



**UNIVERSITÀ
DI PADOVA**



**Dipartimento
di Fisica
e Astronomia**
Galileo Galilei

LAUREA TRIENNALE IN FISICA

**Studio delle risonanze a $E_{\text{cm}} = 215$ keV
ed $E_{\text{cm}} = 228$ keV per la reazione
 $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ presso LUNA**

CANDIDATA

Agnese Segatto
n. matricola 2110845

RELATORE

Prof. Antonio Caciolli
Università degli Studi di Padova

CORRELATORE

Dr. Riccardo Biasissi
Università degli Studi di Padova

ANNO ACCADEMICO

2025/2026

Abstract

Lo studio delle stelle di *Population III* è importante per comprendere la natura dell'universo primordiale.

In esse è stata osservata una concentrazione di ^{40}Ca maggiore rispetto a quella calcolata dalle previsioni dei modelli stellari basati sulle precedenti compilazioni di thermonuclear reaction rate come NACRE (Nuclear Astrophysics Compilation of Reaction Rates).

Una possibile spiegazione può essere l'errato rapporto utilizzato nei modelli tra le sezioni d'urto delle reazioni $^{19}\text{F}(\text{p}, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$ e $^{19}\text{F}(\text{p}, \gamma)^{20}\text{Ne}$.

LUNA (Laboratory for Underground Nuclear Astrophysics), grazie alla sua posizione presso i Laboratori Nazionali del Gran Sasso, studia le reazioni nucleari di interesse astrofisico ad energie proprie delle stelle grazie ad una schermatura dai raggi cosmici di 5 ordini di grandezza. In questo lavoro di tesi si analizzano i dati raccolti per lo studio della reazione $^{19}\text{F}(\text{p}, \gamma)^{20}\text{Ne}$ presso l'acceleratore LUNA400.

In questo lavoro si analizzano in particolar modo le risonanze a $E_{\text{lab}} = 226$ keV e $E_{\text{lab}} = 240$ keV (energie nel sistema di riferimento del laboratorio), fornendo una misura della forza di risonanza ($\omega\gamma$) di entrambe. I risultati vengono ottenuti in relazione alla ben conosciuta risonanza a $E_{\text{lab}} = 341$ keV della reazione $^{19}\text{F}(\text{p}, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$.

Indice

Abstract	i
1	1
1.1 Introduzione	1
1.2 Le reazioni $^{19}\text{F}(\text{p}, \gamma)^{20}\text{Ne}$ e $^{19}\text{F}(\text{p}, \alpha)^{16}\text{O}$	2
1.3 Studi e misure passate	3
2	5
2.1 Premesse teoriche	5
2.2 Apparato sperimentale	6
3	10
3.1 Analisi Dati	10
3.1.1 Spettri di energia	10
3.1.2 Yield sperimentale e yield descritta da modello teorico	11
3.1.3 Grafici e valori dei parametri	14
3.2 Risultati	18
3.2.1 Confronti con gli studi passati	20
Conclusioni	22
Appendice	23
A.1 Codice per la analisi degli spettri (341 keV)	23
A.2 Codice per il grafico della yield (picco 1634keV)	23
A.3 Codice per le simulazione	25
Bibliografia	26

Capitolo 1

1.1 Introduzione

La ricerca in Astrofisica Nucleare permette sia di ampliare la conoscenza sulla composizione e sulla struttura dei sistemi ultra-macroscopici (come stelle o Sistema Solare) sia di comprendere l'evoluzione dell'Universo. Infatti nei corpi celesti vi sono tracce delle proprietà dei nuclei atomici e delle loro interazioni; inoltre la composizione chimica di una stella influenza enormemente i processi che avvengono in essa [1].

La vita delle stelle è influenzata dalla presenza o assenza di elementi più pesanti dell'idrogeno o elio (metallicità). Esse vengono dunque divise in tre categorie: stelle ricche di metalli (*Population I*), povere di metalli (*Population II*) e prive o quasi prive di metalli (*Population III*).

Population III è la prima generazione di stelle, cioè si è formata dalla materia primordiale lasciata dal Big Bang, ed è dunque responsabile per la diffusione dei primi elementi pesanti nell'Universo [2].

Infatti, la maggior parte degli elementi più pesanti dell'Elio sono creati dalle Stelle; i più leggeri tra questi si formano nel corso di miliardi di anni, i restanti si generano in pochi secondi durante la morte esplosiva delle stelle massicce [2].

Ogni stella, senza distinzione di *Population*, trascorre la maggior parte della sua vita fondendo l'idrogeno in elio nel proprio nucleo attraverso due meccanismi principali: le catene Protone-Protone (*p-p chain*) e il ciclo Carbonio-Azoto-Ossigeno (CNO). Il valore della temperatura nel nucleo determina quale meccanismo domina [2].

La catena p-p si innesca con la fusione di due nuclei di idrogeno che a sua volta fonde con un terzo protone producendo ^3He (Figura 1.1); l'ultimo stadio consiste nella fusione di due nuclei di ^3He e nella formazione di una particella α .

Il ciclo CNO è rappresentato da quattro rami principali (Figura 1.1) ove a quattro catture protoniche e due decadimenti β^+ segue l'emissione di una particella α ; ogni ramo del ciclo è una reazione catalica, ovvero il numero totale di nuclei CNO rimane costante alla fine di un ciclo.

Tuttavia se al quarto stadio si verifica un *breakout* verso la regione Neon-Sodio o se vi sono le condizioni affinché si generi il processo (3α) la precedente affermazione non è verificata.

La reazione che consente di effettuare il *breakout* dal CNO-4 verso il ciclo Ne-Na è la fusione di un nucleo di ^{19}F con un protone, con formazione di un nucleo di ^{20}Ne : $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ [2].

Essa è la prima del ciclo Ne-Na, che consiste in vari stadi di catture protoniche e successive emissioni (di raggi γ o di coppie positrone-antineutrino) tra i nuclei di Sodio e Neon.

Elementi più pesanti di questi ultimi vengono formati da ripetute catture α : ad esempio da un nucleo ^{20}Ne si forma un nucleo di ^{40}Ca tramite 5 catture alfa.

Attualmente esiste una differenza in difetto di circa uno o due ordini di grandezza tra l'abbondanza teorica del ^{40}Ca , calcolata da modelli che usano il Nuclear Astrophysics Compilation of Reaction Rates (NACRE [1]) e quella osservata sperimentalmente nelle stelle di *Population III*.

Secondo un'ipotesi i nuclei di Calcio in eccesso che sono sperimentalmente osservati derivano da il fenomeno di *breakout* del quarto stadio del ciclo CNO. [2]

La sovracitata $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ è in competizione con la reazione che chiude il ciclo CNO-4, $^{19}\text{F}(p, \alpha)^{16}\text{O}$; la prima è mediata dall'interazione elettromagnetica, mentre la seconda dall'interazione forte e, di conseguenza, rappresenta il canale più probabile, ossia ha una maggiore sezione d'urto (si veda paragrafo 2.1). Se il rapporto tra le reazioni $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ e $^{19}\text{F}(p, \alpha)^{16}\text{O}$ fosse pari a un fattore circa dieci volte superiore di quello riportato nella compilazione NACRE, allora i modelli teorici sarebbero compatibili con i dati sperimentalmente osservati nelle stelle primordiali [2].

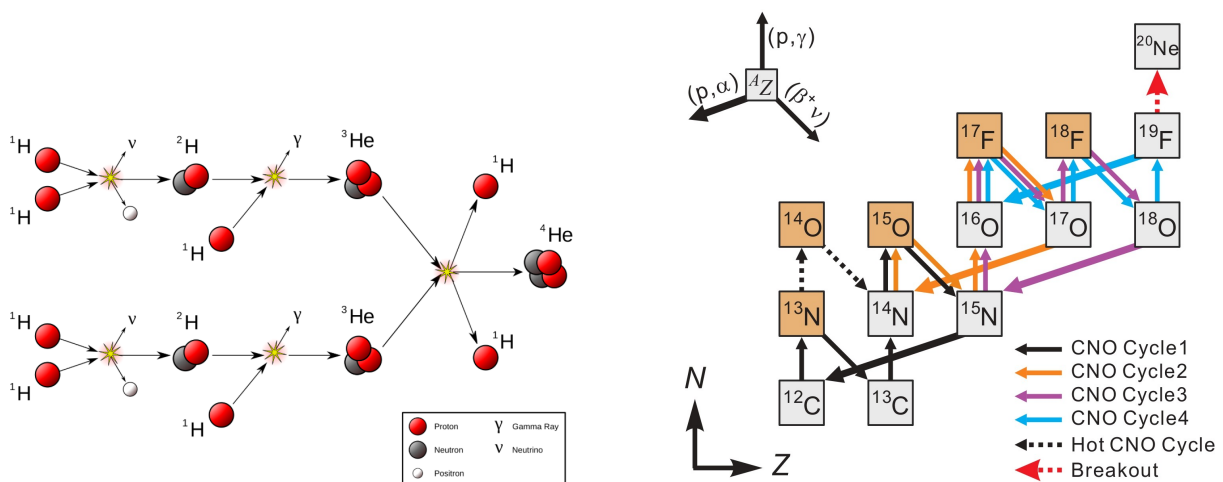


Figura 1.1: A sinistra vi è la rappresentazione della catena pp, a destra quella dei quattro stadi del ciclo CNO, [2]

1.2 Le reazioni $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ e $^{19}\text{F}(p, \alpha)^{16}\text{O}$

Quando un nucleo di Fluoro cattura un protone in uno stato risonante allora si crea un nucleo $^{20}\text{Ne}^*$ (eccitato) che può decadere in diversi modi (Figura 1.2);

Vi è un canale di decadimento mediato dall'interazione forte, noto come decadimento α , nel quale il nucleo di $^{20}\text{Ne}^*$ emette una particella α e genera un nucleo di ^{16}O . Questa reazione a sua volta può avvenire seguendo tre diversi canali: (p, α_0) , (p, α_π) e (p, α_γ) .

Nel canale (p, α_0) il nucleo di ossigeno prodotto è allo stato fondamentale ($J^p=0^+$) e la particella α tipica di questo processo ha energia pari a 10.275 MeV.

Nel canale (p, α_π) l'ossigeno viene prodotto nel primo stato eccitato (0^+ , 6049 keV).

Nel canale (p, α_γ) il nucleo ^{16}O è prodotto in uno tra i seguenti stati eccitati: (1^- , 7117 keV), (2^+ , 6917 keV) o (3^- , 6130 keV) che successivamente decadono allo stato fondamentale emettendo dei rispettivi raggi γ (questi canali vengono spesso rappresentati dalla dicitura $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$) (Figura 1.2).

Vi è infine il canale γ in cui il nucleo eccitato emette una cascata di fotoni a energia differente, ma la cui somma deve essere pari al Q-valore della reazione sommato

all'energia nel centro di massa (nel caso dello stato risonante pari all'energia del livello eccitato di ^{20}Ne), che porta il nucleo allo stato fondamentale. Si ricorda che il Q-valore è definito come la differenza di energia tra lo stato iniziale e lo stato finale, per questa specifica reazione è pari a 12.844 MeV (Figura 1.2).

I tipi di cascata che verranno analizzati in questo elaborato sono due poiché sono i prevalenti a livello sperimentale.

Il primo caso consiste nell'emissione di un γ che porta il nucleo $^{20}\text{Ne}^*$ al primo stato eccitato di ^{20}Ne ($J^p=2^+$, $E= (1633.602 \pm 0.015)$ keV) e di un successivo γ fino allo stato fondamentale ($J^p=0^+$, $E=0.0$ keV). [3]

La seconda emissione analizzata consiste in un raggio γ che porta il nucleo $^{20}\text{Ne}^*$ al secondo stato eccitato ($J^p=4^+$); successivamente il nucleo può emettere un raggio γ che lo porti direttamente allo stato fondamentale, dunque in questo caso vi sono due raggi γ totali (8597 keV + 4247.402 keV) oppure passare per il primo stato eccitato, caso analizzato, emettendo tre raggi γ (8597 keV + 2613.8 keV + 1633.602 keV). [3]

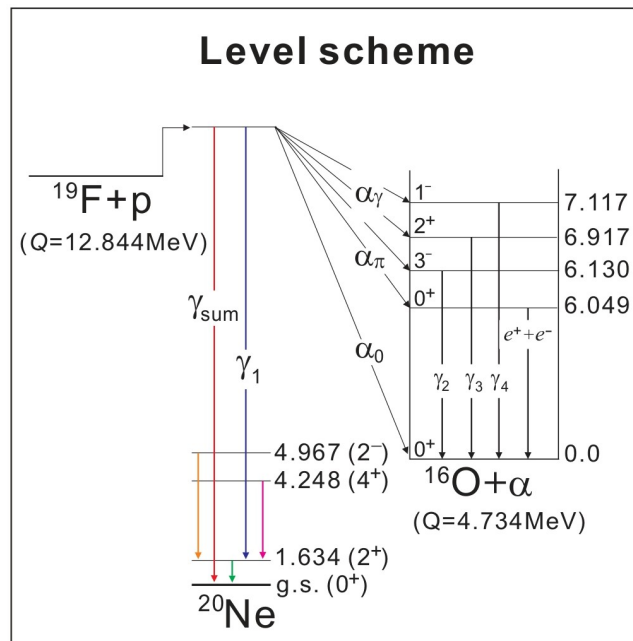


Figura 1.2: Schema delle possibili reazioni dovute alla cattura di un protone da un atomo di ^{19}F (energie in MeV) [2].

1.3 Studi e misure passate

Nell'elaborato verrà presentata la risonanza del canale ($p, \alpha\gamma$) a $E_{\text{cm}} \simeq 324$ keV ($J^p=1^+$) come nota e dunque usata per estrapolare i risultati.

Per il canale (p, γ) si analizzeranno le risonanze presenti a $E_{\text{cm}} \simeq 215$ keV, ed a $E_{\text{cm}} \simeq 228$ keV e l'obiettivo è misurare le forze o intensità delle due risonanze ($\omega\gamma$) per la cattura protonica a tali energie.

Vengono di seguito riportati i risultati di misure passate della $\omega\gamma$.

NACRE [1]

Nella compilazione NACRE è fornita una forza parziale di risonanza per $E_{\text{cm}} = 323.31$ keV, pari a (23.1 ± 0.9) eV.

Per il canale (p, γ) viene osservata una risonanza a $E_{\text{cm}} = 212.71 \text{ keV}$ con $\omega\gamma = (1.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6} \text{ eV}$.

DeBoer et al. (2021) [4]

Nell'articolo vi è la forza parziale per $E_{\text{cm}} = 323.9 \text{ keV}$ del canale $(p, \alpha\gamma)$ pari a $\omega\gamma = (27 \pm 5) \text{ eV}$.

Per il canale (p, γ) viene presentata una risonanza a $E_{\text{cm}} = 214.8 \text{ keV}$ con $\omega\gamma$ avente limite superiore pari a $8.3 \cdot 10^{-7} \text{ eV}$ e viene inoltre citata una risonanza a $E_{\text{cm}} = 227.9 \text{ keV}$.

Si sottolinea che l'utilizzo del formalismo R-Matrix del codice AZURE2 consente di dare una stima delle $\omega\gamma$ sulla base dei precedenti dati di letteratura.

Zhang et al. (2022) [2]

Il lavoro è stato condotto a JUNA (Jinping Underground Nuclear Astrophysics Experiment), un laboratorio sotterraneo situato in un tunnel di servizio di una centrale idroelettrica ai piedi del monte Jinping.

Il JUNA è attualmente il laboratorio operativo più profondo al mondo: è protetto da circa 2.400 metri di strato roccioso pari a circa 6700 metri di acqua equivalente. Ciò permette di ridurre il flusso dei raggi cosmici rispetto ai laboratori in superficie: il flusso dei muoni viene ridotto di sei ordini di grandezza, quello dei neutroni di quattro ordini di grandezza. Minimizzando il rumore di fondo si riducono le incertezze e dunque si ottengono stime più precise.

Il fascio incide su bersagli di ^{19}F impiantati su un substrato di ferro puro, protetti da un sottilissimo strato di cromo. I raggi γ sono stati rilevati da un rivelatore al BGO ad alta efficienza con una copertura angolare di quasi 4π .

Nell'articolo si presenta la scoperta della risonanza a $E_{\text{cm}} = 225.2 \text{ keV}$ per il canale (p, γ) , avente $\omega\gamma = (4.19 \cdot 10^{-5}) \text{ eV}$.

Viene imposto un limite superiore alla forza parziale per $E_{\text{cm}} = 212.7 \text{ keV}$, pari a $(4.2 \cdot 10^{-6}) \text{ eV}$, valore dello stesso ordine di grandezza della misura NACRE.

	$E_{\text{cm}} [\text{keV}]$	$\omega\gamma [\text{eV}]$	$E_{\text{cm}} [\text{keV}]$	$\omega\gamma [\text{eV}]$
NACRE	323.31	23.1 ± 0.9	212.71	$(1.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$
DeBoer et al.	323.9	27 ± 5	214.8	$< 8.3 \cdot 10^{-7}$
Zhang et al.	—	—	212.7	$< 4.2 \cdot 10^{-6}$
	—	—	225.2	$4.19 \cdot 10^{-5}$

Tabella 1.1: Misure passate dei valori di E_{cm} e $\omega\gamma$.

Capitolo 2

2.1 Premesse teoriche

Alle energie astrofisiche la barriera coulombiana tra i nuclei è molto maggiore dell'energia cinetica del centro di massa e le reazioni possono avvenire solo tramite effetto tunnel quantistico. La probabilità è parametrizzata (in onda s) come $P \propto e^{-2\pi\eta}$ ove $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{2E}} \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\hbar}$ è il parametro di Gamow.

In astrofisica nucleare la sezione d'urto fuori risonanza può essere parametrizzata introducendo il fattore astrofisico ($S(E)$), che contiene i contributi nucleari e la probabilità di penetrazione della barriera coulombiana, secondo la formula:

$$\sigma(E) = \frac{S(E)}{E} e^{-2\pi\eta} \quad (2.1)$$

Nel caso delle risonanze, fenomeni nei quali l'energia del sistema iniziale coincide con l'energia di uno stato eccitato del nucleo composto, la sezione d'urto invece può essere parametrizzata con la relazione di Breit-Wigner

$$\sigma(E) = \frac{\lambda^2}{4\pi} \omega \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{(E_r - E)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}} \quad (2.2)$$

nella quale λ è la lunghezza d'onda del protone, Γ_a è la probabilità che si formi lo stato composto ^{20}Ne mentre Γ_b è la probabilità che quest'ultimo decada nello stato finale (ve ne è una specifica per ogni canale di decadimento). Il fattore di spin ω è necessario per considerare lo spin del sistema e in particolare tutte le configurazioni angolari iniziali che combinate possono generare lo stato risonante finale.

Il parametro Γ è la larghezza totale data dalla somma algebrica di tutte le singole larghezze parziali ($\Gamma = \Gamma_a + \Gamma_b$); essa rappresenta l'incertezza energetica di un livello nucleare eccitato che deriva dal principio di indeterminazione $\Gamma\tau \geq \frac{\hbar}{2}$.

Il *branching ratio*, definito come $\frac{\Gamma_i}{\Gamma}$, è un fattore numerico specifico per ogni canale di decadimento che esprime l'intensità relativa di uno specifico canale di decadimento rispetto a tutti i possibili.

In laboratorio tuttavia non si misura la sezione d'urto, bensì la *yield*

$$Y = \frac{N_r}{N_p} = \frac{\text{numero di reazioni}}{\text{numero totale di particelle incidenti sul bersaglio}} \quad (2.3)$$

La *yield* e la sezione d'urto sono matematicamente legate dall'equazione

$$Y(E) = \int_{E-\Delta E}^E \frac{\sigma(E')}{\epsilon_{\text{eff}}(E')} dE' \quad (2.4)$$

ove ΔE è l'energia media che un proiettile perde attraversando il bersaglio e ϵ_{eff} è lo *stopping power* efficace. Lo *stopping power* per unità di $\frac{eV \text{ cm}^2}{\text{atomo}}$

$$\epsilon = -\frac{1}{N} \frac{dE}{dx} \quad (2.5)$$

ove N dunque è la densità numerica degli atomi nel bersaglio, descrive la perdita di energia media per unità di lunghezza che una particella carica subisce attraversando un materiale assorbitore (il bersaglio); tale perdita è continua e causata dalle collisioni inelastiche tra protoni del fascio ed elettroni o nuclei atomici del bersaglio. Se il bersaglio è formato da più elementi (Fluoro e Tantalio) si definisce lo *stopping power* efficace

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\epsilon_x n_x + \epsilon_y n_y}{n_x} = \epsilon_x + \frac{n_y}{n_x} \epsilon_y \quad (2.6)$$

ove n_x rappresenta il numero di nuclei attivi (partecipa alla reazione, Fluoro) per unità di area, n_y il numero di quelli inattivi (Tantalio) e $\epsilon_{x,y}$ il rispettivo *stopping power*.

Si può ottenere una ulteriore formulazione della *yield* partendo dall'equazione 2.4 sostituendo la sezione d'urto con l'equazione 2.2 ed applicando tre ipotesi semplificative: si assume che ϵ_{eff} , λ e le larghezze $\Gamma_{a,b}$, Γ siano costanti per ogni valore energetico all'interno della risonanza e dunque indipendenti dall'energia. Dunque le precedenti grandezze possono essere portate fuori dall'integrale e definendo $\gamma = \frac{\Gamma_a \Gamma_b}{\Gamma}$ si ottiene l'integrale notevole dell'arcotangente

$$\begin{aligned} Y(E) &= \frac{1}{\epsilon_{\text{eff}}} \frac{\lambda^2}{4\pi} \omega \Gamma_a \Gamma_b \int_{E-\Delta E}^E \frac{dE'}{(E_r - E')^2 + (\Gamma/2)^2} \\ &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{\omega \gamma}{\epsilon_{\text{eff}}} \frac{\Gamma}{2} \int_{E-\Delta E}^E \frac{dE'}{(E_r - E')^2 + (\Gamma/2)^2} \\ &= \frac{\lambda^2}{2\pi} \frac{\omega \gamma}{\epsilon_{\text{eff}}} \left[\arctan \left(\frac{E - E_r}{\Gamma/2} \right) - \arctan \left(\frac{E - E_r - \Delta E}{\Gamma/2} \right) \right] \end{aligned} \quad (2.7)$$

Nell'equazione compare la forza della risonanza (stretta per ipotesi) $\omega \gamma$ che è proporzionale all'area sottesa dalla curva della *yield* e indica la intensità di uno dei possibili canali di decadimento per uno specifico nucleo eccitato. [4].

Per quanto riguarda le Γ , sebbene compaia lo stesso parametro nella formulazione teorica, sperimentalmente si osserva il fenomeno dello *straggling*, cioè la fluttuazione statistica della perdita di energia associata allo *stopping power*; maggiore è la penetrazione del fascio sul bersaglio, maggiore è la perdita di coerenza energetica iniziale e il conseguente allargamento a campana.

La risonanza così descritta è rilevante nell'astrofisica nucleare se l'energia della stessa è contenuta nell'intervallo di energie del picco di Gamow, risultato che considera simultaneamente la distribuzione di Maxwell-Boltzmann delle particelle nelle stelle e la probabilità di penetrazione della barriera coulombiana.

Si esprime infine la equazione che permette di riscrivere l'energia dal sistema di riferimento del laboratorio al sistema di riferimento del centro di massa:

$$E_{\text{cm}} = E_{\text{lab}} \frac{M_{\text{bersaglio}}}{M_{\text{bersaglio}} + M_{\text{proiettile}}} \quad (2.8)$$

ricavabile da considerazioni cinematiche (conservazione dell'energia e della quantità di moto) non relativistiche assumendo il nucleo del bersaglio a riposo nel sistema del laboratorio [4].

2.2 Apparato sperimentale

Il laboratorio sotterraneo LNGS (Laboratori Nazionali del Gran Sasso) è situato all'interno del massiccio del Gran Sasso sotto 1400 metri di roccia, pari a circa a 3800

metri di acqua equivalente. In questo sito il fondo di laboratorio (background) deriva da due fonti principali: i raggi cosmici e la radioattività naturale della montagna.

La parte penetrante dei primi, ovvero muoni e neutroni, vengono schermati dalla roccia: in particolare al LNGS il flusso di muoni è ridotto di sei ordini di grandezza rispetto alla superficie, quello dei neutroni di tre ordini di grandezza (Figura 2.1).

La seconda fonte di rumore di fondo produce un'alta densità di linee gamma principalmente a energie inferiori ai 2.6 MeV; per attenuare tale fenomeno il rivelatore è rivestito di uno strato di piombo. [5]

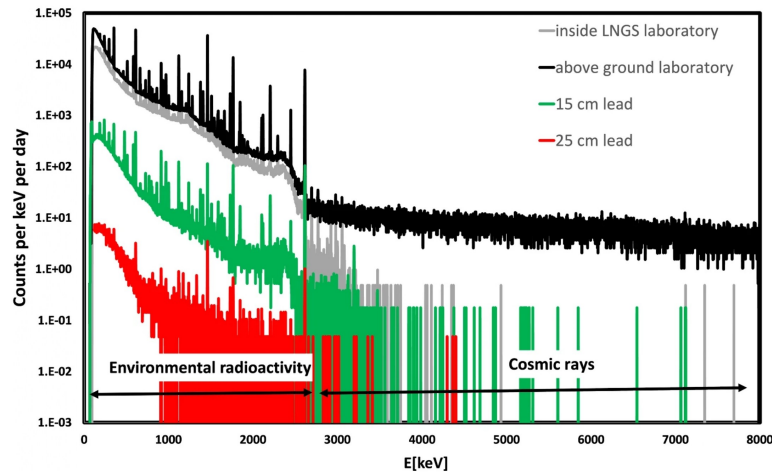


Figura 2.1: Tipico fondo di raggi γ - spettri catturati con Germanio- misurato con un rivelatore HPGe in un laboratorio di superficie (linea nera), confrontato con un campione acquisito nel sottosuolo senza schermatura in piombo (linea grigia), con 15 cm di piombo attorno al rivelatore (linea verde) e con 25 cm di piombo (linea rossa) [6].

Per lo studio delle reazioni $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ e $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$ viene utilizzato l'acceleratore a 400 keV LUNA, che presenta tre caratteristiche fondamentali.

La prima è l'elevata corrente del fascio, che nelle run che saranno di seguito analizzate raggiunge $\approx 100 \mu\text{A}$.

La seconda è la stabilità a lungo termine, pari a $\pm 5 \text{ eV/h}$, che garantisce il lungo intervallo di tempo tipicamente necessario per la misurazione di una sezione d'urto.

La terza è la determinazione dell'energia del fascio che ha una precisione di 0.3 keV e una risoluzione (σ della distribuzione) di 0.1 keV; tali proprietà sono importanti a causa della dipendenza esponenziale dall'energia della sezione d'urto. Inoltre l'acceleratore può fornire protoni con energie in un intervallo compreso tra i 50 e 400 keV, ciò permette di massimizzare la velocità di reazione.

Tali caratteristiche e la posizione *underground* permettono di compensare i bassi tassi di reazione e di effettuare misure a energie confrontabili con quelle che avvengono nei processi rilevanti di nucleosintesi stellare. [5]

Il sistema sperimentale completo permette il trasporto del fascio di protoni generato dal 400 keV LUNA verso un bersaglio (Figura 2.2) e la successiva rivelazione dei prodotti di reazione. L'intero sistema è tenuto sottovuoto tramite un sistema di pompaggio che mantiene la pressione interna intorno a 10^{-7} mbar.

Dapprima la traiettoria del fascio subisce varie modifiche: i collimatori la allineano, uno steerer la indirizza e due magneti la deviano; tra questi ultimi vi è un quadrupolo che rimette a fuoco il fascio e una coppa di Faraday che misura l'intensità di corrente.

Successivamente è posto il *wobbler*, uno strumento formato da due magneti disposti perpendicolarmente tra loro; esso induce una leggera oscillazione al fascio cosicché i protoni vengano distribuiti su un'area di impatto più estesa. Infatti, se il fascio fosse concentrato su un punto del bersaglio durante una scansione in quella successiva si colpirebbe sicuramente un punto diverso avente proprietà diverse e dunque sarebbe impossibile indagare la degradazione del bersaglio. Colpendo invece un'area maggiore (*beamspot*) si media tale sistematica. Al *wobbler* segue una ulteriore coppa di Faraday.

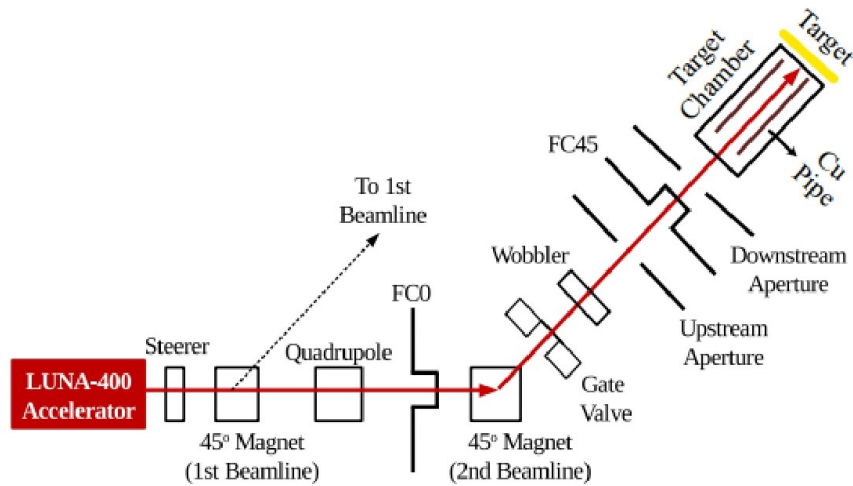


Figura 2.2: Schema dell'apparato strumentale.

Infine, l'ultima componente prima della collisione è un cilindro di rame raffreddato con azoto liquido e polarizzato elettricamente a -300 V (Figura 2.3). Esso ha una duplice funzione: le pareti fredde di questa zona condensano eventuali gas residui (come ioni di carbonio) e impedendo a tali impurità di depositarsi sul target; inoltre, il campo elettrico negativo respinge gli elettroni espulsi durante l'interazione sul bersaglio permettendo una corretta misura della corrente.

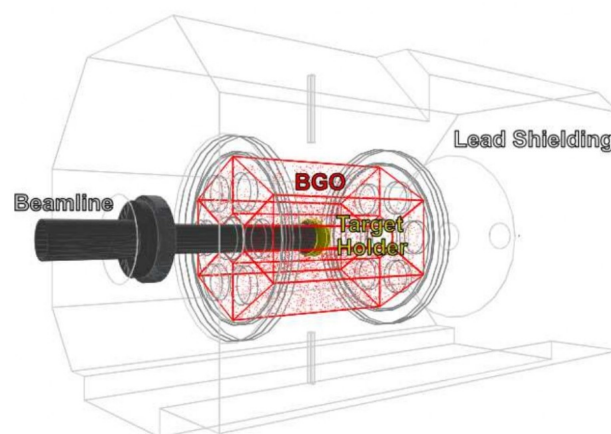


Figura 2.3: Schema della parte finale dell'apparato sperimentale.

Il bersaglio utilizzato per le misure è costituito da ^{19}F impiantato su Ta, ottenuto mediante il bombardamento di un dischetto di Ta con un fascio di nuclei di ^{19}F accelerati a 50 keV presso l'impiantatore di Lisbona (Figura 2.4).

Questi bersagli sono caratterizzati da una distribuzione non uniforme di ^{19}F all'interno del substrato, che viene impiantato su Ta poiché quest'ultimo è inerte per interazione con protoni alle energie del LUNA400.

Il bersaglio ha un supporto elettricamente isolato, cosicché il supporto stesso diventi una coppa di Faraday; ciò è essenziale per contare esattamente il numero di protoni incidenti. Inoltre, tramite l'interazione tra tale supporto e un sistema di raffreddamento ad acqua, viene diminuita la temperatura del bersaglio, impedendo così la dispersione del ^{19}F impiantato.

La rivelazione è effettuata tramite uno scintillatore inorganico in BGO (Bismuto-Germanio-Ossigeno) formato da sei sezioni trapezoidali disposte a cilindro attorno al bersaglio affinché si copra l'intero angolo solido. Come detto in precedenza il rivelatore è rivestito da una schermatura di piombo pari a 10 centimetri.

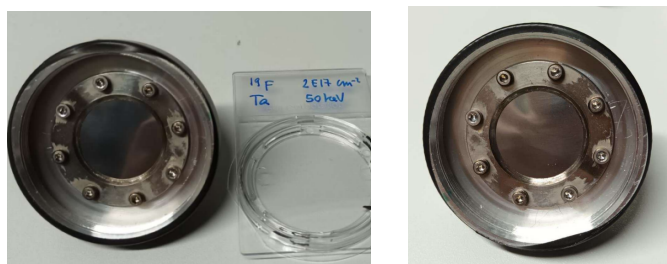


Figura 2.4: Immagine del bersaglio prima (a sinistra) e dopo (a destra) l'interazione con il fascio.

Capitolo 3

3.1 Analisi Dati

L'obiettivo dell'analisi dati dell'elaborato è stimare le $\omega\gamma$ per le risonanze presenti a $E_{\text{cm}} \simeq 215$ keV ed a $E_{\text{cm}} \simeq 228$ keV del canale (p, γ).

Per fare ciò si analizza dapprima la risonanza del canale (p, $\alpha\gamma$) a $E_{\text{cm}} \simeq 324$ keV: si effettua un fit multiparametrico, nel quale un parametro è $k = \frac{\omega\gamma}{\epsilon_{\text{eff}}}$ e si sfruttano due risultati noti di $\omega\gamma$ (si veda tabella 1.1) per ricavare ϵ_{eff} , lo stopping power efficace del bersaglio. Quest'ultimo varia al variare dell'energia, si utilizzano valori ricavati da simulazioni SRIM per ricavarlo alle energie citate del canale (p, γ). Ottenuti gli ϵ_{eff} del canale (p, γ), sfruttando il parametro k ottenuto dai fit multiparametrici a due risonanze effettuati sul canale (p, γ) si ottengono le forze di risonanza : $\omega\gamma = k \cdot \epsilon_{\text{eff}}$.

3.1.1 Spettri di energia

Il primo obiettivo dell'analisi è ottenere gli spettri di energia, uno per ogni run sperimentale, analizzando i dati acquisiti dal rivelatore. Per l'analisi di questo elaborato sono state studiate 22 run per la risonanza a $E_{\text{cm}} \simeq 324$ keV e altrettante 22 per le risonanze a $E_{\text{cm}} \simeq 215$ keV e $E_{\text{cm}} \simeq 228$ keV. Si inserisce una tabella con le run analizzate.

run ID	E_{lab} [keV]	Q [μC]
3044	329.9	2100.99
3045	331.9	2116.72
3046	333.9	2294.89
3047	335.9	2773.12
3048	337.9	2039.90
3049	338.9	2066.50
3050	339.9	2093.99
3051	340.9	5243.69
3052	341.9	2742.19
3053	342.9	2091.70
3054	343.8	2147.29
3055	344.8	2296.20
3056	345.8	2067.20
3057	346.8	2130.77
3058	347.8	2236.47
3059	349.8	2076.46
3060	351.8	2086.79
3061	353.8	2143.29
3062	356.8	2096.02
3063	359.7	2529.18
3064	363.7	2849.96
3065	368.7	2598.89

run ID	E_{lab} [keV]	Q [μC]
3001	250.1	101903.66
3002	248.3	161790.89
3003	246.3	144511.03
3004	244.3	91493.65
3005	242.4	114598.85
3006	240.4	123830.30
3007	239.4	130986.84
3008	238.4	101634.59
3009	237.4	61181.46
3010	235.4	69950.93
3011	230.4	81585.73
3012	228.5	79876.06
3013	226.6	72922.31
3014	244.0	5880130.86
3038	256.4	88454.33
3039	260.3	88565.62
3040	232.6	80907.80
3041	185.3	1033168.24
3042	220.6	95074.39
3066	264.8	105873.36
3067	269.8	25398.58
3068	269.8	71430.70

Tabella 3.1: A sinistra dati per l'analisi a $E_{\text{cm}} \simeq 324$ keV, a destra dati per $E_{\text{cm}} \simeq 215$ keV e $E_{\text{cm}} \simeq 228$ keV; E_{lab} indica il valore dell'energia del fascio nel sistema del laboratorio, Q la carica totale raccolta dalle coppe di Faraday poste prima del rivelatore.

I dati del rivelatore sono inizialmente acquisiti in modalità singola, ossia ogni sesto del BGO rileva i dati autonomamente e dunque all'occorrenza si possono generare sei spettri; nell'analisi di questo elaborato i dati sono convertiti in modalità somma, applicando dei vincoli prima di effettuare la somma delle rivelazioni dei sei singoli BGO. Dapprima è stata imposta una coincidenza temporale di 100 ns, cioè due o più eventi rivelati in un intervallo temporale minore di 100 ns sono considerati coincidenti; dunque molteplici (da due a sei) rivelazioni di fotoni generati dalla cascata gamma in diverse sezioni BGO vengono considerate come unico evento se avvengono in questo lasso temporale. Inoltre, per l'analisi del canale $(p, \alpha\gamma)$ è stato applicato un intervallo di energia sui singoli depositi BGO, pari a [5000, 7000] keV. Invece per l'analisi del canale γ un evento non è scartato solo se ha un valore di energia somma compreso tra 11.5 e 14.5 MeV, cioè che rientra nell'intervallo di interesse per la reazione (Figura 1.2).

Solo i dati che soddisfano tali filtri vengono considerati (si veda Appendice A.1) e si genera lo spettro energetico (Figura 3.1).

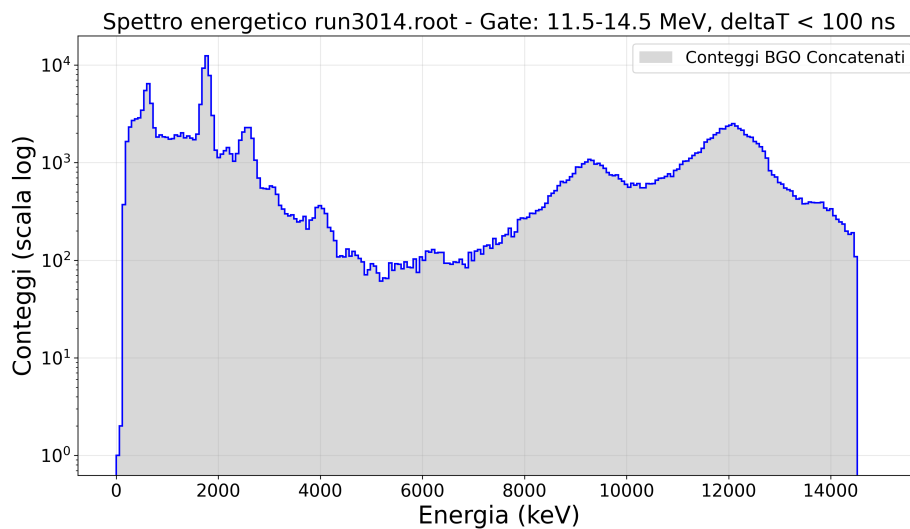


Figura 3.1: Esempio di spettro energetico della run3014 (long run); si notano i gate di energia somma e temporale applicati. I valori di energia noti (tratteggiati in rosso) equivalgono al primo e al secondo stato eccitato di ^{20}Ne e ricavati da [3].

La selezione delle energie di interesse (ROI) utilizzate per l'analisi dei vari picchi formati dai due canali di reazione è riportata in tabella 3.2:

picco (keV)	ROI (keV)
6130	5000-7000
1634	1500-2000
2614	2300-2900

Tabella 3.2: Regioni di interesse utilizzate nell'analisi dati; i picchi sono valori noti ricavati da [3] 1.2 .

3.1.2 Yield sperimentale e yield descritta da modello teorico

Da ogni singola run si può ricavare la *yield* sperimentale, in particolare si vuole ottenere la *yield* normalizzata alla carica (conteggi attesi per μC di carica accumulata) affinché si possano confrontare le energie diverse delle run (che si differenziano anche

per carica accumulata)

$$Y_{\text{sperimentale}} = \frac{N_{\text{conteggi}}}{Q} \quad (3.1)$$

Associando una statistica poissoniana dei conteggi e trascurando l'errore sulla carica misurata dalla coppa di Faraday, l'errore della $Y_{\text{sperimentale}}$ è pari a

$$\sigma_{Y_{\text{sperimentale}}} = \frac{\sqrt{N_{\text{conteggi}}}}{Q} \quad (3.2)$$

Si vuole ora ottenere un modello della *yield* da interpolare alla *yield* sperimentale, valore noto per ogni run.

Sfruttando l'equazione (2.3) e sapendo che il numero di protoni incidenti sul bersaglio è pari alla carica accumulata dalla coppa di Faraday diviso per il valore di carica fondamentale ($e \approx 1.6 \cdot 10^{-19}$ C) si ottiene

$$N_{\text{reazioni}} = Y \cdot \frac{Q}{e} \quad (3.3)$$

alla quale si apporta una modifica poiché il numero di reazioni che avvengono nel bersaglio è diverso dal numero di conteggi rivelati e questa relazione è mediata dall'efficienza del rivelatore (ε)

$$N_{\text{conteggi}} = Y \cdot \varepsilon \cdot \frac{Q}{e} \quad (3.4)$$

cioè

$$\frac{N_{\text{conteggi}}}{Q} = \frac{Y \varepsilon}{e} \quad (3.5)$$

da cui, tramite (2.7), si ottiene il modello

$$Y_{\text{modello}} = \frac{\lambda^2}{2\pi} k \left[\arctan \left(\frac{E_0 - E_r}{\Gamma_{\text{salita}}/2} \right) - \arctan \left(\frac{E_0 - E_r - \Delta E}{\Gamma_{\text{discesa}}/2} \right) \right] \cdot \frac{\varepsilon}{e} \quad (3.6)$$

ove k è pari alla forza della risonanza su *stopping power* efficace ($\frac{\omega\gamma}{\epsilon_{\text{eff}}}$); la lunghezza d'onda λ^2 è calcolata

$$\lambda^2 = \frac{\hbar^2}{p^2} = \frac{\hbar^2}{2\mu E} = 2 \left(\frac{M_p + M_F}{M_F} \right)^2 \cdot \frac{4.125 \cdot 10^{-18}}{M_p \cdot E_r^{\text{eV}}} \quad (3.7)$$

essendo $\frac{\hbar^2}{2u} \approx 4.125 \cdot 10^{-18}$ cm²eV e $((M_p + M_F)/M_F)^2$ il fattore che converte l'energia dal sistema del centro di massa al sistema del Laboratorio.

Questo ultimo è approssimato in quanto non tiene conto della presenza di Ta: si considera $M_p = 1.007276$ amu la massa del protone e $M_F = 18.998403$ amu la massa del ¹⁹F. Infine nella equazione (3.6) i Γ sono assunti differenti per il fenomeno dello *straggling*, cioè l'integrale di equazione (2.7) valutato nel bordo del bersaglio che interagisce con il fascio incidente E_0 è considerato differente rispetto a quello valutato nel bordo in uscita.

Nel fit eseguito per il canale $(p, \alpha\gamma)$ è stata applicata la (3.6) come presentata, nei 2 fit (uno per ogni ROI) del canale (p, γ) si crea un modello doppio sommando linearmente due (3.6) per descrivere le due risonanze vicine tra loro.

Tramite la funzione *LeastSquares* (si veda A.2) si costruisce il χ^2 sfruttando l'approssimazione che l'alto numero di conteggi garantisca una trattazione gaussiana

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{22} \left(\frac{Y_{i,\text{sperimentale}} - Y_{i,\text{modello}}(\boldsymbol{\theta})}{\sigma_{Y_{i,\text{sperimentale}}}} \right)^2 \quad (3.8)$$

ove $Y_{\text{sperimentale}}$ è ricavata da (3.1), Y_{modello} è ricavata da (3.6), σ_Y da 3.2 e $\boldsymbol{\theta}=(k, E_r, \Delta E, \Gamma_{\text{salita}}, \Gamma_{\text{discesa}})$ è il set di parametri utilizzato per l'analisi del canale $(p, \alpha\gamma)$ mentre $\boldsymbol{\theta}=(k_1, E_{r1}, \Delta E_1, \Gamma_{\text{salita}1}, \Gamma_{\text{discesa}1}, k_2, E_{r2}, \Delta E_2, \Gamma_{\text{salita}2}, \Gamma_{\text{discesa}2})$ è il set di parametri utilizzato per l'analisi del canale (p, γ) . In entrambi i casi si definisce il parametro k per ridurre il numero di parametri, inoltre, per il canale (p, γ) ciò diventa essenziale perché se si fossero utilizzate come incognite sia $\omega\gamma$ che ϵ_{eff} , la relazione proporzionale che li lega avrebbe causato oscillazioni dei due parametri e varie soluzioni sarebbero state ritenute valide.

L'obiettivo è la minimizzazione del χ^2 , statisticamente legata alla massima verosimiglianza, implementata grazie alla classe *Minuit* e all'algoritmo *MIGRAD* (si veda A.2); i valori del set di parametri finali sono ottenuti da passaggi iterativi:

1. Si inizia da una stima iniziale del set di parametri;
2. Si calcola il gradiente del χ^2 rispetto ai parametri, da cui si ricava la direzione di massima decrescita;
3. Si costruisce la matrice Hessiana, cioè la matrice con le derivate parziali seconde del χ^2 rispetto a tutte le coppie di parametri, e la si inverte per ottenere la matrice di covarianza;
4. la matrice di covarianza è aggiornata per ogni iterazione ed è lo strumento per studiare i minimi locali del χ^2 (pari a 5 o 10 in base al canale di decadimento).

L'algoritmo si conclude quando la convergenza scende sotto una soglia di tolleranza e tale convergenza si basa su una stima di quanto il χ^2 diminuirebbe ancora se si proseguisse con una nuova iterazione. Date le svariate combinazioni possibili delle variabili e, dunque, la complessità del problema, è essenziale sia fornire la guess iniziale del set di parametri che impostare dei limiti agli stessi; in altre parole, per vincolare la ricerca sono state effettuate considerazioni su ciò che è fisicamente ragionevole e sono stati sfruttati risultati noti in letteratura (tabelle III e IV [4]). Per ulteriori informazioni si veda A.2

Valori delle efficienze del rivelatore

Tra le grandezze dei parametri non compare l'efficienza del rivelatore: tali valori sono ricavati tramite simulazione e dunque fissi nel fit della (3.6). Il valore per l'efficienza del rivelatore nel caso del picco 6130 keV canale $(p, \alpha\gamma)$ è ottenuto mediante simulazione Geant4 e pari a 0.0044; è un valore piccolo poichè, data la grande forza (nota) della risonanza a $E_{\text{lab}} = 341$ keV, il rivelatore è posto più lontano dal bersaglio rispetto alla posizione per lo studio delle energie del canale (p, γ) . Dunque, a priori ci si aspetta un valore maggiore di efficienza in questi ultimi due casi, tale da massimizzare il numero di eventi rilevati.

Il codice A.3 analizza una simulazione Monte Carlo e permette di ricavare i valori delle efficienze per il canale (p, γ) per entrambi i picchi analizzati. Si impone il vincolo per l'energia somma, non è necessario quello per l'intervallo temporale, e si considerano le stesse ROI dell'analisi dei dati. Il valore dell'efficienza è dato da

$$\varepsilon = \frac{\text{conteggi in ROI}}{\text{conteggi totali}} \quad (3.9)$$

ove il numero totale di conteggi nella simulazione è pari a 1 milione.

picco (keV)	ε
1634	0.1711855
2614	0.0514945

Tabella 3.3: Valori preliminari di efficienza ricavati.

3.1.3 Grafici e valori dei parametri

Si presentano in questa sezione i grafici e i valori dei parametri ottenuti. Gli errori associati ai parametri sono calcolati come radice della diagonale della matrice di covarianza; questa è ottenuta partendo da 5 (o 10) minimi del χ^2 , costruendo la matrice Hessiana e invertendola. Utilizzando la matrice hessiana implicitamente si approssima il χ^2 a una forma quadratica 5 (o 10) dimensionale, parabolica in ogni direzione; perciò tali errori sono simmetrici rispetto al valore della grandezza analizzata.

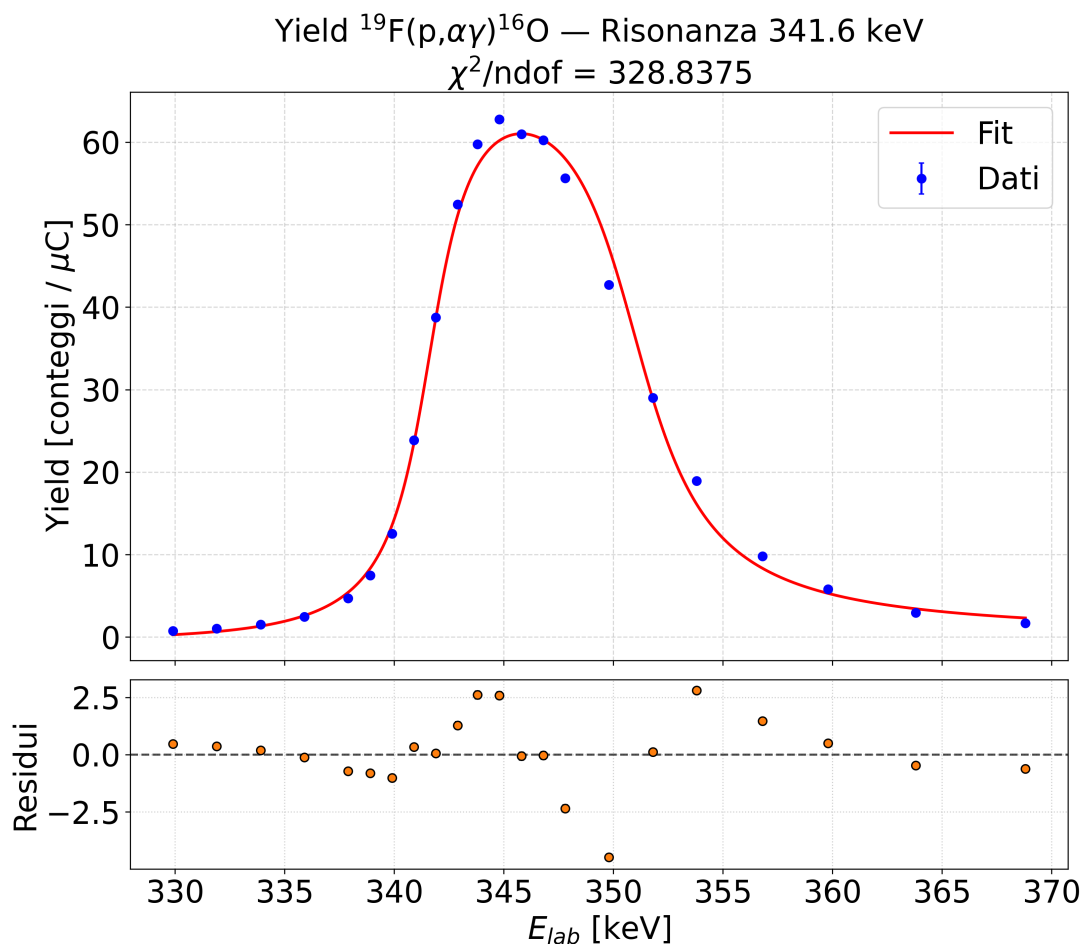


Figura 3.2: Grafico per il picco a 6130 keV - canale $(p, \alpha\gamma)$, analisi con errori originali.

$k [\text{cm}^{-2}]$	$E_r [\text{keV}]$	$\Delta E [\text{keV}]$	$\Gamma_{\text{salita}} [\text{keV}]$	$\Gamma_{\text{discesa}} [\text{keV}]$
$(2279 \pm 6) \times 10^{11}$	341.624 ± 0.007	9.295 ± 0.020	3.1788 ± 0.011	5.246 ± 0.017

Tabella 3.4: Valori dei parametri per il picco a 6130 keV - canale $(p, \alpha\gamma)$, analisi con errori originali.

Come si nota dal grafico, il χ^2_{ridotto} risultante è molto elevato, conseguenza della complessità del problema sopra discussa. Si può pensare che eseguire il fit con gli errori statistici dell'equazione (3.2) non sia ottimale: nelle code del grafico vi sono i punti sperimentali con minori conteggi, ai quali perciò si associa un errore minore; nella fase di fit ciò viene interpretato come una zona in cui vi sono punti più precisi e, infatti, come si vede dalla figura, il fit delinea fedelmente la curva sperimentale nelle code e meno nel picco. Fisicamente però è importante la zona del picco, che fornisce un intervallo della energia di risonanza. Si procede eseguendo una nuova analisi in cui si ridefinisce l'errore associato come

$$\sigma_{Y,\text{corretto}} = \sigma_Y + f \quad (3.10)$$

ove σ_Y è calcolato tramite (3.2) e lo si somma a un parametro additivo, che può rappresentare eventuali incertezze sistematiche; la procedura lineare permette di penalizzare maggiormente i punti nelle code (Figura 3.3): l'errore corretto è maggiore per tali punti in proporzione al numero di conteggi. Inoltre il peso $\frac{1}{\sigma_{\text{corretto}}^2}$ usato nel calcolo del χ^2_{ridotto} si riduce maggiormente in proporzione; ciò è importante poiché il parametro additivo è trovato vincolando il χ^2_{ridotto} , calcolato con tutti 22 i punti sperimentali, a essere pari a 1.

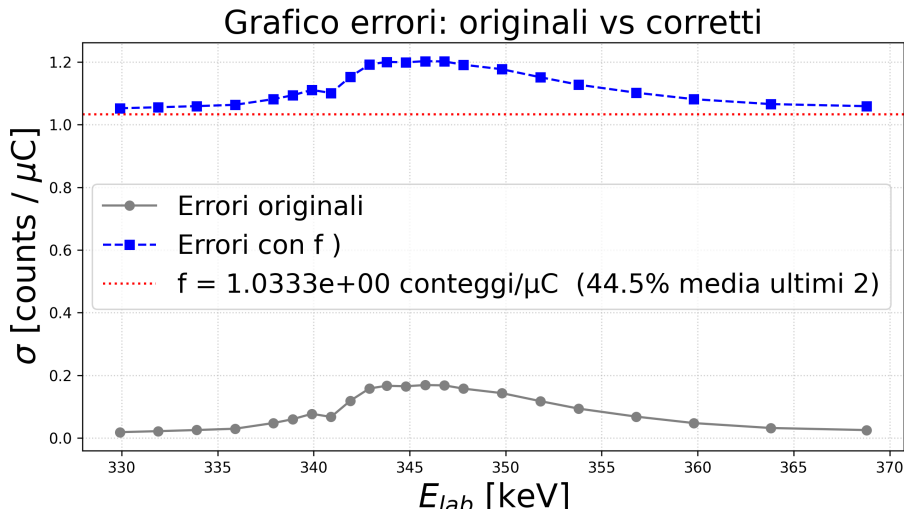


Figura 3.3: Grafico del confronto degli errori dopo la seconda analisi del canale $(p, \alpha\gamma)$, si vede chiaramente la non proporzionalità tra errori originali e corretti.

Tramite questa procedura si otterranno nuovi valori per il set di 5 parametri e ridistribuendo i pesi relativi tra i punti viene considerato maggiormente il picco.

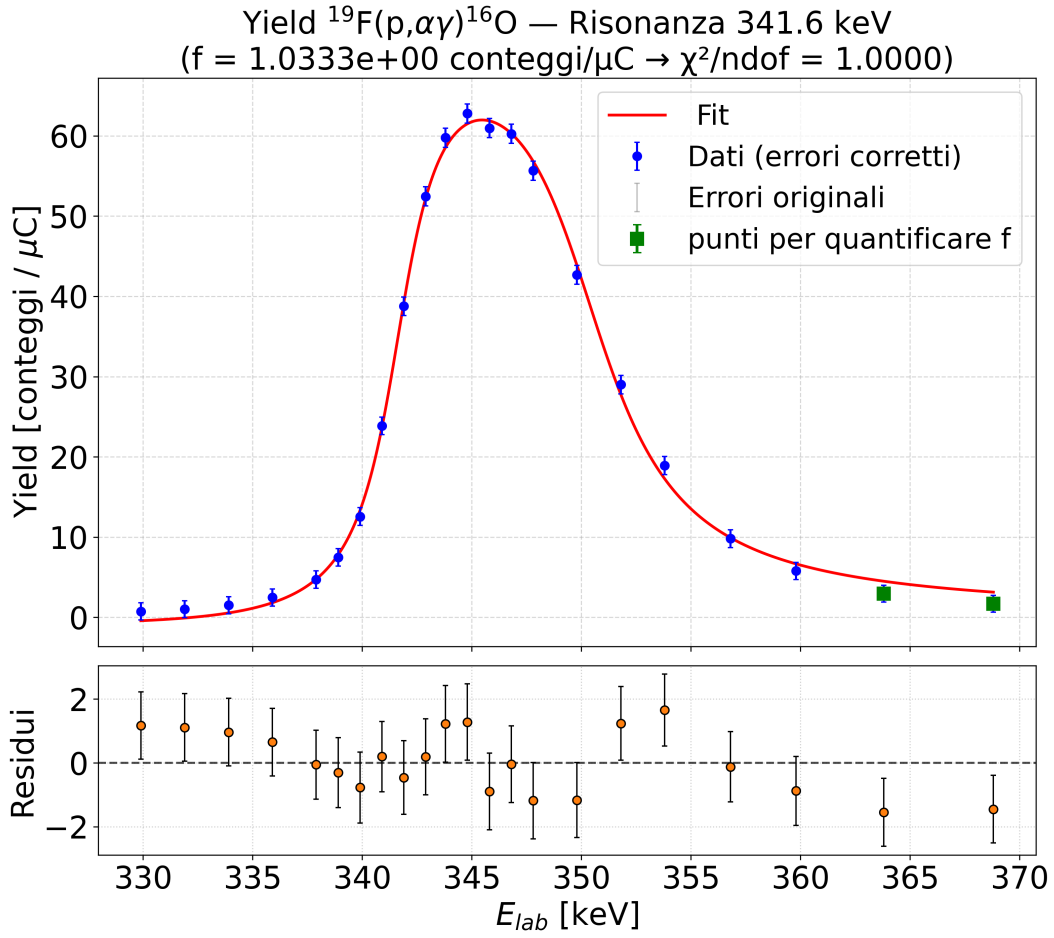


Figura 3.4: Grafico per il picco a 6130 keV - canale $(p, \alpha\gamma)$, analisi con χ^2_{ridotto} vincolato a essere pari a 1.

k [cm^{-2}]	E_r [keV]	ΔE [keV]	Γ_{salita} [keV]	Γ_{discesa} [keV]
$(2481 \pm 83) \times 10^{11}$	341.646 ± 0.072	8.64 ± 0.24	3.31 ± 0.19	6.35 ± 0.31

Tabella 3.5: Parametri per il picco a 6130 keV - canale $(p, \alpha\gamma)$, analisi con χ^2_{ridotto} vincolato a essere pari a 1.

Per quanto riguarda le risonanze del canale (p, γ) si ottengono:

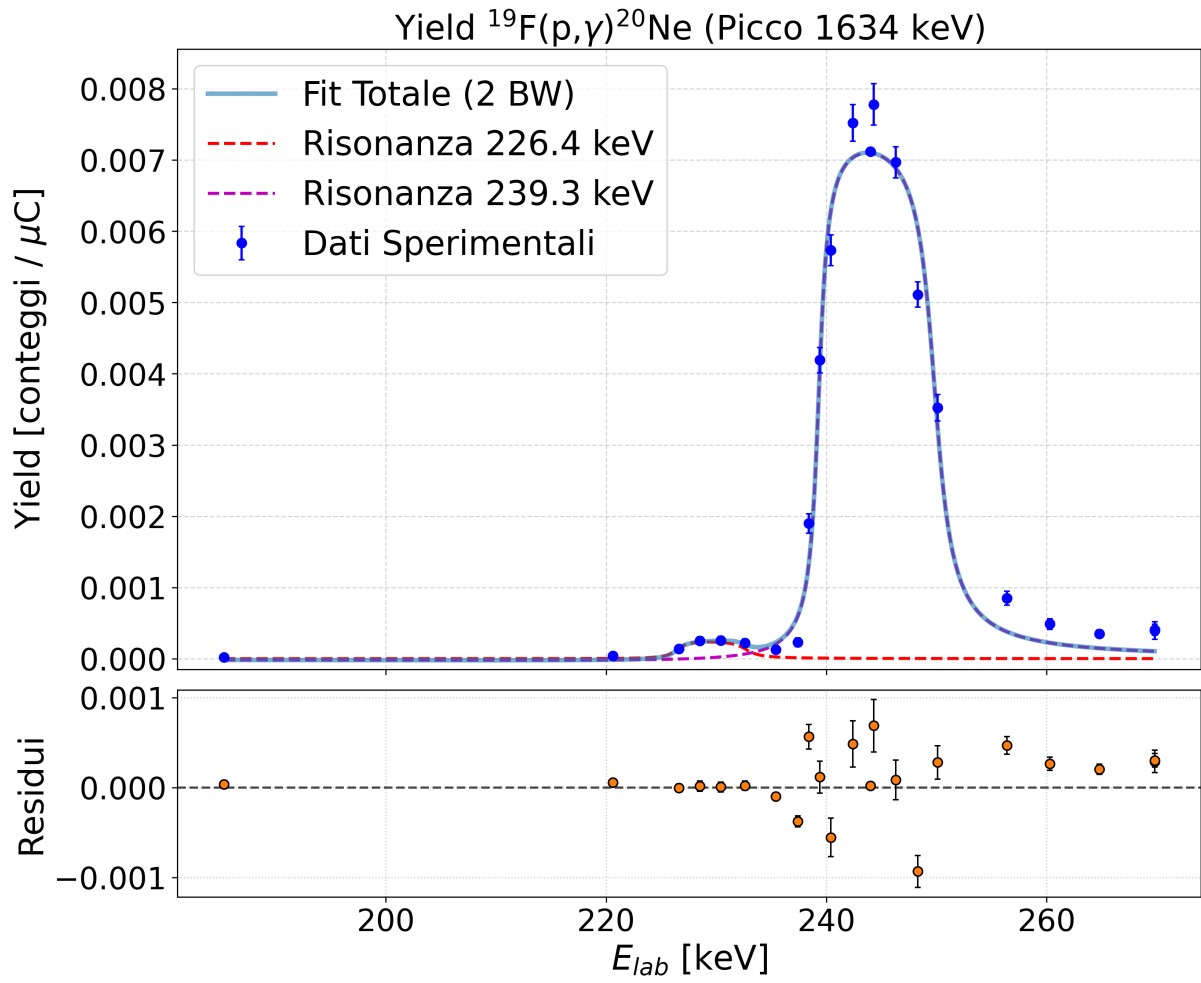


Figura 3.5: Grafico per il picco a 1634 keV - canale (p, γ) .

k_1 [cm^{-2}]	E_{r1} [keV]	ΔE_1 [keV]	Γ_{salita1} [keV]	Γ_{discesa1} [keV]
$(13.2 \pm 2.6) \cdot 10^6$	226.4 ± 0.5	6.27 ± 0.87	1.50 ± 0.32	2.00 ± 0.14

k_2 [cm^{-2}]	E_{r2} [keV]	ΔE_2 [keV]	Γ_{salita2} [keV]	Γ_{discesa2} [keV]
$(394 \pm 4) \cdot 10^6$	239.32 ± 0.05	10.50 ± 0.12	1.315 ± 0.085	2.43 ± 0.17

Tabella 3.6: Parametri per il picco a 1634 keV - canale (p, γ) .

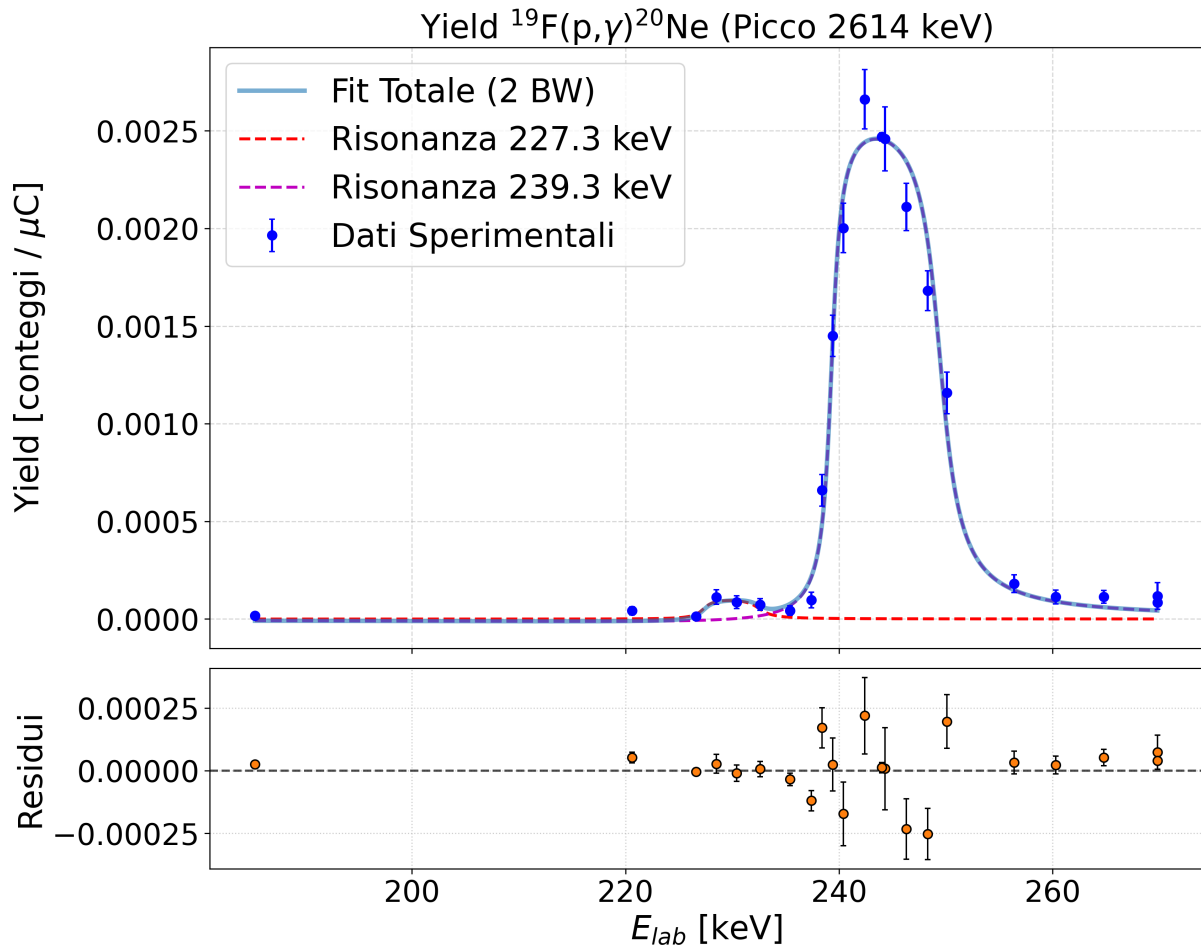


Figura 3.6: Grafico per il picco a 2614 keV - canale (p, γ) .

k_1 [cm ⁻²]	E_{r1} [keV]	ΔE_1 [keV]	$\Gamma_{salita1}$ [keV]	$\Gamma_{discesa1}$ [keV]
$(18.5 \pm 5.2) \cdot 10^6$	227.3 ± 1.8	5.20 ± 0.89	1.50 ± 0.46	2.00 ± 0.40

k_2 [cm ⁻²]	E_{r2} [keV]	ΔE_2 [keV]	$\Gamma_{salita2}$ [keV]	$\Gamma_{discesa2}$ [keV]
$(463.4 \pm 8.6) \cdot 10^6$	239.29 ± 0.08	10.13 ± 0.25	1.41 ± 0.15	2.90 ± 0.29

Tabella 3.7: Parametri per il picco a 2614 keV - canale (p, γ) .

3.2 Risultati

Ottenuti i valori, in due modi differenti, del parametro k per la risonanza del canale $(p, \alpha\gamma)$ si sfruttano due risultati noti della forza di tale risonanza (si veda Tabella 1.1) per ricavare lo stopping power efficace totale (cioè del bersaglio nella sua interezza): $\epsilon_{\text{eff}} = \frac{\omega\gamma}{k}$ misurato in [$\text{eV} \cdot \text{cm}^2$]; successivamente, si moltiplica tale risultato per 10^{15} (necessario per un confronto successivo) e si ottengono i valori

NACRE	DeBoer	NACRE $\chi_r^2 = 1$	DeBoer $\chi_r^2 = 1$
101 ± 4	118 ± 22	93 ± 5	109 ± 20

Tabella 3.8: Valori preliminari di stopping power efficace del bersaglio (ϵ_{eff}) [$\frac{\text{eV} \cdot \text{cm}^2}{10^{15} \text{ atomi}}$] ricavati da due valori noti di $\omega\gamma$ e 2 valori di k .

Come si nota dalla precedente tabella, nel caso in cui si impone il χ^2_{ridotto} pari a 1, l'errore dello ϵ_{eff} risulta di un ordine di grandezza superiore all'altro caso: ciò deriva dalla differenza dell'incertezza di k tra le due analisi. La formula utilizzata per propagazione è:

$$\sigma_{\text{eff}} = 10^{15} \cdot \sqrt{(\sigma_{\omega\gamma} \cdot k)^2 + \left(\frac{\omega\gamma \cdot \sigma_k}{k^2}\right)^2} \quad (3.11)$$

Avendo ora noto lo ϵ_{eff} si utilizza il software SRIM per ricavare i valori di ϵ_{eff} di ^{19}F solido e Ta solido alle varie energie; l'unità che utilizza il software è $[\frac{eV \cdot cm^2}{10^{15} \text{ atomi}}]$, per questo motivo è stata necessaria la moltiplicazione del fattore 10^{15} ; si ottiene:

E_{lab}	341 keV	240 keV	226 keV
^{19}F	10.6 ± 0.5	12.2 ± 0.6	12.5 ± 0.6
Ta	30.1 ± 1.5	33.1 ± 1.7	33.6 ± 1.7

Tabella 3.9: valori di stopping power efficace (ϵ_{eff}) $[\frac{eV \cdot cm^2}{10^{15} \text{ atomi}}]$ per elemento allo stato solido, ricavati da software SRIM. Ai dati di SRIM è stato applicato un errore pari al 5% della misura.

Si procede a ricavare il fattore $\frac{n_x}{n_y}$ di 2.6, denominato R:

NACRE	DeBoer	NACRE $\chi_r^2 = 1$	DeBoer $\chi_r^2 = 1$
3.015 ± 0.20	3.58 ± 0.75	2.74 ± 0.21	3.26 ± 0.70

Tabella 3.10: valori preliminari di $R = \frac{n_x}{n_y}$ ricavati.

Gli errori sono stati ottenuti per propagazione secondo la formula

$$\sigma_R = \frac{1}{\epsilon_{\text{Ta}}} \cdot \sqrt{(\sigma_{\epsilon_{\text{eff}}}^2 + \sigma_{\epsilon_F}^2) + \left(\frac{(\epsilon_{\text{eff}} - \epsilon_F)\sigma_{\text{Ta}}}{\epsilon_{\text{Ta}}}\right)^2} \quad (3.12)$$

Ottenuti tali valori tramite la risonanza a $E_{\text{lab}} = 341$ keV, si procede con l'analisi delle risonanze a $E_{\text{lab}} = 226$ keV ed $E_{\text{lab}} = 240$ keV. Si calcola lo stopping power efficace del bersaglio secondo la formula 2.6 usando i corrispettivi valori di $\epsilon_{^{19}\text{F}, \text{Ta}}$ per l'energia considerata (3.9) e il valore di R ricavato (3.10):

	NACRE	DeBoer	NACRE $\chi_r^2 = 1$	DeBoer $\chi_r^2 = 1$
$E_{\text{lab}} = 226$ keV	113 ± 8	133 ± 26	105 ± 8	122 ± 24
$E_{\text{lab}} = 240$ keV	112 ± 8	131 ± 26	103 ± 8	120 ± 24

Tabella 3.11: Valori preliminari di stopping power efficace (ϵ_{eff}) $[\frac{eV \cdot cm^2}{10^{15} \text{ atomi}}]$ ottenuti.

ove nuovamente l'errore è associato per propagazione

$$\sigma_{\text{eff}} = \sqrt{\sigma_{\epsilon_F}^2 + R^2 \sigma_{\epsilon_{\text{Ta}}}^2 + \epsilon_{\text{Ta}}^2 \sigma_R^2} \quad (3.13)$$

Avendo ora noto il parametro k e lo stopping power efficace del bersaglio si possono ricavare le forze delle risonanze:

	NACRE	DeBoer	NACRE $\chi_r^2 = 1$	DeBoer $\chi_r^2 = 1$
$E_{\text{lab}} = 226 \text{ keV}$	$(1.5 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$	$(1.8 \pm 0.5) \cdot 10^{-6}$	$(1.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$	$(1.6 \pm 0.4) \cdot 10^{-6}$
$E_{\text{lab}} = 240 \text{ keV}$	$(4.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$	$(5.2 \pm 1.0) \cdot 10^{-5}$	$(4.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$	$(4.7 \pm 0.9) \cdot 10^{-5}$

Tabella 3.12: Valori preliminari di $\omega\gamma$ [eV] per il picco a 1634 kev.

	NACRE	DeBoer	NACRE $\chi_r^2 = 1$	DeBoer $\chi_r^2 = 1$
$E_{\text{lab}} = 226 \text{ keV}$	$(2.1 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}$	$(2.5 \pm 0.8) \cdot 10^{-6}$	$(1.9 \pm 0.6) \cdot 10^{-6}$	$(2.3 \pm 0.7) \cdot 10^{-6}$
$E_{\text{lab}} = 240 \text{ keV}$	$(5.2 \pm 0.4) \cdot 10^{-5}$	$(6.0 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$	$(4.8 \pm 0.4) \cdot 10^{-5}$	$(5.6 \pm 1.1) \cdot 10^{-5}$

Tabella 3.13: valori preliminari di $\omega\gamma$ [eV] per il picco a 2614 keV.

L'errore di $\omega\gamma$ è ottenuto con la seguente formula

$$\sigma_{\omega\gamma} = \omega\gamma \sqrt{(\epsilon_{\text{eff}} \cdot \sigma_k)^2 + (k \cdot \sigma_{\epsilon_{\text{eff}}})^2} \quad (3.14)$$

3.2.1 Confronti con gli studi passati

Convertendo le energie della risonanza del canale $(p, \alpha\gamma)$ dal laboratorio, trovate dal fit, al centro di massa si ottiene circa $E_{\text{cm}} \simeq 324 \text{ keV}$, valore che si avvicina maggiormente alla misura DeBOer (Tabella 1.1).

Per il canale (p, γ) , $E_{\text{lab}} = 226.4 \text{ keV}$ corrisponde a $E_{\text{cm}} \simeq 215.00 \text{ keV}$ mentre $E_{\text{lab}} = 239.3 \text{ keV}$ a $E_{\text{cm}} \simeq 227.25 \text{ keV}$; entrambi i valori sono maggiori dei valori di risonanza dati da Zhang et al. e si avvicinano ai valori di De Boer et al. (Tabella 3.14)

I valori delle forze di risonanza trovati per $E_{\text{cm}} \simeq 215 \text{ keV}$ (si sceglie ora la trattazione nel centro di massa per confrontare con i valori negli articoli) soddisfano il limite superiore posto nell'articolo Zhang et al., pari a $4.2 \cdot 10^{-6}$, e si avvicinano al valore NACRE $(1.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$; si sottolinea che quest'ultimo, avendo un'incertezza pari alla misura, non fornisce una stima precisa della risonanza. (Tabella 3.14)

I valori delle forze di risonanza per $E_{\text{cm}} \simeq 227 \text{ keV}$ sono dello stesso fattore e ordine di grandezza del valore di Zhang et al. (Tabella 3.14)

Le 4 stime presentate per ogni risonanza hanno tutte compatibilità ottima tra loro. Se si considerano le stime tra primo e secondo picco (della stessa energia) la compatibilità risulta buona.

Tramite l'analisi dello studio del secondo picco (2614 kev) sono stati ricavati valori di $\omega\gamma$ maggiori rispetto a quelli ottenuti dallo studio del primo picco (1634 keV): un'ipotesi è che, come si vede dalla figura 1.2, vi siano in tale caso più modi possibili con cui il nucleo si diseccita.

	E_{cm} [keV]	$\omega\gamma$ [eV]	E_{cm} [keV]	$\omega\gamma$ [eV]
Questa tesi	215	$(1.4 \pm 0.3) \cdot 10^{-6}$	227	$(4.1 \pm 0.3) \cdot 10^{-5}$
Zhang et al.	212.7	$< 4.2 \cdot 10^{-6}$	225.2	$4.19 \cdot 10^{-5}$
NACRE	212.71	$(1.3 \pm 1.3) \cdot 10^{-6}$	–	–
DeBoer et al.	214.8	$< 8.3 \cdot 10^{-7}$	227.9	–

Tabella 3.14: Tabella finale dei valori preliminari di E_{cm} e $\omega\gamma$ per le risonanze del canale (p, γ) ; si è scelto come valore di riferimento per questo elaborato quello ottenuto dalla stima NACRE di $\omega\gamma$ (in quanto più precisa) e dall'analisi con χ^2_{ridotto} vincolato a 1 per il picco a 1634 keV.

Conclusioni

Nell'elaborato sono state analizzate le risonanze a $E_{\text{lab}} = 226$ keV ed $E_{\text{lab}} = 240$ keV della reazione $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ e presentata la risonanza a $E_{\text{lab}} = 341$ keV della reazione $^{19}\text{F}(p, \alpha\gamma)^{16}\text{O}$.

Tale studio è effettuato nel laboratorio LUNA, che per tale esperimento utilizza un acceleratore lineare da 400 keV, e mira a cercare spiegazione alla differenza tra la presenza di ^{40}Ca misurato e quello simulato dai modelli NACRE; una ipotesi è l'errato rapporto diverso tra le sezioni d'urto delle precedenti reazioni, infatti la sintesi di nuclei pesanti come ^{40}Ca è possibile solo se avviene il breakout verso il ciclo NeNa.

Nell'elaborato si presenta un'analisi dei dati che attua delle approssimazioni utili a studiare il complesso problema di due risonanze vicine; ciononostante, le stime di $\omega\gamma$ nel canale γ sono compatibili con quelle trovate da Zhang et al..

Le stime presentate utilizzano due risultati noti (NACRE e De Boer et al.) e due analisi differenti per la risonanza di riferimento del canale $\alpha\gamma$; per entrambe le risonanze tali stime hanno tutte compatibilità ottima tra loro.

Inoltre si presentano le $\omega\gamma$ sia per il canale di decadimento da livello eccitato 2^+ a 0^+ che da 4^+ a 2^+ . In tal caso le stime delle $\omega\gamma$ (per entrambe le risonanze) hanno buona compatibilità; nel caso del secondo picco i valori risultano maggiori perchè si contano più modi possibili di decadimento del nucleo.

In conclusione, la presenza e lo studio di entrambe le risonanze del canale γ sono avvenute con successo, e devono dunque essere considerate nella stima di un nuovo rapporto tra le reazioni in competizione.

Appendice

A.1 Codice per la analisi degli spettri (341 keV)

```
1 import ROOT
2 import pandas as pd
3 import numpy as np
4 import matplotlib.pyplot as plt
5 import os
6
7 file = "run3065.root"
8 tree_name = "coincidenceEvents"
9 percorso_desktop = "/mnt/c/Users/agnes/OneDrive/Desktop/tesi/"
10
11 df = ROOT.RDataFrame(tree_name, file)
12 df_no_pulser = df.Filter("isPulser == 0")
13 data_gated = df_no_pulser.Filter("deltaT < 10")
14 count = data_gated.Count().GetValue()
15 print(f"Eventi nel gate: {count}")
16 total_count = df.Count().GetValue()
17 fraction = count / total_count if total_count > 0 else 0
18 print(f"Frazione rispetto il totale: {fraction}")
19
20
21 if count > 0:
22     bgo = [f"energyBGO{i}" for i in range(1, 7)]
23     data = data_gated.AsNumpy(columns=bgo)
24     all_bgo_energies = np.concatenate([data[col] for col in bgo])
25
26     print(f"numero elementi nell'array (eventi nel gate*6): {len(all_bgo_energies)}")
27
28     plt.figure(figsize=(12, 7))
29
30     e_min, e_max = 1, 8000
31     n_bins = 300
32
33     plt.hist(all_bgo_energies, bins=n_bins, range=(e_min, e_max),
34             histtype='stepfilled', alpha=0.3, color='grey', label='Depositi BGO Concatenati')
35     plt.hist(all_bgo_energies, bins=n_bins, range=(e_min, e_max),
36             histtype='step', color='blue', linewidth=1.5)
37
38     plt.xlabel('Energia (keV)')
39     plt.ylabel('Conteggi (scala log)')
40     plt.title(f'Spectrum {file} - deltaT < 10 ns, {n_bins} bins')
41
42     plt.yscale('log')
43     plt.legend(fontsize='small', loc='upper right')
44     plt.grid(True, alpha=0.3)
45     plt.axvline(x=6130, color='red', linestyle='--', label='6130 keV (Risonanza)')
46     plt.legend(fontsize='small', loc='upper right')
47
48     nome_output = f"{file.replace('.root', '')}.png"
49     plt.savefig(os.path.join(percorso_desktop, nome_output), dpi=300)
50     plt.legend(fontsize='small')
51     plt.show()
52 else:
53     print("Nessun evento nel gate.")
```

A.2 Codice per il grafico della yield (picco 1634keV)

```
1 import ROOT
2 import numpy as np
3 import matplotlib.pyplot as plt
4 from iminuit import Minuit
5 from iminuit.cost import LeastSquares
6
7 def singola_bw(E0, k, Er, delta_E, Gammasalita, Gammadiscsa):
8     Mp = 1.007276
9     Mf = 18.998403
10    carica_protone_muC = 1.602e-13
11    Er_eV = Er * 1000
12    l_mezzi = ((Mp + Mf) / Mf) ** 2 * (4.125e-18 / (Mp * Er_eV))
13    lquadro = 2 * l_mezzi
14    termine1 = np.arctan((E0 - Er) / (Gammasalita / 2))
15    termine2 = np.arctan((E0 - Er - delta_E) / (Gammadiscsa / 2))
16    yield_teorica = ((lquadro * k) * (termine1 - termine2)) / (2 * np.pi)
17    yield_sperimentale = (yield_teorica * 0.1711855) / carica_protone_muC
18    return yield_sperimentale
19
20 def modello_doppio(E0, k1, Er1, delta_E1, k2, Er2, delta_E2,
21                   Gammasalita1, Gammadiscsa1, Gammasalita2, Gammadiscsa2):
22     bw1 = singola_bw(E0, k1, Er1, delta_E1, Gammasalita1, Gammadiscsa1)
23     bw2 = singola_bw(E0, k2, Er2, delta_E2, Gammasalita2, Gammadiscsa2)
24     return bw1 + bw2
25
26 run_energie_carica = {
27     "run3001.root": [250.1, 101903.66],
28     "run3002.root": [248.3, 161790.89],
29     "run3003.root": [246.3, 144511.03],
```

```

30     "run3004.root": [244.3, 91493.65],
31     "run3005.root": [242.4, 114598.85],
32     "run3006.root": [240.4, 123830.3 ],
33     "run3007.root": [239.4, 130986.84],
34     "run3008.root": [238.4, 101634.59],
35     "run3009.root": [237.4, 61181.46],
36     "run3010.root": [235.4, 69950.93],
37     "run3011.root": [230.4, 81585.73],
38     "run3012.root": [228.5, 79876.06],
39     "run3013.root": [226.6, 72922.31],
40     "run3014.root": [244, 5880130.86],
41     "run3038.root": [256.4, 88454.33],
42     "run3039.root": [260.3, 88565.62],
43     "run3040.root": [232.6, 80907.8 ],
44     "run3041.root": [185.3, 1033168.24],
45     "run3042.root": [220.6, 95074.39],
46     "run3066.root": [264.8, 105873.36],
47     "run3067.root": [269.8, 25398.58],
48     "run3068.root": [269.8, 71430.7 ],
49 }
50
51 energie_fascio = []
52 yields = []
53 sigmay = []
54
55 for file_name, info in run_energie_carica.items():
56     Energia_cm = info[0]
57     energie_fascio.append(Energia_cm)
58     carica = info[1]
59
60     df = ROOT.RDataFrame("coincidenceEvents", file_name)
61     data_gated = df.Filter(
62         "isPulser == 0 && energySum > 11500 && energySum < 14500 && deltaT < 10"
63     )
64     count = data_gated.Count().GetValue()
65     total_count = df.Count().GetValue()
66
67     bgo_cols = [f"energyBGO{i}" for i in range(1, 7)]
68     data = data_gated.AsNumpy(columns=bgo_cols)
69
70     if len(data[bgo_cols[0]]) > 0:
71         all_energies = np.concatenate([data[col] for col in bgo_cols])
72         regione_min, regione_max = 1500, 2000
73         conteggi = np.sum((all_energies >= regione_min) & (all_energies <= regione_max))
74
75         sigma = np.sqrt(conteggi)
76         sigmay.append(sigma / carica)
77         yields.append(conteggi / carica)
78
79 x_dati = np.array(energie_fascio)
80 y_dati = np.array(yields)
81 y_err = np.array(sigmay)
82
83 cost = LeastSquares(x_dati, y_dati, y_err, modello_doppio)
84
85 m = Minuit(cost,
86     k1=2.8e6, Er1=226.1885, delta_E1=7,
87     k2=8e7, Er2=239.983, delta_E2=8.5,
88     Gammasalita1=1.2, Gammadiscesa1=4,
89     Gammasalita2=1.0, Gammadiscesa2=4)
90
91 m.limits["k1"] = (2.0e6, 5e9)
92 m.limits["Er1"] = (225.3, 227.3)
93 m.limits["delta_E1"] = (4, 10)
94 m.limits["k2"] = (5e6, 2e10)
95 m.limits["Er2"] = (239, 241)
96 m.limits["delta_E2"] = (5.0, 11)
97 m.limits["Gammasalita1"] = (1, 1.5)
98 m.limits["Gammadiscesa1"] = (2.0, 5)
99 m.limits["Gammasalita2"] = (1, 2.0)
100 m.limits["Gammadiscesa2"] = (2.0, 6)
101
102 m.migrad()
103 m.hesse()
104 m.minos()
105
106 print(m)
107
108 print("\n" + "=" * 60)
109 print("ERRORI HESSE")
110 print("=" * 60)
111 for name in m.parameters:
112     val = m.values[name]
113     err = m.errors[name] # errore Hesse
114     print(f" {name:<20s} = {val:+.5g} +- {err:.5g}")
115
116 print(f"\n chiquadro/ndof = {m.fval:.4f} / {len(x_dati) - m.nfit} = "
117       f"{m.fval / (len(x_dati) - m.nfit):.4f}")
118
119
120 popt = list(m.values)
121 fig, (ax1, ax2) = plt.subplots(2, 1, figsize=(12, 10), sharex=True,
122     gridspec_kw={'height_ratios': [3, 1]})
123 plt.subplots_adjust(hspace=0.05)
124
125 k1, er1, de1, k2, er2, de2, gams1, gamd1, gams2, gamd2 = popt
126
127 x_fine = np.linspace(min(x_dati), max(x_dati), 1000)
128 y_totale = modello_doppio(x_fine, *popt)
129 y_bw1 = singola_bw(x_fine, k1, er1, de1, gams1, gamd1)
130 y_bw2 = singola_bw(x_fine, k2, er2, de2, gams2, gamd2)
131
132 ax1.errorbar(x_dati, y_dati, yerr=y_err, fmt='o', color='blue',

```

```

133         ecolor='blue', elinewidth=1.5, capsize=2, markersize=6,
134         label='Dati Sperimentali', zorder=5)
135 ax1.plot(x_fine, y_totale, '-', color='tab:blue', linewidth=3, alpha=0.6, label='Fit Totale (2 BW)', zorder=4)
136 ax1.plot(x_fine, y_bw1, 'r--', linewidth=2, label=f'Risonanza {er1:.1f} keV')
137 ax1.plot(x_fine, y_bw2, 'm--', linewidth=2, label=f'Risonanza {er2:.1f} keV')
138
139 ax1.set_ylim(-0.00015, max(y_dati)*1.1)
140 ax1.set_ylabel(r'Yield [conteggi / $\mu$C]', fontsize=22)
141 ax1.set_title(r'Yield $^{19}$F(p,$\gamma$)$^{20}$Ne (Picco 1634 keV)', fontsize=22)
142 ax1.grid(True, which="both", ls="--", alpha=0.5)
143 ax1.legend()
144
145 y_fit_punti = modello_doppio(x_dati, *popt)
146 residui = y_dati - y_fit_punti
147
148 ax2.errorbar(x_dati, residui, yerr=y_err, fmt='o', color='tab:orange',
149             ecolor='black', elinewidth=1, capsize=2,
150             markeredgcolor='black', label='Residui')
151
152 ax2.axhline(0, color='black', linestyle='--', alpha=0.7)
153 ax2.set_ylabel('Residui', fontsize=22)
154 ax2.set_xlabel('$E_{lab}$ [keV]', fontsize=20)
155 ax2.grid(True, linestyle=':', alpha=0.6)
156
157 plt.savefig("y1634.png", dpi=300)
158 plt.show()

```

A.3 Codice per le simulazione

```

1 import ROOT
2 import numpy as np
3 import os
4
5 file_sim = "simulazione.root"
6 tree_name = "TTree" # Il TTree della simulazione
7 percorso_desktop = "/mnt/c/Users/agnes/OneDrive/Desktop/tesi/"
8 file_path = os.path.join(percorso_desktop, file_sim)
9
10 print(f"Sto analizzando il file di simulazione: {file_sim}")
11
12 df = ROOT.RDataFrame(tree_name, file_path)
13 df_gated = df.Filter("BGOSum > 11500 && BGOSum < 14500")
14 bgo_cols = [f"BG0{i}" for i in range(1, 7)] # Lista: BG01, BG02, ..., BG06
15 data_sim = df_gated.AsNumpy(columns=bgo_cols)
16 eventi_nel_gate = df_gated.Count().GetValue()
17
18 if eventi_nel_gate > 0:
19     all_individual_bgo_energies = np.concatenate([data_sim[col] for col in bgo_cols])
20
21     eventi_generati_totali = 1000000
22
23     roi1_min, roi1_max = 1500, 2000
24     conteggi_roi1 = np.sum((all_individual_bgo_energies >= roi1_min) & (all_individual_bgo_energies <= roi1_max))
25     efficienza_roi1 = conteggi_roi1 / eventi_generati_totali
26
27     roi2_min, roi2_max = 2300, 2900
28     conteggi_roi2 = np.sum((all_individual_bgo_energies >= roi2_min) & (all_individual_bgo_energies <= roi2_max))
29     efficienza_roi2 = conteggi_roi2 / eventi_generati_totali
30
31     print(f"Eventi totali generati nel Monte Carlo : {eventi_generati_totali}")
32     print(f"Eventi che hanno superato il gate su BGOSum : {eventi_nel_gate}")
33     print(f"Numero totale di depositi nei singoli BGO : {len(all_individual_bgo_energies)}")
34     print(f"REGIONE 1: {roi1_min} - {roi1_max} keV (Picco 1.63 MeV)")
35     print(f"    -> Conteggi nei singoli BGO : {conteggi_roi1}")
36     print(f"    -> Efficienza 1 : {efficienza_roi1:.6f} ({efficienza_roi1 * 100:.3f}%)")
37     print(f"REGIONE 2: {roi2_min} - {roi2_max} keV (Picco 2.61 MeV)")
38     print(f"    -> Conteggi nei singoli BGO : {conteggi_roi2}")
39     print(f"    -> Efficienza 2 : {efficienza_roi2:.6f} ({efficienza_roi2 * 100:.3f}%)")
40 else:
41     print("Errore: Nessun evento ha superato il gate su BGOSum.")

```

Bibliografia

- [1] C. Angulo et al. «A compilation of charged-particle induced thermonuclear reaction rates». In: *Nuclear Physics A* 656 (1999), pp. 3–183. DOI: 10.1016/S0375-9474(99)00030-5. URL: [https://doi.org/10.1016/S0375-9474\(99\)00030-5](https://doi.org/10.1016/S0375-9474(99)00030-5).
- [2] L. Zhang, J. He, R. J. deBoer et al. «Measurement of $^{19}\text{F}(p, \gamma)^{20}\text{Ne}$ reaction suggests CNO breakout in first stars». In: *Nature* 610 (2022), pp. 656–660. DOI: 10.1038/s41586-022-05230-x. URL: <https://doi.org/10.1038/s41586-022-05230-x>.
- [3] International Atomic Energy Agency. *Live Chart of Nuclides*. 2026. URL: <https://www-nds.iaea.org/relnsd/vcharthtml/VChartHTML.html>.
- [4] R. J. deBoer et al. «Updated rates for the $^{22}\text{Ne}(\alpha, n)^{25}\text{Mg}$ and $^{22}\text{Ne}(\alpha, \gamma)^{26}\text{Mg}$ reactions». In: *Physical Review C* 103.5 (2021). DOI: 10.1103/PhysRevC.103.055815. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevC.103.055815>.
- [5] Carlo Broggini et al. «LUNA: Nuclear Astrophysics Deep Underground». In: *Annual Review of Nuclear and Particle Science* 60 (2010). Istituto Nazionale di Fisica Nucleare, Sezione di Padova / Milano & Forschungszentrum Dresden-Rossendorf, pp. 53–73. DOI: 10.1146/annurev.nucl.012809.104511.
- [6] Matteo Campostrini et al. «Overcoming intrinsic and beam-induced backgrounds at LUNA». In: *The European Physical Journal Special Topics* 233.19 (2024), pp. 2843–2857. DOI: 10.1140/epjs/s11734-024-01349-2.
- [7] Christian Iliadis. *Nuclear Physics of Stars*. Weinheim: Wiley-VCH, 2007.