre nella condizione "III" si ha il distacco dell'onda dal naso della pala. Quest'ultima condizione riporta in una situazione in cui l'influenza della pressione in uscita sulle condizioni in ingresso alla pala è presente, in questo punto si perde quindi la validità della condizione di *unique incidence* e si entra in una nuova condizione, detta di schiera *unstarted* o *spill condition*, per cui la curva dipende dai due parametri in ingresso oltre che dalla condizione di uscita. La condizione "II" è la condizione per la quale la schiera inizia a lavorare in *unique incidence* e sviluppa il maggior rapporto di compressione.

La schiera in esame, come già discusso al paragrafo 4.3, è stata presentata senza specificare le condizioni sperimentali ma solo presentandone dei valori locali approssimati sulle superfici della pala: si è quindi posto il problema di trovare l'effettiva condizione di lavoro della pala e di ottenere, oltre alle condizioni in ingresso e uscita, quelle che assolverebbero l'appartenenza del profilo alla curva di prestazione descritta dalla condizione di *unique incidence*.

La verifica del fatto che la schiera non lavorasse in condizioni operative reali nell'imposizione delle condizioni

al contorno è stata ottenuta, da alcuni calcoli iniziali, per i quali si è notata una situazione di *reversed flow*.

La corrente in questa condizione passa parzialmente dall'*outlet* all'*inlet* descrivendo quindi un moto non realistico per una schiera di compressore. Per risolvere questo problema e trovare anche il punto di lavoro sulla curva di *unique incidence* si è implementata una procedura che distingue la situazione di flusso inverso e cerca, con i parametri che saranno esposti, il punto di lavoro della schiera. Si capisce così quando passa in condizioni di lavoro compatibile con la macchina in esame e permette di trovare il campo di moto corrispondente alla situazione compresa tra "I" e "II", in riferimento alla figura 5.2.

5.2.1 Metodo di calcolo

Per ricavare la condizione di *unique incidence* dai dati delle prove sperimentali si è adottata la procedura seguente: si ricerca con l'ausilio dell'algoritmo genetico multi-obiettivo, richiamabile in *Matlab* attraverso il *toolbox* Global Optimization Toolbox [6], il valore del numero di Mach in ingresso, dell'angolo di flusso e della pressione in uscita che minimizzano il vettore degli obiettivi. Le variabili di decisione sono scelte dall'algoritmo all'interno dei seguenti vincoli:

1. **angolo di flusso della corrente relativa:** variabile di decisione limitata in un intorno di ± 0.2 rispetto al valore calcolato in tabella 4.5,
2. **numero di Mach della corrente relativa:** variabile di decisione limitata in un intorno di ± 0.2 rispetto al valore calcolato in tabella 4.6,
3. **pressione in uscita:** variabile di decisione limitata tra il valore della pressione in uscita e in entrata di tabella 4.8.

Le variabili scelte sono quelle che influenzano il fenomeno della *unique incidence* definendone il punto di lavoro. I limiti imposti alle prime due quantità sono stati scelti per restringere il campo di ricerca intorno al punto di lavoro ipotizzato: quello prescritto dall'articolo [9] e ricavato nelle quantità esposte al capitolo 4. La pressione in uscita è stata fatta variare in un intervallo superiore alla pressione in ingresso, per evitare di ottenere condizioni di moto non compatibili con la macchina in esame.

Si è scelto un algoritmo multi-obiettivo per poter catturare al meglio il campo di moto nonostante il fatto che le grandezze di confronto siano date come totali. Questo fatto porta all'esistenza di diverse condizioni che soddisfano le richieste ma che non rappresentano moti realistici. I valori degli obiettivi sono confrontati con quelli presentati all'interno del paragrafo 4.4 con riferimento all'*output* in corrispondenza dei punti esposti al paragrafo 4.2. Le grandezze considerate come obiettivo sono le seguenti:

1. **rapporto delle pressioni totali:** questo valore è utilizzato per catturare sia le grandezze statiche che le grandezze totali,
2. **rapporto delle temperature totali:** questo rapporto è stato scelto per la sua attinenza alle prestazioni globali presentate nell'articolo,
3. **pressioni statiche in ingresso ed uscita:** sono state scelte poiché definiscono il punto di *unique incidence* e catturano il comportamento fluidodinamico della schiera, sono state confrontate con i valori esposti in tabella 4.8,
4. **numeri di Mach in ingresso ed uscita:** obiettivo necessario per collegare le grandezze statiche e totali che descrivono il campo di moto sviluppato dalla pala, ne sono stati confrontati i valori in uscita con quelli presenti in tabella 4.6,
5. **pressione totale in uscita:** inserita nel calcolo per spingere la ricerca dell'algoritmo verso condizioni di moto corrette.

La ricerca della condizione di *unique incidence* è assolta nell'uso della terza coppia di obiettivi poiché, andando a minimizzare gli scarti tra valori attesi e valori calcolati dal programma delle pressioni a cavallo della pala, si va di fatto a cercare il rapporto di compressione che descrive le prestazioni presentate nell'articolo attraverso la variazione del numero di Mach e dell'angolo di corrente. Si esplora quindi il grafico 5.1 per la pala in esame. Si ricorda come tutte le grandezze totali inserite siano riferite alla corrente relativa mentre le statiche sono riferite alla corrente assoluta, come spiegato al paragrafo 4.

La ricerca ha previsto l'uso dello *script* discusso al paragrafo 3.4.1 che risolve, come spiegato, i problemi in cui si incorre durante simulazioni per le quali si hanno condizioni a contorno che variano in maniera significativa, come nel caso in esame. All'interno della funzione obiettivo è stato inoltre inserito un controllo sul flusso inverso: in caso di sua presenza gli obiettivi vengono imposti uguali a 10^{20} per allontanare la ricerca dell'algoritmo dalle condizioni che lo hanno provocato. Per assolvere allo scopo sono state create alcune *function* che permettono di valutare iterativamente l'output di *Fluent* e per questo si consiglia l'uso del seguente costrutto di comandi, che permette a seconda della stringa ricercata, di ottenere valori da qualsiasi quantità testuale in output:

Listing 5.1: System e ricerca in Matlab

```
1 [status,output]=system(['...\fluent.exe' -hidden]);
2 Index1= strfind(output,'reversed flow');
3 reversed_check=isempty(Index1);
```

dove alla prima riga abbiamo il comando `system` [6] che permette di lanciare, attraverso l'interfaccia testuale, un qualsiasi programma, nel caso in esame *Fluent* con estensione `-hidden` [4] che oltre ad eseguirne le operazioni in background permette la comunicazione con la console di *Matlab*. Il passo successivo è quello di catturare i due output principali del comando `system`²:

status che dà lo stato di esecuzione del comando, mostrando se è fallito o meno,

output che crea dall'output effettivo del programma una cella stringa di testo.

Dalla seconda uscita si può quindi ricercare la stringa desiderata e verificarne l'esistenza con il comando `isempty` [6] che dà come risultato due condizioni booleane: 1 in caso di effettiva esistenza della parola ricercata o 0 se essa non è presente. Per effettuare questa ricerca si utilizza la funzione `strfind` [6] e se ne evidenzia la parola chiave in 'reversed flow'. Questo costrutto funziona principalmente per il fatto che *Fluent*, in caso di *reversed flow*, dà un avviso alla prima iterazione di calcolo e quindi, nel caso in esame è stata utilizzata una forma del file *journal* effettivo che esegue i comandi solo per il primo ordine e per una iterazione. Lo stesso è stato fatto per lo *script* di valutazione della simulazione: si sono imposti come stringhe di ricerca "converged" e "Divergence" facenti parte dell'*output* del programma nel caso di iterazioni che rispettivamente convergono o divergono.

L'impostazione dell'algoritmo genetico è stata la seguente: si sono scelti come valori di ricerca 8 individui e 6 generazioni.

primo controllo sul *reversed flow* è stato inserito un controllo all'interno della funzione per escludere in automatico una soluzione generata che presenta flusso inverso, a tale scopo si assegna un valore obiettivo pari a 10^{20} per allontanare da questa l'esplorazione dell'algoritmo,

controllo per individui duplicati per prevenire la simulazione di un set di variabili già valutate creando un database delle variabili di decisione in parallelo ad un database dei risultati come approfondito al paragrafo 6.4.1,

secondo controllo sul *reversed flow* poiché a priori non è detto che le condizioni introdotte siano libere da flusso inverso, in coda alla simulazione vera e propria è stata inserita la verifica che permette di capire se

²Inserendo al posto di una variabile \sim si ottiene una soppressione dell'uscita.

la situazione si è ripresentata, e nel caso in cui si fosse presentata viene assegnato un valore di obiettivo come spiegato primo punto.

5.3 Risultati: condizioni a contorno

Si è valutata una condizione di quelle presentate al capitolo 4: quella corrispondente al massimo carico sulla pala. E' stato successivamente calcolato il campo di moto per il profilo MCA. Le variabili di decisione calcolate dall'algoritmo sono:

1.

$$M_{inlet}^{rel} = 1.31, \quad \beta_{inlet}^{rel} = 59.74^\circ, \quad P_{outlet} = 108034.76 \text{ Pa},$$

2.

$$M_{inlet}^{rel} = 1.31, \quad \beta_{inlet}^{rel} = 59.85^\circ, \quad P_{outlet} = 110205.47 \text{ Pa}.$$

La procedura ha prodotto due set di condizioni al contorno, i pedici $_{inlet}$ ed $_{outlet}$ indicano a quale *boundary condition* si riferiscono nella configurazione della simulazione.

Nei paragrafi 5.3.1-5.3.4 sono presentate le prestazioni a confronto per la pala dell'articolo [9], la pala *tandem* ricostruita e la pala MCA di partenza esposta nel capitolo 2. Il confronto delle prestazioni viene effettuato per i parametri:

$$R_C = \frac{P_{TE}}{P_{LE}}, \quad (5.1)$$

$$R_L = \frac{P_{LE}^{0,rel} - P_{TE}^{0,rel}}{P_{LE}^{0,rel} - P_{LE}}, \quad (5.2)$$

dove l'equazione 5.1 rappresenta il rapporto di compressione sviluppato dalla pala. L'equazione 5.2 rappresenta la cifra di perdita della schiera riferita alla corrente relativa: si considerano le pressioni totali (con apice ⁰). Sono riportate nei paragrafi 5.3.1-5.3.2 la serie di tabelle che riassumono i valori delle grandezze d'interesse per le geometrie ricostruite. Nel paragrafo 5.3.1 sono presentati i risultati per la prima serie di condizioni a contorno, nel successivo per il secondo set. Tutti i dati sono presentati con le usuali notazioni oltre all'apice ^{Fl} con cui si intende un dato in uscita da *Fluent*. Tutti i confronti sono presentati con riferimento al dato sperimentale, per il quale ne viene confrontata la variazione rispetto al dato sperimentale con l'incertezza (ricavata al capitolo 4) e viene considerato validato se inferiore a questa.

Il primo set di condizioni a contorno produce dei risultati non corretti: dalla tabella 5.1 si può notare come la pala *tandem* ricostruita abbia un rapporto di compressione inferiore alla pala MCA, il che è concettualmente sbagliato poiché la scelta dell'uso della prima piuttosto che della seconda è dettata dalla ricerca di maggiori rapporti di compressione per ridurre il numero di stadi necessari. Le pale ricostruite però non lavorano in questo senso, anzi portano prestazioni discordanti. La pala MCA infatti oltre a comprimere più efficacemente risulta avere più perdite della pala descritta nell'articolo di ricerca. Questo è un fatto indicatore che la ricostruzione geometrica effettuata non è stata corretta. Le assunzioni fatte al capitolo 2 non sono state corrette ed il risultato delle simulazioni ne è la prova.

Osservando il campo di moto di figura 5.4 si nota come l'urto avviene in prossimità al naso della pala posteriore dove si ha un distacco pronunciato della corrente (come mostrato in figura 5.5). L'interazione dell'urto con il *boundary layer* è una situazione di moto che si cerca di evitare perché fonte di perdite, si cerca quindi di non avere distacchi in prossimità della riflessione dell'onda, cosa che nel caso in esame non accade. Questo avviene poiché dal lato in pressione della pala anteriore la curvatura locale induce un distacco di corrente. Questa parte della pala quindi non guida correttamente la corrente in ingresso allo *slot*. Il naso

della pala posteriore inoltre risulta essere non solo un punto di ristagno ma anche fonte di perdite: si ha un distacco della corrente nella parte iniziale della pala che poi viene riattaccato dal flusso all'interno del passaggio tra le pale.

Questi fatti sono spiegati riprendendo le assunzioni effettuate riguardanti la geometria: lo *slot* viene ricostruito a partire da degli archi di cerchio con centro collocato sulla tangente al *trailing edge* della pala frontale. L'inclinazione di questa retta però non è stata riferita nell'articolo come mostrato in figura 2.3. Per ricavare l'inclinazione della retta è stato necessario formulare delle ipotesi delle quali si è scelta quella che assicura la minima variazione dello spessore per la pala anteriore. Essendo tutto ipotizzato però non vi è certezza se delle tre alternative una risultasse più attinente delle altre. Sulla base di questa assunzione tutta la forma del *suction side* della pala posteriore viene ricostruita oltre che la forma del naso, ricavata come cerchio tangente tra la retta passante per A, tangente alla curva del *pressure side* tagliato tra A ed F e l'arco dello slot corrispondente (vedasi figura 2.3). La precisione con cui viene presentata la geometria dello *slot* in figura 2.3 non ha permesso quindi una ricostruzione accurata.

Attraverso lo *slot* la corrente risulta comunque accelerata, lo si nota dalla figura 5.6, per cui in parte lavora come dovrebbe impedendo il distacco della scia e lo stallo.

Il moto quindi viene regolato principalmente dalla forma dello *slot* e della pala frontale. A livello di prestazioni quindi le perdite maggiori sono giustificate dalla presenza del passaggio tra le pale e dal distacco della corrente al *pressure side* della pala anteriore oltre che dall'interazione con l'urto. Si vede ciò nelle prestazioni che presentano un fattore di perdita del 54.31% maggiore rispetto alla pala presentata nell'articolo. Il fattore di compressione è da questo influenzato poiché, in concomitanza con la scarsa efficacia nello sviluppo dell'urto, si ha un calo della pressione in uscita.

La seconda configurazione di moto presenta gli stessi problemi della prima, accentuati nelle perdite poiché all'interno dello *slot* la corrente viene sviluppata in modo meno efficace per cui come si nota in figura 5.9 la corrente, staccandosi più verso il naso della pala, risulta completamente decelerata e non dà il contributo di attacco dello strato limite in uscita. Si nota infatti che la scia in figura 5.10 è vicina alla mezzeria della pala situazione che ne descrive lo stallo. Questo si nota dal fattore di perdita più elevato.

Le due condizioni comparate sono state calcolate dall'algoritmo genetico come risultato della procedura. La prima ed anche la seconda hanno valori di numero di Mach e angolo in ingresso paragonabili, mentre le pressioni imposte all'uscita sono di 2170.71 Pa diverse. Questo porta la seconda condizione verso una situazione più vicina all'*unstarted* che alla *unique incidence* e questo si nota dal fatto che l'urto all'interno del condotto è spostato verso il naso rispetto alla prima condizione di moto. L'interazione maggiore con lo strato limite che si ha nel secondo campo di moto quindi innalza le perdite e riduce l'efficacia dello *slot*.

La procedura di calcolo è stata impostata per cercare il minimo tra gli scarti delle condizioni date dall'articolo e quello ricavato dalle simulazioni effettuate. Lo spazio di ricerca maggiore è stato dato alla variabile di decisione che gestisce la pressione in *outlet*. Il problema con la validazione delle condizioni a contorno può essere solo in parte ricondotta alle scelte nella procedura di calcolo: le limitazioni imposte alla ricerca (8 individui e 6 generazioni) sono state dettate dalla necessità di tempistiche di calcolo ridotte. L'uso di limiti più ampi con un maggiore numero d'iterazioni garantisce in generale una migliore approssimazione del minimo ma sicuramente non ne avrebbe catturato i dati come voluto. L'elaborazione sbagliata del moto all'interno del condotto ed il basso valore della pressione in uscita sono fatti dovuti alla ricostruzione geometrica. Esso come si nota nelle tabelle 5.3 e 5.15 è distante dal valore descritto nell'articolo [9] e presentato come dato iniziale nella tabella 4.8.

Si imputa quindi alla ricostruzione geometrica e alle ipotesi scelte la mancata validazione del caso.

5.3.1 Confronto tra pala *tandem* e pala MCA per il primo set di condizioni a contorno

Per le pale si hanno le seguenti prestazioni:

Tabella 5.1: Tabella di confronto per le prestazioni della pala *tandem* e della pala MCA.

	Pala Originale	Pala <i>Tandem</i>	Pala MCA
R_C	1.72	1.31	1.62
R_L	0.16	0.35	0.22

I campi di moto sviluppati nelle condizioni esposte al paragrafo 5.3 e riferite al punto uno sono i seguenti:

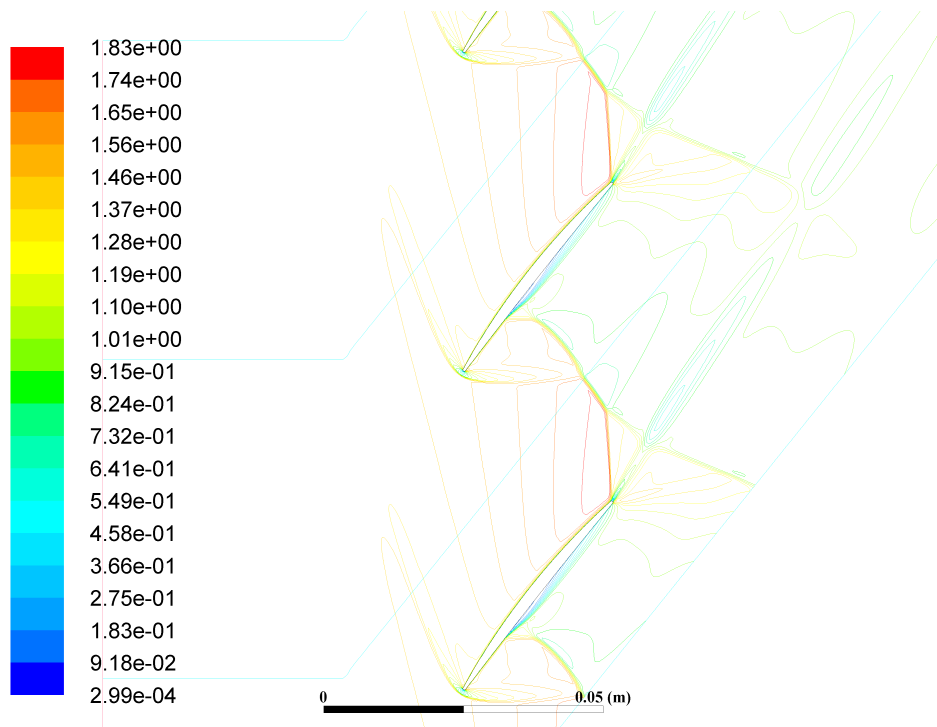


Figura 5.3: *Contours* del numero di Mach per il profilo MCA.

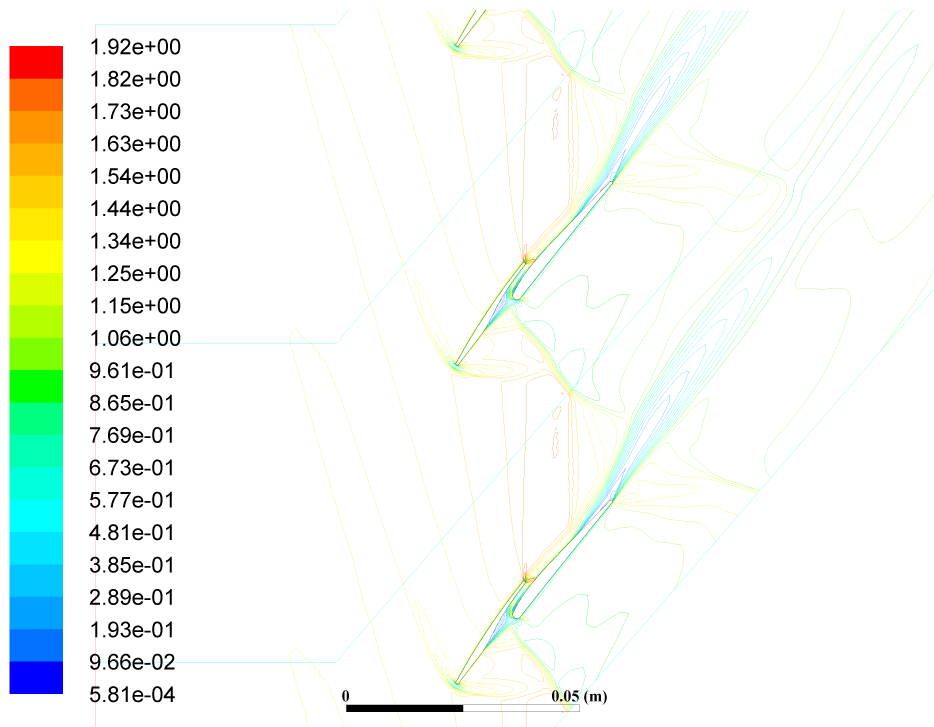


Figura 5.4: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem*.

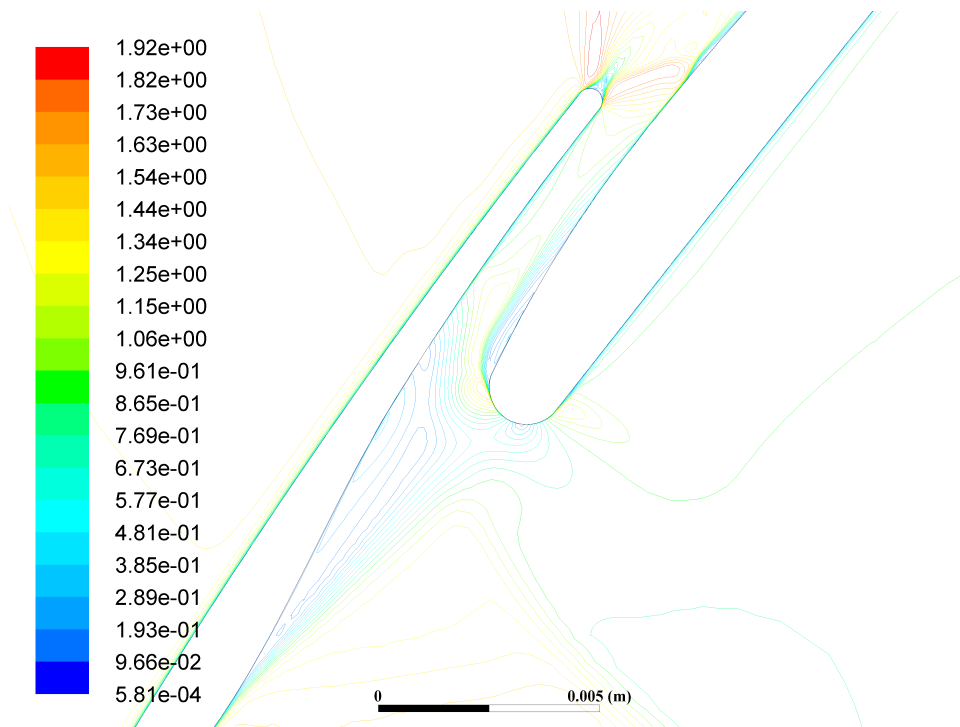


Figura 5.5: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem: slot*.

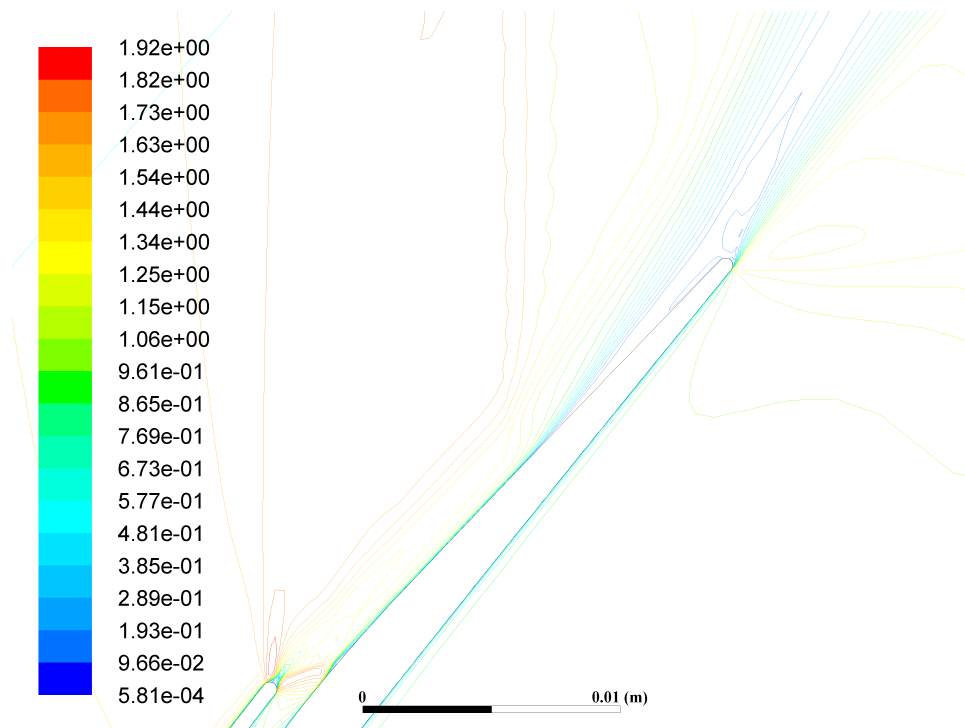


Figura 5.6: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem*: scia.

5.3.2 Confronto tra pala *tandem* e pala MCA per il secondo set di condizioni a contorno

Tabella 5.2: Tabella di confronto per le prestazioni della pala *tandem* e della pala MCA.

	Pala Originale	Pala <i>Tandem</i>	Pala MCA
R_C	1.72	1.34	1.63
R_L	0.16	0.42	0.23

I campi di moto sviluppati nelle condizioni esposte al paragrafo 5.3 e riferite al punto due sono i seguenti:

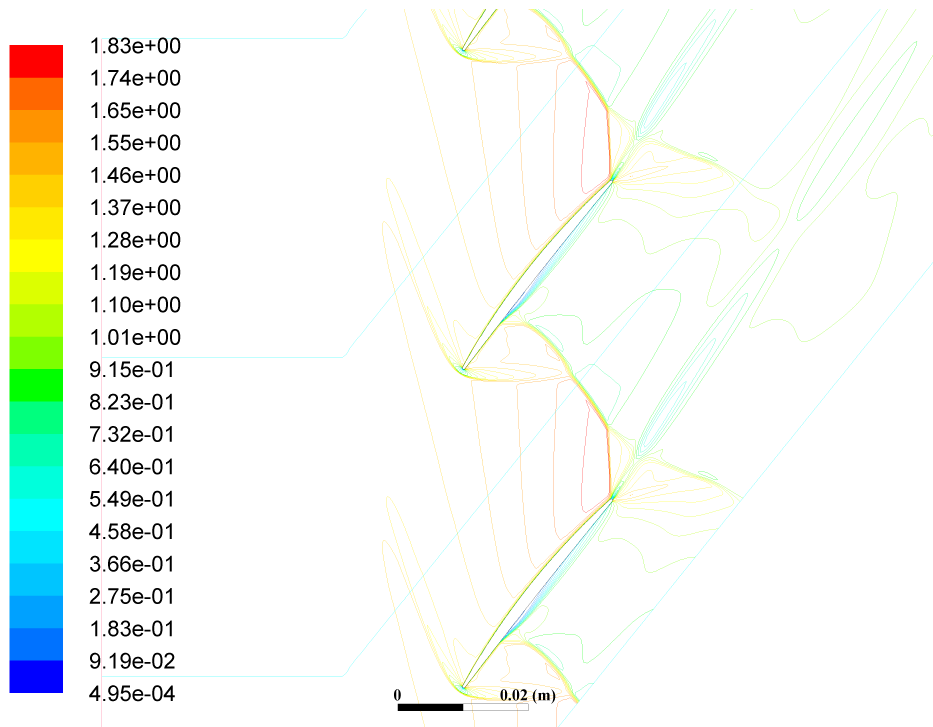
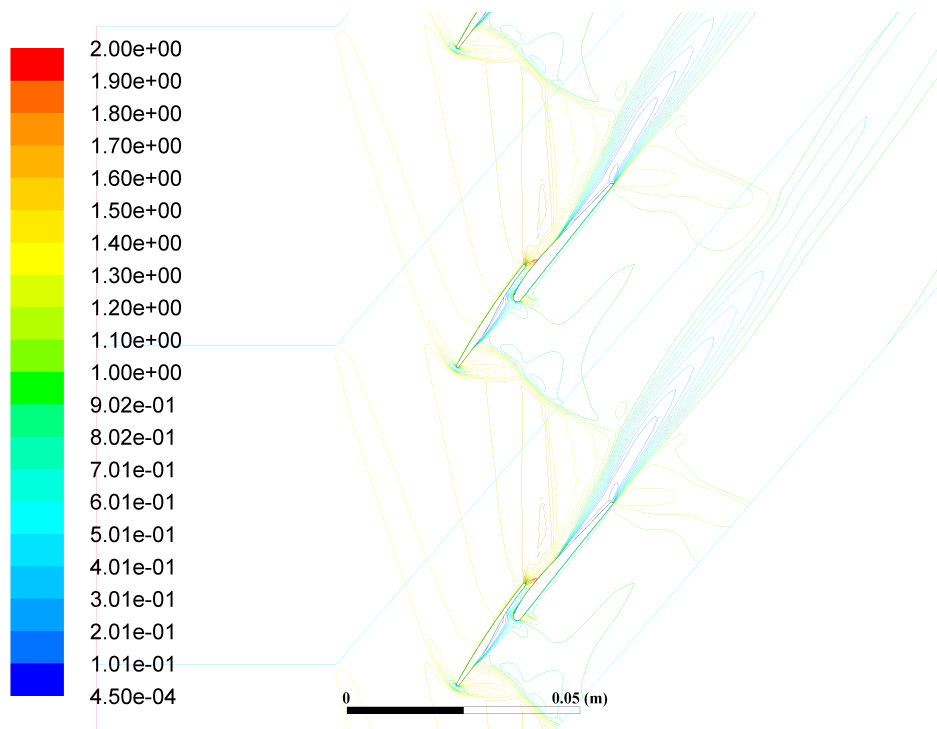
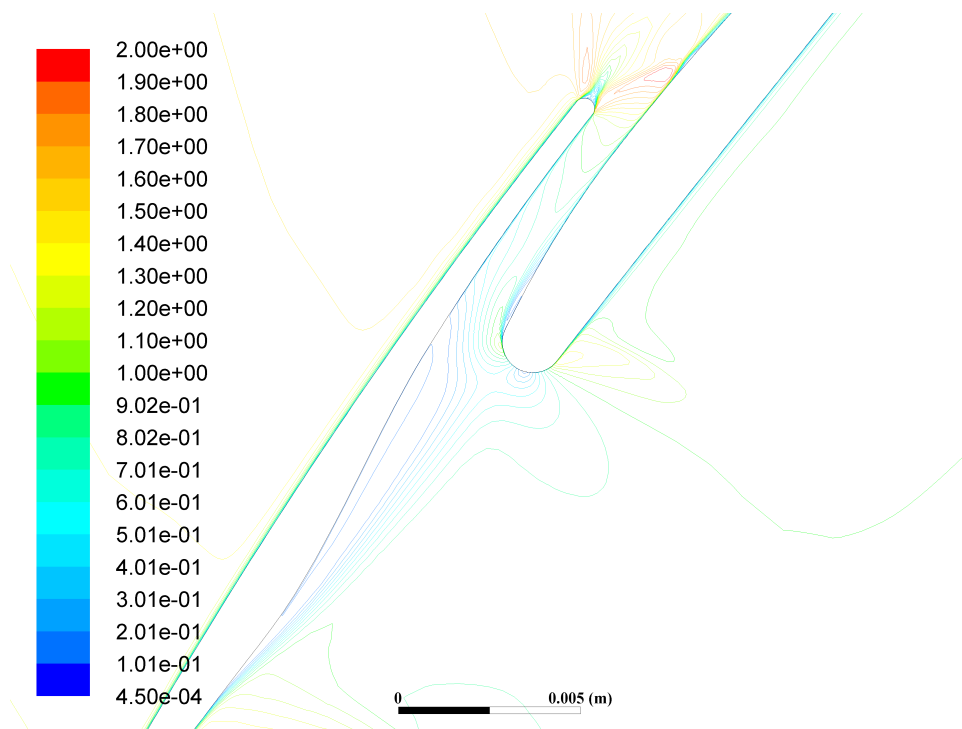


Figura 5.7: *Contours* del numero di Mach per il profilo MCA.

Figura 5.8: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem*.Figura 5.9: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem: slot*.

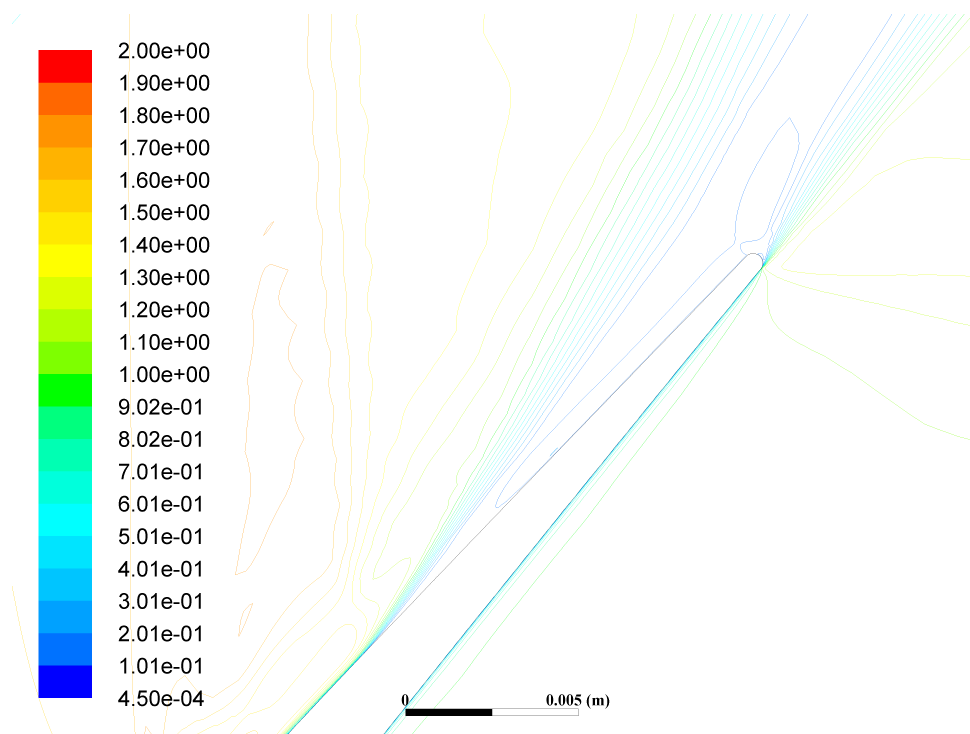


Figura 5.10: *Contours* del numero di Mach per il profilo *tandem*: scia.

5.3.3 Risultati: prestazioni girante per il primo set di condizioni a contorno

Raccolta dei risultati per la pala *tandem* dal primo set di condizioni a contorno

Tabella 5.3: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni statiche.

Dati sperimentali	$\% \omega$	P_{LE} Pa	$i_{P_{LE}}(68.3\%)$ Pa	P_{TE} Pa	$i_{P_{TE}}(68.3\%)$ Pa	R_P	$i_{R_P}(68.3\%)$
	100%	$7.68e + 04$	$\pm 3.46e + 03$	$1.32e + 05$	$\pm 7.76e + 03$	1.72	± 0.13
Risultati	$\% \omega$	P_{LE}^{Fl} Pa	$ P_{LE}^{Fl} - P_{LE} $ Pa	P_{TE}^{Fl} Pa	$ P_{TE}^{Fl} - P_{TE} $ Pa	R_P^{Fl}	$ R_P^{Fl} - R_P $
	100%	$7.78e + 04$	$1.01e + 02$	$1.02e + 05$	$2.98e + 04$	1.31	0.41

Tabella 5.4: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni totali per la corrente relativa in ingresso.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel}$ Pa	$i_{P_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)$ Pa
	100%	$2.08e + 05$	$\pm 1.06e + 04$
Risultati	$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel,Fl}$ Pa	$ P_{LE}^{0,rel,Fl} - P_{LE}^{0,rel} $ Pa
	100%	$2.14e + 05$	$6e + 03$

Tabella 5.5: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni totali per la corrente relativa in uscita.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$P_{TE}^{0,rel}$ Pa	$i_{P_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)$ Pa
	100%	$1.87e + 05$	$\pm 1.44e + 04$
Risultati	$\% \omega$	$P_{TE}^{0,rel,Fl}$ Pa	$ P_{TE}^{0,rel,Fl} - P_{TE}^{0,rel} $ Pa
	100%	$1.67e + 05$	$2.06e + 05$

Tabella 5.6: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: rapporti delle pressioni totali per la corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$R_{P^{0,rel}}$	$i_{R_{P^{0,rel}}}(68.3\%)$
	100%	0.90	± 0.09
Risultati	$\% \omega$	$R_P^{0,rel,Fl}$	$ R_P^{0,rel,Fl} - R_{P^{0,rel}} $
	100%	0.78	0.12

Tabella 5.7: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature statiche.

Dati sperimentali	$\% \omega$	T_{LE} k	$i_{T_{LE}}(68.3\%)$ k	T_{TE} k	$i_{T_{TE}}(68.3\%)$ k	R_T	$i_{R_T}(68.3\%)$
	100%	266.06	± 3.42	317.54	± 6.37	1.19	± 0.03
Risultati	$\% \omega$	T_{LE}^{Fl} k	$ T_{LE}^{Fl} - T_{LE} $ k	T_{TE}^{Fl} k	$ T_{TE}^{Fl} - T_{TE} $ k	R_T^{Fl}	$ R_T^{Fl} - R_T $
	100%	267.38	1.31	315.76	1.78	1.18	0.01

Tabella 5.8: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature totali per la corrente relativa in ingresso.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$T_{LE}^{0,rel}$ k	$i_{T_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)$ k
	100%	353.65	± 5.80
Risultati	$\% \omega$	$T_{LE}^{0,rel,Fl}$ k	$ T_{LE}^{0,rel,Fl} - T_{LE}^{0,rel} $ k
	100%	356.85	3.20

Tabella 5.9: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature totali per la corrente relativa in uscita.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$T_{TE}^{0,rel}$ k	$i_{T_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)$ k
	100%	350.72	± 9.94
Risultati	$\% \omega$	$T_{TE}^{0,rel,Fl}$ k	$ T_{TE}^{0,rel,Fl} - T_{TE}^{0,rel} $ k
	100%	362.90	12.19

Tabella 5.10: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: rapporti di temperature totali per la corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$R_{T^0,rel}$	$i_{R_{T^0,rel}}(68.3\%)$
	100%	0.99	± 0.03
Risultati	$\% \omega$	$R_T^{0,rel,Fl}$	$ R_T^{0,rel,Fl} - R_T^{0,rel} $
	100%	1.02	0.03

Tabella 5.11: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: numeri di Mach della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	M_{LE}^{rel}	$i_{M_{LE}^{rel}}(68.3\%)$	M_{TE}^{rel}	$i_{M_{TE}^{rel}}(68.3\%)$
	100%	1.28	± 0.03	0.72	± 0.08
Risultati	$\% \omega$	$M_{LE}^{rel,Fl}$	$ M_{LE}^{rel} - M_{LE}^{rel,Fl} $	$M_{TE}^{rel,Fl}$	$ M_{TE}^{rel} - M_{TE}^{rel,Fl} $
	100%	1.29	0.01	0.86	0.14

Tabella 5.12: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: angolo d'ingresso della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	β_{LE}^{rel} °	$i_{\beta_{LE}^{rel}}(68.3\%)$ °
	100%	59.88	± 2.10
Risultati	$\% \omega$	$\beta_{LE}^{rel,Fl}$ °	$ \beta_{LE}^{rel} - \beta_{LE}^{rel,Fl} $ °
	100%	59.73	0.15

Tabella 5.13: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: angolo d'uscita della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	β_{TE}^{rel} °	$i_{\beta_{TE}^{rel}}(68.3\%)$ °
	100%	48.86	± 0.46
Risultati	$\% \omega$	$\beta_{TE}^{rel,Fl}$ °	$ \beta_{TE}^{rel} - \beta_{TE}^{rel,Fl} $ °
	100%	56.32	7.46

Raccolta dei risultati per la pala MCA dal primo set di condizioni a contorno

Tabella 5.14: Risultati della simulazione per la pala MCA: pressioni statiche, pressioni totali, numeri di Mach, temperature statiche e temperature totali.

$\% \omega$	P_{LE}^{Fl} Pa	P_{TE}^{Fl} Pa	R_P^{Fl}
100%	$7.22e + 04$	$1.17e + 05$	1.62
$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel,Fl}$ Pa	$P_{TE}^{0,rel,Fl}$ Pa	$R_P^{0,rel,Fl}$
100%	$2.14e + 05$	$1.83e + 05$	0.85
$\% \omega$	$M_{LE}^{rel,Fl}$	$M_{TE}^{rel,Fl}$	
100%	1.35	0.83	
$\% \omega$	$T_{LE}^{rel,Fl}$ k	$T_{TE}^{rel,Fl}$ k	$R_T^{rel,Fl}$
100%	261.73	317.00	1.21
$\% \omega$	$T_{LE}^{0,rel,Fl}$ k	$T_{TE}^{0,rel,Fl}$ k	$R_T^{0,rel,Fl}$
100%	356.84	360.74	1.01

5.3.4 Risultati: prestazioni girante per il secondo set di condizioni a contorno

Raccolta dei dati di prestazione della pala *tandem* per il secondo set di condizioni a contorno

Tabella 5.15: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni statiche.

Dati sperimentali	$\% \omega$	P_{LE} Pa	$i_{P_{LE}}(68.3\%)$ Pa	P_{TE} Pa	$i_{P_{TE}}(68.3\%)$ Pa	R_P	$i_{R_P}(68.3\%)$
	100%	$7.68e + 04$	$\pm 3.46e + 03$	$1.32e + 05$	$\pm 7.76e + 03$	1.72	± 0.13
Risultati	$\% \omega$	P_{LE}^{Fl} Pa	$ P_{LE}^{Fl} - P_{LE} $ Pa	P_{TE}^{Fl} Pa	$ P_{TE}^{Fl} - P_{TE} $ Pa	R_P^{Fl}	$ R_P^{Fl} - R_P $
	100%	$7.76e + 04$	$8.02e + 02$	$1.04e + 05$	$2.83e + 04$	1.34	0.38

Tabella 5.16: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni totali per la corrente relativa in ingresso.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel}$ Pa	$i_{P_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)$ Pa
	100%	$2.08e + 05$	$\pm 1.08e + 04$
Risultati	$\% \omega$	$P_{LE}^{0,rel,Fl}$ Pa	$ P_{LE}^{0,rel,Fl} - P_{LE}^{0,rel} $ Pa
	100%	$2.12e + 05$	$4.00e + 03$

Tabella 5.17: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: pressioni totali per la corrente relativa in uscita.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$\frac{P_{TE}^{0,rel}}{Pa}$	$\frac{i_{P_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)}{Pa}$
	100%	$1.87e + 05$	$\pm 1.44e + 04$
Risultati	$\% \omega$	$\frac{P_{TE}^{0,rel,Fl}}{Pa}$	$\frac{ P_{TE}^{0,rel,Fl} - P_{TE}^{0,rel} }{Pa}$
	100%	$1.55e + 05$	$1.59e + 05$

Tabella 5.18: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: rapporti delle pressioni totali per la corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$R_{P^{0,rel}}$	$i_{R_{P^{0,rel}}}(68.3\%)$
	100%	0.90	± 0.09
Risultati	$\% \omega$	$R_P^{0,rel,Fl}$	$ R_P^{0,rel,Fl} - R_{P^{0,rel}} $
	100%	0.73	0.17

Tabella 5.19: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature statiche.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$\frac{T_{LE}}{K}$	$\frac{i_{T_{LE}}(68.3\%)}{K}$	$\frac{T_{TE}}{K}$	$\frac{i_{T_{TE}}(68.3\%)}{K}$	R_T	$i_{R_T}(68.3\%)$
	100%	266.06	± 3.42	317.54	± 6.37	1.19	± 0.03
Risultati	$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^{Fl}}{K}$	$\frac{ T_{LE}^{Fl} - T_{LE} }{K}$	$\frac{T_{TE}^{Fl}}{K}$	$\frac{ T_{TE}^{Fl} - T_{TE} }{K}$	R_T^{Fl}	$ R_T^{Fl} - R_T $
	100%	267.16	1.09	322.40	4.86	1.21	0.01

Tabella 5.20: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature totali per la corrente relativa in ingresso.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^{0,rel}}{K}$	$\frac{i_{T_{LE}^{0,rel}}(68.3\%)}{K}$
	100%	353.65	± 5.80
Risultati	$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^{0,rel,Fl}}{K}$	$\frac{ T_{LE}^{0,rel,Fl} - T_{LE}^{0,rel} }{K}$
	100%	350.06	3.59

Tabella 5.21: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: temperature totali per la corrente relativa in uscita.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$\frac{T_{TE}^{0,rel}}{K}$	$\frac{i_{T_{TE}^{0,rel}}(68.3\%)}{K}$
	100%	350.72	± 9.94
Risultati	$\% \omega$	$\frac{T_{TE}^{0,rel,Fl}}{K}$	$\frac{ T_{TE}^{0,rel,Fl} - T_{TE}^{0,rel} }{K}$
	100%	361.42	10.71

Tabella 5.22: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: rapporti di temperature totali per la corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	$R_{T^0,rel}$	$i_{R_{T^0,rel}}(68.3\%)$
	100%	0.99	± 0.03
Risultati	$\% \omega$	$R_T^{0,rel,Fl}$	$ R_T^{0,rel,Fl} - R_T^{0,rel} $
	100%	1.03	0.04

Tabella 5.23: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: numeri di Mach della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	M_{LE}^{rel}	$i_{M_{LE}^{rel}}(68.3\%)$	M_{TE}^{rel}	$i_{M_{TE}^{rel}}(68.3\%)$
	100%	1.28	± 0.03	0.72	± 0.08
Risultati	$\% \omega$	$M_{LE}^{rel,Fl}$	$ M_{LE}^{rel} - M_{LE}^{rel,Fl} $	$M_{TE}^{rel,Fl}$	$ M_{TE}^{rel} - M_{TE}^{rel,Fl} $
	100%	1.29	0.01	0.78	0.06

Tabella 5.24: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: angolo d'ingresso della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	β_{LE}^{rel} °	$i_{\beta_{LE}^{rel}}(68.3\%)$ °
	100%	59.88	± 2.10
Risultati	$\% \omega$	$\beta_{LE}^{rel,Fl}$ °	$ \beta_{LE}^{rel} - \beta_{LE}^{rel,Fl} $ °
	100%	59.76	0.12

Tabella 5.25: Tabella di confronto tra i dati e i risultati della procedura: angolo d'uscita della corrente relativa.

Dati sperimentali	$\% \omega$	β_{TE}^{rel} °	$i_{\beta_{TE}^{rel}}(68.3\%)$ °
	100%	48.86	± 0.46
Risultati	$\% \omega$	$\beta_{TE}^{rel,Fl}$ °	$ \beta_{TE}^{rel} - \beta_{TE}^{rel,Fl} $ °
	100%	57.56	8.70

Raccolta dei dati di prestazione della pala MCA per il secondo set di condizioni a contorno

Tabella 5.26: Risultati della simulazione per la pala MCA: pressioni statiche, pressioni totali, numeri di Mach, temperature statiche e temperature totali.

$\% \omega$	$\frac{P_{LE}^{Fl}}{Pa}$	$\frac{P_{TE}^{Fl}}{Pa}$	R_P^{Fl}
100%	$7.23e + 04$	$1.18e + 05$	1.63
$\% \omega$	$\frac{P_{LE}^{0,rel,Fl}}{Pa}$	$\frac{P_{TE}^{0,rel,Fl}}{Pa}$	$R_P^{0,rel,Fl}$
100%	$2.12e + 05$	$1.81e + 05$	0.85
$\% \omega$	$M_{LE}^{rel,Fl}$	$M_{TE}^{rel,Fl}$	
100%	1.34	0.81	
$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^{rel,Fl}}{K}$	$\frac{T_{TE}^{rel,Fl}}{K}$	$R_T^{rel,Fl}$
100%	261.81	318.30	1.22
$\% \omega$	$\frac{T_{LE}^{0,rel,Fl}}{K}$	$\frac{T_{TE}^{0,rel,Fl}}{K}$	$R_T^{0,rel,Fl}$
100%	356.05	359.58	1.01

5.4 Considerazioni finali

Nel capitolo sono state esposte le procedure adottate per la ricerca del punto di *unique incidence*, della valutazione delle condizioni a contorno e la validazione eseguita. Questa non ha prodotto i risultati attesi. Si è deciso quindi di ottimizzare il profilo nelle condizioni più gravose a livello di prestazioni, la seconda serie di condizioni a contorno, rappresentata nel paragrafo 5.3.2. La geometria iniziale va però rivalutata e rivista nelle ipotesi scelte.

Capitolo 6

Ottimizzazione

6.1 Introduzione

Nel seguente capitolo si ricercano, attraverso gli strumenti elencati, profili che migliorano i parametri di prestazione. Si descrivono le procedure implementate e se ne commentano i risultati. Come spiegato nelle conclusioni del capitolo precedente la geometria di partenza è sbagliata. Quindi l'obiettivo principale di questo capitolo è presentare l'ottimizzazione e mostrare una direzione di miglioramento per il profilo ricostruito.

6.2 Procedura di ottimizzazione

L'ottimizzazione del profilo *tandem* prevede la massimizzazione del rapporto di compressione R_C e del fattore di perdita R_L :

$$R_C = \frac{P_{TE}}{P_{LE}}, \quad (6.1)$$

$$R_L = \frac{P_{LE}^{0,rel} - P_{TE}^{0,rel}}{P_{LE}^{0,rel} - P_{LE}}, \quad (6.2)$$

indichiamo con l'apice ⁰ le grandezze totali, con ^{rel} il riferimento di corrente relativa e con $_{LE}$ e $_{TE}$ i riferimenti delle sonde presentate al paragrafo 4.2.

Si è effettuata la parametrizzazione e quindi si è utilizzato l'algoritmo genetico multi-obiettivo per modificare le curve dei profili, con l'attenzione di ottenere anche variazioni nella forma dello *slot* presente tra le pale. Sono stati implementati nella procedura di calcolo diversi controlli per evitare l'insorgenza di geometrie non valide da un punto di vista di calcolo numerico e di resistenza strutturale.

Gli strumenti utilizzati sono i seguenti:

- algoritmo genetico mono-obiettivo accoppiato con la funzione di costruzione delle curve di Bezier per la ricostruzione geometrica, vedi paragrafo 6.3,
- algoritmo genetico multi-obiettivo per la risoluzione del problema fluidodinamico e al ricerca della coppia di valori di prestazione ottimali al variare della geometria delle pale.

Gli algoritmi sono stati utilizzati come parte del *toolbox* Global Optimization Toolbox e richiamabili dai comandi `ga` e `gamultiobj` [6]. La procedura di ottimizzazione ha seguito il seguente schema:

1. parametrizzazione delle curve,
2. creazione dei vincoli,

3. impostazione dell'algoritmo genetico
4. generazione della nuova geometria
5. verifiche della validità della geometria
6. valutazione nel caso di una geometria valida
7. calcolo degli obiettivi.

La procedura schematica seguita è riportata nel listing 6.1:

Listing 6.1: Ottimizzazione

```

1 load data % Caricamento dei dati necessari
2 points % Scelta dei punti di controllo per la parametrizzazione
3 if profiles exist % Verifica della presenza o meno dei profili parametrizzati
4     load profiles
5 else
6     parametrization
7 end
8 limits % Limiti imposti ai punti di controllo come spiegato
9     dx=0.4
10    dy=0.4
11 set up GA-multiobj
12     nInd=40
13     nGen=20
14 % Popolazione iniziale scelta come media dei limiti
15     InitialPop=(upper_limits+lower_limits)/2
16 % Lancio dell'ottimizzazione e uso delle functions come spiegato
17 launch GA-multiobj
18     Fitness_function
19         Icem_Fluent_function
20             Objective
21 Best points

```

All'interno del listing 6.1 è mostrata la scelta del numero di individui e del numero di generazioni utilizzate che influenzano la ricerca delle soluzioni per la funzione obiettivo ("Fitness function"). L'algoritmo genetico assicura comunque un buon bilanciamento tra ricerca e sfruttamento della funzione attraverso l'implementazione dei meccanismi ricalcati dalla genetica di base.

Il caso di studio, essendo costituito da un problema di fluidodinamica computazionale, prevede che le valutazioni della funzione consistano nella simulazione di una nuova configurazione geometrica per la pala e quindi una valutazione del campo di moto che su un *personal computer* richiede anche diverse ore. Per sopperire in parte a questa limitazione si sono implementate alcune scelte, spiegate al paragrafo 6.4.1, di definizione di valori dell'obiettivo a priori e si è implementato un controllo per evitare che lo stesso valutasse soluzioni doppie.

La popolazione iniziale dell'algoritmo è stata composta come segue: in caso di prima inizializzazione del calcolo, l'individuo iniziale è quello collocato a metà tra i limiti imposti alle variabili di decisione. In caso di inizializzazione successiva ad un calcolo già eseguito essa viene popolata con gli individui che hanno mostrato rapporto di compressione più alto, questo per ottimizzare i tempi di calcolo ed evitare di esplorare spazio delle variabili già valutato.

6.3 Parametrizzazione

La parametrizzazione è stata effettuata utilizzando curve di Bezier, descritte dall'equazione:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_i (1-t)^{n-i} t^i \quad t \in [0,1]. \quad (6.3)$$

La scelta di questa parametrizzazione è stata fatta poiché si presta bene alla ricostruzione di geometrie complesse. La scelta delle curve di Bezier è anche dovuta al fatto che il risultato è una curva parametrica gestibile dai punti di controllo che permette quindi di rispettare un andamento nelle forme locali favorevole alla simulazione fluidodinamica.

La parametrizzazione del caso in esame è stata effettuata attraverso lo *script* 6.2 che permette di inserire una curva qualsiasi, scegliere il numero di punti di controllo desiderato, scegliere il numero di punti in uscita desiderato ed ottenere come *output* i punti di controllo della curva che meglio parametrizza la linea originale. La ricerca del set di punti è affidata all'algoritmo genetico mono-obiettivo che cerca il minimo della distanza tra la curva originale e quella ricavata dalla funzione di Bezier. Si è impostato l'algoritmo in modo che lavorasse su 200 individui e 200 generazioni, numeri che assicurano la migliore descrizione possibile della curva originale. La *function* creata allo scopo lavora come segue:

Listing 6.2: Parametrizzazione

```

1 % Indicatore che scorre nel database per evitare individui duplicati
2 o=0
3 % Inizializzazione della raccolta dei punti di controllo valutati
4 database=0
5 % Importa la curva da parametrizzare
6 cv
7 % Primo punto di controllo pari a primo punto della curva
8 fp=cv_1
9 % Ultimo punto di controllo pari a ultimo punto della curva
10 lp=cv_end
11 % Suddividi l'intervallo tra primo e ultimo punto per il numero di punti desiderati
12 db=abs(lp-fp)/n_pc
13 % Crea il set iniziale di punti di controllo equidistanti a partire dal primo
14 for k=1:n_pc
15     pc=fp+db*k
16 end
17 % Definizione del set di limiti da imporre nell'algoritmo genetico
18 l_limit=[0      2*db      0]
19 u_limit=[0      2*db      0]
20 % Richiamo dell'algoritmo genetico
21 punti=ga[min(Dis)]
22 % Salvataggio dei punti di controllo derivati dal GA
23 database.punti(o)=pp_c_dec
24 if database.punti(1:o-1)~=database.punti(o)
25 % Punti ricavati in base alla decisione del GA
26 pp_bezier=Bezier(dec_var)
27 % Distanza tra la curva di Bezier e l'originale da minimizzare
28 Dist=max(pp_bezier-pp_curve)^2
29 o=o+1
30 else
31 find(indice,database.punti(1:o-1)=database.punti(o))
32 % Controllo per evitare duplicati di calcolo
33 database.Dis(o)=database.Dis(indice)
34 end
35 save(punti)

```

L'uscita è in punti di controllo, da cui nel *main script* vengono impostati i limiti oltre che la popolazione iniziale assegnata all'algoritmo genetico.

Per ridurre l'insorgenza di curve di Bezier con punti incrociati, senza limitarne la ricerca, per ogni set di punti se ne è valutato l'ordine nelle ascisse che se non rispettato assumeva un valore dell'obiettivo pari a 10^{20} . Questo è stato fatto poiché, nell'arco di diversi tentativi di parametrizzazione, si è notato che lasciando scorrere le variabili di decisione all'interno di limiti ristretti i risultati risultano poco soddisfacenti, mentre ampliando i limiti imposti ai punti e gestendone l'ordine come descritto si sono ottenute parametrizzazioni migliori nonostante un numero inferiori di punti.

6.3.1 Risultati della parametrizzazione

Dalla funzione di parametrizzazione vengono ricavate le curve iniziali per:

- *pressure side* della pala frontale con 4 punti di controllo (figura 6.1),

- *suction side* della pala frontale con 5 punti di controllo (figura 6.2),
- *pressure side* della pala posteriore con 5 punti di controllo (figura 6.3),
- *suction side* della pala posteriore con 4 punti di controllo (figura 6.4).

Le altre curve appartenenti ai profili sono tutte mantenute costanti visto che poi si considereranno i punti iniziali e finali delle curve parametrizzate fissi, ad esclusione di quelli a cavallo del *leading edge* della pala posteriore, che quindi non necessitano di ricostruzione. Questo numero di punti è giustificato dalla ricerca principalmente di una variazione nelle prestazioni al variare della forma dello *slot*, compreso tra pala frontale e pala posteriore, che viene parametrizzato con un totale di 7 punti liberi su entrambi i lati. Le rimanenti parti di pala sono invece parametrizzate con un numero inferiore di punti e nonostante ciò vengono comunque descritte in maniera accurata. La pala frontale viene descritta nel *pressure side* con 2 punti liberi di variare per ricercare un eventuale cambiamento nella curvatura, condizione necessaria per lo sviluppo di un fronte d'urto ben distribuito. La pala posteriore viene interpolata con un numero di punti liberi pari a 4 che permette un indagine della zona del *pressure side* e quindi una sua variazione di forma per rispettare lo sviluppo inter-palare della corrente e ridurre il più possibile le perdite iniziali.

I risultati delle parametrizzazioni sono esposti nelle figure 6.1-6.4 nelle quali abbiamo in verde la curva originale, in rosso la curva ricostruita, cerchiati i punti di controllo e attorno ad essi sono evidenziati i limiti in x ed y entro i quali essi possono essere scelti (l'asse delle ascisse è riferita a partire dall'effettiva posizione nello spazio della sezione di curva in esame):

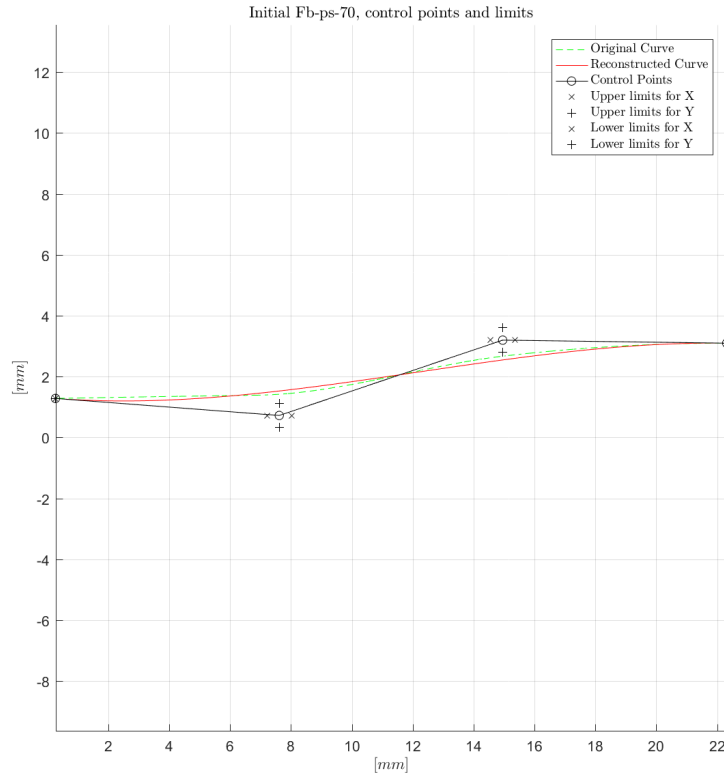


Figura 6.1: Curva parametrizzata per il *pressure side* della pala frontale.

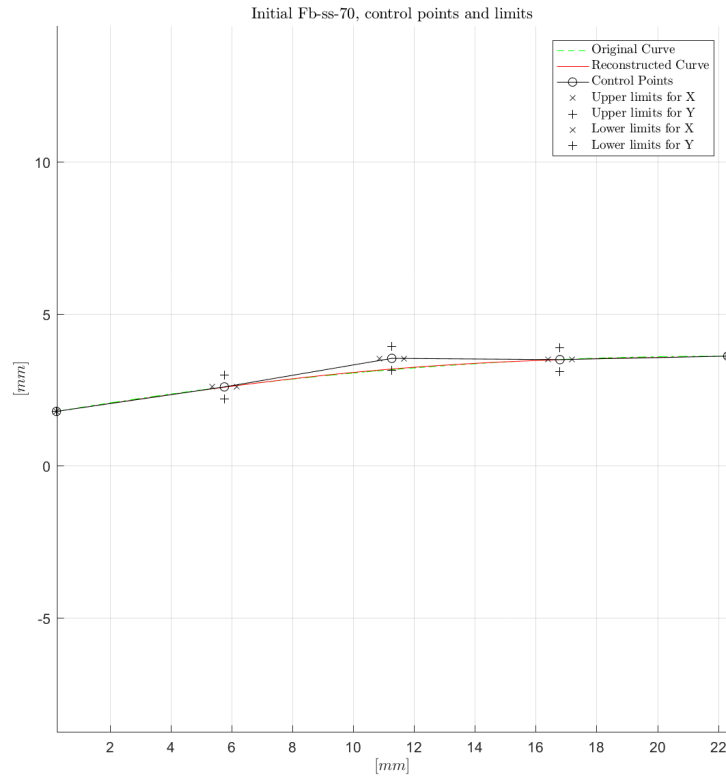


Figura 6.2: Curva parametrizzata per il *suction side* della pala frontale.

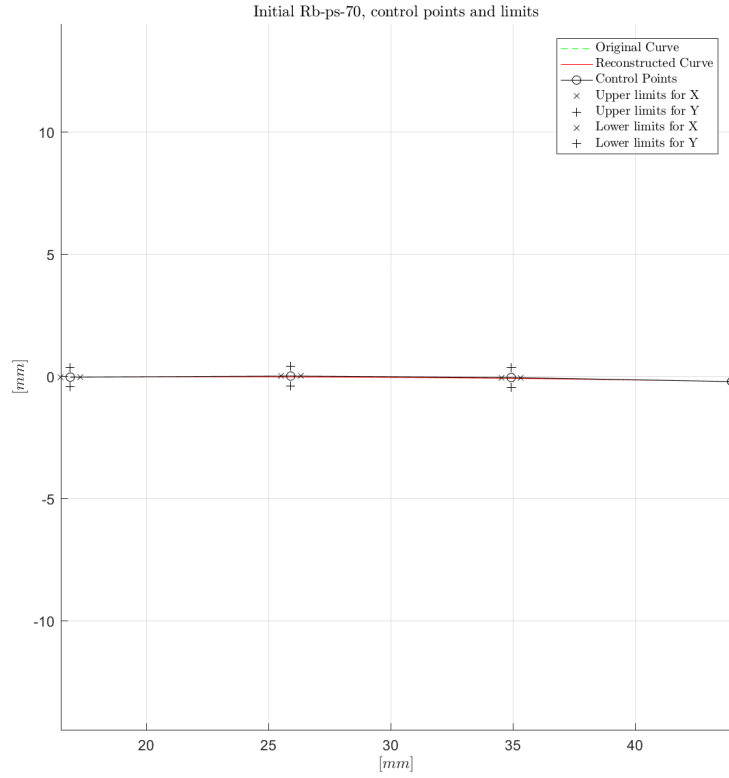


Figura 6.3: Curva parametrizzata per il *pressure side* della pala posteriore.

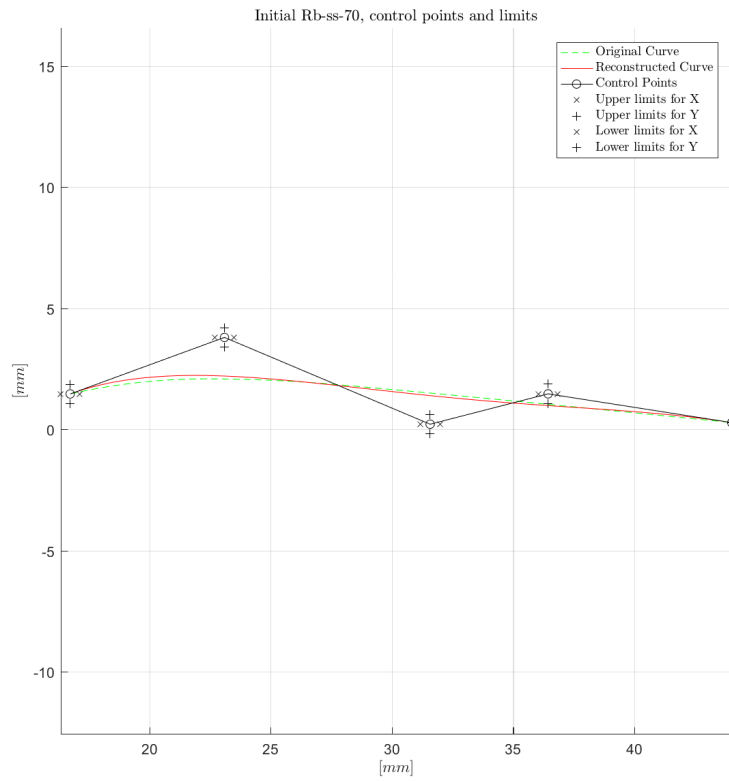


Figura 6.4: Curva parametrizzata per il *suction side* della pala posteriore.

6.4 Impostazione dell'algoritmo genetico multi-obiettivo

A partire dai punti di controllo ottenuti per tutte le curve si sono scelti i seguenti limiti:

pala frontale: si sono scelti come punti fissi il primo e l'ultimo e si è fatta variare la posizione in x ed y dei rimanenti all'interno di un intervallo pari ad 0.8 in unità di script,

pala posteriore: si sono fissati solo gli ultimi punti di controllo mentre si sono mantenuti liberi i primi, si è usato lo stesso spazio di variazione applicato ai punti iniziali della pala frontale.

Queste scelte sono state compiute per avere una buona variazione della geometria della pala completa e soprattutto una variazione dello *slot* palare: da qui la scelta di mantenere fissi per la pala posteriore solo i punti a cavallo del *trailing edge* mentre si è lasciata libertà di variazione ai punti del *leading edge*. Questo ha portato ad un totale di 12 punti liberi di variare.

I parametri scelti per l'algoritmo genetico sono di 40 individui per 20 generazioni. Le variabili di decisione sono costituite da tutti i punti di controllo precedentemente esposti. Per controllare al meglio la geometria risultante dalle iterazioni sono stati inseriti dei controlli all'interno della funzione fitness, questi hanno permesso una scelta in base ai criteri che saranno esposti nel paragrafo 6.4.1 di individui più o meno validi. La scelta del numero iniziale di individui e del numero di generazioni è stata una conseguenza di questi controlli: molti individui inizialmente vengono automaticamente scartati (da qui la scelta di un numero di individui così alto) conducendo l'ottimizzazione verso soluzioni per lo meno fattibili.

6.4.1 *Fitness Function*

La funzione che viene minimizzata dall'algoritmo genetico prende come input i punti generati all'interno dei limiti descritti al paragrafo 6.3.1 e da in uscita il vettore con gli obiettivi opportunamente impostanti per essere compatibili con la ricerca del minimo. Essa procede secondo questa logica: ricostruisce le curve a partire dai punti generati dall'algoritmo, completa le parti mantenute fisse con le geometrie iniziali e chiude il *leading edge* della pala posteriore con un arco di cerchio. La scelta di questa geometria è stata effettuata per avere una procedura semplice, che permettesse di chiudere le diverse curve proposte dall'algoritmo e mantenere comunque un'attinenza con la *baseline* che viene presentata con una geometria ad arco di cerchio.

La prima verifica inserita è quella per l'eventuale presenza di duplicati: si scorre lungo il database di punti di controllo già calcolati con un indice, aggiornato per ogni iterazione, che controlla che l'eventuale set di punti non sia già stato valutato. Questo è importante nell'ottica del risparmio del tempo di calcolo, infatti se non inserita, l'algoritmo a priori produce soluzioni duplicate che, valutate più di una volta danno valori uguali come obiettivo aumentando il tempo di calcolo necessario per raggiungere la conclusione della minimizzazione. La funzione fitness quindi in questo caso produce come output l'obiettivo già calcolato in precedenza.

Un ulteriore controllo è quello che assicura il rispetto della distanza base già citata al paragrafo 2.6 e pari al diametro iniziale del *trailing edge* della pala. Se il criterio di verifica non è rispettato e quindi se le distanze tra le curve in uscita dalla funzione di Bezier che compongono la pala, ottenute dai punti di controllo ipotizzati dall'algoritmo, sono inferiori al valore deciso l'obiettivo viene impostato come un vettore di componenti 10^{20} . La scelta di un valore così alto è necessaria per indurre l'algoritmo ad allontanarsi, in maniera decisa, da queste soluzioni e creare un catalogo di soluzioni non fattibili che rispetta i criteri che saranno esposti al paragrafo 6.4.1 riguardanti la scelta in base alla *skewness* della *mesh* risultante. Questi controlli, accoppiati, permettono di escludere soluzioni che inducono forme geometriche troppo fini o troppo curvate e quindi geometrie non necessariamente costruibili e comunque fluido-dinamicamente non valide. Si è notato che queste si presentano principalmente per la pala frontale, già di spessore fino nella *baseline*.

Se questa verifica è superata si passa alla creazione della geometria che andrà importata nella *function* che richiama i programmi di creazione della griglia di calcolo e di simulazione fluido dinamica. Si è inserita un'ulteriore serie di comandi che permette di saltare e successivamente correggere soluzioni non calcolate

per errori dati dai software in uso dovuti ad eventuali chiusure inaspettate o errori di scrittura e non alla procedura in se. La serie di comandi ha permesso di evitare il blocco completo dell'ottimizzazione semplicemente considerando un errore che fa uscire il programma in uso come una variabile, gestibile dal pacchetto *Matlab*, e sovrascrivendo l'individuo per questo non valutato all'iterazione successiva, escludendolo quindi dal *database* dei set di punti. Questo ha permesso di ricalcolare gli individui saltati a causa di error interni ai software *Icem* ed in particolare *Fluent* senza perdere il progresso fatto nella procedura di ottimizzazione. Il codice 6.3 spiega come è stato possibile:

Listing 6.3: Salto di errori da parte dei programmi utilizzati

```

1  try % Comando che permette di "provare" la funzione
2      Icem_Fluent_function
3  catch % Comando che permette di "prendere" l'errore
4      % Avvisa del fallimento del calcolo fluidodinamico
5      o=o-1 % Resetta il contatore di una posizione
6  end

```

La soluzione adottata è stata effettivamente utilizzata in diverse occasioni durante il calcolo per errori dovuti a problemi di rete e di blocchi improvvisi di *Fluent*. Per coloro che utilizzeranno questo pacchetto software se ne consiglia l'implementazione. Per il recupero dei dati già simulati nel caso di completo blocco della procedura si può ricorrere ad un file *database* con le variabili di decisione inizializzato come popolazione iniziale a cui viene accoppiato un *database* di obiettivi per evitare simulazioni duplicate.

Script di controllo di *Icem* e *Fluent*

Lo script di lancio e controllo dei programmi del pacchetto *Ansys* è quello che effettivamente si occupa del calcolo degli obiettivi e della definizione di ulteriori controlli.

La prima parte di questo crea la *mesh* strutturata basata sul *blocking* a ~ 200000 elementi alla quale è seguito l'inserimento del comando che permette di stampare a schermo il valore della *equiangle skewness* che, come detto al in 3.3, deve avere come valore limite inferiore 0.45. Questo controllo è stato possibile seguendo l'approccio utilizzato nella ricerca della condizione di *reversed flow*, presentata nel listing 5.1, dove al posto della ricerca della stringa del flusso inverso si è cercato il minimo valore di *skewness* presente. Una volta trovato una *function* creata ad-hoc assegna automaticamente i valori dei due obiettivi come segue:

dati i vettori

$$Skewness = [-2 \quad -1.5 \quad -1 \quad -0.5 \quad 0 \quad 0.1 \quad 0.2 \quad 0.3 \quad 0.4 \quad 0.45]$$

ed

$$Objective = [10^{20} \quad 10^{15} \quad 10^{10} \quad 10^9 \quad 10^8 \quad 10^7 \quad 10^6 \quad 10^5 \quad 10^4 \quad 10^3]$$

se ne interpolano i valori in modo lineare. Questo permette così di ottenere una funzione che in base al valore di *skewness* minima in ingresso assegna in automatico un valore di obiettivo in uscita con andamento regolare. Si è incluso il valore limite inferiore per creare continuità nella funzione. Questo è stato utile per direzionare al meglio la ricerca al variare della *skewness*. All'interno della *fitness function* quindi viene ricavato tale valore dall'uscita di *Icem* e nel caso che esso sia inferiore a 0.45 se ne assegna un obiettivo più o meno alto a seconda della distanza da quest'ultimo. Il valore limite inferiore -2 è stato scelto sulla del fatto che il programma assegna questo come valore limite inferiore per le celle completamente degeneri.

Questa *function* è stata creata per condurre al meglio la ricerca verso soluzioni che non solo rispettassero la geometria della griglia strutturata ma che evitassero di ottenere valori inferiori di *skewness* bassi che non avrebbero permesso il raggiungimento di una convergenza del calcolo.

Nel caso di *skewness* superiore o uguale a 0.45 viene lanciato *Fluent* attraverso lo *script* già discusso al paragrafo 3.4.1. In coda alla simulazione vengono fatti stampare i file di report necessari per la valutazione dei due obiettivi e quindi quelli riferiti alle pressioni totali e statiche ai punti dove sono presenti le sonde. I

due obiettivi sono calcolati come esposto nelle equazioni 6.1-6.2 moltiplicando per -1 il valore del rapporto di compressione si va ad accomodare la richiesta di un obiettivo da minimizzare all'interno dell'algoritmo genetico.

L'obiettivo così calcolato viene salvato in forma vettoriale $[R_L - R_C]$ in parallelo ai punti che lo hanno generato per creare il *database* di cui si è parlato fino ad ora. A tal riguardo si consiglia l'uso delle strutture implementate in *Matlab* che permettono di generare degli spazi di salvataggio all'interno del programma, leggibili dallo stesso, e salvabili per successive elaborazioni. [6]

6.5 Risultati

L'ottimizzazione ha portato, dopo la valutazione di 900 geometrie, alla scelta di una migliorativa rispetto al fattore di perdita: gli effettivi profili valutati sono stati molto minori in numero rispetto alle iterazioni compiute a causa dei controlli restrittivi sulla *skewness* e sulla dimensione minima inferiore. Solo un infatti 3% è stato ritenuto idoneo per le simulazioni. I fattori di controllo hanno costituito quindi un limite nella ricerca. Il numero di individui e il numero di generazioni è quindi stato tenuto troppo basso. Durante le simulazioni effettuate tutte hanno raggiunto la convergenza con i residui esposti per il caso della *unique incidence*: in particolare si sono raggiunti i valori di 10^{-09} per l'equazione di energia e di velocità e 10^{-06} per l'equazione di continuità. Questo valore è stato anche considerato minimo per la fine dei calcoli.

Il risultato ricavato dal *database* degli obiettivi, una volta esclusi gli individui a cui si è assegnato un valore di obiettivo non corretto, per i motivi spiegati al paragrafo 6.4.1, è rappresentato nella figura 6.5 che da, punto per punto, il valore della funzione obiettivo calcolato: sono a questo scopo rappresentate sull'asse delle ascisse le perdite e sull'asse delle ordinate il rapporto di compressione.

Ne viene mostrata la variazione percentuale che subisce il singolo individuo rispetto la soluzione base, collocata in (0 0), e quindi rappresenta in che quantità si sono variate le prestazioni nell'arco dell'ottimizzazione. Per rappresentare il fronte di Pareto in questa configurazione si è utilizzata la formula:

$$\text{Variazione}\% = \frac{\text{Valore risultante} - \text{Valore iniziale}}{\text{Valore iniziale}} \cdot 100 \%$$

In legenda di figura 6.5 sono evidenziati i riferimenti alla soluzione dominante nella direzione del fattore di perdita. Si può notare un calo del 5% rispetto alla condizione di partenza. Si nota l'assenza di una soluzione migliorativa in fatto di rapporto di compressione: questo è dovuto in parte al basso numero di iterazioni consentite ed in parte al fatto che la geometria di partenza era già di difficile miglioramento.

La soluzione ottimizzata presenta i valori riportati in tabella 6.1 per i due obiettivi.

Tabella 6.1: Confronto tra i risultati dell'ottimizzazione

Configurazione	Rapporto di compressione	Fattore di perdita
Baseline	1.34	0.42
Profilo Ottimizzato	1.32	0.40
Variazione %	-1.50%	-5.91%
Variazione media %	7.31%	-1.60%

Da tabella si nota come entrambi i valori calino quindi a sfavore del rapporto di compressione ma a favore del fattore di perdita. Sono indicati i valori mediamente riscontrati durante le simulazioni per i residui percentuali.

La nuova geometria assume queste configurazioni:

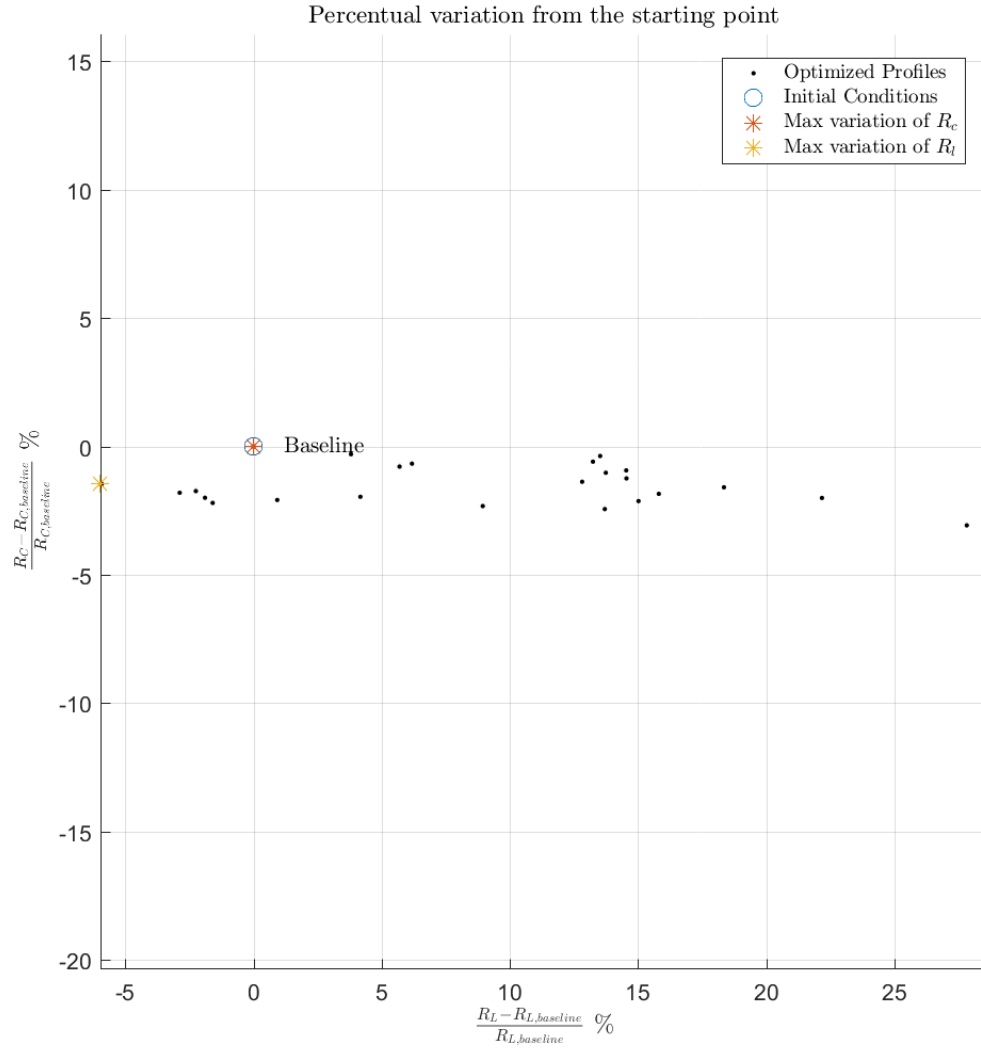


Figura 6.5: Fronte di Pareto rispetto alle variazioni percentuali.

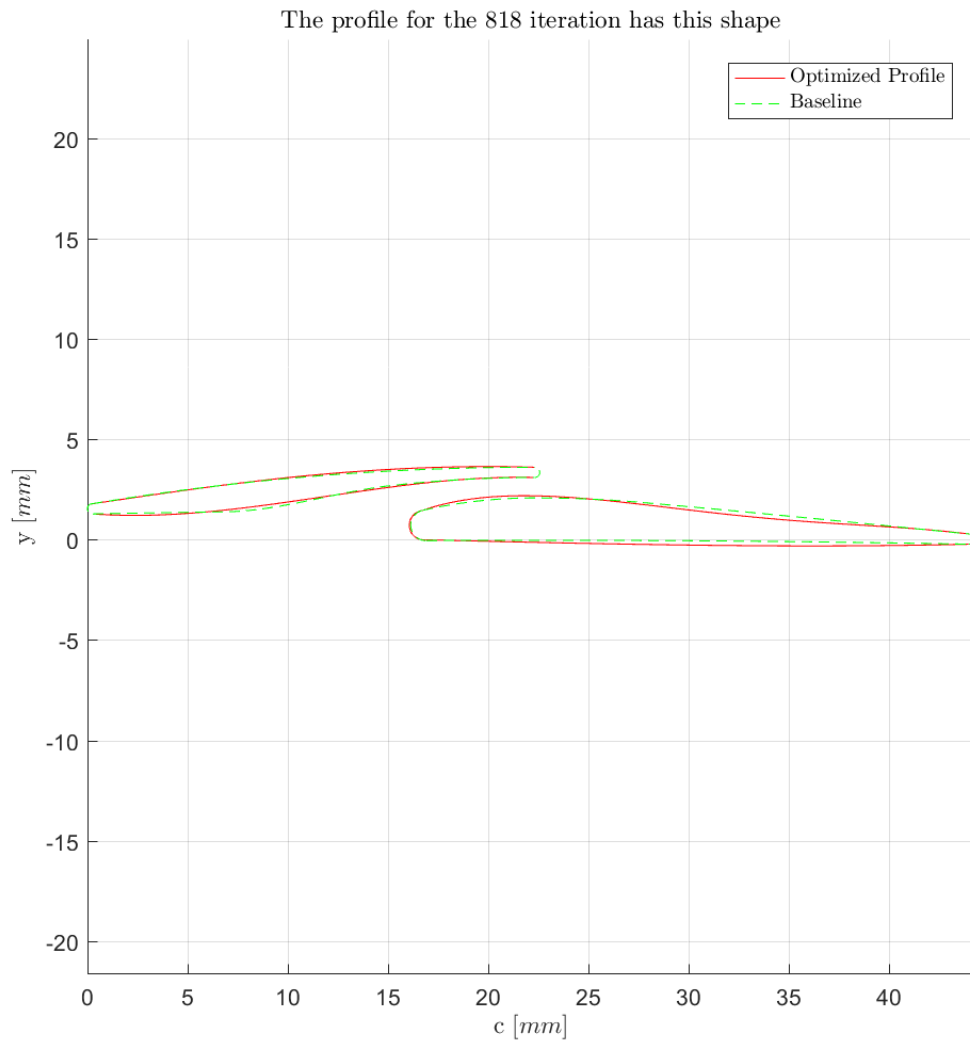
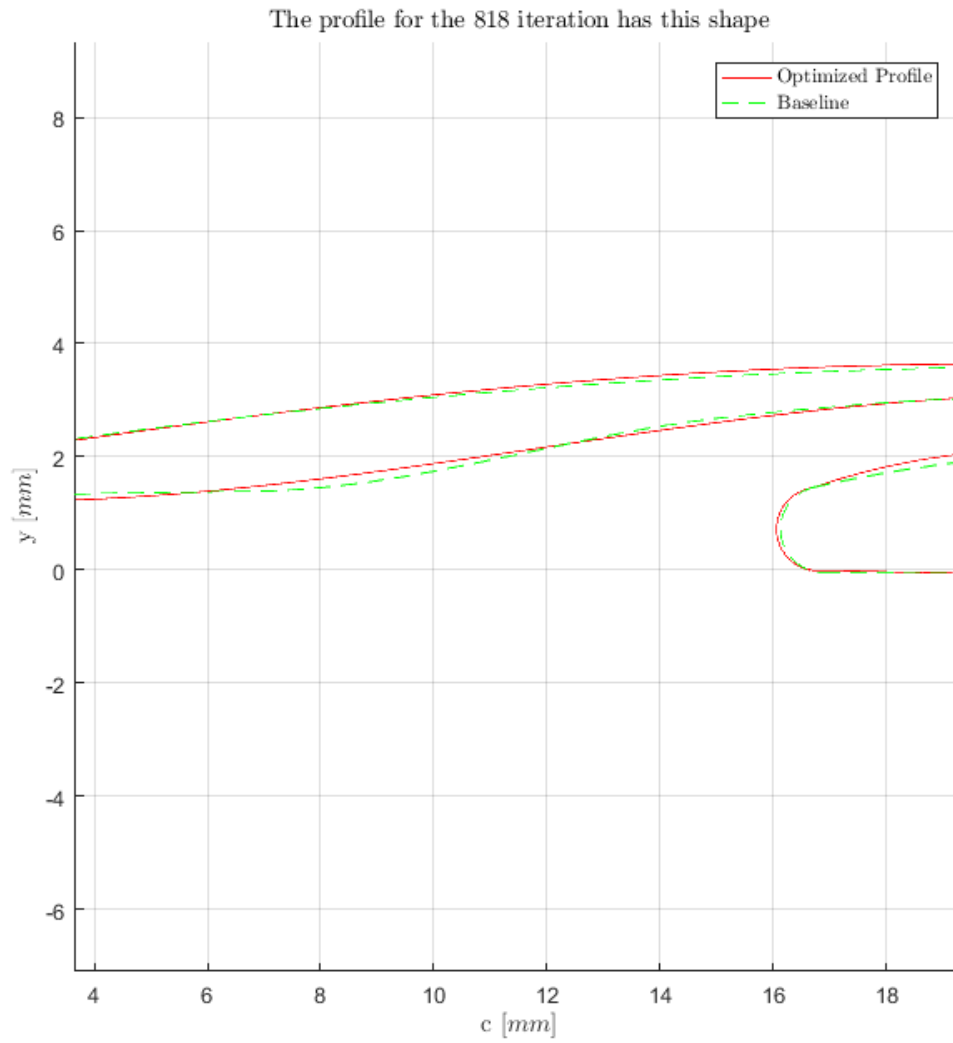


Figura 6.6: Confronto tra pala originale ed ottimizzata.

Figura 6.7: *Pressure side* della pala frontale.

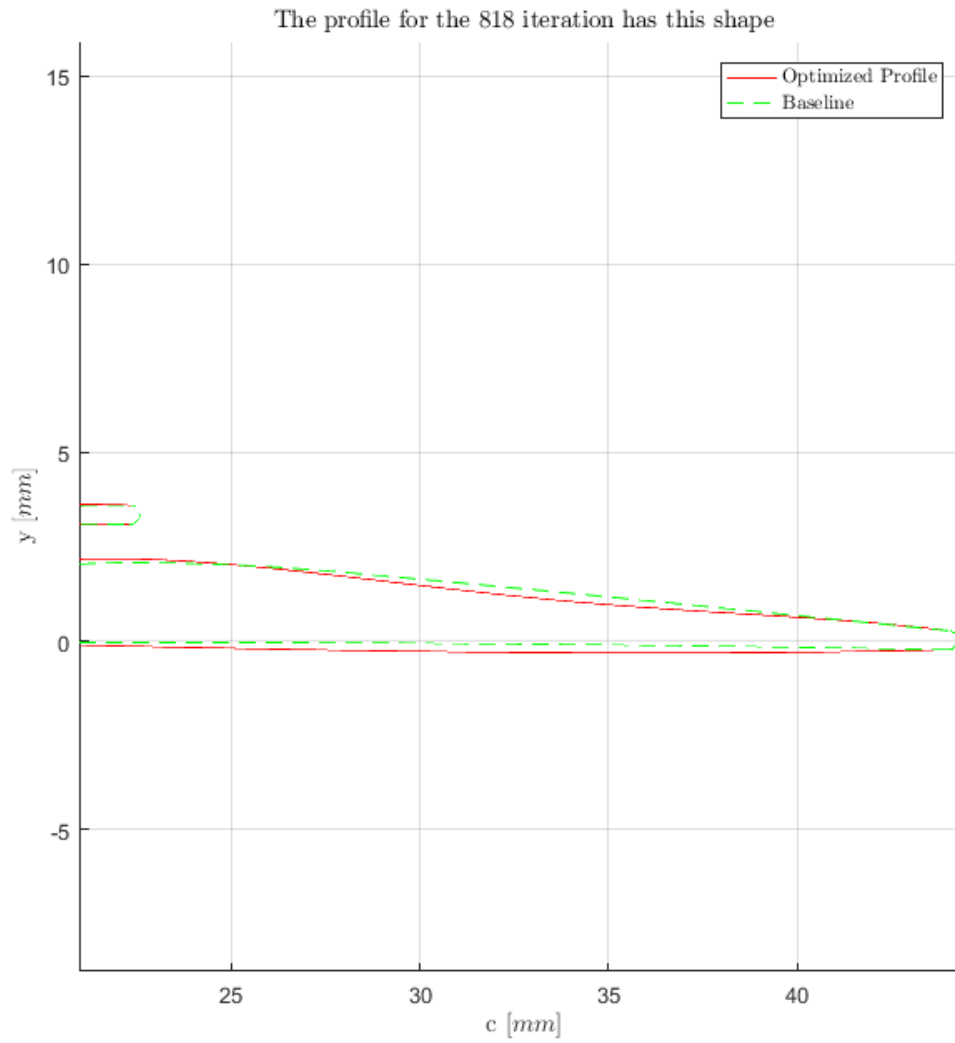
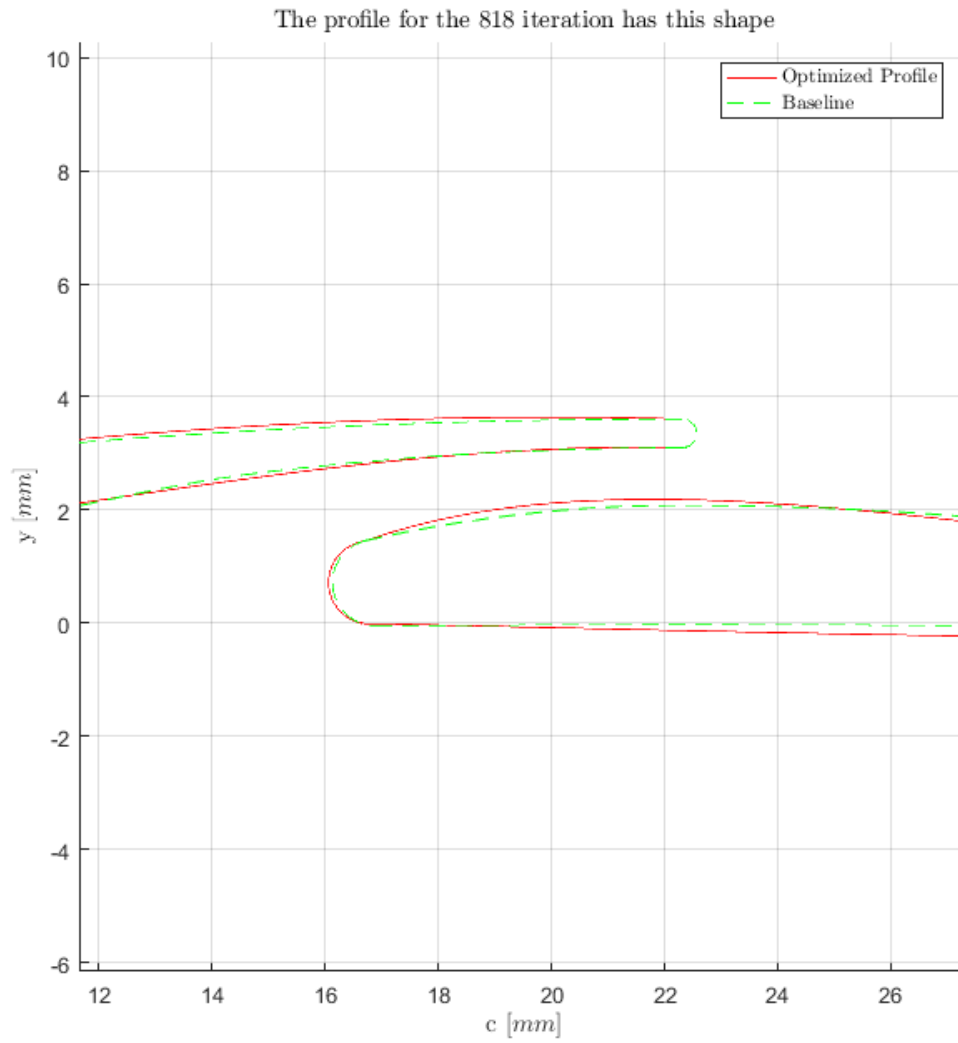


Figura 6.8: Coda della pala posteriore.

Figura 6.9: *Slot* tra le pale.

Si può notare come la geometria del *pressure side* della pala frontale sia modificata indirizzandola verso una curvatura meno accentuata. Lo si nota in figura 6.7. La coda della pala posteriore però viene ulteriormente curvata verso l'interno, questo non è un risultato atteso in quanto in generale favorisce l'insorgenza di scia. Lo *slot* viene ulteriormente ristretto portando quindi ad un'accelerazione della corrente, criterio compatibile con il fatto che inizialmente la stessa era poco accelerata al suo interno.

Nel paragrafo 6.5.1 sono riportate le foto dei campi di moto sviluppati dalla pala ottimizzata. Dai campi di moto si nota un netto peggioramento dello sviluppo dell'urto, esso è completamente spostato verso il naso della pala frontale. Esso poi interagisce con la scia in coda alla pala, ulteriormente pronunciata dalla nuova curvatura della pala posteriore. La pala anteriore sviluppa lungo il suo *suction side* il fronte di onde di espansione atteso, ma l'interazione con il ramo d'onda corrispondente è inficiata dall'incidenza dello stesso in corrispondenza della scia.

In coda (figura 6.11) si nota un distacco anticipato rispetto alla soluzione *baseline* nonostante la restrizione dello *slot*. Tale restrizione dovrebbe accelerare il moto a tal punto da poter riattaccare il distacco di corrente. In figura 6.13 si nota attraverso i gradienti del numero di Mach come la corrente sia parzialmente accelerata ma il distacco è così anticipato che non lavora come dovrebbe.

6.5.1 Campi di moto della pala ottimizzata

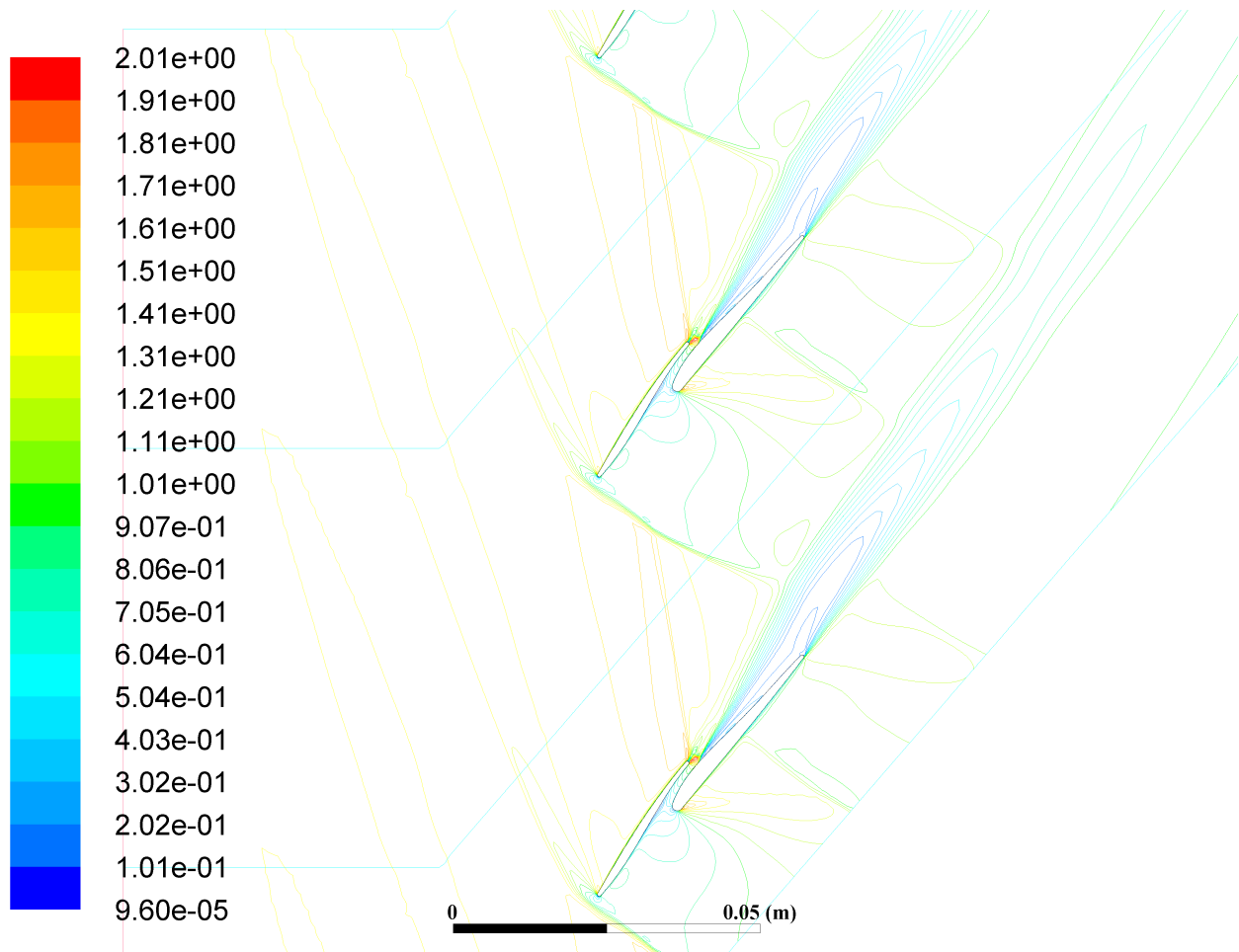


Figura 6.10: Campo di moto.

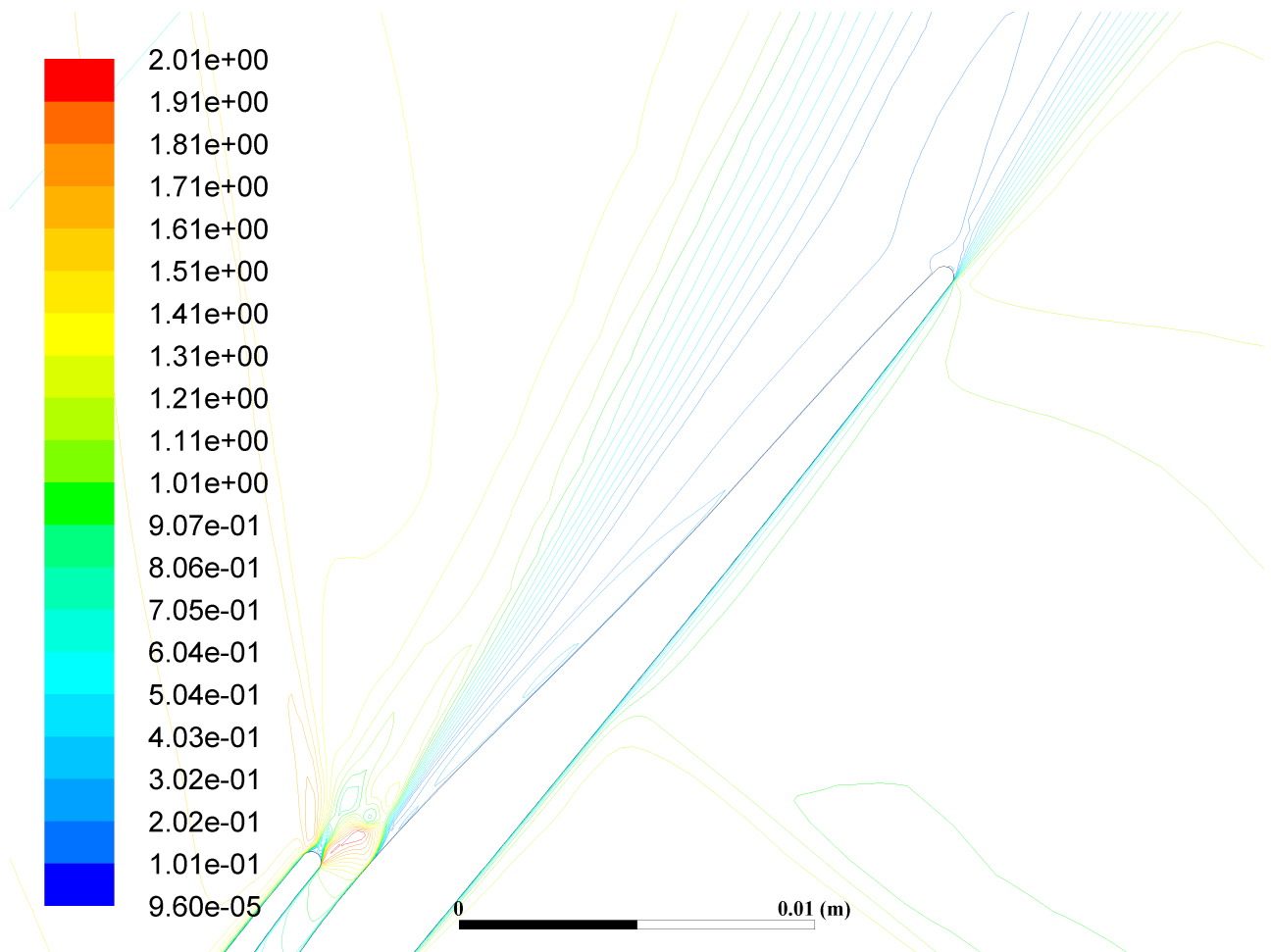


Figura 6.11: Campo di moto vicino alla coda della pala.

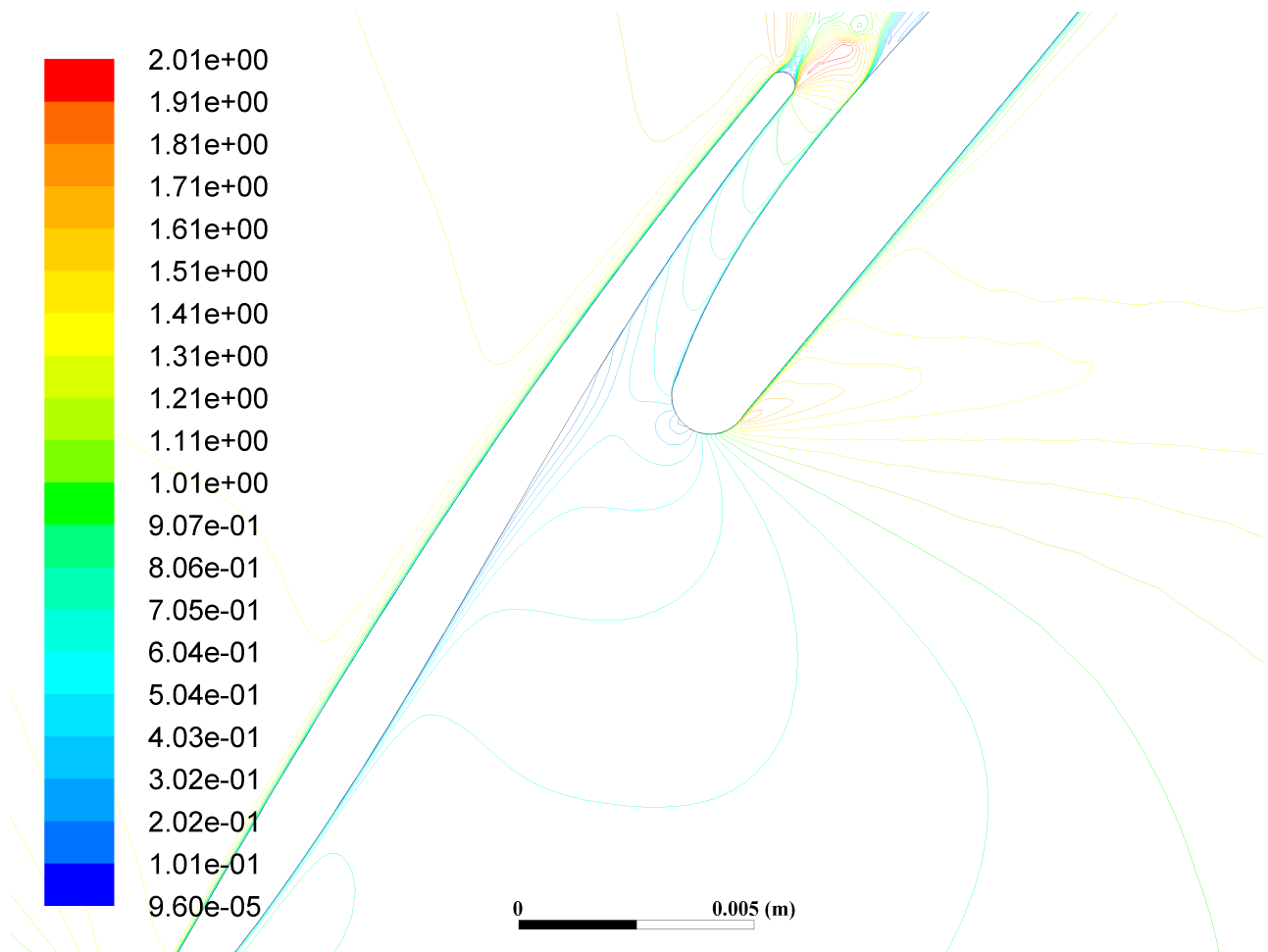
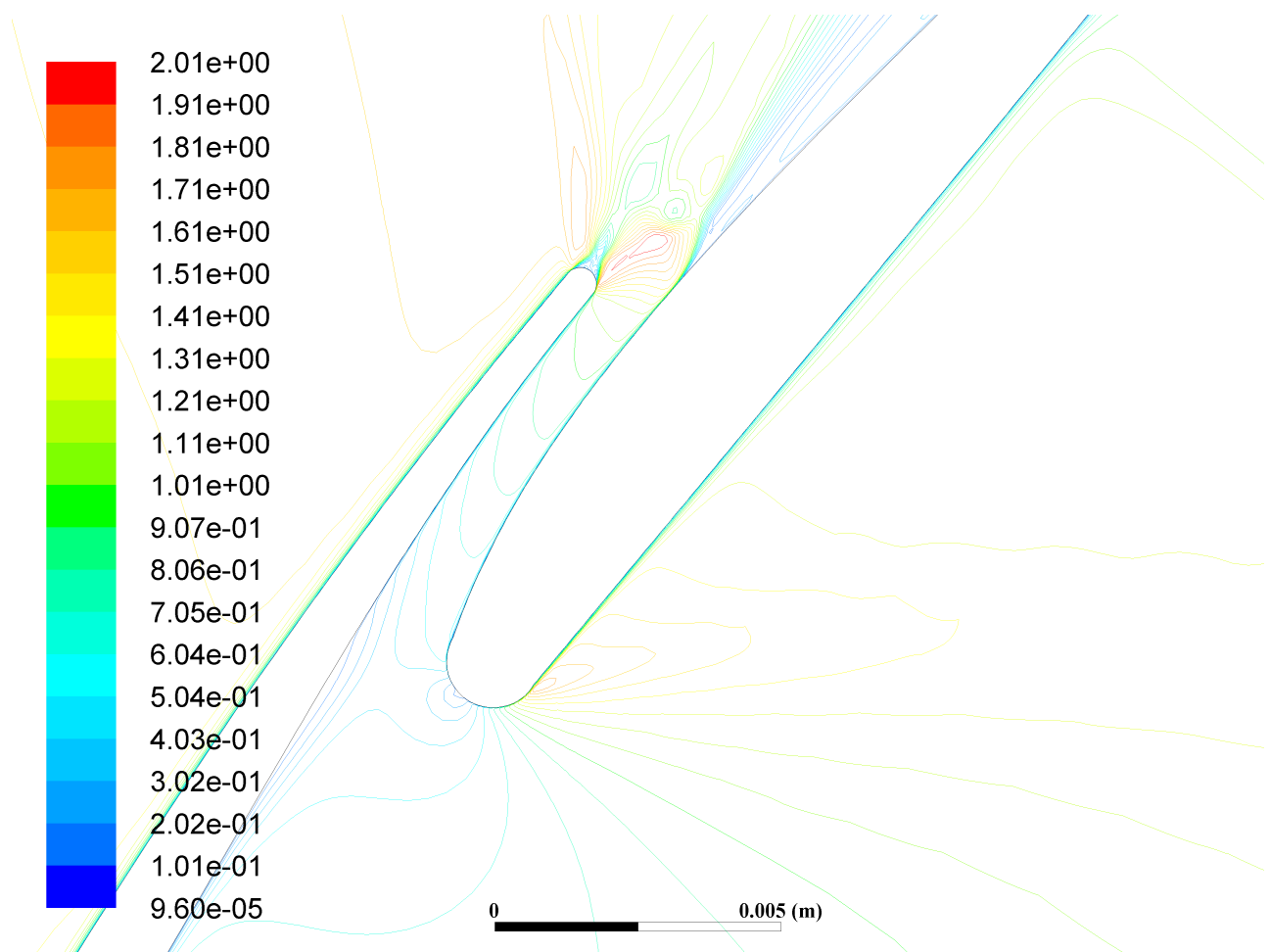


Figura 6.12: Campo di moto vicino al naso della pala posteriore.

Figura 6.13: Campo di moto all'interno dello *slot*.

6.6 Considerazioni Finali

L'ottimizzazione presentata nel capitolo è stata effettuata a partire da condizioni gravose per la pala in esame, la direzione che ha assunto è stata efficace nello scopo della ricerca ma non ha prodotto i risultati sperati. Essa mostra come variare lo *slot* per ottenere una accelerazione della corrente, ma variando la coda della pala, produce distacchi non desiderati. La variazione nella curvatura del *pressure side* della pala frontale è qui poco sfruttata per il fatto che l'urto avviene in maniera anticipata rispetto lo stesso.

Capitolo 7

Conclusioni

Il profilo di partenza, su cui si è studiata la procedura di calcolo, la ricerca della condizione della *unique incidence* e la successiva ottimizzazione ha dimostrato una errata ricostruzione di base. Inoltre la pala è stata costruita utilizzando un profilo semplice sul quale viene lavorato lo *slot*, lontana dalle moderne soluzioni come quella presentata nell'articolo [7].

Il problema all'inizio del lavoro è stato quindi di interpretare la geometria che meglio descrivesse la pala presentata e a queste considerazioni si sono aggiunte delle ipotesi a livello geometrico, che hanno condizionato lo studio e i risultati finali: essi infatti non sono stati soddisfacenti dal punto di vista della validazione e nemmeno per la successiva ottimizzazione. La mancanza della geometria iniziale ha portato a dover formulare ipotesi forti non verificate nella fase finale della ricerca.

La ricostruzione del singolo profilo, partendo da una geometria mancante ([9] al riferimento 3) ha portato di fatto alla ricerca della forma che meglio interpretasse i dati presenti. Questo però è in sé una forte approssimazione in quanto, senza una base geometrica da cui partire, anche per un confronto di forma, non si può avere la certezza del risultato finale. Lo stesso è stato visto nella ricostruzione dello *slot* palare, per il quale si sono dovute ipotizzare le distribuzioni delle tangenti su cui giacciono i centri di taglio, come spiegato al paragrafo 2.6. La *reference* di studio presenta uno sviluppo principalmente derivato dalla lavorazione effettuata per creare la pala mentre le dimensioni riportate nell'articolo sono presentate in riferimento a grandezze non effettivamente presenti. L'interpolazione dei dati resa necessaria ha portato ad assunzioni pesanti e non verificabili, se non nell'atto di test della pala.

Questo si è rispecchiato anche nello studio delle due configurazioni di pala: la pala *tandem*, che dovrebbe elaborare maggiori rapporti di compressione, lavora peggio della pala singola. Questo è dovuto al fatto che, non avendo una forma chiara per lo *slot* la geometria ipotizzata induce perdite aggiuntive, non previste nel caso sperimentale, che quindi abbassano i rapporti di compressione innalzandone le perdite. Il caso della pala singola invece mostra rapporti di compressione maggiori per l'assenza delle perdite locali indotte dalla separazione della pala.

Delle condizioni valutate dalla procedura iterativa si è quindi scelta la peggiore per spingere l'ottimizzazione verso un risultato più soddisfacente: questo non è accaduto poiché la pala iniziale partiva con una geometria sbagliata, il campo di moto utilizzato era di per sé gravoso per questa ricerca. La scarsa quantità di iterazioni effettuate ha inoltre limitato il campo di ricerca. I controlli imposti hanno efficacemente allontanato da geometrie non fattibili ma richiedono anche un numero maggiore di iterazioni per essere completamente assolti.

Capitolo 8

Ringraziamenti

Ringrazio la mia famiglia per il sostegno mostratomi in questi anni di studio, il professor Ernesto Benini per la disponibilità e l'ing. Francesco De Vanna per l'aiuto del lavoro di calcolo e stesura.

Bibliografia

Bibliografia

- [1] Cavallini A. et al. *Elementi di gasdinamica*. Padova: Edizioni progetto padova, 2012 (cit. a p. 49).
- [3] Fanti G. *Appunti di misure meccaniche e termiche*. Padova: Edizioni progetto padova, 2013 (cit. alle pp. 49, 50).
- [5] Fluent Inc. *ANSYS Fluent User's Guide*. Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, PA 15317: Ansys, 2013. URL: <http://148.204.81.206/Ansys/150/ANSYS%20Fluent%20Users%20Guide.pdf> (cit. alle pp. 44, 49).
- [7] Qiushi L., Hong W. e Sheng Z. «Application of Tandem Cascade to Design of Fan Stator with Supersonic Inflow». In: *Chinese Journal of Aeronautics* 23(2010) 9-14 (2008). URL: <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S1000936109601813> (cit. alle pp. 1, 99).
- [8] Sandrolini S. e Naldi G. *Macchine 2: Le turbomacchine motrici e operatrici*. Bologna: Pitagora, 1997 (cit. a p. 1).
- [9] Urasek D. C. e Janetzke D. C. «Performance of tandem-bladed transonic compressor rotor with tip speed of 1375 feet per second». In: *Nasa Technical Memorandum* (1972). URL: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/19720011123.pdf> (cit. alle pp. 1, 3, 6, 15, 17, 24, 48–50, 59, 61, 62, 99).
- [10] Venturelli G. «Development of numerical procedures for turbomachinery optimizaion». Doctorate Thesis. Università degli studi di Padova, 2005. URL: <http://paduaresearch.cab.unipd.it/7922/> (cit. a p. 57).
- [11] Versteeg H. K. e Malalasekera W. *An Introduction to Computational Fluid Dynamics*. Harlow, England: Pearson, 2007. URL: www.pearsoned.co.uk/versteeg (cit. alle pp. 25, 30, 33).

Sitografia

- [2] CFD Online. *Y plus wall distance estimation*. 2011. URL: https://www.cfd-online.com/Wiki/Y_plus_wall_distance_estimation (cit. a p. 34).
- [4] Fluent Inc. *FLUENT 6.3 Documentation*. 2006. URL: <https://www.sharcnet.ca/Software/Fluent6/index.htm> (cit. alle pp. 44, 60).
- [6] Mathworks. *Matlab Documentation*. 2017. URL: <https://it.mathworks.com/help/matlab/index.html> (cit. alle pp. 4, 59, 60, 79, 88).
- [12] Wikipedia. *Wikipedia*. 2017. URL: https://it.wikipedia.org/wiki/Pagina_principale (cit. a p. 25).