

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

SCUOLA DI SCIENZE
DIPARTIMENTO DI FISICA E ASTRONOMIA "GALILEO GALILEI"



EVOLUZIONE DELLA POLVERE NEI DISCHI PROTOPLANETARI

TESI DI LAUREA TRIENNALE IN ASTRONOMIA

Relatore
Chiar.mo Prof.
FRANCESCO MARZARI

Laureanda
Matricola 1050020
FRANCESCA CARNIATO

ANNO ACCADEMICO 2015-2016

A nonno Fiorenzo

SOMMARIO

Le stelle giovani presenti nel nostro universo sono circondate da dischi di gas e polveri. Quest'ultime rappresentano soltanto una piccolissima frazione rispetto all'intera massa del disco ma hanno un ruolo fondamentale perché sono le progenitrici dei pianeti. Le forze agenti sulle singole particelle sono note e consolidate, eppure non si è ancora stabilito come avviene la loro crescita.

Indice

Introduzione	iv
1 Dinamica della polvere	1
1.1 Forza di resistenza aerodinamica	1
1.1.1 Forza di Epstein	1
1.1.2 Forza di Stokes	1
1.1.3 Tempo di arresto	2
1.1.4 Numero di Stokes	2
2 Implicazioni della forza di resistenza aerodinamica	4
2.1 Sedimentazione verticale	5
2.1.1 Sedimentazione in assenza di turbolenza	5
2.1.2 Sedimentazione in presenza di turbolenza: mescolamento tur- bolento verticale	6
2.2 Moto radiale	7
2.2.1 Moto di deriva radiale	7
2.2.2 Turbolenza radiale	9
3 Evoluzione collisionale: crescita della polvere	11
3.1 Collisioni	11
3.1.1 Tasso di collisione	11
3.1.2 Velocità d’impatto	11
3.1.3 Prodotti in seguito a collisioni tra particelle di polvere	13
3.2 Ostacoli e limiti	15
3.2.1 Superare le barriere	16
Conclusioni	17

Introduzione

Il *disco protoplanetario* (figura 1) è un disco che ruota attorno ad una stella giovane (ad esempio, una stella T-Tauri) ed è composto principalmente da gas e polveri.

Il gas rappresenta il 99% della massa del disco [3] ed è responsabile della struttura rotante.[1]

Le polveri corrispondono a circa l'1% dell'intera massa del disco [3], ma sono fondamentali perché, oltre a costituire il materiale indispensabile per la formazione dei pianeti, forniscono importanti informazioni sulla struttura e sull'evoluzione del disco: determinano la struttura della temperatura e dominano l'opacità perché assorbono la radiazione proveniente dalla stella e la riemettono nell'infrarosso; fungono da catalizzatori per le reazioni chimiche (ad esempio, per la formazione di molecole organiche) e influenzano i livelli di ionizzazione spazzando via elettroni liberi. Esse rappresentano un'evidenza osservativa della dinamica del gas perché reagiscono significativamente ai cambiamenti nel disco gassoso e, pertanto, lo studio della loro evoluzione risulta essenziale per la formazione dei pianeti.[3]

Inizialmente, le dimensioni dei grani nel disco sono pari a quelle tipiche delle polveri interstellari, cioè $\sim 1\mu\text{m}$; attraverso processi di accrescimento, vengono a formarsi corpi delle dimensioni dell'ordine di km, i quali vengono rilevati nelle osservazioni: i *planetesimi*. [1]

L'evoluzione delle polveri è governata da processi dinamici e da processi collisionali. Tuttavia, poiché le forze che agiscono sulla singola particella di polvere dipendono dalle sue dimensioni, grani di grandezze diverse possiedono velocità differenti e i due processi dipendono gli uni dagli altri. Di conseguenza, sebbene tali forze siano note ed associate, la comprensione di come avvenga la formazione di planetesimi a partire da particelle microscopiche rimane tuttora incompleta.

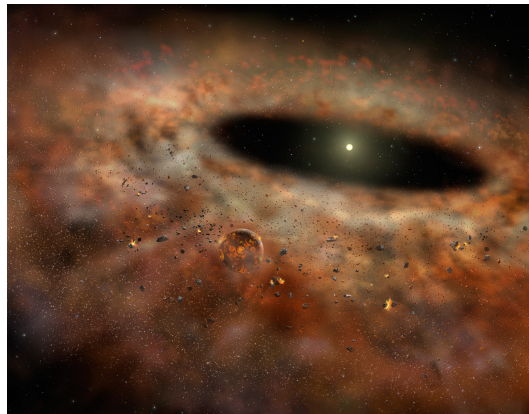


Figura 1: Disco protoplanetario (<http://www.media.inaf.it/>)

Capitolo 1

Dinamica della polvere

1.1 Forza di resistenza aerodinamica

Ciascuna particella di polvere che si trova nel disco protoplanetario gassoso non orbita liberamente perché, mentre si muove con velocità v rispetto al gas, risente di una forza di resistenza.

Supponendo che la particella sia una sfera di raggio r con densità ρ_r , è possibile calcolare tale forza, la quale non dipende soltanto dal moto relativo tra gas e polvere ma anche dalla dimensione della particella. Vi sono, infatti, due diversi regimi da considerare, a seconda che il raggio della sfera sia inferiore oppure superiore al libero cammino medio delle particelle del gas λ . Il caso più frequente, quello in cui i grani di polvere sono più piccoli rispetto a λ , è descritto dalla *forza di Epstein*; il regime in cui i grani di polvere sono più grandi rispetto a λ è definito dalla *forza di Stokes*.

1.1.1 Forza di Epstein

In questo regime, le molecole del gas bombardano i grani di polvere: la forza di resistenza, derivata considerando la frequenza delle collisioni tra la particella e le molecole del gas, è una forza di pressione descritta da [2]:

$$\mathbf{F}_{Ep} = -\frac{4\pi}{3}\rho r^2 v_{th} \mathbf{v} \quad (1.1)$$

ove ρ è la densità del gas, r è il raggio della particella sferica di polvere, v la sua velocità relativa rispetto alla velocità delle molecole del gas e $v_{th} = \sqrt{8/\pi}c_s$ la velocità termica delle molecole del gas, con $c_s = \sqrt{TR/\mu}$ (T temperatura del gas, R costante universale dei gas pari a 8,314472 J/K mol, μ peso molecolare medio) velocità del suono isoterma. La forza di resistenza agisce in direzione opposta al vettore \mathbf{v} che descrive la velocità relativa tra la particella e il gas, è proporzionale all'area della superficie della particella ed è valida per $r < \lambda$ e $v \ll v_{th}$ [2].

1.1.2 Forza di Stokes

Se le dimensioni della particella sono maggiori di λ il gas viene semplicemente trattato come un fluido invece che come insieme di particelle solide. La forza di resistenza aerodinamica in questo regime è espressa da [2]:

$$\mathbf{F}_D = -\frac{C_D}{2}\pi r^2 \rho v \mathbf{v} \quad (1.2)$$

dove C_D , il coefficiente di resistenza, è un coefficiente adimensionale che descrive quanto la particella è aerodinamica; in generale dipende dalla forma della particella, ma nel caso di particelle sferiche dipende soltanto dal numero di Reynolds $Re = \frac{2r\rho v}{\eta}$ con η viscosità del gas [2]:

- $C_D \cong 24Re^{-1}$ se $Re < 1$
- $C_D \cong 24Re^{-0.6}$ se $1 < Re < 800$
- $C_D \cong 0.44$ se $Re > 800$

Le forza di Epstein eguaglia la forza di Stokes quando $r = \frac{9}{4}\lambda$; questo può essere considerato il punto di transizione tra le due leggi.

1.1.3 Tempo di arresto

È possibile quantificare l'accoppiamento tra le componenti solide e quelle gassose del disco, esprimendo la forza di resistenza aerodinamica in termini di tempo di arresto [2]:

$$t_{stop} = \frac{mv}{|F_D|} \quad (1.3)$$

Esso misura il tempo durante il quale la forza di resistenza F_D modifica significativamente la velocità v relativa al gas della particella di massa m . Se la massa della particella di raggio r e densità ρ_r è $m = \frac{4\pi r^3 \rho_r}{3}$, ovvero ci si trova nel regime di Epstein, il tempo di arresto diviene [3]:

$$t_{stop} = \frac{mv}{|F_{Ep}|} = \frac{\rho_r r}{\rho v_{th}} \quad (1.4)$$

Si può notare che le particelle di polvere sono strettamente legate al gas: il tempo di arresto è $t_{stop} \approx 3s$ nel piano mediano del disco protoplanetario (luogo dove avviene principalmente la crescita della polvere) ad una distanza radiale dal centro del disco pari a 1 AU ($\rho = 10^{-9} \text{g cm}^{-3}$, $\rho_r = 10^{-3} \text{g cm}^{-3}$, $v_{th} = 10^5 \text{cm s}^{-1}$) per una particella di dimensione $r = 1\mu\text{m}$ [2]. Per particelle di dimensioni maggiori il tempo di arresto sarà maggiore.

1.1.4 Numero di Stokes

Ancora più utile del tempo di arresto è il rapporto adimensionale tra il tempo di arresto e il tempo dinamico, il cosiddetto numero di Stokes [3],

$$St = t_{stop}\Omega \quad (1.5)$$

Esso mette in relazione il tempo di arresto con la velocità angolare kepleriana Ω ed è utile perché particelle di diverse dimensioni, forme, composizione oppure poste in ambienti differenti hanno lo stesso comportamento aerodinamico se possiedono lo stesso numero di Stokes [8].

La maggior parte del materiale utile alla formazione di corpi di dimensioni chilometriche risiede nel piano mediano del disco protoplanetario, perciò è utile considerare il numero di Stokes in questa zona. In un disco di gas verticalmente isoterma, con

altezza di scala $H_g = c_s/\Omega$, densità di superficie del gas Σ_g e densità del gas $\rho_{g,mid} = \frac{\Sigma_g}{\sqrt{2\pi}H_g}$, il numero di Stokes risulta [3]:

$$\text{St} = \frac{r\rho_r \pi}{\Sigma_g 2} \quad (1.6)$$

Con queste assunzioni, per la maggior parte delle regioni più dense del disco il numero di Stokes è linearmente dipendente dalla dimensione della particella ($\text{St} \propto r$). Pertanto, si potranno usare i numeri di Stokes in riferimento alle dimensioni delle particelle perché essi ne danno una descrizione con il vantaggio di essere quantità adimensionali. Piccole particelle saranno caratterizzate da $\text{St} \ll 1$ e si adatteranno alla velocità del gas in tempi scala molto più brevi rispetto al loro tempo scala orbitale, mentre particelle grandi, con $\text{St} \gg 1$, percorreranno diverse orbite prima che le forze di resistenza altereranno significativamente le loro velocità [3].

Capitolo 2

Implicazioni della forza di resistenza aerodinamica

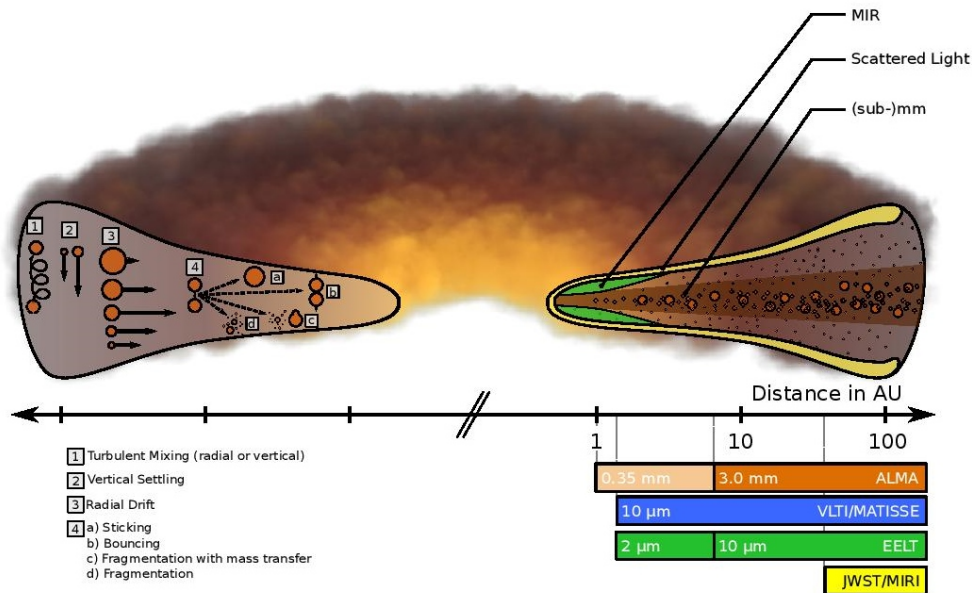


Figura 2.1: Illustrazione della struttura, dei processi di evoluzione della polvere e i limiti osservazionali per i dischi protoplanetari. *A sinistra*: principali proprietà dei processi di trasporto e dei meccanismi di collisione. Le diverse lunghezze delle frecce illustrano le diverse velocità dei diversi grani. *A destra*: aree del disco che possono essere indagate con diverse tecniche. L'asse mostra la distanza radiale logaritmica dalla stella centrale. Le barre orizzontali mostrano le più alte risoluzioni angolari (alla sinistra delle barre) che possono essere raggiunte con un set di strumenti e mezzi in arrivo alle distanze tipiche delle regioni più vicine alla stella. [8]

La forza di resistenza aerodinamica è legata al numero di Stokes mediante il tempo di arresto, quindi essa eredita la dipendenza dalle dimensioni della particella di cui gode il numero di Stokes. Di conseguenza, sia la velocità sia la traiettoria di una particella dipenderanno dalle sue dimensioni cosicché diverse particelle di differenti dimensioni aventi differenti velocità collideranno tra di loro e tali collisioni

produrranno un accrescimento oppure una distruzione delle particelle coinvolte. Altri effetti dovuti alla presenza della forza di resistenza aerodinamica sono: *moto di deriva radiale* delle particelle, *mescolamento turbolento* delle particelle di polvere e *instabilità dinamiche* causate dall'accoppiamento della polvere con il gas. I principali effetti sulle particelle dovuti alla forza di resistenza (*mescolamento turbolento radiale o verticale*, *sedimentazione verticale*, *moto di deriva radiale*, *modelli collisionali*) sono rappresentati in figura 2.1

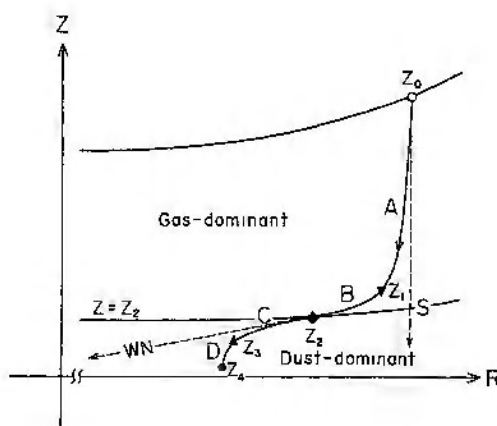


Figura 2.2: Illustrazione schematica del cammino di sedimentazione della polvere nel piano RZ (curva solida). $Z_0(\circ)$ è l'altezza iniziale e $Z_4(\bullet)$ l'altezza finale. $Z_2(\blacklozenge)$ è l'altezza al contorno, la quale divide il processo di sedimentazione nella fase in cui domina il gas (*gas-dominant*) e nella fase in cui domina la polvere (*dust-dominant*). $Z_1(\blacktriangledown)$ e $Z_3(\blacktriangle)$ sono le altezze relative ai punti di svolta. A, B, C e D denotano le fasi di sedimentazione da Z_0 a Z_1 , da Z_1 a Z_2 , da Z_2 a Z_3 e da Z_3 a Z_4 rispettivamente. Le linee tratteggiate sono i cammini di sedimentazione della polvere adottati nei precedenti lavori di Safronov(S), di Weidenschilling (W) e di Nakagawa et al. (N) [6]

2.1 Sedimentazione verticale

2.1.1 Sedimentazione in assenza di turbolenza

In riferimento alla figura 2.2, una particella di polvere che si trova ad un'altezza Z_0 sopra il piano mediano del disco protoplanetario, in assenza di turbolenza, risente della forza di gravità $|F_{grav}|$ lungo la direzione z . A causa della forza di resistenza del gas, ad una distanza R dal centro della stella del disco, il moto di caduta verticale della particella si arresta quando la forza di resistenza aerodinamica $|F_D|$ eguaglia $|F_{grav}|$. Nel caso in cui $St > 1$ la particella, che orbita in un'orbita kepleriana e quindi oscilla lungo la direzione verticale, subisce uno smorzamento. Nel regime di Epstein le particelle raggiungono una velocità finale di sedimentazione v_{settle} , all'equilibrio tra forza di gravità e forza di resistenza aerodinamica [2]:

$$v_{settle} = \frac{\rho_r}{\rho} \frac{r}{v_{th}} \Omega^2 z \quad (2.1)$$

da cui si ricava il tempo di sedimentazione [2]:

$$t_{settle} = \frac{z}{|v_{settle}|} \quad (2.2)$$

Inserendo valori numerici per una particella di $1\mu\text{m}$ posta ad una distanza di 1 AU da una stella di massa pari a quella del Sole ($\rho = 6 \times 10^{-10} \text{g cm}^{-3}$, $z = 3 \times 10^{11} \text{cm}$, $v_{th} = 10^5 \text{cm s}^{-1}$) si trova $v_{settle} \approx 0.06 \text{cm s}^{-1}$ e $t_{settle} \approx 1.5 \times 10^{10}$ anni. In assenza di turbolenza, quindi, ci si aspetta che la sedimentazione della polvere avvenga in un tempo breve rispetto al tempo di vita del disco. [2]

2.1.2 Sedimentazione in presenza di turbolenza: mescolamento turbolento verticale

La turbolenza del gas è il motore dell'evoluzione del disco [3]: agisce contro la sedimentazione verticale e causa la crescita della particella di polvere [2]. Se il gas è determinato dalla turbolenza, anche il moto e il trasporto della polvere saranno affetti da essa. Assumendo che sia l'accrescimento delle particelle sia il trasporto del momento angolare nel disco [2] sono dovuti alla stessa turbolenza, si può esprimere questo effetto tramite la *viscosità effettiva* [3]:

$$\nu = \alpha \frac{c_s^2}{\Omega} \quad (2.3)$$

dove α è il parametro della forza turbolenta. Tale turbolenza causa un moto casuale della polvere con il conseguente effetto di diffusione dei grani. La diffusione della polvere dipenderà dalle dimensioni delle particelle: corpi grandi rocciosi risentiranno meno della diffusività rispetto a particelle di dimensioni del μm . Il rapporto tra la diffusività del gas D_g e la diffusività della polvere D_d è definito dal *numero di Schmidt* Sc [3]:

$$\text{Sc} = \frac{D_g}{D_d} \simeq 1 + \text{St}^2 \quad (2.4)$$

Combinando l'effetto di sedimentazione con il mescolamento turbolento, il tempo scala della diffusione lungo la direzione verticale z è pari a [3]: $t_{diff} = z^2/D_d$. Il rapporto tra il tempo scala di diffusione e il tempo scala di sedimentazione definisce il *numero di Péclet* [3]:

$$\text{Pe} = \frac{t_{diff}}{t_{sett}} = \frac{\text{St}}{\alpha} \left(\frac{z}{H_g} \right)^2 \quad (2.5)$$

Per $z > H_g \sqrt{\frac{\alpha}{\text{St}}}$ il numero di Péclet è > 1 , cioè i tempi scala di diffusione sono maggiori rispetto ai tempi scala di sedimentazione. Vicino al piano mediano del disco, dove è presente la maggior parte del materiale necessario alla formazione dei futuri planetesimi, $\text{Pe} < 1$ e la diffusione domina. Pertanto, il rapporto tra polvere e gas diminuisce in modo significativo lungo la direzione verticale oltre ad un'altezza della polvere H_d [3]:

$$H_d = H_g \sqrt{\frac{\alpha}{\text{St} + \alpha}} \quad (2.6)$$

Più in generale, la struttura verticale e la sua evoluzione è descritta da un'equazione di diffusione-avvezione [2]:

$$\frac{\partial \rho_d}{\partial t} = D \frac{\partial}{\partial z} \left[\rho \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\rho_d}{\rho} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial z} (\Omega^2 t_{stop} \rho) \quad (2.7)$$

dove D è il coefficiente di turbolenza, il quale nel limite in cui la turbolenza causa sia il trasporto sia l'accrescimento della polvere, $D \sim \nu$. Nel caso di stato stazionario, se lo strato di polvere è sufficientemente sottile affinché la densità del gas vari di poco lungo l'altezza di scala della polvere H_d , il numero di Stokes è indipendente da z e si ottiene come soluzione dell'equazione (2.7) [2]:

$$\frac{\rho_d}{\rho} = \left(\frac{\rho_d}{\rho} \right)_{z=0} \exp \left[-\frac{z^2}{2H_d^2} \right] \quad (2.8)$$

con H_d espressa da (2.6).

Pertanto, affinché le particelle si concentrino verso il piano mediano del disco il numero di Stokes St dev'essere $St \gg \alpha$, cioè prima di sedimentarsi la particella deve accrescere in massa. Questa sedimentazione verticale, dovuta all'aumento in massa e quindi in densità della particella, corrisponde al punto Z_3 nella figura 2.2.

2.2 Moto radiale

Il moto radiale si instaura in una particella dopo che la forza di resistenza aerodinamica del gas ha frenato la sua caduta dovuta alla gravità. Questo punto corrisponde a Z_1 nella figura 2.2: la particella si trova ora in una regione più vicina alla stella centrale e ad un'altezza minore sul piano Z del disco.

2.2.1 Moto di deriva radiale

Il gas presente nel disco ha una velocità orbitale leggermente sub-Kepleriana, perché all'equilibrio tra forza centrifuga, forza gravitazionale e forza di pressione si aggiunge l'effetto del gradiente di pressione diretto verso l'esterno dovuto all'aumento di densità e di temperatura verso l'interno del disco. Se nel gas del disco si trova una particella di polvere che orbita liberamente in un'orbita Kepleriana ed essa viene incorporata nel disco gassoso, s'instaura una differenza tra la velocità della particella e la velocità del gas che causa un'efficiente decelerazione della particella. Conseguentemente, la particella perde momento angolare e spiralizza verso il centro del disco, cioè verso la stella.

Poiché le particelle di polvere orbitano attorno alla stella centrale con il gas sotto la forza di gravità della stella e la forza di resistenza aerodinamica, la variazione della loro velocità \mathbf{u}_d è data da [6]:

$$\frac{d\mathbf{u}_d}{dt} = -A\rho_g(\mathbf{u}_d - \mathbf{u}_g) - \frac{GM_\star}{r^3}\mathbf{r} \quad (2.9)$$

Il gas, oltre alla forza di resistenza e alla forza di gravità risente anche del gradiente di pressione crescente verso l'interno del disco e la sua velocità \mathbf{u}_g varia nel tempo [6]:

$$\frac{d\mathbf{u}_g}{dt} = -A\rho_d(\mathbf{u}_g - \mathbf{u}_d) - \frac{GM_\star}{r^3}\mathbf{r} - \frac{\nabla P}{\rho_g} \quad (2.10)$$

dove, in entrambe le equazioni, A è un coefficiente di resistenza. Riscrivendo le due equazioni in coordinate cilindriche (R, ϕ, Z) e lasciando solamente i termini del primo ordine rispetto alla deviazione dalla velocità Kepleriana, ossia rispetto a $\mathbf{V} = \mathbf{u}_d - \mathbf{V}_K$ e a $\mathbf{v} = \mathbf{u}_g - \mathbf{V}_K$, in un sistema asimmetrico, nel caso di stato stazionario $\partial/\partial t = 0$

si possono ottenere le componenti radiali e azimutali delle velocità del gas (v_R, v_ϕ) e della polvere (V_R, V_ϕ) [6].

A seconda della quantità di polvere e di gas presente nel disco si distinguono due casi:

a) Caso in cui $\rho_g \gg \rho_d$ Nel caso della fase di sedimentazione in cui domina il gas, le velocità della polvere sono [3]:

$$V_R \simeq -\frac{2}{St + St^{-1}}\eta V_K \quad (2.11)$$

$$V_\phi \simeq -\frac{1}{St + St^2}\eta V_K \quad (2.12)$$

mentre, per il gas, $v_R = 0$ e $v_\phi = -\eta V_K$ [6]. Il parametro η descrive quanto il gas orbita più lentamente rispetto alla velocità Kepleriana ed è espresso da [3]:

$$\eta = -\frac{1}{2} \left(\frac{H_d}{r} \right)^2 \frac{\partial \ln P}{\partial \ln r} \quad (2.13)$$

Da queste equazioni si osserva quindi che il gas circola con una velocità che è leggermente inferiore rispetto alla velocità kepleriana di un fattore η . Inoltre, le particelle di polvere incorporate nel gas hanno circa la sua stessa velocità e, allo stesso momento, si muovono sia in direzione radiale sia in direzione verticale, perdendo momento angolare [6]. In questo caso, dunque, la polvere risente della forza aerodinamica esercitata dal gas; l'effetto di tale forza sulla velocità del gas è invece trascurabile.

b) Caso in cui $\rho_g \ll \rho_d$ Nel caso della fase di sedimentazione in cui domina la polvere le equazioni per le velocità radiali e azimutali della polvere e del gas sono rispettivamente [6]:

$$V_R = 0 \quad (2.14)$$

$$V_\phi = -\frac{\rho_g}{\rho_d}\eta V_K \quad (2.15)$$

$$v_R = 2\frac{\Omega}{A\rho_d}\eta V_K \quad (2.16)$$

$$v_\phi = -\frac{\rho_g}{\rho_d}\eta V_K \quad (2.17)$$

Queste equazioni mostrano che la polvere ha una velocità inferiore rispetto alla velocità kepleriana a causa del fattore $(\rho_g/\rho_d)\eta$. Rispetto al caso precedente, ora la velocità azimutale del gas è maggiore. Poiché il gas è accelerato dalle particelle di gas per effetto della forza di resistenza, compare un graduale flusso di gas nella direzione radiale nello strato di polvere [6]. In questo caso, poiché la polvere predomina, l'effetto della forza di resistenza del gas è trascurabile sulle velocità dei grani. La polvere esercita una forza di resistenza sul gas che ha come effetto l'espulsione verso l'esterno delle molecole di gas [8].

Dal caso (a) si deduce che [3]:

- radialmente, particelle piccole ($St \ll 1$) si muovono più lentamente, mentre particelle grandi ($St \gg 1$) si muovono più velocemente;
- la direzione del moto di deriva radiale è diretta verso pressione maggiore, cioè verso l'interno del disco più denso e caldo in prossimità della stella centrale.

2.2.2 Turbolenza radiale

Se il disco è caratterizzato da turbolenza, oltre al moto di deriva dovuto dalla resistenza del gas, vi sono altri due processi: *avvezione* con il flusso medio e *diffusione turbolenta* [2].

In aggiunta al moto di deriva radiale, la polvere viene trasportata anche dal flusso del gas (*avvezione*); la sua velocità radiale $u_{r,dust}$ è espressa da: [3]

$$u_{r,dust} = \frac{1}{1 + St^2} u_{r,gas} \quad (2.18)$$

da cui si osserva che particelle di piccole dimensioni ($St < 1$) sono accoppiate al gas e pertanto avranno una certa velocità di avvezione. Particelle più grandi ($St \gg 1$) non risentiranno del flusso del gas e le loro velocità di avvezione tenderanno ad annullarsi.

La *diffusione* dovuta alla turbolenza si oppone al moto di deriva e, nel caso in cui le particelle sono ben accoppiate con il gas ($St \ll 1$) l'avvezione predomina sulla resistenza del gas. Indicando con f il rapporto tra la densità di superficie della polvere Σ_d e la densità di superficie del gas Σ [2]

$$f = \frac{\Sigma_d}{\Sigma} \quad (2.19)$$

è possibile studiare come il rapporto tra la concentrazione di polvere e la concentrazione di gas f vari con il tempo e il raggio all'interno del disco. Nel caso in cui la polvere non viene né creata né distrutta nella regione di disco considerata, vale la seguente equazione di continuità [2]:

$$\frac{\partial \Sigma_d}{\partial t} + \nabla \mathbf{F}_d = 0 \quad (2.20)$$

dove $\partial \Sigma_d / \partial t$ esprime la variazione della quantità di polvere (densità superficiale della polvere Σ_d) e $\nabla \mathbf{F}_d$ è il gradiente del flusso della polvere \mathbf{F}_d , cioè la quantità di polvere che fluisce nel tempo entro la regione del disco in considerazione.

Il flusso \mathbf{F}_d può essere scomposto in due parti: una parte avveviva e una parte diffusiva. La parte avveviva è dovuta all'avvezione e, pertanto, descrive il trasporto della polvere oppure del gas con il flusso medio del disco. La parte diffusiva, invece, descrive la tendenza della turbolenza ad uniformare la concentrazione della polvere nel disco. Se $f \ll 1$, cioè se le proprietà di diffusione del disco dipendono soltanto dalla densità superficiale del gas ($\Sigma \gg \Sigma_d$), il flusso \mathbf{F}_d può essere scritto come [2]:

$$\mathbf{F}_d = \Sigma_d \mathbf{v} - D \Sigma \nabla \left(\frac{\Sigma_d}{\Sigma} \right) \quad (2.21)$$

Il termine $\Sigma_d \mathbf{v}$, con \mathbf{v} velocità media del gas nel disco, rappresenta la componente avveviva; il secondo termine, cioè $D \Sigma \nabla (\Sigma_d / \Sigma)$ con D il coefficiente di turbolenza, rappresenta la componente diffusiva del flusso la quale sarebbe nulla se f fosse costante.

Combinando l'equazione 2.21 con l'equazione di continuità per la componente gassosa, si ottiene un'equazione, in coordinate polari cilindriche, che descrive l'evoluzione di f in un disco asimmetrico [2]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{1}{r \Sigma} \frac{\partial}{\partial r} \left(D r \Sigma \frac{\partial f}{\partial r} \right) - v_r \frac{\partial f}{\partial r} \quad (2.22)$$

Essa rappresenta un'equazione di avvezione-convezione, in comune con l'equazione 2.7, dove la componente avvertiva è dovuta al flusso radiale del disco di gas (nell'equazione 2.7 è invece dovuta alla sedimentazione). La variazione del rapporto tra polvere e gas nel tempo $\partial f/\partial t$ è dovuta ad una sorta di "concorrenza" tra la diffusione, la cui forza dipende dal coefficiente D , e l'avvezione radiale a velocità v_r . Nel caso di disco stazionario, essa risulta [2]:

$$v_r = -\frac{3\nu}{2r} \quad (2.23)$$

in termini della viscosità ν .

In particolare, la diffusione diventa più rilevante per valori più piccoli del numero di Schmidt $Sc \equiv \nu/D$.

Capitolo 3

Evoluzione collisionale: crescita della polvere

Per poter osservare corpi di dimensioni $> \text{km}$, i *planetesimi*, è necessario che le particelle di polvere presenti nel disco collidano tra di loro e accrescano in massa.

3.1 Collisioni

Per comprendere come siano possibili tali collisioni è essenziale sapere con quale frequenza esse (tasso di collisione), a che velocità le particelle collidono e quali sono i possibili prodotti in seguito a tali collisioni.

3.1.1 Tasso di collisione

Il libero cammino medio di una particella i che viene lanciata in un gruppo di particelle j è [3]

$$l = \frac{1}{n_j \sigma_{ij}} \quad (3.1)$$

Se le particelle hanno forma sferica hanno, rispettivamente, raggi r_i e r_j e la sezione d'urto è $\sigma_{ij} = \pi(r_i + r_j)^2$.

L'intervallo di tempo tra una collisione e un'altra è definito da [3]:

$$\tau_{col} = \frac{l}{\Delta v_{ij}} = \frac{1}{n_i \sigma_{ij} \Delta v_{ij}} \quad (3.2)$$

dove Δv_{ij} rappresenta la velocità relativa tra la particella i e la particella j .

Il tasso di collisione $R_{ij} = n_i / \tau_{col}$ dove n_i esprime il numero di particelle i per unità di volume, risulta essere:

$$R_{ij} = n_i n_j \sigma_{ij} \Delta v_{ij} \quad (3.3)$$

Da cui si osserva che le velocità con cui le particelle collidono non determinano soltanto i prodotti delle collisioni ma anche le loro frequenze.

3.1.2 Velocità d'impatto

Le velocità con cui le particelle collidono dipendono dalle dimensioni di quest'ultime. Dalle espressioni delle velocità azimutali, radiali e verticali si ricavano le differenze

di velocità tra la velocità della particella i (v_i) e la velocità della particella j (v_j), cioè $\Delta v(i, j)$:

$$\Delta v_\phi(i, j) = \eta V_k \left| \frac{1}{1 + \text{St}_i^2} - \frac{1}{1 + \text{St}_j^2} \right| \quad (3.4)$$

$$\Delta v_r(i, j) = \eta V_k \left| \frac{2}{\text{St}_i + \text{St}_i^{-1}} - \frac{2}{\text{St}_j + \text{St}_j^{-1}} \right| \quad (3.5)$$

$$\Delta v_z(i, j) = z\Omega |\text{St}_i - \text{St}_j| \quad (3.6)$$

Da queste equazioni si può notare che per dimensioni molto piccole delle particelle, cioè $\text{St} \ll 1$, la velocità azimutale si annulla, mentre la velocità radiale risulta proporzionale a $|\text{St}_i - \text{St}_j|$. Se le due particelle hanno lo stesso numero di Stokes ($\text{St}_i = \text{St}_j$) tutte e tre le velocità si annullano.

Tuttavia, oltre ai moti sistematici caratterizzati da v_r , v_ϕ e v_z , le particelle nei dischi protoplanetari sono soggette a moti casuali. I due effetti che li producono sono: il *moto browniano* e la *turbolenza*

Moto Browniano Questo moto predomina nelle particelle di piccole dimensioni ($\text{St} \ll 1$). L'energia cinetica media dovuta alla velocità termica v_{th} è distribuita equamente tra le particelle ad una data temperatura T : $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} m v_{\text{th}}^2$. La velocità media relativa tra due particelle i e j di masse m_i e m_j rispettivamente, dove v_i e v_j sono date da una distribuzione di Maxwell-Boltzmann, è pertanto: [3]

$$v_{\text{BM}} = \sqrt{\frac{8k_B(m_i + m_j)}{\pi m_i m_j}} \quad (3.7)$$

dove k_B è la costante di Boltzmann. Questa velocità è indipendente dalle dimensioni delle particelle, quindi non si annullerà per particelle aventi la stessa massa, diversamente dal caso di moti sistematici.

Velocità indotte dalla turbolenza del gas Nel disco protoplanetario, il gas si trova in uno stato di moto turbolento caratterizzato da vortici. Una particella in moto rispetto al gas, può incontrare due diversi tipi di vortici: [7]

1. *Vortici di Classe I* I moti di questi vortici variano lentamente e provocano un allineamento della traiettoria della particella. Ciò persiste fino a quando il vortice non decade oppure finché la particella non abbandoni il vortice.
2. *Vortici di Classe II* Questi vortici hanno tempi di oscillazione più brevi rispetto al tempo di arresto della particella t_{stop} , cioè il tempo necessario affinché la particella si accoppi al moto del gas. Di conseguenza, provocano delle spinte sulla particella.

In generale, le velocità delle particelle dovute alla turbolenza del gas dipendono sia dai numeri di Stokes, quindi dalle dimensioni delle particelle stesse, sia dai diversi tempi di rotazione dei vortici. Per particelle di uguali dimensioni e con tempi di arresto più grandi rispetto al più piccolo tempo di rotazione del vortice, [3]

$$\Delta v_{\text{turb}} \simeq \sqrt{\frac{3\alpha}{\text{St} + \text{St}^{-1}}} c_s \quad (3.8)$$

Pertanto, particelle di piccole dimensioni ($St \ll 1$), sono caratterizzate da un moto browniano; all'aumentare delle dimensioni si instaurano velocità radiali fintanto che la turbolenza è abbastanza forte. Per particelle di dimensioni maggiori ($St \gtrsim 1$), prevalgono i contributi di velocità azimutali fino a quando subentrano perturbazioni gravitazionali dovuti alla densità di turbolenza del gas [3]. Tali conclusioni sono rappresentati in figura 3.1

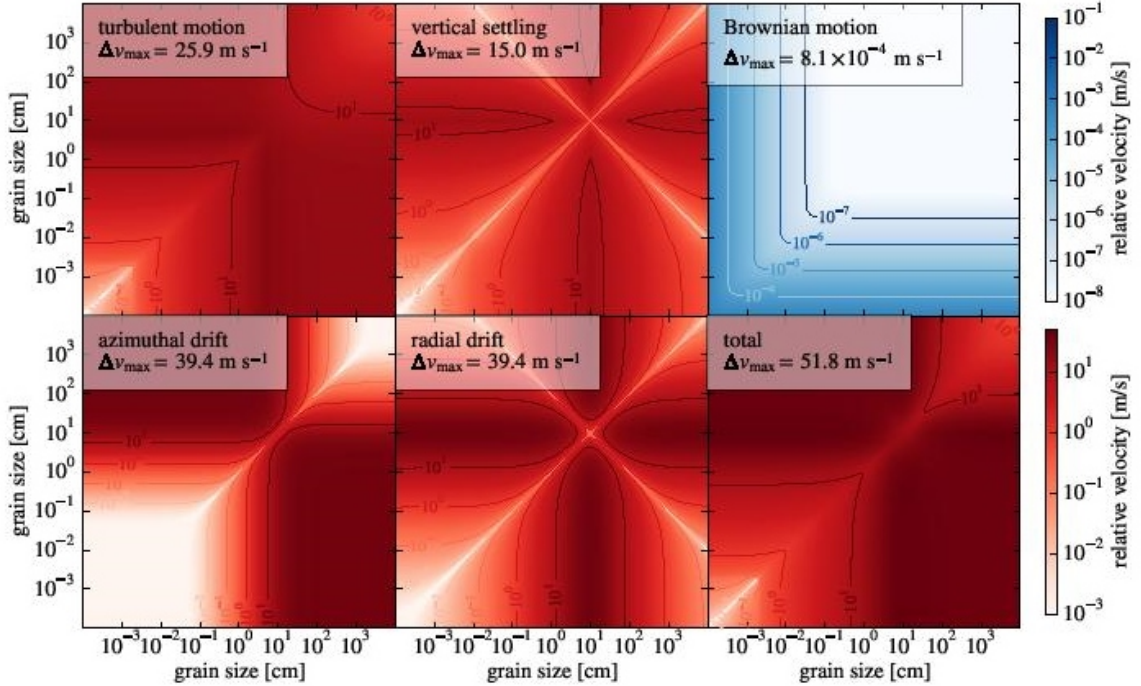


Figura 3.1: Diversi contributi alle velocità relative delle particelle poste ad una distanza di 10 AU dal centro del disco, $\alpha = 10^{-3}$, temperatura locale $T = 63K$ e $\Sigma_g = 16 \text{ g cm}^{-2}$. Le velocità azimutale, di turbolenza, di deriva radiale e di sedimentazione verticale sono dell'ordine di decine di metri al secondo, mentre velocità relative browniano dominano particelle di piccole dimensioni. [3]

Pertanto, ci sarà una varietà di prodotti collisionali che cambieranno al variare delle particelle e al collidere a velocità sempre più grandi.

3.1.3 Prodotti in seguito a collisioni tra particelle di polvere

Ciò che viene prodotto in seguito ad una collisione tra due particelle dipende non solo dalle masse e dalle velocità delle particelle, ma anche dalle loro dimensioni, da proprietà di composizione e dai parametri d'impatto. Tuttavia, considerando modelli di collisione dipendenti soltanto da massa e velocità d'impatto, è possibile fornire una buona stima di come la maggior parte dei grani presenti nel disco protoplanetario evolvono.

I modelli studiati sono i seguenti e sono rappresentati in figura 3.2 [3]:

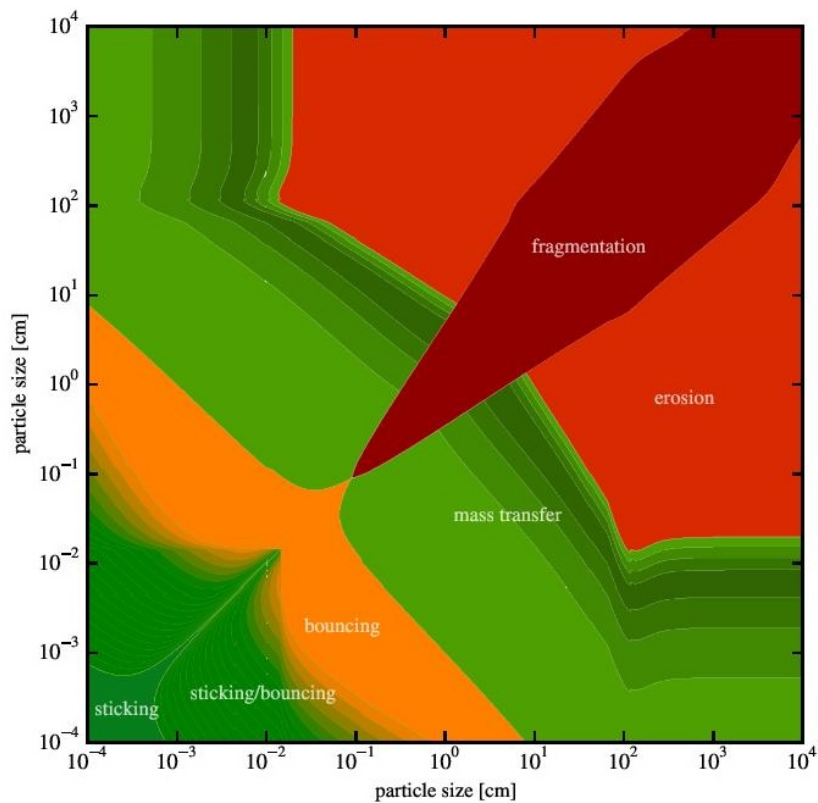
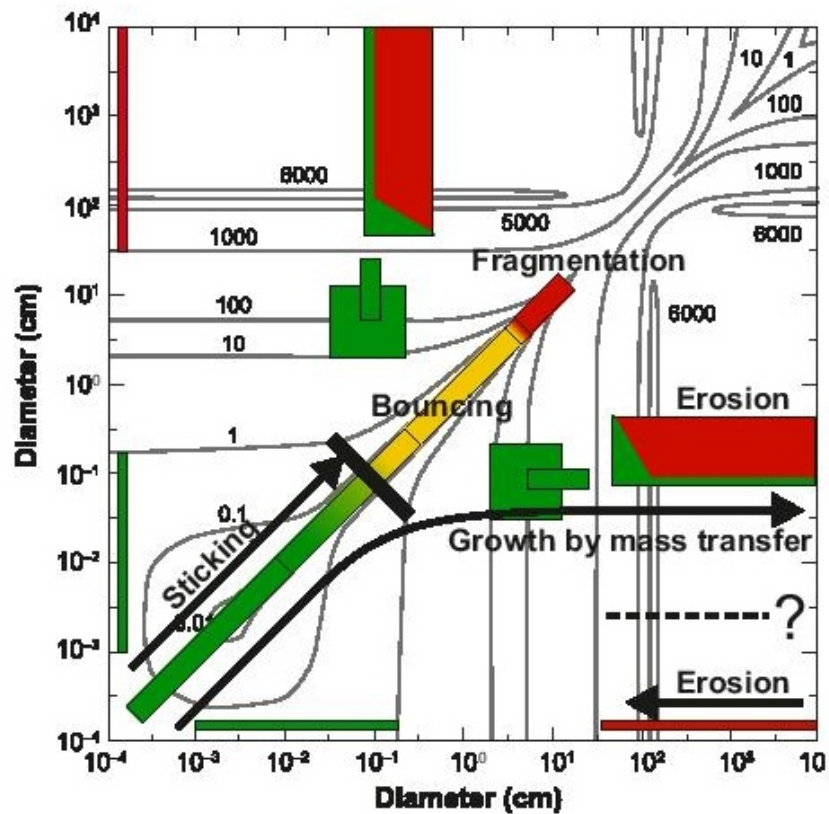


Figura 3.2: Rappresentazione schematica dei prodotti di collisioni tra particelle di polvere nei dischi protoplanetari. La figura (a) mostra le velocità relative tra particelle di diverse dimensioni, ad 1 AU [8]. Nella figura (b) sono illustrati i diversi prodotti delle collisioni tra particelle in funzione delle dimensioni dei grani che collidono. [3]

sticking : è il modello più accreditato per la crescita dei grani; prevede un urto tra le particelle con conseguente unione, similmente ad un urto totalmente anelastico.

bouncing : similmente a quanto avviene per un urto elastico, due particelle urtano senza cambiamento in massa.

erosione (erosion/cratering) : urto tra due particelle tali che è molto più piccola rispetto all'altra. La particella più piccola, un proiettile, collide con quella più grande rimuovendo massa e possibilmente si frantuma in seguito.

trasferimento di massa (mass transfer) : la particella più piccola frammenta la particella più grande con la quale collide ma deposita anche qualche frammento in massa.

frammentazione (fragmentation) : distruzione completa delle particelle coinvolte nell'urto

La crescita delle dimensioni delle particelle di polvere è giustificata da collisioni *sticking*, cioè che prevedono l'unione di due particelle in seguito all'urto. Effetti di frammentazione, intrappolamento di carica da parte della polvere, effetti di rimbalzo (*bouncing*) e deriva radiale pongono limiti alla crescita dei grani. [4] Effetti di rimbalzo costituiscono una barriera, la cosiddetta *bouncing barrier*, che costituisce il limite principale alla crescita della polvere. Si può osservare, in figura 3.2 (b), che corrisponde approssimativamente a 10^{-2} cm. Nella stessa figura si può osservare che, anche se questa barriera venisse oltrepassata dai grani, essi sarebbero sottoposti a frammentazione oppure ad erosione.

Poiché nei dischi protoplanetari si osservano asteroidi e planetesimi, è necessario che la polvere raggiunga le dimensioni chilometriche che caratterizzano tali corpi, quindi i grani devono vincere le barriere che ostacolano la loro crescita.

3.2 Ostacoli e limiti

Oltre alla *bouncing barrier*, le principali barriere che limitano la crescita dei grani sono quella dovuta alla frammentazione e quella dovuta alla deriva radiale.

Barriera di deriva radiale (radial drift barrier) All'aumentare delle dimensioni delle particelle, anche le loro velocità radiali aumentano e l'effetto di deriva radiale si amplifica. Ciò significa che particelle di dimensioni e quindi di velocità molto grandi precipiteranno più velocemente verso il centro del disco, nella zona interna di evaporazione [5], rispetto a particelle più piccole.

Data la dipendenza della velocità radiale dal gradiente di pressione, oltre che dalle dimensioni dei grani, è possibile contrastare questo effetto mediante *pressure bumps*, ovvero punti in cui la pressione è massima localmente. Questi sbalzi di pressione possono sorgere spontaneamente nei dischi protoplanetari per trasporto differenziale del momento angolare, dovuto all'effetto della turbolenza che si instaura perché guidata da instabilità magnetorotazionali oppure per le naturali variazioni radiali [3].

3.2.1 Superare le barriere

Oggetto di discussione e di formulazione di vari modelli è il superamento delle barriere per consentire la crescita della polvere, soprattutto le stime delle dimensioni dei corpi che riescono ad oltrepassarle (al momento sono dell'ordine del metro). Le soluzioni proposte per aggirare la barriera di frammentazione e la barriera di rimbalzo sono:

vortex trapping intrappolamento delle particelle di polvere da parte di vortici formatisi per effetto di instabilità del flusso

instabilità streaming formazione di filamenti di particelle quando il rapporto polvere-gas nel piano mediano del disco è prossimo all'unità

evoluzione della porosità fuori dalla *snow line* ($\sim 2\text{AU}$) la temperatura nel disco è più bassa e l'acqua congela le particelle di polvere. Pertanto, le velocità a cui la frammentazione entra in gioco sono più alte e la compressione degli aggregati è più difficile cosicché essi evitano la bouncing barrier e divengono più porosi. Tuttavia, l'erosione può agire a sfavore ed impedire la crescita [3].

condensazione soluzione proposta da Goldreich e Ward, prevede la condensazione del gas in particelle di polvere. Tuttavia, non c'è solitamente abbastanza materiale nel gas affinché si formino particelle macroscopiche e poiché l'accrescimento è un effetto superficiale e la superficie della polvere è dominata dai grani più piccoli, la condensazione interesserà soltanto piccole particelle. Oggetto di future ricerche è vedere se la condensazione è possibile anche per particelle più grandi [8].

Conclusioni

Le polveri presenti nei dischi protoplanetari, di dimensioni tipicamente dell'ordine del micron μm , sono il materiale dal quale hanno origine i pianeti e i corpi minori. Inoltre, esse possono catalizzare reazioni chimiche favorendo la formazione di molecole organiche, rendere osservabili i dischi tramite la loro opacità e permettere di ricavare la struttura della temperatura e l'evoluzione del disco. Dalle osservazioni di dischi protoplanetari è possibile quindi avere una buona comprensione dell'interazione tra il gas e la polvere e analizzare nel tempo l'evoluzione delle dimensioni delle particelle.

I processi fondamentali per l'evoluzione delle polveri sono processi di trasporto e processi di crescita, i quali sono guidati dall'interazione tra gas e polvere attraverso forze di trascinamento. Poiché queste forze dipendono dalle dimensioni delle particelle su cui agiscono, esse inducono collisioni tra i grani. Le collisioni possono avere risultati diversi, i quali dipendono dalle proprietà fisiche delle particelle e dalle velocità con cui collidono. I principali risultati sono: effetti di rimbalzo (*bouncing*), frammentazione o erosione e crescita. Tuttavia, il cambiamento in dimensione oppure in massa del grano di polvere altera il suo comportamento aerodinamico cosicché l'accrescimento e il trasporto globale delle particelle sono processi che non possono essere trattati separatamente. I grani più piccoli sono ben accoppiati con il gas e si muovono con esso ma si disaccoppieranno quando diventano più grandi per effetto di accrescimento. Si instaurerà una differenza di velocità tra gas e polvere con un conseguente moto di deriva diretto verso regioni caratterizzate da pressioni maggiori, dove la velocità relativa tra gas e polvere è ridotta notevolmente oppure nulla. Ciò significa che, in un tipico modello di disco protoplanetario, le particelle si sedimentano verso il piano mediano del disco per poi spiralizzarsi verso l'interno in un tempo scala molto breve (dell'ordine di qualche centinaia di orbite). Il moto di deriva radiale tende a svuotare gli strati superficiali e le regioni più esterne dei dischi ma vi sono delle regioni con pressioni massime in grado di "intrappolare" le particelle causando l'accumulazione della polvere. Tuttavia, con l'accrescimento delle particelle aumentano non solo le velocità radiali ma anche il numero di collisioni, il quale aumenta all'aumentare della velocità radiale. Di conseguenza, si hanno effetti di rimbalzo, frammentazione o erosione anziché una crescita continua dei grani. Poiché le particelle devono raggiungere una dimensione massima finita per poter spiegare la formazione di planetesimi, sono stati studiati alcuni meccanismi in grado di evitare gli ostacoli alla crescita come la condensazione delle particelle di gas oppure la presenza di polveri ghiacciate. Ciononostante, non esiste ancora un quadro dell'evoluzione del disco, e quindi della polvere, che sia consistente.

Rimane ancora sconosciuto il ruolo che hanno i diversi meccanismi di evoluzione come la fotoevaporazione, i venti stellari e l'origine della viscosità del disco; è noto solo

l'impatto che questi hanno sulle particelle. Sono necessarie ulteriori prove osservative ad alta risoluzione e a lunghezze d'onda multiple per poter conoscere più in dettaglio le proprietà fisiche dei dischi che possono portare a dei modelli più realistici. [3]

Bibliografia

- [1] Armitage, P. J. (2011), *Dynamics of Protoplanetary Disks*, ARA&A, 49, 195
- [2] Armitage, P. J. (2013), *Astrophysics of Planet Formation*, Cambridge University Press
- [3] Birnstiel, T., Fang, M., and Johansen, A. (2016), *Dust Evolution and the Formation of Planetesimals*
- [4] Birnstiel, T., Klahr, H., & Ercolano, B. (2012b), *A simple model for the evolution of the dust population in protoplanetary disks*, A&A, 539, A148
- [5] Brauer, F., Dullemond, C. P., and Henning, Th. (2007), *Coagulation, fragmentation and radial motion of solid particles in protoplanetary disks*, A&A, 480, 859
- [6] Nakagawa Y., Sekiya M., & Hayashi C. (1986), *Settling and Growth of Dust Particles in a Laminar Phase of a Low-Mass Solar Nebula*, Icarus, 67, 375
- [7] Ormel, C. W., & Cuzzi, J. N. (2007), *Closed-form expressions for turbulent relative velocities induced by turbulence (RN)*, A&A, 466, 413
- [8] Testi, L., Birnstiel, T., Ricci, L., et al. (2014), *Dust Evolution in Protoplanetary Disks*, PPVI, 339