UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

SCUOLA DI INGEGNERIA

DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE

CORSO DI LAUREA IN INGEGNERIA MECCANICA

SVILUPPO DI HARVESTER PIEZOELETTRICI ADATTI A RACCOGLIERE ENERGIA DA VIBRAZIONI PERIODICHE

Relatore:
Prof. Ing.
ALBERTO DORIA

Studente:
SIMONE GIOLO
Matricola: 1147952

Anno Accademico 2017/2018

Parole chiave
Energy harvesting, vibrazioni meccaniche, cantilever beam, piezoelettricità.

Sommario

L'obiettivo di questa tesi è di validare una tipologia di Harvester in modo tale che sia particolarmente adatto al recupero di energia da vibrazioni di tipo periodico.
Ci si è soffermati su questa tipologia di vibrazioni in quanto molto diffuse in ambito industriale e in campo meccanico in generale. Lo scopo principale di tali Harvester è infatti quello di sostituire l'alimentazione a batteria di sensori di controllo e di monitoraggio.
Per raggiungere tale obiettivo si è inizialmente effettuata una ricerca bibliografica in modo da avere un'idea chiara sul principio di funzionamento e sulle principali applicazioni degli Harvester di tipo piezoelettrico (capitolo 1). Successivamente si è dimostrata la grande diffusione delle vibrazioni di tipo periodico nel capitolo 2, riportando studi sulle vibrazioni di alcuni macchinari industriali e dispositivi meccanici.
Nel capitolo 3 è presentato un modello analitico a parametri distribuiti del comportamento elettromeccanico delle lamine ad uso di harvester. Questo modello, trovato nella letteratura scientifica, è utile perché sottolinea le principali grandezze che influenzano le prestazioni, e fornisce un valore analitico della funzione di trasferimento tra tensione generata ed eccitazione alla base.
Nel capitolo 4 viene riportata una ricerca che riguarda le tipologie di Harvester atte ad avere una banda di frequenza più ampia, in modo tale da poter sfruttare tale banda larga per rendere l'Harvester utile al recupero di energia dalle vibrazioni di tipo periodico. In tale capitolo sono stati presentati anche i due precedenti lavori, dei quali il presente è un naturale proseguimento.
Nel capitolo 5 è presentato il lavoro svolto in laboratorio per misurare sperimentalmente il comportamento a carico di Harvester a banda larga.
Nel capitolo 6 sono descritti i modelli ad elementi finiti costruiti con il software Comsol 5.0 e sono riportate le simulazioni effettuate e confrontate con i risultati sperimentali in modo da validare un modello analitico.
Nel capitolo 7 viene riportata un'analisi di sensibilità che ha permesso di ottenere un certo andamento del comportamento degli Harvester studiati, al variare di determinate masse di prova aggiunte, con lo scopo di rendere periodico il comportamento di tali dispositivi. Sono riportate le rispettive simulazioni svolte con Comsol.
Nel capitolo 8 vengono riportate le simulazioni relative ad una modifica della geometria delle cornici degli Harvester considerati.
Infine, nel capitolo 9 sono riportati i risultati sperimentali, effettuando le prove sfruttando l'analisi di sensibilità precedente e le simulazioni virtuali.

INDICE

1. INTRODUZIONE 1

1.1 L'energy Harvesting 3

1.2 Gli Harvester Piezoelettrici 7

1.3 Modellazione matematica della piezoelettricità 9

2. LE VIBRAZIONI PERIODICHE 13

2.1 Esempi di vibrazioni periodiche in ambito industriale 15

2.2 Stato dell'arte su Harvester per recupero di energia da vibrazioni periodiche 21

3. MODELLO ELETTROMECCANICO DEL CANTILEVER PIEZOELETTRICO 23

3.1 Cantilever Beam 25

3.2 Modello analitico 26

4. BROAD BAND HARVESTERS 37

4.1 Stato dell'arte 39

4.2 Lavori di tesi precedenti 56

5. PROVE SPERIMENTALI CON HARVESTER A CARICO 59

5.1 Apparato sperimentale 61

5.2 Risultati sperimentali 71

6. MODELLI NUMERICI 91

6.1 Comsol 93

6.2 Lo Smorzamento 93

6.3 Simulazioni con il software Comsol 98

7. ANALISI SI SENSIBILITÀ NUMERICA PER LO SVILUPPO DI HARVESTER PER RECUPERO DI ENERGIA DA VIBRAZIONI PERIODICHE 103

7.1 Analisi di sensibilità - Harvester con singola cornice 105

7.2 Harvester con cornice singola per vibrazioni periodiche 112

7.3 Analisi di sensibilità - Harvester con doppia cornice 117

7.4 Harvester con cornice doppia per vibrazioni periodiche 125

8. ANALISI NUMERICA DELL'EFFETTO DELLA MODIFICA DELLA GEOMETRIA DELLE CORNICI 129

8.1 Simulazioni dell'Harvester con singola cornice con geometria modificata 132
8.1.1 Prima geometria 132
8.1.2 Seconda geometria 137
8.2 Nuove considerazioni per l'Harvester con doppia cornice 142
9. PROVE SPERIMENTALI CON HARVESTER PERIODICI 149
9.1 Harvester con doppia cornice con masse aggiunte 151
9.2 Prove sperimentali con doppia cornice di diversa geometria 159
9.3 Confronto tra PPA1001 solo e con cornici 163
10. CONCLUSIONI 173
APPENDICE A 177
APPENDICE B 179
APPENDICE C 181
Bibliografia 185

CAPITOLO 1

INTRODUZIONE

1.1 L'energy Harvesting

Per Energy Harvesting (conosciuto anche come Power Harvesting, energy scavenging o ambient power) si intende il processo mediante il quale un dispositivo è in grado di catturare ed immagazzinare energia proveniente da fonti esterne [1].
Le fonti ambientali che maggiormente vengono utilizzate per alimentare questi sistemi sono l'energia solare, l'energia termica, l'energia proveniente da radio frequenze e l'energia meccanica. Dispositivi in grado di attuare tale processo sono chiamati *Harvester*.
Viene riportato di seguito un grafico nel quale si ha una suddivisione generale di tali dispositivi, sia in base alla tipologia di energia con la quale possono essere alimentati, sia per quanto riguarda il principio con il quale funzionano.

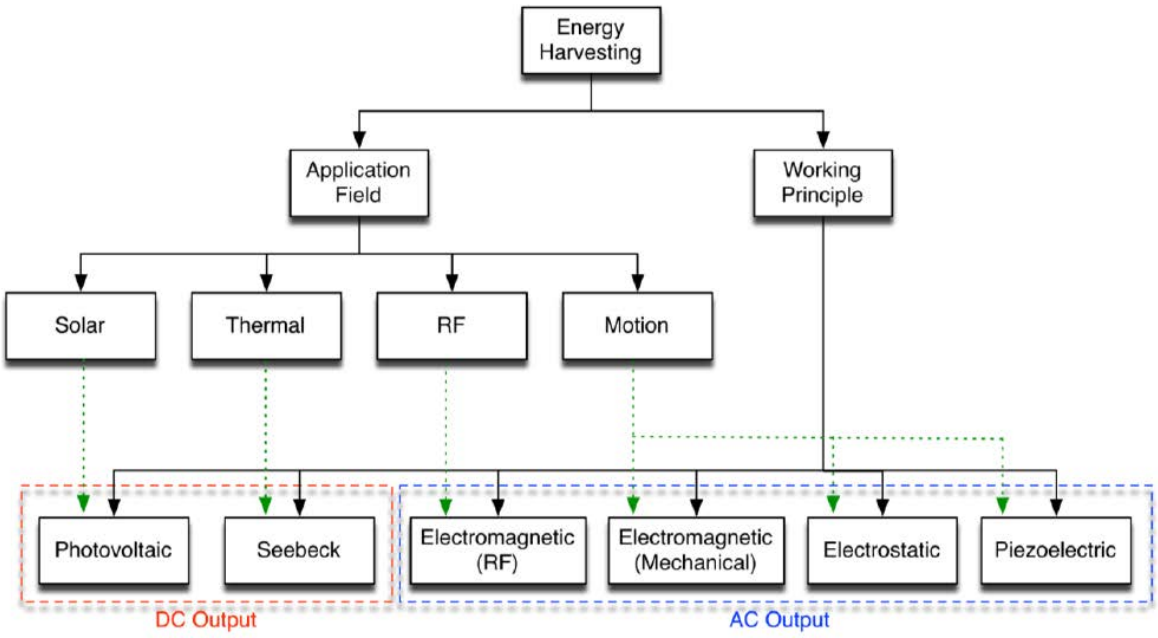


Figura 1.1.1 Tipologie di Energy Harvesting [2]

L'Harvesting fotovoltaico è sicuramente la tipologia più comune, grazie all'elevata diffusione di pannelli fotovoltaici negli ultimi anni. Questi hanno tuttavia lo svantaggio di non essere in grado di reperire energia nelle giornate non soleggiate e in ambienti chiusi. Per quanto riguarda la conversione di energia termica in elettrica, si hanno strumenti in grado di sfruttare la differenza di temperatura convertendola in elettricità mediante l'effetto Seebeck. Il vantaggio è la numerosità

di oggetti che producono energia termica che viene dissipata nell'ambiente, lo svantaggio è l'ancora scarsa efficienza nella conversione energetica. Anche per quanto riguarda le onde radio si ottiene una densità di potenza elettrica molto bassa. Un buon compromesso tra qualità della conversione e reperibilità della fonte energetica è dato dalle vibrazioni meccaniche. Infatti, tutti gli oggetti in movimento creano vibrazioni di questo tipo, per esempio macchinari industriali, elettrodomestici, mezzi di trasporto, tutto ciò che viene coinvolto da onde sismiche, fino al semplice movimento umano. Le quantità energetiche che sono in grado di recuperare queste tecnologie vanno dall'ordine dei mW per piccoli Harvester, come si può vedere dalla Tabella 1, fino ad alcuni kW per applicazioni di grandi dimensioni come ad esempio il recupero di energia da ammortizzatori o onde marine.

Tabella 1.1.1 Quantità di energia recuperabile dalle diverse tipologie di Harvester [3]

ENERGY SOURCES AND THE ENERGY THEY CAN GENERATE		
ENERGY SOURCE	**TYPICAL ENERGY LEVEL GENERATED**	**TYPICAL APPLICATION**
Small solar panels	100s of mW/cm^2 (Direct or indirect sunlight)	Handheld electronic devices
Seebeck devices (which convert heat energy into electrical energy)	10s of $\mu W/cm^2$ (From body heat)	Remote wireless sensors
	10s of mW/cm^2 (From furnace exhaust stack)	Remote wireless actuators
Piezoelectric devices (which produce energy by either compression or deflection of the device)	100s of $\mu W/cm^2$	Handheld electronic devices or remote wireless actuators
RF energy from an antenna	100s of pW/cm^2	Remote wireless sensors

Per questi oggetti appena elencati, come macchinari industriali, elettrodomestici e anche il movimento umano, si vogliono avere dei sensori di monitoraggio di dimensioni che siano le più ridotte possibile, in modo che l'ingombro sia limitato. Questo è uno dei motivi che ha portato la ricerca a focalizzarsi sulla possibilità di miniaturizzare tali sensori, e fare in modo di farli funzionare senza l'ausilio di fili

(*reti di sensori wireless o WSN wireless sensor networks*). Tuttavia, alimentandoli a batterie necessitano di una manutenzione periodica, e questo può essere un problema se il sensore si trova in una posizione scomoda, oppure che necessita lo spegnimento del macchinario per un periodo più o meno lungo. Inoltre, se si pensa a dispositivi mobili, le batterie possono costituire un aumento di peso e quindi una scomodità ulteriore. Ecco i motivi principali per i quali si stanno studiando dispositivi di Energy Harvesting di dimensioni sempre più ridotte e che siano in grado di sostituire l'alimentazione a batteria.

Un esempio di questa tendenza al micro-energy Harvesting sono dispositivi chiamati con l'acronimo MEMS (*Microelectromechanical Systems*, si veda Figura 1.1.2) che ricavano energia dall'ambiente, tramite una vibrazione meccanica e la trasferiscono sotto forma di corrente elettrica.

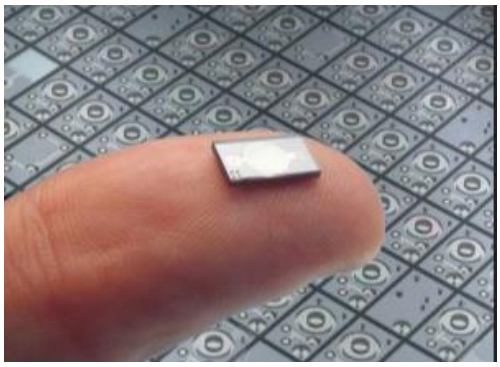


Figura 1.1.2 Dispositivo MEMS [4]

Vediamo un paio di applicazioni di questi micro-dispositivi applicati al movimento umano.
Viene prodotta energia durante le normali attività quotidiane, come la scrittura(~1 mW), movimento degli arti superiori (~10 mW), respirazione (~100 mW), cammino (~1 W). Per tale motivo Shenck e Paradiso [5] studiarono una tipologia di Harvester inserito nelle suole di un paio di scarpe, in modo tale da raccogliere energia dal semplice moto umano (Figura 1.1.3). La quantità di potenza ricavata in tale studio è stata di 8.4 mW con l'Harvester costituito da materiale piezoelettrico bimorfo.

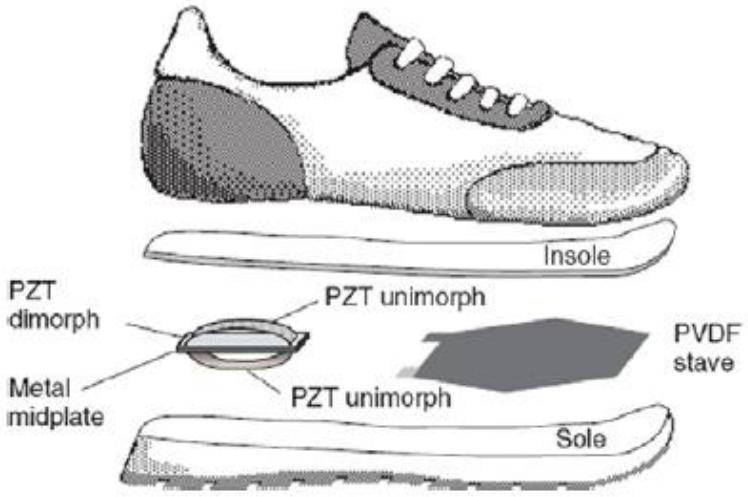


Figura 1.1.3 Harvester applicato in una suola di scarpa [5]

Un'ulteriore applicazione, molto interessante e che dimostra ulteriormente la necessità di avere dispositivi che siano in grado di autoalimentarsi e che abbiano piccole dimensioni è lo studio fatto da Dagdeviren, Yang e altri [6], sulla possibilità di recuperare energia dal naturale battito cardiaco. Lo studio è stato svolto sia su un cuore bovino che uno ovino (Figura 1.1.4), che hanno dimensione simile a quello umano. Gli Harvester sono stati disposti con tre diverse orientazioni (0°, 45° e 90°), e i test sono stati svolti in vivo. La densità di potenza media ottenuta è di circa 0.18 $\mu W/cm^2$ con la soluzione a 45°, rivelatasi quella più efficiente. Con l'aumento degli strati piezoelettrici è stato possibile raggiungere una potenza pari a 1.2 $\mu W/cm^2$, quantità di potenza sufficiente per alimentare un pacemaker.

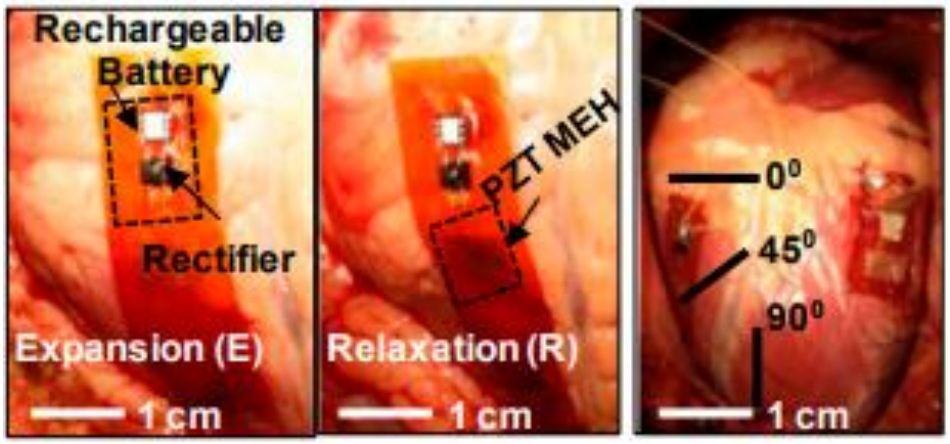


Figura 1.1.4 Harvester piezoelettrico montato su un cuore bovino mostrato durante l'espansione a sinistra e il rilassamento al centro. A destra gli Harvester orientati con le tre differenti direzioni [6]

Questi esempi sono la dimostrazione di come dispositivi indossabili possano permettere l'immagazzinamento di energia e la possibilità di utilizzarla per caricare dispositivi mobili come per esempio cellulari, pc o radio trasmittenti.

Per il recupero di energia di tipo meccanico, come visto in Figura 1, gli Harvester sono di tipo piezoelettrico, elettrostatico oppure elettromagnetico.
Nei convertitori elettromagnetici è presente un sistema a magnete permanente il cui flusso è concatenato con uno o più avvolgimenti. Il moto relativo tra magnete permanente e avvolgimento, causato dalle vibrazioni, induce ai capi dell'avvolgimento stesso una tensione proporzionale alla variazione nel tempo del flusso magnetico, in accordo con la legge dell'induzione elettromagnetica.
I convertitori elettrostatici o capacitivi invece includono una capacità le cui armature sono solidali, rispettivamente, con base e massa sismica. Assumendo che la capacità sia mantenuta in condizioni di carica costante, il moto relativo tra le armature causato dalle vibrazioni induce tra queste una tensione proporzionale alla variazione della capacità nel tempo. La limitazione fondamentale consiste nella necessità di una condizione di precarica della capacità, al fine di poter attuare la conversione.
Infine, gli Harvester piezoelettrici sfruttano appunto la piezoelettricità, la quale offre densità di potenze più elevate comparata con la trasduzione elettrostatica (la quale necessita inoltre di una polarizzazione iniziale) e sono migliori per l'implementazione dei dispositivi MEMS, a causa della non limitazione della miniaturizzazione dei magneti che si ha nel caso di harvester ferromagnetici. Dunque, la tipologia di Harvester che è stata utilizzata per questo lavoro di tesi è di tipo piezoelettrico.

Nel prossimo capitolo viene data una spiegazione più dettagliata del funzionamento degli Harvester piezoelettrici.

1.2 Gli Harvester Piezoelettrici

La Piezoelettricità è la carica elettrica che viene accumulata in certi materiali (come cristalli, certi materiali ceramici e anche materiali biologici come ossa e varie proteine) in risposta all'applicazione di una tensione meccanica [7].

L'effetto piezoelettrico è inteso come l'interazione elettromeccanica tra lo stato meccanico ed elettrico nei materiali cristallini. È un processo reversibile. Per dare dei numeri i cristalli di piombo-zirconato di titanio generano un valore di piezoelettricità misurabile quando vengono deformati dello 0.1%; e viceversa possono variare la propria dimensione dello 0.1% quando è applicato un campo elettrico esterno.

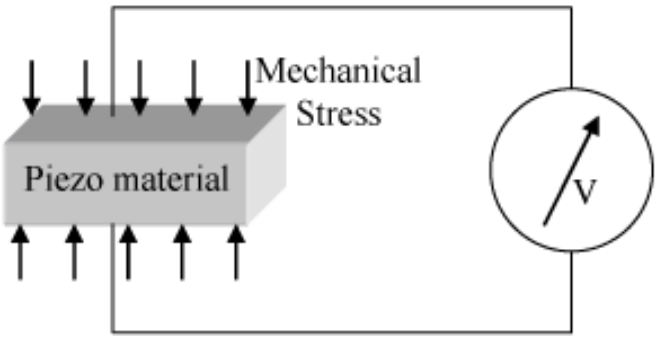


Figura 1.2.1 La piezoelettricità [8]

Nello specifico, certe strutture cristalline hanno un bilancio di carica con polarizzazione negativa e positiva. Quando questo bilancio di carica viene perturbato da una tensione meccanica esterna, l'energia trasferita dal moto delle cariche elettriche crea corrente nel cristallo. Viceversa, con una tensione elettrica esterna, si crea uno sbilanciamento di carica che causa uno stress meccanico. Per un cristallo monocristallino le cariche hanno direzione mono assiale, quindi il cristallo ha simmetria anche se viene separato in due. Un materiale policristallino invece è caratterizzato da regioni con differenti assi polari. Per ottenere l'effetto piezoelettrico in questo caso, si deve operare una polarizzazione, cioè il cristallo viene riscaldato fino al punto di Curie, in modo tale che il calore permette alle molecole di muoversi liberamente e il campo elettrico forza i dipoli a riarrangiarsi secondo la direzione di tale campo.

Figure 4. Polycrystal.

Figure 5. (**a**) Polarizations; (**b**) Surviving Polarity.

Figura 1.2.2 Polarizzazione di un materiale policristallino [2]

Come risultato si ottiene una tensione con verso della polarità che compare tra gli elettrodi quando il materiale è compresso, e viceversa una polarità opposta se viene sottoposto a trazione. Compare invece una deformazione del materiale se viene applicata una differenza di potenziale; in particolare se viene applicata una corrente alternata, il materiale vibrerà con una frequenza pari a quella del segnale.

I materiali piezoelettrici vengono pertanto utilizzati per convertire energia elettrica in energia meccanica come attuatori e viceversa come sensori.

1.3 Modellazione matematica della piezoelettricità

In questo capitolo vengono riportate le equazioni che governano un materiale con proprietà piezoelettriche.

Nel caso di lineare piezoelettricità, le equazioni di lineare elasticità sono accoppiate con le equazioni della carica elettrostatica per mezzo delle costanti piezoelettriche.

Per prima cosa vengono riportate brevemente le formule relative ai campi meccanico ed elettrico in modo da offrire una teoria di base completa.

- *Considerazioni meccaniche*

Una porzione simmetrica di gradiente spaziale relativo allo spostamento determina un tensore di deformazione indicato con S_{ij}:

$$S_{ij} = \frac{1}{2}(u_{ij} + u_{ji})$$

Dove $u_{ji} = \frac{\partial u_i}{\partial x_j}$

L'interazione meccanica tra due porzioni di corpo continuo, separate da una superficie arbitraria S, si assume esprimibile mediante il vettore trazione, che è definito come la forza per unità di area $\boldsymbol{T}_j$, agente attraverso la superficie in un punto e indipendente dall'orientazione della superficie stessa. Questo comporta l'esistenza di un tensore delle tensioni T_{ij}, legato al precedente da:

$$T_j = n_i T_{ij}$$

Dove n_i indica le componenti normali alla superficie alla quale agisce il vettore trazione.

- *Considerazioni elettriche*

Nella teoria elettrica, le componenti cartesiane dell'intensità di campo elettrico e dello spostamento elettrico sono indicate rispettivamente con E_i e D_i, dove:

$$D_i = \varepsilon_0 E_i + P_i$$

Con P_i permittività del vuoto, pari a $8.854{*}10^{-12}$ F/m.

- *Piezoelettricità lineare*

La conservazione dell'energia per un continuo con comportamento piezoelettrico lineare, per la prima legge della termodinamica risulta:

$$\dot{U} = T_{ij}\dot{S_{ij}} + E_i\dot{D}_i$$

Dove U è la densità di energia immagazzinata per il continuo piezoelettrico.

La densità di entalpia elettrica è definita come:

$$H = U - E_i D_i$$

Perciò derivandola:

$$\dot{H} = T_{ij}\dot{S_{ij}} + D_i\dot{E}_i$$

Dunque, si può concludere che:

$$T_{ij} = \frac{\partial H}{\partial S_{ij}}$$

E

$$D_i = -\frac{\partial H}{\partial E_i}$$

Nella teoria della lineare elasticità la forma assunta dalla densità di entalpia H è la seguente:

$$H = \frac{1}{2}\, c_{ijkl}^{E} S_{ij} S_{kl} - e_{kij} E_k S_{ij} - \frac{1}{2}\, \varepsilon_{ij}^{S} E_i E_j$$

Dove

- c_{ijkl}^{E} = modulo di Young
- e_{kij} = costante piezoelettrica
- ε_{ij}^{S} = costante dielettrica

In generale vi sono 21 costanti elastiche indipendenti, 18 costanti piezoelettriche indipendenti e 6 costanti dielettriche indipendenti.

Combinando le equazioni precedenti si ottengono le equazioni costitutive:

$$\begin{cases} T_{ij} = c_{ijkl}^{E} S_{kl} - e_{kij} E_k \\ D_i = e_{ikl} S_{kl} + \varepsilon_{ij}^{S} E_k \end{cases}$$

Volendo scrivere i tensori elastico e piezoelettrico in forma matriciale, viene introdotta una notazione matriciale opportuna, dove:

$ij = p$

$kl = q$

Risultano così le equazioni costitutive di un materiale piezoelettrico:

$$\begin{cases} T_p = c_{pq}^{E} S_q - e_{kp} E_k \\ D_i = e_{iq} S_q + \varepsilon_{ik}^{S} E_k \end{cases}$$

Un importante parametro è il *fattore di accoppiamento elettromeccanico* k_{iq}, il quale descrive la conversione da energia meccanica in elettrica, ed è definito in termini di coefficienti del materiale:

$$k_{iq}^2 = \frac{W_i^{electrical}}{W_i^{mechanical}} = \frac{e_{iq}^2}{\varepsilon_{ik}^S c_{pq}^E + e_{iq}^2}$$

L'efficienza di tale conversione energetica invece può essere espressa come un rendimento energetico, con la seguente equazione:

$$\eta = \frac{\frac{k^2}{2(1-k^2)}}{\frac{1}{Q} + \frac{k^2}{2(1-k^2)}}$$

Dove Q è un *fattore di qualità* del generatore.

CAPITOLO 2

LE VIBRAZIONI PERIODICHE

2.1 Esempi di vibrazioni periodiche in ambito industriale

Per qualsiasi dispositivo meccanico, in particolare in ambito industriale dove la manutenzione svolge un ruolo fondamentale, si vuole avere la possibilità di tenere sotto controllo i parametri più importanti che influiscono sulle lavorazioni, come temperatura, pressione e le vibrazioni prodotte per evitare che influiscano negativamente sulle prestazioni e sull'affidabilità dell'apparato in questione. Tale monitoraggio viene per lo più effettuato tramite appositi sensori situati in posizioni peculiari che permettono di rilevare i suddetti parametri. È possibile dunque sfruttare il feedback di tali sensori per verificarne il corretto funzionamento, oppure per prevedere un futuro guasto e quindi agire nell'ottica di una manutenzione preventiva. Questi sensori devono ovviamente essere di piccole dimensioni in modo tale da non creare ingombri in quanto il più delle volte devono essere posizionati in punti difficilmente accessibili. Per tale motivo si vogliono evitare sensori alimentati a batterie, in quanto la sostituzione può comportare lunghi stop del dispositivo in questione.

Vi è dunque la volontà di utilizzare sensori wireless, autoalimentati con Harvester piezoelettrici.

In particolare, molto diffuse nell'ambito della meccanica sono le vibrazioni di tipo periodico (Figura 2.1.1).

Per vibrazione periodica si intende una vibrazione i cui valori ricorrono periodicamente per alcuni incrementi uguali della variabile indipendente.

Per esempio, una quantità periodica Y, funzione del tempo t, può essere espressa come:

$$Y = f(t) = f(t + n\tau)$$

dove n è un numero intero e t la variabile indipendente, solitamente il tempo [9].

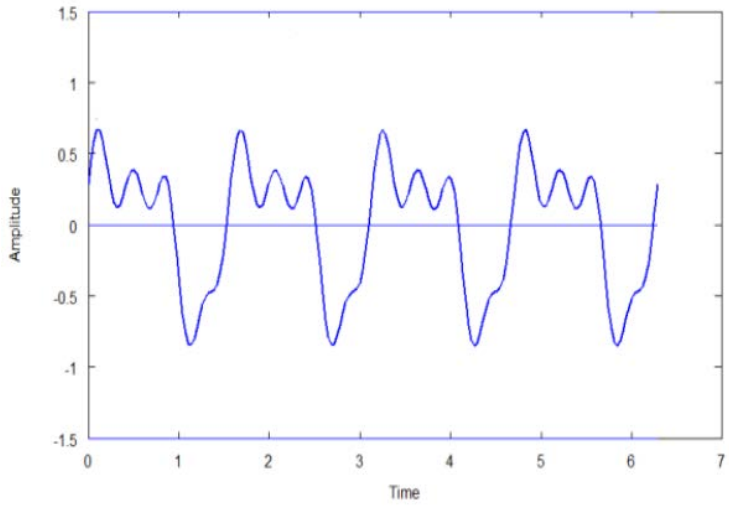


Figura 2.1.1 Esempio di onda periodica [10]

Per tale motivo è necessario sviluppare una tipologia di Harvester in grado di raccogliere energia dalle vibrazioni periodiche. In questo capitolo vengono riportati alcuni esempi di vibrazioni periodiche per dimostrare quanto siano diffuse.

Vibrazioni periodiche di macchine utensili

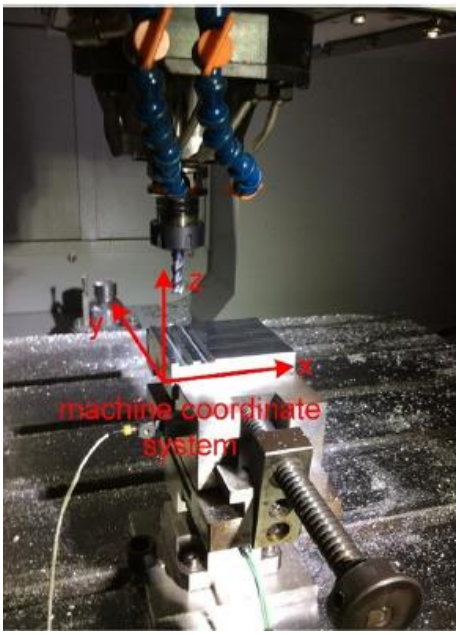


Figura 2.1.2 Centro di lavoro a controllo numerico [11]

Molto diffuse al giorno d'oggi sono le macchine utensili (fresatrici, torni, ecc.) a controllo numerico. Fondamentale è il monitoraggio della temperatura e della pressione dell'olio, oltre che delle vibrazioni per queste macchine, in quanto vanno ad influire sia sulla qualità della finitura superficiale, che sulla vita dell'utensile di lavorazione. Questi macchinari industriali sono alimentati da un motore elettrico, il quale trasmette il moto ad un mandrino rotante tramite una trasmissione interna. Dal moto rotatorio del mandrino, è plausibile aspettarsi una vibrazione di tipo periodico.

Si riporta un esempio di uno studio svolto su un centro di lavoro a controllo numerico, modello JDCT1200E_A12S CNC (Figura 2.1.2).

Il lavoro svolto da Mei e altri [11], è stato quello di monitorare le vibrazioni, in quanto deleterie per quanto riguarda la finitura superficiale fino ad arrivare in alcuni casi a creare problemi di tolleranza dimensionale. Sono state monitorate diverse condizioni di lavoro e ne viene riportata una a titolo di esempio (Figura 2.1.3). La figura riportata si riferisce ad una condizione di lavoro a regime (lo si vede dal grafico nel dominio del tempo), e si nota chiaramente la periodicità. Grazie anche al grafico riportato nel dominio della frequenza si possono vedere i picchi distanziati di un intervallo pari a 150 Hz.

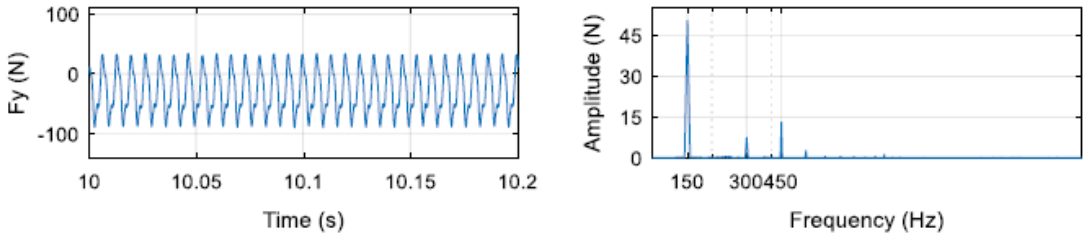


Figura 2.1.3 A sinistra grafico dell'onda periodica dato dalla forza in direzione y di lavorazione e a destra il grafico dello spettro della FRF di un centro di lavoro [11]

Un ulteriore esempio di un centro di lavoro a tre assi, modello VMC0850B, è stato studiato da Yang e altri [12]. Il monitoraggio è stato effettuato durante la lavorazione di un pezzo in alluminio, con lo scopo di migliorarne la qualità superficiale agendo sulla riduzione delle vibrazioni. Vengono riportati alcuni grafici che sono stati ottenuti all'aumentare della profondità di passata dell'utensile sulla barra di alluminio in lavorazione (Figura 2.1.4). Si nota che all'aumentare di tale profondità, compaiono ulteriori picchi di frequenza di risonanza, ma tutti periodici tra loro con periodo di 93 Hz.

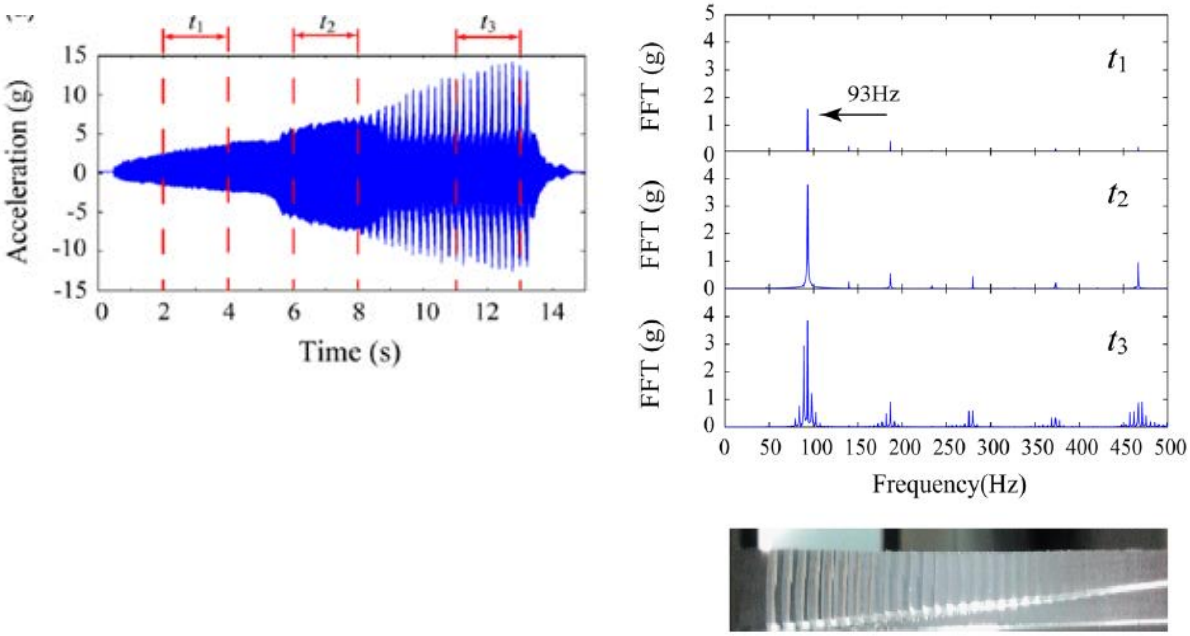


Figura 2.1.4 Grafici accelerazione e spettro FRF con aumento di profondità di passata da 0 a 3 mm [12]

Vibrazioni periodiche di cuscinetti

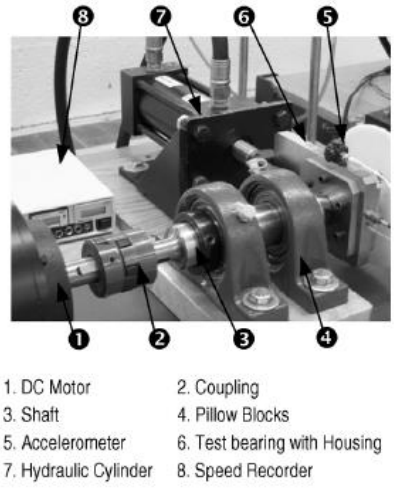


Figura 2.1.5 Il banco di prova allestito per le misurazioni [13]

Ogni qual volta si hanno organi con accoppiamento di tipo foro-albero, con cuscinetti interposti, ci si aspetta la nascita di vibrazioni periodiche data la tipologia di moto rotatorio. È risaputo che i cuscinetti sono organi che servono ad evitare l'usura dei componenti tra i quali vengono interposti. Sono per tale motivo sottoposti di continuo a sollecitazioni di fatica, e quindi tendono ad usurarsi. Una volta che hanno completato il ciclo per i quali sono stati dimensionati tali cuscinetti vengono sostituiti con opere di manutenzione. Può tuttavia accadere che tali cuscinetti subiscano un'usura maggiore e quindi arrivino a rottura, prima della fine di tale ciclo. Ciò comporta, oltre ad una manutenzione non prevista e quindi ad uno stop del macchinario in questione (da notare che il cuscinetto è un organo che si trova nella quasi totalità delle macchine in ambito meccanico), anche ad un possibile danno agli organi meccanici. Dallo studio delle vibrazioni prodotte da cuscinetti a sfera, Yan e Gao [13] hanno studiato la possibilità di ottenere

informazioni utili sulla salute dei cuscinetti stessi. Viene riportato di seguito uno dei grafici che sono stati ottenuti per un cuscinetto a sfera, sano. Le prove sono state fatte in un banco prova equipaggiato di motore elettrico DC, un encoder ottico per misurarne la velocità di rotazione, un accelerometro (Figura 2.1.5)

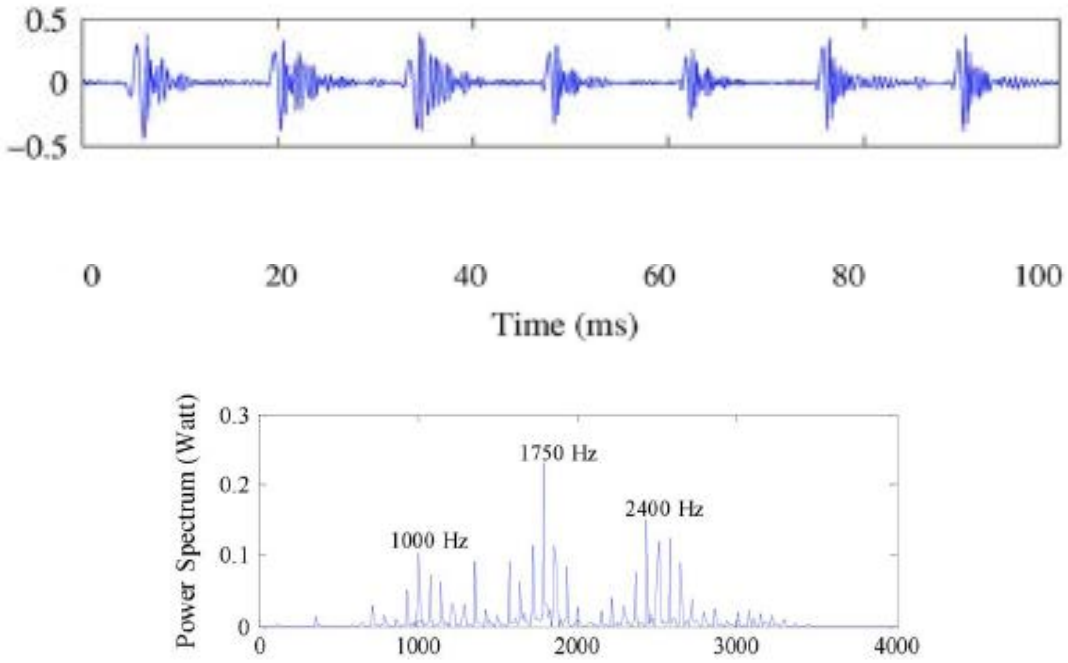


Figura 2.1. 6 Vibrazione di un cuscinetto a sfera nel dominio del tempo e della frequenza [13]

Vibrazioni periodiche di ingranaggi

Considerazioni analoghe ai casi precedenti si possono fare per quanto riguarda gli ingranaggi di un qualsiasi organo meccanico. Può capitare che ha causa delle sollecitazioni a fatica, l'usura continua nel tempo porti alla rottura di uno o più denti di un ingranaggio. Ciò comporterebbe un inevitabile aumento delle vibrazioni e un decadimento della vita residua dell'ingranaggio, in quanto non lavorerebbe più in condizioni ottimali. Per tale motivo si vuole poter monitorare le vibrazioni degli ingranaggi in modo tale da agire tempestivamente nel caso di rottura. Lo studio di Staszewski e altri [14] è stato svolto su un riduttore, nel quale sono state monitorate proprio le vibrazioni generate dapprima dagli ingranaggi sani per poi confrontarli con ingranaggi usurati. Il seguente grafico riporta lo spettro di una ruota dentata sana, composta da 24 denti, mossa da un motore elettrico e

accoppiata con un pignone con 16 denti. Si nota la chiara periodicità, dove il periodo è stato indicato con *fm*.

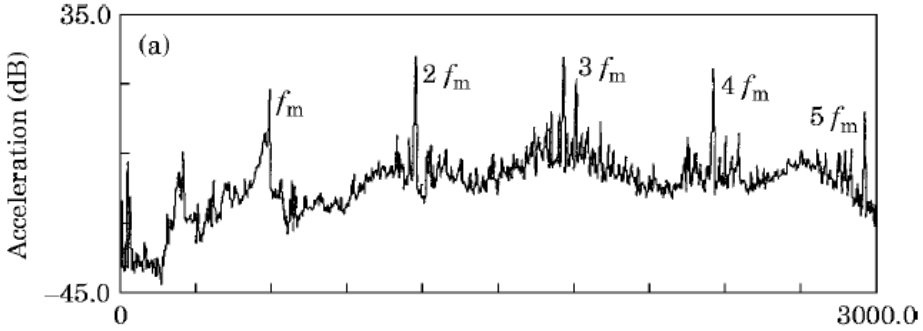


Figura 2.1.7 Grafico dello spettro della FRF di un ingranaggio [14]

Vibrazioni periodiche nei motori

Un esempio ulteriore è il motore Diesel, il cui funzionamento è dato dal moto alternato dei pistoni, ed è composto da organi quali cuscinetti, ruote dentate ecc, e dunque dati i risultati trovati nei precedenti casi è plausibile aspettarsi una periodicità nelle vibrazioni prodotte anche in tal caso. Viene riportato un grafico delle vibrazioni ricavate tramite un accelerometro posizionato su un motore navale Diesel 4-tempi durante il suo funzionamento (Figura 2.1.8). Il grafico è stato ricavato per verificare che tali vibrazioni rientrino nei livelli costruttivi accettabili e non siano troppo elevate, in quanto deleterie per gli organi in questione e per il comfort. Si nota anche qui la periodicità dei picchi, con un periodo di 5Hz.

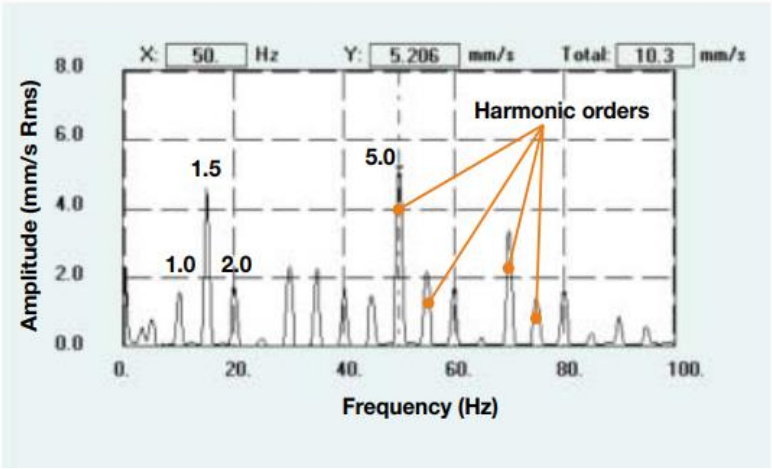


Figura 2.1.8 Tipico grafico dello spettro della FRF di un motore Diesel 4-tempi [15]

2.2 Stato dell'arte su Harvester per recupero di energia da vibrazioni periodiche

Dagli esempi appena visti si capisce la diffusione della tipologia di vibrazioni periodiche. Tale motivo ha portato a ricercare delle metodologie in grado di recuperare l'energia da tali vibrazioni.

Un importante lavoro in tale campo è stato fatto da Waterbury e Wright [16], riguardante il recupero di energia da macchinari industriali, per poter alimentarne alcuni sensori di monitoraggio wireless. La funzionalità dei suddetti sensori è quella di permettere una previsione di un eventuale danneggiamento incipiente.

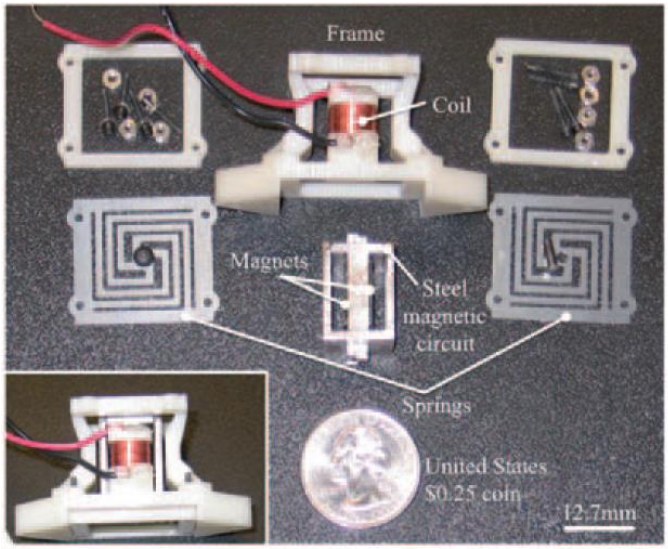


Figura 2.2.1 Componenti del prototipo di Harvester [16]

Lo studio in questione è stato svolto utilizzando Harvester di tipo elettromagnetico applicati sia ad un grande motore di una pompa industriale che ad un centro di lavoro durante un'operazione di taglio. Le dimensioni del prototipo di sensore usato munito di Harvester sono molto ridotte: un cubo di circa 2.5 cm, cioè di ingombro molto ridotto. Per poter ricavare le vibrazioni prodotte, sono stati utilizzati accelerometri di tipo tridimensionale, posizionati in punti peculiari della pompa prima e della macchina utensile poi. Vengono riportati di seguito due grafici a titolo di esempio, riguardanti lo spettro del modulo della funzione di trasferimento in una delle tre direzioni date dall'accelerometro sia della pompa che della fresatrice durante la lavorazione di un pezzo di alluminio:

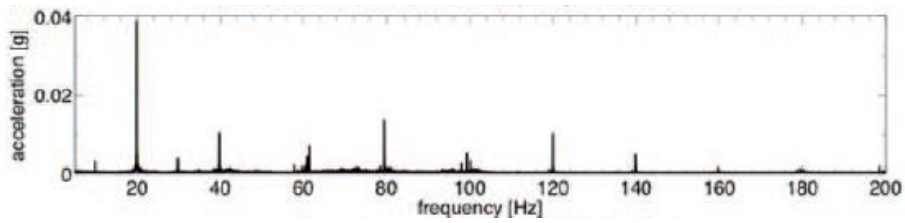


Figura 2.2.2 Grafico modulo FRF della pompa [16]

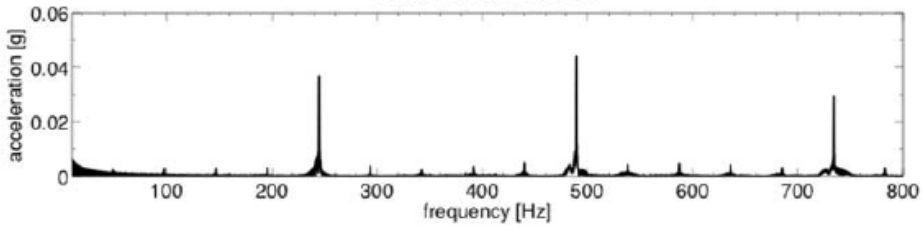


Figura 2.2.3 Grafico FRF fresatrice [16]

I grafici riportati mostrano chiaramente che entrambi i macchinari considerati producono vibrazioni di tipo periodico. I range di potenza studiati per quanto riguarda il motore della pompa idraulica, sono stati da 15 a 30 kW, e le potenze ricavate dall'Harvester da 0.2 a 1.5 mW. Durante la lavorazione della macchina utensile invece il range di potenze ricavate è stato tra 0.9 e 1.9 mW. Tali valori di potenze ottenuti sono sufficienti per alimentare i sensori che si trovano in commercio, senza l'ausilio di batterie.

Lo studio che è stato svolto e riportato in questa tesi riguarda Harvester di tipo Piezoelettrico, che posseggono i vantaggi già descritti nel capitolo 1.

CAPITOLO 3

MODELLO ELETTROMECCANICO DEL CANTILEVER PIEZOELETTRICO

3.1 Cantilever Beam

Per studiare l'energia elettrica prodotta da una vibrazione grazie all'effetto piezoelettrico, si utilizza una configurazione dell'Harvester disposto come una trave a mensola (Figura 3.1.1), cioè vincolato con un incastro ad un estremo, mentre all'estremo libero verrà applicata una sollecitazione che creerà la vibrazione.

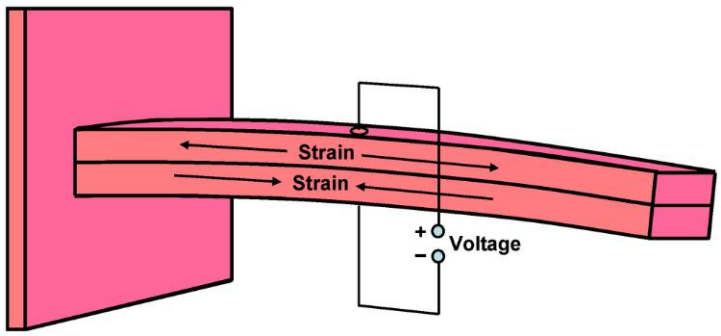


Figura 3.1.1 Esempio di Harvester con disposizione cantilever beam [17]

Il modello matematico di tale sistema è un semplice modello molla-smorzatore. Viene riportato di seguito con il relativo schema del comportamento in frequenza:

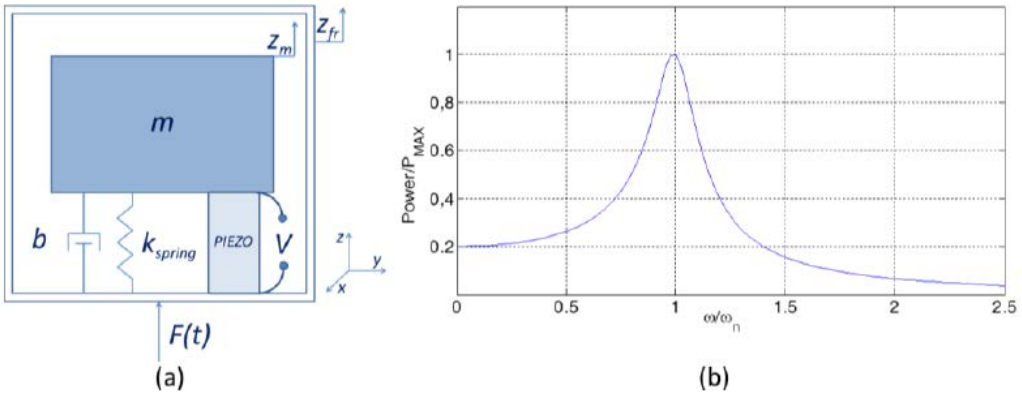


Figura 3.1.2 Modello matematico dell'Harvester piezoelettrico e comportamento in risonanza [2]

La pulsazione naturale è ricavabile tramite la formula per il sistema ad un grado di libertà:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Tali dispositivi sono formati da uno strato di materiale piezoelettrico disposto su uno strato di materiale di supporto, solitamente costituito di acciaio (Figura 3.1.3). Per questo motivo si necessita di un modello analitico che tenga conto oltre che del comportamento a mensola anche di quello piezoelettrico.

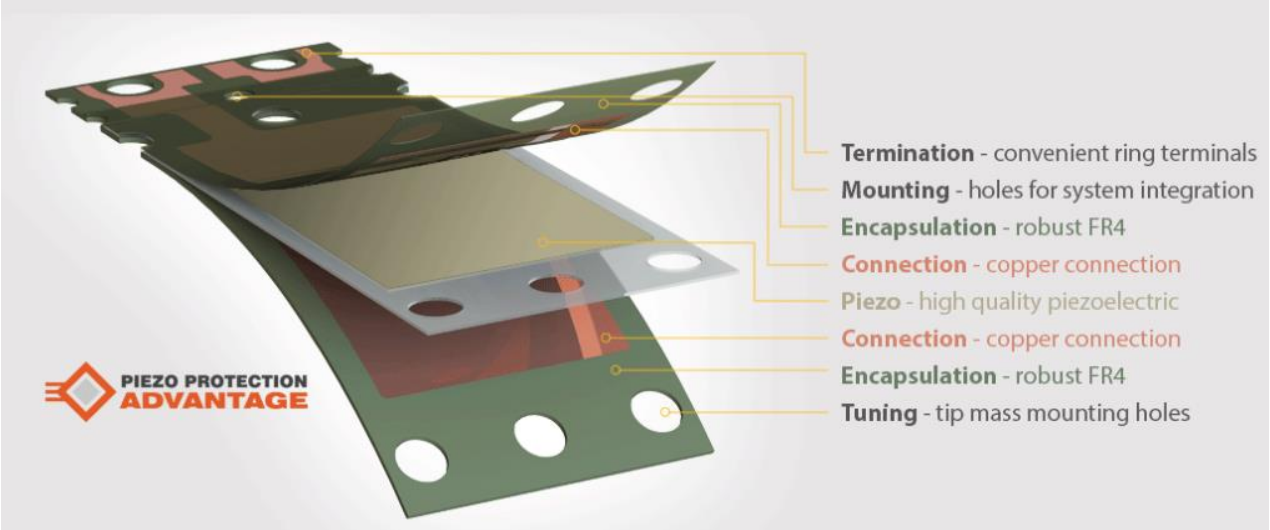


Figura 3.1.3 Gli strati di materiale che formano un Harvester [18]

3.2 Modello analitico

Viene perciò riportata in questo capitolo la trattazione matematica relativa agli Harvester piezoelettrici con un singolo layer di materiale piezoelettrico, detti unimorfi [19]. Si considera dapprima il comportamento meccanico partendo dalla teoria della trave a mensola, per poi successivamente collegarla alla teoria elettrica del circuito collegato all'Harvester, che consiste nell'output del dispositivo (Figura 3.2.1).

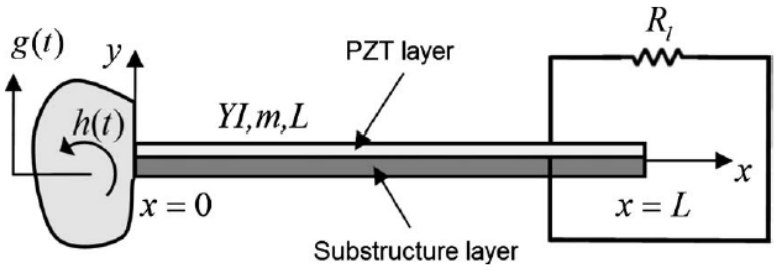


Figura 3.2.1 Harvester piezoelettrico a mensola con circuito [19]

Per prima cosa vengono riportate le ipotesi di lavoro:

- Deformazioni che rientrano nel campo di elasticità lineare.
- Le oscillazioni sono di piccola entità (nell'intorno della posizione di equilibrio stabile).
- Deformazioni a taglio e rotazionale sono trascurate.
- Trave sottile (lunghezza assiale molto inferiore allo spessore).
- I vari strati si suppone siano perfettamente incollati tra loro.

Indicando con M il momento flettente al quale è sottoposta la trave, w il valore di spostamento dalla posizione di equilibrio a causa della vibrazione e m la massa per unità di lunghezza della trave, l'equazione d'onda di una generica trave a mensola sottoposta a vibrazioni flessionali libere è ricavata dalla teoria di Eulero-Bernoulli:

$$\frac{\partial^2 \mathrm{M(x,t)}}{\partial \mathrm{x}^2} + \mathrm{m}\frac{\partial^2 \mathrm{w(x,t)}}{\partial \mathrm{t}^2} + \mathrm{c_s I}\frac{\partial^5 \mathrm{w(x,t)}}{\partial \mathrm{x}^4\, \partial \mathrm{t}} + \mathrm{c_a}\frac{\partial \mathrm{w(x,t)}}{\partial \mathrm{t}} = 0 \qquad (3.2.1)$$

Dove c_s è un coefficiente che tiene conto dell'inerzia interna della trave, I il momento d'inerzia equivalente della sezione dell'harvester, mentre c_a considera lo smorzamento viscoso esterno dato dall'aria.

Avendo indicato con h_a la quota inferiore del layer del materiale di supporto e con h_b la quota superiore, coincidente con la base inferiore dello strato di materiale piezoelettrico (grazie all'ipotesi di perfetto incollaggio tra gli strati), e infine con h_c la quota superiore di tale strato, come mostrato in Figura 3.2.2; viene ora espresso il momento flettente M in funzione della tensione sulla trave, tenendo conto che si avrà un diverso comportamento dello strato di materiale piezoelettrico rispetto al materiale di supporto (acciaio).

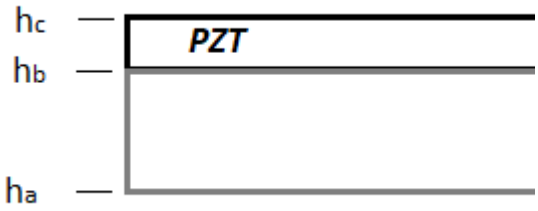


Figura 3.2.2 Spessore dei layer in un generico harvester piezoelettrico unimorfo

$$M(x,t) = -\int_{h_a}^{h_b} T^s b y dy - \int_{h_b}^{h_c} T^p b y dy \qquad (3.2.2)$$

Dove con T sono indicate le tensioni, con b la larghezza della trave e con y lo spostamento dell'x-esimo elemento della trave dall'asse.

Le tensioni agenti rispettivamente sullo strato di supporto e su quello piezoelettrico, vengono indicate con i pedici s e p rispettivamente. La prima è esattamente la legge di Hooke data l'ipotesi di lineare elasticità, mentre la seconda è esprimibile mediante la prima legge costitutiva dei materiali piezoelettrici, ricavata nel paragrafo 1.3:

$$T^s = Y_s S^s$$

$$T^p = Y_p (S^p - d_{31} E_3)$$

Dove si è scelto di cambiare notazione per il modulo di Young, indicandolo con Y anziché con c_{pq}^E. d è una costante piezoelettrica ed E il campo magnetico. Quest'ultimo lo si può indicare in funzione della tensione elettrica che attraversa lo strato piezoelettrico: $E_3 = v(t)/h_p$, dove h è lo spessore del suddetto strato.

Avendo indicato con y distanza in direzione trasversale dall'asse della trave (Figura 3.2.1), si può scrivere la deformazione in funzione della curvatura della trave, che successivamente si andrà a sostituire nell'equazione (3.2.2):

$$S = -y \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2}$$

$$M(x,t)=\int_{h_a}^{h_b} Y_s \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} by^2 dy + \int_{h_b}^{h_c} Y_p \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} by^2 dy - \int_{h_b}^{h_c} v(t) Y_p by \frac{d_{31}}{h_p} dy \quad (3.2.3)$$

L'equazione (3.2.*3*) può essere convenientemente scritta, assumendo che lo strato piezoelettrico copra tutta la lunghezza della trave come mostrato in Figura 3.2.1, introducendo la funzione di Heaviside:

$$M(x,t)=YI \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} + \vartheta v(t)[H(x) - H(x - L)] \quad (3.2.4)$$

Dove L è la lunghezza della trave e ϑ un termine detto di accoppiamento, dato da:

$$\vartheta = -\frac{Y_p d_{31} b}{2h_p}(h_c^2 - h_b^2)$$

È importante notare, per i successivi passaggi, che la funzione di Heaviside ha come derivata distribuzionale proprio la delta di Dirac: $\delta(x) = \frac{dH(x)}{dx}$.

A questo punto si procede scomponendo la coordinata dello spostamento assoluto dovuto alla vibrazione come somma dello spostamento della base e di quello relativo:

$$W(x,t)=w_b(x,t) + w_{rel}(x,t) \quad (3.2.5)$$

Sostituendo (3.2.*5*) in (3.2.*4*) si ottiene dunque:

$$YI \frac{\partial^4 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4} + m \frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial t^2} + C_s I \frac{\partial^5 w_{rel}(x,t)}{\partial x^4 \partial t} + C_a \frac{\partial w_{rel}(x,t)}{\partial t} + \vartheta v(t) \left[\frac{d\delta(x)}{dx} - \frac{d\delta(x-L)}{dx}\right] = -m \frac{\partial^2 w_b(x,t)}{\partial t^2} - C_a \frac{\partial w_b(x,t)}{\partial t} \quad (3.2.6)$$

Si è scelto di procedere risolvendo l'equazione differenziale (3.2.6) con l'approccio modale.

Innanzitutto, lo spostamento relativo del generico elemento x al generico istante t lo si indica con la soluzione stazionaria:

$$w_{rel}(x,t) = \phi(x)\eta(t) \tag{3.2.7}$$

Dove il termine spaziale è dato da:

$$\phi(x) = \sqrt{\frac{1}{mL}}\left[\cosh\frac{\lambda}{L}x - \cos\frac{\lambda}{L}x - \sigma_r\left(\sinh\frac{\lambda}{L}x - \sin\frac{\lambda}{L}x\right)\right]$$

Con λ_r frequenze adimensionalizzate ottenute dall'equazione caratteristica: $1 + cos\lambda cosh\lambda = 0$

E

$\sigma_r = \frac{\sinh\lambda - \sin\lambda}{\cosh\lambda + \cos\lambda}$

La quale soddisfa le due equazioni di ortogonalità:

$$\int_{x=0}^{L} m\phi_s(x)\phi_r(x)dx = \delta_{rs}$$

$$\int_{x=0}^{L} YI\phi_s(x)\frac{d^4\phi_r(x)}{dx^4}dx = \omega_n^2\delta_{rs}$$

Dove δ_{rs} è detto delta di Kronecker ed è definito pari a 1 se s=r, oppure pari a 0 se s≠r; e ω_n è la frequenza naturale, pari a:

$$\omega_n = \lambda^2\sqrt{\frac{YI}{mL^4}}$$

E si ottiene l'equazione differenziale modale seguente:

$$\frac{d^2\eta(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n \frac{d\eta(t)}{dt} + \omega_n^2\eta(t) + \chi v(t) = F(t) \qquad (3.2.8)$$

Dove χ vale:

$$\chi = -\frac{Y_p d_{31} b}{2h_p}(h_c^2 - h_b^2)\frac{d\phi(x)}{dx}|_{x=L}$$

Mentre il coefficiente di smorzamento viscoso, ζ è dato da:

$$\zeta = \frac{C_s I \omega_r}{2YI} + \frac{C_a}{2m\omega_r}$$

e contiene sia l'effetto d'inerzia che quello dovuto alla viscosità dell'aria.

Per tener conto della multi-fisicità dell'harvester, si va ora a considerare la carica elettrica nello strato piezoelettrico. Questa sarà data dall'integrale nell'area dello spostamento elettrico delle cariche D. Tale spostamento sarà in generale lungo le tre direzioni spaziali, ma in tal problema si considera che lo spostamento delle cariche avvenga solo in una sola direzione, quella ortogonale all'asse della trave (Figura 3.2.3). Perciò l'unico termine non nullo è quello in direzione 3:

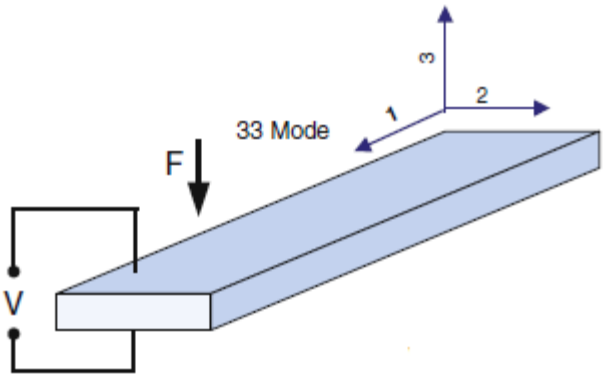


Figura 3.2.3 Direzioni di sollecitazione

Dunque, la carica elettrica sarà pari a:

$$q(t) = \int \mathbf{D}\,\mathbf{n}\,dA = -\int_{x=0}^{L} D_3 dx \tag{3.2.9}$$

Dalla seconda relazione costitutiva del materiale piezoelettrico ricavata nel paragrafo 1.3 si può scrivere che:

$$D_3(x,t) = d_{31}T_1 + \varepsilon_{33}E_3 = d_{31}Y_p S_1(x,t) - \varepsilon_{33}\frac{v(t)}{h_p} \tag{3.2.10}$$

E, anche per lo strato piezoelettrico si indica la tensione in funzione della curvatura:

$$S_1(x,t) = -h_{pc}\frac{\partial^2 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2} \tag{3.2.11}$$

Dove h_{pc} è la distanza dell'asse dello strato piezoelettrico dall'asse neutro.

Allora sostituendo le equazioni (3.2.10) e (3.2.11) nell'equazione (3.2.9) ed esprimendo anziché la carica, la corrente elettrica si ottiene l'equazione:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{v(t)}{R} = -\int_{x=0}^{L} d_{31}Y_p h_{pc} b \frac{\partial^3 w_{rel}(x,t)}{\partial x^2\,\partial t}dx - \frac{\varepsilon_{33} bL}{h_p}\frac{dv(t)}{dt}$$

Sostituendo l'equazione (3.2.7), si può riscrivere in modo più compatto come:

$$\frac{v(t)}{R} + C_p\frac{dv(t)}{dt} = \varphi\frac{d\eta(t)}{dt} \tag{3.2.12}$$

Dove:

$$C_p = \frac{\varepsilon_{33} bL}{h_p}$$

E:

$$\varphi = -\frac{d_{31} Y_p h_{pc} h_p}{\varepsilon_{33}^S L} \int_{x=0}^{L} \frac{d^2\phi(x)}{dx^2} dx = -\frac{d_{31} Y_p h_{pc} h_p}{\varepsilon_{33}^S L} \frac{\mathrm{d}\phi(\mathrm{x})}{\mathrm{dx}} |_{\mathrm{x=L}}$$

Per ipotesi si suppone che la tensione che attraversa la resistenza R collegata all'harvester e la risposta meccanica della barra siano armoniche con la stessa frequenza, cioè:

$$v(t) = V_0 e^{i\omega t} \tag{3.2.13}$$

$$\eta(t) = \eta_0 e^{i\omega t}$$

Sostituendo rispettivamente nelle equazioni (3.2.12) e (3.2.8), si ottiene un sistema di due equazioni:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R} + i\omega C_p\right) V_0 = i\omega\varphi\eta_0 & (3.2.14) \\ (-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_n\omega + \omega_n^2)\eta_0 + \chi V_0 = F_0 & (3.2.15) \end{cases}$$

Queste sono rispettivamente l'equazione della risposta elettrica v(t) ai capi del carico esterno R e l'equazione della risposta meccanica modale η(t).

Da questo sistema si possono ricavare l'ampiezza della tensione e della risposta meccanica della barra. I passaggi dettagliati sono riportati nell'Appendice A:

$$\eta_0 = \frac{(1 + \mathrm{C_p^2 R^2 \omega^2})\mathrm{F_0}}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + \mathrm{C_p^2 R^2 \omega^2}) + \chi\varphi(\mathrm{Ri\omega} + \mathrm{C_p R^2 \omega^2})}$$

$$\mathrm{V_0} = \varphi \frac{(\mathrm{Ri\omega} + \mathrm{C_p R^2 \omega^2})\mathrm{F_0}}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + \mathrm{C_p^2 R^2 \omega^2}) + \chi\varphi(\mathrm{Ri\omega} + \mathrm{C_p R^2 \omega^2})}$$

Lo spostamento della base dell'harvester lo si può esprimere come somma di due contributi, una traslazione g(t) ed una rotazione xh(t):

$$w_b(t) = g(t) + xh(t)$$

Avranno entrambi un andamento armonico del tipo:

$$g(t) = G_0 e^{i\omega t} \qquad (3.2.16)$$

$$h(t) = H_0 e^{i\omega t}$$

La rotazione alla base da un contributo che può essere trascurato, si può allora scrivere l'ampiezza della forzante come:

$$F_0 = m\omega^2 G_0 \int_0^L \phi(x)dx$$

Il segnale di output considerato in questo studio è la tensione elettrica v(t), mentre il segnale di input è l'accelerazione alla base $d^2g(t)/dt^2 = -\omega^2 G_0 e^{i\omega t}$ subita dall'harvester a causa dell'azione di una forza di tipo impulsivo F(t). La tensione, come si vede nell'equazione (3.2.13), avrà come modulo V_0 , l'accelerazione invece, come indicato nell'equazione (3.2.16), ha modulo G_0 . Perciò il modulo della funzione di trasferimento è esprimibile come V_0/G_0 e si arriva all'espressione:

$$\frac{V_0}{G_0} = \varphi \frac{(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)m\omega^2 \int_0^L \phi(x)dx}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)} \qquad (3.2.17)$$

Che ha come unità di misura V/g.

Si vuole ora ricavare il valore della fase α misurata in radianti. Anche in questo caso sono riportati i passaggi matematici dettagliati in Appendice A, ai quali è successivamente riportato uno studio al limite della funzione, in modo da poter effettuare un successivo confronto con i risultati sperimentali:

$$\alpha = Arctg \frac{(-\omega^2 + \omega_r^2)\left(1 + C_p^2 R^2 \omega^2\right) - 2\varsigma\omega_r\omega\left(C_p R\omega + C_p^3 R^3 \omega^3\right)}{(-\omega^2 + \omega_r^2)\left(C_p R\omega + C_p^3 R^3 \omega^3\right) + \chi\varphi C_p^2 R^3 \omega^3 + 2\varsigma\omega_r\omega\left(1 + C_p^2 R^2 \omega^2\right) + \chi\varphi R\omega} \quad (3.2.18)$$

CAPITOLO 4

BROAD BAND HARVESTERS

4.1 Stato dell'arte

Gli harvester convenzionali hanno lo svantaggio di avere una buona efficienza, intesa come recupero energetico, solo nei dintorni della frequenza di risonanza. Per questo motivo la ricerca si è focalizzata su studi per allargare la banda, in modo tale da avere un rendimento accettabile anche per un range di frequenze di vibrazione più ampio. In questo capitolo viene riportata una ricerca bibliografica che riassume i lavori sinora svolti per quanto riguarda la ricerca di harvester detti a banda larga. Si deve notare che la geometria dell'Harvester ha un'influenza fondamentale su tale banda di funzionamento. Per questo motivo, per poter operare un confronto con il lavoro svolto in questa sede, sono stati riportati gli studi riguardanti Harvester piezoelettrici e con geometria cantilever beam.

Harvester a 4 gradi di libertà

Staff e altri [20] hanno studiato una tipologia di harvester formata da due travi di materiale piezoelettrico connesse da una trave centrale avente una massa scorrevole (Figura 4.1.1). Proprio questa massa scorrevole permette una variazione della massa totale dell'Harvester, il che comporta la possibilità di allargare la banda di frequenza grazie ad una taratura automatica del dispositivo.

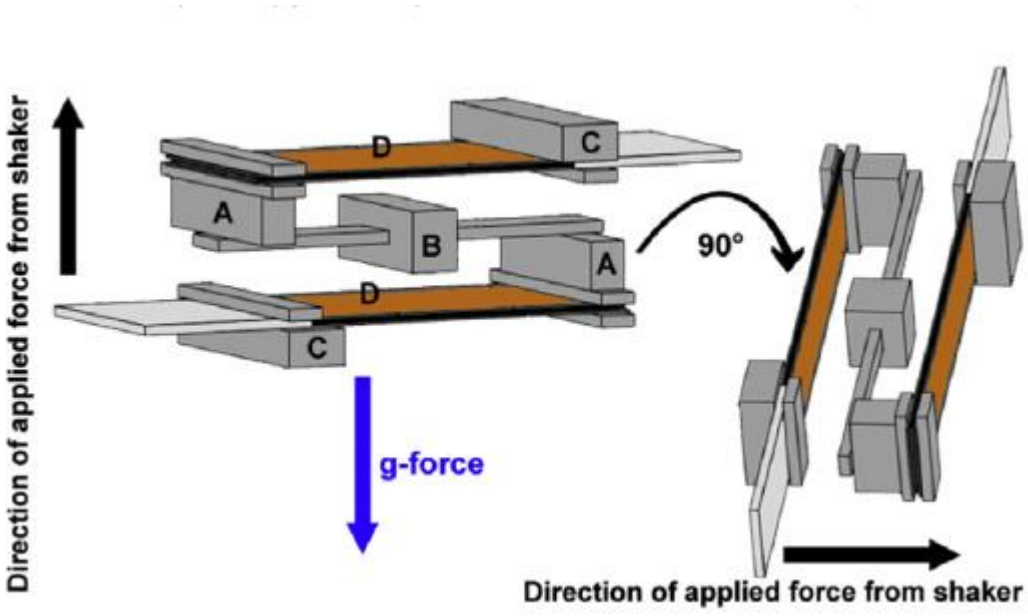


Figura 4.1.1 (A) accoppiamento (B) massa scorrevole (C) incastro (D) harvester piezoelettrici [20]

Sono state svolte misure con la massa fissata e con la massa lasciata libera di scorrere, e con travi centrali di diversa lunghezza. In particolare, è stata confrontata una configurazione SB nel quale le travi avevano una lunghezza libera di 14mm e 12mm rispettivamente quella superiore e quella inferiore mentre quella centrale di 11; ed una configurazione LB nella quale le lunghezze erano 23 e 21 e quella centrale di 25. Il grafico in Figura 4.1.2 mostra i risultati ottenuti nei quali si nota l'allargamento di banda raggiunto grazie alla possibilità di scorrimento della massa centrale.

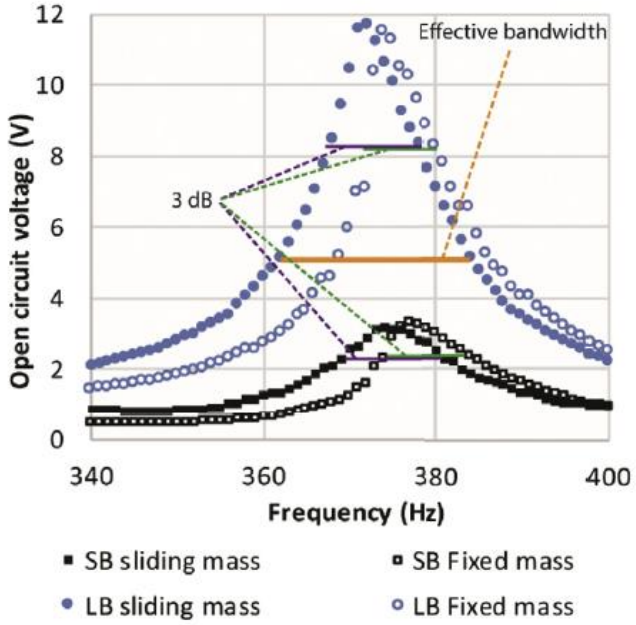


Figura 4.1.2 Risultati delle misurazioni dei quattro casi studiati [20]

Harvester multipli

Xue e altri [21] hanno studiato un sistema per allargare la banda integrando più harvester piezoelettrici bimorfi in serie, di misure differenti (Figura 4.1.3).

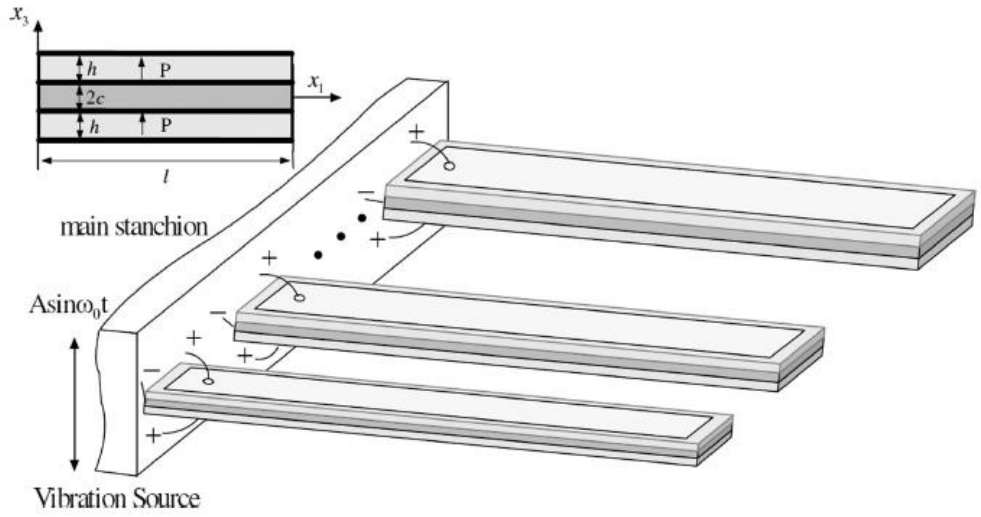


Figura 4.1.3 Gli harvester di diverse dimensioni usati per lo studio [21]

Per verificare l'effettivo allargamento della banda, è stato confrontato un singolo harvester di larghezza pari a 0,33 mm con 10 harvester in serie di diverse larghezze (Figura 4.1.4). Si nota non solo un incremento della potenza ricavata nel secondo caso, ma soprattutto un allargamento della banda di frequenza.

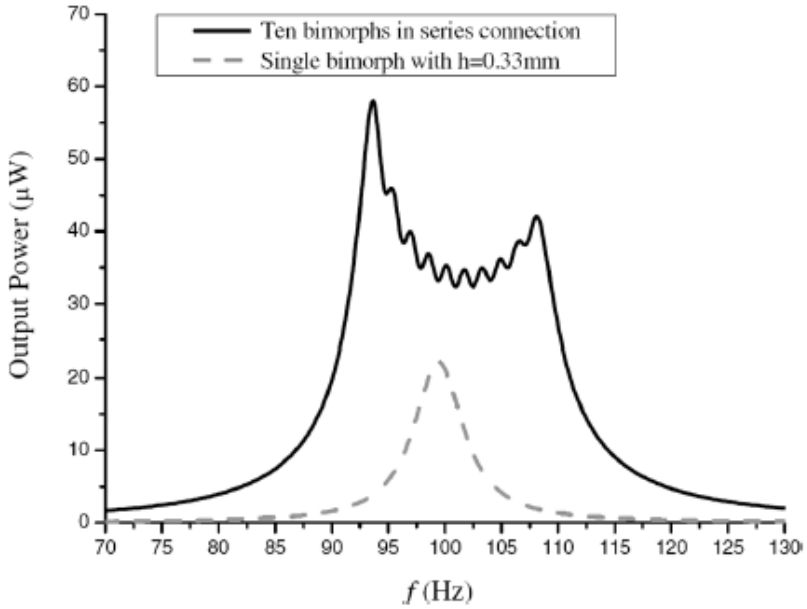


Figura 4.1.4 Confronto di un harvester con 10 in parallelo [21]

Harvester a forma di L

Kim e altri [22] propongono come soluzione per l'allargamento della banda di frequenza un'harvester a forma di L (Figura 4.1.5). Tale tipologia di Harvester è

stata costruita connettendo un braccio perpendicolare al corpo della trave, munito di una tip-mass all'estremità. Il braccio che unisce l'Harvester alla tip mass viene considerato di rigidezza infinita in quanto si è visto che la deformazione è molto inferiore rispetto a quella della trave.

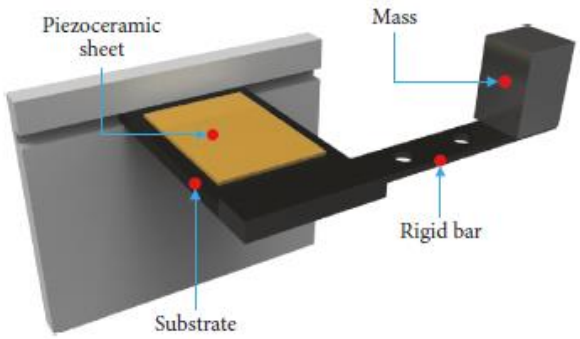


Figura 4.1.5 Harvester piezoelettrico a forma di L [22]

Nel braccio rigido sono stati praticati tre fori, in modo tale da poter posizionare la tip mass in tre posizioni diverse ed effettuare tre misurazioni diverse, così da studiare gli effetti che questa ha sulle performance dell'Harvester. I tre casi, rispetto all'Harvester convenzionale mostrano un significante incremento della larghezza di banda, oltre che un aumento del valore della tensione (Figura 4.1.6). Da notare che l'aumento della tensione è maggiore all'aumentare della distanza della massa dalla trave.

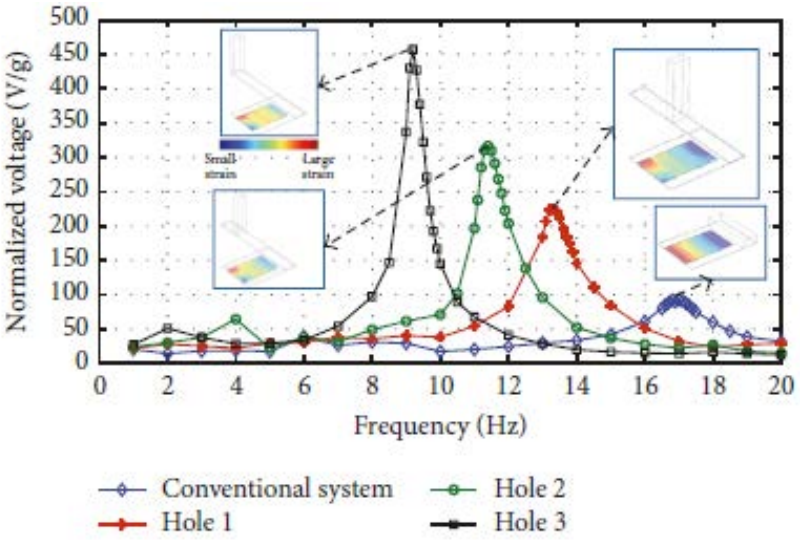


Figura 4.1.6 Risultati delle misurazioni nell'harvester a forma di L [22]

Due coppie di Harvester in parallelo

Feng e Hung [23] studiarono un Harvester piezoelettrico particolare, formato da quattro travi a mensola connesse in parallelo, ognuna munita di due masse di prova (Figura 4.1.7).

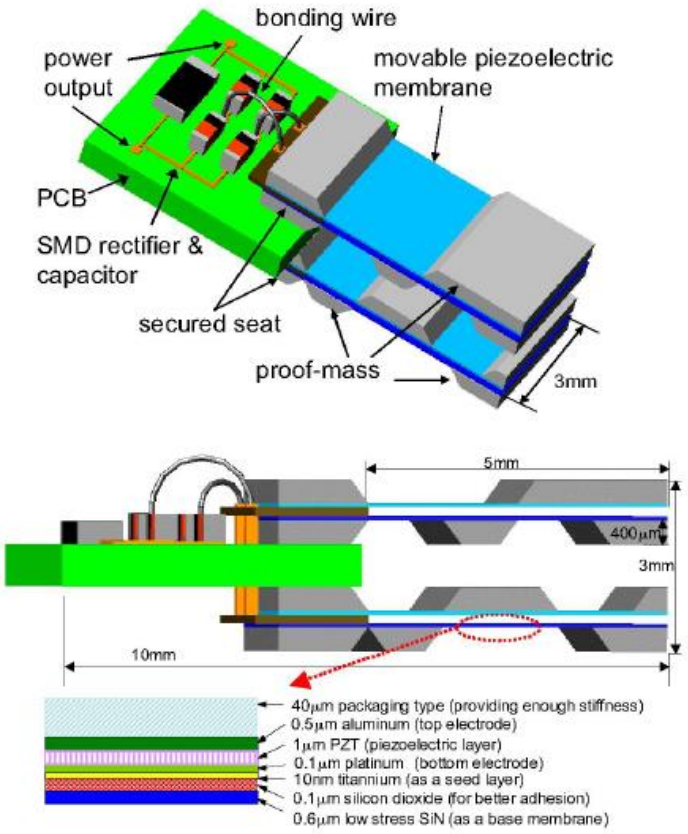


Figura 4.1.7 Gli harvester in parallelo [23]

Sono stati studiati tre differenti casi, variando le distanze tra le masse e le dimensioni delle masse stesse. Viene riportato il grafico che concerne ai migliori risultati per quanto riguarda l'allargamento della banda (Fig.32). Si vede l'allargamento di banda generato dai 4 Harvester in parallelo, nel range 300-800 Hz, con potenze superiori al μW.

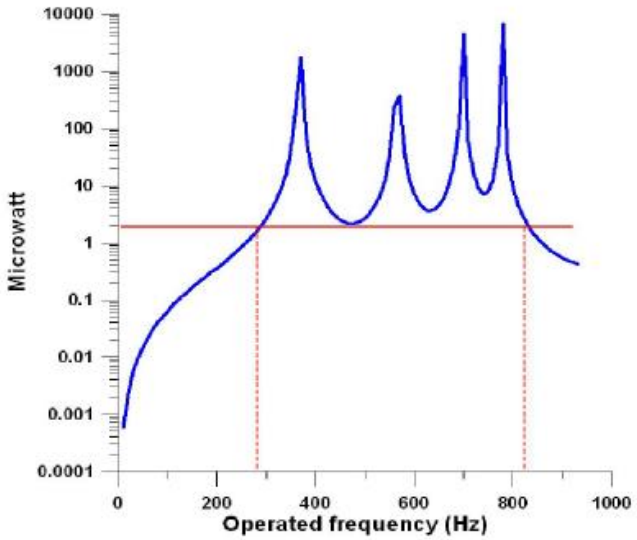


Figura 4.1.8 La larghezza di banda di funzionamento [23]

Harvester a forma di Ω

Čeponis e Mažeika [24] hanno studiato un design di energy harvester che consiste in cinque travi a sbalzo, ognuna formante angolo retto con la precedente (Figura 4.1.9). Le zone di aggancio tra le travi sono modificate con asportazioni di materiale di forma cilindrica in modo da aumentare il valore della deformazione (e quindi della vibrazione) e ottenerne una distribuzione più uniforme lungo le travi stesse. Inoltre, ad ogni incrocio è stata posizionata una massa. Ognuna di queste con uno specifico angolo, scelto appositamente per ridurre le frequenze naturali di disturbo del sistema e creare un momento di rotazione aggiuntivo al corpo dell'harvester.

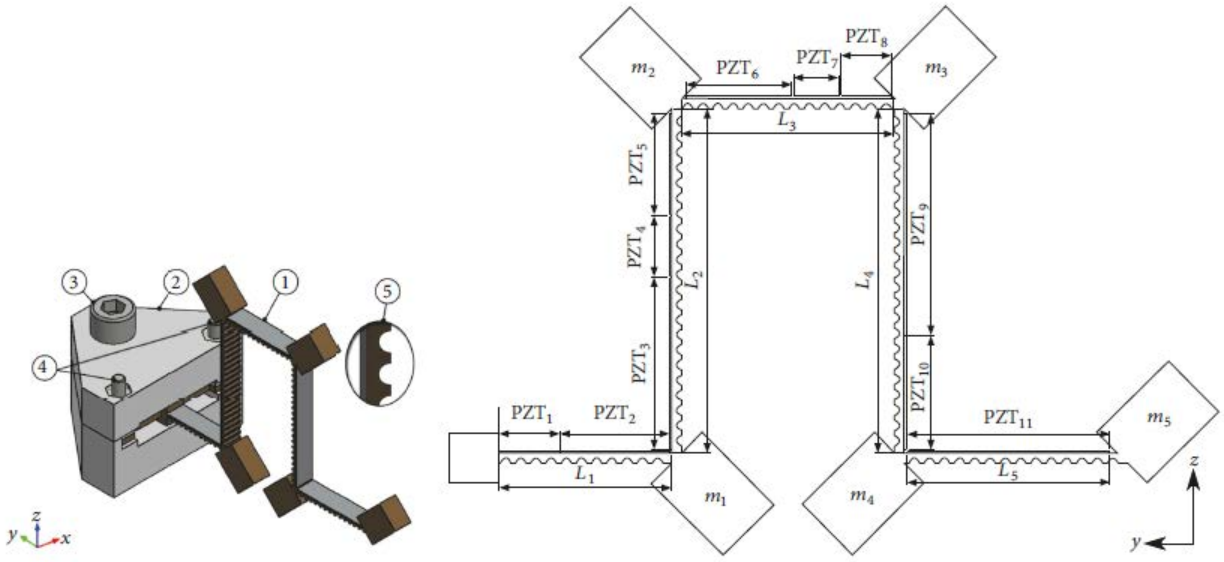


Figura 4.1.9 Posizionamento delle travi e delle masse [24]

Anche in questo caso si ottiene un allargamento della banda, con le cinque frequenze relative alle cinque travi presenti nel sistema, che spaziano in un range che va da 15 Hz a 300 Hz (Figura 4.1.10).

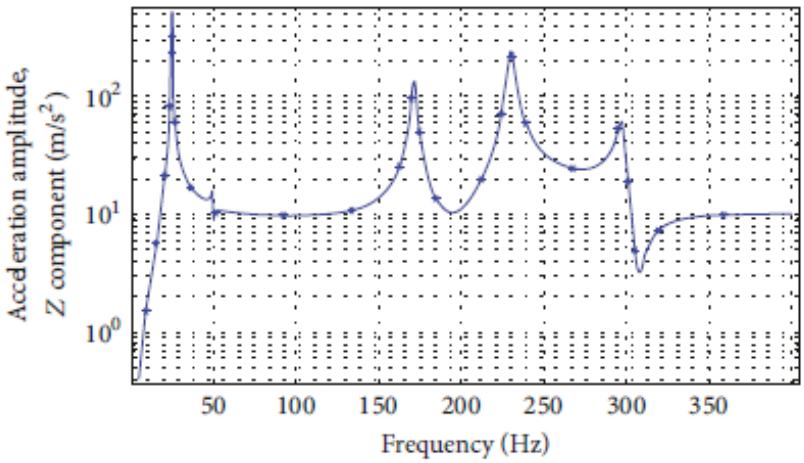


Figura 4.1.10 Risposta del sistema, aumento larghezza di banda [24]

Harvester incorniciato

Rezaeisaray e altri [25] hanno studiato un harvester con più gradi di libertà, grazie al posizionamento di una massa di prova tra quattro elementi piezoelettrici (due per ogni trave laterale), il tutto all'interno di una cornice come mostrato in Figura 4.1.11.

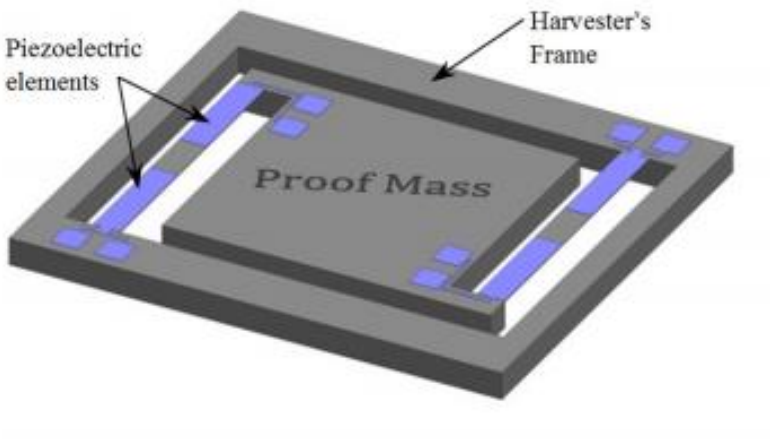


Figura 4.1.11 Configurazione harvester con massa all'interno della cornice [25]

Con questa configurazione, il sistema possiede tre gradi di libertà, il che comporta ad avere tre modi di vibrare. Il funzionamento dell'Harvester dunque non sarà più solo ad una frequenza di risonanza, bensì tre (Figura 4.1.12).

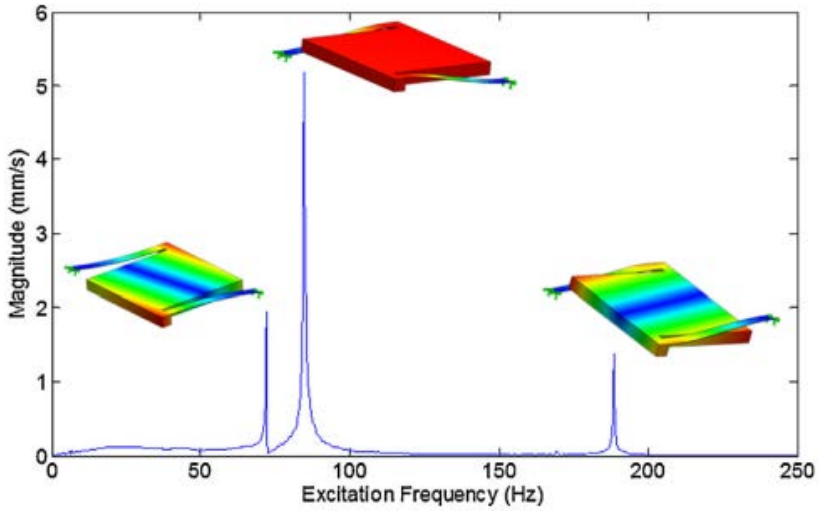


Figura 4.1.12 i tre modi di vibrare alle rispettive frequenze [25]

Harvester con supporto mobile

Usharani e altri [26] proposero un energy harvester formato da una trave a mensola con una particolare sezione finale, sostenuta da un supporto regolabile (Figura 4.1.13).

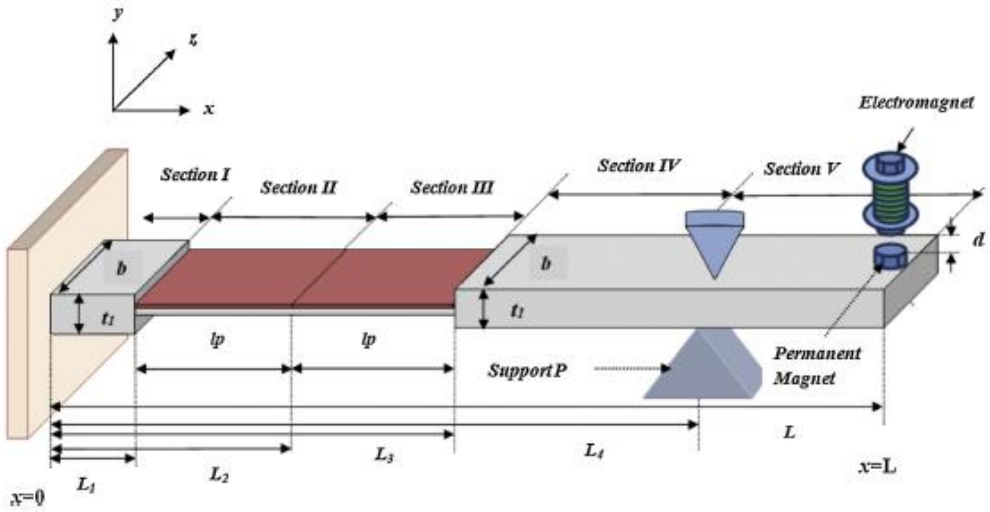


Figura 4.1.13 L'Harvester a mensola con il supporto regolabile [26]

Gli studi sono stati effettuati per quattro diversi spessori del supporto e per ognuno di questi è stata fatta variare la posizione. In tal modo si è ottenuta una variazione della frequenza di risonanza e una banda di funzionamento quindi più ampia, come mostrato nei risultati ottenuti di Figura 4.1.14 per i quattro casi.

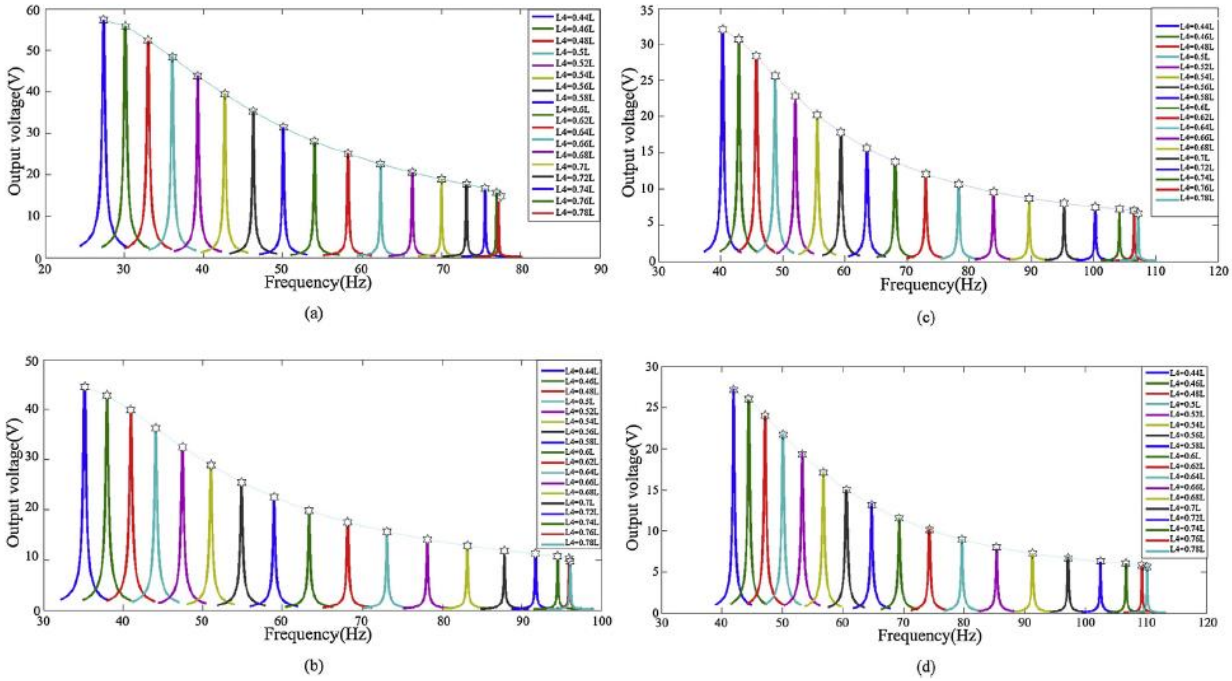


Figura 4.1.14 i quattro casi di spessore, e le rispettive variazioni di posizione del supporto [26]

Doppio Harvester per ruote

Sadeqi e altri [27] studiarono un harvester applicato alla ruota di un veicolo (Figura 4.1.15). Il collegamento ruota-harvester è stato fatto tramite quattro molle in modo tale da avere non più solo un grado di libertà, bensì due, così come i modi di vibrare dell'Harvester stesso. Ciò comporta quindi un inevitabile allargamento della banda.

L'eccitazione dell'harvester, in questo caso è data dalla forza di gravità, che agisce durante il moto rotatorio alla quale viene sottoposta la ruota.

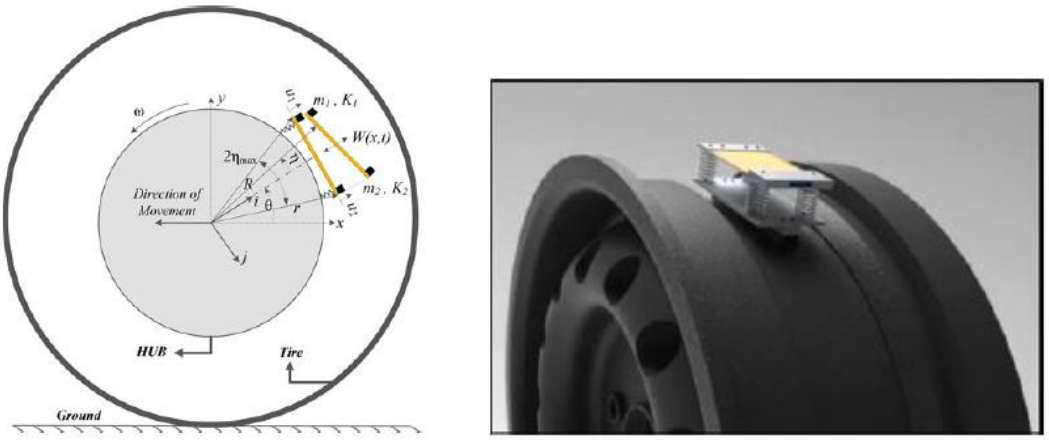


Figura 4.1.15 Schema e montaggio fisico dell'harvester a mensola sulla ruota [27]

Si è visto che introducendo le masse di prova e le molle all'Harvester in rotazione, sono prodotte differenti frequenze di risonanza, come mostrato in Figura 4.1.16. Grazie a questo si può pensare ad un accordamento dell'harvester selezionando l'opportuna massa in modo da generare tensione in un desiderato range di frequenze.

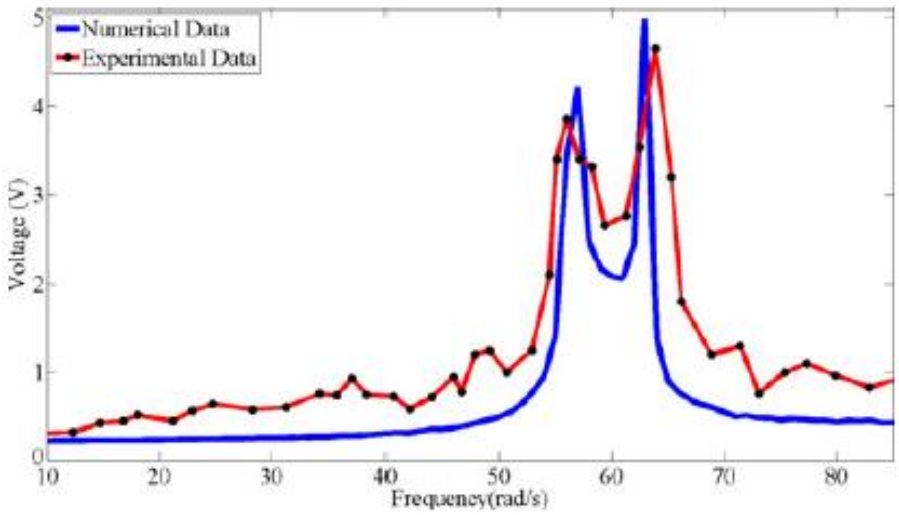


Figura 4.1.16 l'allargamento di banda [27]

Harvester dynamic magnifier

Zhou e altri [28] proposero una tipologia di Harvester formata dall'accoppiamento di due travi, la prima chiamata 'dynamic magnifier'. Quest'ultima è incastrata ad un estremo, mentre possiede una massa di prova M1 all'estremo libero ; la seconda

trave, è munita del materiale piezoelettrico e possiede anch'essa una massa di prova M2 all'estremità (Figura 4.1.17).

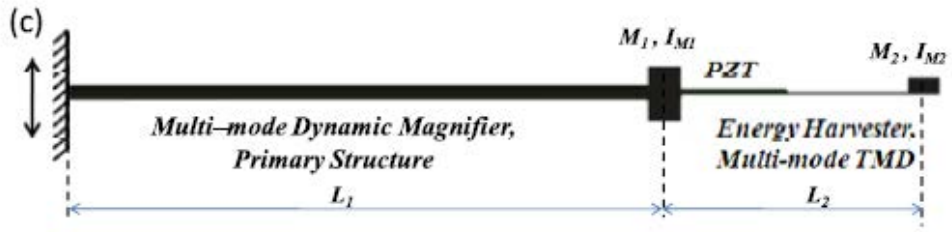


Figura 4.1.17 l'accoppiamento della struttura a doppia trave [28]

Lo studio preliminare è stato effettuato con le due travi separate in modo da ricavare i valori ottimali delle tip mass. Successivamente, le travi sono state studiate accoppiate dimostrando che l'aggiunta della trave dynamic magnifier ha portato ad un incremento pari a 25 volte il valore della tensione ricavata rispetto al singolo Harvester. E inoltre il range di frequenza è stato aumentato a 3-300 Hz (Figura 4.1.18).
Teoricamente tutti i modi possono essere sintonizzati, basta modificare le dimensioni delle due travi.

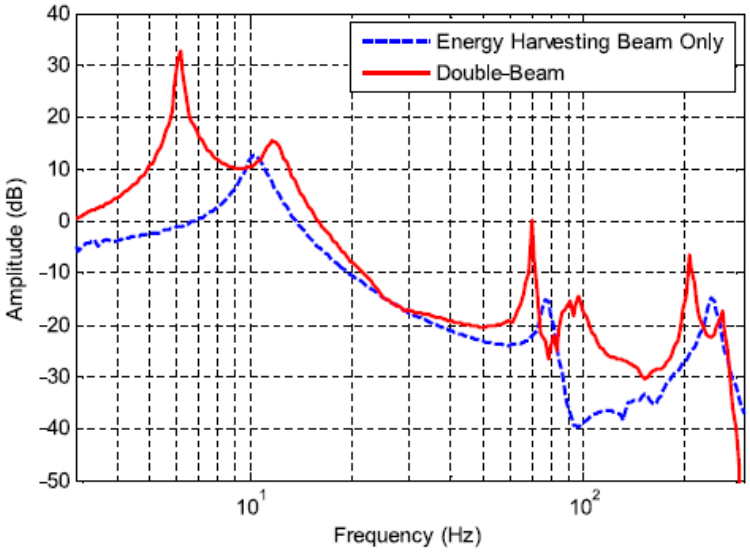


Figura 4.1.18 Confronto tra singola e doppia trave [28]

Harvester polimerico
Dhakar e altri [29] studiarono un harvester piezoelettrico composto da una trave di materiale polimerico e una massa di prova all'estremità libera, collegata ad un

Harvester bimorfo (Figura 4.1.19). La trave di materiale polimerico è costruita con Polietilene Tereftalato (PET) e la tip mass ha un valore di 0.72 grammi. Il basso modulo di Young della trave polimerica comporta un basso coefficiente elastico nel modello analitico.

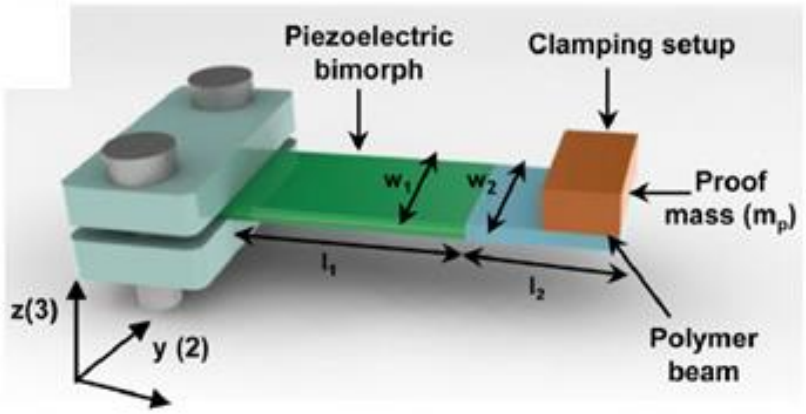


Figura 4.1.19 l'harvester polimerico [29]

È stato inoltre applicato uno stopper, che limita l'oscillazione della trave, ad una distanza d dalla superficie della tip mass. Viene riportato il grafico ottenuto dalle misurazioni, una volta fissato questo valore d (Figura 4.1.20). Si nota che, all'aumentare dell'accelerazione da 0.75g a 2.5g, la larghezza di banda aumenta da 5.25 a 16.4 Hz.

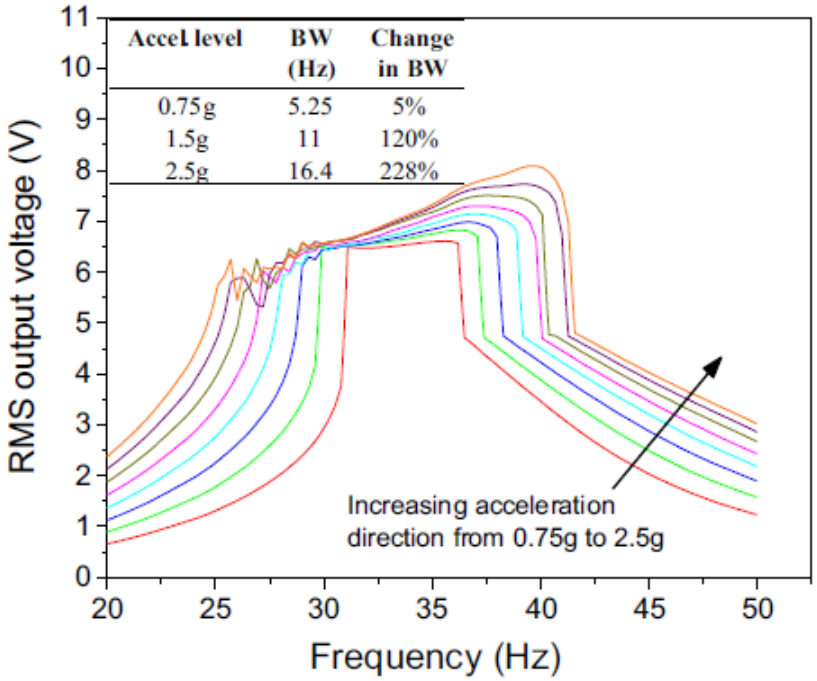


Figura 4.1.20 l'incremento della larghezza di banda [29]

Harvester con 2 gradi di libertà

Wu, Tang e altri [30] proposero un harvester piezoelettrico avente due modi di vibrare. Il dispositivo in questione è formato da una trave a mensola principale, avente una sorta di rientranza nella quale ne è collegata una seconda, in direzione opposta. Entrambe le travi hanno la funzione di energy harvester cioè sono composte da materiale piezoelettrico. Inoltre, ognuna delle due è munita di massa di prova all'estremità M1 e M2 (Figura 4.1.21).

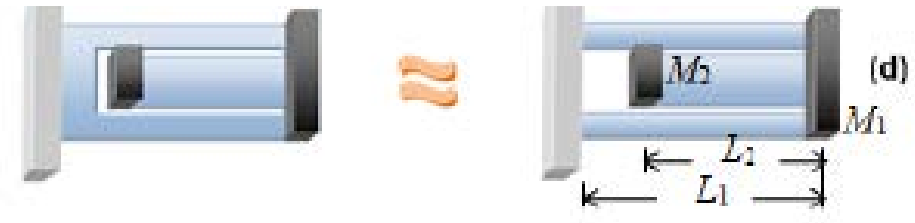


Figura 4.1.21 L'harvester a 2 gradi di libertà proposto [30]

Questa configurazione è detta '2-DOF cut-out cantilever PEH', e rispetto ad un convenzionale harvester ad un grado di libertà, possiede due frequenze di risonanza (Figura 4.1.22). Questo valore di risonanza in più permette di affermare che la banda di funzionamento è allargata.

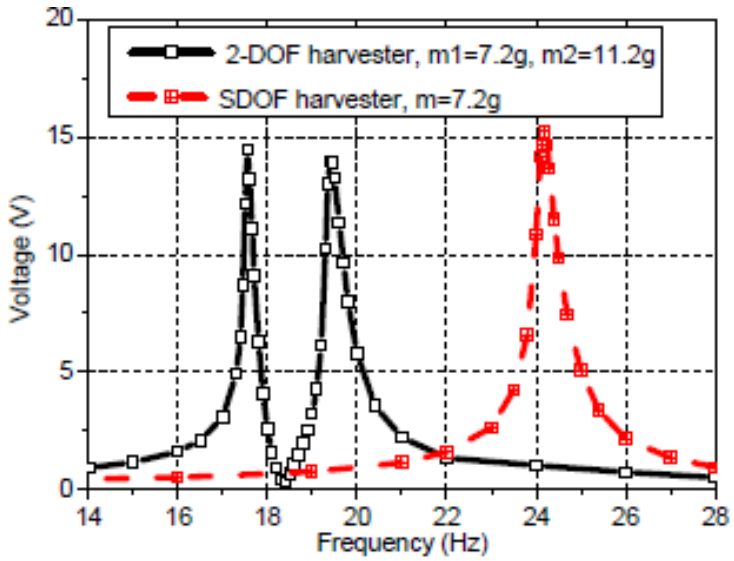


Figura 4.1.22 Comparazione tra harvester ad un grado di libertà e l'innovativo a due gradi di libertà [30]

Harvester a due gradi di libertà con cornice

Tang e Li [31] svilupparono un sistema di simile a quello visto in precedenza per quanto riguarda la geometria, ma anziché possedere le masse concentrate alle estremità, queste sono distribuite attorno all'Harvester piezoelettrico in una sorta di cornice (*Figura 4.1.23*).

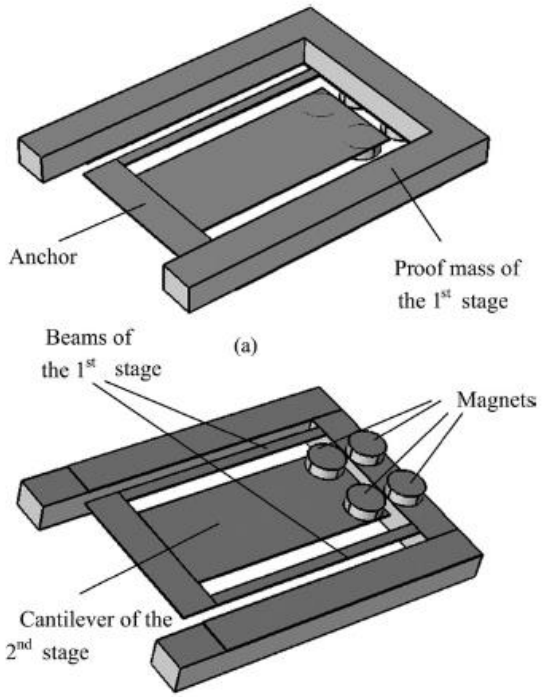


Figura 4.1.23 Harvester con cornice [31]

L'aggiunta di magneti provvede a generare una forza repulsiva tale da mettere in movimento la cornice e farla vibrare alla propria frequenza di risonanza. Infatti, lo scopo di questo lavoro è quello di riuscire a convertire le vibrazioni a bassa frequenza date dall'ambiente esterno, in vibrazioni ad alta frequenza. La banda è stata allargata a 10-30 Hz con un picco di potenza a 20 Hz pari a 3.62 μW.

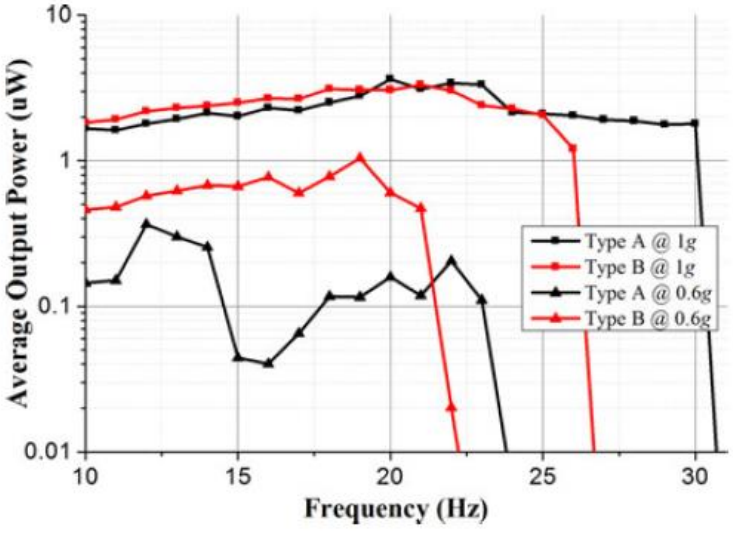


Figura 4.1.24 Potenza ottenuta dall'Harvester a 2 gradi di libertà [31]

Harvester assorbitore dinamico

Doria e altri (2018) [32] hanno studiato un sistema di harvester aventi lo strato di materiale di supporto (acciaio o polimero) esteso e sagomato in modo da formare una sorta di assorbitore dinamico (Dynamic Vibration Absorber (DVA)), che viene chiamato ITD (integrated trimming device). Lo strato di supporto viene semplicemente esteso fino a creare un'appendice sottile che si allarga poi all'estremità libera (Figura 4.1.25). Tale appendice si comporta come una trave a sbalzo, mentre la parte finale si comporta come una massa di prova e viene indicata con m_a.

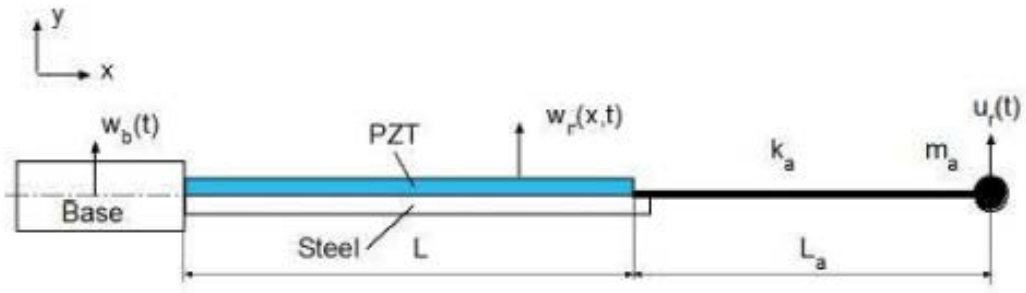


Figura 4.1.25 L'harvester con appendice e tip mass [32]

Dapprima sono state svolte le simulazioni con il software Comsol, utilizzando il modello analitico (Figura 4.1.26). Tali simulazioni sono state effettuate per tre differenti lunghezze L_a dell'appendice e tre differenti tip mass m_a. I risultati hanno mostrato che rispetto al singolo harvester PPA1001, con questa soluzione economica si ha un aumento della banda di frequenze di funzionamento dell'Harvester piezoelettrico.

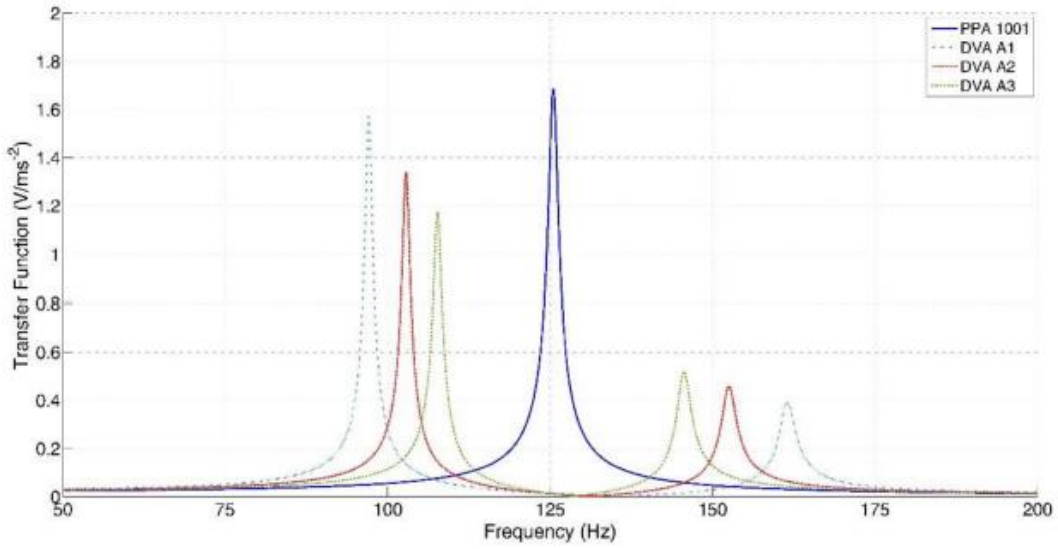


Figura 4.1.26 Risultati analitici che confrontano il singolo PPA1001 con il PPA1001 con tre diverse configurazioni del DVA a circuito aperto [32]

Ritenute dunque ottimali le simulazioni, sono state effettuate le relative misurazioni in modo da convalidare il modello analitico. I risultati sperimentali mostrano, in accordo con le simulazioni la banda allargata applicando l'appendice con tip mass (Figura 4.1.27).

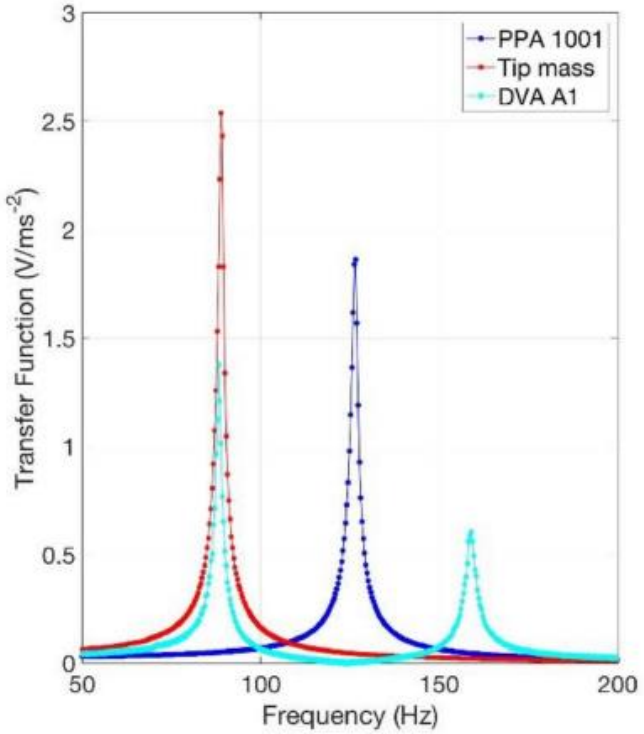


Figura 4.1.27 Risultati numerici che confrontano il singolo PPA1001 con il PPA1001 con tip mass e con DVA a circuito aperto [32]

4.2 Lavori di tesi precedenti

Il lavoro dal quale si è partiti per svolgere il presente studio è stata la tesi di laurea svolta da Zampieri [33]. L'argomento sviluppato infatti è stata la ricerca di un sistema per allargare la banda di frequenza di funzionamento dell'Harvester piezoelettrico modello PPA1001. Il sistema che è stato sviluppato consiste nell'aggiunta di cornici metalliche agganciate all'Harvester in questione (Figura 4.2.1). Sono state studiate due tipologie di cornici, una singola che ha permesso di avere un modo di vibrare ulteriore e una doppia che ha permesso invece di aumentare i gradi di libertà e quindi i modi di vibrare a tre. Tali cornici, grazie all'aumento dei modi vibratori rispetto al singolo Harvester hanno permesso di allargare la banda di frequenza.

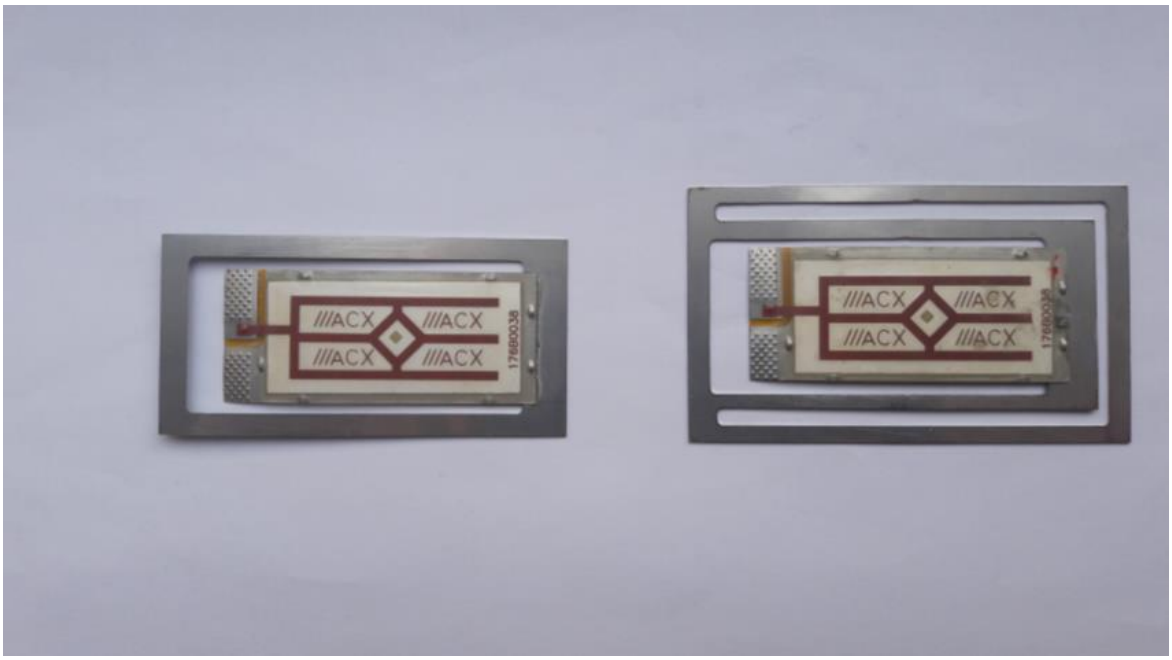


Figura 4.2.1 L'Harvester con le due tipologie di cornice studiate [33]

Sono state effettuate dapprima simulazioni con il software Comsol e successivamente le misurazioni sperimentali, che si sono mostrate in buon accordo con i risultati analitici (Figura 4.2.2 e **Errore. L'origine riferimento non è stata trovata.**).

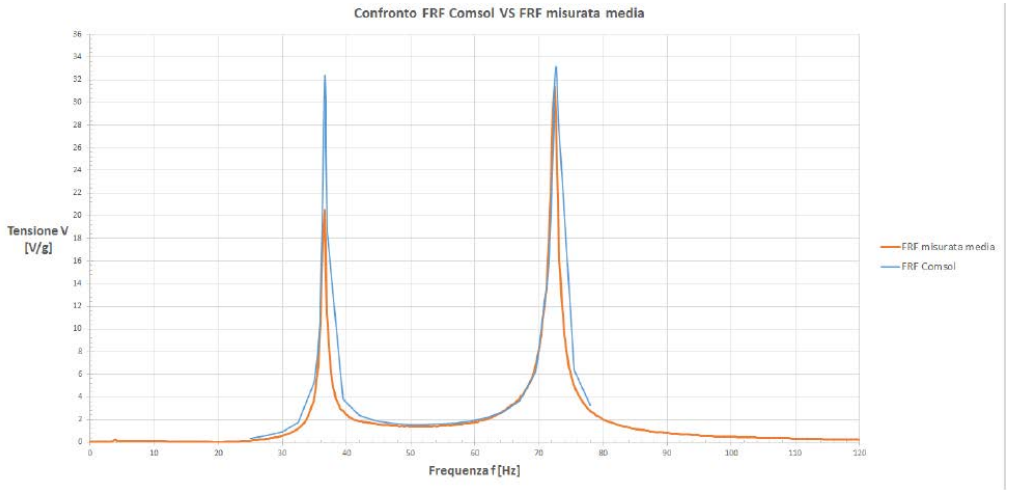


Figura 4.2.2 Risultati per l'Harvester con cornice singola tratto dalla tesi di Zampieri [33]

I casi analizzati per questi dispositivi così modificati sono stati relativi soltanto al funzionamento a circuito elettrico aperto, cioè come se fosse inserita una resistenza fittizia di valore infinito. Tuttavia, nelle applicazioni reali è sempre presente una

resistenza non infinita, e perciò in questa sede si è proseguito il lavoro partendo proprio analizzando il comportamento delle due tipologie di Harvester muniti di cornice inseriti in un circuito elettrico con un carico resistivo finito.

CAPITOLO 5

PROVE SPERIMENTALI CON HARVESTER A CARICO

5.1 Apparato sperimentale

Lo scopo delle misurazioni è quello di determinare la funzione di trasferimento tra l'accelerazione applicata alla base dell'harvester e la tensione ai capi di un carico esterno resistivo.
Per effettuare le misure sperimentali che determinano la funzione di trasferimento del sistema è stata progettata un'opposita catena di misura (Figura 5.1.1) composta da:

1) Barra di alluminio
2) Martelletto strumentato PCB
3) Sistema di presa della lamina piezoelettrica
4) Accelerometro PCB
5) Sistema di acquisizione NI 9234
6) Pc per elaborazione dati tramite software Labview Signal Express

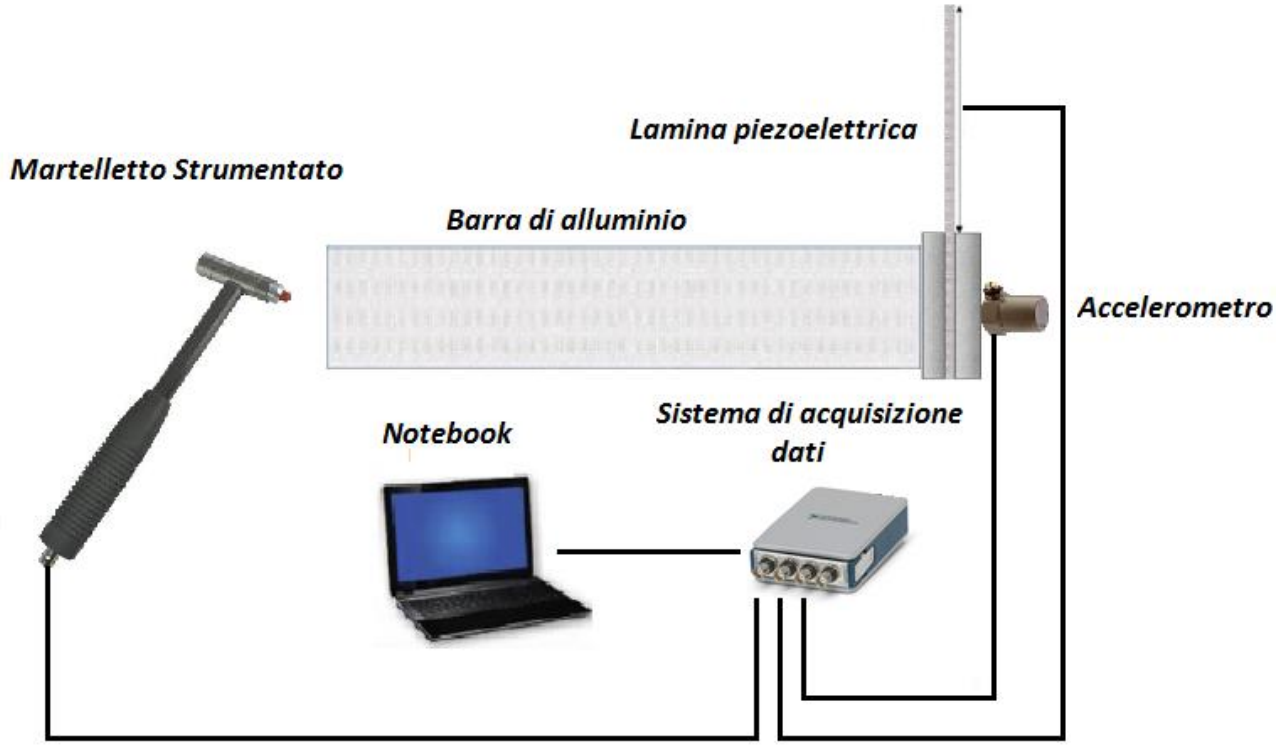


Figura 5.1.1 Catena di misura utilizzata per le prove sperimentali [34]

Il metodo utilizzato per le misurazioni è stato l'eccitazione di tipo impulsivo.
L'impulso ideale di Dirac ha la funzione:

$$\delta(t) = \begin{cases} 0 \; se \; t \neq 0 \\ \infty \; se \; t = 0 \end{cases}$$

Il cui spettro è costante in tutto il dominio della frequenza:

$$\mathrm{H}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) e^{i\frac{f}{2\pi}t} dt = 1$$

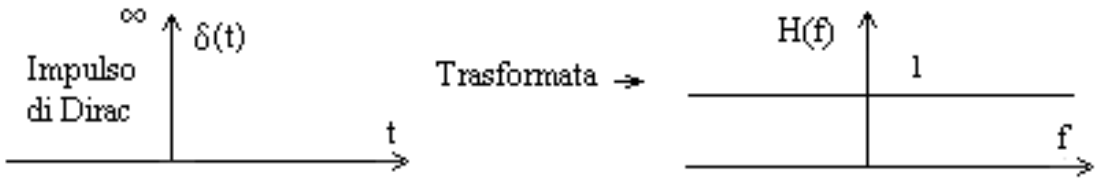


Figura 5.1.2 Funzione impulsiva di Dirac

Nella realtà non è possibile applicare un ingresso pari alla funzione di Dirac, ma tramite il martelletto strumentato si ottiene un impulso di accelerazione della durata T_c, che nel nostro caso è pari a circa 3 ms e valore dell'intensità che può variare tra 10 e 150 m/s^2 (1÷15 [g]) a seconda del colpo che viene dato dall'operatore.

In sostanza:
- Lo spostamento alla base, verrà misurato tramite l'accelerometro;
- La tensione prodotta dall'harvester, misurata tramite un Voltmetro.

Vediamo ora nel dettaglio tutti i componenti dell'apparato:

Barra di alluminio

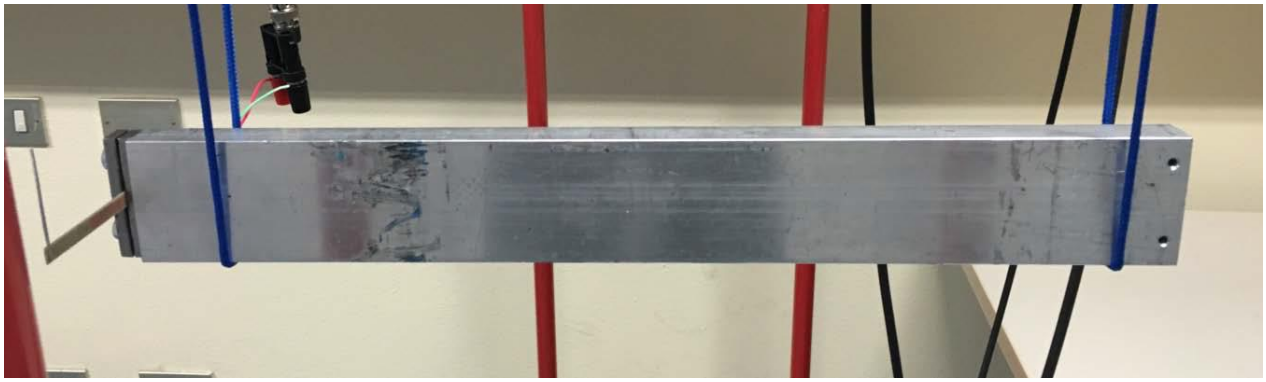


Figura 5.1.3 La barra di alluminio che sorregge l'Harvester [34]

La barra di alluminio (400mm x 50mm x 20mm le dimensioni) è stata impiegata come supporto per il sistema di presa dell'harvester. La barra è stata dimensionata in modo da avere modo di vibrare longitudinale (attivato dalla martellata all'estremo della stessa) a frequenze che non interferiscono con le frequenze di vibrazione dell'harvester: la sua prima frequenza di risonanza è infatti pari a 625 Hz, di molto superiore alle frequenze da misurare, che in base al modello Comsol erano tutte inferiori ai 100 Hz. Infine, il collegamento alla struttura di supporto viene fatto con delle funi come si vede in Figura 5.1.3, in modo tale che la barra rispetto alla struttura compia solo un moto di tipo oscillatorio, il quale avrà una frequenza decisamente bassa e non andrà ad influire sui risultati delle misurazioni.

Sistema di presa

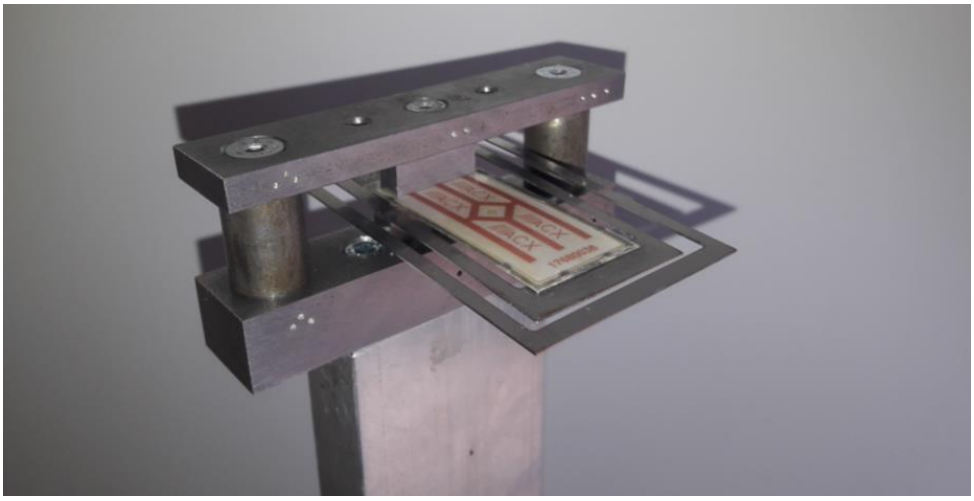


Figura 5.1.4 Il sistema di presa dell'Harvester [33]

Il sistema di vincolo viene attaccato ad un'estremità della trave e sostiene l'harvester. All'estremità libera del vincolo viene attaccato l'accelerometro che permette di misurare l'accelerazione dell'harvester alla base.

Martelletto strumentato pcb

Figura 5.1.5 Il martello strumentato [34]

Per effettuare le martellate è stato utilizzato il martello strumentato PCB (Figura 5.1.5), per cercare di simulare il più possibile un impulso simile a quello ideale di Dirac.
Nel martello strumentato è presente un sensore di forza, integrato nella superficie battente, che permette di misurare l'impulso che si applica tramite la martellata. Il martello è dotato inoltre di una serie di punte intercambiabili che servono a regolare la durata dell'impulso a seconda del materiale di cui è costituito il sistema meccanico che si vuole eccitare. Tanto più è alta la rigidezza di contatto tra martello ed oggetto colpito (barra di alluminio in tal caso), tanto minore sarà la durata del contatto, e tanto più l'eccitazione si avvicinerà al caso di impulso ideale.

Accelerometro

Figura 5.1.6 L'accelerometro usato per le prove [33]

Per misurare la risposta (l'accelerazione alla base dell'Harvester) è stato usato un accelerometro piezoelettrico mono assiale PCB.
L'accelerometro viene applicato sulla parte estrema del vincolo, incollandolo con cera d'api. È importante che venga fissato in modo saldo, ma allo stesso modo si deve cercare di non creare uno spessore troppo elevato con la cera, in quanto potrebbe compromettere le misurazioni.
Vengono di seguito riportate le caratteristiche dell'accelerometro utilizzato.

Tabella 5.1.1 Caratteristiche dell'accelerometro [34]:

Dimensioni	3.6mm x 11.4mm x 6,4mm
Peso	0,5 g
Sensibilità	10.48 mV/g (1,068 [mV/ms^2])
Range di frequenza	1 ÷ 10000 Hz
Frequenza di risonanza	50 kHz
Temperatura di esercizio	-54 ÷ 121 °C

Sistema di acquisizione NI9234

Figura 5.1.7 Il dispositivo usato per le acquisizioni [33]

Il NI 9234 è un modulo di acquisizione del segnale dinamico a 4 canali per le misure di frequenza audio ad accuratezza elevata da sensori IEPE (Integrated Electronic Piezoelectric).
Si tratta di un convertitore analogico digitale che fornisce segnali digitali leggibili da un computer. Il modulo dispone di 4 canali per la digitalizzazione dei segnali misurati, i quali includono filtri anti-alias in grado di regolare automaticamente la frequenza di campionamento. Nel nostro caso sono stati usati solo i primi 3 canali:

- CANALE 0: Collegato al martello strumentato, in modo da misurare l'accelerazione della martellata;
- CANALE 1: Collegato all'accelerometro, in modo da misurare l'accelerazione alla base dell'harvester;
- CANALE 2: Collegato al Voltmetro, in modo da misurare la tensione prodotta dall'harvester.

Pc per elaborazione dati

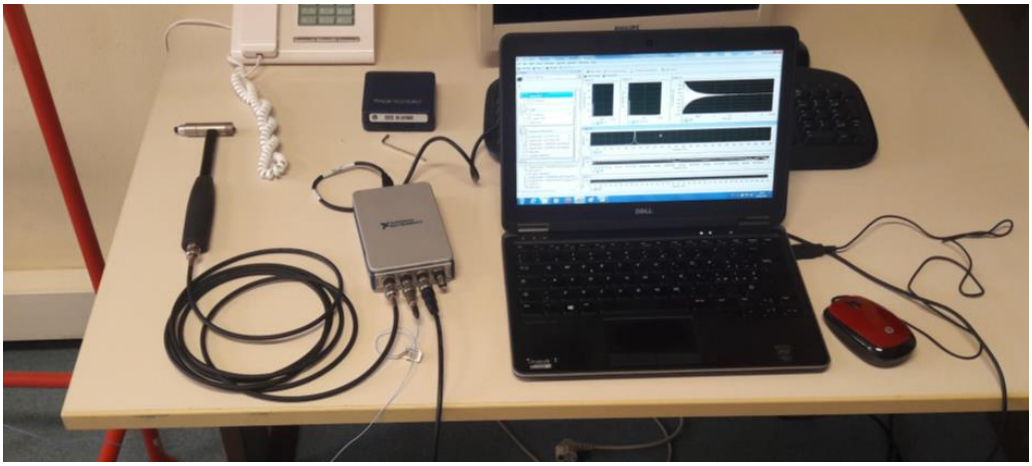


Figura 5.1.8 Il computer usato per elaborare i dati [33]

Il modulo di acquisizione è collegato ad un PC con installato il programma Lab-View Signal Express: si tratta di un software data-logging dotato di funzioni interattive per effettuare operazioni di acquisizione, analisi e presentazione dei dati con centinaia di dispositivi DAQ, senza bisogno di programmazione. Grazie ad esso è quindi possibile l'elaborazione e la visualizzazione dei dati delle misure.
Il settaggio prevede che l'inizio della registrazione sia sintonizzato tramite trigger al segnale del martelletto strumentato, l'impostazione scelta è una frequenza di campionamento di $f_c = 4kHz$, ed un numero di campioni $n_c = 12000$ per ogni misura, che corrispondono ad un tempo di acquisizione $T_c = 3{,}0s$. Di conseguenza la risoluzione spettrale, ovvero la distanza tra due punti nel dominio delle frequenze, che è data dall'inverso del tempo di acquisizione è pari a:

$$\Delta v = \frac{1}{T_c} = 0{,}33Hz.$$

La schermata di lavoro (si veda Figura 5.1.9) è stata impostata in modo da poter visualizzare, in ordine partendo dall'alto a sinistra:

- trigger del martelletto, trigger dell'accelerometro, andamento temporale della tensione;
- grafico della FRF;
- grafico della funzione di coerenza;
- spettro di potenza elettrica generata.

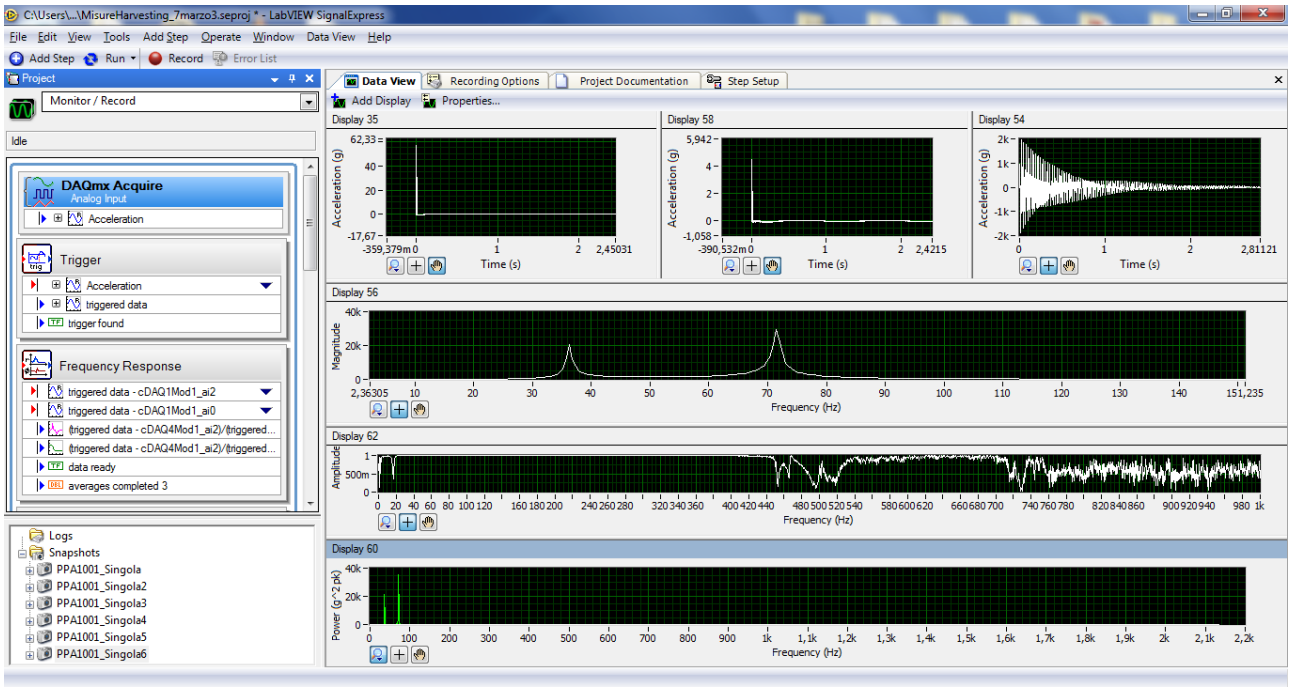


Figura 5.1.9 Schermata impostata nel software Signal Express [33]

Arduino

Arduino è una piattaforma hardware composta da una serie di schede elettroniche dotate di un microcontrollore [35].

La scheda viene fornita con l'apposita breadboard di collegamento (Figura 5.1.10).

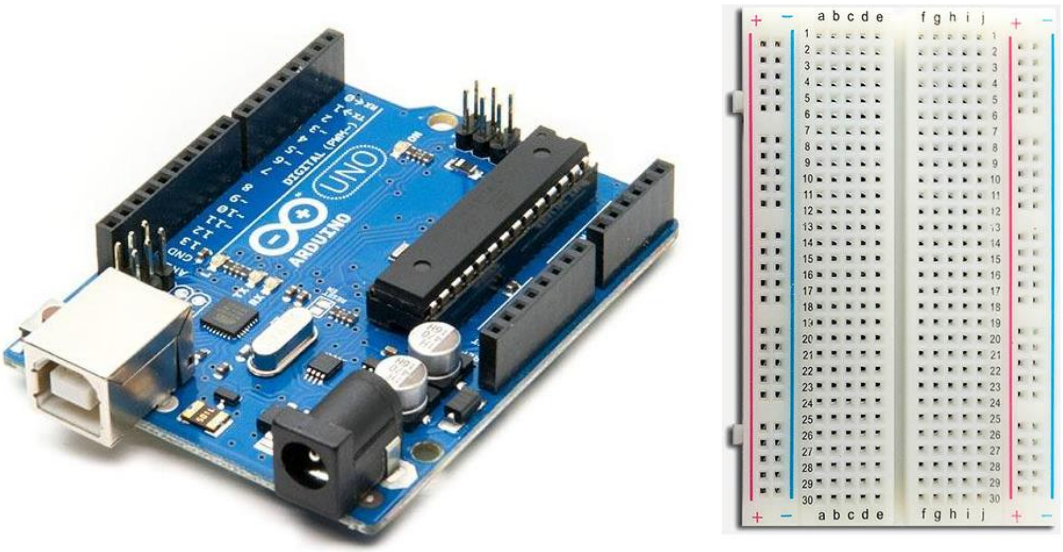


Figura 5.1.10 La scheda Arduino e la breadboard [35]

Questo dispositivo è stato scelto per effettuare le nuove prove sperimentali con le resistenze finite nel circuito. Inizialmente sono state svolte le misure utilizzando solo la breadboard come supporto per le resistenze, collegandola all'Harvester. Successivamente, una volta svolte le misure con alcune resistenze, è stata inserita nel circuito la scheda Arduino, collegandola al pc tramite cavo USB ed è stato scaricato l'apposito software di programmazione, fornito dal sito ufficiale di Arduino. Con la scheda introdotta nel circuito sono state ripetute le medesime misure, in modo da verificare che questa non generasse disturbi nelle misurazioni.

La scheda Arduino è stata scelta in particolar modo perché l'obiettivo parallelo alle misurazioni a carico dell'Harvester era quello di avere la possibilità di passare dal valore di una resistenza ad un altro in modo automatico. Grazie alla compilazione di un apposito programma, in linguaggio di programmazione Java (si veda Appendice B) è stato possibile effettuare uno switch temporale automatico tra un carico resistivo esterno di un determinato valore ed un altro. In particolare, dunque per ogni misurazione sono state possibili tre configurazioni:

- circuito aperto semplicemente non attivando i pin digitali della scheda Arduino
- Un primo caso con la resistenza di valore R2 attivata dal pin digitale 2
- Un secondo caso con la resistenza di valore R3 attivata dal pin digitale 3

Ciò è stato possibile grazie all'utilizzo di componenti elettronici quali i Mosfet, cioè transistor che hanno funzionato come interruttori comandati dagli ingressi digitali della scheda Arduino, i quali erano comandati a loro volta dal programma creato nel pc. Il circuito è quello di Figura 5.1.11.

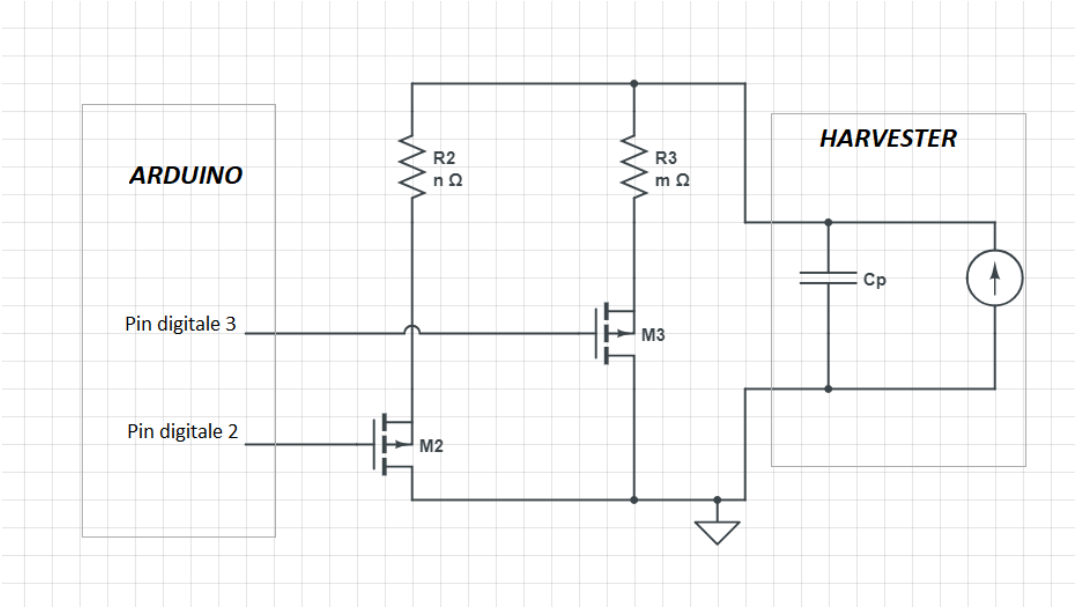


Figura 5.1.11 Circuito elettrico con Arduino per variare le resistenze automaticamente

Si vede l'inserimento di due resistenze R1 e R2 disposte in parallelo, di valore rispettivamente n ed m Ohm. L'aggiunta dei due transistor M1 e M2 permettono di selezionare o isolare una resistenza rispetto l'altra. In Figura 5.1.12 viene riportato un esempio di collegamento reale con due resistenze diverse.

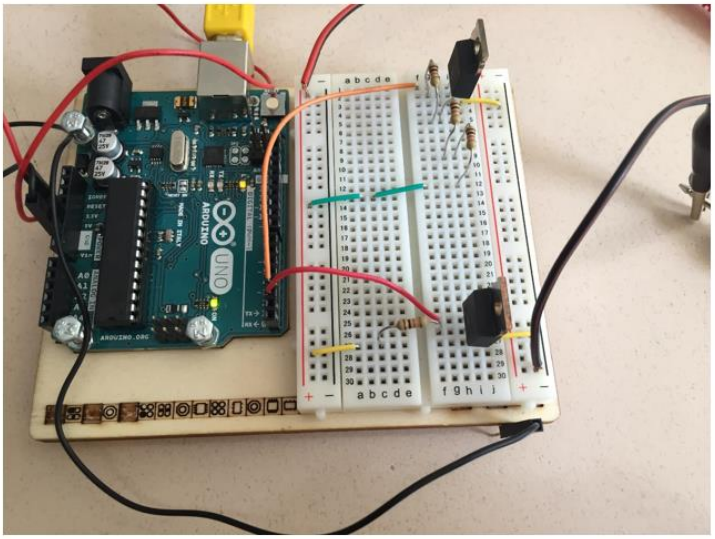


Figura 5.1.12 Esempio del circuito per la variazione automatica delle resistenze

5.2 Risultati sperimentali

Le prove sperimentali sono state effettuate sia per l'Harvester PPA1001 senza cornici, che munito prima di singola e poi di doppia cornice.

Harvester PPA-1001

Figura 5.2.1 Harvester PPA 1001 [18]

Le prime misure sono state effettuate sul solo harvester PPA 1001. Le prove sono state svolte sfruttando l'apparato sperimentale e la disposizione descritti nel paragrafo precedente. Le prime misurazioni sono state effettuate con l'Harvester con circuito aperto, cioè come se idealmente fosse inserita nel circuito, in parallelo all'Harvester una resistenza di valore infinito.

Si deve precisare che il circuito è aperto solo teoricamente in quanto si dovrebbe considerare anche l'impedenza interna del sistema di acquisizione.

Questa misura è stata utile per ricavare il valore della frequenza naturale di vibrazione dell'Harvester, che è stato utilizzato per calcolare un valore di resistenza molto importante chiamato resistenza ottimale. Successivamente è stato chiuso il circuito con un valore di resistenza finito, che poi è stato fatto variare da un valore molto piccolo di 1kΩ, fino al valore di 50kΩ. Per fare ciò ci si è avvalsi del circuito sopra evidenziato (Figura 5.1.11).

Per ogni resistenza sono state svolte tre misurazioni, delle quali poi viene fatta una media già dal software Signal Express. Per verificare la ripetibilità delle misure stesse, sono state ottenute tre di queste medie (quindi un totale di 9 misurazioni). Per poter inserire queste misure in un grafico che permetta il confronto con le successive misurazioni, infine è stata fatta la media di queste medie, tramite un programma con il software Matlab. Il modo di vibrare interessato è ovviamente il primo, cioè la flessione generata dalla martellata, in quanto i modi successivi si trovano a frequenze molto elevate per applicazioni pratiche. Si riporta la forma modale ricavata tramite il software Comsol:

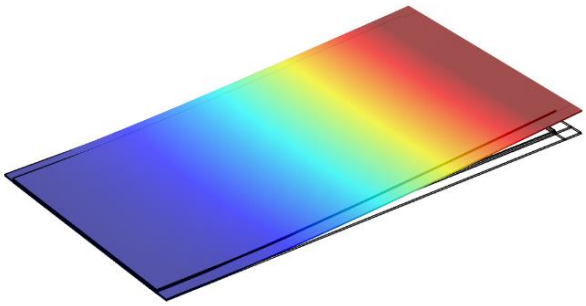


Figura 5.2.2 Forma modale dell'Harvester PPA1001 corrispondente alla prima frequenza di risonanza

In Figura 5.2.3 viene riportato il valore del modulo della funzione di trasferimento, ottenuto da Matlab al variare delle resistenze. Come si poteva prevedere vi è una duplice riduzione del valore di picco, sia in ampiezza che in frequenza, al diminuire del valore della resistenza inserita nel circuito elettrico, in accordo con le formule matematiche trovate nel capitolo 2 (equazione (3.2.*17*)). I valori delle resistenze sono stati scelti in modo da spaziare dal minimo al massimo in modo ragionevole. Ma si nota una resistenza con un particolare valore di 12.7 kΩ: è proprio la resistenza ottimale citata precedentemente. Tale resistenza è detta ottimale, in quanto è definita come la resistenza applicata al circuito con la quale si ottiene il valore massimo di potenza elettrica. Viene calcolata con la formula:

$$R_{opt} = \frac{1}{\omega C_p} \qquad (5.2.1)$$

Dove C_pè la capacità interna dell'harvester e viene fornita dal costruttore, nel nostro caso $C_p = 10^{-7} Fa$. Mentre la pulsazione ω si calcola dalla frequenza naturale a circuito aperto, che in tal caso è $f = 126.3\ Hz$.

Infatti:

$$R_{opt} = \frac{1}{2\pi f C_p} = \frac{1}{2\pi 126.3 * 10^{-7}} = 12.7\ k\Omega$$

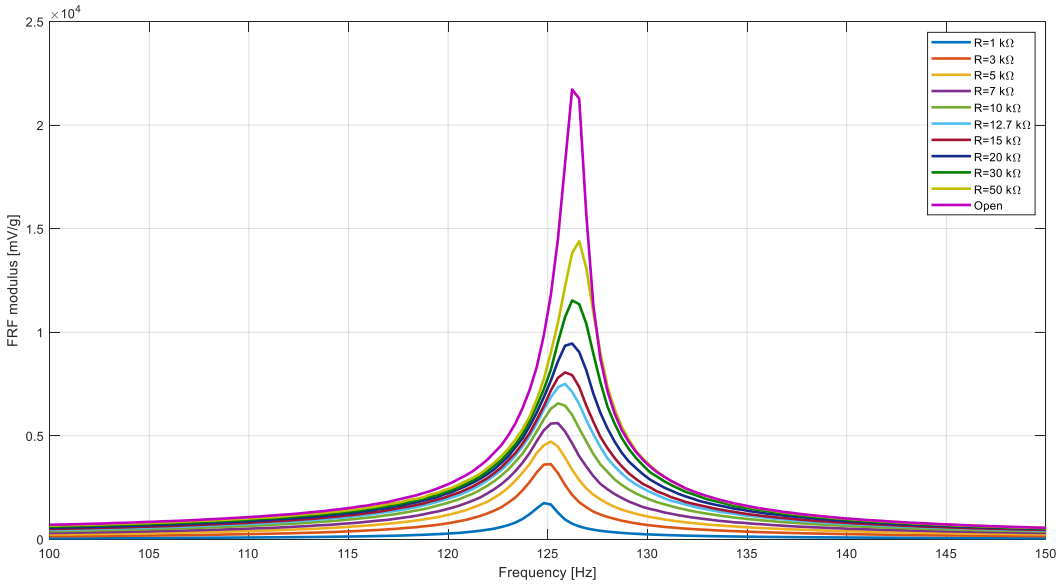


Figura 5.2.3 Modulo FRF Harvester PPA1001

Viene riportata una tabella riassuntiva per maggior chiarezza:

Tabella 5.2.1 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF:

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	126.3	21720
50	126.3	13820
30	126.2	11530
20	126.2	9453
15	125.9	8059
12.7	125.9	7505
10	125.5	6561
7	125.2	5589
5	125.2	4719
3	124.8	3604
1	124.8	1752

Oltre al modulo, è stato possibile ricavare anche il valore delle rispettive fasi della funzione di trasferimento (Figura 5.2.4). Si nota subito, in accordo con i risultati teorici, il cambio di fase che avviene in corrispondenza del valore delle frequenze

di risonanza. Anche nel caso della fase si nota una variazione della stessa al variare del valore della resistenza, in particolare, un aumento della fase al diminuire della resistenza, pur rimanendo un salto di 180° nel cambio di fase. Anche questo in accordo con l'equazione precedentemente ricavata (equazione (3.2.*18*)) e con gli studi della funzione ai limiti evidenziati nell'appendice A.

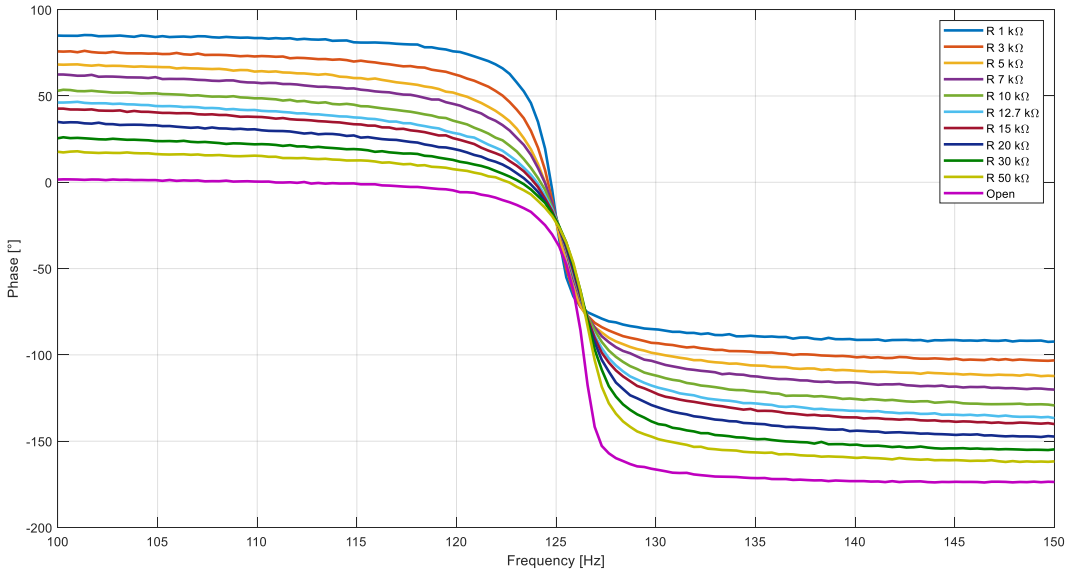


Figura 5.2.4 Fase FRF Harvester PPA1001

Si è detto in precedenza che con il circuito chiuso sulla resistenza ottimale si ottiene il valore di potenza elettrica massimo. Allora si è voluta verificare la correttezza di tale affermazione, procedendo nel calcolare il valore della potenza ricavata dall'Harvester. La formula utilizzata è la seguente:

$$P = \frac{FRF^2}{2 * 10^6 R} \qquad (5.2.2)$$

Dove 10^6 è un fattore di conversione in quanto R è in kΩ e a numeratore è presente il modulo della FRF in mV/g al quadrato; ottenendo così la potenza in mW. L'accelerazione si è supposta pari a 1g e durante le prove sperimentali si è cercato di mantenerla il più possibile in un intorno di tale valore, in quanto il sistema non ha un comportamento perfettamente lineare.

I risultati ottenuti vengono riportati in un grafico che confronta tre valori di potenza ottenuti con tre diverse resistenze (Figura 5.2.5) e successivamente in una tabella che contiene i tre valori di potenze calcolati per tali resistenze. Sono state scelte le due resistenze limite e ovviamente la resistenza ottimale e si nota che il valore massimo della potenza è ottenuto quando come carico resistivo ho proprio la resistenza ottimale di 12.7 kΩ.

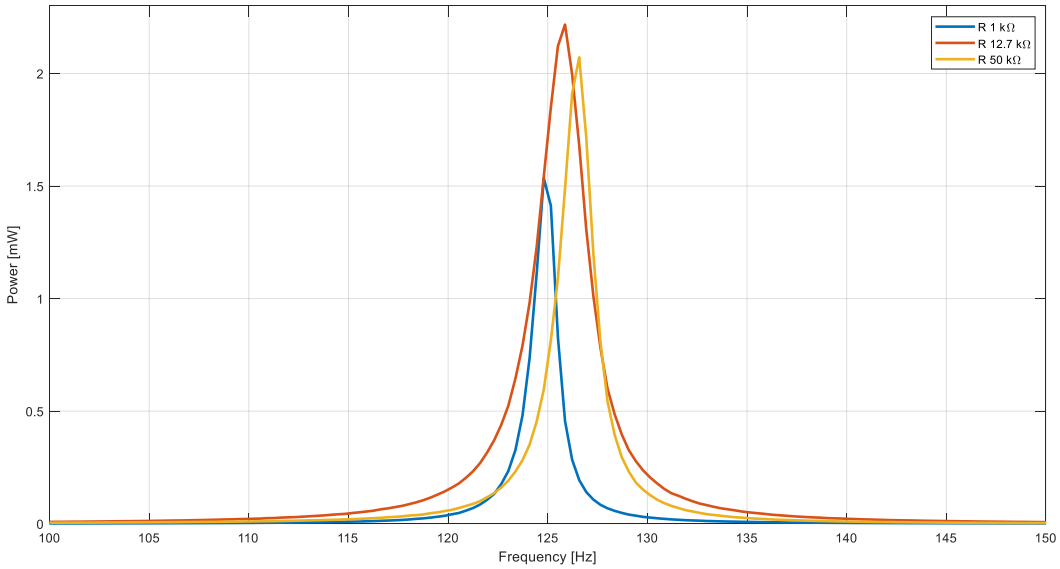


Figura 5.2.5 Confronto delle potenze ottenute per tre diverse resistenze

Tabella 5.2.2 Valori massimi delle potenze ottenute:

R [kΩ]	Power [mW]
1	1.54
12.7	**2.22**
50	2.07

Si è voluto proporre infine un ulteriore grafico, nel quale si riportano i valori delle potenze al variare delle resistenze, per valori di frequenza nell'intorno di quella di risonanza nel caso di circuito aperto, cioè 126.3 Hz (Figura 5.2.6). In questo grafico si nota che le curve della potenza hanno un andamento crescente con pendenza molto elevata, fino al raggiungimento di un massimo, per poi scendere, con pendenza molto minore, cioè più lentamente. È stato dimostrato precedentemente

che il valore della potenza massima è raggiunto quando nel circuito è inserita la resistenza ottimale. Il valore di frequenza al quale si raggiunge tale massimo sarà 125.9 Hz, cioè quello per il quale la resistenza ottimale ha il massimo del modulo della FRF (si veda Tabella 5.2.1). Il grafico mostra infatti che la curva che raggiunge la massima potenza è quella relativa alla frequenza di 126 Hz, in accordo con le precedenti considerazioni. Inoltre, si può constatare che i valori più alti della potenza sono raggiunti con le resistenze di valore 7,10,12.7 kΩ (che è proprio quella ottimale), per poi calare successivamente. Anche grazie a questo grafico dunque si è riesaminata la correttezza del valore della resistenza ottimale, evidenziandone nuovamente l'importante caratteristica di permettere l'ottenimento della massima potenza.

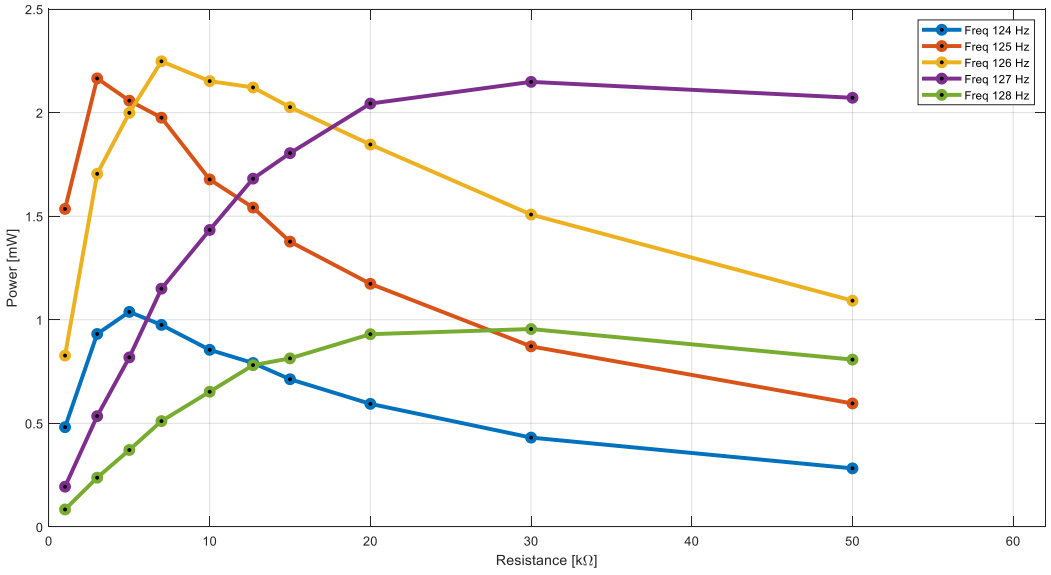


Figura 5.2.6 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza del circuito aperto, al variare delle resistenze

Harvester PPA-1001 con cornice singola

Si è già descritta la possibilità di allargare la banda aggiungendo una o più cornici al solo Harvester studiato precedentemente. Si è voluto quindi procedere nello studiare il suo comportamento nel caso di circuito chiuso con resistenze variabili, in modo tale da confrontarne il comportamento con il caso precedente senza alcuna cornice.

Si deve sottolineare il fatto che l'aggiunta della cornice comporta che le frequenze naturali saranno due, non più una in quanto i modi di vibrare sono raddoppiati. Per prima cosa anche in questo caso è stato misurato il valore delle frequenze naturali nel caso di circuito aperto, in modo da poter calcolare i valori delle resistenze ottimali (due anch'esse in questo caso). La formula utilizzata è la stessa dell'equazione (5.2.*1*), ma in questo caso avremo una resistenza ottimale per il primo picco e una ottimale per il secondo. Ciò significa che nello studio delle potenze, se nel circuito è presente la resistenza ottimale del primo modo ci si aspetta che nel primo picco la massima potenza sia quella ottenuta con quella resistenza; vice versa se si andrà ad inserire la resistenza ottimale del secondo picco ci si aspetterà una potenza massima del secondo picco in corrispondenza di tale resistenza. I valori delle due frequenze naturali a circuito aperto sono $f_1 = 36.6\ Hz$ e $f_2 = 75.7\ Hz$. Dunque, le resistenze ottimali:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 36.6 * 10^{-7}} = 43.5\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 75.7 * 10^{-7}} = 21\ k\Omega$$

Viene riportato il grafico del modulo della FRF delle misurazioni (*Figura 5.2.7*), ottenuto in modo analogo al caso sprovvisto di cornice. Si nota anche qui l'analogia con i risultati teorici cioè un abbassamento in ampiezza in corrispondenza del modulo del picco e una diminuzione del valore della frequenza corrispondente, al diminuire del valore della resistenza inserita nel circuito. Per un migliore dettaglio sono riportate due tabelle riassuntive di seguito al grafico.

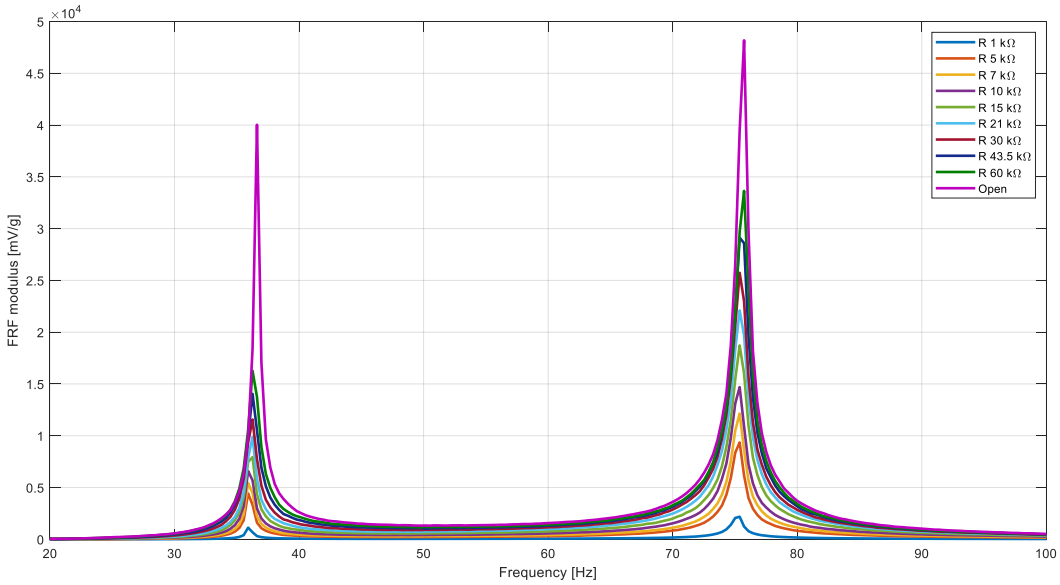


Figura 5.2.7 Modulo FRF Harvester PPA1001con cornice singola

*Tabella 5.2.3 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF relativi al **primo modo** di vibrare:*

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	36.62	40030
60	36.27	16270
43.5	36.27	14040
30	36.27	11570
21	36.27	9885
15	36.1	7505
10	35.91	6592
7	35.91	5424
5	35.91	4433
1	35.91	1125

*Tabella 5.2.4 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF relativi al **secondo modo** di vibrare:*

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	75.73	48180
60	75.73	33650
43.5	75.5	29120
30	75.38	25730
21	75.38	22100
15	75.38	18720
10	75.38	14700
7	75.38	12150
5	75.2	8860
1	75.2	2179

Si è voluto anche in questo caso verificare che le resistenze ottimali calcolate, consentano effettivamente di ottenere il valore di potenza massimo. Per il calcolo della potenza è stata usata ancora l'equazione (5.2.*2*). Viene dunque riportato il grafico che mostra che la potenza ottenuta con le due resistenze ottimali calcolate e le due resistenze limite che sono state scelte (Figura 5.2.8).

Nel primo picco è di difficile distinzione quale sia la resistenza che dà il valore massimo della potenza. Questo accade in quanto il valore della frequenza è molto basso e quindi, seppur nella formula per il calcolo della potenza è al quadrato, non è sufficiente per farne risaltare un valore in particolare. Possiamo affermare che le curve ottenute sono sovrapposte. Nel secondo picco, invece a differenza del primo si ha una curva che chiaramente sovrasta le altre. Tale curva è proprio quella relativa al valore di potenza generato quando è inserita nel circuito la resistenza ottimale di 21 kΩ, che è esattamente quella relativa al secondo modo di vibrare.

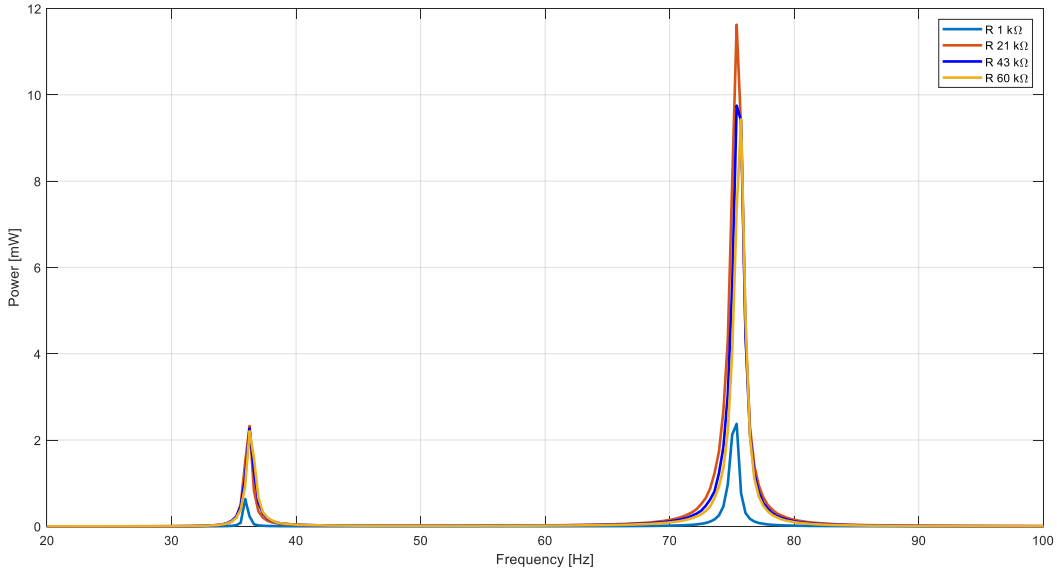


Figura 5.2.8 Confronto delle potenze ottenute per quattro diverse resistenze

Tabella 5.2.5 Valori massimi delle potenze ottenute per l'harvester con singola cornice:

R [kΩ]	Power f1 [mW]	Power f2 [mW]
1	0.63	2.37
21	**2.33**	**11.63**
43.5	**2.27**	9.75
60	2.21	9.43

Si riportano infine anche per questo caso i valori di potenza ottenuti per ogni resistenza, al variare delle frequenze, dapprima nell'intorno della frequenza di risonanza del primo modo (Figura 5.2.9), e successivamente del secondo (Figura 5.2.10).

La curva delle potenze per la frequenza di risonanza relativa alle prove con circuito aperto è nettamente più alta delle altre in entrambi i grafici.

Nel grafico relativo al primo modo si nota una crescita della potenza con pendenza non molto elevata, e il valore massimo viene raggiunto in corrispondenza della resistenza di valore 21 kΩ, per poi mantenersi costante fino alla resistenza ottimale per il primo modo, cioè 43.5 kΩ, per poi calare molto lentamente.

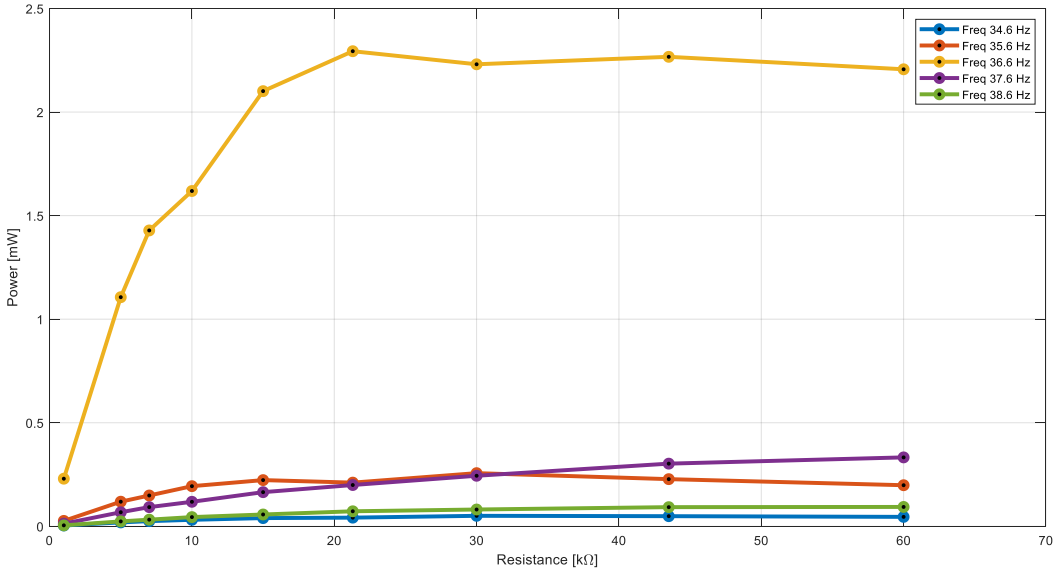


Figura 5.2.9 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza relativa al primo modo di vibrare del circuito aperto, al variare delle resistenze per l'Harvester con singola cornice

Per quanto riguarda il grafico relativo alle potenze del secondo modo, la crescita della potenza è più rapida in quanto la pendenza è maggiore. Questo lo si può spiegare in quanto la resistenza ottimale è inferiore alla precedente e pari a 21 kΩ. Il massimo si mantiene fino a questo valore per poi calare in modo più repentino rispetto al caso precedente.

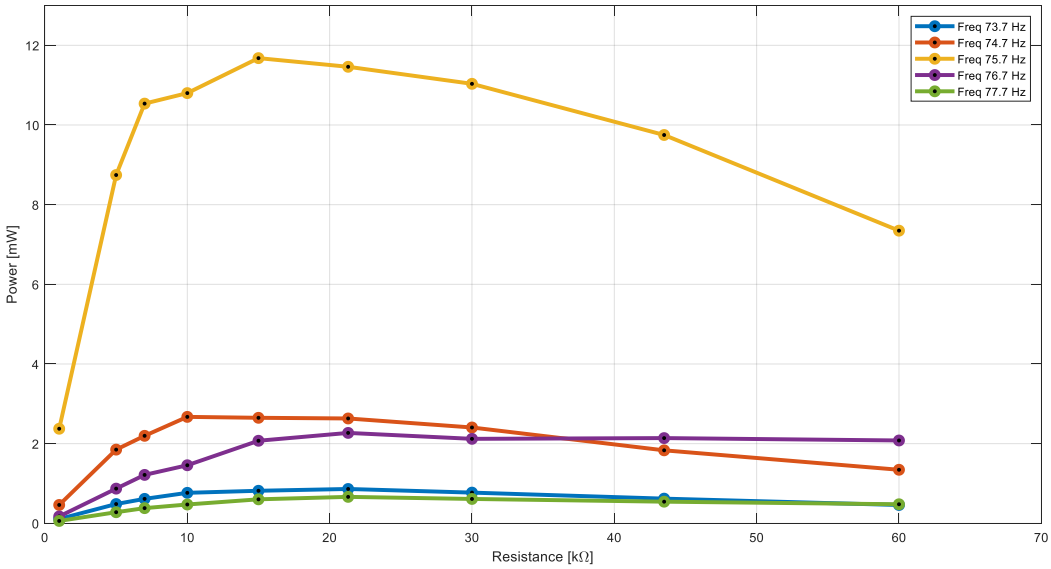


Figura 5.2.10 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza relativa al secondo modo di vibrare del circuito aperto, al variare delle resistenze per l'Harvester con singola cornice

Harvester PPA-1001 con doppia cornice

Sono state effettuate le medesime prove sperimentali anche per l'Harvester con cornice doppia. In questo caso, grazie alle due cornici collegate si hanno tre modi di vibrare e di conseguenza tre frequenze di risonanza. Anche per questo caso le prime misure sono state effettuate a circuito aperto, per poter calcolare i valori delle resistenze ottimali con l'equazione (5.2.*1*). I valori delle tre frequenze naturali a circuito aperto sono $f_1 = 26\,Hz$, $f_2 = 39.11\,Hz$ e $f_3 = 85.3\,Hz$. E dunque le tre resistenze ottimali:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 26 * 10^{-7}} = 61.2\,k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 39.11 * 10^{-7}} = 40.8\,k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 85.3 * 10^{-7}} = 18.7\,k\Omega$$

Viene riportato dunque il grafico del modulo della FRF ottenuto dalle misurazioni, facendo variare le resistenze in modo analogo ai due precedenti casi (Figura 5.2.11). Si nota anche qui una diminuzione dell'ampiezza e della frequenza di risonanza al diminuire del valore della resistenza applicata nel circuito. Si riportano di seguito al grafico le tre tabelle riassuntive relative ai tre modi di vibrare.

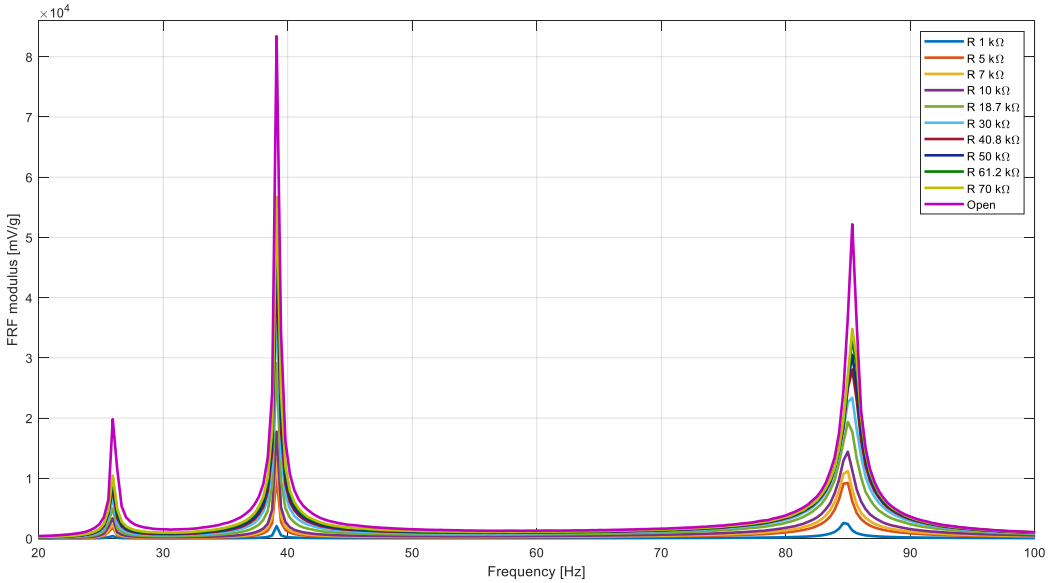


Figura 5.2.11 Modulo FRF Harvester PPA1001con cornice doppia

Tabella 5.2.6 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF relativi al ***primo modo*** *di vibrare:*

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	26	19810
70	26	10450
61.2	26	9940
50	26	9038
40.8	26	8135
30	26	6687
18.7	26	5006
10	26	3352
7	26	2333
5	26	1865
1	26	407

*Tabella 5.2.7 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF relativi al **secondo modo** di vibrare:*

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	39.11	83420
70	39.11	56740
61.2	39.11	54420
50	39.11	50300
40.8	39.11	45630
30	39.11	39100
18.7	39.11	29080
10	39.11	17740
7	39.11	13220
5	39.11	10010
1	39.11	2056

*Tabella 5.2.8 Valori delle frequenze di risonanza e del massimo del modulo della FRF relativi al **terzo modo** di vibrare:*

Resistenza [kΩ]	Frequenza di picco [Hz]	Modulo FRF [mV/g]
∞	85.33	52180
70	85.33	34820
61.2	85.33	33230
50	85.33	30500
40.8	85.33	28070
30	85.2	23500
18.7	84.98	19350
10	84.98	14420
7	84.98	11200
5	84.7	9090
1	84.62	2575

Data la diminuzione di frequenza che è maggiore nel terzo modo di vibrare e non si nota per i primi due, si possono fare le stesse considerazioni che sono state fatte

nel caso di Harvester con cornice singola, e cioè andando a studiare le forme modali relative ai tre modi:

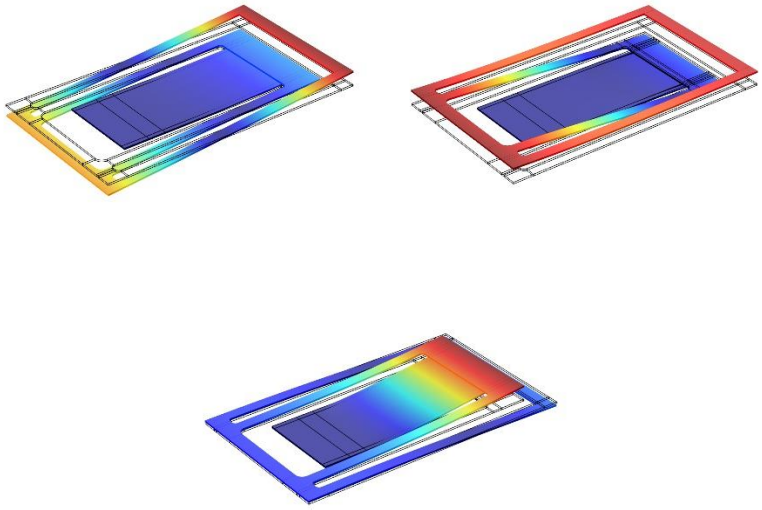


Figura 5.2.12 Forme modali del primo, del secondo e del terzo modo di vibrare dell'Harvester con doppia cornice

Si vede nei primi due modi un'influenza prioritaria delle due cornici, mentre nel terzo caso viene coinvolto in modo prevalente l'Harvester. Per tale motivo la variazione di carico resistivo influisce maggiormente sul terzo modo di vibrare.

Anche in quest'ultimo caso si è verificata la possibilità di ottenere la massima potenza nell'applicazione delle rispettive resistenze ottimali. Si riporta un grafico riguardante le misure di potenza, calcolata ancora una volta con l'equazione (5.2.*2*), inserendo nel circuito le tre resistenze ottimali e le due resistenze limite in modo da effettuare il confronto (Figura 5.2.13). Per quanto riguarda il primo picco, valgono le stesse considerazioni fatte per il primo picco dell'Harvester con cornice singola, infatti la frequenza in esame è ancora minore del caso precedente e dunque si può affermare una sovrapposizione dei valori delle potenze ottenute. Nel secondo modo di vibrare, invece è chiara la prevalenza della curva relativa alla potenza ottenuta con la resistenza ottimale riguardante questo secondo modo di vibrare, di 40.8 kΩ. Infine, per quanto riguarda il terzo modo di vibrare, anche questo caso è in accordo con la definizione di resistenza ottimale, in quanto è più alto il picco

della curva relativa alla potenza ricavata con l'inserimento della terza resistenza ottimale, 18.7 kΩ, relativa a questo modo di vibrare. Si riporta di seguito al grafico la tabella che riporta i valori di potenze ottenuti:

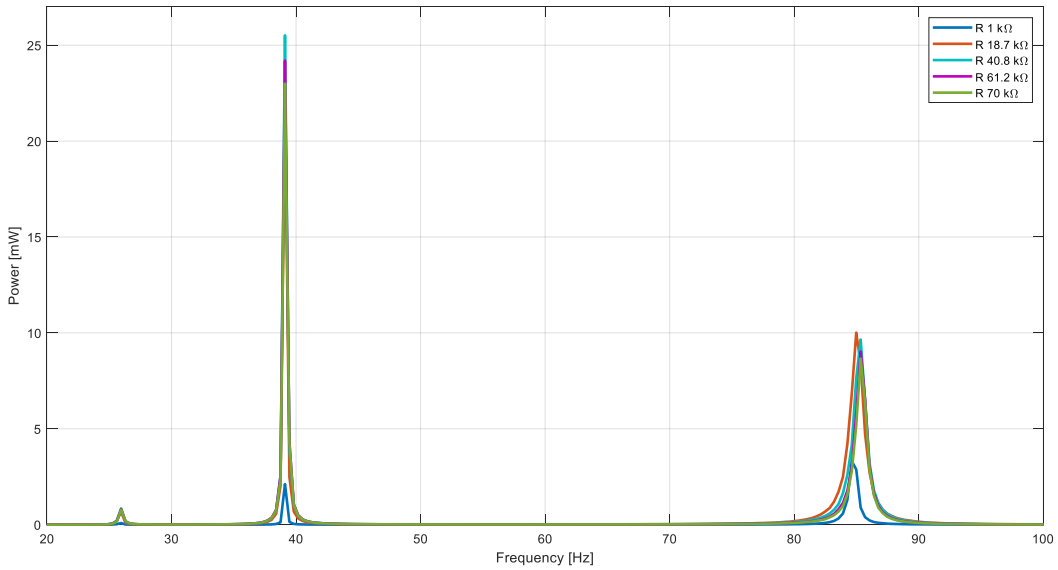


Figura 5.2.13 Confronto delle potenze ottenute per cinque diverse resistenze

Tabella 5.2.9 Valori massimi delle potenze ottenute per l'harvester con doppia cornice:

R [kΩ]	Power f1 [mW]	Power f2 [mW]	Power f3 [mW]
1	0.08	2.11	3.31
18.7	0.67	22.6	**10.01**
40.8	**0.85**	**25.51**	9.65
61.2	**0.81**	24.2	9.02
70	0.78	23	8.66

Per analogia con i due casi precedenti vengono di seguito riportati i grafici delle potenze ottenute al variare delle resistenze, nell'intorno delle tre frequenze di risonanza relative al primo (Figura 5.2.14), secondo (Figura 5.2.15) e terzo modo di vibrare (Figura 5.2.16). Si vede in tutti e tre i casi che il valore massimo della potenza viene ottenuto in corrispondenza della frequenza di risonanza relativa alle misurazioni svolte con circuito chiuso.

Nel grafico relativo al primo modo di vibrare si ha una salita con pendenza non molto elevata, per poi mantenersi nell'intorno del valore massimo anche alla resistenza di 61 kΩ, cioè esattamente quella ottimale per il primo modo. Da notare comunque il valore assoluto di potenza molto basso (circa 0.8 mW, si veda Tabella 5.2.9). Per le altre frequenze i valori di potenze ricavabili sono molto più bassi, quasi fuori scala nel grafico ottenuto. Questo avviene in quanto la larghezza del picco è molto ridotta, infatti tale fenomeno lo si noterà anche nel caso del secondo modo. Per quanto riguarda il secondo modo, dal grafico si nota che la curva sale fino a valori maggiori di oltre un ordine di grandezza rispetto al caso del primo modo (questo lo si poteva prevedere già notando la differenza nei picchi del modulo della FRF). Il valore massimo anche qui si raggiunge alla resistenza ottimale di questo modo, cioè 40.8 kΩ, per poi proseguire calando con pendenza poco elevata. Anche in tal caso gli altri valori di potenze sono molto bassi, proprio come già detto a causa della presenza di un picco alto e stretto. Infine, per l'ultimo modo di vibrare, dal grafico si vede una salita più ripida della curva, con pendenza più elevata rispetto gli altri due casi (corretto in quanto la resistenza ottimale è quella con valore minore delle tre) per poi mantenersi al livello massimo fino alla resistenza di 18.7 kΩ (ottimale per questo modo), per poi scendere in modo ancora rapido, con pendenza elevata. Da notare che in tal caso si ha una potenza massima che è minore della metà del valore massimo raggiunto per il secondo modo.

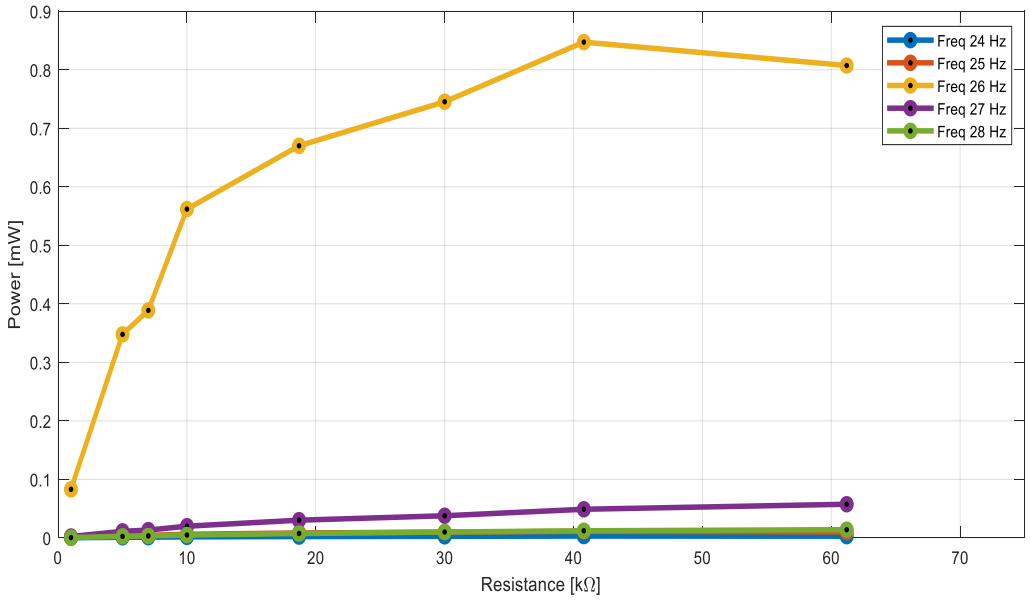


Figura 5.2.14 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza relativa al primo modo di vibrare del circuito aperto, al variare delle resistenze per l'Harvester con doppia cornice

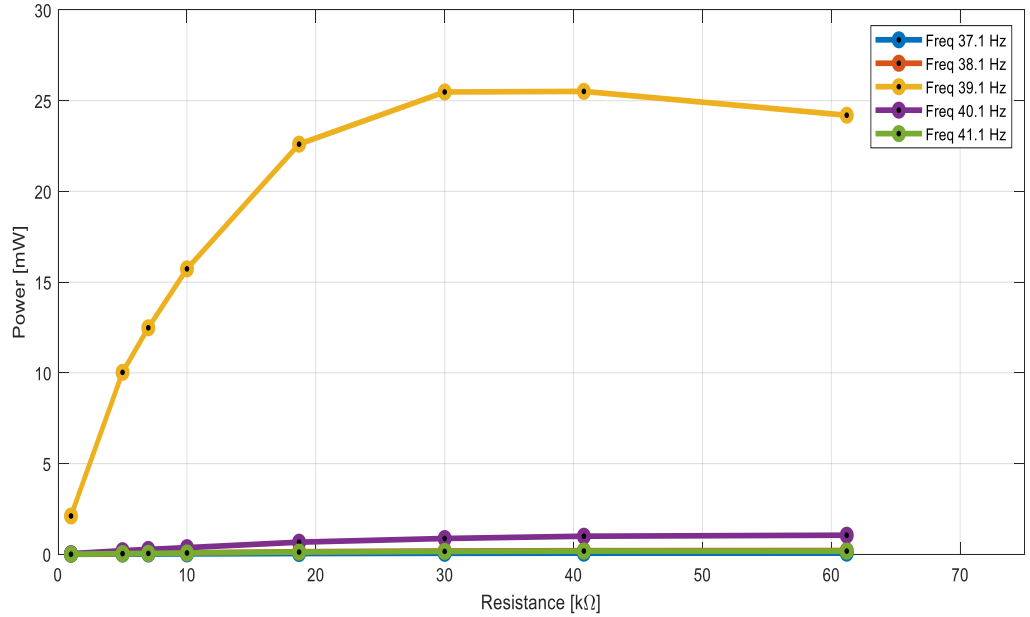


Figura 5.2.15 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza relativa al secondo modo di vibrare del circuito aperto, al variare delle resistenze per l'Harvester con doppia cornice

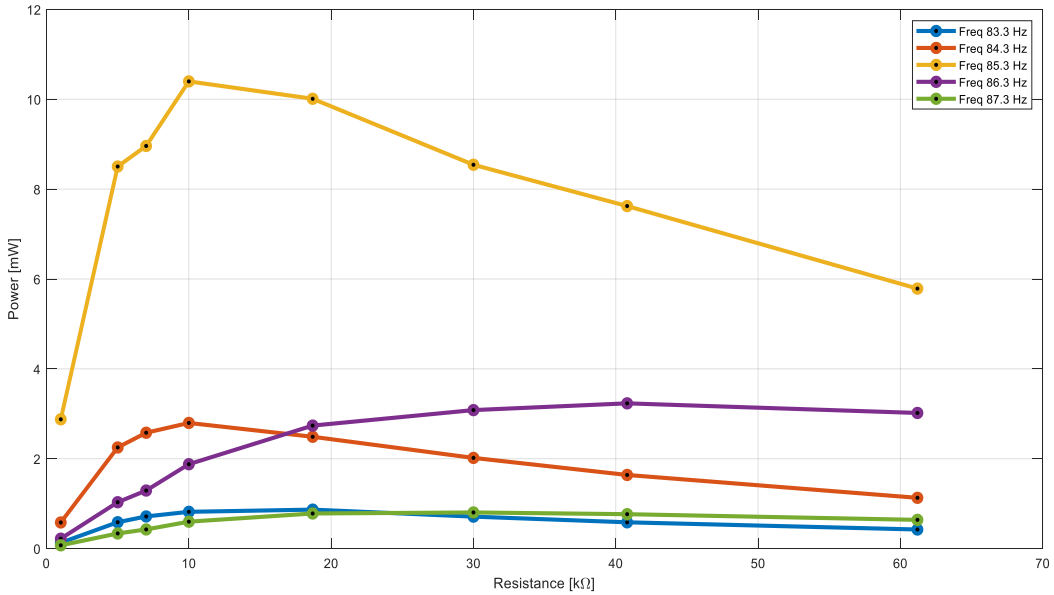


Figura 5.2.16 Valore delle potenze in intorno della frequenza di risonanza relativa al terzo modo di vibrare del circuito aperto, al variare delle resistenze per l'Harvester con doppia cornice

CAPITOLO 6

MODELLI NUMERICI

6.1 Comsol

In questo capitolo verrà presentata la modellazione agli elementi finiti degli energy harvester testati. Lo scopo di queste analisi è quello di validare un modello numerico che riesca a predire il comportamento elettro-meccanico, in modo da riuscire a determinare, date le caratteristiche geometriche delle lamine e le proprietà meccaniche dei materiali, i parametri modali, quali: frequenze di risonanza, forma delle deformate e funzioni di trasferimento.
Il software utilizzato per effettuare questo lavoro è Comsol Multiphysics 5.0, sviluppato appositamente per effettuare simulazioni multi-fisiche che sono richieste dal sistema in oggetto dato il comportamento accoppiato elettro-meccanico.
L'analisi numerica multi-fisica ad elementi finiti delle travi a mensola piezoelettriche sottoposte ad una forza con variazione sinusoidale nel tempo, e aventi diversa geometria, consente di poter valutare oltre che lo stato tensionale e di deformazione della trave, anche la distribuzione della differenza di potenziale ai capi del carico resistivo.
Per le tipologie di harvester considerati, verranno ottenuti i grafici della funzione di trasferimento, soltanto nel caso di circuito aperto, in modo da avere un confronto più leggibile e pulito. Per quanto riguarda il caso con le resistenze abbiamo visto che seguono tutti e tre i casi un andamento coerente con la teoria (si veda capitolo 5). Nonostante la geometria semplice, i gradi di libertà per ogni nodo del sistema agli elementi finiti sono sia di tipo meccanico che elettrico, questo comporta un aumento del carico computazionale per arrivare a soluzione del problema. Nei paragrafi che seguono verranno presentate le caratteristiche ed i risultati delle simulazioni effettuate.

6.2 Lo Smorzamento

Per effettuare i suddetti studi, è necessario introdurre in Comsol un dato, lo smorzamento isteretico. Tale tipologia di smorzamento è detta anche strutturale in quanto dovuto all'attrito nello scorrimento tra le fibre del materiale all'atto della deformazione. Come dimostrato in Appendice C si è visto essere il doppio dello smorzamento viscoso.

Quest'ultimo genera dissipazione di energia dovuta alla resistenza del fluido nel quale il corpo si muove. Per prima cosa dunque è stato calcolato lo smorzamento viscoso: partendo dalle misure ottenute dalle prove sperimentali, lo si è calcolato con due metodologie diverse cioè il metodo del decremento logaritmico e quello della larghezza di banda in modo tale da poter effettuare un confronto tra i risultati. Vediamoli nel dettaglio:

Metodo del decremento logaritmico

Viene definito come il logaritmo naturale del rapporto tra l'ampiezza di due successivi picchi nel grafico dell'andamento temporale dell'accelerazione subita dall'oggetto in questione:

$$\delta = \frac{1}{n} ln \frac{x(t)}{x(t+nT)}$$

Dove x(t) è l'ampiezza al tempo t e x(t+nT) è l'ampiezza del picco n periodi più avanti. Se n=1 i picchi considerati sono proprio i due successivi come da definizione.

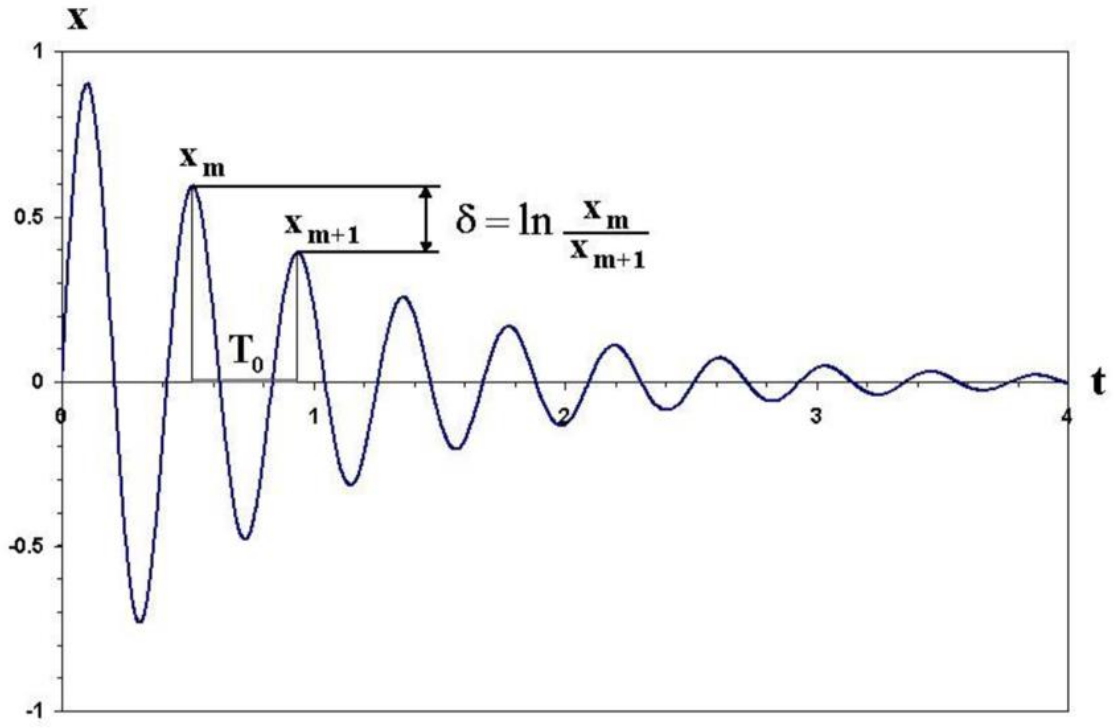


Figura 6.2.1 Decremento logaritmico [36]

Una volta ricavato il valore del decremento logaritmico, per sistemi in cui lo smorzamento viscoso è $\zeta \ll 1$, come nel nostro caso è possibile calcolare tale smorzamento semplicemente come:

$$\zeta = \frac{\delta}{2\pi}$$

Si procede dunque calcolandolo per l'harvester singolo PPA1001.

Nel caso in esame il segnale in uscita è la tensione generata dall'Harvester, perciò viene riportato il grafico della tensione nel dominio del tempo ottenuto nel caso di circuito aperto:

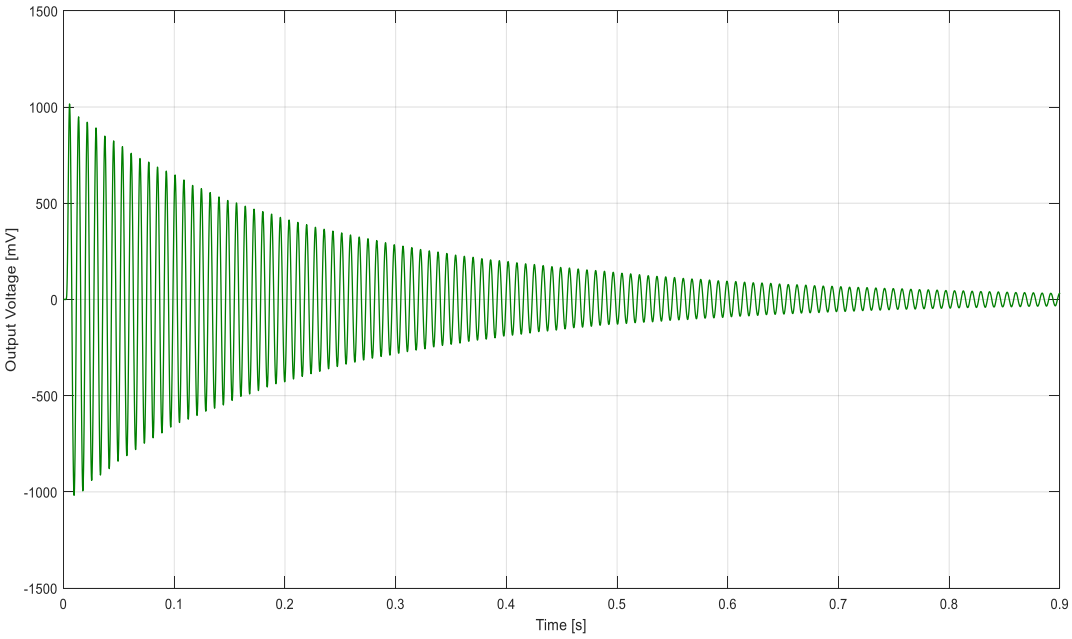
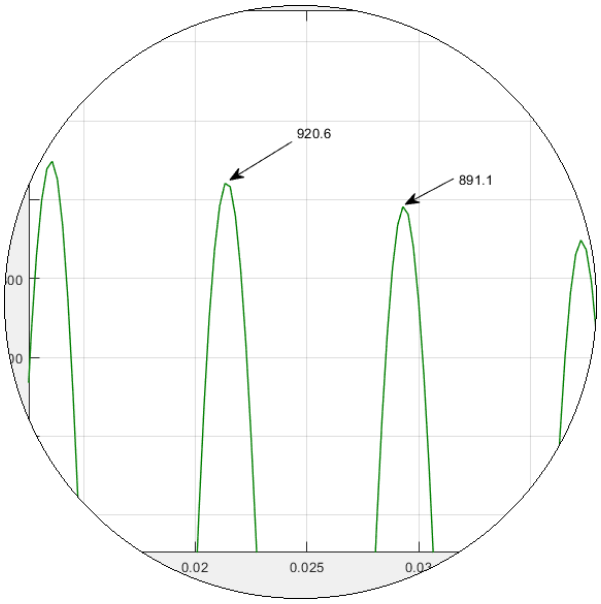


Figura 6.2.2 Andamento temporale della tensione

Si nota subito lo smorzamento, con la curva che segue l'andamento di tipo esponenziale: $A = A_0 e^{-\zeta \omega t}$.

Si considera il valore di due picchi successivi, per esempio si sono scelti:

- Terzo e quarto picco:



$$\zeta = \frac{ln\,{}^{920.6}/_{891.1}}{2\pi} = \mathbf{0.00518}$$

Figura 6.2.3 Ingrandimento su terzo e quarto picco e valori delle rispettive ampiezze

Metodo dell'ampiezza di banda

L'half power bandwidth o metodo della larghezza di banda utilizza il grafico del modulo della funzione di trasferimento per ricavare lo smorzamento. Viene così chiamato in quanto per un'ampiezza pari a $V/\sqrt{2}$, il generatore di forze eroga una potenza pari alla metà di quella in risonanza. Ad ogni frequenza naturale, alla quale corrisponde un picco si calcola per prima cosa il valore quadratico medio (RMS) dell'ampiezza di picco $V_{max}/\sqrt{2}$.
A questo valore di tensione corrisponderanno due valori di frequenze f1 e f2 (Figura 6.2.4).

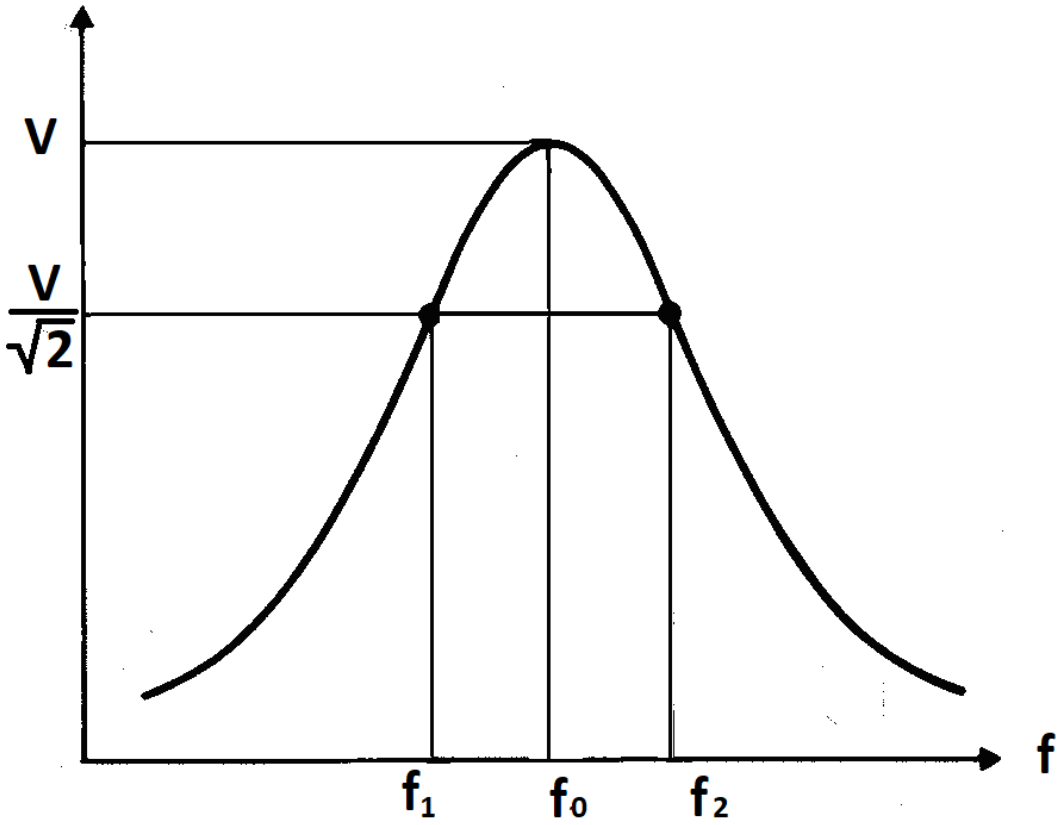


Figura 6.2.4 Metodo della larghezza di banda

Tramite queste due frequenze ricavate dal grafico, è possibile calcolare il valore dello smorzamento viscoso tramite la relazione:

$$\zeta = \frac{f_2 - f_1}{2f_o}$$

Lo si è calcolato per il caso di PPA1001 considerando il grafico del modulo a circuito aperto (Figura 5.2.3), e dalla relativa Tabella 5.2.1 si sono ricavati i valori:

$$V_{max} = 21720\ mV/g$$

$$f_0 = 126.3\ Hz$$

Allora procedendo con i calcoli e ricavando f1 e f2 graficamente si è ottenuto:

$$\frac{V_{max}}{\sqrt{2}} = 15358\ mV/g$$

$$f_1 = 125.6\ Hz$$

$$f_2 = 126.88\ Hz$$

$$\boldsymbol{\zeta = 0.00507}$$

Con entrambi i metodi utilizzati il valore di smorzamento viscoso ottenuto è leggermente superiore a 0.5 %, perciò considerando che nel caso delle simulazioni con il software alcuni fattori come per esempio la non idealità dell'incastro non vengono considerati, si è deciso di scegliere uno smorzamento viscoso pari a 0.006.

6.3 Simulazioni con il software Comsol

Sono state effettuate le simulazioni con il software, per le tre tipologie di Harvester considerati, in modo tale da poter confrontare i risultati ottenuti con lo scopo di convalidare i modelli numerici.

Si riporta di seguito il grafico per il PPA1001

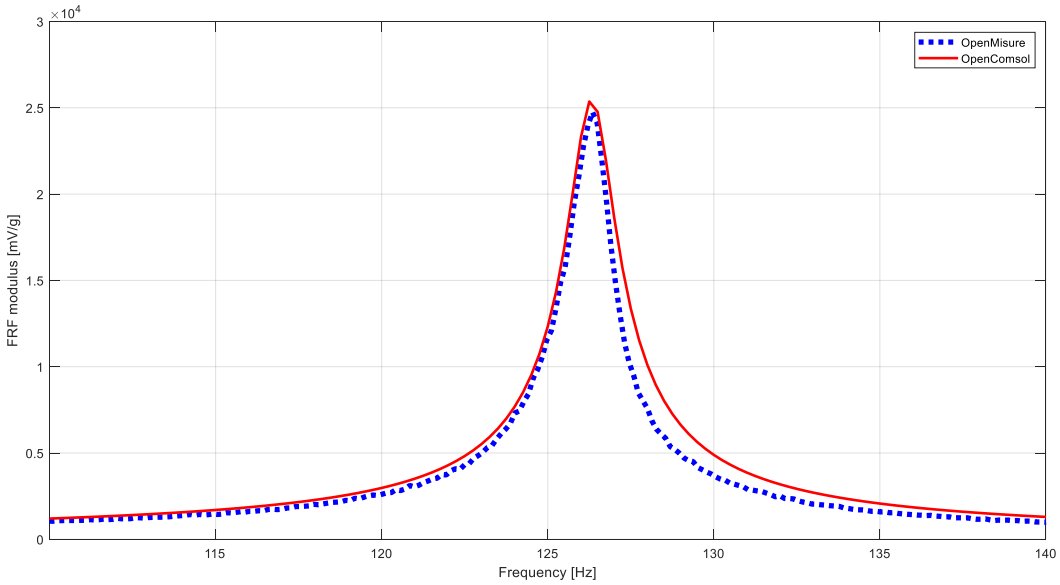


Figura 6.3.1 Confronto tra il risultato della simulazione con Comsol e i precedenti risultati sperimentali con circuito aperto per l'Harvester PPA1001

Per quanto riguarda i due casi provvisti di cornice, si è dovuto indicare anche uno smorzamento che riguardasse tali cornici. Il materiale di cui sono costituite è un semplice acciaio per lamiere. La scelta è ricaduta su un valore inferiore rispetto a quello del singolo harvester, in quanto quest'ultimo è formato da più strati di materiale diverso. È stato scelto un valore di smorzamento viscoso della prima cornice pari a 0.005.

Viene riportato il grafico per l'harvester con una cornice.

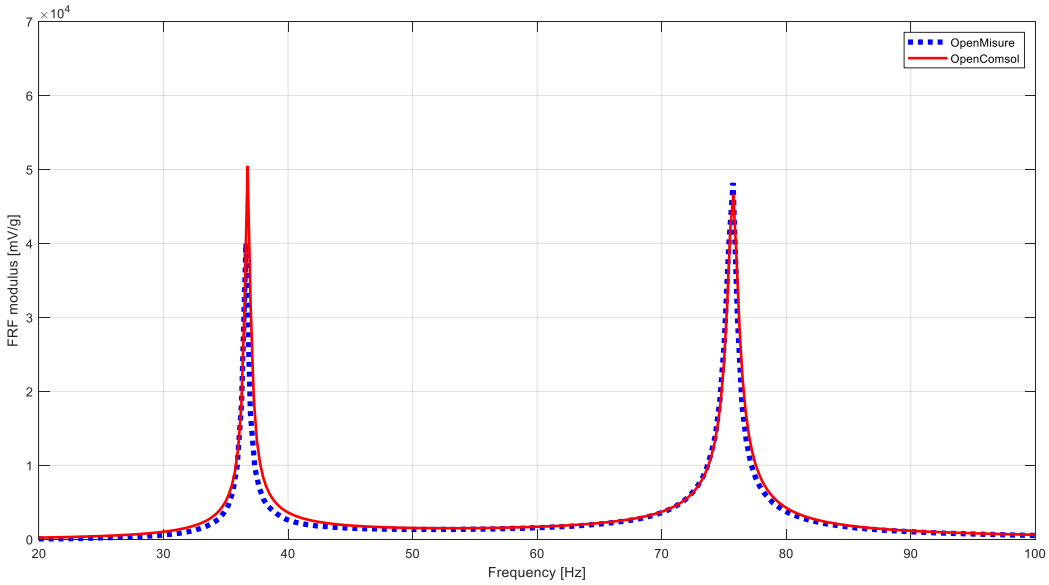


Figura 6.3.2 Confronto tra il risultato della simulazione con Comsol e i precedenti risultati sperimentali con circuito aperto per l'Harvester PPA1001 con singola cornice

Infine, è stata svolta la simulazione per il caso dell'harvester con due cornici. In questo caso si è voluto tener conto anche del fatto che la cornice più esterna non è vincolata all'Harvester, perciò per quest'ultima si è deciso di optare per uno smorzamento inferiore, pari a 0.3%.

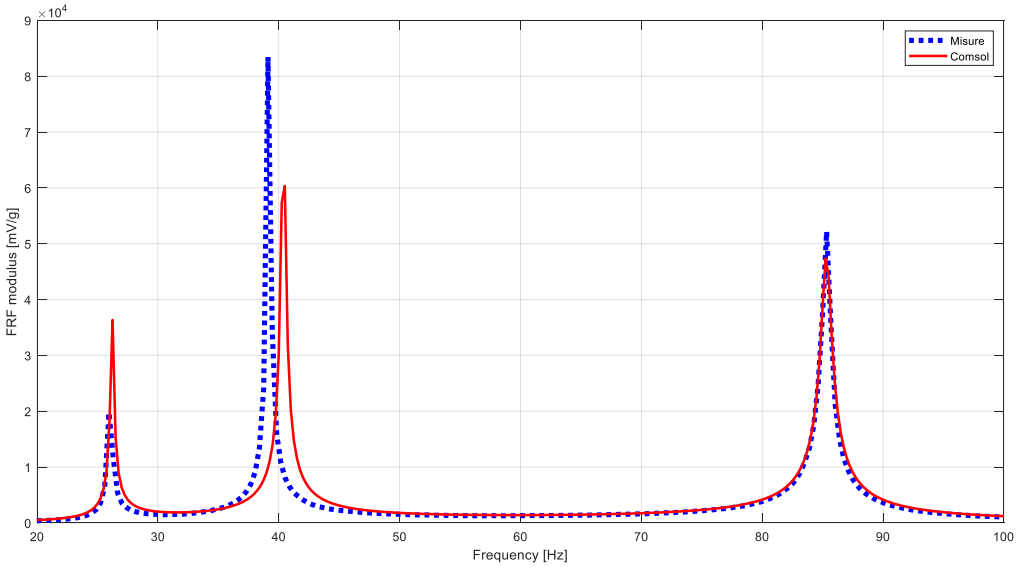


Figura 6.3.3 Confronto tra il risultato della simulazione con Comsol e i precedenti risultati sperimentali con circuito aperto per l'Harvester PPA1001 con doppia cornice

L'andamento delle curve ottenuto con le simulazioni effettuate con il software Comsol è risultato in buon accordo con le prove sperimentali, soprattutto per i primi due casi studiati, cioè il PPA1001 privo di cornice e munito di singola cornice. Nel caso riguardante l'Harvester con doppia cornice, si vede una leggera differenza tra i grafici. Eventuali differenze possono essere dovute a diversi fattori quali:

1. incastro reale non perfetto;
2. non perfetto incollaggio della cornice all'estremità dell'harvester (nel modello FEM era modellata con una perfetta adesione)
3. valore dello smorzamento scelto per la cornice (questo soprattutto per il terzo caso nel quale è più difficoltoso ipotizzare uno smorzamento corretto per il diverso incastro delle cornici).
4. la non perfetta planarità delle basi di presa che porterebbe la linea di vincolo in una zona diversa da quella considerata. Infatti, se gli spigoli delle basi non toccano perfettamente la lamina piezoelettrica nella linea di vincolo la lunghezza libera di vibrare è maggiore di quella considerata nell'analisi FEM. Si avrebbe quindi una minore rigidezza della piastra e di conseguenza una riduzione della frequenza di risonanza (e un minore smorzamento).

CAPITOLO 7

ANALISI DI SENSIBILITÀ NUMERICA PER LO SVILUPPO DI HARVESTER PER RECUPERO DI ENERGIA DA VIBRAZIONI PERIODICHE

In questo capitolo si vogliono ottenere Harvester in grado di assorbire energia da vibrazioni di tipo periodico. Lo scopo dunque è ottenere un modo di vibrare di tipo periodico degli stessi.

Per prima cosa si è pensato di agire sull'aggiunta di masse in modo da far variare i valori delle frequenze di vibrazione.

Come primo approccio, data la non conoscenza dei valori delle masse necessarie, è stato scelto un range e si sono fatte variare all'interno di questo, effettuando le simulazioni con il software Comsol. Chiaramente gli Harvester studiati sono solamente i casi con più di una frequenza di risonanza, cioè quelli con cornice singola e doppia.

7.1 Analisi di sensibilità - Harvester con singola cornice

Lo scopo è studiare l'aggiunta di materiale in determinate zone dell'harvester in modo tale da ottenere un andamento periodico del modulo della frequency response. I modi di vibrare, per questo caso di harvester con singola cornice, come si è già sottolineato più volte sono due. In particolare, si è fatto notare nel capitolo precedente come il primo modo di vibrare coinvolga prevalentemente la cornice, mentre il secondo modo l'harvester (**Errore. L'origine riferimento non è stata t rovata.**). Questa caratteristica è stata proprio il punto di partenza per lo studio di accordatura nel cercare di ottenere una periodicità, infatti si è ipotizzato che:

- L'aggiunta di massa sulla cornice abbassi il valore di frequenza naturale relativa al primo modo
- L'aggiunta di massa all'estremità libera dell'Harvester abbassi il valore di frequenza naturale del secondo modo.

Da notare che si parla di abbassamento in entrambi i casi, in quanto la frequenza è inversamente proporzionale alla massa, e in tal caso abbiamo agito con aggiunte di masse. Per verificare la veridicità o meno delle ipotesi appena descritte, si è proceduto studiando separatamente i due casi.

Nel primo caso è stata aggiunta massa all'estremità libera della cornice (quella non vincolata all'Harvester, come si può vedere in Figura 7.1.1). La massa è stata fatta

variare tra un valore di 0.1 grammi e un valore massimo di 2 grammi. Per distinguerla dalla successiva, questa massa è stata chiamata *frame mass*:

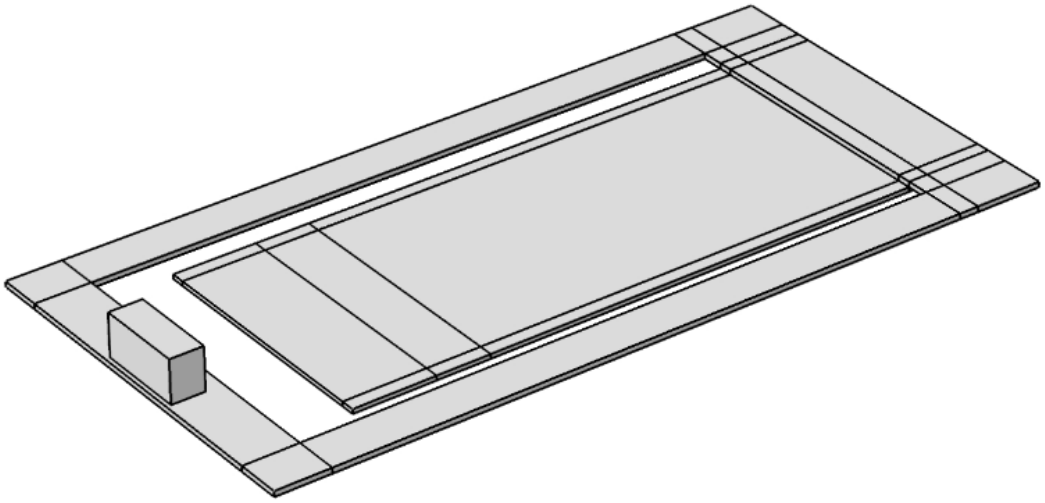


Figura 7.1.1 Una delle Frame Mass utilizzate

È stata effettuata una simulazione, per ogni massa diversa, in modo tale da ricavare il grafico del modulo della FRF dell'Harvester con cornice singola con l'aggiunta di massa. Per ogni studio sono stati estrapolati i valori delle due frequenze naturali relative al picco massimo del modulo della FRF, e sono stati riportati questi valori in un grafico, in modo tale da cercare di predirne un andamento. Dal grafico ottenuto (Figura 7.1.2) si nota subito che per quanto riguarda il valore delle frequenze per il secondo modo di vibrare, la variazione è quasi impercettibile; mentre si ha una diminuzione visibile nel primo modo, proprio come ci si aspettava dall'osservazione delle forme modali dei due modi. Viene inoltre riportata la tabella riassuntiva dei dati raccolti:

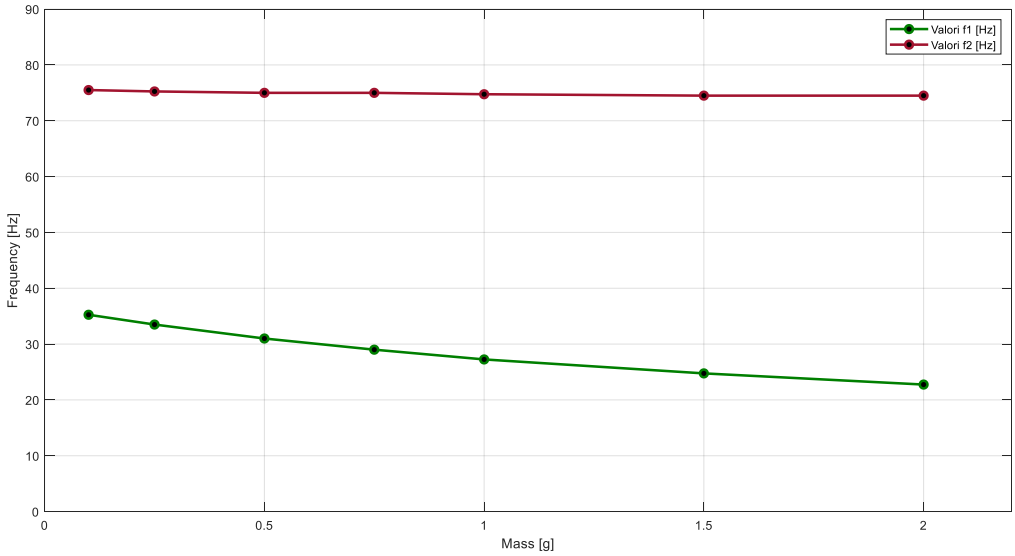


Figura 7.1.2 Andamento delle due frequenze al variare della Frame Mass

Tabella 7.1.1 Valori delle frequenze al variare della Frame Mass:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]
0.1	35.25	75.5
0.25	33.5	75.25
0.5	31	75
0.75	29	75
1	27.25	74.75
1.5	24.75	74.5
2	22.75	74.5

Si è successivamente verificato il secondo caso, cioè se effettivamente aggiungendo una massa all'estremità non vincolata dell'Harvester (Figura 7.1.3) si ha una diminuzione del secondo modo di vibrare. Le masse in tal caso sono state fatte variare da un valore di 0.1 grammi, fino ad un valore di 4 grammi. Tale massa, dalla letteratura viene chiamata *tip mass*, che sta proprio a ricordare il fatto che si trova all'estremità libera dell'Harvester:

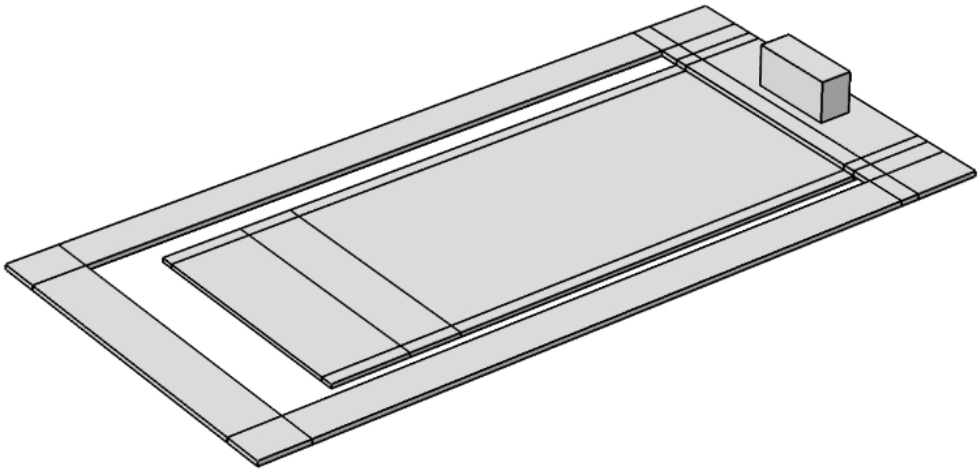


Figura 7.1.3 Una delle Tip Mass utilizzate

Anche in questo caso vengono riportati i valori ottenuti dagli studi effettuati con il software Comsol e riassunti in un grafico e relativa tabella (Figura 7.1.4 e Tabella 7.1.2). Si notano da subito i risultati aspettati, cioè una diminuzione importante del valore della frequenza del picco del secondo modo di vibrare, e una diminuzione più ridotta del primo modo di vibrare (ma comunque più marcata rispetto alla riduzione della frequenza del secondo modo nel caso di frame mass), nel quale non viene particolarmente coinvolto l'Harvester.

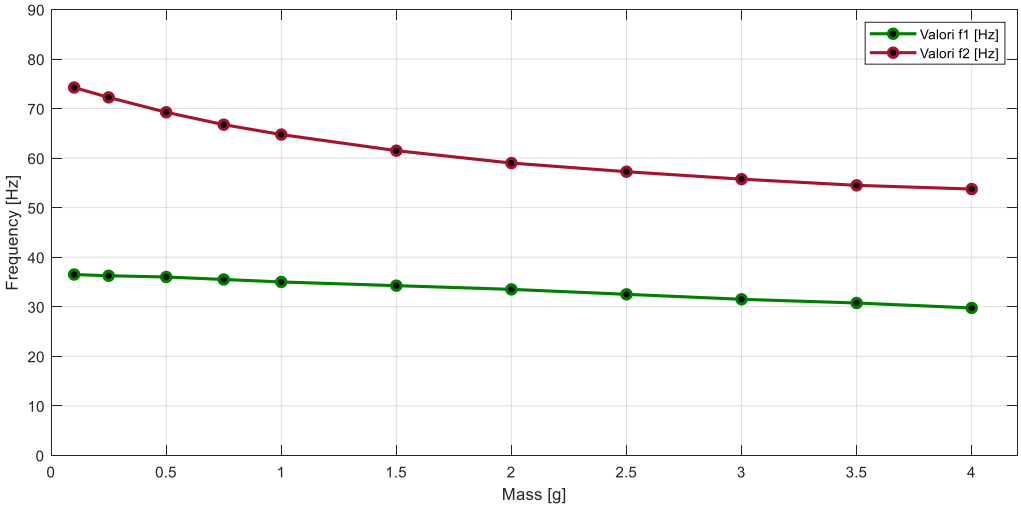


Figura 7.1.4 Andamento delle due frequenze al variare della Tip Mass

Tabella 7.1.2 Valori delle frequenze al variare della Tip Mass:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]
0.1	36.5	74.25
0.25	36.25	72.25
0.5	36	69.25
0.75	35.5	66.75
1	35	64.75
1.5	34.25	61.5
2	33.5	59
2.5	32.5	57.25
3	31.5	55.75
3.5	30.75	54.5
4	29.75	53.75

Per avere un quadro più completo si è voluto studiare l'andamento della risposta in frequenza, applicando entrambe le masse contemporaneamente. Le masse sono state fatte variare dal valore minimo di 0.1 grammi a 1 grammo, applicando sia la frame mass che la tip mass di uguale entità per ogni studio come si vede in Figura 7.1.5. Per esempio, quando è indicato 0.5 grammi si intende che sia la massa frame che quella tip hanno un valore pari a 0.5, per un totale di 1 grammo applicato all'intero dispositivo.

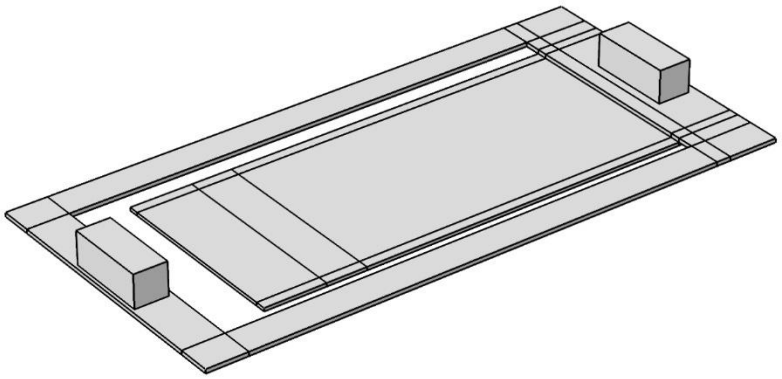


Figura 7.1.5 Frame Mass e Tip Mass di massa uguale

I risultati vengono riportati anche in tal caso in un grafico, il quale mostra che la diminuzione del valore delle frequenze è praticamente analogo sia per il valore della prima frequenza naturale che per il secondo. Questo può essere utile nel caso si volessero diminuire i valori di una stessa quantità. Si riportano di seguito il grafico e la tabella riassuntiva come al solito:

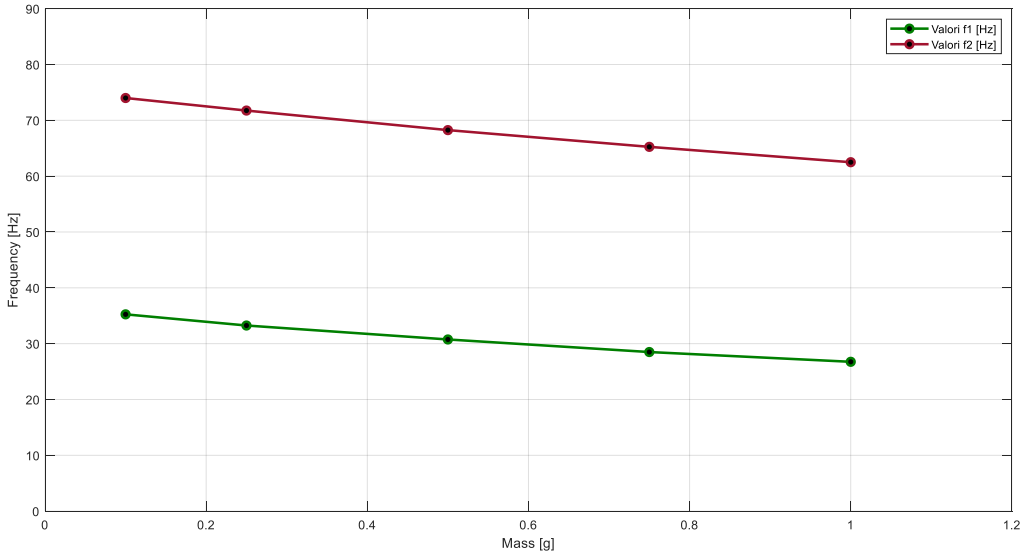


Figura 7.1.6 Andamento delle due frequenze al variare delle due masse uguali

Tabella 7.1.3 Valori delle frequenze al variare delle masse uguali:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]
0.1	35.25	74
0.25	33.25	71.75
0.5	30.75	68.25
0.75	28.5	65.25
1	26.75	62.5

Cerchiamo dunque ora di trarre delle utili conclusioni da questi studi, in modo tale da sfruttarli successivamente per accordare l'Harvester a due frequenze per ricavare potenza da vibrazioni periodiche. Si può affermare con buona approssimazione che l'aggiunta di sola frame mass diminuisce il valore della frequenza del primo modo di vibrare, mentre l'aggiunta di sola tip fa diminuire in modo prevalente la seconda frequenza. Per quanto riguarda l'aggiunta di entrambe le masse uguali, abbiamo visto che si ha una diminuzione simile. Si può così indicare il tutto in una utile tabella riassuntiva:

Tabella 7.1.4 Andamenti riassuntivi delle frequenze al variare delle masse:

Frame Mass	Tip Mass	f1	f2
+		↓	≅
	+	≅	↓
+	+	↓	↓

Da ricordare infatti, che aggiungendo masse si può solo diminuire la frequenza naturale e non aumentare.

7.2 Harvester con cornice singola per vibrazioni periodiche

Si è cercato a questo punto di sfruttare le conclusioni del paragrafo precedente riportate nella Tabella 7.1.4, per ottenere una risposta in frequenza periodica dell'Harvester con cornice singola. Per prima cosa si è fissato il valore della frequenza più alta f2 in quanto come appena detto i valori di tali frequenze possono solo essere diminuiti aggiungendo le masse. Una volta scelto f2, f1 sarà un sottomultiplo, nel caso esaminato sono stati scelti i valori:

- ***f2 = 60 Hz***
- ***f1 = 30 Hz***

Dall'analisi di sensibilità svolta precedentemente, si nota che per una frequenza naturale del primo modo di 30 Hz basterebbe aggiungere una frame mass di valore compreso tra 0.5-0.75 grammi (Tabella 7.1.1). Mentre, per avere una f2 pari a 60 Hz si dovrebbe applicare una tip mass di valore compreso tra 1.5-2 grammi (Tabella 7.1.2). Tuttavia, questi valori sono stati ricavati con le rispettive masse applicate singolarmente. Nel caso di applicazione di entrambe le masse si è visto che vi è una diminuzione delle frequenze più repentina; il ciò comporta che le masse, sia frame che tip saranno inferiori ai valori sopra citati. Per questo motivo si è partiti con una coppia di frame mass e tip, relative ai limiti inferiori di tali intervalli (0.5 per frame e 1.5 per tip mass), per poi aggiustarne il valore fino ad ottenere i valori delle due frequenze desiderate. Procedendo in tal modo sempre utilizzando il software Comsol, si sono ricavati i valori seguenti delle masse:

- **Frame mass = 0.492 g**
- **Tip mass = 1.434 g**

Viene riportato il grafico del modulo della FRF ricavato dal software, per dimostrare la periodicità raggiunta:

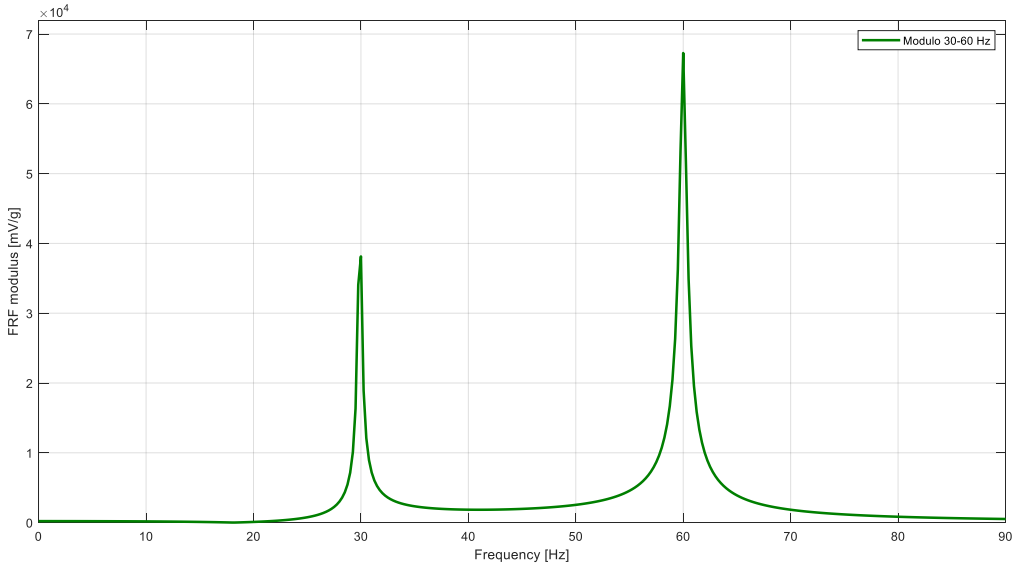


Figura 7.2.1 Modulo FRF dell'Harvester con doppia cornice periodico a 30-60 Hz

Si è voluto poi studiare un ulteriore caso, nel quale si sono scelte due frequenze inferiori, cioè:

- ***f2 = 50 Hz***
- ***f1 = 25 Hz***

Sfruttando sempre le tabelle ricavate nell'analisi di sensibilità, per il primo modo si dovrebbe applicare una frame mass tra 1-1.5 grammi; mentre per avere una frequenza di 50 Hz nel secondo modo di vibrare, si necessiterebbe di una tip mass maggiore di 4 grammi. Tuttavia come spiegato anche nel caso precedente questi valori sarebbero corretti se le masse fossero applicate singolarmente, ma dato l'accoppiamento delle due i valori necessari saranno inferiori. Infatti, partendo anche in questo caso dai valori inferiori dei range appena specificati, e variando le masse per tentativi si sono ottenuti i valori di periodicità desiderati con le seguenti masse:

- **Frame mass = 1.08 g**
- **Tip mass = 3.12 g**

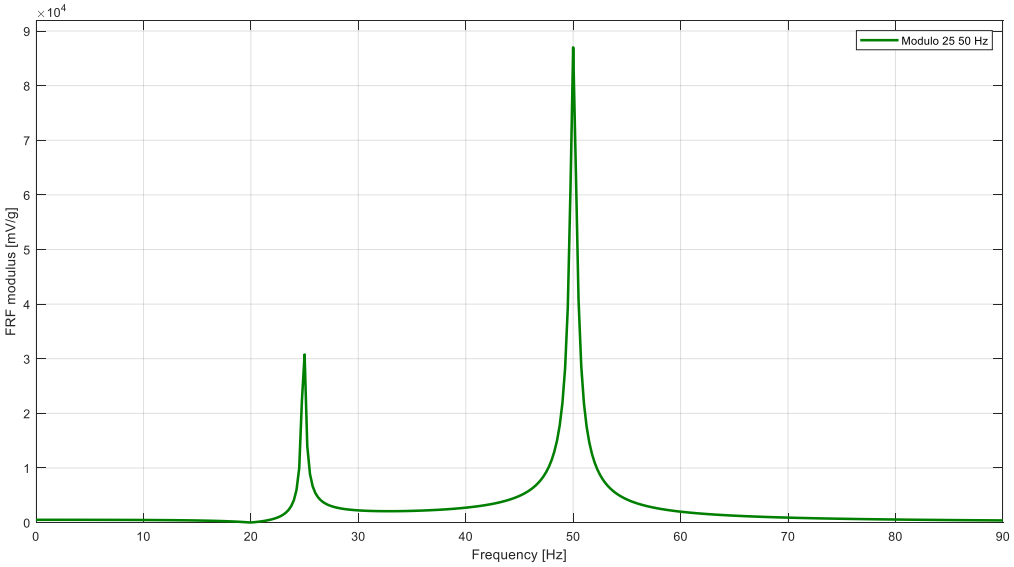


Figura 7.2.2 Modulo FRF dell'Harvester con doppia cornice periodico a 25-50 Hz

In entrambi i casi, si nota che il secondo picco è più elevato del primo, e questo fatto verrà ripreso più avanti.

I due casi di periodicità appena trovati, sono corretti, ma le soluzioni sono state trovate facendo variare le masse per tentativi. Tale procedimento comporta un dispendio di tempo notevole, considerando anche i tempi necessari per il software per svolgere ogni simulazione. Sarebbe dunque utile un metodo che permetta dal punto di vista matematico di risalire al valore delle masse necessarie per ottenere un andamento periodico delle frequenze. Si vuole infatti, partendo da due valori di frequenze desiderati, avere un sistema che in modo automatico e veloce ci dia in uscita come risposta il valore delle masse che si dovranno aggiungere all'Harvester per ottenere tali frequenze. Si è dunque partiti come primo tentativo con un approccio lineare, cioè considerando le curve trovate nell'analisi di sensibilità precedente come se avessero un andamento lineare. Il sistema di equazioni pensato è il seguente:

$$\begin{cases} f_1 = f_{10} + \dfrac{\partial f_1}{\partial m_{tip}} m_{tip} + \dfrac{\partial f_1}{\partial m_{frame}} m_{frame} \\ f_2 = f_{20} + \dfrac{\partial f_2}{\partial m_{tip}} m_{tip} + \dfrac{\partial f_2}{\partial m_{frame}} m_{frame} \end{cases} \tag{7.2.1}$$

Dove il pedice 1 si riferisce al primo modo di vibrare, mentre il pedice 2 al secondo e f_0 è la frequenza di risonanza relativa al sistema scarico senza masse. Mentre le derivate sono le pendenze delle curve ricavate dagli studi precedentemente fatti, avendo linearizzato tali curve. Le pendenze sono state calcolate facendo una media delle pendenze di ogni singolo tratto di curva tra due punti successivi. Tuttavia, le curve sono chiaramente non lineari e questo approccio avrebbe portato ad un errore notevole. Perciò si è pensato di considerare le pendenze non dell'intera curva, bensì solo del range di masse dato dall'analisi di sensibilità.

Per maggior chiarezza supponiamo di procedere per il primo caso di periodicità studiato, cioè 30-60 Hz. È stato detto che dall'analisi di sensibilità la frame mass doveva essere compresa tra 0.5 e 0.75 grammi, mentre la tip tra 1.5 e 2 grammi. Tuttavia, si è anche notato che i valori di tali masse per ottenere i valori di frequenze desiderati, una volta aggiunti assieme, cala.

Grazie a queste considerazioni, e al fatto che le curve hanno una buona linearità nel tratto iniziale, si è deciso di scegliere come pendenza la media dei tratti compresi tra 0.1 e 1 grammo. I valori ottenuti delle pendenze sono riportati di seguito.

Tabella 7.2.1 Valori delle pendenze delle curve relative all'andamento delle frequenze al variare delle masse:

	Pendenza Frame	Pendenza Tip
f1	-9.167	-1.667
f2	-0.917	-10.83

È dunque stato risolto il sistema di equazioni (7.2.*1*), in modo tale da verificare se le masse ottenute sono congrue con quelle ottenute per tentativi. Le frequenze a vuoto f_0 sono rispettivamente 36.6 Hz e 75.3 Hz. I valori ottenuti delle masse sono pari a:

- Frame mass = 0.479g
- Tip mass = 1.414g

Per ulteriore conferma si è svolta la simulazione in Comsol con le suddette masse e le frequenze risultanti sono state:

- 29.75 Hz
- 60 Hz

Che sono in ottimo accordo con il risultato ottenuto per tentativi, con l'importante pregio che in questo caso è stata svolta una sola simulazione con un notevole risparmio di tempo.

Lo stesso lavoro è stato svolto per il secondo caso studiato, cioè quello con le frequenze periodiche pari a 25-50 Hz, in modo tale da avere un'ulteriore verifica. Anche qui non si sono considerate le curve intere per il calcolo della pendenza, bensì solo i tratti riguardanti i range di masse ricavate dall'analisi di sensibilità. Infatti, come già notato per ottenere frequenze di 25 Hz si dovrà avere una frame mass compresa tra 1-1.5 grammi, mentre per arrivare a 50 Hz servirebbe una Tip mass molto elevata, sopra 4g. Questo se le masse fossero inserite singolarmente ma si è ripetuto più volte che nel caso di masse accoppiate il valore di entrambe si riduce. Per questo motivo, per tale prova di periodicità si è scelto di ricavare la pendenza delle curve nel tratto delle curve compreso tra 0.5-2 grammi. Risultano i valori delle pendenze riportati nella tabella seguente.

Tabella 7.2.2 Valori delle pendenze delle curve relative all'andamento delle frequenze al variare delle masse:

	Pendenza Frame	Pendenza Tip
f1	-6	-1.75
f2	-0.375	-7.375

Inserendoli nel sistema *(7.2.1)*, con i soliti valori delle frequenze f_0 dell'Harvester scarico, cioè 36.6 e 75.3 Hz. Si ottengono dei valori di masse pari a:

- Frame mass = 0.954g
- Tip mass = 3.443g

Facendo perciò una simulazione con Comsol, sono risultati i valori delle frequenze pari a:

- 25.25 Hz
- 49.25 Hz

7.3 Analisi di sensibilità - Harvester con doppia cornice

Anche per il caso dell'Harvester con due cornici sono già stati fatti notare i grafici modali relativi ai tre modi di vibrare (Figura 5.2.12). Da questi si è ipotizzato che:

- L'aggiunta di massa sulle due cornici abbassi il valore di frequenza naturale relativa sia al primo che al secondo modo
- L'aggiunta di massa all'estremità libera dell'Harvester abbassi il valore di frequenza naturale del terzo modo.

Per semplicità la massa nella cornice più interna è stata chiamata Frame mass 1 (Figura 7.3.1), mentre quella nella cornice più esterna Frame mass 2.

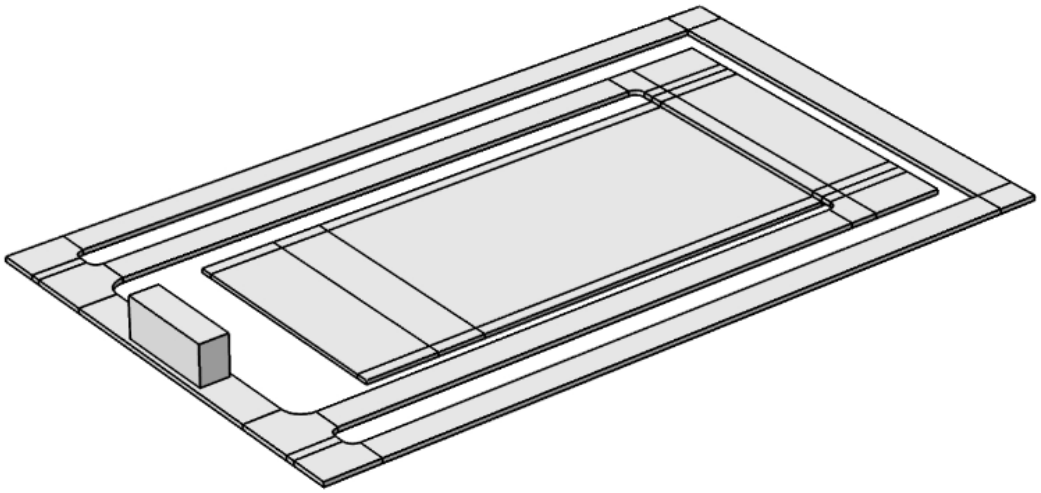


Figura 7.3.1 Una delle Frame Mass 1 usate

Analogamente all'Harvester con singola cornice, sono state effettuate le simulazioni, per ogni diversa frame mass 1, in modo tale da ricavare il grafico del modulo della FRF dell'Harvester con cornice doppia con l'aggiunta di massa. La massa in questione è stata fatta variare tra il valore di 0.1 grammi e 2.5 grammi. Per ogni studio sono stati estrapolati i valori delle tre frequenze naturali relative al picco massimo del modulo della FRF, e sono stati riportati in un grafico, in modo tale da cercare di predirne un andamento. Dal grafico ottenuto (Figura 7.3.2) si nota

subito che per quanto riguarda il valore delle frequenze per il terzo modo di vibrare, la variazione è quasi impercettibile; mentre si ha una diminuzione visibile nei primi due modi, proprio come ci si aspettava dall'osservazione delle forme modali.

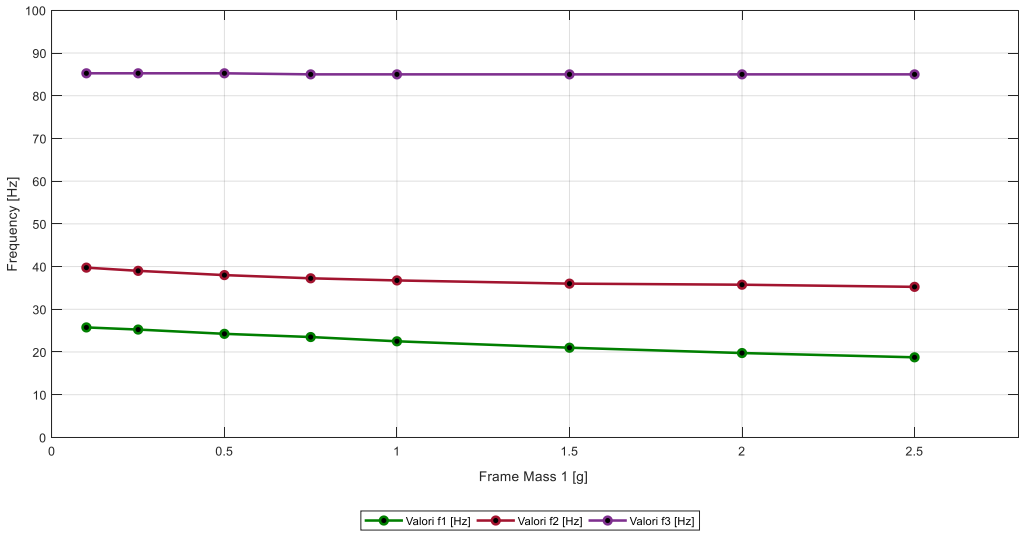


Figura 7.3.2 Andamento delle tre frequenze al variare della Frame Mass 1

Tabella 7.3.1 Valori delle frequenze al variare della Frame Mass 1:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]	F3 [Hz]
0.1	25.75	39.75	85.25
0.25	25.25	39	85.25
0.5	24.25	38	85.25
0.75	23.5	37.25	85
1	22.5	36.75	85
1.5	21	36	85
2	19.75	35.75	85
2.5	18.75	35.25	85

Si è voluto ora verificare che anche l'aggiunta di massa sulla cornice più esterna va ad influire prevalentemente sulle prime due frequenze di risonanza e in modo quasi impercettibile nel terzo, come ipotizzato inizialmente. Anche in questo caso tale massa viene fatta variare da un valore di 0.1 grammi ad uno di 2.5 grammi, ed è stata chiamata Frame Mass 2 (Figura 7.3.3).

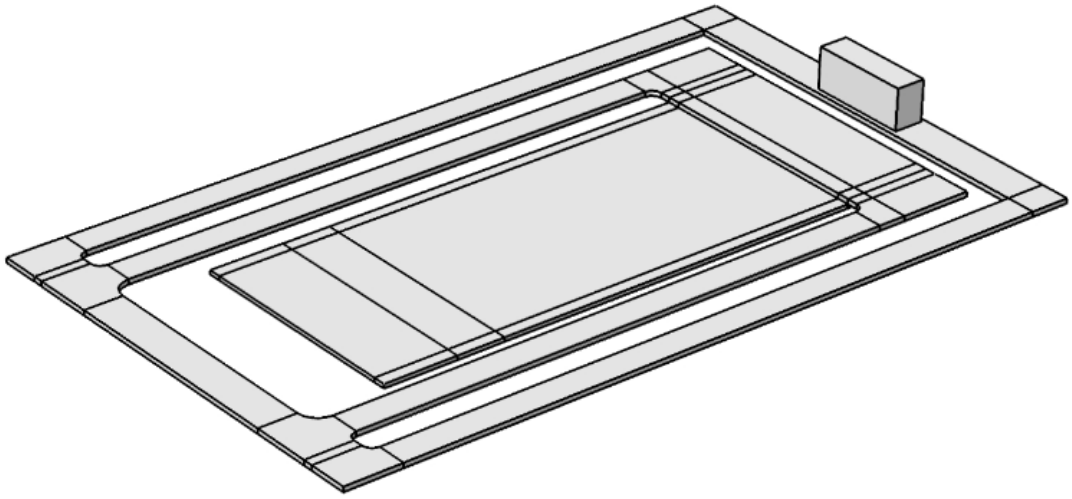


Figura 7.3.3 Una delle Frame Mass 2 utilizzate

Vengono riportati i valori ottenuti dagli studi effettuati con il software Comsol e riassunti in un grafico e relativa tabella (Figura 7.3.4 e Tabella 7.3.2). Si notano da subito i risultati predetti, cioè una diminuzione del valore delle prime due frequenze contro una diminuzione quasi nulla della frequenza relativa al terzo modo di vibrare.

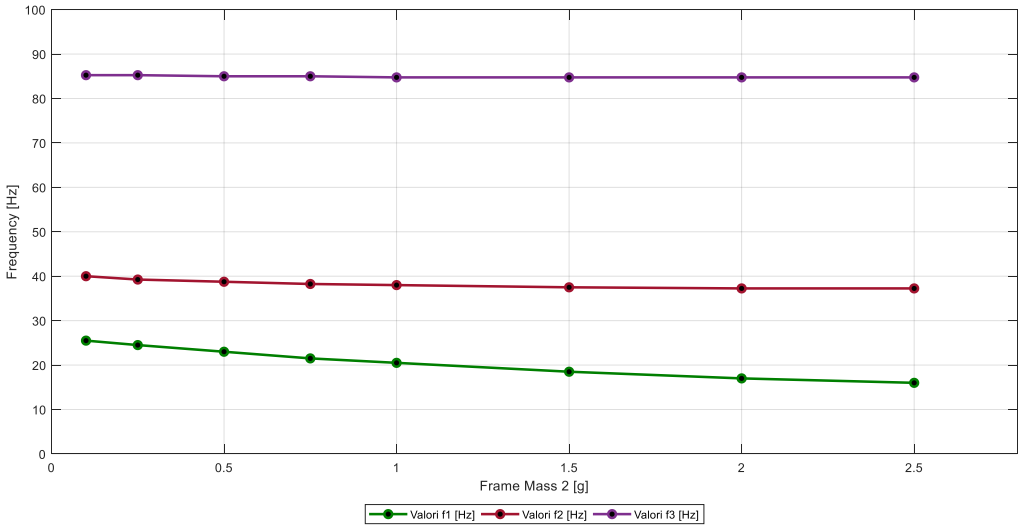


Figura 7.3.4 Andamento delle tre frequenze al variare della Frame Mass 2

Tabella 7.3.2 Valori delle frequenze al variare della Frame Mass 2:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]	f3 [Hz]
0.1	25.5	40	85.25
0.25	24.5	39.25	85.25
0.5	23	38.75	85
0.75	21.5	38.25	85
1	20.5	38	84.75
1.5	18.5	37.5	84.75
2	17	37.25	84.75
2.5	16	37.25	84.75

Come ultimo dei tre casi è stato svolto quello riguardante la variazione della Tip Mass (Figura 7.3.5). Quest'ultima è stata fatta variare da 0.1 grammi fino a 3.5 grammi.

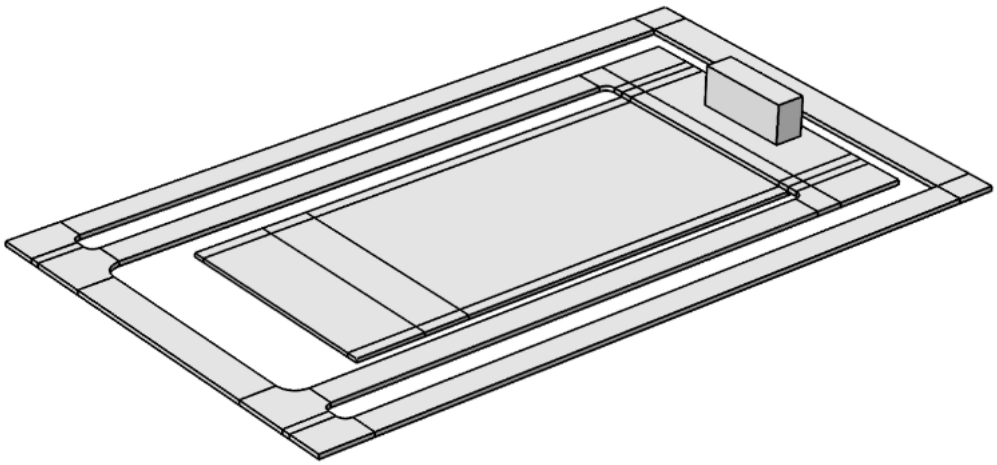


Figura 7.3.5 Una delle Tip Mass utilizzate

Anche in questo caso vengono riportati i valori ottenuti dalle simulazioni effettuate con il software Comsol e riassunti in un grafico e relativa tabella (Figura 7.3.6 e Tabella 7.3.3). Si nota da subito la diminuzione importante del valore della frequenza relativa al terzo modo di vibrare e la diminuzione quasi nulla degli altri due modi.

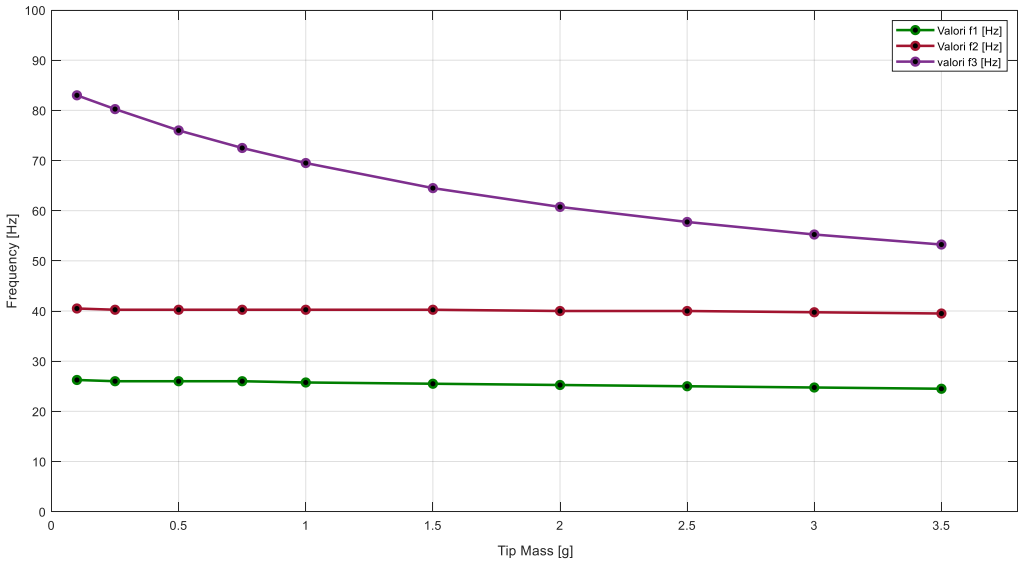


Figura 7.3.6 Andamento delle tre frequenze al variare della Tip Mass

Tabella 7.3.3 Valori delle frequenze al variare della Tip Mass:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]	f3 [Hz]
0.1	26.25	40.5	83
0.25	26	40.25	80.25
0.5	26	40.25	76
0.75	26	40.25	72.5
1	25.75	40.25	69.5
1.5	25.5	40.25	64.5
2	25.25	40	60.75
2.5	25	40	57.75
3	24.75	39.75	55.25
3.5	24.5	39.5	53.25

I risultati ottenuti sono in accordo con le ipotesi iniziali fatte dallo studio dei grafici delle forme modali dei relativi modi di vibrare.

Ora, come nel caso precedente con singola cornice è stato studiato il caso di Harvester con doppia cornice munito di tutte e tre le masse (Frame Mass 1, Frame

Mass 2 e Tip Mass) contemporaneamente e di uguale entità (Figura 7.3.7). I valori entro i quali sono state fatte variare va da 0.1 grammi a 1 grammo (cioè un totale massimo di 3 grammi caricati sull'Harvester).

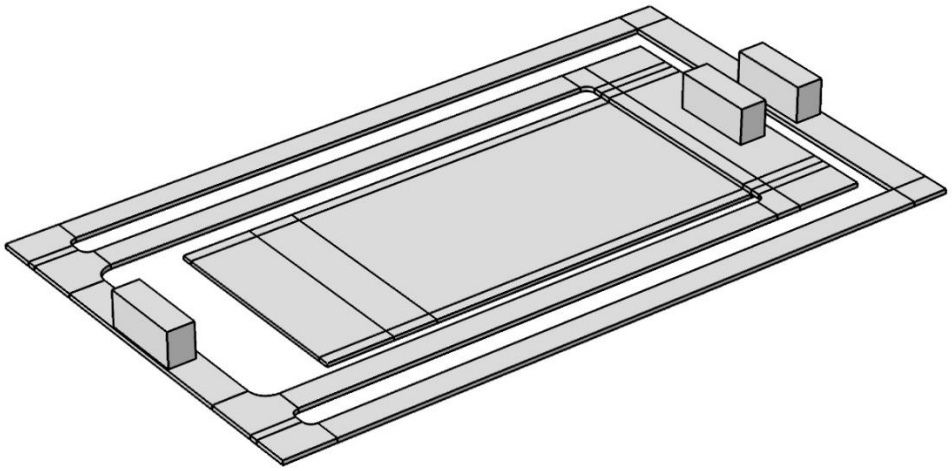


Figura 7.3.7 Una delle configurazioni studiate con tre masse uguali

I risultati vengono riportati anche in tal caso in un grafico (Figura 7.3.8), il quale mostra che la diminuzione del valore delle frequenze è praticamente analogo per il valore delle prime due frequenze naturali, mentre per il terzo è leggermente più accentuato. Questo può essere utile nel caso si volessero diminuire i valori delle masse di una stessa quantità. Si riporta di seguito al grafico anche la tabella riassuntiva come al solito.

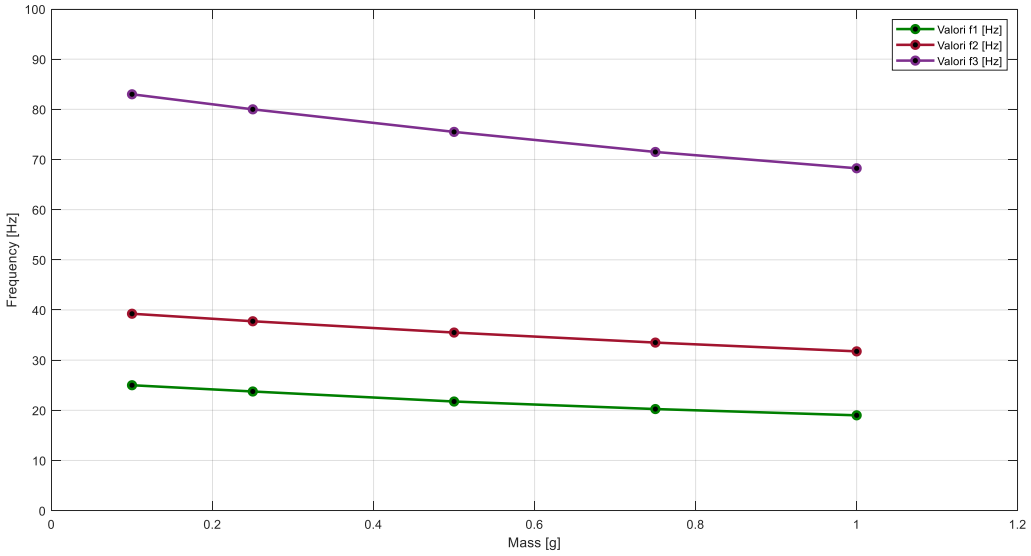


Figura 7.3.8 Andamento delle tre frequenze al variare delle masse uguali

Tabella 7.3.4 Valori delle frequenze al variare delle tre masse uguali:

Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]	f3 [Hz]
0.1	25	39.25	83
0.25	23.75	37.75	80
0.5	21.75	35.5	75.5
0.75	20.25	33.5	71.5
1	19	31.75	68.25

Per questo caso con due cornici si è voluto fare un ulteriore test data la numerosità di combinazioni possibili avendo ben tre masse che modificano i valori delle frequenze. Per ogni simulazione sono state inserite tutte e tre le masse, mantenendone costante la somma e, in particolare, per ogni studio si è tenuta una delle tre masse costanti ed è stato fatto variare il rapporto delle altre due. I risultati sono stati riportati nel grafico seguente tenendo conto di ciò, separando i tre casi. In particolare:

- Frame Mass 1 fissata, rapporto Frame Mass 2/Tip Mass
- Frame Mass 2 fissata, rapporto Frame Mass 1/Tip Mass
- Tip Mass fissata, rapporto Frame Mass 1/Frame Mass 2

I valori delle masse sono fatti variare da un minimo di 0.1 grammi ad un massimo di 0.9 grammi, tenendo sempre la somma delle tre masse costanti e pari a 1.5 grammi.

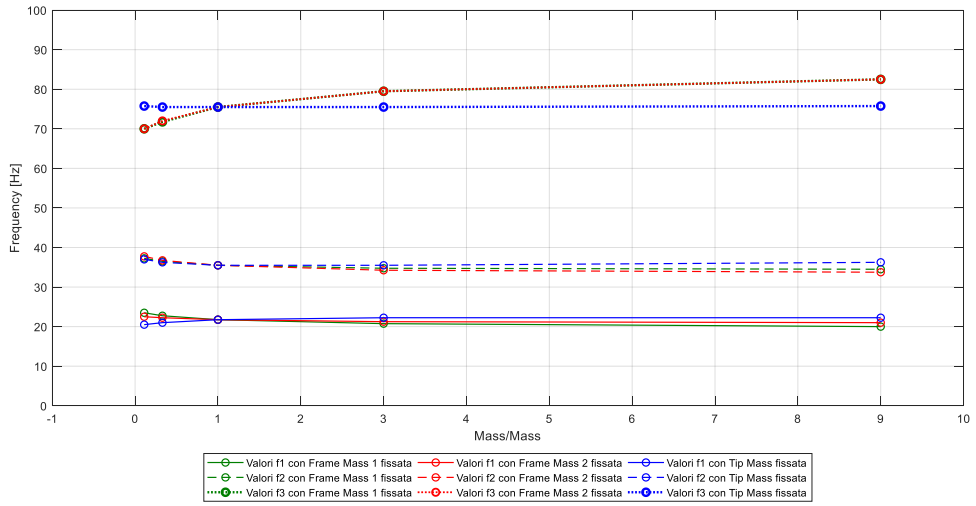


Figura 7.3.9 Andamento delle tre frequenze tenendo costante la somma delle tre masse

Tabella 7.3.5 Andamento delle tre frequenze tenendo costante la somma delle tre masse:

Frame Mass 1[g]	Frame Mass 2 [g]	Tip Mass [g]	f1 [Hz]	f2 [Hz]	f3 [Hz]
0.5	0.1	0.9	23.5	37.25	70
0.5	0.25	0.75	22.75	36.5	71.75
0.5	0.5	0.5	21.75	35.5	75.5
0.5	0.75	0.25	20.75	34.75	79.5
0.5	0.9	0.1	20	34.5	82.5
0.1	0.5	0.9	22.5	37.75	70
0.25	0.5	0.75	22.25	36.75	72
0.5	0.5	0.5	21.75	35.5	75.5
0.75	0.5	0.25	21.25	34.25	79.5
0.9	0.5	0.1	21	33.75	82.5
0.1	0.9	0.5	20.5	37	75.75
0.25	0.75	0.5	21	36.25	75.5
0.5	0.5	0.5	21.75	35.5	75.5
0.75	0.25	0.5	22.25	35.5	75.5
0.9	0.1	0.5	22.25	36.25	75.75

I risultati ottenuti sono di poco aiuto in quanto nel grafico si vede che le curve non hanno un andamento ben specifico.

Cerchiamo dunque ora di trarre delle utili conclusioni da questi studi, in modo tale da poterli sfruttare successivamente per accordare l'Harvester a tre frequenze per ricavare potenza da vibrazioni periodiche.

Si può affermare con buona approssimazione che l'aggiunta di una sola delle due frame mass diminuisce il valore della frequenza del primo modo e del secondo modo di vibrare, mentre l'aggiunta della sola tip mass fa diminuire in modo prevalente la terza frequenza. Per quanto riguarda l'aggiunta di entrambe le masse uguali, è stato visto che si ha una diminuzione simile per le prime due e leggermente superiore per la frequenza relativa al terzo modo. Si può così indicare il tutto in una utile tabella riassuntiva:

Tabella 7.3.6 Andamenti riassuntivi per l'Harvester con doppia cornice al variare delle masse aggiunte:

Frame Mass 1	Frame Mass 2	Tip Mass	f1	f2	f3
+			↓	↓	≅
	+		↓	↓	≅
		+	≅	≅	↓
+	+	+	↓	↓	↓

7.4 Harvester con cornice doppia per vibrazioni periodiche

Supponiamo si voglia ora un valore specifico delle frequenze, equi-spaziate partendo da un valore fissato non solo di f3, ma anche di f2 che deve essere inferiore al valore senza masse. Ricordando che i valori di frequenze per la cornice scarica sono: 26, 39, 85 Hz. Si potrebbe per esempio prendere un valore di f2 pari a 36, in modo da avere tre valori interi e dunque:

- f3 = 54 Hz
- f2 = 36 Hz
- f1 = 18 Hz

Anche in tal caso come prima approssimazione è stato utilizzato l'approccio matematico lineare, già visto nel caso dell'harvester con una cornice e si procede direttamente calcolando con esso i valori delle tre masse necessarie:

$$\begin{cases} f_1 = f_{10} + \dfrac{\partial f_1}{\partial m_{tip}} m_{tip} + \dfrac{\partial f_1}{\partial m_{frame1}} m_{frame1} + \dfrac{\partial f_1}{\partial m_{frame2}} m_{frame2} \\ f_2 = f_{20} + \dfrac{\partial f_2}{\partial m_{tip}} m_{tip} + \dfrac{\partial f_2}{\partial m_{frame1}} m_{frame1} + \dfrac{\partial f_2}{\partial m_{frame2}} m_{frame2} \\ f_3 = f_{30} + \dfrac{\partial f_3}{\partial m_{tip}} m_{tip} + \dfrac{\partial f_3}{\partial m_{frame1}} m_{frame1} + \dfrac{\partial f_3}{\partial m_{frame2}} m_{frame2} \end{cases} \quad (7.4.1)$$

Dalle tabelle si nota che f1 = 18 Hz se si ha una Frame Mass 2 di circa 1.5 grammi (Tabella 7.3.2), mentre per avere f2 = 36 Hz basterebbe una frame mass 1 pari a 1.5 grammi (Tabella 7.3.1) ed infine per avere f3 pari a 54 Hz serve una tip mass maggiore di 3 grammi (Tabella 7.3.3). Dati in questo caso i valori bassi per le due Frame Mass e invece il valore più alto per la Tip Mass, si è pensato di scegliere come pendenza solo alcuni tratti delle curve (per migliorare l'approssimazione in quanto si vede chiaramente che le curve non sono rette). Perciò per il calcolo della pendenza sono state scelte la pendenza iniziale nelle curve per le masse frame, fino al valore di 1 grammo, mentre la pendenza finale nel caso di tip mass.

Tabella 7.4.1 Valori delle pendenze delle curve relative all'andamento delle frequenze al variare delle masse:

	Pendenza Frame 1	Pendenza frame 2	Pendenza Tip
F1	-3.583	-5.667	-0.5
F2	-3.5	-2.5	-0.375
F3	-0.25	-0.5	-5.625

Considerando questi valori delle pendenze è stato risolto il sistema *(7.4.1)*, ottenendo dei valori di masse pari a:

- Frame mass 1 = 0.008g
- Frame mass 2 = 0.968 g
- Tip mass = 5.469g

E svolgendo dunque la simulazione mediante il software Comsol, inserendo le masse appena trovate si ottengono valori di frequenza pari a:

- 19.25 Hz
- 34.5 Hz
- 48.5 Hz

Si riporta il grafico del modulo della FRF ottenuto.

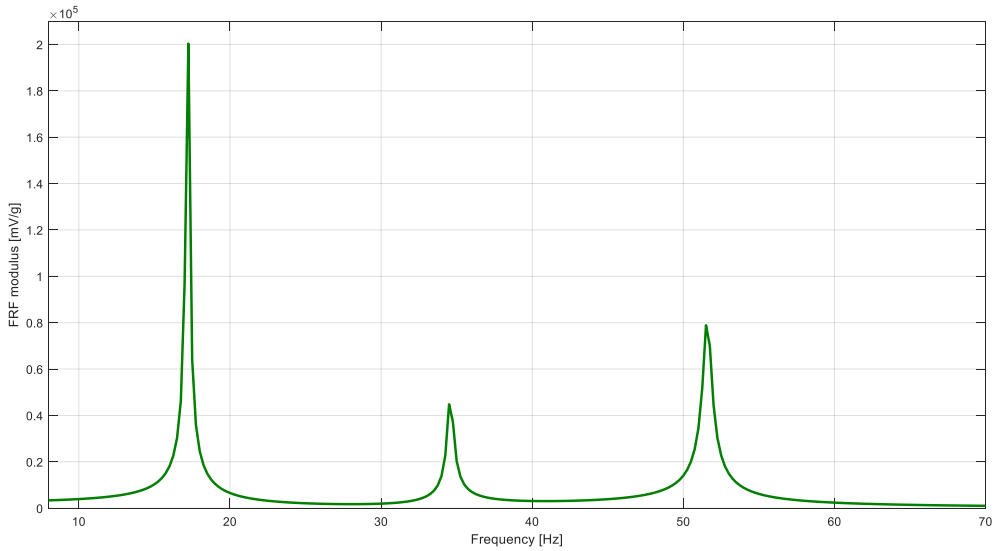


Figura 7.4.1 Modulo FRF Harvester periodico con doppia cornice

Si può concludere che è complicato ottenere una periodicità dei tre modi di vibrare per questo caso di Harvester con doppia cornice. Per questo motivo un risultato migliore si otterrebbe nel caso si considerassero soltanto due picchi di risonanza anziché tre, come si vedrà successivamente.

CAPITOLO 8

ANALISI NUMERICA DELL'EFFETTO DELLA MODIFICA DELLA GEOMETRIA DELLE CORNICI

I risultati ottenuti per il caso di Harvester con singola cornice appaiono a prima vista migliori rispetto a quelli ottenuti per l'Harvester con doppia cornice. Tuttavia, in entrambi i casi non si trovano valori esattamente periodici. Questo è dovuto al fatto che le curve sono chiaramente non lineari, e un'approssimazione di questo tipo non è corretta. Per questo motivo una soluzione che potrebbe migliorare certamente i risultati ottenuti è l'approccio basato sul Factorial Design. In tale modo, si crea una superficie curva tridimensionale che si appoggia esattamente ai punti ottenuti dai calcoli e permette una previsione precisa dei punti al di fuori di quelli calcolati.

Inoltre, un ulteriore inconveniente che è già stato brevemente sottolineato è il fatto che, nel caso di Harvester con cornice singola, si abbia il primo picco di frequenza ad un valore del modulo della FRF inferiore del secondo. Come abbiamo visto nel capitolo 5.2, applicando una resistenza al circuito, tale modulo si abbassa ulteriormente, ma pur sempre mantenendo la tendenza del caso a circuito aperto. Visto che in qualsiasi applicazione si avrà un certo carico resistivo nel circuito, è lecito aspettarsi tale diminuzione. Questo comporterà inevitabilmente ad un andamento della potenza ricavata analogo, come mostrato per esempio nella Figura 5.2.8 del capitolo precedente, cioè una potenza ridotta al primo picco rispetto al secondo.

Tale fenomeno non è di buon auspicio, in quanto notando anche dai risultati riportati nel capitolo 2.1, si vede che in un generico dispositivo che genera vibrazioni periodiche, il primo picco è sempre quello a voltaggio maggiore. Ecco allora che con la configurazione sinora studiata andremo a perdere la maggior parte di potenza sfruttabile.

Per questo motivo, si è pensato di agire sulla geometria della cornice, cercando di ottenere un risultato ancora periodico, ma che abbia un primo picco con valore superiore di tensione rispetto al secondo, o comunque che la potenza ricavabile non sia di un ordine di grandezza inferiore.

Per evitare di modificare fisicamente la cornice si è prima svolto un lavoro di simulazioni virtuali, in modo tale da modificare poi la geometria solo in caso di risultati soddisfacenti.

8.1 Simulazioni dell'Harvester con singola cornice con geometria modificata

Viene dapprima riportato il disegno quotato, per aiutare l'orientazione nei parametri geometrici della cornice che sono stati modificati:

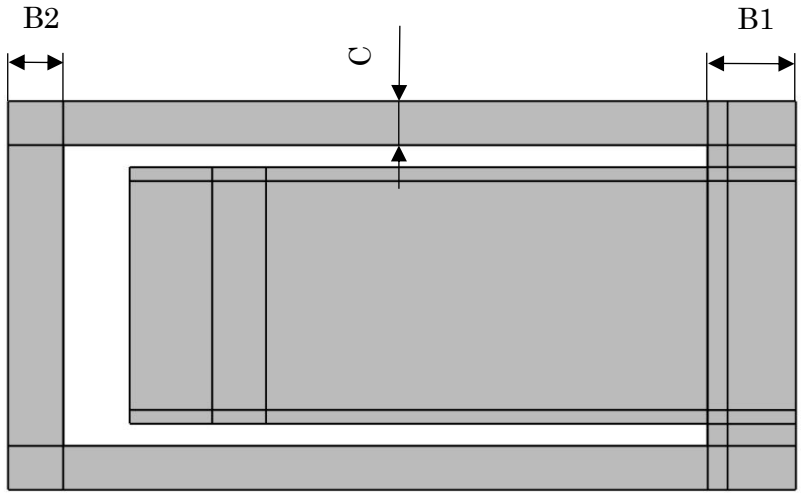


Figura 8.1.1 Quote relative alla cornice singola

8.1.1 Prima geometria

I valori scelti per un primo caso studio sono stati i seguenti:

B1 = 5mm

B2 = 5mm

C = 4mm

Il che comporta una riduzione di B1 di 3mm rispetto alle dimensioni originali. Per questo motivo, data una riduzione di peso nella parte di estremità liberà dell'Harvester, ci si aspetta un aumento di frequenza nel secondo modo di vibrare. Viene dunque riportato il risultato ottenuto dalla simulazione.

Tabella 8.1. 1 Valori di frequenze e tensioni con la nuova geometria della cornice:

Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]
37.25	84.5	62.7	43.26

Si nota proprio l'aumento importante di frequenza del secondo picco come si prevedeva.

Avendo svolto lo studio con circuito aperto, è possibile il calcolo del valore delle resistenze ottimali, che saranno diverse avendone modificato la geometria:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 37.25 * 10^{-7}} = 42.73\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 84.5 * 10^{-7}} = 18.83\ k\Omega$$

Una volta calcolate le resistenze ottimali, sono state svolte le due simulazioni con circuito chiuso con applicate proprio le due resistenze. I risultati del modulo della FRF sono riportati nel grafico di Figura 8.1.2 che confronta i tre casi studiati:

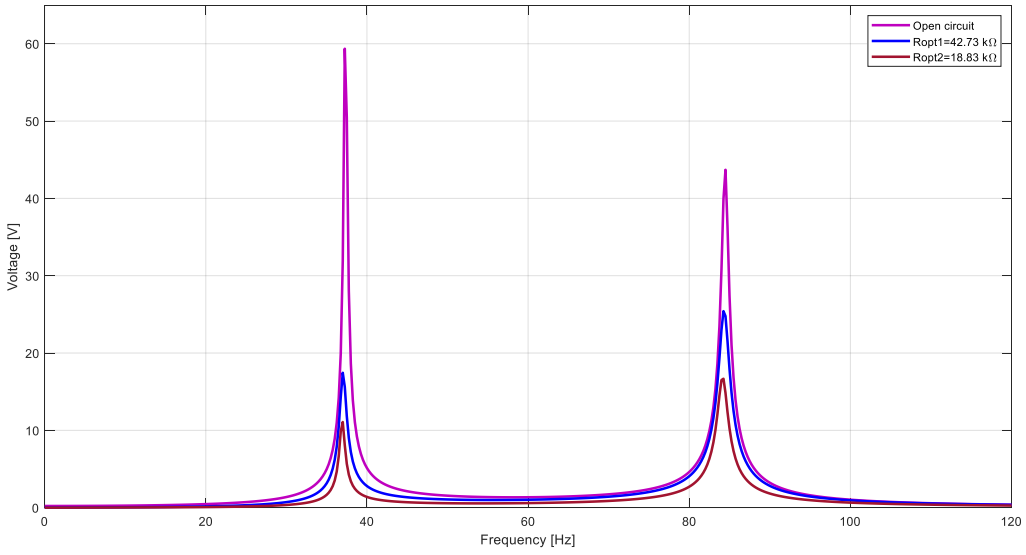


Figura 8.1.2 Modulo FRF Harvester a cornice singola con la nuova geometria

Si nota innanzitutto che, seppur andando a modificare le dimensioni della cornice i valori delle frequenze ottenute non sono periodici.

Molto importante è sottolineare il fatto che nel caso di circuito aperto si vede il primo picco con un valore maggiore del secondo, che è proprio la soluzione cercata. Quello che è importante tuttavia è il valore della potenza assorbita dall'Harvester, che è stato possibile calcolarla, mediante la solita equazione (5.2.*2*), e riportarla nel grafico di Figura 8.1.3, che viene seguito dalla Tabella 8.1.2 riassuntiva con i valori di picco relativi.

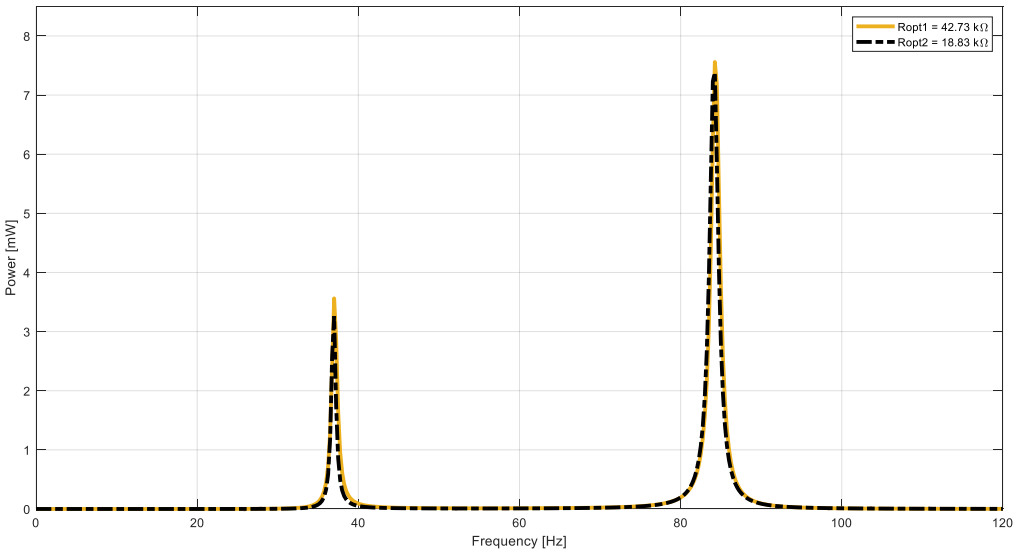


Figura 8.1.3 Potenza Harvester a cornice singola con la nuova geometria

Tabella 8.1.2 Valori Potenze ottenute con le due resistenze ottimali:

$P_{Ropt1}(I° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(I° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt1}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(II° \, picco)$ $[mW]$
3.56	3.26	7.56	7.38

Purtroppo, andando a considerare la potenza si ritorna ad avere il secondo modo di vibrare prevalente sul primo, tuttavia in modo meno evidente rispetto al caso con cornice originale (si veda Figura 5.2.8).

Siccome lo scopo è quello di avere due frequenze periodiche, si è proceduto per tentativi aiutandoci con l'analisi di sensibilità per trovare le due masse frame e tip

per ottenere due frequenze periodiche, in tal caso si è scelto 35 e 70 Hz. Il valore delle masse ottenute viene riportato di seguito:

- Frame mass = 0.086 g
- Tip mass = 0.88 g

I valori delle resistenze ottimali in questo caso saranno diverse in quanto diverse le resistenze e il modulo della FRF, e vengono dunque ricalcolate di seguito:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 35 * 10^{-7}} = 45.47\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 70 * 10^{-7}} = 22.74\ k\Omega$$

Ecco allora che è sono state lanciate le relative simulazioni in modo da poter avere un confronto con il caso senza masse applicate e trarre le dovute conclusioni. Si riportano i risultati del modulo della FRF in Figura 8.1.4 e successivamente delle potenze in Figura 8.1.5, come fatto nel precedente studio.

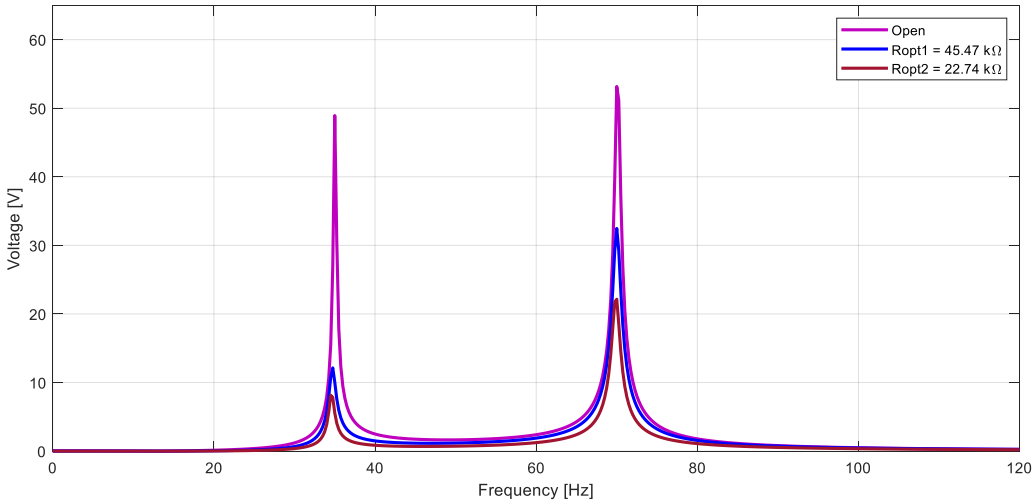


Figura 8.1.4 Modulo FRF Harvester a cornice singola periodico 35-70 Hz con la nuova geometria

Tabella 8.1.3 Valori frequenze ottenute con le due resistenze ottimali per l'Harvester periodico:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]
Open	35	70	48.93	53.17
R1	34.75	70	12.14	32.47
R2	34.5	70	8.14	22.15

Qua si nota già un peggioramento rispetto al caso senza masse per quanto riguarda le altezze di picchi del modulo delle FRF e quindi ci si aspetta aumenti il divario anche nelle potenze:

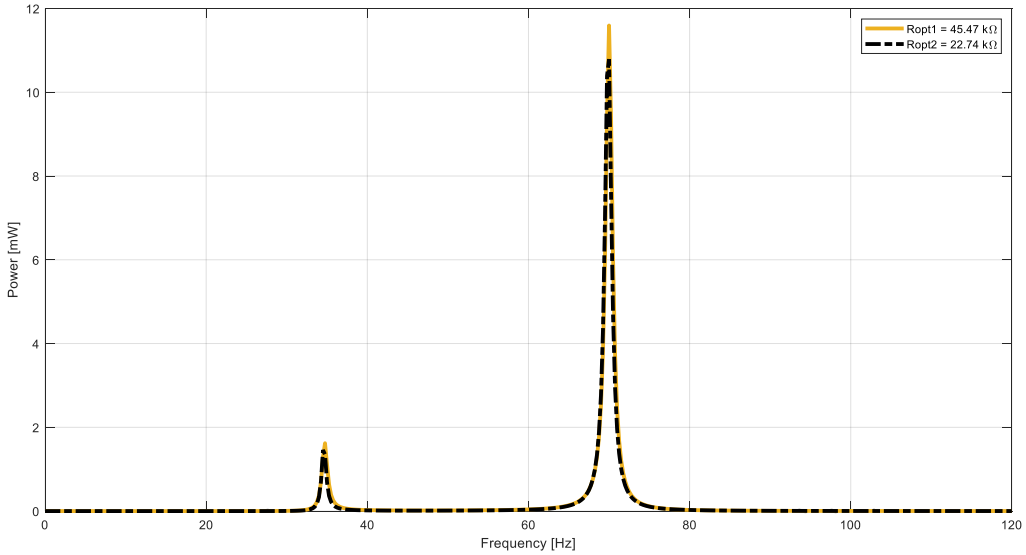


Figura 8.1.5 Potenze Harvester a cornice singola periodico 35-70 Hz con la nuova geometria

Tabella 8.1.4 Valori Potenze ottenute con le due resistenze ottimali per l'Harvester periodico:

$P_{Ropt1}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt1}(II° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(II° picco)$ $[mW]$
1.62	1.46	11.59	10.79

Addirittura, il gap in questo caso è di un ordine di grandezza. Dunque, si può concludere che non è stato risolto il problema dell'assorbimento di potenza molto ridotto nel primo modo di vibrare a causa del ridotto primo picco del modulo della FRF.

8.1.2 Seconda geometria

Si è proseguito dunque diminuendo ulteriormente il valore geometrico B2, relativo al lato di cornice vincolato all'estremo libero dell'Harvester. Dunque, i valori in questo caso sono:

B1 = 3mm

B2 = 5mm

C = 4mm

Ci si aspetta un ulteriore aumento della frequenza relativa al secondo modo di vibrare, secondo quanto visto nell'analisi:

Tabella 8.1.5 Valori di frequenze e tensioni con la nuova geometria della cornice:

Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]
37	91.5	60.63	39.9

Infatti, la frequenza 2 aumenta, mentre la frequenza relativa al primo modo di vibrare rimane per lo più costante. Lo studio esaminato è il caso con circuito aperto, utile per calcolare le due frequenze ottimali:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 37 * 10^{-7}} = 43.01\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 91.5 * 10^{-7}} = 17.39\ k\Omega$$

Viene riportato, in analogia con il caso precedente il grafico del modulo della FRF nei tre casi di circuito aperto e chiuso con inseriti i valori di resistenza ottimali:

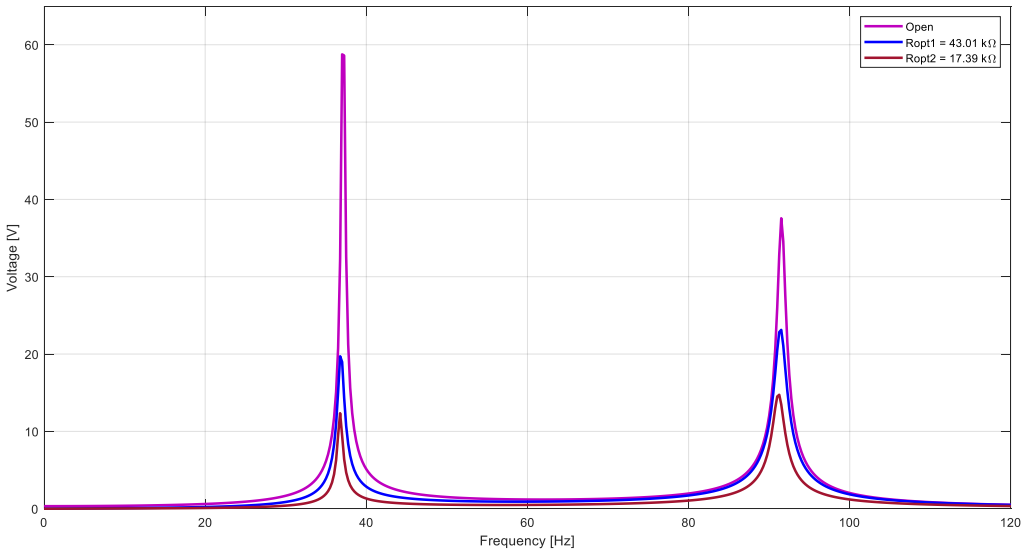


Figura 8.1.6 Modulo FRF Harvester a cornice singola con la nuova geometria

Da questo grafico la situazione rispetto al caso precedente sembra migliorata, in quanto si nota ancora un primo picco con valore più elevato rispetto il secondo con circuito aperto, ma in tal caso, nel caso di circuito con le resistenze inserite, si vede che i due picchi sono praticamente alla stessa altezza, mentre nel caso precedente si aveva già il primo inferiore al secondo. Anche in tal caso si deve notare che non viene raggiunta la periodicità Si è andati dunque a calcolare i valori delle potenze, e vengono riportati il grafico in Figura 8.1.7 e la Tabella 8.1.6 riassuntivi:

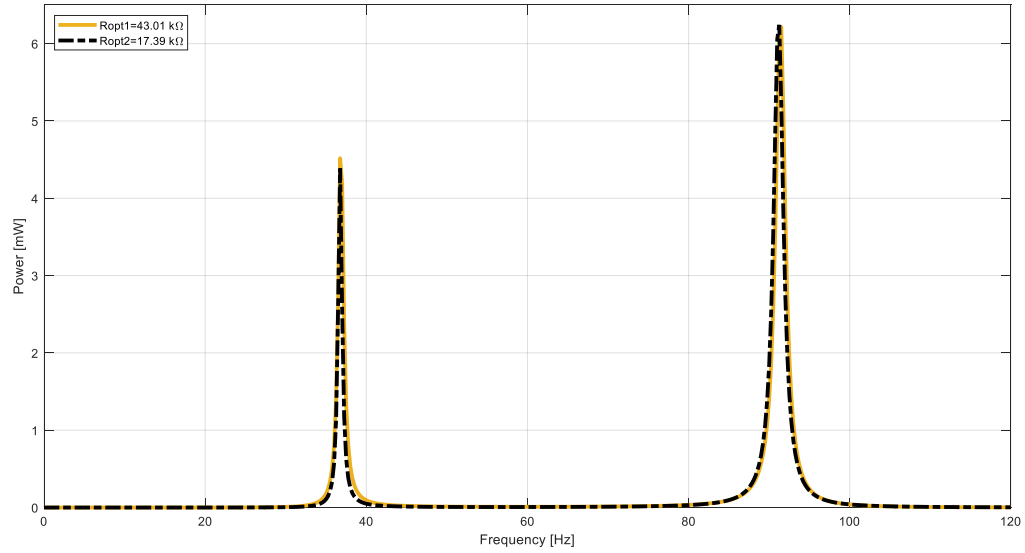


Figura 8.1.7 Potenza Harvester a cornice singola con la nuova geometria

Tabella 8.1.6 Valori Potenze ottenute con le due resistenze ottimali:

$P_{Ropt1}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt1}(II° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(II° picco)$ $[mW]$
4.52	4.39	6.22	6.24

Si vede che è leggermente migliore questo caso rispetto al precedente in quanto la differenza di potenza tra i due picchi è minore. Tuttavia, non è stato risolto il problema di avere un primo picco superiore al secondo, anche se il valore di potenza ricavabile è aumentato. Vediamo anche nel caso di Harvester con singola cornice con le masse aggiunte per ottenere un andamento periodico. Da notare che, per confronto sono state scelte le stesse frequenze del caso precedente, cioè 35 e 70 Hz, ed è stata necessaria l'aggiunta di una tip mass superiore al caso precedente, in quanto è stato necessario compensare il peso della cornice tolto in quella parte del dispositivo. I valori delle masse usate sono stati:

- Frame mass = 0.055 g
- Tip mass = 1.17 g

Le resistenze ottimali saranno le stesse in quanto le frequenze sono le medesime, infatti:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 35 * 10^{-7}} = 45.47\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 70 * 10^{-7}} = 22.74\ k\Omega$$

In Figura 8.1.8 viene dunque riportato il grafico del modulo della FRF con la relativa tabella di seguito.

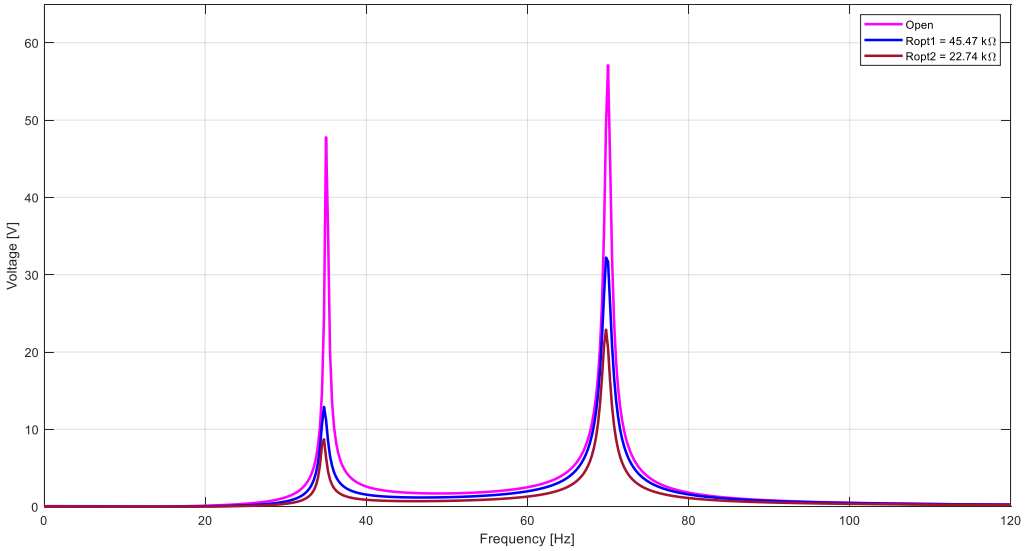


Figura 8.1.8 Modulo FRF Harvester a cornice singola periodico 35-70 Hz con la nuova geometria

Tabella 8.1.7 Valori frequenze ottenute con le due resistenze ottimali per l'Harvester periodico:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]
Open	35	70	47.77	57.1
R1	34.75	69.75	12.9	32.22
R2	34.75	69.75	8.73	22.89

Si nota che i valori ottenuti sono praticamente analoghi al caso precedente. Questo non deve sembrare strano in quanto si è modificata in entrambi i casi la massa in modo da ottenere gli stessi valori delle frequenze naturali di risonanza. Ora si veda se anche le potenze ricavabili hanno valori similari:

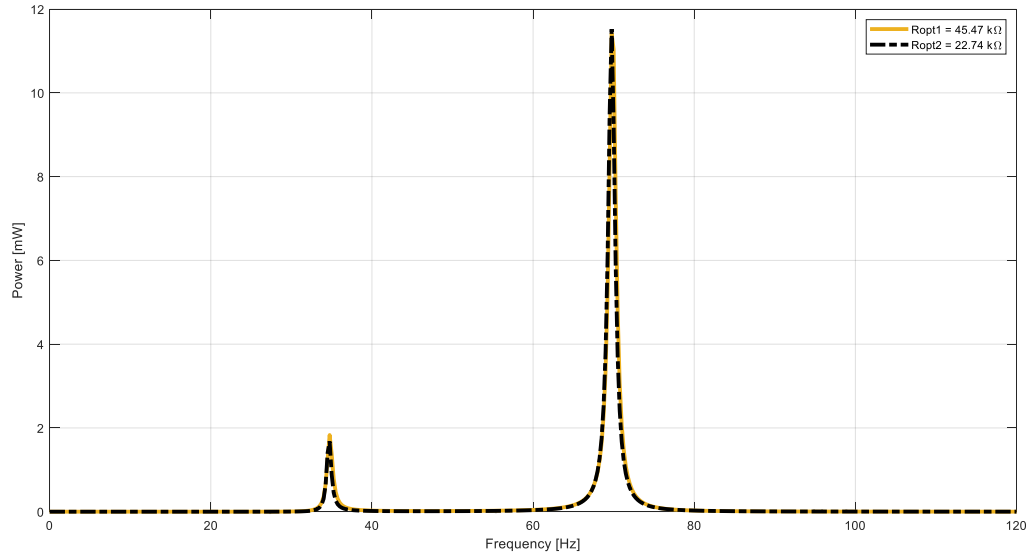


Figura 8.1.9 Potenze Harvester a cornice singola periodico 35-70 Hz con la nuova geometria

Tabella 8.1.8 Valori Potenze ottenute con le due resistenze ottimali per l'Harvester periodico:

$P_{Ropt1}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(I° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt1}(II° picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(II° picco)$ $[mW]$
1.83	1.68	11.42	11.52

Si nota che in tal caso ci si trova in una situazione decisamente analoga alla precedente, come ci si poteva aspettare dallo studio dei moduli della FRF, dato che è in maggior modo influente sul calcolo della potenza, in quanto le resistenze ottimali sono le stesse in entrambi i casi, essendo le frequenze di risonanza periodiche le stesse.

In conclusione, possiamo affermare che gli studi hanno dimostrato una difficoltà nell'ottenere una variazione di ampiezza massima tra il picco relativo al primo modo di vibrare ed il secondo, per ottenere il primo superiore al secondo, soprattutto per quanto riguarda il valore di potenza. Per questo motivo, si è tentato di focalizzarci sull'Harvester con doppia cornice.

8.2 Nuove considerazioni per l'Harvester con doppia cornice

Nel caso di Harvester con cornice doppia, i modi di vibrare e quindi le frequenze di risonanza sono tre. Tuttavia, come si può notare dalla Figura 5.2.11 che riporta il modulo della FRF di tale dispositivo, con circuito aperto, il primo picco è molto inferiore agli altri due. E se si va a considerare il valore della potenza ricavabile, questo valore del primo picco diventa irrisorio. Mentre se ci si focalizza sugli altri due picchi si vede il secondo superiore al terzo. Per questo motivo, data la ragionevolezza nel trascurare il primo modo di vibrare, avremo due picchi, nel quale il primo è superiore al secondo, che è proprio quello che si stava cercando nel caso si Harvester con una cornice nel precedente paragrafo. Tuttavia, questi due picchi si vogliono a risonanze una il multiplo dell'altra per rispondere al problema di vibrazioni periodiche.

Allora come prima cosa sono stati studiati due casi di vibrazioni periodiche, utilizzando il software Comsol, aggiungendo le masse in posizione di Tip e di Frame 1 (si veda Figura 8.2.1).

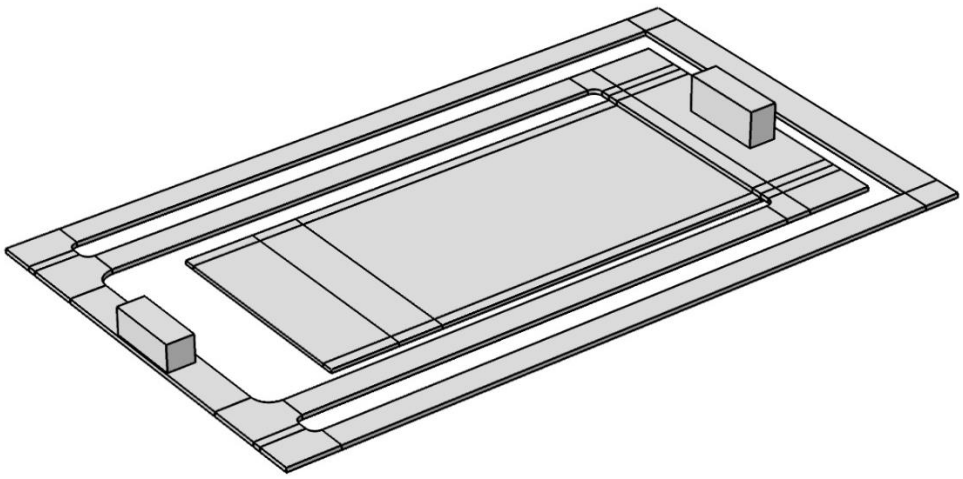


Figura 8.2.1 Harvester con doppia cornice munito di Frame Mass 1 e Tip Mass

Le masse sono state ricavate per tentativi ma con il supporto dei risultati importanti ricavati nel capitolo precedente dell'analisi di sensibilità sono:

- Tip mass = 0.38 g
- Frame mass 1 = 0.25 g

Con l'aggiunta di queste masse si sono ottenuti valori periodici del secondo e terzo modo di vibrare, pari a **39** e **78** Hz. Il primo modo di vibrare si trova ad una frequenza di 25 Hz. Per i motivi sopra citati quest'ultimo lo si è trascurato, e le prove a carico sono state fatte solamente con le resistenze ottimali relative al secondo e terzo modo di vibrare. Tali resistenze ottimali sono:

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 39 * 10^{-7}} = 40.81\ k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 78 * 10^{-7}} = 20.40\ k\Omega$$

Si riporta dunque il grafico del modulo ottenuto con la relativa tabella:

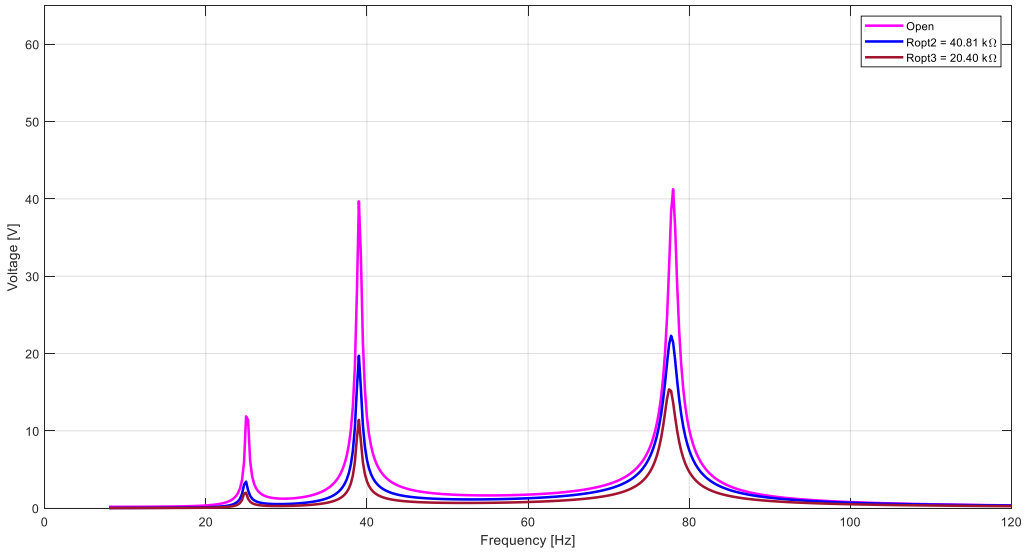


Figura 8.2.2 Modulo FRF Harvester a cornice doppia con valori periodici della frequenza relativa al secondo e terzo modo di vibrare

Tabella 8.2.1 Valori di frequenza e tensione ottenuti dall'Harvester con doppia cornice con la nuova periodicità:

	Freq 1 [Hz]	Freq 2 [Hz]	Freq 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
Open	25	**39**	**78**	11.87	39.69	41.25
R2	25	39	77.75	3.43	19.72	22.3
R3	25	39	77.5	1.99	11.42	15.37

A causa dell'aggiunta delle masse, anche nella cornice per ottimizzare il secondo picco, l'ampiezza elevata di questo si è ridotta, portandosi a valori che sono simili a quelli del terzo picco, sia nel caso di circuito aperto che nel caso con le resistenze ottimali.

Viene riportato comunque il grafico delle potenze:

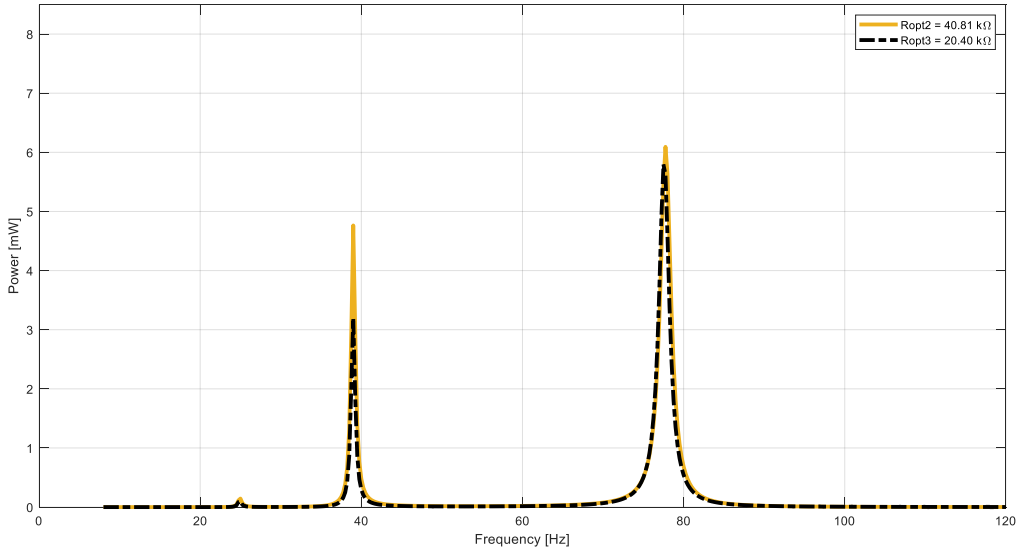


Figura 8.2.3 Potenza Harvester a cornice doppia con valori periodici della frequenza relativa al secondo e terzo modo di vibrare

Tabella 8.2.2 Valori della potenza ottenuti dall'Harvester con doppia cornice con la nuova periodicità in corrispondenza dei due picchi interessati:

$P_{Ropt2}(II° \ picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(II° \ picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(III° \ picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(III° \ picco)$ $[mW]$
4.76	3.2	6.09	5.79

Per prima cosa si nota la correttezza nel trascurare il primo modo di vibrare, in quanto la quantità di potenza è veramente ininfluente rispetto quella ottenuta dagli altri due modi di vibrare. Inoltre, i valori sono decisamente migliori, in quanto nel caso precedente si avevano potenze che nel primo picco arrivavano a circa 1 mW, mentre in tal caso sono superiori di 3 e 4 volte. Quindi la potenza ottenibile è almeno tre volte superiore. Per quanto riguarda la differenza tra i due picchi, anche questa è migliorata in quanto nel caso precedente si aveva un ordine di grandezza tra i due valori, mentre in questo caso il gap di ampiezza è inferiore al 50% con entrambe le resistenze.

Un ulteriore prova è stata effettuata aggiungendo soltanto una massa Tip mass, senza modificare il valore di frequenza di vibrazione del secondo modo di vibrare.

In tal caso il valore della seconda frequenza è fissato a 40.5 Hz, quindi si è modificata la terza fino a portarla ad un valore multiplo (81 Hz), aggiungendo una massa pari a:

- Tip mass = 0.22 g

Sono state ricalcolate dunque anche le resistenze ottimali, sempre trascurando il primo modo di vibrare come nel caso precedente:

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 40.5 * 10^{-7}} = 39.3\ k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 81 * 10^{-7}} = 19.65\ k\Omega$$

Viene dunque riportato il grafico riassuntivo seguito dalla tabella dettagliata:

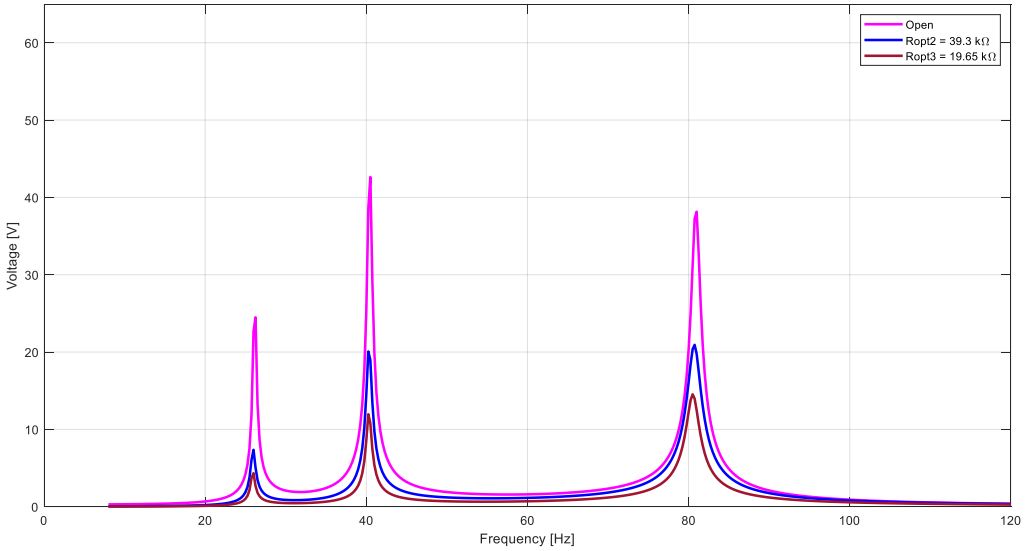


Figura 8.2.4 Modulo FRF Harvester a cornice doppia con valori periodici della frequenza relativa al secondo e terzo modo di vibrare

Tabella 8.2.3 Valori di frequenza e tensione ottenuti dall'Harvester con doppia cornice con la nuova periodicità:

	Freq 1 [Hz]	Freq 2 [Hz]	Freq 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
Open	26.25	**40.5**	**81**	24.5	42.64	38.15
R2	26	40.25	80.75	7.36	20.07	20.93
R3	26	40.25	80.5	4.34	11.96	14.53

Da notare il miglioramento dell'ampiezza più elevata del secondo picco rispetto al primo nel caso di circuito aperto, mentre i valori sono simili nel caso con le resistenze ottimali. Viene riportato il grafico delle potenze:

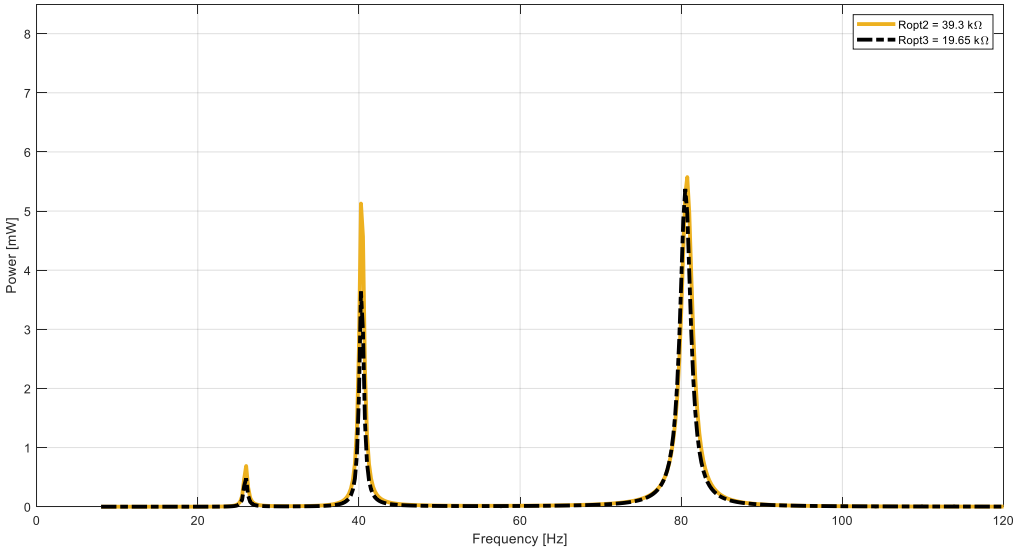


Figura 8.2.5 Potenza Harvester a cornice doppia con valori periodici della frequenza relativa al secondo e terzo modo di vibrare

Tabella 8.2.4 Valori della potenza ottenuti dall'Harvester con doppia cornice con la nuova periodicità in corrispondenza dei due picchi interessati:

$P_{Ropt2}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(III° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(III° \, picco)$ $[mW]$
5.13	3.64	5.58	5.37

In quest'ultimo caso si ha un ulteriore miglioramento, sia per quanto riguarda il valore assoluto della potenza ricavabile, che arriva fino a 5 mW nel caso della resistenza ottimale del secondo picco, ma anche per quanto riguarda la differenza tra i due picchi che nel caso con la seconda resistenza ottimale è quasi nullo.

Si considerano quindi questi due casi ottenuti con l'Harvester con doppia cornice come migliori grazie ai valori più elevati di potenze ottenuti. Per questo motivo si è deciso di procedere con le prove sperimentali, per il caso con doppia cornice.

CAPITOLO 9

PROVE SPERIMENTALI CON HARVESTER PERIODICI

9.1 Harvester con doppia cornice con masse aggiunte

In questo capitolo vengono riportati i risultati ottenuti studiando sperimentalmente l'Harvester piezoelettrico munito di doppia cornice, configurato per raccogliere energia da vibrazioni periodiche, tramite l'aggiunta di masse. Queste masse sono state costruite utilizzando le sfere di piombo che vengono usate come contrappeso al galleggiante nella pesca sportiva (Figura 9.1.1).

Figura 9.1.1 Le sfere usate per creare le masse da applicare all'Harvester

Le masse sono state levigate e pesate con una bilancia con precisione al millesimo di grammo, disponibile nel laboratorio di Misure Meccaniche del dipartimento di Ingegneria di Padova, in modo da ottenere i valori esatti ricavati dalle simulazioni effettuate con il software Comsol e riportate nel capitolo precedente.

Il primo caso studiato è quello con le doppie masse, pari a:

- Tip mass = 0.38 g
- Frame mass = 0.25 g

In figura si vede come le sfere di piombo siano state agganciate alla cornice dell'Harvester:

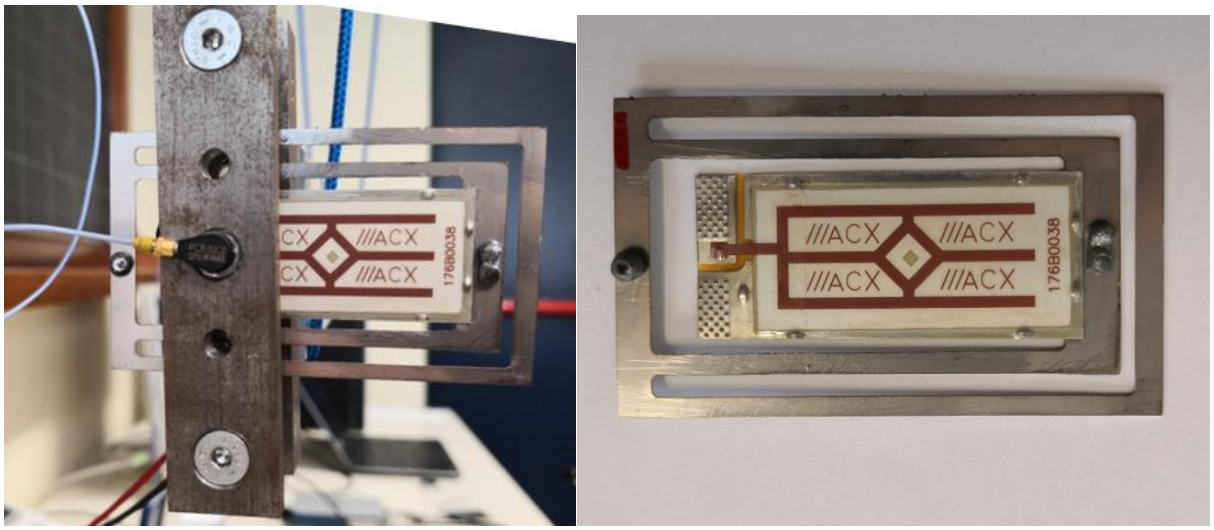


Figura 9.1.2 L'Harvester con doppia cornice con le masse realizzate per le prove

Le prove sono state effettuate con lo stesso metodo e con le stesse strumentazioni descritte nel capitolo 5. Per prima cosa è stata effettata la misura con circuito aperto, in modo tale da verificare se effettivamente si ottenevano le frequenze periodiche o meno. I valori di frequenza e le relative ampiezze sono riportati di seguito:

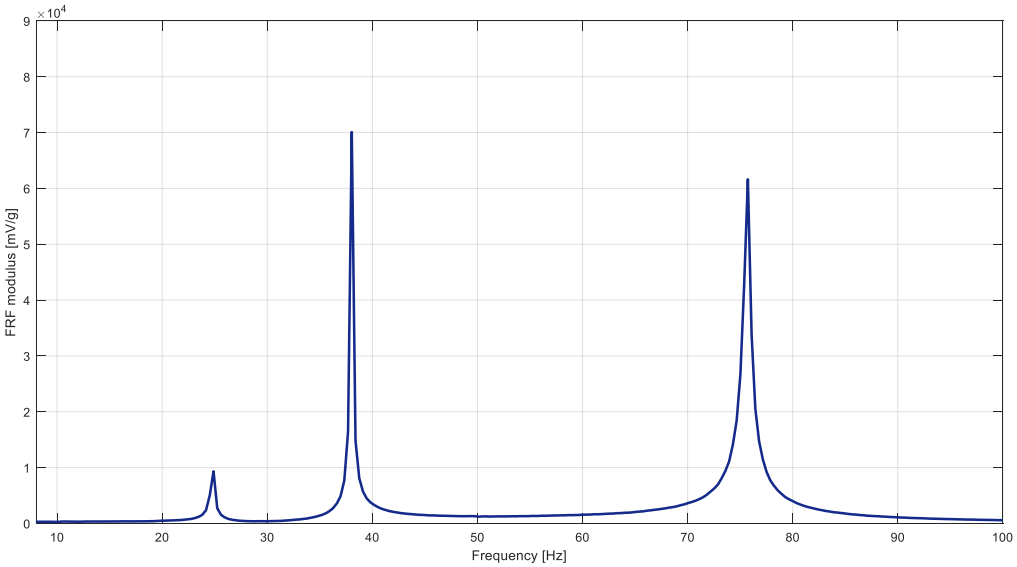


Figura 9.1.3 Modulo FRF dell'Harvester con le masse a circuito aperto

Tabella 9.1.1 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito aperto:

Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
24.89	**38.04**	**75.73**	9.33	70	61.63

Si vede che la periodicità non è perfetta, ma comunque si discosta di un valore veramente ridotto (- 0.35 Hz). Tale effetto può essere causato dal comportamento non ideale dell'incastro, oppure ad una piccola modifica nella massa una volta aggiunta la cera utilizzata per incollare le masse di piombo, oppure infine ai residui di lavorazione nei lati delle cornici, non rifinite perfettamente come viene considerato nel software. Da notare il secondo picco superiore al terzo.

Dal valore delle frequenze ricavate dalla misurazione sono state calcolate le rispettive resistenze ottimali:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 24.89 * 10^{-7}} = 63.94\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 38.04 * 10^{-7}} = 41.84\ k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 75.73 * 10^{-7}} = 21.02\ k\Omega$$

Anche in tal caso abbiamo considerato solo le resistenze relative al secondo e terzo modo di vibrare, trascurando il primo modo, visti anche i valori del modulo della FRF (circa 9 Volt contro 70 e 62). Il valore della frequenza, cala leggermente come è già stato visto, all'inserimento nel circuito di una resistenza. Per questo motivo, le frequenze che si andranno a considerare come ultime saranno quelle a circuito chiuso con resistenze e non quelle a circuito aperto. Viene riportato il grafico con i risultati del modulo della funzione di trasferimento per i casi con le due resistenze ottimali, ottenute eseguendo la media di tre misurazioni, considerate ripetibili:

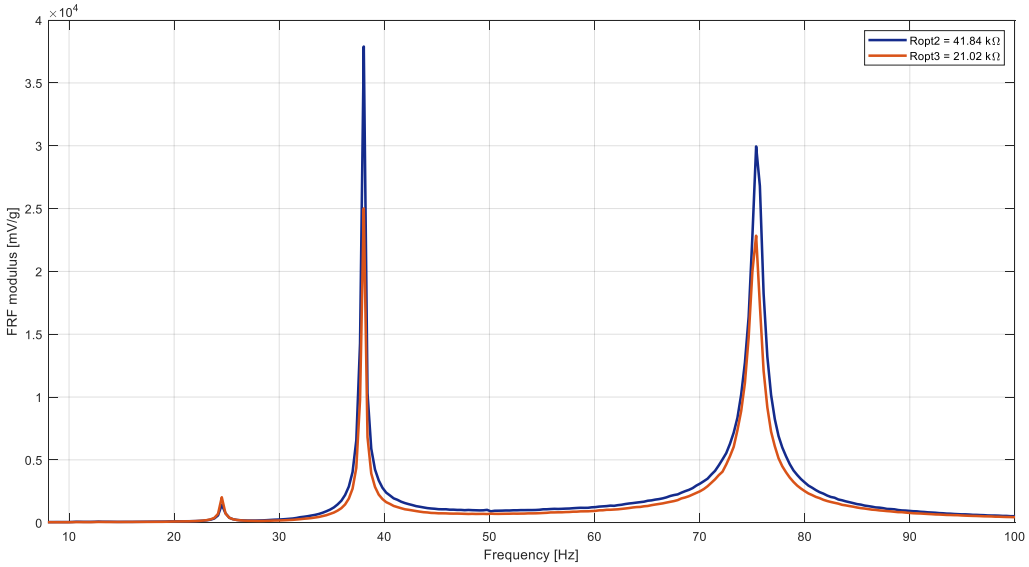


Figura 9.1.4 Modulo FRF dell'Harvester con le masse a circuito chiuso con le resistenze ottimali

Tabella 9.1. 2 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito chiuso:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
R2	24.53	38.04	75.38	1.43	37.90	29.95
R3	24.53	38.04	75.38	2.03	25.01	22.84

La prima cosa che si nota è la prevalenza in entrambi i casi del secondo picco sul terzo. Risultato di fondamentale importanza è comunque la potenza, che viene di seguito riportata:

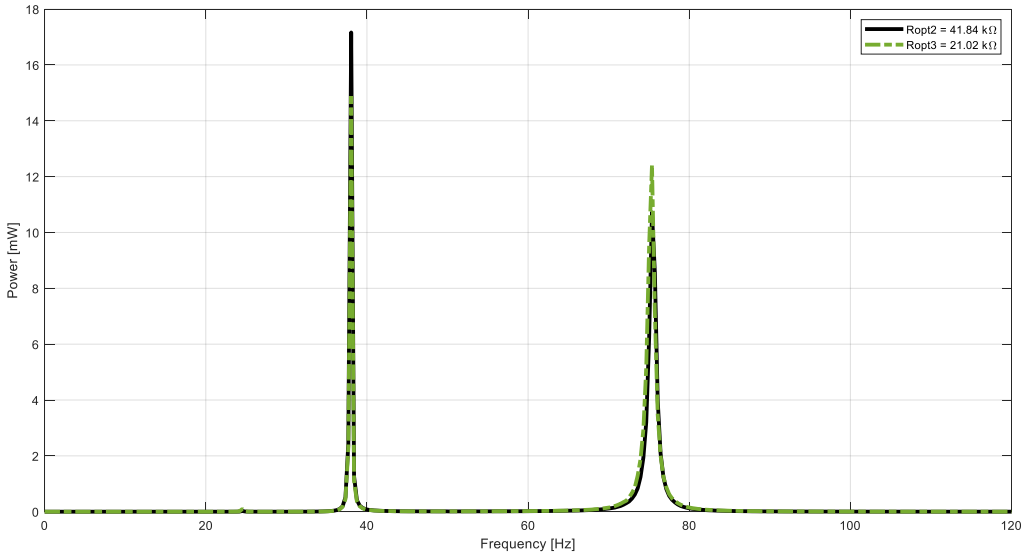


Figura 9.1.5 Potenze ottenute con l'Harvester con le masse aggiunte

Tabella 9.1.3 Valori delle potenze ottenute con l'Harvester con le masse aggiunte in corrispondenza del secondo e terzo modo di vibrare:

$P_{Ropt2}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(III° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(III° \, picco)$ $[mW]$
17.16	14.88	10.72	12.41

Da notare il valore molto elevato della potenza ricavabile, rispetto alle simulazioni effettuate con il software Comsol. Questo fatto si è pensato sia dovuto allo smorzamento, in quanto in Comsol viene inserito un valore dello smorzamento della cornice basato su considerazioni ingegneristiche, che nel caso dell'Harvester con singola cornice si adattano molto bene allo studio, ma in questo caso, dove la cornice è doppia e dunque i parametri da considerare sono molteplici, come per esempio il vincolo della cornice più esterna con quella più interna è complicato inserire un unico valore corretto dello smorzamento. Tuttavia, i valori sono ottenuti da misurazioni sperimentali e dunque affidabili. I valori della potenza arrivano ad un picco di ben 17 mW contro i 4 che si ottenevano dalle simulazioni.

Questo comporta ad affermare che i risultati sono soddisfacenti, inoltre si nota anche nel caso della potenza un secondo picco più alto del terzo.

A questo punto, visto le buone prospettive date dal caso precedente si è svolta sperimentalmente anche la misurazione del secondo caso, cioè l'Harvester con doppia cornice ma con una sola massa pari a:

- Tip mass = 0.22 g

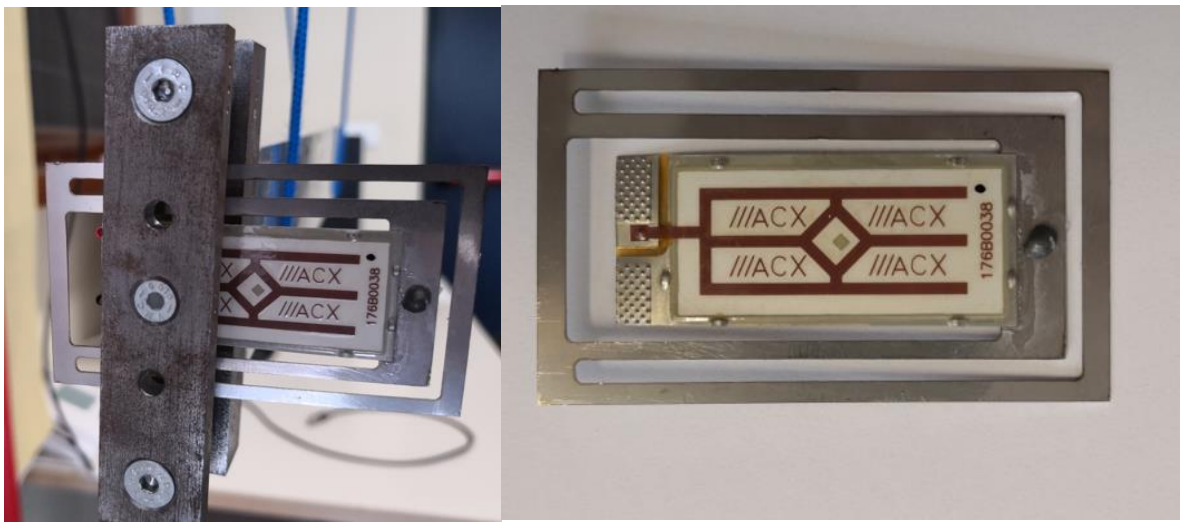


Figura 9.1.6 L'Harvester con doppia cornice con la sola Tip Mass

I risultati per il circuito aperto sono riportati di seguito:

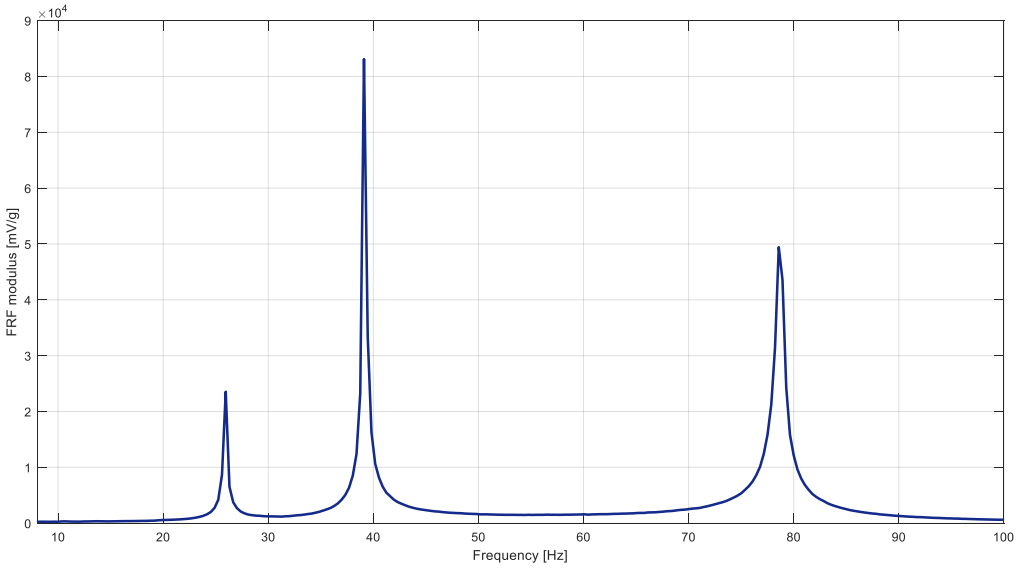


Figura 9.1.7 Modulo FRF dell'Harvester con la sola Tip Mass a circuito aperto

Tabella 9.1.4 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito aperto:

Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
25.96	**39.11**	**78.58**	23.53	83.11	49.42

Anche in tal caso la periodicità è quasi raggiunta (+0.36 Hz). Si possono fare le stesse considerazioni del caso precedente per quanto riguarda la forma della curva del modulo della funzione di trasferimento.

Sono state dunque calcolate le resistenze ottimali per poi chiudere il circuito su esse e poter così calcolare il valore della potenza ottenibile:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 25.96 * 10^{-7}} = 63.31\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 39.11 * 10^{-7}} = 40.69\ k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 78.58 * 10^{-7}} = 20.25\ k\Omega$$

Vengono dunque riportati dapprima il grafico del modulo della funzione di trasferimento nel caso di circuito chiuso con le due resistenze ottimali interessate (Figura 9.1.8), e successivamente il grafico delle potenze (Figura 9.1.9), entrambi seguiti da una tabella riassuntiva:

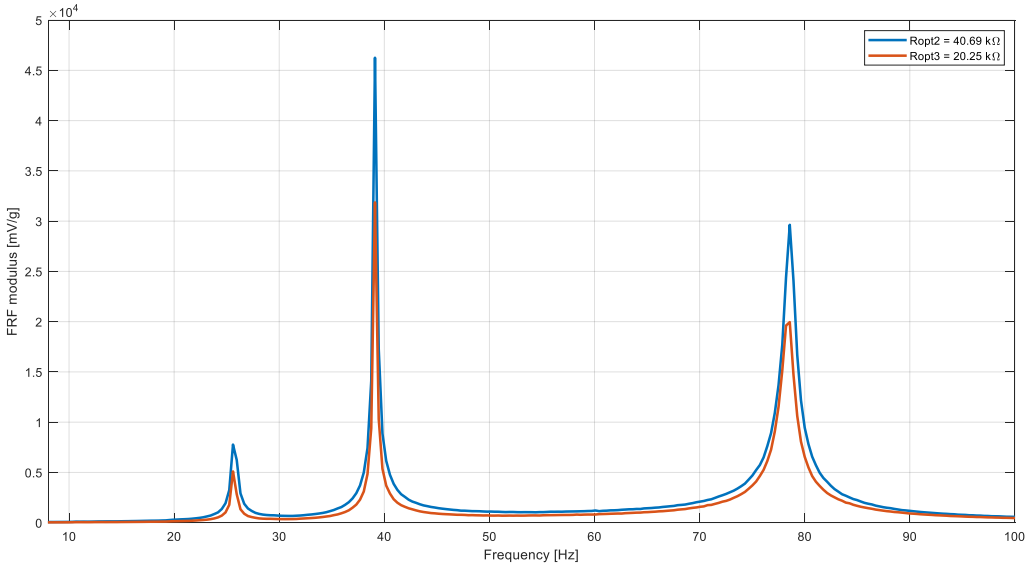


Figura 9.1.8 Modulo FRF dell'Harvester con la sola Tip Mass a circuito chiuso con le resistenze ottimali

Tabella 9.1.5 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito chiuso:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
R2	25.60	39.11	78.58	7.77	46.26	29.63
R3	25.60	39.11	78.58	5.10	31.87	19.95

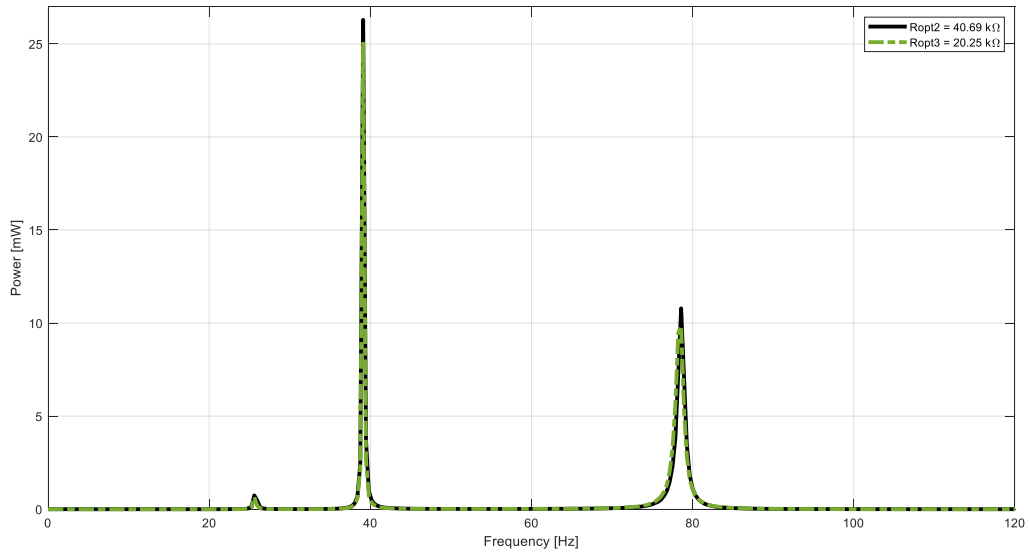


Figura 9.1.9 Potenze ottenute con l'Harvester con la sola Tip Mass

Tabella 9.1.6 Valori delle potenze ottenute con l'Harvester con la sola Tip Mass in corrispondenza del secondo e terzo modo di vibrare:

$P_{Ropt2}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(III° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(III° \, picco)$ $[mW]$
26.29	25.08	10.79	9.49

In questo caso si nota che i valori di potenze sono ancora più elevati del caso precedente con una massa soltanto. E questo è un ottimo risultato, in quanto è proprio la potenza a cui siamo interessati. Purtroppo, la terza frequenza di risonanza con circuito chiuso non si abbassa ulteriormente, ma rimane 0.35 Hz al di sopra di una frequenza perfettamente periodica rispetto alla seconda di risonanza.

9.2 Prove sperimentali con doppia cornice di diversa geometria

Visto che, si avevano a disposizione due paia di cornici, si è andati a misurare nel dettaglio la cornice doppia non utilizzata per verificare se vi fossero differenze geometriche. È stato notato che quest'ultima possedeva un valore del lato libero della cornice più interna, cioè B2 secondo la quotatura di Figura 9.2.1, inferiore di 1 mm.

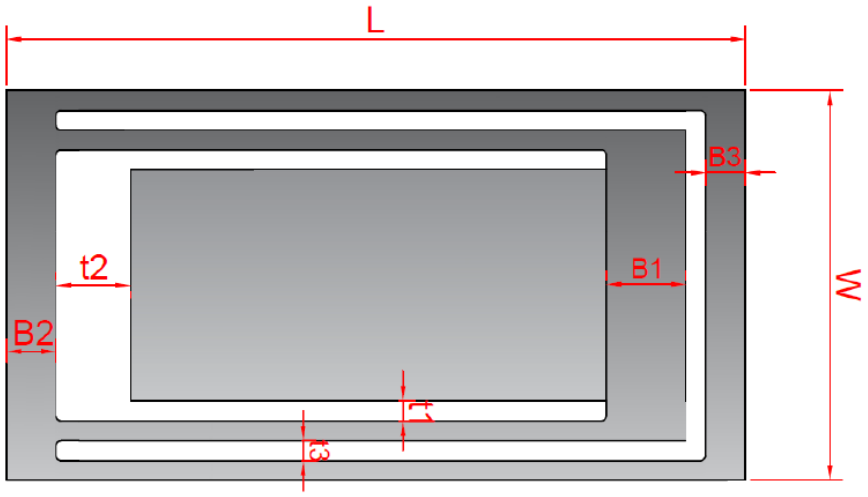


Figura 9.2.1 Quote geometriche Harvester con doppia cornice [33]

Per questo motivo, considerando gli studi effettuati per il caso di cornice singola al variare della geometria, si è pensato che questa fosse maggiormente promettente in quanto il valore della seconda frequenza di risonanza sarà maggiore e per questo motivo simile al caso simulato con Comsol, il quale riporta una frequenza naturale del secondo modo di vibrare pari a 40.5 contro i 39.11 Hz della cornice finora utilizzata. Si è dunque proceduto nell'incollaggio dell'Harvester PPA1001 a questa nuova cornice, per poi procedere nella misurazione con massa singola, in modo da non andare a variare il valore della frequenza naturale del secondo modo, ma solo del terzo ed ottenere valori periodici. La massa aggiunta è:

- Tip mass = 0.22 g

I valori ottenuti con questa doppia cornice, a circuito aperto si discostano leggermente da quelli ottenuti nel caso precedente, e vengono di seguito riportati:

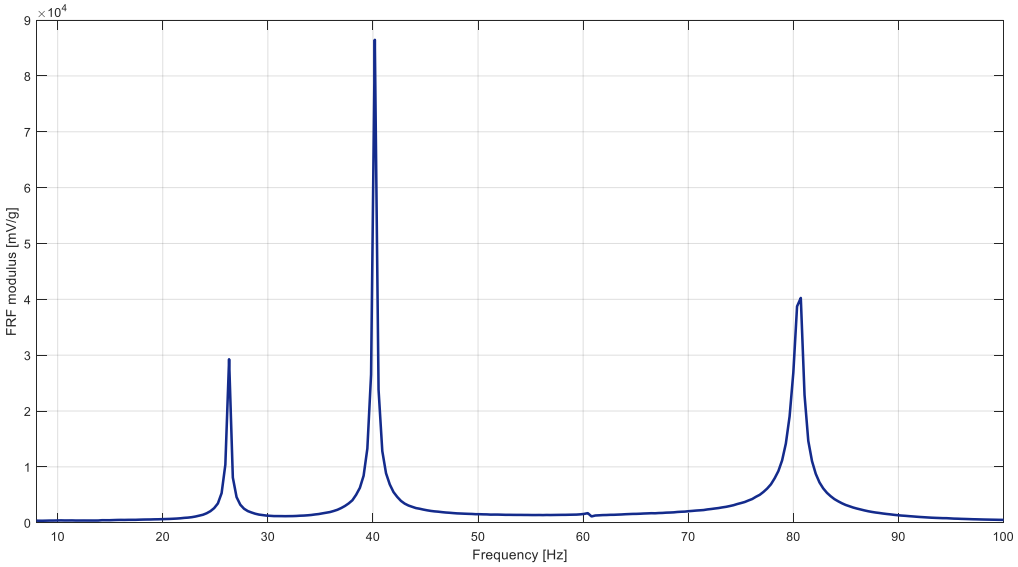


Figura 9.2.2 Modulo FRF dell'Harvester con la nuova geometria della cornice e sola Tip Mass a circuito aperto

Tabella 9.2. 1 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito aperto:

Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
26.31	**40.18**	**80.71**	29.27	86.47	40.25

Come ci si aspettava la frequenza del secondo modo di vibrare è leggermente più elevata rispetto a quella della doppia cornice precedente. E inoltre si nota che anche la frequenza del terzo modo è leggermente più elevata. Per quanto riguarda la periodicità, a circuito aperto si discosta di +0.35 Hz. Questo è comunque un valore che prelude buoni risultati, in quanto a circuito chiuso, come abbiamo visto possiamo avere una riduzione del valore delle frequenze di risonanza. Sono state dunque svolte le misurazioni con le resistenze ottimali, di seguito calcolate:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 26.31 * 10^{-7}} = 60.49\ k\Omega$$

$$R_{opt2} = \frac{1}{2\pi f_2 C_p} = \frac{1}{2\pi 40.18 * 10^{-7}} = 39.59\ k\Omega$$

$$R_{opt3} = \frac{1}{2\pi f_3 C_p} = \frac{1}{2\pi 80.71 * 10^{-7}} = 19.82\ k\Omega$$

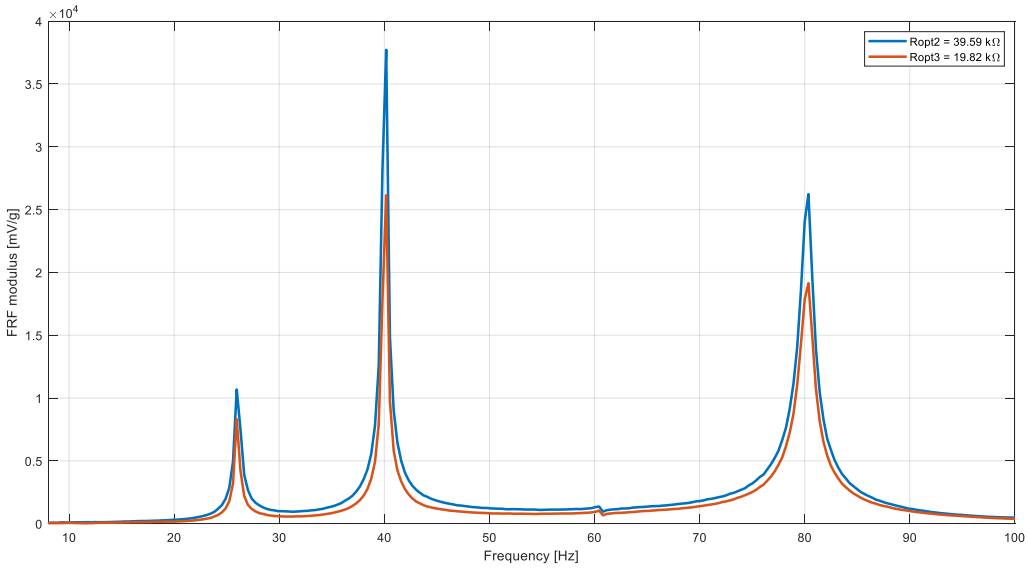


Figura 9.2.3 Modulo FRF dell'Harvester con la nuova geometria della cornice e sola Tip Mass a circuito chiuso con le resistenze ottimali

Tabella 9.2.2 Valori di frequenza e tensione ottenuti dalla prova a circuito chiuso:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Amplitude 1 [V]	Amplitude 2 [V]	Amplitude 3 [V]
R2	25.96	**40.18**	**80.36**	10.68	37.72	26.23
R3	25.96	**40.18**	**80.36**	8.32	26.14	19.14

Sono stati evidenziati i due valori delle frequenze di risonanza del secondo e terzo picco, e come si vede nel caso di circuito con resistenze ottimali, le frequenze sono esattamente periodiche. Con questo ottimo risultato, si sono calcolati i valori delle potenze, per verificare se sono anche in tal caso elevate come nello studio precedente:

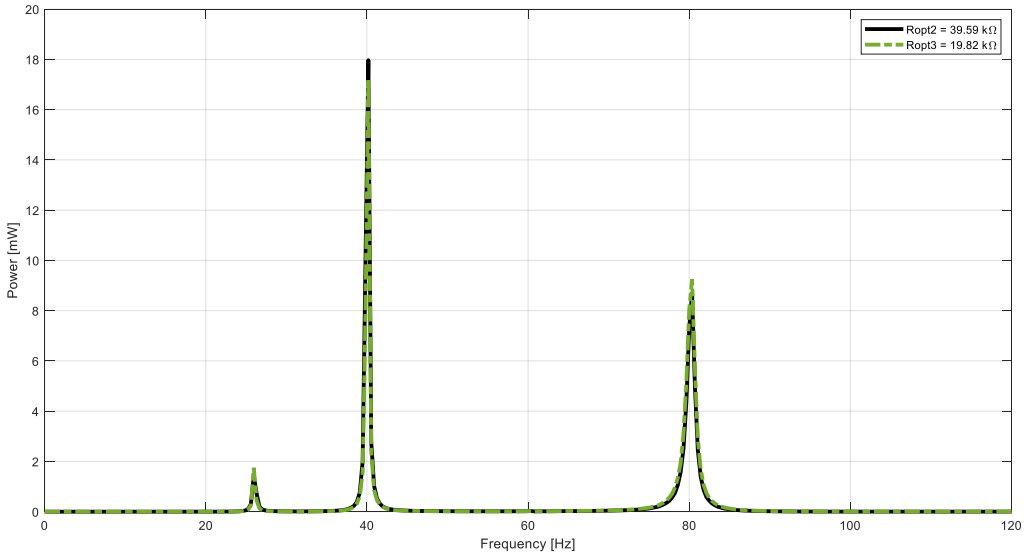


Figura 9.2.4 Potenze ottenute con l'Harvester con la nuova geometria della cornice e sola Tip Mass

Tabella 9.2.3 Valori delle potenze ottenute con l'Harvester con la nuova geometria della cornice e la sola Tip Mass in corrispondenza del secondo e terzo modo di vibrare:

$P_{Ropt2}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(II° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt2}(III° \, picco)$ $[mW]$	$P_{Ropt3}(III° \, picco)$ $[mW]$
17.97	17.24	8.69	9.24

I valori delle frequenze per entrambi i casi sono più elevati del precedente caso. Possiamo dunque affermare che la geometria di quest'ultima cornice è decisamente quella migliore per ottenere due picchi periodici e dunque la possibilità di avere un Harvester in grado di ricavare energia da vibrazioni di questo tipo.

9.3 Confronto tra PPA1001 solo e con cornici

Si vuole infine confrontare se la quantità di potenza generata per l'harvester con doppia cornice studiato nel capitolo precedente, in corrispondenza delle frequenze periodiche è maggiore di un Harvester senza cornici accordato per i due casi nei due picchi periodici. Anche in questo caso per accordarlo sono state utilizzate delle

sfere di piombo, ma il valore non è stato ricavato da simulazioni con software, bensì grazie ad una tabella fornita dal costruttore (Figura 9.3.1).

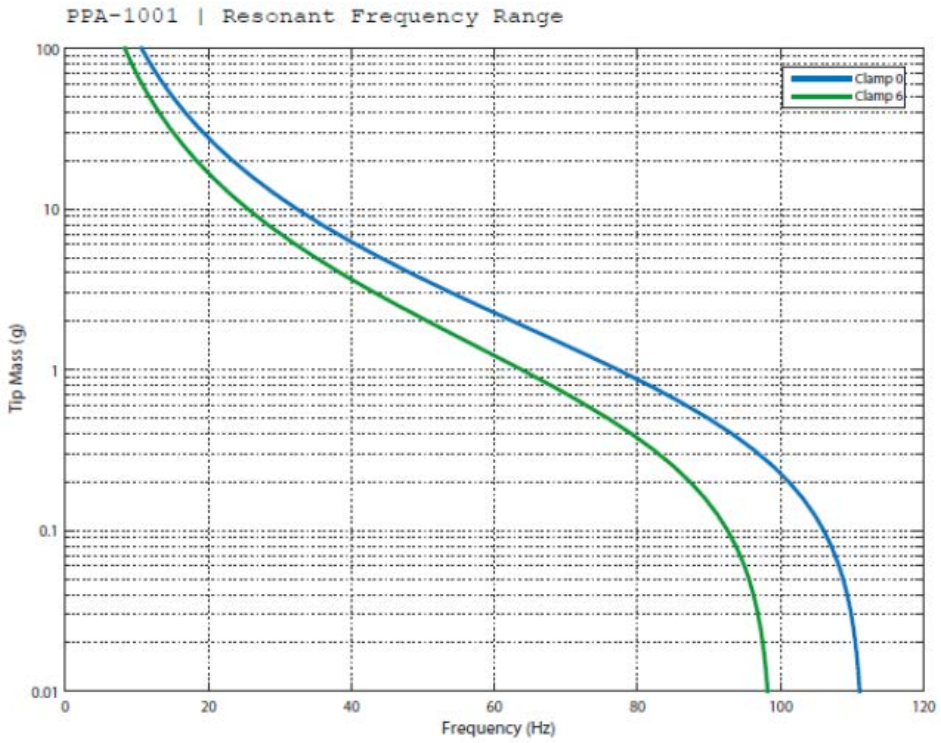


Figura 9.3.1 Grafico fornito dal costruttore che indica il valore di Tip Mass per variare la frequenza di risonanza del PPA1001

Nel caso di riferimento, i valori delle frequenze periodiche sono 40.18 e 80.36 Hz. Data la difficoltà di tarare manualmente l'Harvester su decimi di frequenza, sono state scelte le due frequenze intere, cioè

- f1 = 40 Hz
- f2 = 80 Hz

Si è partiti dalla frequenza più alta: come visto nel capitolo 5 l'Harvester PPA1001 senza cornici, a vuoto ha una frequenza di risonanza pari a circa 126 Hz. Per abbassare tale frequenza è stata aggiunta all'estremità una massa, che dal grafico della figura sopra riportata si vede essere compresa tra 0.8 e 0.9 grammi. Più nel dettaglio:

- Tip mass = 0.88 g

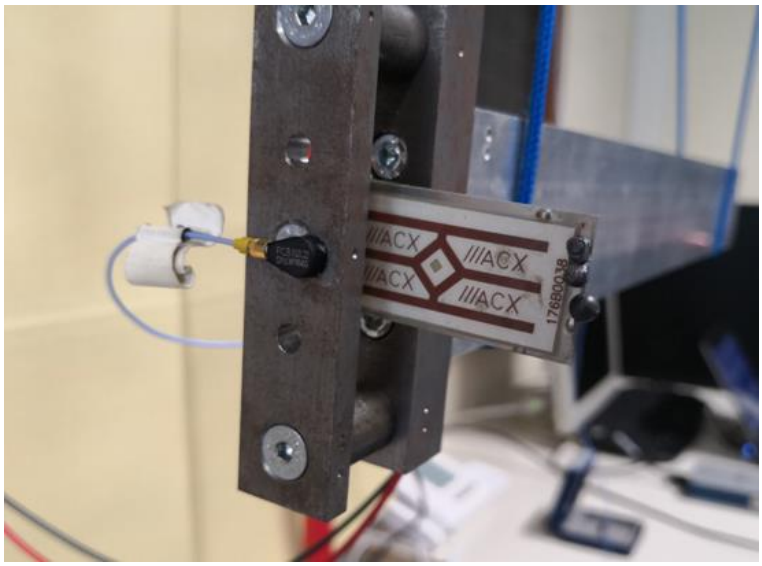


Figura 9.3.2 Harvester PPA1001 munito di Tip Mass pari a 0.88 grammi

Come al solito è stato dapprima studiato il caso con circuito aperto, e di seguito ne viene riportato una tabella riassuntiva del modulo della FRF:

Tabella 9.3.1 Valore della frequenza e della tensione nel caso di PPA1001 con Tip Mass di 0.88 grammi a circuito aperto:

Frequenza misurata [Hz]	Ampiezza misurata [V/g]
80	48.31

Si nota che la massa aggiunta è stato possibile misurare esattamente una frequenza di 80 Hz.

A questo punto si procede calcolando la resistenza ottimale, in quanto il confronto lo si è voluto fare sulle potenze. Dunque:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 80 * 10^{-7}} = 19.89\ k\Omega$$

È stato poi misurato il modulo con il circuito chiuso con la relativa resistenza ottimale. Si riporta il grafico che confronta il risultato con quello ottenuto con il circuito aperto:

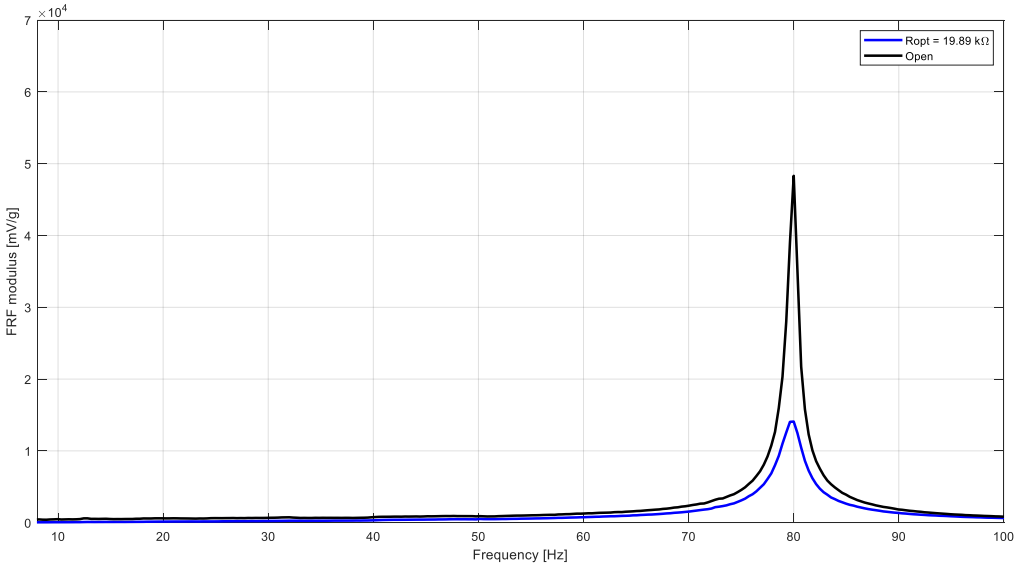


Figura 9.3.3 Modulo FRF a circuito aperto e chiuso con la resistenza ottimale a 80 Hz

Tabella 9.3.2 Valore della frequenza e della tensione nel caso di PPA1001 con Tip Mass di 0.88 grammi a circuito chiuso:

	Frequency [Hz]	Amplitude [V/g]
Ropt	79.82	14.06

Di seguito si è potuta calcolare la potenza ricavabile nel caso di PPA1001 tarato sulla frequenza di 80 Hz, con in parallelo la resistenza ottimale:

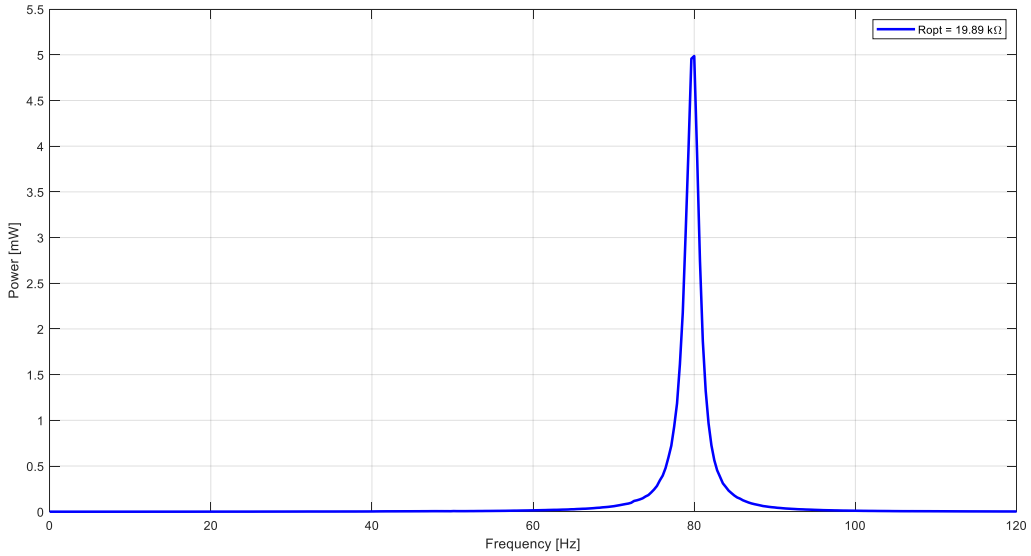


Figura 9.3.4 Potenza PPA1001 con Tip Mass di 0.88 grammi

La potenza ottenuta è pari a 4.986 mW. Nel caso precedente avevamo potenze di 8.3 e 9.2 mW. Vediamo nel caso del primo picco di frequenza come si comporta.

La frequenza obiettivo è di 40 Hz. Utilizzando il grafico fornito dal costruttore e facendo alcune prove nell'intorno del valore ricavato, si è ottenuta una frequenza vicina per un valore di massa pari a:

- Tip mass = 4.80 g

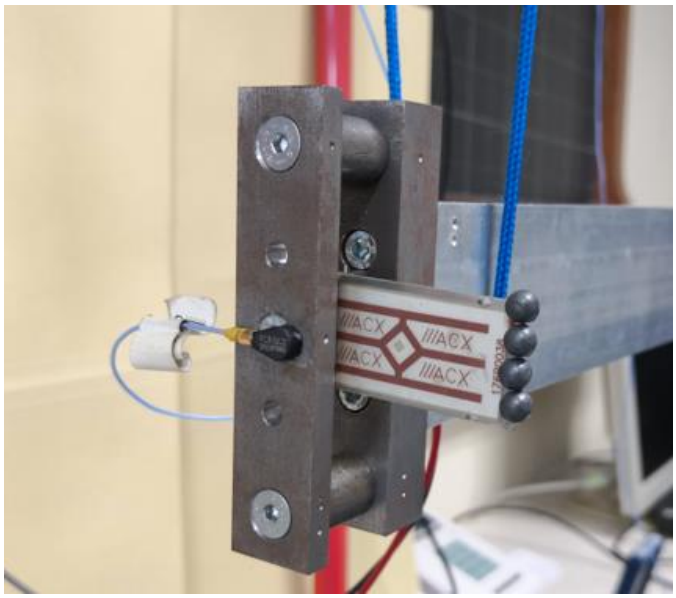


Figura 9.3.5 Harvester PPA1001 munito di Tip Mass pari a 4.80 grammi

I valori ottenuti nella misurazione del caso con circuito aperto sono riportati nella tabella sottostante:

Tabella 9.3.3 Valore della frequenza e della tensione nel caso di PPA1001 con Tip Mass di 0.88 grammi a circuito aperto:

Frequenza misurata [Hz]	Ampiezza misurata [V/g]
39.82	124.6

In questo caso non si è riusciti ad ottenere il valore esatto di 40 Hz, ma ci si è avvicinati a sufficienza.

Il calcolo della resistenza ottimale relativa:

$$R_{opt1} = \frac{1}{2\pi f_1 C_p} = \frac{1}{2\pi 39.82 * 10^{-7}} = 39.99\ k\Omega$$

Il circuito dunque è stato chiuso con tale resistenza; viene di seguito riportato il grafico che confronta il modulo della funzione di trasferimento nel caso di circuito aperto e nel caso di circuito chiuso con la resistenza ottimale:

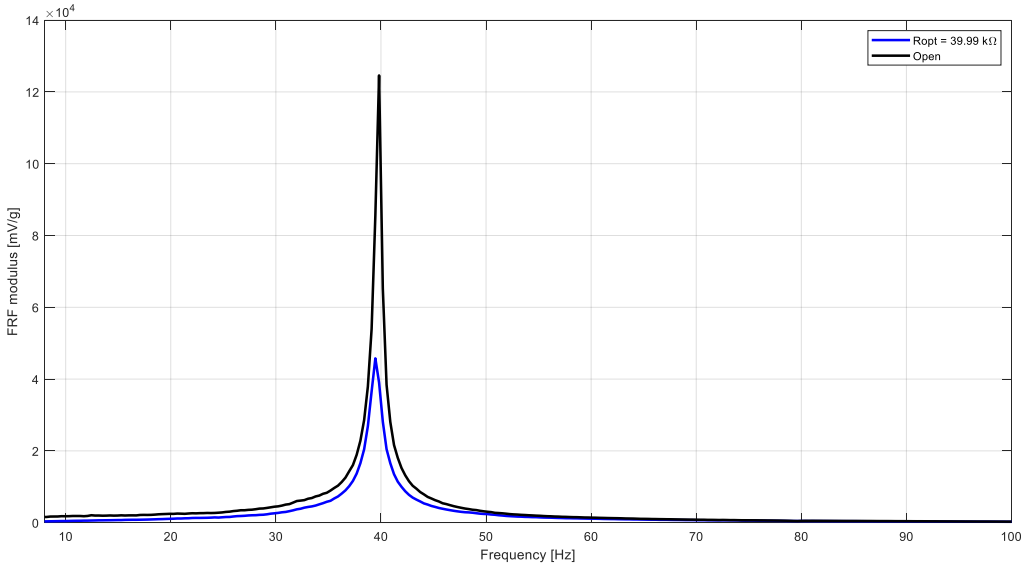


Figura 9.3.6 Modulo FRF a circuito aperto e chiuso con la resistenza ottimale a 40 Hz

Tabella 9.3.4 Valore della frequenza e della tensione nel caso di PPA1001 con Tip Mass di 4.80 grammi a circuito chiuso:

Frequency [Hz]	Amplitude [V/g]
39.47	45.77

Si nota che la frequenza di risonanza si abbassa con la resistenza ottimale rispetto al circuito aperto.

A questo punto possiamo calcolare la relativa potenza ottenibile:

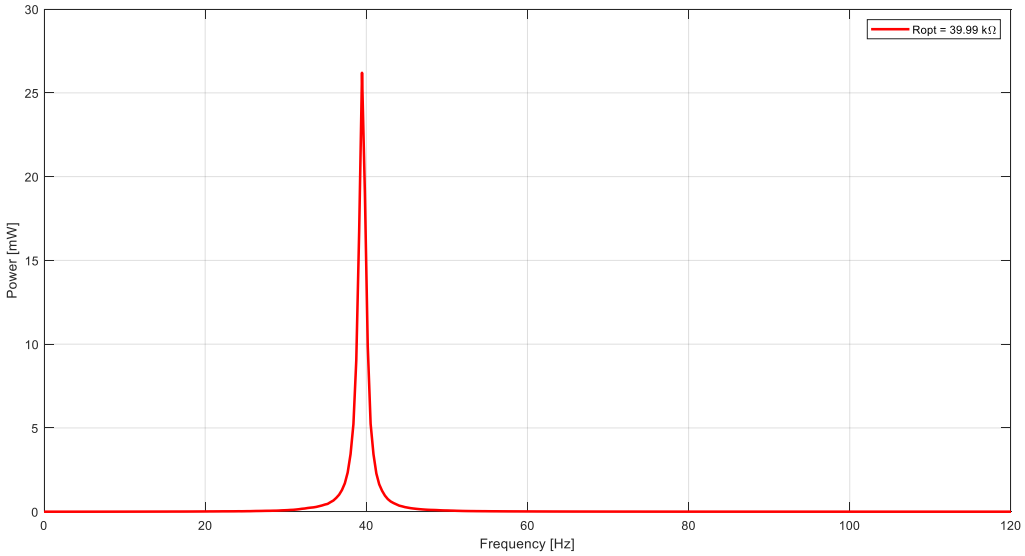


Figura 9.3.7 Potenza PPA1001 con Tip Mass di 4.80 grammi

La potenza ottenuta è pari a 26.19 mW. Questo valore è superiore a quello ottenibile nel caso dell'Harvester son doppia cornice con periodicità sopra riportato.

Come grafico riassuntivo viene ora riportato un confronto tra le potenze ottenute nel caso di Harvester privo di cornici (questi ultimi casi riportati) e la potenza ricavabile dall'Harvester con doppia cornice con la seconda geometria studiata:

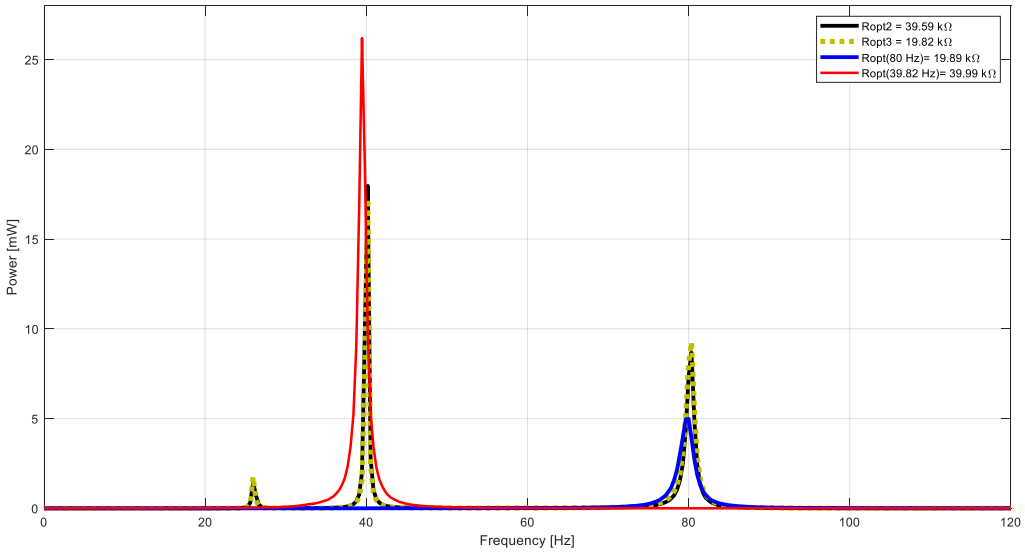


Figura 9.3.8 Confronto potenze ottenute con l'Harvester PPA1001 solo e periodico con doppia cornice

Si riporta inoltre una tabella riassuntiva di tali valori:

	Frequency 1 [Hz]	Frequency 2 [Hz]	Frequency 3 [Hz]	Power 1 [mW]	Power 2 [mW]	Power 3 [mW]
PPA1001	/	39.47	80	/	26.2	4.99
Doppia Cornice Ropt2	25.96	40.18	80.36	1.44	17.97	8.69
Doppia Cornice Ropt3	25.96	40.18	80.36	1.75	17.24	9.25

CAPITOLO 10

CONCLUSIONI

L'obiettivo di questa tesi è realizzare degli Harvester caratterizzati da picchi di risonanza periodici. Lo scopo è quello di fare in modo che tali Harvester possano recuperare energia dalle vibrazioni periodiche.

Avendo considerato le due tipologie di Harvester piezoelettrici cioè muniti di singola e doppia cornice, è stato dapprima studiato il loro comportamento a carico, notando una diminuzione delle frequenze di risonanza e dell'ampiezza della funzione di trasferimento al diminuire del valore della resistenza inserita nel circuito. Si è inoltre voluto calcolare il valore di potenza che è possibile ottenere con queste tipologie di Harvester a banda larga, e si è dimostrato che inserendo nel circuito la resistenza ottimale si ricava il valore massimo di potenza.

Per quanto riguarda la possibilità di rendere periodiche le frequenze di risonanza nei due casi, è stato sfruttato uno studio di fattibilità. Questo studio, in accordo con i grafici relativi alle forme modali degli Harvester in questione hanno dimostrato come un'aggiunta di una tip mass oppure di una massa nella cornice (frame mass) vadano a modificare una frequenza di risonanza piuttosto che un'altra. Questa analisi in definitiva ha permesso di avere una linea guida, in modo da sapere dove aggiungere la massa e di quale entità per avere un determinato valore di frequenza desiderato, in particolare due o più frequenze multiple.

Dai dati ottenuti dalle simulazioni si è concluso che il caso più promettente per lo scopo è l'Harvester con doppia cornice, in quanto il primo, munito di singola cornice non permetteva di raccogliere sufficiente energia dal primo modo di vibrare, in quanto viene coinvolta soltanto la cornice mentre l'Harvester contribuisce principalmente al secondo. Nel caso di cornice doppia invece, è stato trascurato il primo modo di vibrare in quanto i valori della potenza ottenibili sono molto bassi. Operando dunque sperimentalmente aggiungendo le masse dettate dall'analisi di sensibilità precedente, è stato possibile ottenere una periodicità dei due successivi modi di vibrare.

Il risultato ottenuto con l'Harvester con doppia cornice ha mostrato un andamento perfettamente periodico con circuito chiuso, con la seconda e terza frequenza di risonanza aventi valori pari a 40.18 Hz e 80.36 Hz rispettivamente e valori di potenza massimi pari a 17 e 9 mW.

Come ultimo confronto sono state effettuate le prove sperimentali con l'Harvester privo di cornici, tarato sulle frequenze 40 Hz e 80 Hz tramite anche qui l'aggiunta di masse, in modo da confrontare il valore di potenza che si ottiene in questo caso in corrispondenza dei due modi di vibrare, con il precedente caso periodico. Il

risultato ha mostrato una prevalenza del PPA1001 senza cornice in corrispondenza della frequenza più bassa, mentre una potenza più elevata dell'Harvester con doppia cornice per la frequenza maggiore.

APPENDICE A

Sono di seguito riportati i vari passaggi matematici peer ricavare i valori di ampiezza della tensione e della riposta. Viene riportato il sistema di partenza:

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R} + i\omega C_p\right) V_0 = i\omega\varphi\eta_0 \\ (-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_n\omega + \omega_n^2)\eta_0 + \chi V_0 = F_0 \end{cases}$$

$$V_0 = \varphi \frac{Ri\omega}{C_p Ri\omega + 1}\eta_0 = \varphi \frac{Ri\omega\,(1 - C_p Ri\omega)}{(C_p Ri\omega + 1)(1 - C_p Ri\omega)}\eta_0 = \varphi \frac{Ri\omega + C_p R^2\omega^2}{1 + C_p^2 R^2\omega^2}\eta_0$$

$$(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_n\omega + \omega_n^2 + \chi\varphi \frac{Ri\omega + C_p R^2\omega^2}{1 + C_p^2 R^2\omega^2})\eta_0 = F_0$$

$$\frac{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)}{(1 + C_p^2 R^2\omega^2)}\eta_0 = F_0$$

$$\eta_0 = \frac{(1 + C_p^2 R^2\omega^2)F_0}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)}$$

$$V_0 = \varphi\, \frac{(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)F_0}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)}$$

Riporto inoltre i passaggi per ottenere il valore della fase della funzione di trasferimento. Si parte considerando l'espressione del modulo della FRF e si procede razionalizzando in modo tale da evidenziare le parti immaginaria e reale:

$$\frac{V_0}{G_0} = \varphi\, \frac{(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)m\omega^2 \int_0^L \phi(x)dx}{(-\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)}$$

$$\frac{V_0}{G_0} = \frac{\varphi(Ri\omega + C_p R^2\omega^2)m\omega^2 \int_0^L \phi(x)dx\,[(-\omega^2 + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi C_p R^2\omega^2 - 2i\varsigma\omega_r\omega(1 + C_p^2 R^2\omega^2) - \chi\varphi Ri\omega]}{[(-\omega^2 + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi C_p R^2\omega^2 + 2i\varsigma\omega_r\omega(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi Ri\omega][(-\omega^2 + \omega_r^2)(1 + C_p^2 R^2\omega^2) + \chi\varphi C_p R^2\omega^2 - 2i\varsigma\omega_r\omega(1 + C_p^2 R^2\omega^2) - \chi\varphi Ri\omega]}$$

$$\frac{V_0}{G_0} = \frac{\{\varphi(C_p R^2\omega^2)\left[(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_p R^2\omega^2\right]+\left[\varphi 2R\varsigma\omega_r\omega^2(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi^2R^2\omega^2\right]+}{\varphi(Ri\omega)\left[(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_pR^2\omega^2\right]-\varphi(C_pR^2\omega^2)[2i\varsigma\omega_r\omega(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi Ri\omega]\}m\omega^2\int_0^L\phi(x)dx}{[(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_pR^2\omega^2]^2+[2\varsigma\omega_r\omega(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi R\omega]^2]}$$

E dunque la fase della funzione di trasferimento sarà:

$$\alpha =$$

$$= Arctg\frac{(R\omega)\left[(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_pR^2\omega^2\right]-(C_pR^2\omega^2)[2\varsigma\omega_r\omega(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi R\omega]}{(C_pR^2\omega^2)\left[(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_pR^2\omega^2\right]+\left[2R\varsigma\omega_r\omega^2(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi R^2\omega^2\right]}$$

$$= Arctg\frac{(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi C_pR^2\omega^2-2\varsigma\omega_r\omega(C_pR\omega+C_p^3R^3\omega^3)-\chi\varphi C_pR^2\omega^2}{(-\omega^2+\omega_r^2)(C_pR\omega+C_p^3R^3\omega^3)+\chi\varphi C_p^2R^3\omega^3+2\varsigma\omega_r\omega(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi R\omega}$$

$$= Arctg\frac{(-\omega^2+\omega_r^2)(1+C_p^2R^2\omega^2)-2\varsigma\omega_r\omega(C_pR\omega+C_p^3R^3\omega^3)}{(-\omega^2+\omega_r^2)(C_pR\omega+C_p^3R^3\omega^3)+\chi\varphi C_p^2R^3\omega^3+2\varsigma\omega_r\omega(1+C_p^2R^2\omega^2)+\chi\varphi R\omega}$$

Si vuole ora studiarne il comportamento al limite:

$$\lim_{R\to 0}\alpha$$

In questo caso si nota subito che il modulo si annulla e di conseguenza la fase non sarà definita; vediamo il limite all'infinito:

$$\lim_{R\to\infty}\alpha = Arctg\frac{-2\varsigma\omega_rC_p^3R^3\omega^4}{(-\omega^2+\omega_r^2)(C_p^3R^3\omega^3)+\chi\varphi C_p^2R^3\omega^3} = Arctg\frac{-2\varsigma\omega_rC_p\omega}{(-\omega^2+\omega_r^2)C_p+\chi\varphi}$$

$$\lim_{\omega\to 0}\left(\lim_{R\to\infty}\alpha\right) = Arctg\frac{-2\varsigma\omega_rC_p\omega}{(\omega_r^2)C_p+\chi\varphi} = 0$$

$$\lim_{\omega\to\infty}\left(\lim_{R\to\infty}\alpha\right) = Arctg\frac{-2\varsigma\omega_rC_p}{\left(-\omega+\frac{\omega_r^2}{\omega}\right)C_p+\frac{\chi\varphi}{\omega}} = Arctg\frac{-2\varsigma\omega_rC_p}{-\infty} = 0-\pi$$

in quanto Arctg(y,x) = Arctg(y/x)-π se x<0,y<0.

APPENDICE B

Viene riportato lo script relativo al programma Arduino che permette di variare in modo automatico il valore delle resistenze:

```
unsigned long previousTime=0;
long interval=240000;
int resistenza=2;
int R3=0;

void setup() {   for (int x=2;x<4;x++){
 pinMode(x,OUTPUT);  }
}

void loop() {
  unsigned long currentTime=millis();
     if (currentTime-previousTime>interval){
     previousTime=currentTime;
     digitalWrite(resistenza,HIGH);
     resistenza++;
    }
  R3=digitalRead(3);
         if(R3==HIGH){
         digitalWrite(2,LOW);
        }
}
```

APPENDICE C

Lo smorzamento isteretico e lo smorzamento viscoso di Rayleigh.

Nel software Comsol 5.0 sono implementati due differenti modelli di smorzamento a seconda della simulazione effettata. Per l'analisi armonica nel dominio delle frequenze è implementato il modello di smorzamento isteretico, mentre per l'analisi del transitorio lo smorzamento viscoso di Reyleigh.
In questa appendice si vogliono trattare questi due modelli di smorzamento per correlare il valore del rispettivo parametro di smorzamento al rapporto di smorzamento viscoso ζ ricavato dalle misure sperimentali.
Per quanto riguarda lo smorzamento per isteresi, se si sottopone un materiale, ovvero un elemento strutturale, ad una sollecitazione armonica e si esce dal campo strettamente lineare, si ottiene nel piano sforzo-deformazione una curva chiusa detta ciclo di isteresi del materiale come mostrato nella figura C.1.

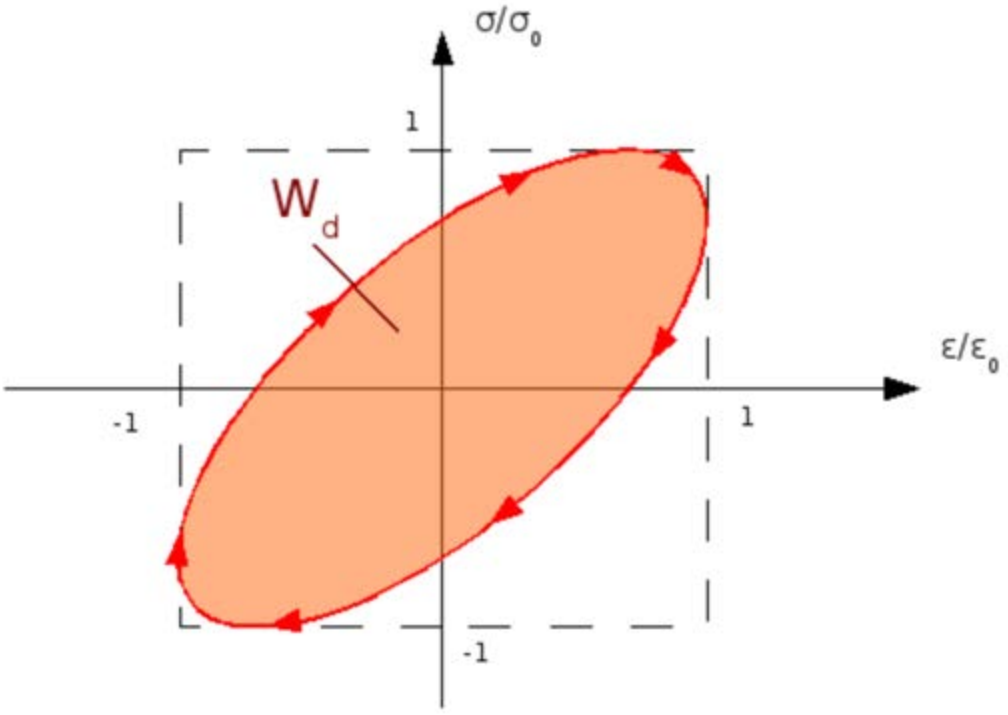


Figura C.1: ciclo di isteresi

L'area racchiusa dalla curva rappresenta l'energia dissipata durante il ciclo; la dissipazione poco o per nulla dipende dalla frequenza delle oscillazioni ed è approssimativamente proporzionale al quadrato dell'ampiezza. Si può scrivere:

$$W_D = \alpha\, x_0^2$$

dove la costante α dipende dal materiale. Uguagliando questa espressione con l'energia
dissipata da uno smorzatore viscoso, che è pari a:

$$E_d = \pi\, \omega\, c\, x_0^2$$

si ottiene:

$$c_{eq} = \frac{\alpha}{\pi\, \omega}$$

si osserva che l'ampiezza è scomparsa, e lo smorzamento lineare equivalente è semplicemente legato alla frequenza.

L'equazione differenziale del moto per un sistema caratterizzato da smorzamento per isteresi può essere scritta:

$$m\ddot{x} + \frac{\alpha}{\pi\, \omega}\dot{x} + kx = F_0 e^{i\omega t}$$

Introduciamo ora il concetto di rigidezza complessa, nell'ipotesi di forzante armonica abbiamo $\dot{x} = i\omega x$, quindi l'equazione può essere scritta come:

$$m\ddot{x} + \left(i\frac{\alpha}{\pi} + k\right)x = F_0 e^{i\omega t}$$

Ovvero

$$m\ddot{x} + k\,(i\eta + 1)x = F_0 e^{i\omega t}$$

dove il parametro adimensionale

$$\eta = \frac{\alpha}{\pi\, k}$$

prende il nome di fattore di smorzamento strutturale e il termine $k(1 + i\eta)$ viene chiamato rigidezza complessa.
L'uso della rigidezza complessa è limitato al caso di eccitazioni armoniche. La soluzione
a regime della () sarà del tipo: $x = x_0 e^{i\omega t}$. Sostituendo si ottiene:

$$x(t) = \frac{\frac{F_0}{k}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2 + i\eta}\, e^{i\omega t}$$

Se ci poniamo in condizioni di risonanza l'ampiezza risulta:

$$x_0 = \frac{F_0}{\eta k}$$

Se si confronta questo risultato con il valore massimo del fattore di amplificazione x_0 del caso con smorzamento viscoso:

$$x_0 = \frac{F_0}{2\zeta k}$$

possiamo concludere che il fattore di smorzamento strutturale o isteretico è il doppio del rapporto di smorzamento viscoso:

$$\eta = 2\zeta$$

Bibliografia

[1] «Wikipedia,» [Online]. Available: https://en.wikipedia.org/wiki/Energy_harvesting.

[2] R. Caliò, U. B. Rongala, D. Camboni, M. Milazzo, C. Stefanini, G. De Petris e C. M. Oddo, «Piezoelectric Energy Harvesting Solutions,» *Sensors,* n. 14, pp. 4755-4799, 2014.

[3] T. Armstrong, «MachineDesign,» [Online]. Available: https://www.machinedesign.com/batteriespower-supplies/harvesting-energy-wireless-sensors.

[4] «Automazione Plus,» 2013. [Online]. Available: http://automazione-plus.it/sensori-e-mems-il-futuro-in-un-convegno-interattivo-di-stmicroelectronics_67844/.

[5] N. S. Shenck e J. A. Paradiso, «Energy scavenging with shoe-mounted piezoelectrics,» *IEEE Micro,* n. 21, pp. 30-42, 2001.

[6] C. Dagdeviren, B. D. Yang, Y. Su, P. L. Tran, P. Joe, E. Anderson, J. Xia, V. Doraiswamy, B. Dehdashti, X. Feng, B. Lu, R. Poston, Z. Khalpey, R. Ghaffari, Y. Huang, M. J. Slepian e J. A. Rogers, «Conformal piezoelectric energy harvesting and storage from motions of the heart, lung, and diaphragm,» *PNAS,* vol. 111, n. 5, pp. 1927-1932, 2014.

[7] «Wikipedia,» [Online]. Available: https://it.wikipedia.org/wiki/Piezoelettricit%C3%A0.

[8] «nanophys.kth,» [Online]. Available: [http://www.nanophys.kth.se/nanophys/facilities/nfl/afm/icon/bruker-help/Content/PiezoResponse_NSV/Piezoelectric%20Effect.htm].

[9] «Essebi,» [Online]. Available: https://www.essebiweb.it/vibrazione-periodica.

[10] «dmi.unict,» [Online]. Available: http://www.dmi.unict.it/~fstanco/Multimedia/FS%20Lez%20A1%20-%20Audio%20Digitale%20-%20Cenni%20sulle%20onde.pdf.

[11] Y. Mei, R. Mo, H. Sun e K. Bu, «Chatter detection in milling based on singular spectrum analysis, 2017.,» *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology,* n. 95, pp. 3475-3486, 2018.

[12] Y. Yang, W. Dai e Q. Liu, «Design and implementation of two-degree-of-freedom tuned mass damper in milling vibration mitigation,» *Journal of Sound and Vibration,* n. 335, pp. 78-88, 2015.

[13] R. Yan e R. X. Gao, «Hilbert–Huang transform-based vibration signal analysis for machine health monitoring,» *IEEE Transactions on instrumentation and measurement,* vol. 55, n. 6, pp. 2320-2329, 2006.

[14] W. J. Staszewski, K. Worden e G. R. Tomlinson, «Time–frequency analysis in gearbox fault detection using the Wigner–Ville distribution and pattern recognition,» *Mechanical Systems and Signal Processing,* vol. 11, n. 5, pp. 673-692, 1997.

[15] Technology Wärtsilä Corporation, «Guidelines to engine dynamics and vibration,» 2004.

[16] A. C. Waterbury e P. K. Wright, «Vibration energy harvesting to power condition monitoring sensors for industrial and manufacturing equipment,» *Journal of Mechanical Engineering Science,* vol. 6, n. 227, p. 1187–1202, 2012.

[17] J. Zhao, Y. Ramadass, J. Lang, J. Ma e D. Buss, «Bias-Flip Technique for Frequency Tuning of Piezo-Electric Energy Harvesting Devices,» *Journal of Low Power Electronics and Applications ,* n. 3, pp. 194-214, 2013.

[18] «Mide Technology engineering solutions,» [Online]. Available: https://www.mide.com/collections/vibration-energy-harvesting-with-protected-piezos.

[19] S. Priya e D. J. Inman, Energy Harvesting Technologies, Springer, 2009.

[20] L. G. H. Staaf, A. D. Smith, E. Kohler, P. Lundgren, P. D. Folkow e P. Enoksson, «Achieving increased bandwidth for 4 degree of freedom self-tuning energy harvester,» *Journal of Sound and Vibration,* n. 420, pp. 165-173, 2018.

[21] H. Xue, Y. Hu e Q. M. Wang, «Broadband Piezoelectric Energy Harvesting Devices Using Multiple Bimorphs with Different Operating Frequencies,» *IEEE Transactions on Ultrasonics , Ferroelectrics and Frequency Control,* vol. 55, n. 9, pp. 2104-2108, 2008.

[22] I. H. Kim, S. J. Jang e H. J. Jung, «Design and Experimental Study of an L Shape Piezoelectric Energy Harvester,» *Shock and Vibration,* pp. 1-8, 2017.

[23] G. H. Feng e J. C. Hung, «Optimal FOM Designed Piezoelectric Microgenerator with Energy Harvesting in a Wide Vibration Bandwidth,» *2nd IEEE International Conference on Nano/Micro Engineered and Molecular Systems,* pp. 511-514, 2007.

[24] A. Ceponis e D. Mazeika, «Investigation of Multifrequency Piezoelectric Energy Harvester,» *Shock and Vibration,* pp. 1-8, 2017.

[25] M. Rezaeisaray, M. E. Gowini, D. Sameoto, D. Raboud e W. Moussa, «Low frequency piezoelectric energy harvesting at multi vibration mode shapes,» *Sensors and Actuators,* n. 228, pp. 104-111, 2015.

[26] R. Usharani, G. Uma, M. Umapathy e S. B. Choi, «A new piezoelectric-patched cantilever beam with a step section for high performance of energy harvesting,» *Sensors and Actuators,* n. 265, pp. 47-61, 2017.

[27] S. Sadeqi, S. Arzanpour e K. H. Hajikolaei, «Broadening the Frequency Bandwidth of a Tire-Embedded Piezoelectric-Based Energy Harvesting System Using Coupled Linear Resonating Structure,» *IEEE/ASME transactions on mechatronics,* vol. 20, n. 5, pp. 2085-2094, 2015.

[28] W. Zhou, G. R. Penamalli e L. Zuo, «An efficient vibration energy harvester with a multi-mode dynamic magnifier,» *Smart Materials And Structures,* n. 21, pp. 1-9, 2012.

[29] L. Dhakar, H. Liu, F. E. H. Tay e C. Lee, «A new energy harvester design for high power output at low frequencies,» *Sensors and Actuators,* n. 199, pp. 344-352, 2013.

[30] H. Wu, L. Tang, Y. Yang e C. Soh, «A novel 2-dof piezoelectric energy harvester,» *Journal of Intelligent Material Systems and Structures,* pp. 1-14, 2013.

[31] Q. Tang e X. Li, « Two-Stage Wideband Energy Harvester Driven by Multimode Coupled Vibration,» *IEEE/ASME Transactions On Mechatronics,* vol. 20, n. 1, pp. 115-121, 2015.

[32] A. Doria, C. Medè, G. Fanti, D. Desideri, A. Maschio e F. Moro, «Development of Piezoelectric Harvesters with Integrated Trimming Devices,» *Applied Sciences,* vol. 8, n. 557, pp. 1-20, 2018.

[33] E. G. G. Zampieri, «Sviluppo di Harvester Piezoelettrici a Banda Larga,» Padova, 2018.

[34] C. Medè, «Simulazione FEM e validazione sperimentale di cantilever piezoelettrici ad uso di harvester ed attuatori,» Padova, 2016.

[35] «Wikipedia,» [Online]. Available: https://it.wikipedia.org/wiki/Arduino_(hardware).

[36] «Dima-UniRoma,» [Online]. Available: http://www.dima.uniroma1.it/users/m_misure_c1/Lezione%208%202009-10.pdf.